曆算全書

籌算　卷一至卷三

第廿一冊

籌筭自序

唐有九執曆。不用布筭。唯以筆紀。史謂其繁重。其法不傳今西儒筆筭。或其遺意歟。筆筭之法。詳見同文筭指中。曆書出。乃有籌筭。其法與舊傳鋪地錦相似。而加便捷。又昔但以乘者。今兼以除。且益之開方諸率。可謂盡變矣。但本法橫書。彷彿于珠筭之位。至于除法。則實橫而商數縱。頗難定位。愚謂既用筆書。宜一行直下為便。輒以鄙意改用橫籌直寫。而于定位之法。尤加詳焉。俾用者無復纖疑。即不敢謂兼中西兩家之長。而于籌筭庶幾無憾矣

康熙戊午九月已亥朔。日躔在角。宛陵梅文鼎勿菴撰

籌筭有數便。奚囊遠涉。便于佩帶。一也。所用乘除。存諸片楮。

久可覆核二也斗室匡坐默筆徐觀詰數歷然人不能列三也布算未終無妨泛應前功可續四也乘除一理不須歌括五也尤便習學朝得暮能六也

原法橫書故用直籌籌直則積數橫彼中文字實用橫書也今直書故用橫籌籌橫則積數直其理一也亦有數便自上而下乃中土筆墨之宜便寫一也兩半圓合一位便查數二也商數與實平行便定位三也

兼濟堂纂刻梅勿菴先生曆算全書

籌算卷一

宣城梅文鼎定九 著

栢鄉魏荔彤念庭 輯

男 乾數一元 士敏仲文 士說崇寬 同校正

錫山後學楊作枚學山 訂補

作籌之度

凡籌以牙為之或紙或竹木皆可長短任意以方正為度

凡籌指面皆平分九行。每行以曲綫界之。為兩半圓狀

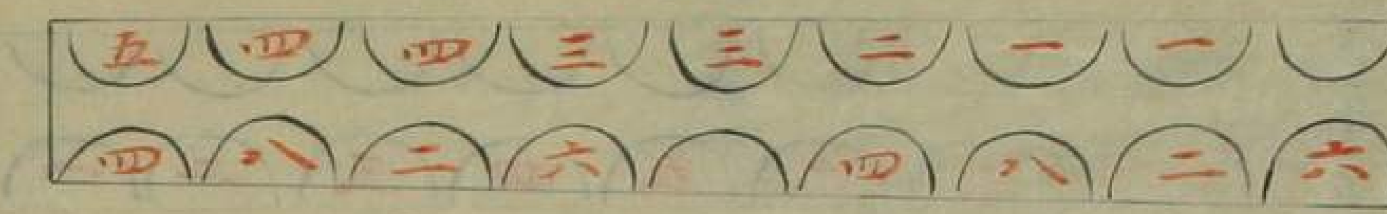
凡籌背面皆相對。第一籌之陰。即為第九。便檢尋也。二與八。三與七。四與六。五與空位。皆倣此。共五類。類各五籌。當珠盤二十五位。或更加之。亦可。

外有開方大籌。為平方立方之用詳見別卷

籌式列左

	第一行	第二行	第三行	第四行	第五行	第六行	第七行	第八行	第九行
第一籌式									
	一	二	三	四	五	六	七	八	九
第二籌式					一	一	一	一	一
	二	四	六	八		二	四	六	八
第三籌式				一	一	一	二	二	二
	三	六	九	二	五	八	一	四	七
第四籌式			一	一	二	二	二	三	三
	四	八	二	六		四	八	二	六
第五籌式		一	一	二	二	三	三	四	四
	五		五		五		五		五

第六籌式

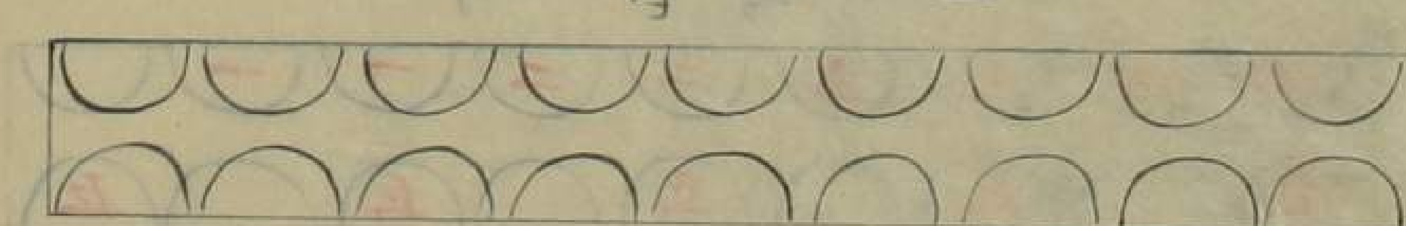


第七籌式

第八籌式

第九籌式

空位籌式



第一行 第二行 第三行 第四行 第五行 第六行 第七行 第八行 第九行

作籌之理

凡籌每行以曲線界之成兩位其下為本位上為進位假如本位一兩則進位為十兩

凡列兩籌則行内成三位下之進位與上之本位兩半圓合成一位故也　列三籌則成四位　列四籌則成五位　五籌以上皆倣此

凡籌有明數有暗數明數者籌面所有之數是也暗數者行數也假如第一行即為一數第二行即為二數

凡籌與行數相因而成積數假如第二籌之第四行即為八數第九籌之第八行即為七二數

籌算之資

凡用籌算、當先知併減二法。今各具一則

併法

併者、合也。合衆散數、為一總數也。又謂之堆積。其法先列散數、自上而下、對位列之。千對千、百對百、十對十、單對單。以類相附。列訖、併為一總數。其法、從最下小數起、自下而上。如畫卦之法。數滿十者、進位作暗馬、而本位書其零。恐混原數、故以此別之、便覆核也

暗馬式

一	二	三	四	五	六	七	八	九
〡	〢	〣	〤	〥	〦	〧	〨	〩

假如有米三千四百八十石、又五千〇六十八石、又二万六千九百石。合之共幾何

	散數			總數
万			二	三
千	三	五	六	五
百	四	〇	九	四
十	八	六	〇	四
石	〇	八	〇	八

如圖、散數三宗、依法併之、為一總數、得三万五千四百四十八石

減積法

減者、去也。于總數內減去幾何、則知其仍餘幾何也。減與併正相反。減而剩者、謂之減餘。其法、以應減去之數列左、以原有之總數列右、而對減之。千對減千、百對減百、十對減十、單對減單。減而盡者、抹去之。減而不盡者、改而書之

本位無數可減合上位減之。假如欲減八十而原數只有七十但其上位有一百則合而減之于一百七十內減八十仍餘九十

假如有銀三十二万五千三百一十両支放過二十九万五千三百〇五両仍餘幾何

減餘	原數	減數
一三〇〇〇五	三二五三一〇	二九五三〇五

十万千百十両

依法減之仍餘三万〇〇〇五両

如圖先于三十万內減二十万餘一十万改三為一次減九万而万位無九合上位共一十二万減之餘三万抹去一二改書三

次減五千　次減三百　皆減盡皆抹去之書作〇　次減五両而両位無五千一十両內減之抹去一〇改書〇五

減訖餘三〇〇〇五

凡算有乘有除乘者用併法除者用減法

籌算之用

凡算先別乘除乘除皆有法實實者現有之物也法者今所用以乘之除之之規則也

凡籌算皆以實列位而以籌為法法有幾位則用幾籌如法有十係兩位則用兩籌法有百係三位則用三籌

凡法實不可誤用唯乘法或可通融若除法必須細認俱詳後

乘法

勿菴氏曰。凡理之可言者。皆其有數者也數始于一相緣以至于無窮。故曰。一與一為二。二與一為三。自此以往。巧厯不能盡乘之義也故首乘法

解曰乘有增加之義其數漸陞。如乘高而進也。亦曰因。言相因而多也。珠算有因法。有乘法。在籌算総一乘法。殊為簡易

法曰。凡兩數相乘任以一為實。一為法

假如以人數給糧。或以人為實。糧為法。或以糧為實。人為法。皆可

凡算。先列實 列書之于紙或粉板亦可。依于百十零之位列之自左而右

次以法數用籌乘之

法有幾位、則用幾籌
假如法為六十四、則用第六第四兩籌、法為三百八十四、則用第三第八第四共三籌

凡乘、皆從實末位最小數起

視原實某數、即于籌某行取數列之
假如實是二、則取第二行數

凡列乘數皆自下而上如畫卦

凡實有幾位、挨次乘之、但次乘之數必高于前所列之數一位
假如先乘有是單、次乘有必是十、故進位列之

乘訖、乃以併法併之、合問

兩籌為法式

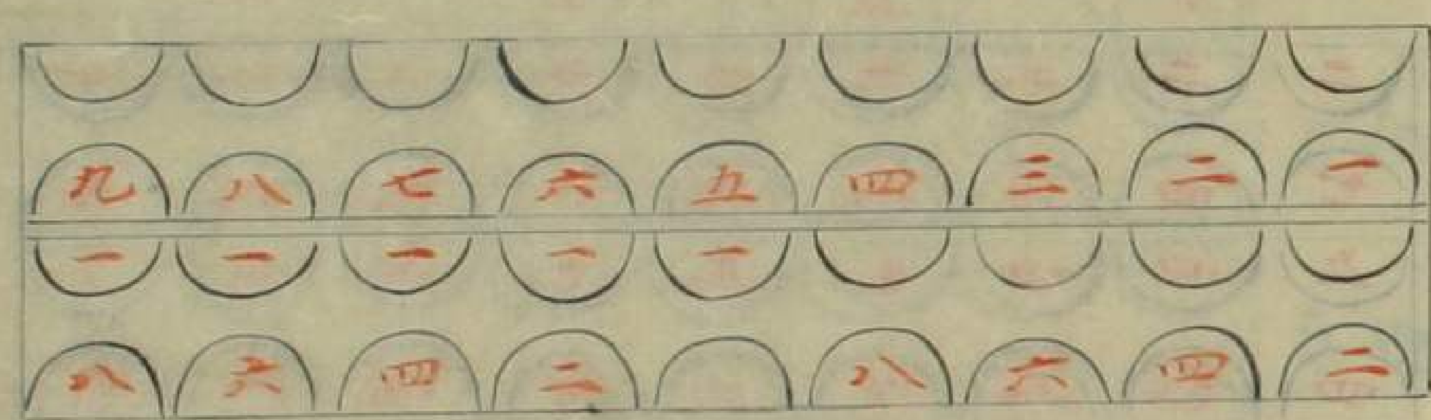
假如有軍匠一十二名、每名給工食米三石六斗、共幾何

答曰四十三石二斗

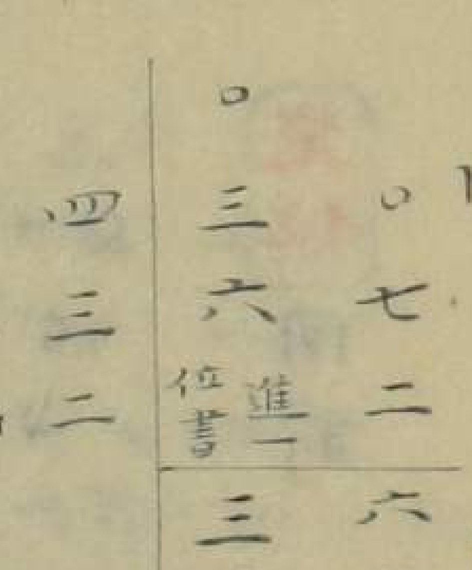
法曰、此以三石六斗為實、而以一十二名為法乘之也

宜用兩籌 法兩位故也

一十二名 法



實



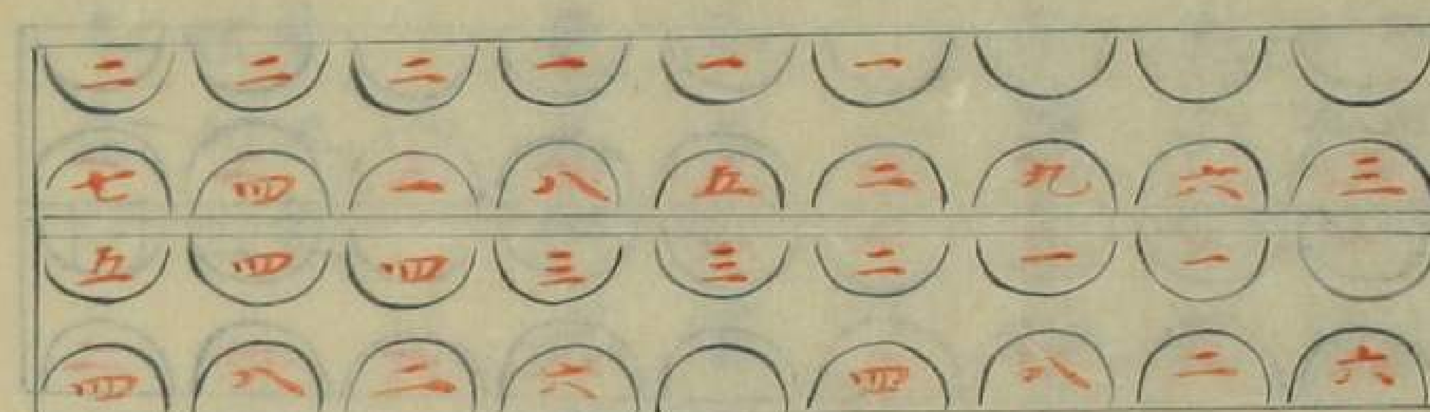
先乘六斗、取籌第六行數
次乘三石、取籌第三行數
乘訖、以併法併之、得如上數

定位法：從末位起、知末位是斗、上一位便是石、又上一位是十石、定為四十三石二斗

法實互用式

此以一十二人為實而以三石六斗為法乗之得數皆同

三石六斗 法



實 一十二人

一〇七二
〇三六

四三二
十石斗

如乗

先乗二取籌第二行數乗一位進十取籌第一行數記前併之得數

定位 同前

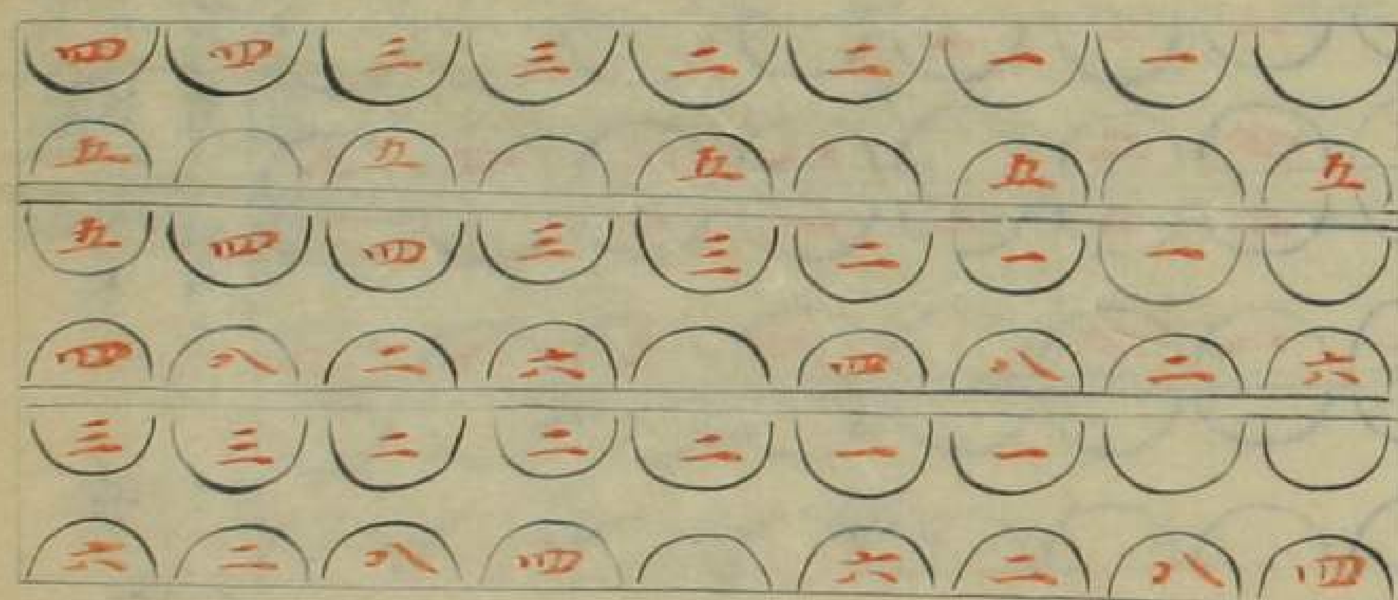
三籌為法式

假如有米七十五石每石價五銭六分四厘 問総

答曰共銀四十二両三銭

法用籌三根以價為法有三位故也

五銭六分四厘 法



實 七十五石

一二八二〇
三九四八 進一位

四二三〇〇
十両 両 銭 分 末位 厘

如乗

先乗五石取籌第五行數七十取籌第七行數記併之如上

定位法 知末位是厘上一位便是分又上銭又上両又上十両

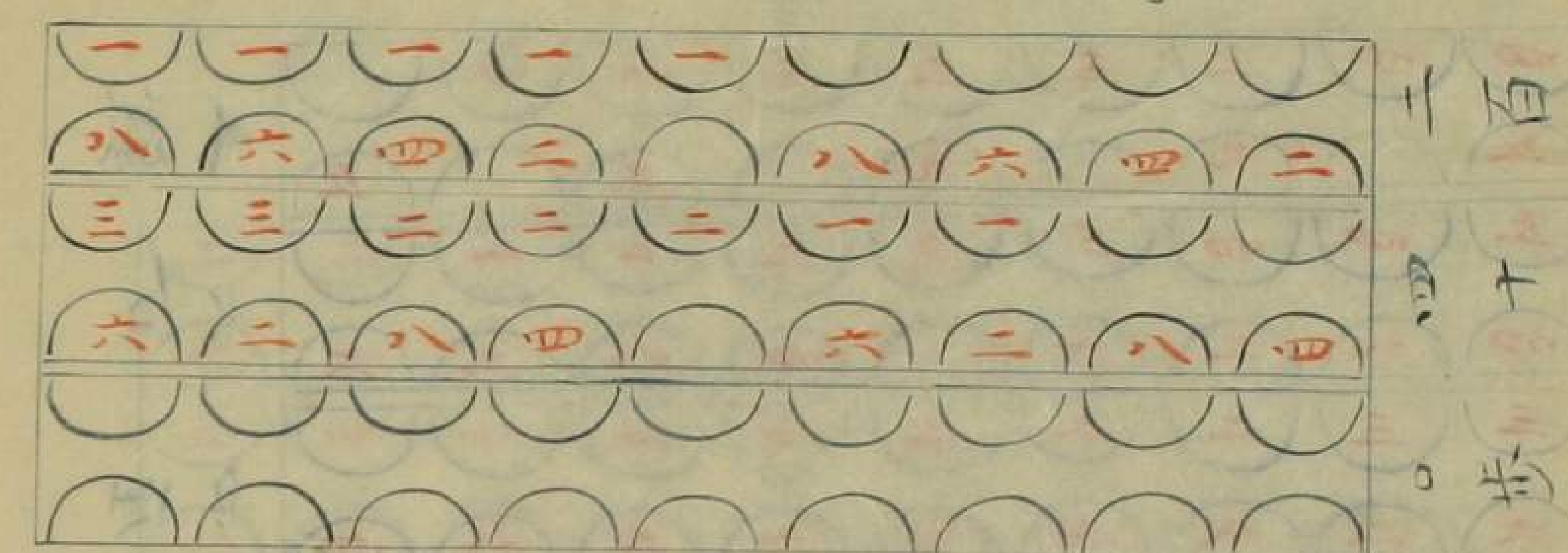
定為四十二両三銭

法尾位有空式

問田每畝二百四十步今有田一百二十五畝。該步幾何

答曰。共該三万步

法用籌三根。法有百。係三位故也



法

一一 一二。。。
三。四四八。。
三四。。
一位又進 位進一

五畝 二十 一百行

三。。。。
三万 十步 十步 百步 單位步

實

先乘畝。用籌第五行。進乘第二十行。用人進乘第一百行。用籌第一

定位法

知尾位一圈是單步。則各位皆定

又法

凡法尾空位者。省不乘。但于併數之後。補作圈于其下。以存其位。尤為簡捷

省乘位圖

一一 一二。
四八
二四
三。。。。

併數作一圈
補法尾空
止此圖

五畝 二十 一百

如上圖乘訖。併得三。。。因法尾有空。又補作一圈。是為三。。。。則知所得三万

定位法

見前

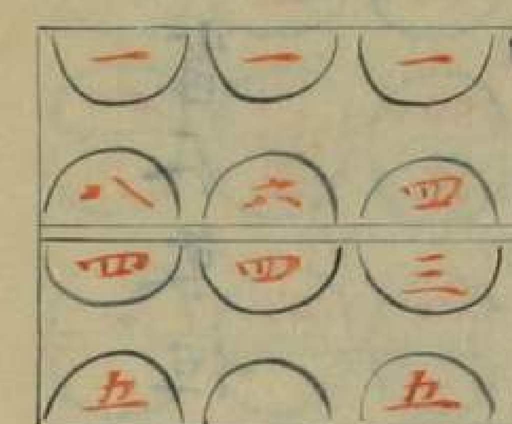
實尾有空式

假如田一十二万畝每畝徵豆二合五勺共幾何

答曰三百石

法曰此實尾有四〇也

二合五勺



法

一 ○ ○ ○ ○ ○ ○

二 五 ○ ○ 位進

五 ○ ○ ○ 五位進

○ ○ ○ 四位進

○ ○ 三位進

○ 二位進

一

三百十石石斗升合勺

三 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

實 一二○○○○

十万千百十畝

自畝至千皆空即以圖衆之用存其位

又式

首

衆 五○ 二十万畝

○ 二五 一百

位 三○○○○○○○○

圖 千石百石十石石斗升合勺

實

假如田一百二十万畝每畝徵豆二合五勺 用二五籌為法同前

如上圖衆併得三○

因原實自万至畝皆空補作五圈

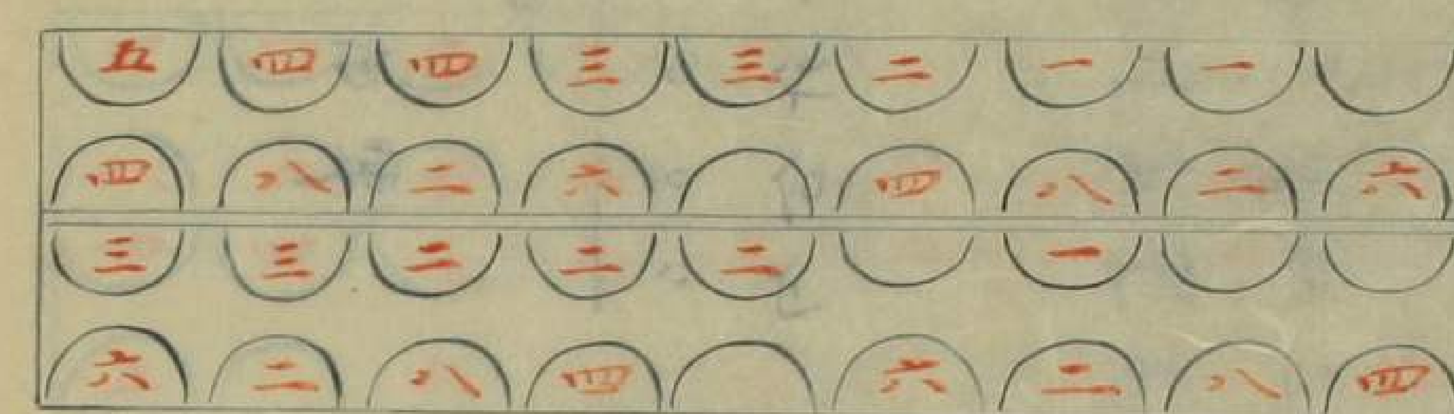
是為三○○○○○○○ ○乃以尾命為勺定所得為三千石

又若田為一畝二分則所得為三合何也畝下有分故得數之三○○其尾○又是勺下之分也此定位之精理須細審

實中位有空式

假如焦氏易林四千。九十六卦若每卦又變六十四共幾何

答曰二十六万二千一百四十四



十變
六目

法

實

三八四
六卦

五七六
九十

〇〇〇
〇

二五六
四千。

二六二一四四

十万万千百十卦

百位空作
圈存其位

又式

徑進兩位圖

三八四
六卦

五七六
九十

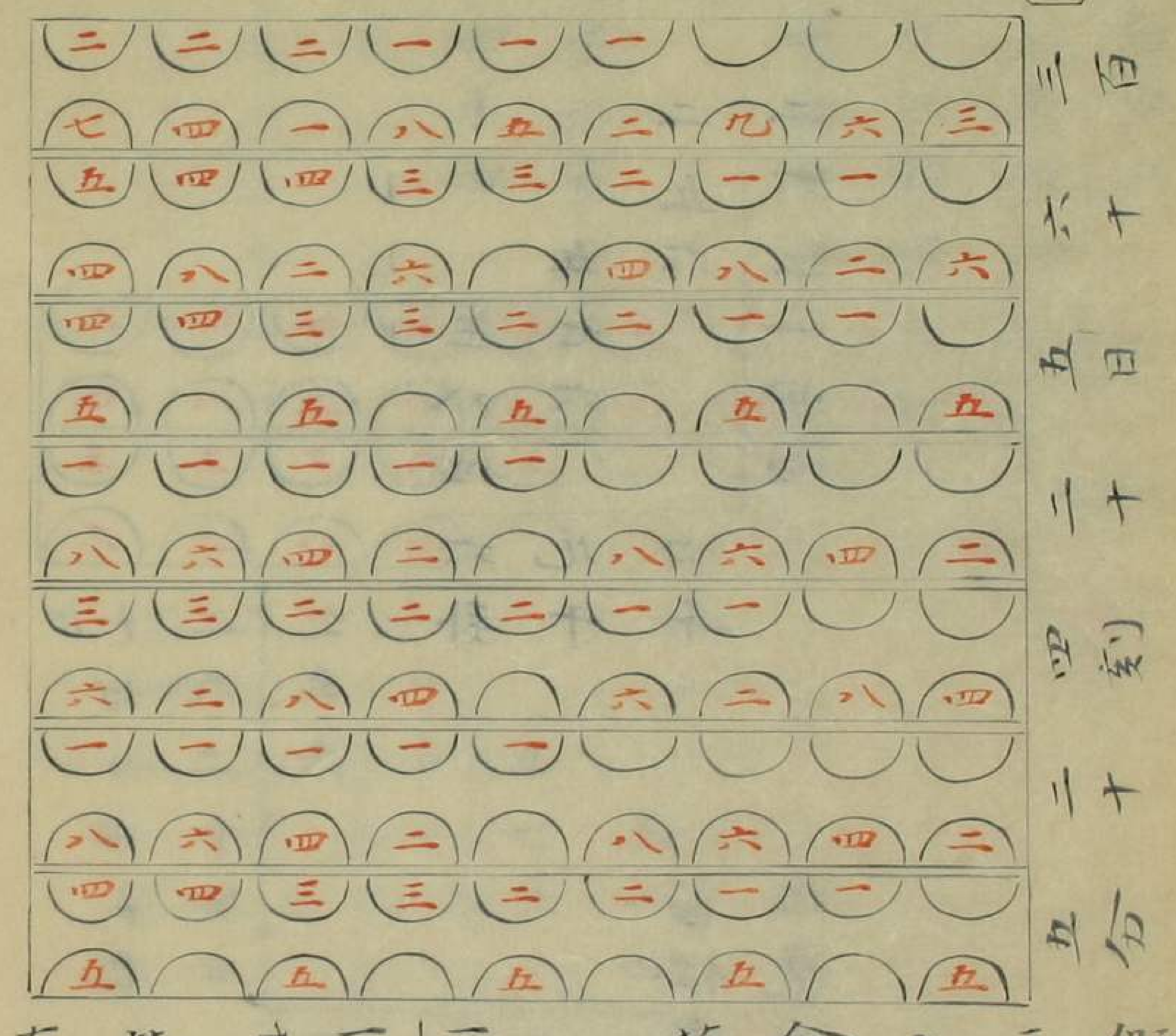
二五六
四千。

二六二一四四

百位空。省不棄。徑進兩
位棄四千

畸零式

法 三百六十五日二十四刻二十五分



假如授時暦每年
三百六十五日二
十四刻二十五分
今三百九十年該
若干日

實
三二八七一八二五 九十年
一〇九五七二七五 三百
一四二四四四五七五〇
十万千百十日十刻十分

此實尾空而法又
有畸零衆記併得

一四二四四四五七五共九位因實尾位空無零故也年用省衆法
加一〇于禾位下共十位而以尾〇命為分得一十四万二千
四百四十四日五十七刻五十〇分合問

除法

勿庵氏曰。天地之道。盈虛消息而已。無有盈而不虛。無有消而不息。乘者。息也。盈也。除者。消也。虛也。二者相反而不能相無。其數每相當不失毫釐。如相報也。邵子曰。筭法雖多。乘除盡之矣。故除法次之

解曰。除者分物之法也。原物幾何。今作幾分分之。則成各得之數。而除去原數也。有歸除。有商除。珠筭仕用籌筭則獨用商除為便。以意商量用之。故曰商除

法曰。凡除以所分之物為實。今欲作幾分分之為法。法與實須審定。倘一倒置。則毫釐千里矣。假如有糧若干分給若干人則當以糧為實。以人之數為法除之蓋糧數是所分之物人數是用以分之之法也若倒用以糧分人則所誤多矣凡法有幾位則用幾籌乃列實自上而下直書之視籌之第幾行中積數有與原實相同者或略少于實者。用其數以減原實而得初商有不盡者如法再商或三商以上皆如之實盡而止餘實不滿法以法命之

凡商數皆以籌之行數為其數假如所減是籌第一行即商一數第二行即商二數

書商數法

曰凡書商數皆與減數第一位相對若所減第一位是〇則補作〇于原實首位上而對之此定位之根

定位法

曰除畢以商得數與原實對位求之皆于法首位之上一位命為單數程大位曰歸于法前得零石法實如法而一是也

此有二法 有法少實多者從原實內尋法首位認定逆轉上一位命為單數如米則為單石錢則為單文之類既得單數則上而十百

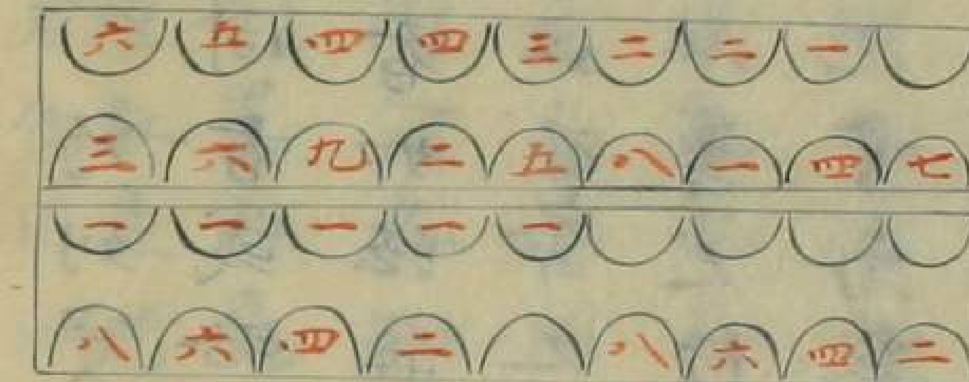
千万下而分秒忽微皆定矣此為正法

有法反多實反少者乃變法也此法從原實首位逆溯而上至法首位止又上一位命為単數此是虛位借之以求實數既得單數乃順下求之命所得為分秒之數

初商除盡式

假如太陽每歳行天三百六十度分為七十二候每候幾何度

答曰每候五度



法 此欲分為七十二分也故以七二為法用両籌

實
百 十
三 六 〇

商數
五
単度 法首 位

如圖先列三百六十度為實次簡両籌行内有三六〇與實相同用減原實恰盡次查所簡條籌之第五行商作五

又查所減第一位是三將商數五對三字書之

定位 法曰此法少于實也宜于原實内尋十度位即法首位也法首再上一位為単度定所得為五度

假令 實 是三千六百則所得為五十度如後圖

實
千 百 十 度
三 六 〇 〇

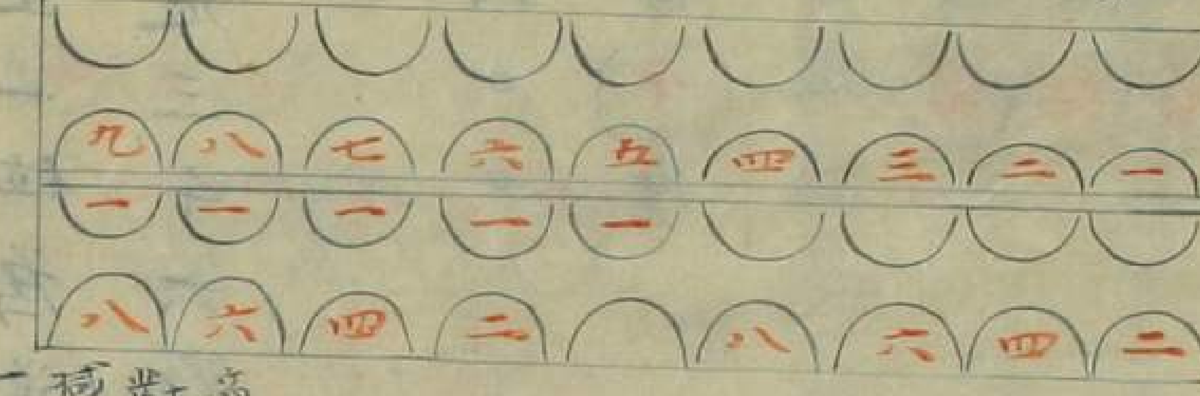
商數
五 〇
十度 単度 法首 位

定位 法曰此亦法少于實也法亦于原實内尋法首十位再上一位為単位単位空補作圏再上一位是十度定所得為五十度用籌同而得數迥異定位之法所以當明也

再商式

假如皇極經世一元共一十二万九千六百年分為一十二會各幾何

答曰每會一万〇八百年



商數對所減第一位

法 此欲分為一十二分也故以一二為法用兩籌

實 如圖列實一元總數一箇

〇一「二「九六〇〇 籌第一行是〇一

十万千百十年

二商作一數 第一行故

一 商一減實一十二万

餘九千六百不盡

再用籌如法除之

又因所減數是〇一二故于原實首補作圈而以商得一對此〇位書之 即所減籌上第一位也

此定位之根不可錯須細詳之

原實 〇一二「九六「〇〇

十万千百十年

商數 一〇八〇〇

万千百十年

法 首 位

簡兩籌第八行是〇九六與餘實相合再商八故也 第八行 咸餘實九千六百恰盡

此所減數亦是〇九六故以商得八進位書之以暗對其〇

如此審定商數位置已知不錯而初商次商隔一位不相接是得數有空位也乃于其間補作圈為一〇八

假如隔兩位則作兩圈三位以上做此求之若非于商數審其位置鮮不誤矣此算中一大關鍵也非此則不能定位

定位 訣曰此亦法少于實也從原實內尋法首十位再上一位是單年單位空補作圈又上一位是十十亦空亦補作圈又

上一位是百知所得為八百年也知百知千万矣定為一万

〇八百年

假如黄鐘之
實一十七万
七千一百四
十七其分法
二千一百八
十七問若干
分
答曰八十一
分

法 此欲分得二千一百八十七為
乃為一分故以二一八七為
法用四籌

實

二一八
二七七一四七

八

商數八
對所減
首位一
字書之

如圖列實簡
籌因無有二
行之數與實
相合乃取第
八行一七四
九六略少于
實者用之商
作八第八行
故減實一十
也七万
四千九
百六十餘實

〇二一八

二千一百八十七再商之
簡籌第一行是〇二一八七正合
餘實再商一除實恰盡
次商一進位書暗對所減〇位

原實
一七七一四七
十万千百十

商數
八一

法首位

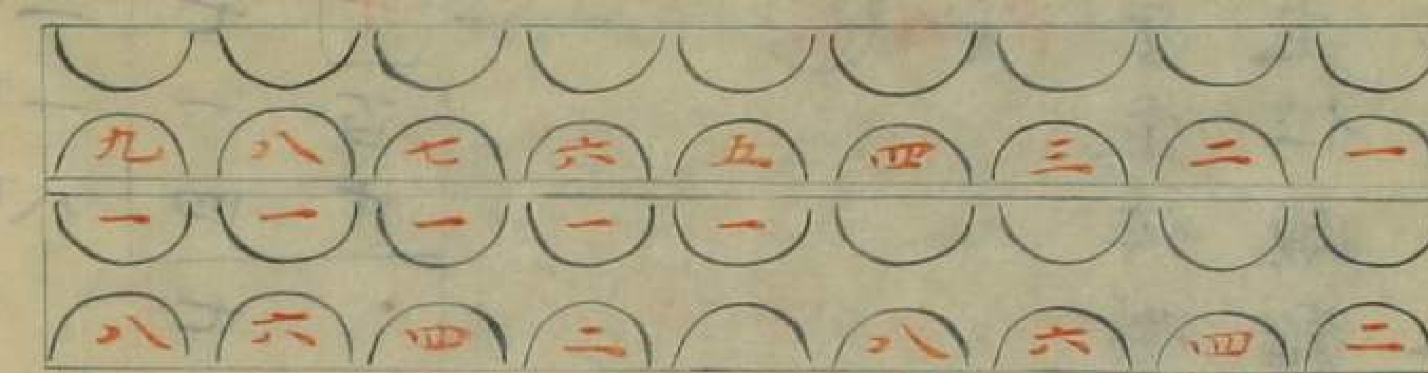
定位訣 從原實尋法首位千逆轉
上一位得単分則餘位皆定

按籌算原書于定位頗略又其為法原實橫而商數縱各居其
方不相依附定位頗難故雖曆書間有訛位今特詳之而兩兩
直書于定位尤易亦足見余之非好為異也

三商式

假如有水輪每日共轉二千二百四十四周一日十二時每時幾何

答曰每時一百八十七



法

實

千	二	一
百	二	〇
十	四	八
周	四	

一八七

此亦欲分二十一分也故用一二兩籌

如圖列實簡籌第一行是二〇一商一減實一千二百餘一千〇四十四

次簡籌第八行是九〇六商八減實九百六十仍餘八十四

末簡籌第七行四〇八商七減實盡

定位訣同前

商數對所減籌上第一位〇三商並同

四商法

假如有小珠三十四万三千一百五十四粒換得大珠重九錢六分五厘每大珠一錢換小珠幾何粒

答曰每錢換三万五千五百六十粒

此欲分為九分有奇也以錢為主則六分五厘是其奇零九分之分去聲故以九六五為法用籌三根

如後圖列實

先簡籌第三行二八九五略少于實商三減實二十八万九千五百餘實五万三千六百五十四以候續商

原實

十	三		
万	四	五	
千	三	三	五
百	一	六	四
十	五	〇	七
粒	四	九	

商數

三五五六〇

法首位

次簡籌第五行是四八二五為略少于餘
實商五減餘實四万八千二百五十仍餘十五
四百〇四以待第三商
又簡籌第五行是四八二五為略少于餘
實又商五減餘實四千八百二十五仍餘
五百七十九知尚有第四商也
又簡籌第六行是五七九〇與餘實恰合
商作六除餘實五百七十九恰盡
四次商數俱對首位

定位訣

從原實中尋法首單位逆轉上一位得單粒定所得為
三万五千五百六十〇粒命為大珠每錢所換小珠之數
五圈問曰法是錢數實是粒數不類也何定位亦如是準乎

句庵曰此定位之法所以的確不易也且錢與粒不類子疑
之固矣抑知單與單之為一類乎蓋所問是每錢若干故錢
數為單位若問每分若干則法首錢數為十位得為三千五百五十
六矣故定位須詳問意乃要訣也
法有。籌式
假如布二万
一千七百六
十八丈給與
九百〇七人
各錢何
答曰每人二十四丈

細四〇以

法

此欲分作九百〇七也故以九〇七為
法用三籌

三六二

實

万	二
千	一
百	七
十	六
丈	八

商數

二十四丈

如圖簡籌第二行
一八一四商作二減實
一万八千一百四十餘三千六百
二十八丈次簡籌第四行
三六二八商四除實盡

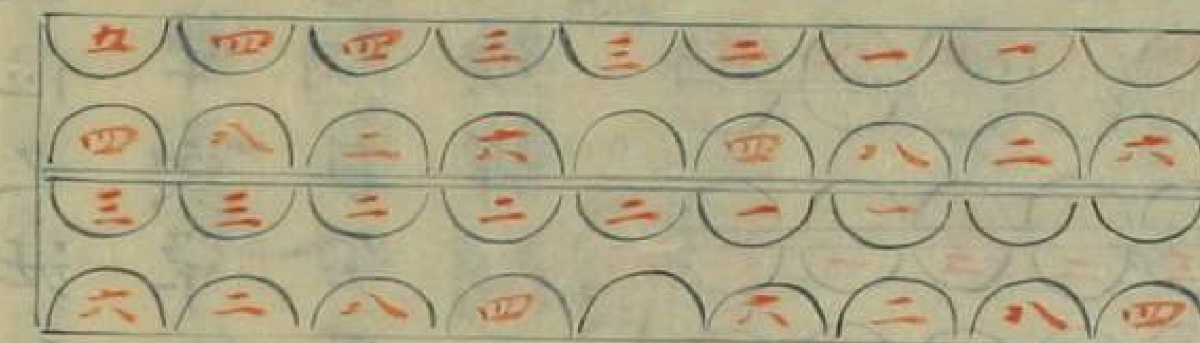
以上例皆法少于實故法首在原實中乃本法也

法多實少式即除分秒法

假如銀五百一十二兩給六百四十人各若干

答曰每人八錢

解曰凡不能成一單數者
皆分秒也故行
下有兩兩下有
錢錢下有分分
有厘厘有毫今
以兩為主則兩
為單位兩錢為
兩十之一八錢
即十分兩之八



法 此欲分為六百四十分也故以六四為法用兩籌

實 如圖列實簡籌第八行數恰合除實盡商作八第八行故又所減首位不空故商數對之

百十兩

五「一「二「

○八錢

毫

法 首 位

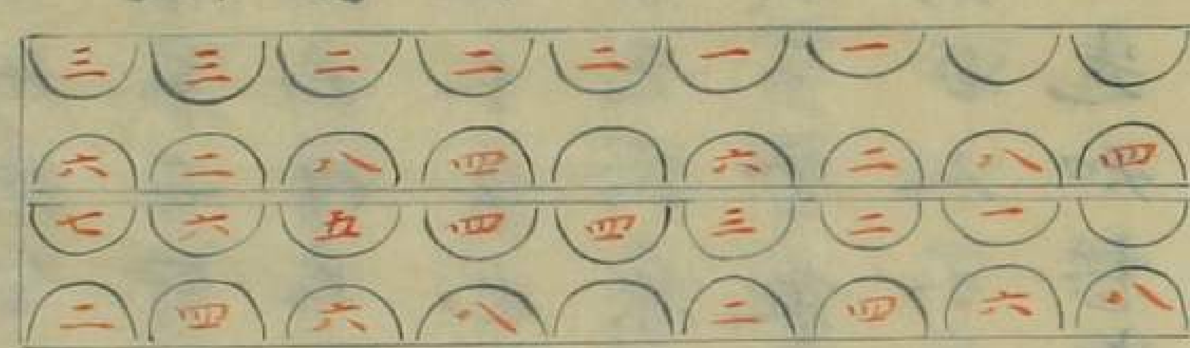
定位法 曰此法多于實也尋法首位百逆上一位是兩兩位空知是錢

又式

假如饑民四十八万口賑米三千六百石各得若干

答曰每口七合五勺

解曰此以石為單位故斗升合勺皆其分秒



法 此人分米也故以四十八万為法

實 如圖列實簡籌第七行是三三六初商
餘二百四十石次簡籌第五行是二四○次商五除盡

十万 万 千 百 十 石

○ ○ 三 六 ○ ○

二「四「

○ ○ ○ 七 五

石 斗 升 合 勺

法上一位是單石

法 首 位

列商數法同前

定位法 于原實內
尋法首位而原實
內無十万只有千
虛進一位尋万人
進一位十万十万
有法首位也再上
一位得零是單石
石○○順下斗升
倶○知所得為七
合五勺

以上兩例皆法多于實者其法首位或在原實中必原實首位也或不在原實中則在其原實上幾位也要之皆不能滿

法其所得必為分秒乃通變之法也

論曰除者分也吾欲作幾分分之則為法所分之物為實所分之物能如所欲分之數則為滿法滿法則成一整數假如三十六人分布而布有三十六丈則各人分得一丈古云實如法而一正謂此也程大位算法統宗曰歸于法前得零其意亦同此立法之本意也

乃有所分之物原少于所欲分之數是不滿法也既不滿法則不能成一整數而所分者皆分秒之數假如三十六人分布二十七丈則每人不能分一丈只各得七尺五寸是于一丈内得其七分五秒也然必先知整數然後可以知分秒故必于原實上虛擬一滿法之位若曰能如此數則分得整數矣而今不能則所分得者皆分秒也于是視所擬整數虛位距商數若干位而命之若相差一位則得為十之一如兩有錢尺有寸隔位則為百之一如兩有分丈有寸此乃通變之法要其為法上得零則一而已矣

又論曰此原實即不滿法也若餘實不滿法除之終不能盡則以命分之法御之詳後

命分法

法曰凡除法商數至單已極而有餘實不盡者不能成一整數也則以法命之此有二法

一法即以除法為命分不盡之數為得分則云幾十幾分之幾

解曰命分者以一整數擬作若干分而命之如滿此數則成一整數而今數少故命之也得分者今所僅有之數在命分數

内得若干也命分者古謂之分母得分者古謂之分子

假如古暦以九百四十分為日法毎年三百六十五日又九百四十分日之二百三十五約為四之一約法見後

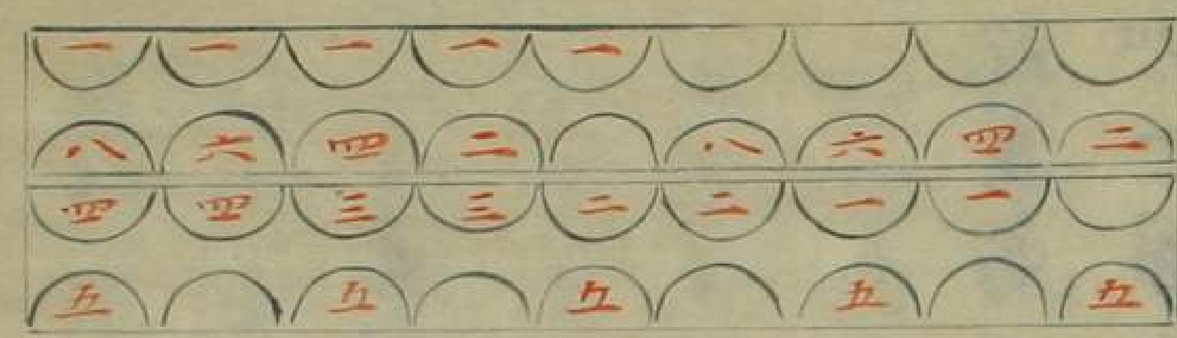
一法除之至盡古暦家所謂退除為分秒是也單下有一位命為十分之幾有两位命為百分之幾十幾三位則命分千四位則命分万皆以除得數為得分

假如授時暦法毎歳三百六十五日二千四百二十五分是以万分為日即命分也

式如後

假如五尺為歩毎方一歩積二十五尺今有積二百四十五尺得若干歩

答曰九歩又五分歩之三



二十五尺 法

實

一五
二四
百十尺

九歩

法首位

如圖列實簡籌第九行是二二五商作九第九行故減實二百二十五尺餘一十五不盡以法命之命為九歩又二十五分歩之一十五約為五之三約分法見後

若用第二命分法再列餘實加○位商之以得其分秒如後

除分秒圖

原實

二四〇
百十人
分

一五
〇

九六
步分

餘實下加一圈則一十五尺通為一百五十分可再商矣

簡籌第六行是一五〇商六分

除餘實恰盡

命為九步六分（即十分步之六）

命分第二法與法多于實除法同故皆曰除分秒也

若餘實為一十六尺則又不盡一尺法當于不盡一〇之下再加一圈為一〇〇使此一尺化為一百分而再除之得四釐

共九步六分四釐（即百分步之六十四）

約分法

約分者約其繁以從簡也

法曰毋數子數平列相減而得其紐數即以紐數為法轉除兩原數而得其可約之分

凡約分相減不拘左右但以少減多如左少右多則以左減右左多右少則以右減左若減之後或多者變而少則轉減之必減至左右相同無可減而止即紐數也（若一減之即得紐數則不必轉減）

解曰紐數者互相減之餘數相等者也以此除兩數則皆可分

乃兩數之樞紐

若相減至盡而無紐數者則不可約

假如毋數二十五子數一十五約之若干

會曰五之三

一〇　先以十五減二十五

二五　減二十五

一五　餘一十〇

轉除母二十五得五除子數一十五得三故曰五之三蓋母數是

五個五子數是三個五也

此轉減例

一〇　復以一十轉減十五

一五　餘〇五

〇五　以紐數〇五為法

一〇　復以〇五轉減一十

〇五　餘〇五左右皆五即為紐數

又如母數九百四十子數二百三十五約之若干

會曰四之一

先以二百三十五減九百四十餘七百〇五又減之餘四百七十〇又減之餘二百

三十五

二三五

四七〇

七〇五

九四〇

二三五

此不轉減例

左右皆二百三十五即紐數也

以紐數二百三十五轉除母數九百四十得四除

子數二百三十五得一故曰四之一

母數是四個二百三十五

子數是一個二百三十五

籌筭卷二

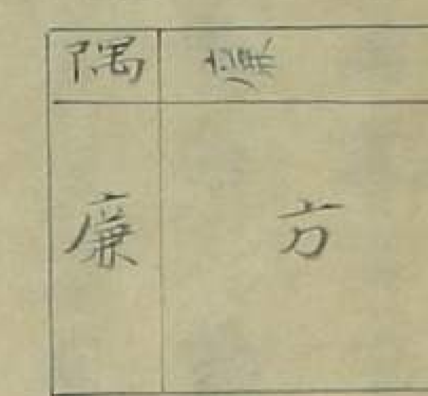
開平方法

勿庵氏曰自周髀筭經特著開平方法其說謂周公受于商高矩地規天為用甚大然有實無法故少廣之在九數别自為章今以籌御之簡易直截亦數學之一樂也

解曰平方有長濶相等之形也其中所容古謂之冪積亦曰面冪西法謂之面面有方有圓此所求者方面也其法有方有廉有隅總曰平方也冪音覓覆物巾也開亦除也以所有散數整齊而布列之為正方形故不曰除而曰開平方四邊相等今所求者其一邊之數西法謂之方根

如後圖方者初商也初商不盡則倍初商之根為廉法除之

廉隅圖



得兩廉又以次商為隅法自乘得隅隅者
以補兩廉之空合一方兩廉一隅成一正
方形

又圖

如圖一方兩廉一隅除積仍不盡則合初
商次商位之為廉法除之以得次兩廉又
以三商為隅法自乘得隅合一方四廉兩
隅成一正方形商四次以上倣此加之

解曰上兩位者自乘之積也假如方一十則其積一百方二
下則其積四百以至方九十則其積八千一百也下一位者
方根也假如積一百則其根一十積四百則其根二十乃至

平方籌式

平積				一	二	三	四	六	八
	一	四	九	六	五	六	九	四	一
根	一	二	三	四	五	六	七	八	九

積八千一百則其根九十也
開平方籌只用兩位積數何也曰開方難得者初
商耳平方積數雖多而初商所用者只兩位次商
以後皆廉積也廉積可用小籌除之開方大籌專
為初商故積止兩位
籌下一位單數也而實有百也万也百万也億也
百億也万億也百万億也皆與單同理故獨商首
位者用下位之積數焉其積自○一至○九其方根為一二三
籌上一位十數也而實有千也十万也千万也十億也千億
也十万億也千万億也皆與十同理故合商兩位者用上下
兩位之積數焉其積自一六至八一其方根自四至九

用法曰先以實列位　列至單位止實有空位作圈以存其位
次乃作點　凡作點之法皆從實單位起作一點每隔位則
點之而視其最上一點以為用
首位有點者以實首一位獨商之乃補作一圈于原實之上亦成兩位之形
首位無點點在次位者以實首兩位合商之
皆視平方大籌積數有與實相同或差小于實者用之以
減原數而得方數即初商也

定位法

曰既得初商則約實以定其位知其所得為何等或單或十或百之類以求次商
其法依前隔位所作之點總計之視有若干點
假如只一點者初商所得必單數也自方一至方九則初商已盡無次
商矣
有二點者初商所得必十數也自方一十至方九十初商十數者有次
商
有三點者初商所得必百數也自方一百至方九百初商百數者有次
商又有三商
有四點者初商千也有商四次焉
有五點者初商万也有商五次焉

次商法

曰依前術定位則知其宜有次商與否
若已開得單數雖減積不盡不必更求次商也
雖未開得單數而初商減盡亦不必更求次商也
惟初商未是單數而減積又有不盡是有次商矣　次商者

倍初商為廉法用小籌以除之（初商一則用第二籌初商七則用第一第四兩籌皆取倍數）視籌積數有小于餘實者用之為廉積視廉積在小
籌某行命為次商數

既得次商減去廉積即用次商數為隅法以求隅積
隅積小平方也即隅法自乘之數也（可借開方籌取之）
若隅積大于餘實不及減者轉改次商及減而止

以數明之假如積一百其方根十即除實盡此獨用方法無
廉隅矣若積一百四十四初商十除實百餘四十四則倍初
商之根得廿為廉法（在初商之兩旁故曰廉廉有二故倍之也）次商二以乘廉得
四十為廉積又次商二為隅法自乘得四為隅積共四十四
除實盡開其根得一十二也

商三次以上法曰次商所得尚非單數而減積之有不盡是有
第三次商矣
商第三次者合初商次商數皆倍之為次廉法　如前用籌
以除餘實求得第三商以減廉積
又即以第三商之數為隅法以求隅積皆如次商
商四次五次以上並同第三商

命分法

曰但開至單數而有餘實者是不盡也不盡者以法命
之法以所開得數倍之又加隅一為命分　不盡之數為得
分　凡得分必小于命分
亦有開未至單宜有續商而其餘實甚少不能除作單一者
亦如法命之而于其開得平方數下作圈紀其位如云平方

毎面幾十。又幾十幾分之幾　或平方毎面幾百。。又幾百幾十幾分之幾

若欲知其小分別有開除分秒法見第七巻

列商數

法曰凡初商得數而書之有二法　其法依前隔位所作點以最上一點為主凡得數皆書于此點之上一位五以上者入進一位故有二法也

其故何也五以上之廉倍之則十故發進一位以居次商四以下雖倍之猶單數也所以不同凡歸除開平方須明此理不則皆誤矣　大約所商單數必在廉法之上一位乃法上得零之理也平方有實無法廉法者乃其法也

凡次商列位亦有二法　次商用歸除除法者皆書于籌之第一位故次商以之

看次商所減之數其籌行內第一位是空與否若不空即以次商數對而書之對餘實首一位是也

若第一位是圈即次次商數進位書之以暗對其圈餘實上一位是也

知此則知空位矣次商有一定之位故空位亦一定也如次商與初商隔位則作圈隔兩位作兩圈是也

商三次以上書法並同

隅積定位

法曰凡減隅積皆視其隅數為何等隅數即次商之數也或單或十或百千等以求其積

隅數是單其減隅積亦盡于單位

隅數是十其減隅積必盡于百位
隅數是百其減隅積必盡于万位
隅數千其隅積必百万
隅數万其隅積必億
每隅數進退一位則隅積差兩位隅積小平方也故皆與初商同理
還原法曰凡開方還原皆以所開得數為法又為實而自相乘
之有不盡有以不盡之數加入即得原數
假如有積三百六十平方開之
二、列位單位作圈作點從單位起
〇三、六〇、視首位有點以首位三百獨商之
一乃視平方籌積數有小于〇三者是〇一也〇

一之方一故商一十有二點故初商是十
于原實內減去方積一百餘二百六十初商是十知有次商
以上一點為主凡得數皆書于此點之上一位此常法也
四以下用常法
次倍初商一十作二十用第二籌為廉法
二八視籌第九行積一八小于二六次商九于初商
〇三、六〇、一十之下去廉積一百八十餘八十所減數在籌上一位
一九不空故以商數九對餘實首位書之
次以次商九為隅法其隅積八十一大于餘實不及減廐轉
改次商為八視籌之第八行積數一六減廉積一百六十餘
一百所減第一位不空故對位書之

一〡 乃以次商八為隅法減隅自乘積六十四餘三

二三六 十六不盡

〇三六〢 隅數單故減隅積亦盡于單位

一八 命分 初商一十次商八共一十八是已開至單位也

而有不盡當以法命之 以平方一十八倍之又加隅一共

三十七為命分

命為平方一十八又三十七分之三十六

還原法

一四四八 以平方一十八用籌為法即以平方一十八

〇一八一 為實而自相乘之得三百二十四加入不盡

三二四 之數三十六共得三百六十如原數

命分還原論詳別卷

假如有積一十二万九千六百平方開之

列位 作點 視首位無點點在次位以兩位一十二万

三 三〡

一二九六〡、〇、 合商之

三六〇 乃視平方籌積有小于一二者是〇九其

方三也于是商三百 三點故初商百 減去方積九万餘三万九千六

百 初商百故知有次商 次倍初商三百作六百用第六籌為廉法

視籌第六行積數三六小于三九次商六十于初商三百之

下減去廉積三万六千餘三千六百 所減首位不空故對書之次以次商

六十為隅法減隅積三千六百恰盡隅數十故減隅積必盡于百位
凡開得平方三百六十。開方雖未至單減積已盡是方
而無單數也後倣此

還原法

二一六六
一〇八三
一二九六〇〇

以所得平方三百六十。為法為實而自相乘
之得一十二万九千六百〇〇如原數

假如有積一千平方開之

一〇〇〇
〡〡四八九

三列位作點
視點在次位。以首二位一千。百合商之
三一餘
乃視平方籌小于一〇者〇九也〇九之方三

商作三十二點故初商十減方積九百餘一百
次以初商三十倍作六十用第六籌為廉法
視第六籌第一行是。六小于一百次商一于初商三十之
下減廉積六十餘四十所減是〇〇六首位空也故書于進位以對其〇今雖對于餘實以所減六
十言之猶進位也列位之理明矣
次以次商一為隅法減隅積一餘三十九不盡隅積盡單位
所開已至單位而有不盡以法命之倍所商三十一又加隅
一共六十三為命分
命為平方三十一又六十三分之三十九
此以上皆初商四以下列位之例皆以最上之一點為
主而書其初商所得數于點之上一位乃常法也

假如有積四千〇九十六平方開之

列位　作點

〇、四一
四〇九六
六四廉法

視點在次位以四千〇百合商之

乃視平方籌積數有三六小于四〇其方六

也商作六十二點故初商十減方積三千六百餘四

百九十六初商十故知有次商

以最上一點為主而書其得數于點之上兩位乃進法五

以上用進法

次倍初商六十作一百二十為廉法用第一第二兩籌

視籌第四行積數四八小于餘實次商四于初商六十之下

減廉積四百八十餘一十六所減是〇四八首位空也故次商四進位書之若初商不進則

次商同位矣

次以次商四為隅法減隅積一十六恰盡隅數單故隅積盡單位

凡開得平方六十四

假如有積八千〇九十九以平方開之

列位　作點

一
二七
一六、五八
八〇九九
八九分命

視點在次位以八千〇百合商之

乃視平方籌有六四小于八〇其方八也于

是商八十二點故初商十除實六千四百餘一千六

百九十九初商是十宜有次商

次以初商八十倍作一百六十為廉法用第一第六兩籌

合視兩籌第一行積一六與餘實同宜商一十因無隅積改
用第九行一四四次商九于初商八十之下減廉積一千四
百四十餘二百五十九所減第一位不空故對位書之
次以次商九為隅法減隅積八十一仍餘一百七十八不盡
隅數單隅積盡單位
已開至單位而有不盡以法命之　應倍所商八十九又加
隅一共一百七十九為命分
命為平方八十九又一百七十九分之一百七十八因少一數故不能成九十之方

假如有積二千五百四十八万二千三百〇四平方開之
列位　作點

二五、四八、二三〇四、
〇七、六
視點在次位以二千五百万合商
之
五〇四八廉法
乃視平方籌積有二五與實相同
其方五也商五千四點故初商千
除方積二千五百万餘四十八万
二千三百〇四初商千有次商
又法既以四點知所得為五千倍之則為一万即廉法也法上一位便是單進上三位則五千位矣
次倍初商五千作一万為廉法　用第一籌
視籌第四行積四與餘實同次商四十于初商五千之隅位
減廉積四十万餘八万二千三百〇四所減是〇四故進位書之以對其〇然與
初商五千猶隔一位故知所得為四十此定位之法之妙也
次以次商四十為隅法減隅積一千六百餘八万〇七百〇

四隅數十故減隅積盡于百位商至十有末商
次合初商次商倍之得一万〇〇八十為廉用第一第八并
二空位共四籌
大凡商五數以上則其廉法視所商方數必進一位不論初商次商皆然若四以下則其廉法視方數必同位亦初商次商書然
合視籌內第八行積數八〇六四小于餘實之次商八千先
商五千〇四十之下減廉積八万〇六百四十餘六十四此所減第一位亦是〇故商數八亦進位書之以對其〇
次以末商八為隅法用減隅積六十四恰盡隅數是單故減隅積亦必盡于單位
凡開得平方五千〇四十八

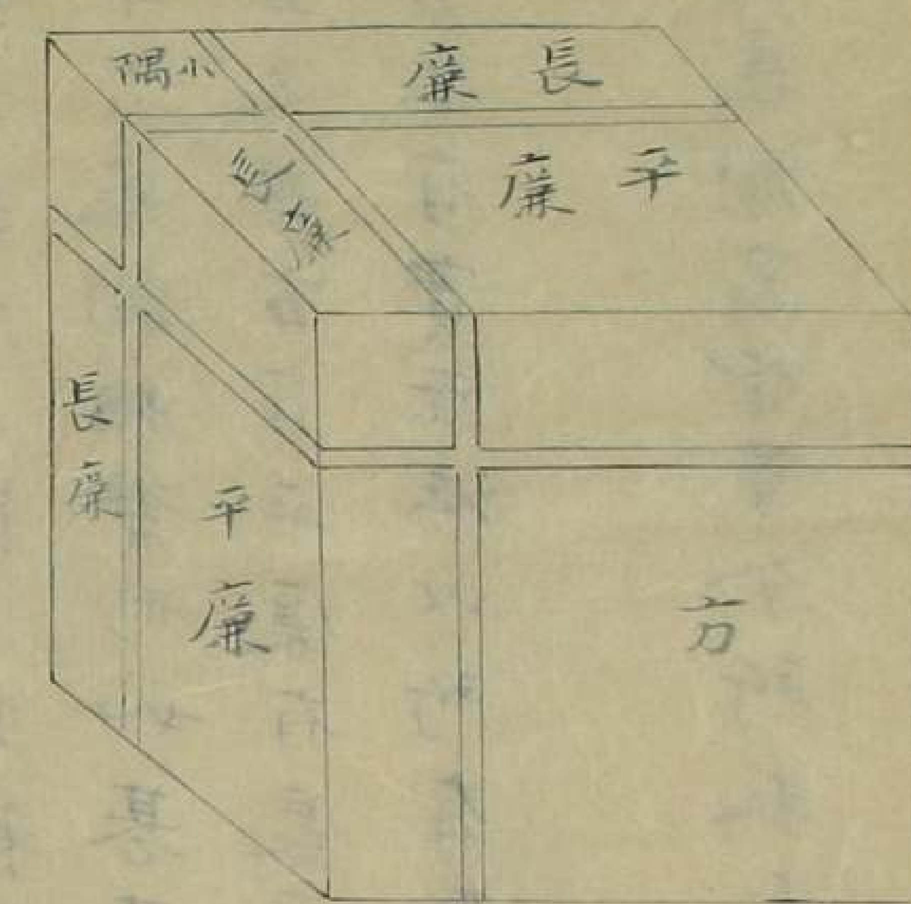
以上皆商五以上進書例也
問常法中有初商得二或四者進法中有初商得七或九者
並雜見開方分秒法并開方捷法中

籌算卷三

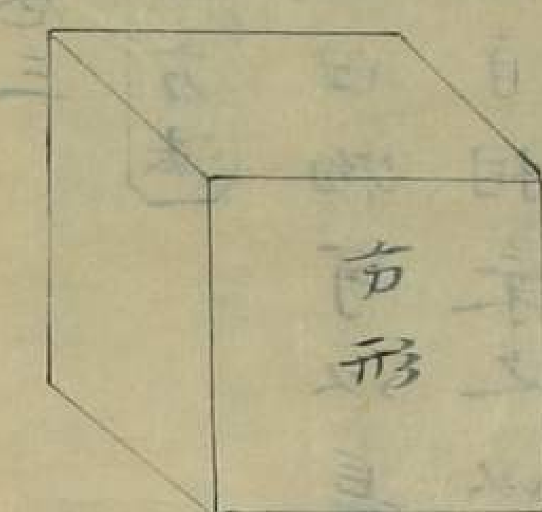
開立方法

勿菴氏曰物可以長短度者泰西家謂之線線之原度一衡
縮而自相乘之以得其冪積者平方也西法謂之方面方面
與線再相乘而得其容積則立方也西法謂之體
解曰平方長濶相等形如碁局立方長濶高皆相等形如骰子
細分之有方有平廉有長廉有小隅總曰立方
立方亦有實無法以所有散數整齊之成一立方形故亦曰
開
立方長濶高皆等今所求者其一邊之數故西法亦曰立方
根

商兩位総圖



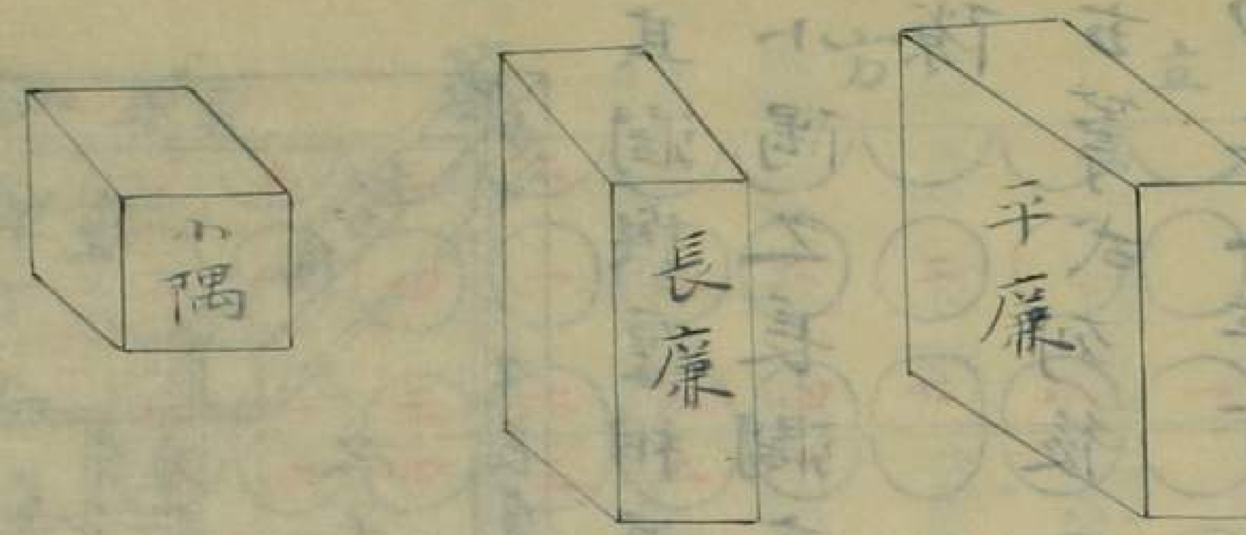
散圖



如圖方者初商也初商不盡則再商之于是有三平廉三長廉一小隅共七并初商方形而八合之成一立方形

如圖兩形者長濶高皆如初商之數

方形只一



如圖平廉形者長濶相同皆如初商數其厚則如次商數

平廉形凡三以輔于方形之三面

長廉者長如初商數其兩頭高與濶等皆如次商數

長廉形亦三以補三平廉之隙

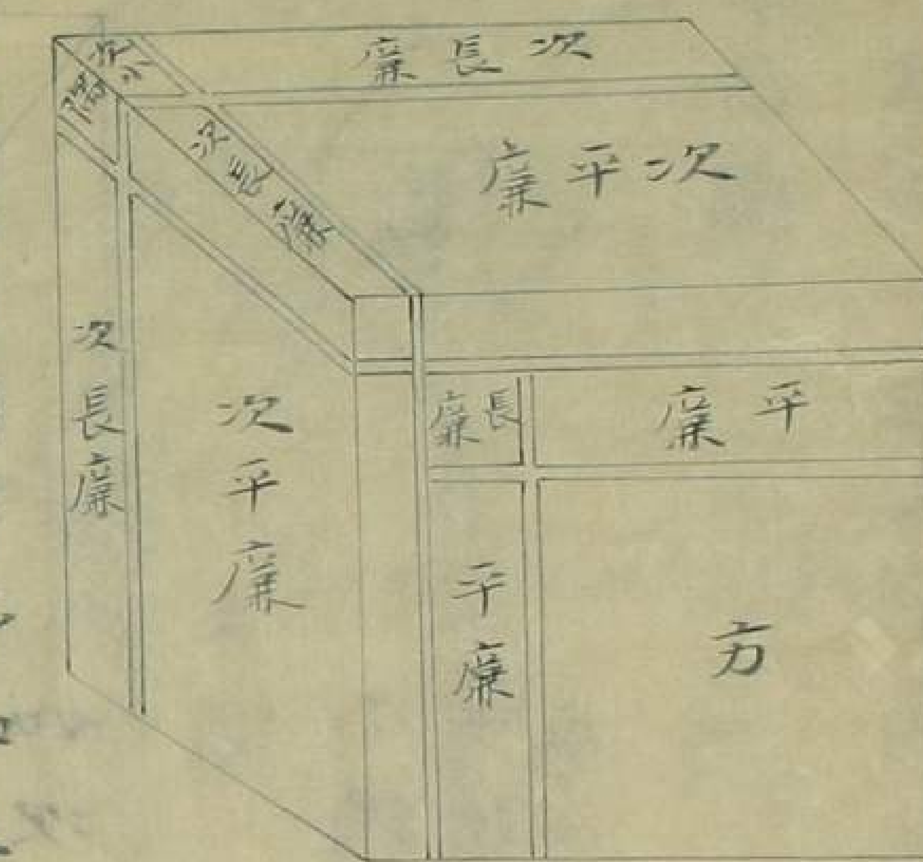
小隅者長濶高皆等皆如次商數

其形只一以補三長廉之隙

商三位圖

如後圖一方三平廉三長廉一小隅除實仍不盡則更商之

商三位圖



又得次平廉次長廉各三次小隅一合之共十五形湊成一大立方形　次平廉之長濶相等皆如初商并次商之數厚如三商數其形三以輔初商并次商合形之外次長廉之長如初商并次商之數其濶與厚相等皆如三商數其形亦三以補次平廉之隙次小隅之長濶高皆等皆如三商數其形只一以補次長廉之隙

立方籌式列後

解曰上三位者自乘再乘之積也假如根一十則其積一千根

立方籌式

二十則其積八千乃至根九十則其積七十二万九千也次兩位者自乘之積即平方也置于立方籌者以為廉法之用假如初商一百則其平廉亦方一百其積一万乃至商九百則其平廉方九百而積八十一万也又如次商一十則其長廉之兩頭亦必方一十而積一百乃至次商九十則其長廉之兩頭必方九十而積八千一百也　下一位者方根也假如立積一千則其根一十立積八千則其根二十乃至積七十二万九千則其根九十也

立方籌三位何也自乘再乘之數止于三位也且以為初商之用故只須三位其餘實雖多位皆廉積耳

商數	積數		
一點 商單	單	十	百
二點 商十	千	万	十万
三點 商百	百万	千万	億
四點 商千	十億	百億	千億
五點 商万	一万億	十万億	百万億
六點 商十万	千万億	兆	十兆

法從積單位起滿三位去之餘為初商實

用法曰先以積列位至單位止無單者作圈以存其位

次作點從單位點起每隔兩位作一點即滿三位去之之法也點記視

最上一點以為用

點在首位者獨商之以首位為初商之實

單數商法也 若千若百万若十億若万億若千万億凡

以三位去之餘一位者皆與單法同

點在次位者合首兩位為初商之實

十數商法也 若百若千万若万億若十万億若兆凡以

三位去之餘二位者皆與十同法

點在第三位者合首三位為初商之實

百數商法也 若十万若億若千億若百万億若十兆凡

以三位去之餘三位者皆與百同法

又法視其點在首位則于原實之上加兩圈點在次位者上

加一圈皆合三位而商之

次以初商之實與立方籌相比勘視立方籌積數有與實相

同或差小于實者用之以減原實而得其立方之數即初商

也

定位法 曰既得初商則約實以定位知所得立方為何等（或單或十或百等）以知有續商與否 皆以前所作點而合計之視有若干點而命之

假如只有一點則商數是單 初商已得單數無次商

有二點者商數十 初商十數者有商兩次焉

有三點者商數百 初商百數者有商三次焉

四點商千 五點商万 每多一點則得數進一位而其商數亦多一次皆以商得單數乃畫也

減積法曰凡初商減積皆止于最上點之位

次商法 曰依前定位若初商未是單而減積未盡是有次商也

次商者有平廉法有長廉法有隅法（解曰平廉法古曰方法長廉法古曰廉法以後或曰平廉長廉從質也或曰方法廉法從古也）

先以所得初商數三之為廉法

又以初商數自乘而三之為方法 以方法用籌除餘積以得次商（以列位之法定之其法見後）

既得次商用其數以乘方法為三平廉積

又以次商自乘以乘廉法為三長廉積

其次商即為隅法 以隅法自乘再乘得小立方積為隅積

乃併三平廉三長廉一小隅積為次商廉隅共積

若此廉隅共積與餘積適等或小于餘積則減而去之視其仍餘若干以為用（或續商或以法命之）

若共積反大于餘實不及減轉改次商及減而止（若次商單一而

無減以法命之

商三次法 曰次商尚未是單而減積未盡是有第三次商也
第三次商有合初商次商得數而三之為廉法
又合初商次商得數自乘而三之為方法 如前以方法用
籌除餘實求得第三商 亦以列位法詳其所得
既得第三商如前求得三平廉三長廉一小隅積以減餘實
其法並同次商
四次以上皆同法

命分法 曰但商得單數而有不盡則以法命之 未商得單數
而餘實甚少不能商單一者亦以法命之
其法以所商立方數自乘而三之 如平廉 又以立方數三之 如長廉 又加單一 如小隅 併三數為命分不盡之數為得分 其命
分必大于得分

列商數法曰依前隔位作點以最上一點為主而論之有三法
凡商得立方一數者于此點之上一位書之 或單或一十或一百或一千
並同 此常法也
若商得立方二三四五者于此點之上兩位書之 單十百千其法並同
乃進法也
若商得立方六七八九者于此點之上三位書之 單十百千其法並同
乃超進法也
平方只有進法而立方有 法何也平方以廉法為法而平
方只二廉故其廉法之積數只有進一位故止立進法與

常法為二也立方以方法為法而立方有三平廉故其方
法之積數有進一位進兩位故立進法超進法而與常法
為三也其預為續商之地使所得單數居于法之上一位
則同

假如立方單一其方法單三　若立方單二則方法一十二
變為十數進一位矣故單一用常法而單二即用進法也
又如立方單五其方法七十五　若立方單六則方法一百
〇八又變百數進兩位矣故單五只用進法而單六以上
必用超進之法也

假如立方一十其方法三百　若立方二十則方法一千二
百變千數進一位矣故一十只用常法而二十即用進法
也
又如立方五十其方法七千五百　若立方六十則方法一
万〇八百又變万數進兩位矣故五十仍用進法而六十
以上必用超進之法也

若宜進而不進宜超進而不超進則初商次商同位矣不宜
進而進則初商次商理不相接矣此歸除開立方之大法
也

其次商列位理本歸除以所減積數首一位是空不是空定其
進退皆同平方　商三次以上並同

隅積法 曰隅法單隅積畫單位　隅法是十隅積畫于千位
隅法百隅積畫百万之位　以上倣求　大約隅法大一位

則隅積之三位

還原法 曰置開得立方數為實以立方數為法乘之得數再以立方數乘之有不盡者加入不盡之數即得原實

假如有積一千三百三十一立方開之

列位　作點從單位起

。視首位有點以。。一千為初商之實

。、一三三一、乃視立方籌有。。一其立方一千是商

一一十有二點故商十減去立方積一千餘三百三

十一初商十有有次商也

以最上點為主商一數者書于點之上一位常法也

次以初商一十而三之得三十為廉法

又以初商一十自乘而三之得三百為方法用第三籌

視籌第一行積數。三與餘實同次

。。、。一三三一、商一千初商一十之下。減積首位是故進位書

于一十之下以暗對其。

一一于是以次商一乘方法仍得三百為平廉積　又以次商一

自乘仍得一用乘廉法仍得三十為長廉積　又以次商一

自乘再乘皆仍得一為隅積　併三積共三百三十一除餘

實恰盡

還原 凡開得立方一十一以立方一十一自乘得一百二十一又以一十一再乘合原積

假如有積一十二億五千九百七十一万二千立方開之

列位　作點

視首位有點以〇〇一十
〇〇一、二五九、七一二、〇〇〇、
一〇八〇
億為初商之實
乃視立方籌有〇〇一其方亦一千是商一千減立方積一十億餘二億五千九百七十一万二千
次以初商一千而三因之得三千為廉法
又以初商一千自乘得一百万而三之得三百万為方法 用第三籌
視第三籌之第八行積數二四小于餘實次商八十于初商一千之下一位所減首位不空故次商八書本位而上一位作〇因與次商隅位故知其是十
就以次商八十乘方法三百万得二億四千万為平廉積
又以次商八十自乘得六千四百用乘廉法三千得一千九百二十万為長廉積 又次商八十自乘再乘得五十一万二千為隅積 併三積共二億五千九百七十一万二千除實盡
凡開得立方一千〇八十〇 初商千次商〇八是十而除實已盡是所商単位亦〇也此列位之妙
以上皆商得一數例也 皆以最上一點為主而以初商得數書于點之上一位乃常法也惟商得一數者可用常法一十一百一千一万並同
假如有積九千二百六十一立方開之
列位 作點
視點在首位以〇〇九千命為初商之實

一⌉、
乃視立方籌積有小于〇〇九者〇〇八
〇〇$\boxed{九}$二⌉六⌉一⌉、
也其立方二于是商二十二點故初商十減立方
二一
積八千餘一千二百六十一
以最上一點為主而以得數書于點之上兩位乃進法也
商二至五之法也
次以初商二十用三因之得六十為廉法
又以初商二十自乘得四百而三因之得一千二百為方法
用第一第二兩籌
合兩籌第一行積一二與餘實相同次商單一于初商二十
之下所減首位空宜進書也若初商不先用進法則無以處次商矣故進法自商二始
就以次商一乘方法仍得一千二百為三千廉積又以次

商一自乘得一用乘廉法仍得六十為三長廉積又以次商一自乘
再乘皆仍得一為隅積 併三積共一千二百六十一除實盡
凡開得立方二十一
假如有立方積三万二千七百六十八立方開之問得若干
列位作點
五⌉、
視點在次位以〇三万二千為初商之實
〇$\boxed{三二}$七⌉六⌉八⌉、
乃視立方籌積小于〇三二者是〇二七
三二首法
其立方三也于是商三十二點故初商十減立方
積二万七千餘五千七百六十八
次以初商三十用三因得九十為廉法
又以初商三十自乘得九百而三之得二千七百為方法用

第二第七兩籌

合視兩籌第二行積。五四小于餘實次商草二于初商三十之下所減首位。宜進書以對其。就以次商草二乘方法得五千四百為平廉積　又以次商自乘得四用乘廉法得三百六十為長廉積　又以次商自乘再乘得八為隅積　併三積共五千七百六十八除實盡

凡開得立方三十二

假如有立方積一十一万七千六百四十九立方開得若干

列位作點

視點在第三位以一十一万七千為初商之實

乃視立方籌積有小于一一七者。六四也其立方四于是

五「三「

一一七「六「四「九、

四九首法

商四十二點故初商十減立方積六万四千餘五万三千六百四十九、次以初商四十用三因之得一百二十為廉法

又以初商四十自乘得一千六百而三之得四千八百為方法用第四第八兩籌

合視兩籌第九行積數四三二小于餘實次商九于初商四十之下所減首位不空故本位書之

就以次商九乘方法得四万三千二百為平廉積　又以次商九自乘得八十一用乘廉法得九千七百二十為長廉積　又以次商九自乘再乘得七百二十九為隅積　合計廉隅三積共五万三千六百四十九除實盡

凡開得立方四十九

假如有積一千六百六十三億七千五百万立方開得若干

列位　作點

四一

一六六三七五○○○○○○

五五○。首法

視點在第三位以一千六百六十億為初商之實乃視立方籌有小于一六六者是一二五其立方五也商作五千四點商千除立方積一千二百五十億餘四百一十三億七千五百万

次以初商五千用三因之得一万五千為廉法

又以初商五千自乘得二千五百万而三因之得七千五百万為方法　用第七第五兩籌

合視兩籌第五行積三七五小于餘實次商五百于初商五千之下所識首位不空故書本位

就以次商五百乘方法得三百七十五億為平廉積　又以次商五百自乘得二十五万用乘廉法得三十七億五千万為長廉積　又以次商五百自乘再乘得一億二千五百万為隅積　併三積共四百一十三億七千五百万　除實盡

凡開得立方五千五百。

以上乃商得二三四五之例也　皆以最上一點為主而以初商所得進書點之上兩位進法也初商得二三四五者用進法單十百千並同

假如有積二十六万二千一百四十四立方開之

列位 作點

四六、 視點在第三位以二十六万二千為初

二六二 一 四四、 商之實

乃視立方籌有小于二六二者二一六

法 六四首

也其立方是六商六十 二點商十 減立方積二十一万六千餘四

万六千一百四十四

以最上一點為主而以得數書于點之上三位超進法也

乃商六至九之法也

次以初商六十用三因之得一百八十為廉法

又以初商六十自乘得三千六百而三因之得一万〇八百

為方法 用第一空位第八三籌

合視籌第四行積四三二小于餘實次商四于初商六十之

下 所減首位是。故進位書之以對其。

就以次商四乘方法得四万三千二百為平廉積 又以次

商四自乘得一十六用乘廉法得二千八百八十為長廉積

又以四自乘再乘得六十四為隅積 併三積共四万六

千一百四十四除實盡

凡開得立方六十四

假如有積三十七万三千二百四十八立方開之

三〇、

列位 作點

三七三 二 四 八、 視點在第三位以三十七万三千為初

法 七二首 商之實

乃視立方籌積有小于三七三者是三四三其立方七也商

七十（二點商十）減立方積三十四万三千餘三万〇二百四十八

次以初商七十用三因之得二百一十為廉法

又以初商七十自乘得四千九百之得一万四千七百為

方法（用第一第四第七三籌）

合視籌第二行積二九四小于餘實次商二于初商七十之

下（所減首位空故進位書之）以對其〇

就以次商二乘方法得二万九千四百為平廉積

自之得四用乘廉法得八百四十為長廉積 又以二

再乘得八為隅積 併三積共三万〇二百四十八除實盡

凡開得立方七十二

假如有積五十三万一千四百四十一立方開之

列位 作點

一九、

五三一 四四一

八一（法首）

視點在第三位以五十三万一千為初

商之實

乃視立方籌積有五一二小于五三一

其方八也商八十（二點商十）減立方積五十一万二千餘一万九

千四百四十一

次以初商八十用三因之得二百四十為廉法

又以八十自乘得六千四百三之得一万九千二百為方法

（用第一第九第二三籌）

合視籌第一行是一九二小于實次商一于初商之下 就

以次商一乘方法為平廉積 又以一自乘用乘廉法為長廉積 又以一自乘再乘為隅積 併三積共一万九千四百四十一除實盡

凡開得立方八十一

假如有積九十七万〇二百九十九立方開之

列位 作點

二「四「一「

$\boxed{九七〇}$ 二「九「九「

視點在第三位以九十七万〇為初商之實

乃視立方籌有七二九小于九七〇其九九法 九九首方九也商九十 二點商十 减積七十二万九千餘一十四万一千二百九十九

次以初商九十三之得二百七十為廉法

又以九十自之得八千一百而三之得二万四千三百為方法 用第二第四第三三籌

合視籌第九行是二一八七小于餘實次商九于初商九十之下 所减首位不空故本位書之

就以次商九乘方法得二十一万八千七百為平廉積 又以九自乘得八十一以乘廉法得二万一千八百七十為長廉積 又以九自乘再乘得七百二十九為隅積 併三積共二十四万一千二百九十九除實盡

凡開得立方九十九

此以上皆初商六七八九之例也 其皆以最上一點為主

而以得數書于點之上三位乃超進法也初商六七八九
用超進之法單十百千並同

命分 例

假如有立方八百一十尺問立方每面各若干
列位作點 點在第三位以八百一十〇尺為初商之
八一 實
八「一「〇、 視立方籌有小于實者為七二九其立方
九 九商九尺減積七百二十九尺餘八十一尺
此商數已至單尺而有不盡當以法命之
法以商數九自乘八十一而三之得二百四十三如平廉三又置商
數九而三之得二十七如長廉加小隅一共二百七十一為命
分
命為立方每面九尺又二百七十一分尺之八十一
此商得單數而有不盡以法命之之例也
又如有立方積一億二千五百七十五万尺問立方若干
列位作點 點在第三位以一億二千五百万
一「二「五「、七五〇「、〇〇〇、 尺為初商實
五〇〇 視立方籌有一二五恰與實合商五百
尺減實一億二千五百万尺餘七十五万〇〇〇〇尺
有三點故知所商是五百尺宜有第二商第三商也
乃以初商五百尺自乘二十五万尺而三之得七十五万尺為平廉法又
以初商五百尺三之得一千五百尺為長廉法

視餘實七十五万尺僅足平廉之數而無長廉知第二商第三商
皆空也補作兩圈而以法命之
法以平廉法長廉法合數加小隅一共七十五万一千五百〇一尺為命分
命為立方每面五百尺又七十五万一千五百〇一分尺之
七十五万〇〇〇
此商數雖未至單而餘實甚少不能成一整數亦以法命之
之例也