

曆算全書

塹堵測量 卷一 卷二

第八冊



二奴5
1614
8

塹堵測量目錄

卷一

總論

立三角法摘錄

渾圓容立三角法

卷二

句股錐形

句股方錐形

方塹堵內容圓塹堵法

圓容方直儀簡法 附郭太史本法

角即弧解





兼濟堂纂刻梅勿菴先生曆算全書

漸堦測量

宣城梅文鼎定九著

相鄉魏荔彤念庭輯

男

乾敬一元

士敏仲文

士說崇寬同校正

錫山後學楊作枚學山訂補

總論

漸堦測量者句股法也。以西術言之。則立三角法也。古九章以

漸堦測量目錄



立方斜剖成整堵其兩端皆句股再剖之則成錐體而四面皆句股矣。仕以此錐體之一面平實為底則其銳上指環而視之皆成立面之句股而各有三角三邊故謂之立三角也。

立三角之法以測體積方圓斜側靡所不通其測渾圓之弧度則有二理其一用視法如弧三角取註用三角三弧之正弦切線移於平面謂之渾圓立即成三層句股相似之比例今謂之渾圓容立三角也其一不用視法而用實數如句股錐形等法用三弧三角之割線餘弦各於其平面自成相似之句股以為比例

例三弧直剖至渾圓之心今謂之整堵測量也渾圓內容之立

形而各成句股形之面渾圓之度因書匪一時為形而意各有屬其名遂別二而一而二者也

以上通論立三角及整堵測量今名之意并其同異之處

因立三角有整堵之名因渾圓內三層句股生

整堵之用故存此二者以為整堵測量基本

凡數之可算者皆可作圖以明之故渾圓可變為平圓如古者蓋天之圖是也數之可算可圖者皆可製器以象之故渾圓可剖為錐體整堵測量之儀器是也

凡測算之器至今日大備且益精益求精古者渾儀經緯相結為儀三重至郭太史之簡儀立運儀則一環而已足今則更省之為象限儀是益簡益精之效也至於渾象無與於測而有資於算所以證理也西法之簡平渾蓋以平寫渾亦可謂工巧之至獨未有器以證八線夫用句股以算渾圓其法算便於八線然八線之在平圓者可以圖明在渾圓者難以筆頭蓋嘗深思其故而見渾圓中諸線犁然有合於古人整堵之法乃以整堵

肖之為徑寸之儀。而三弧三角各線所成之句股。了了分明。省筆舌之煩。以象相告。於作圖布算。不無小補。而又非若渾象之難成。因名之曰整堵測量。從其質也。

整堵形。折渾象之一體。亦如象限儀。割渾儀之一隅。環而測之。則象限即渾儀之全同也。周徧折之。則整堵即渾象之全體也。是故整堵形。可折為兩。可合為一。其折者。一為句股錐。三亦曰立。則起二分。訖二至。一為句股方錐。亦曰方。則起二至。訖二分。起二分者。西率。起二至者。古率也。是兩者。九十度中。皆可為之分。自訖分。九十度。並可為句股方錐。然至半象以上。割切二線太長。溢出於方整堵之外。故又有互用之法也。其合者。近分度用句股錐。近至度用句股方錐。以黃道四十七度。赤道四十五度。

為限。過此者。互用其餘。如是則兩錐形合之。成方整堵矣。方整堵內。又成圓整堵二。其一下為赤道圓象限。而上為橢形之象限。距度之割切。二線所成也。其一下為橢形象限。而上為黃道之圓象限。距度正。弦黃道半徑所成也。兩圓整堵之用。已而圓整堵內。又以黃道正。弦距度正。弦。成小方整堵之象。則郭大史圓容方直本法也。于是又有圓容方直儀簡法。而立三角之儀。遂有三式。一圓容方直儀。其形四銳。一方直儀。其底長方。之三者。或兼用割切。或專用正。弦。而並不用角。合渾圓內三層句股觀之。可以明立法之根。

以上論整堵測量儀器。句股錐形。及句股方錐形。二種。為圓整堵內。故兼論之。又正用中。之正用也。此小整堵足闡授時。弧矢之秘。因

法。遂以郭
所焉。

問八線生於角。用八線而不用角何也。曰角與弧相應。故用角
即用弧也。用弧即用角也。明於斯理而後可以用角。渾圓內三
層句股是也。明於斯理而後可以不用角。整堵三儀是也。用角
者西法也。而用角即用弧則通於古法也。不用角者古法也。而
用弧即用角則通於西法也。于是而古法西法可以觀其會通
息其煩瑣矣。

以上論角即弧解之理。

立三角法序

立三角者。量體之法也。西學以幾何原本言度數。而所譯六卷
之書。止於測面。其測體法。則求之及。益難之也。余嘗以句股法
釋幾何而稍為推廣。其用謂之幾何補編。亦曰立三角法。本為
體積而設。然其中義類頗有與渾員弧度之法相通者。故摘錄
之。以明整堵測量之理。

立三角法摘錄
 一立三角為有法之形
 立三角之面皆平三角也。平三角不拘斜正。皆為有法之形。
 故立三角亦不拘斜正。而皆為有法之形。
 一立三角為量體之密率
 凡量體者必析之。析之成立三角形。則可以知其容積。可得
 而量矣。若不可以立三角析者。則為無法之形。不可以量
 一立三角即錐體
 立三角任以一面平。安如底。則餘三面比斜立。亦有一面而
 銳必在上。即成三角立錐。

立三角法摘錄

總論

一立三角為有法之形

立三角之面皆平三角也。平三角不拘斜正。皆為有法之形。
故立三角亦不拘斜正。而皆為有法之形。

一立三角為量體之密率

凡量體者必析之。析之成立三角形。則可以知其容積。可得
而量矣。若不可以立三角析者。則為無法之形。不可以量

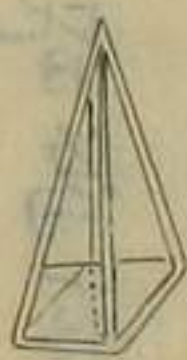
一立三角即錐體

立三角任以一面平。安如底。則餘三面比斜立。亦有一面而
銳必在上。即成三角立錐。



一各種錐體皆立三角之合形

凡錐體必上尖下濶。任取其一面觀之。皆斜立之平三角也。凡錐形自其尖切至底。則其中剖之立面。亦平三角也。錐體之底。或四邊五邊以至多邊。若以對角綫分其底。又即皆成平三角也。故四稜錐可分為兩。五稜錐可分為三。六稜以上。無不可分。分之皆立三角形。故知一切錐體。皆立三角之合形也。



底之邊多至于三百六十。又析之為分。為秒。以此為底。皆可成錐體。再析之。至于無數。即成平員底。可作員錐。要之皆小平三角面無數以成之者也。

一各種有法之形。亦皆立三角之合形



如立方體。依其稜剖至心。成六分體。皆扁方錐。其斜面轉心皆成立三角。長方體亦然。

四等面體。從其稜剖至心。成四分體。八等面。則成八分體。二

十等面。成二十分體。皆立三角錐。



十二等面。依稜剖至心。成十二分體。皆五稜錐。其立面五。皆

立三角。



渾員形。以渾員面為底。半徑為高。作大員錐。而成渾積。準前論。皆無數立三角所成。然則渾員亦立三角也。

渾員既為立三角所成。則半之而為半渾員。

渾員一平員面。一平員面。如員面。

中或再分之。而為一象限。或更小於象限之渾員。自象限以內。至一度。或一度內若干分秒。以渾員之理通之。皆立三角。如剖橘。並一弧面。而半平員面。

角所成

一無法之形。有面有稜。即皆為立三角所成。

準前論。各依其撈線割之。至底。或依對角線斜割之。即皆成

立三角。而無法之形。皆可為有法之形。

一立三角體之形不一。而皆有三角三邊。

非四面不能成體。故立三角必四面。非三角三邊不能成面。

故立三角體之面皆三角三邊。

約舉其類。有四面相等者。即四等面形也。其面等。其稜

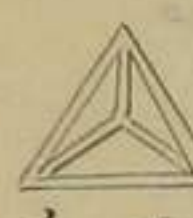
有三面相等而一面不等者。其不等之一面。必三邊俱等。餘

三稜則自相等。

以上皆正形也。四等面任以一面為底。其稜尖正立居中。三等面形以等邊之一面為底。其稜尖亦正立居中。



側視



正視

有二面兩兩相等者



有二面相等。餘二面不等者



有四面各不相等者



有三面非句股。而一面成句股者。有兩面成句股者。其句股或等或

否

有四面並句股者。句股立錐也。

以上不皆正形。而皆為有法之形。

一立三角形。有實體。有虛體。

實者如臺如壇如堤。虛者如井如池。又如隔水測物。皆自其物之平面角。作直線至人目。即成虛立錐體。以人目為其頂。銳。而所測平面則其底也。所作直線皆為其稜。若所測平面為四邊五邊以上。皆可作對角線。分為立三角錐形。虛體實體並同

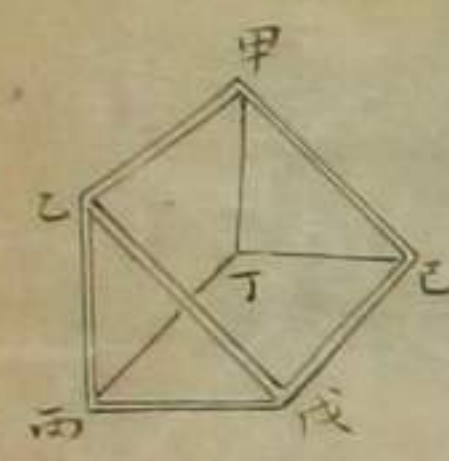
法一
立三角又有三平面一弧面者如自地心作三直線至星宿
所居之度則此三星之相距皆弧度也三弧度為邊即成弧
三角形以為之底其三直線皆大員半徑以為之稜而合于
地心以為之頂銳亦立三角之虛形即銳三
若干渾球體作三大圓相交成弧三角形從三角作直線至
員心依此析之即成實體與上法並同一理
一立三角形有立有眠有倒有倚立者以底平安則其銳尖上
指如人之立
眠者以底側立如堵牆而錐形反橫如人之眠此惟正形之
錐則有之既定一面為底則底在如虛形則不拘正斜皆以

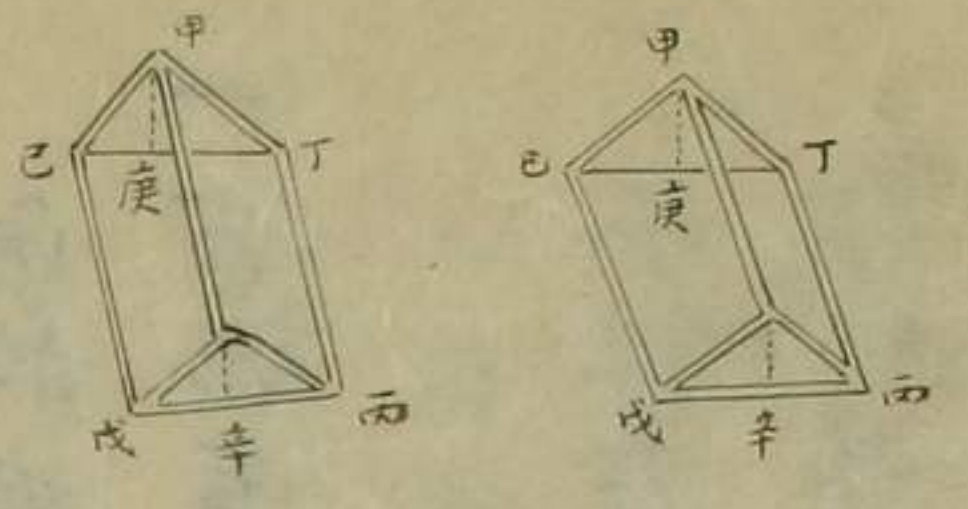
所測為底
又如弧三角錐以渾員面上所成之弧三角為底以三直線
輳于渾體之心為其頂銳則四面八方皆可為底而銳常在
心不特能眠能立亦且能倒能欹亦惟有底有銳之正形則
然若他形底無定名隨人
置所眠體倒體以及他形之欹側不同而皆為有法之形者三
角故也



一古法有壅堵陽馬鯢臙芻蕘等法皆可以立三角處之壅堵作

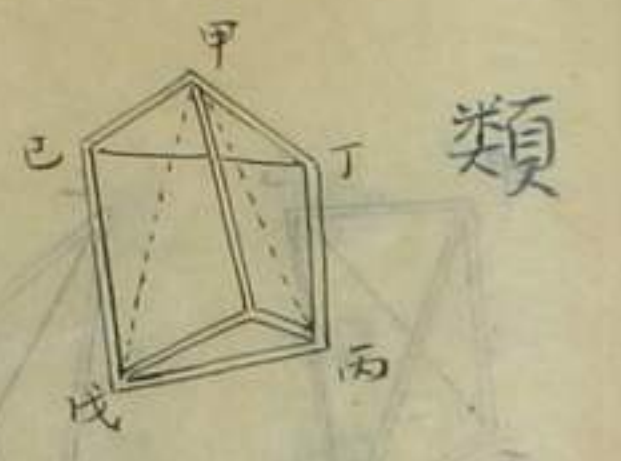
凡立方體從其面之一稜依對角斜線剖至其底相對之一
稜則其積平分而成壅堵形
甲乙為頂有裏無廣丙丁戊己為方底或長方則丙
丁同己戊為裏丁己全丙戊為廣乙丙同甲丁為其



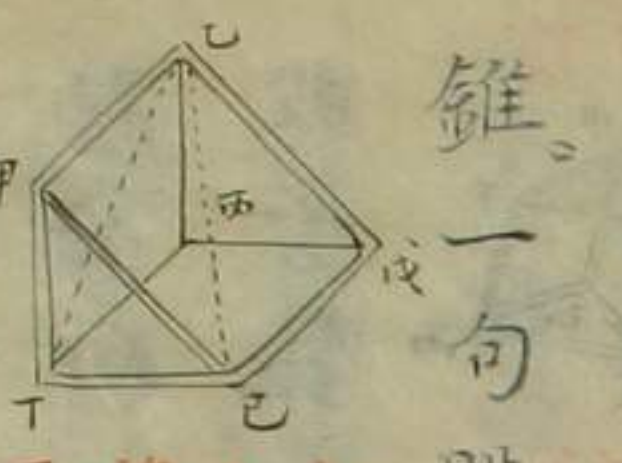


高同甲丁乙丙為立端甲乙戊己為斜面而皆長方乙丙
 漸堵形為有屋脊者皆斜而相等如屋脊甲乙戊己為底乙丙
 戊己與甲乙高其兩面及中而俱平分而等乙丙戊己為底乙丙
 又或甲乙俱平而並為長方形乙丙戊己為底乙丙
 及雖有大小平而必與兩戊己底為十字正角則乙丙
 為正戊己為底乙丙為底乙丙為底乙丙為底乙丙為底乙丙為底

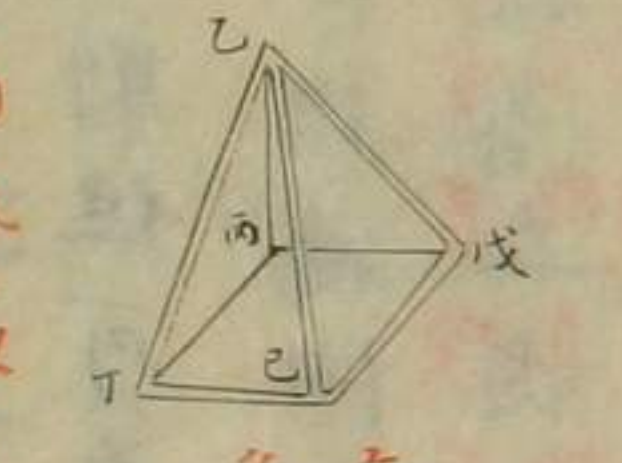
以上三者皆漸堵之正形並以高乘底折半見積何也皆立
 方之半體其兩端皆立三角形也第一形以乙辛中剖成兩
 凡漸堵形亦可立可眠立者以甲乙為頂長丙丁戊己為底
 眠者以戊己為頂長反以甲乙丙丁為底如隔水測懸崖之



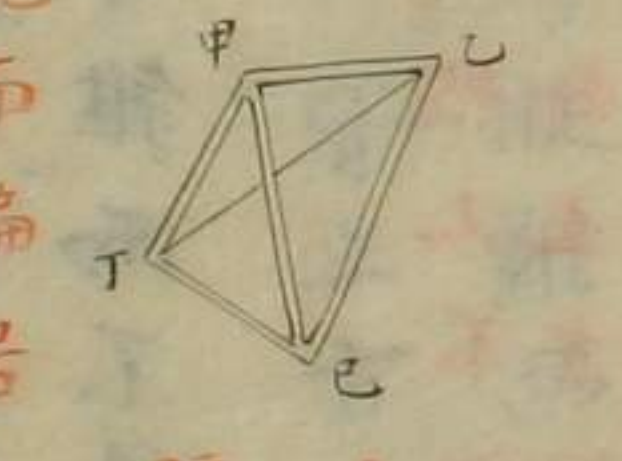
類又有直線則底與兩面各線不必平行底不必正角但俱
 有之諸數可測實體虛體並可作對角線以分為三角形
 斜漸堵本為無法之形而亦能為有法之形者可折之成三



凡漸堵形從頂上一角依對角線斜剖之為兩則成一立方
 錐一句股錐

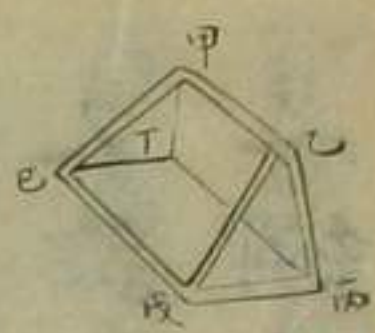


立方錐一名陽馬

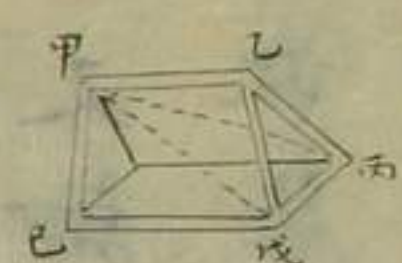


一句股錐一名鱉

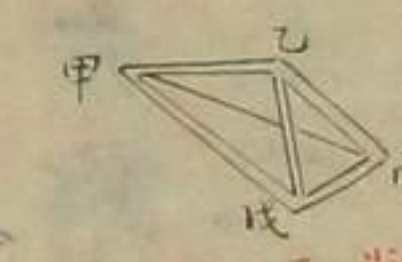
陽馬形以兩直丁戊如無線以為底以乙為頂銳而偏居一角故
 股故又方錐乙丙直立如無線以為底以乙為頂銳而偏居一角故



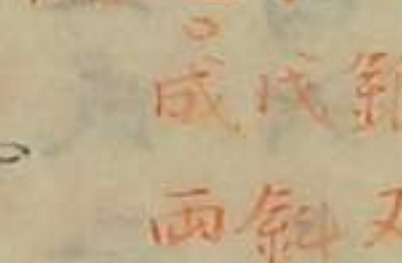
芻蕘蓋取草屋之象。乃壘堵形之一種。亦可分為三釐臑。
 及偏。已底或正。或長。而兩端漸殺。故頂窄而底寬。其兩丁戊
 及戊。然皆與丙丁



芻蕘蓋取草屋之象。乃壘堵形之一種。亦可分為三釐臑。
 及偏。已底或正。或長。而兩端漸殺。故頂窄而底寬。其兩丁戊
 及戊。然皆與丙丁



芻蕘蓋取草屋之象。乃壘堵形之一種。亦可分為三釐臑。
 及偏。已底或正。或長。而兩端漸殺。故頂窄而底寬。其兩丁戊
 及戊。然皆與丙丁

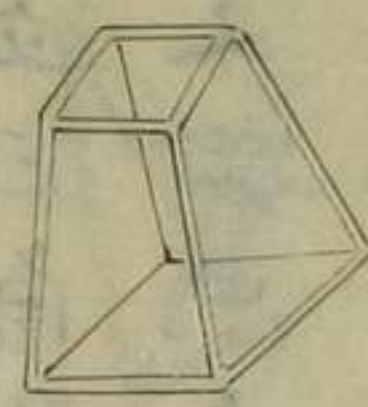


芻蕘蓋取草屋之象。乃壘堵形之一種。亦可分為三釐臑。
 及偏。已底或正。或長。而兩端漸殺。故頂窄而底寬。其兩丁戊
 及戊。然皆與丙丁

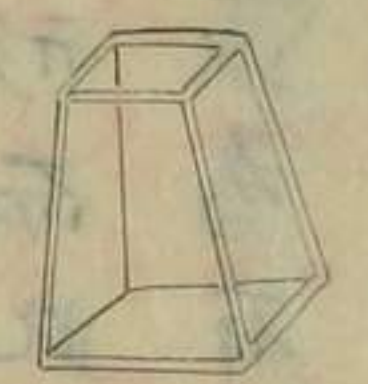


芻蕘蓋取草屋之象。乃壘堵形之一種。亦可分為三釐臑。
 及偏。已底或正。或長。而兩端漸殺。故頂窄而底寬。其兩丁戊
 及戊。然皆與丙丁

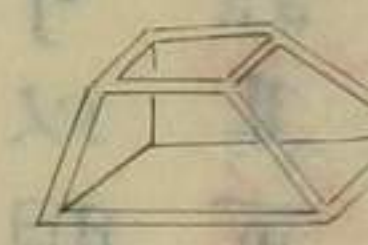
又有芻童者。形如方臺。皆立方之變體。方臺面與底俱正。方。
 芻童則長。方。而面小底大則同。亦皆可分為立三角。



方臺



下同



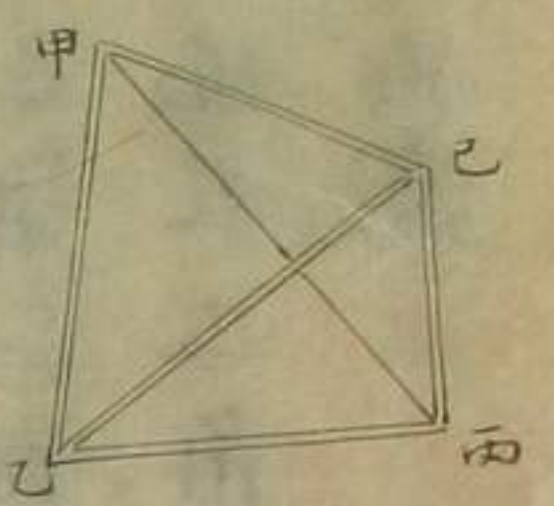
準前論。方臺作對角線。並可分為兩芻蕘。即可再分為六釐
 臑。即皆立三角錐也。

量

算法

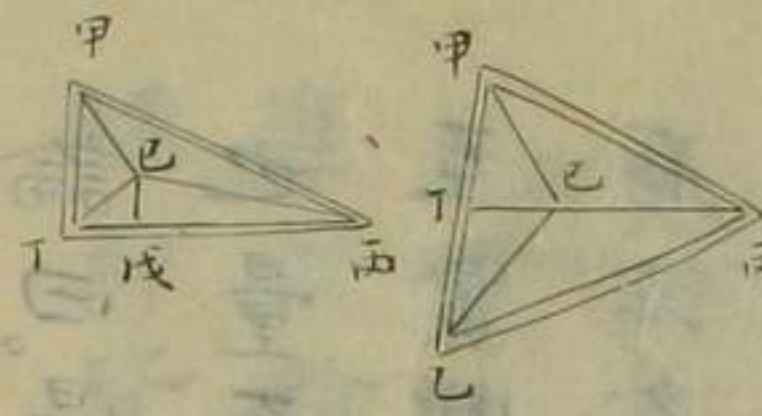
凡算立三角體。須求其正高。以正高乘底。以三而一見積。其法
 有三。其一頂居一角。其後直立。即用為正高。其二頂銳不居一
 角。而在三角之間。其三頂斜出底三邊之外。並以法求其垂線
 為正高。

論曰。量面者必始于三角。量體者必始于釐臑。皆有法之形
 也。量面者折之。至三角而止。再折之。仍三角耳。量體者折之
 至釐臑而止。再折之。仍釐臑耳。面之可以折為三角者。即為
 有法之面。體之可以折之為釐臑者。即為有法之體。蓋釐臑
 即立三角之異名也。量體者必以立三角。非是則不可得而



假如已甲乙丙立三角體。甲乙丙為底。已為頂銳。
正居丙角之上。已丙如垂線為高。先以乙丙五十
六尺。甲乙邊一尺十。甲丙邊五尺十。求其畢積。百三十六

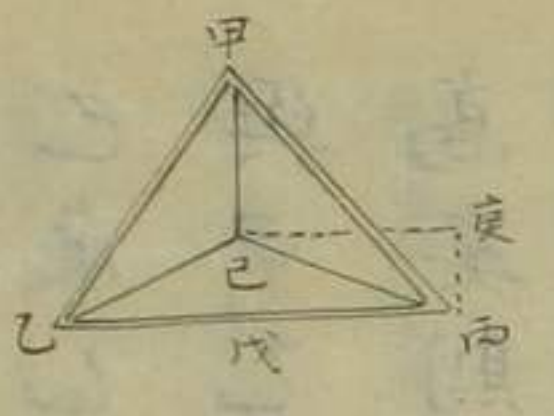
以乘已丙高。四十得。二萬七千。
為立三角錐體。若欲知已乙甲已丙斜弦。依句股求
弦。即得。已丙既直。則恒為股。又以股。乘。加甲丙句。為弦。畢。
甲開方。得。已丙弦。得。



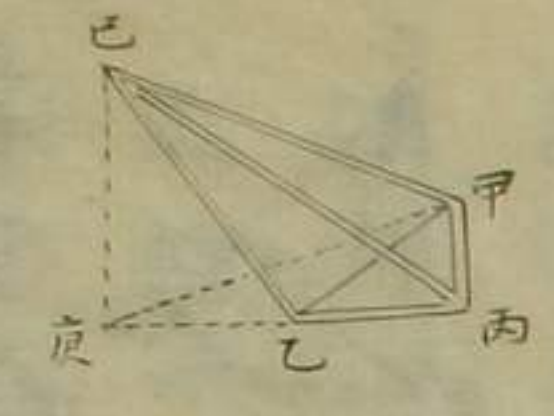
若已頂不居一角。而在三角之中。則已丙非正高。乃
斜綫也。法當分為兩形。其法依丙已較直。剖至底。
以上二形。乃中剖為二之象。其中剖之直。而
亦成丁巳丙三角形。如平三角法。求得已丙。

垂線。即為正高。如上法。先求甲乙丙畢。以乘已丙高。得數為

實三除見積



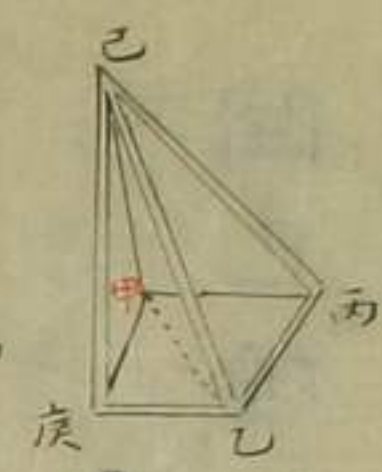
又法。不必剖形。但于形外。任依一摺如丙已。于庚作
垂線至丙。以法取庚點。與已頂平行。即庚丙為正高。
與已丙等。或量得庚已。積距為句。以已丙為



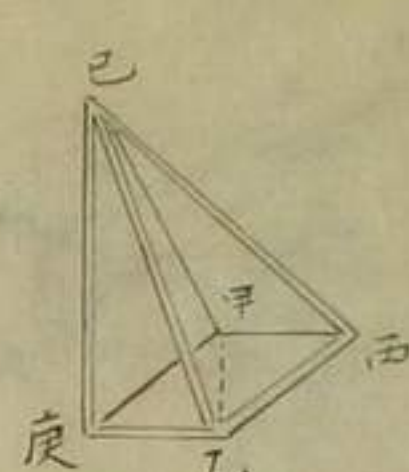
立三角之頂有斜出者。或在底外。則于已頂作垂線
至庚。與甲乙丙底平行。乃任用相近一綫如已乙為
弦。量庚乙之距為句。依法求其股。得已庚為其正高。
以乘底。三除見積

問已頂既居形外。已庚何以得為正高也。曰。此易知也。但補
作甲庚虛線。成四邊形為底。則為四稜立錐。而已庚為其正

高甲乙丙底。乃其底之分也。亦必以已庚為正高矣。



假如乙庚丙甲為底。丙甲與乙庚等。丙乙與甲庚等。或斜方。或正方。其已庚一稜。正立如垂。則即為正高。



正高乘方底。三除之。即體積也。若從甲乙對角線。分其底為均半。又依甲已甲乙二稜。從頂直割之。至底。

則分為兩三角形。而各得其積之半矣。其底既平分。則其

已庚乙甲形。與已甲乙丙形。既皆半積。則相等。而庚乙甲底

與甲乙丙底又等。則其高亦等。而己庚乙甲形。既以己庚為

高矣。則已甲乙丙形之高。非己庚而何。

又論曰。量體積者。必先知面。猶量面者。必先知綫也。然則

量體者。亦先知綫矣。是故量體之法。可轉用之。以求綫也。體

者。有先知之面。界。有求而得之面。界。夫求之而得面者。必先

求其面。界。之界。即綫也。故量體之法。可用之。以求綫也。

何謂以量體之法。求綫。曰。測量是也。前論立三角有虛體。為

測量之用。夫虛體者。無體也。無體而有綫。如實體之有稜。故

可以量體之法。求之也。如所測之物有三點。即成三邊三角。

當以三直綫測之。則立三角錐形矣。所測有四點。當以四直

綫測之。則四稜立錐形矣。而測則又為墮堵形矣。故測量之

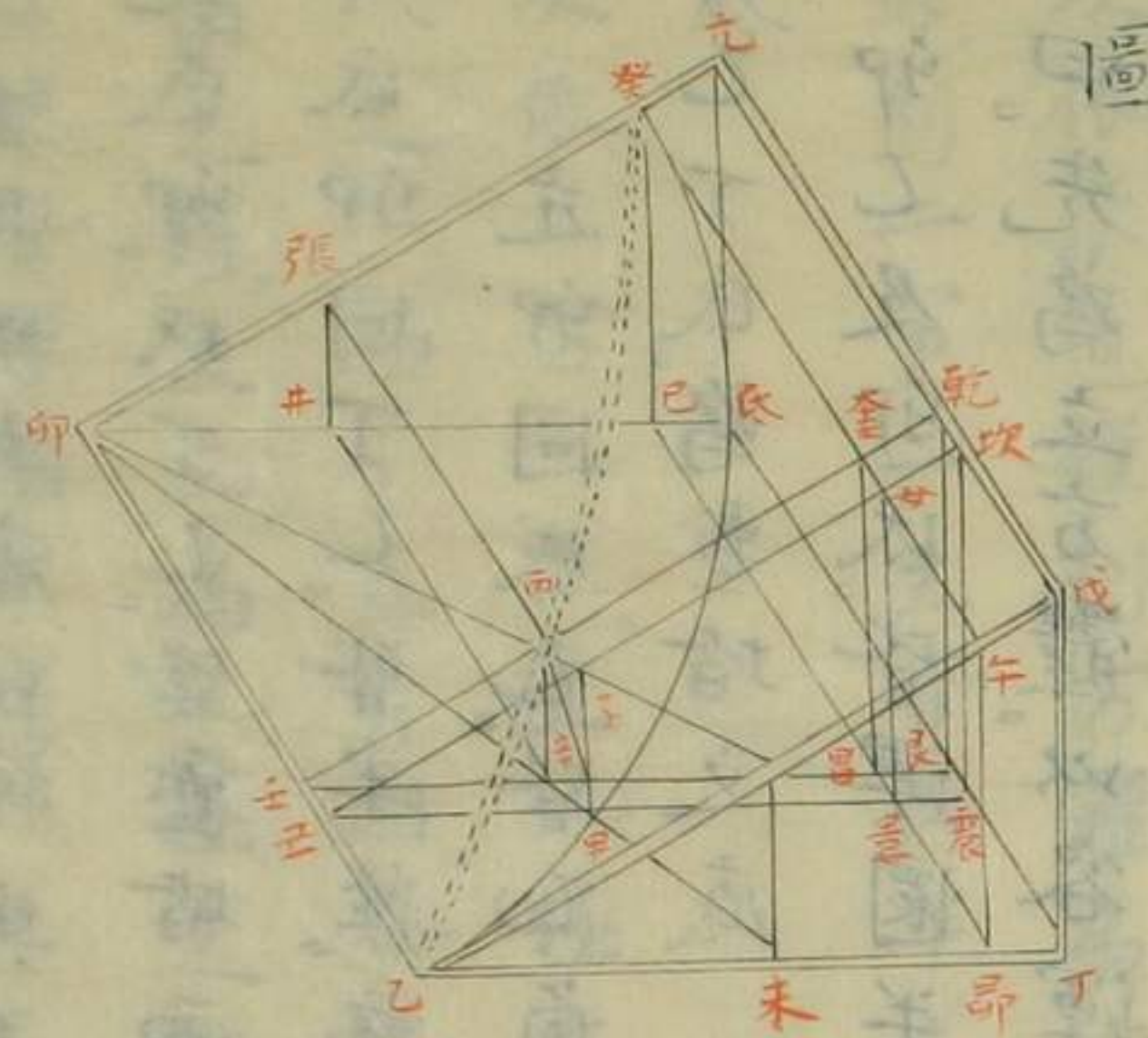
法。可以求綫也。

又論曰。用立三角以量體者。所用者仍平三角也。而用三角

以量面者。所用者仍句股也。吾曰。是而知聖人立法之精深

廣大。

渾圓內容立三角體法



全形為塹堵
分形為甍臚。即立三角體。又為勾股
立錐。西法所用
若內切小塹堵。則為圈容方直形。即
郭太史弧矢法

先解全形 塹堵體
 亢戌乙卯為塹堵斜面 其形長方
 卯乙為渾圓半徑 卯為渾圓之心
 亢戌為四十五度切線。與卯乙同

度同為橫邊 元卯為乙角割線與戊同度同為直邊

元氏戊丁為塹堵立面 其形橫長方

元氏者乙角切線也與戊丁同度以為之高 元戊及氏丁

皆四十五度切線與半徑同度以為之闊

元氏卯戊丁乙皆塹堵兩和之牆 其形皆立句股

氏卯同丁乙皆半徑為句 元氏同戊丁皆乙角切線為股

元卯同戊乙皆乙角割線為弦

卯乙丁氏為塹堵之底 其形正方

卯乙及卯氏皆渾圓半徑其對邊悉同

法曰先為立方體以容渾球使北極在上南極在下皆正切于立方底蓋之中心則赤道平安而赤道之二分二至亦皆在立

方四面之中心矣

次依赤道橫剖方體為均半而用其上半為半立方容半渾圓形則二分二至皆在半立方之底線各中心而赤道全圈居其底

次依二分二至從北極十字剖之又成四小立方各得原立方八之一而小立方內各容渾圓分體八之一此小立方有一角之隅直立為北極之軸上為北極下即渾圓心卯角也其立方根皆渾圓半徑

次依黃赤道大距取切線為高作橫線于小立方夏至之一邊即元戊線

次依元戊橫線斜剖至對邊之足則成塹堵矣 乙對邊之足即卯也本為黃赤

底面總形

等卯
酉戌
旬丁
辰乙
相

其一方底

丁卯
平乙
方氏

塹堵體有五面

其一斜面

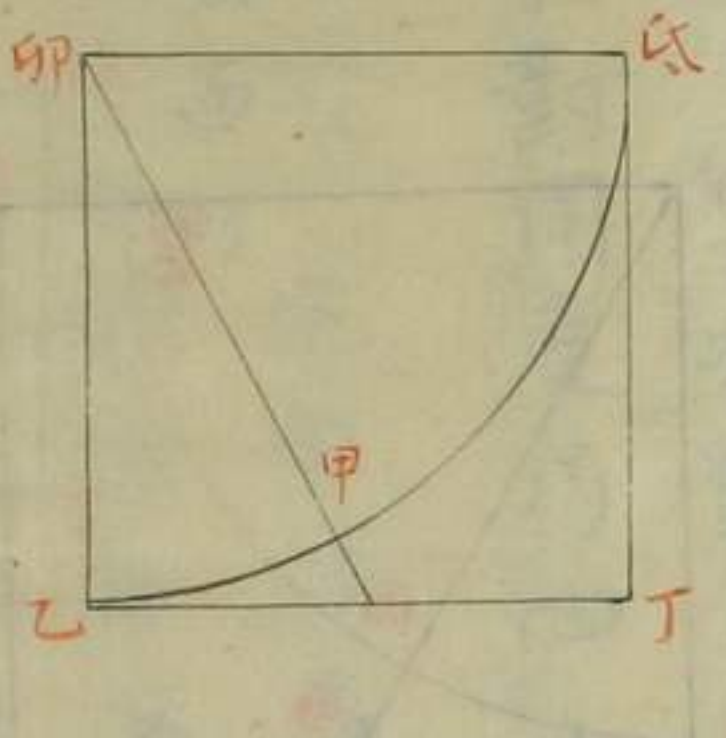
卯充
長戌
方乙

其三立面

一亢成丁
長方二亢成丁

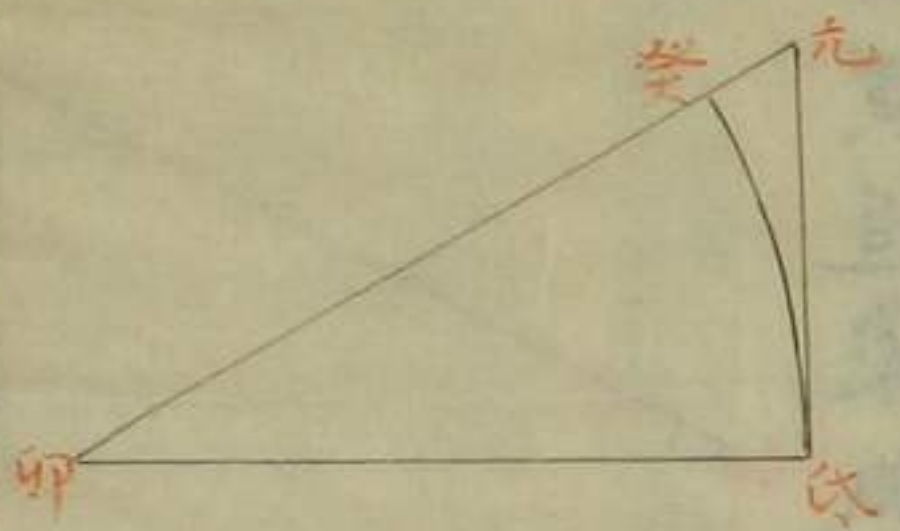
塹堵形面。有赤道象弧。在方底。有黃赤大距弧。在立句股
 邊。即兩和之牆。

底形



底形正方 其卯角即黃赤道心 氏甲乙
為赤道一象限 乙為春分 氏為夏至赤
道 卯氏及卯乙皆赤道半徑 其對邊氏
丁及乙丁皆四十五度切線

立句股面形一

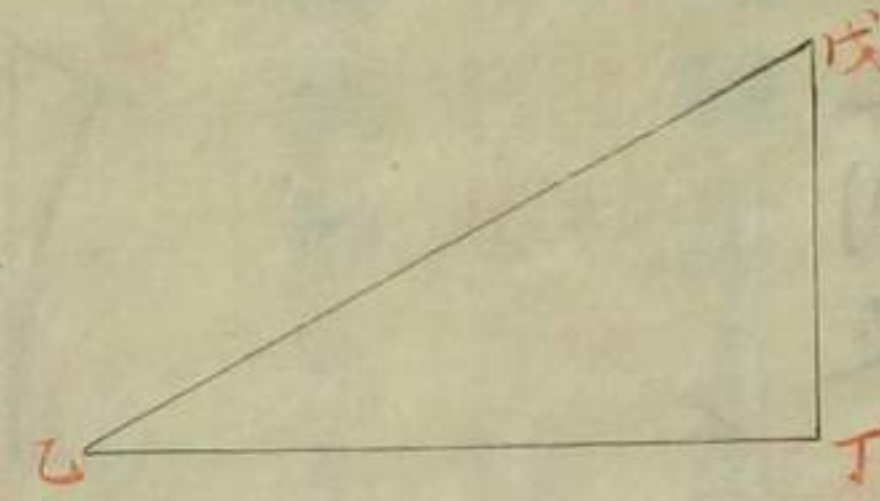


癸弧之割線

角亦
割即
線卯

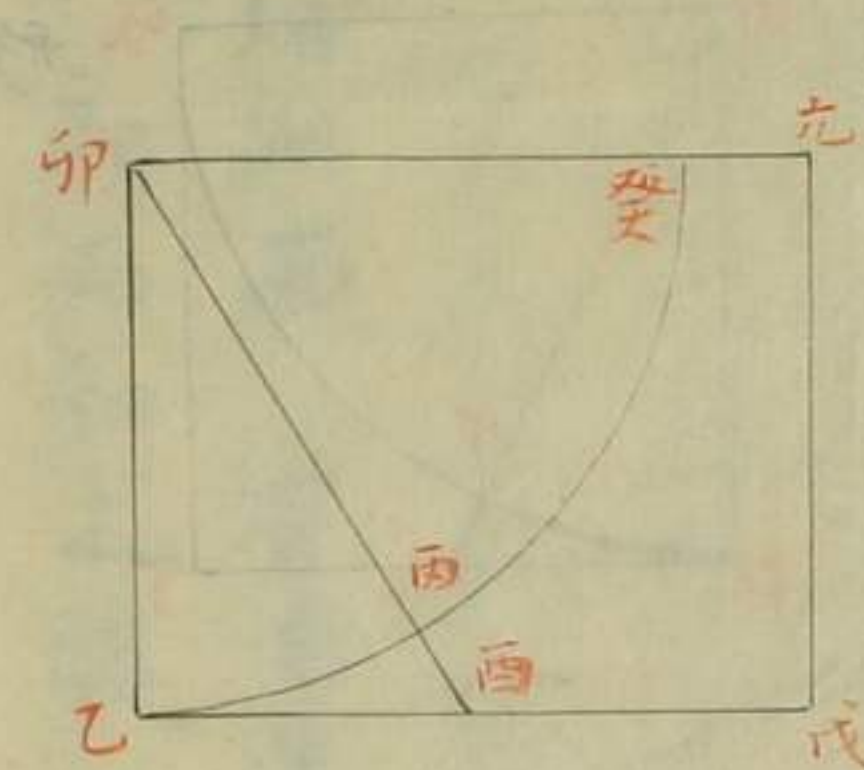
立句股之面有二。一戊丁乙元氏卯
元氏卯形內有氏癸弧為夏至黃赤大距二
十三度半強。氏卯為赤道半徑。癸卯為
黃道半徑。卯角為黃赤大距角。氏癸弧
元氏者。氏癸弧之切線。亦即卯角切線元
卯者。氏

立向股面形二



戊乙丁形。即前圖元氏卯形之對面。戊丁
高同元氏切線。戊乙斜線。同元卯割線。
丁乙橫線。同元卯句如。乙角同卯角。

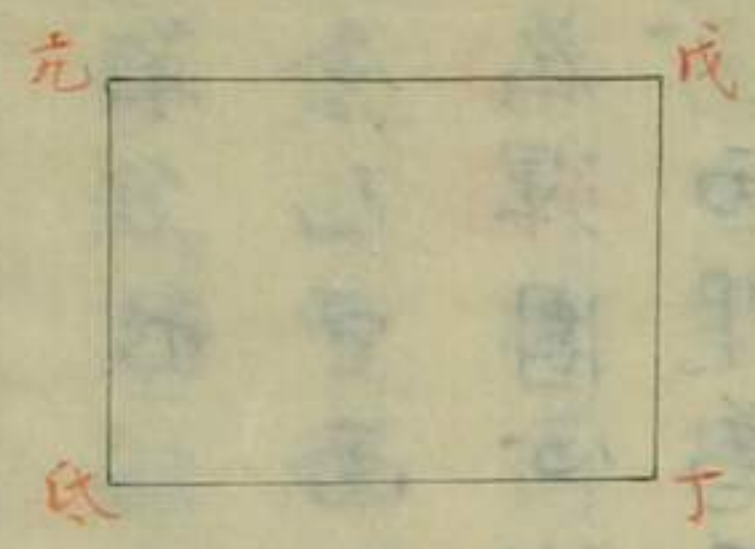
又有黃道象弧在斜面



斜面形長方。其斜立之
道心。即赤。乙酉癸。為黃道一象限。
乙為春分。與赤道。癸為黃道夏至。
卯癸及卯乙。皆黃道半徑。內卯乙。與
元卯為二十三度半強之割線。赤道同用。夏至黃
赤大距。

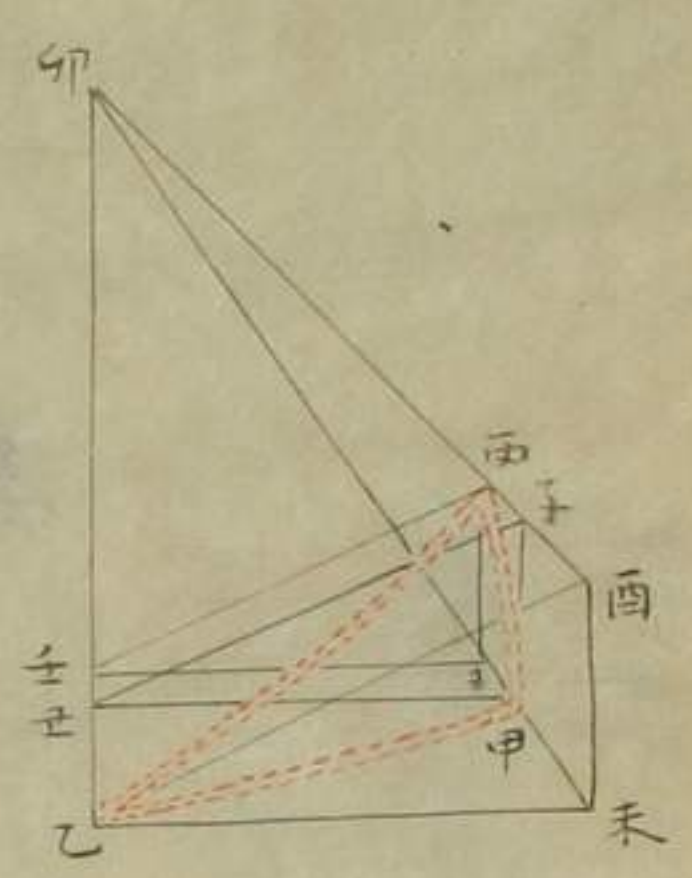
其相對戊乙邊。與元卯割線同度。元戌邊。與卯乙半徑
相對同度。乃四十五度之切線。與底上切線。

立面形



立面形。亦長方。其勢直立。元戌及元丁二邊。
為其闊。皆四十五度切線。與半徑同度。元氏
及戌丁。為其高。皆二十三度半之切線。夏至黃
赤大距。以元戌邊。度起斜面之元戌邊。而成角體。
仍以元丁邊。聯于方底之元丁邊。則其形直立
矣。

次解分形 立三角體 即句股體
 內含乙甲丙弧三角形及乙甲丙卯弧三角錐體
 卯為渾圓心 黃赤 卯乙渾圓半徑 黃赤 乙丙弧為黃道經
 度 丙卯為黃道半徑 乙甲弧為赤道徑度 甲卯為赤道
 半徑 丙甲弧為黃赤距緯 乙為春分點 丙乙未角為春
 分角二十三度半 與二至大距之緯度相應此角不動 丙為
 所設黃道度距春分後之點 此點移則丙之交角變而諸數皆



從之而變 法曰于前圖全形斬堵斜面黃道象弧內尋所設黃道經度自
 春分乙起數設度至丙從丙向圓心卯作丙卯半徑遂依半徑
 引長至斬堵之邊丙成丙卯直線依丙卯直線直剖至底線未卯
 底線未卯成丙未乙卯立三角體此立三角體有四面而皆句股
 故又曰句股立錐

立句股之錐尖為丙
 其斜面為丙乙卯句股形 乙正角 乙丙為股
 其立面二
 一為丙未乙句股形 未正角 丙未垂線為股
 一為丙未卯句股形 未正角 丙未垂線為股
 未卯為句 丙卯為弦

其底為未乙卯句股形 乙卯為句 未乙為股

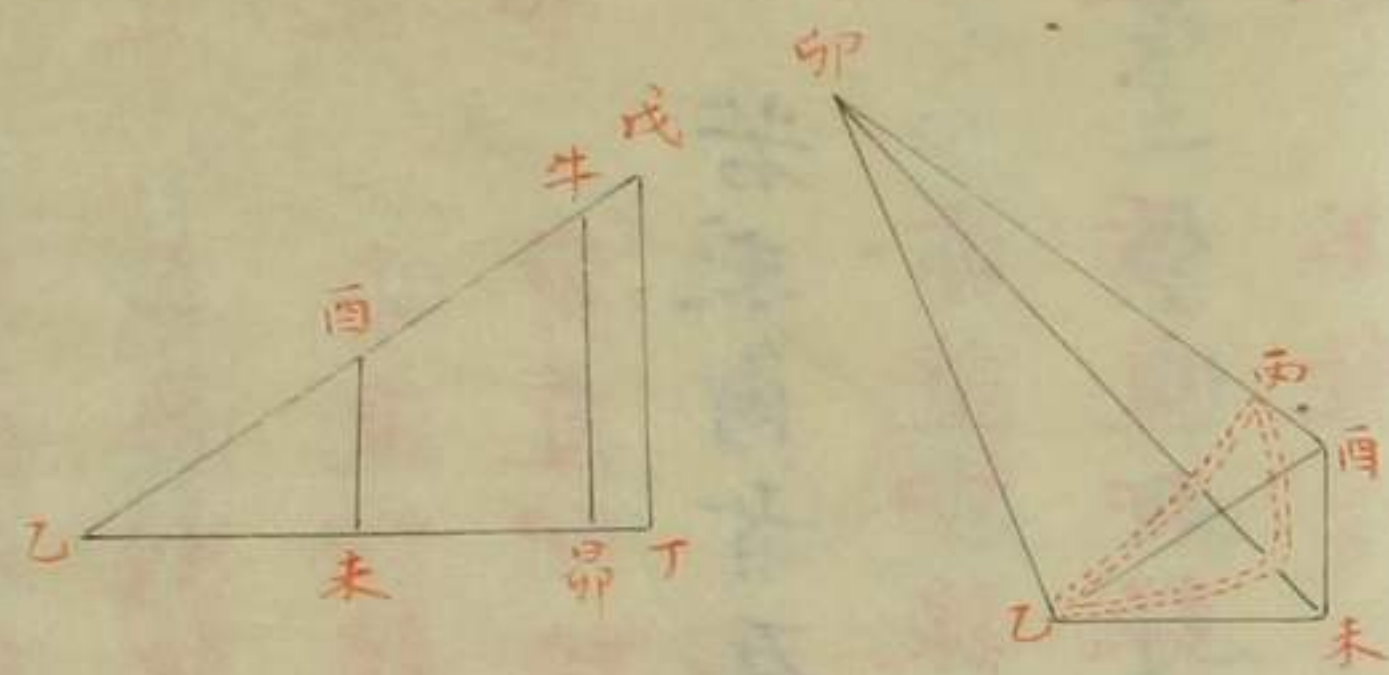
以上四句股面凡標線六

卯乙半徑也。酉乙黃道丙乙弧之切線也。而酉卯則其割線也。未乙赤道乙甲弧之切線也。而未卯則其割線也。惟酉未垂線於八線無當。今名之曰錐尖垂線。亦曰錐尖柱。亦曰外線。以其離於渾圓之體也。

句股面有四。而用者三。酉未乙也。以其能與乙角之大句股為比例也。

標線六。而用者二。酉乙及未乙也。以其為二道之切線。為八線中有定數。可為比例也。

第一層句股比例圖



酉未乙句股形以黃道切線 乙酉赤道切線 乙未相連于乙角 則酉乙為弦。未乙為句。而戊丁乙及牛昂乙二句股形。同在一立面。又同用乙角。故可以相為比例。

術為以赤道半徑 乙丁比乙角之割線 乙戊若赤道切線 乙未與黃道切線 乙酉也 此為以 又以黃道半徑 乙牛比乙角之餘弦 乙昂若黃道切線 乙酉與赤道切線 乙未也 此為以

解曰。丁乙與牛昂同大。則皆赤道半徑也。戊乙與亢卯同大。則皆乙角割線也。牛乙與癸卯同大。皆黃道半徑。昂乙與己卯同大。皆乙角餘弦也。從乙窺卯。則成一點。而乙角卯角。合為一

角其角之割線餘弦。盡移于斬堵之第一層。而同在一立面。為句若弦。自明圖。

以赤道求黃道

以黃道求赤道

若求角者反用其率

又法

- 一 赤道半徑
- 二 乙角割線
- 三 赤道切線
- 四 黃道切線

- 一 黃道半徑
- 二 乙角餘弦
- 三 黃道切線
- 四 赤道切線

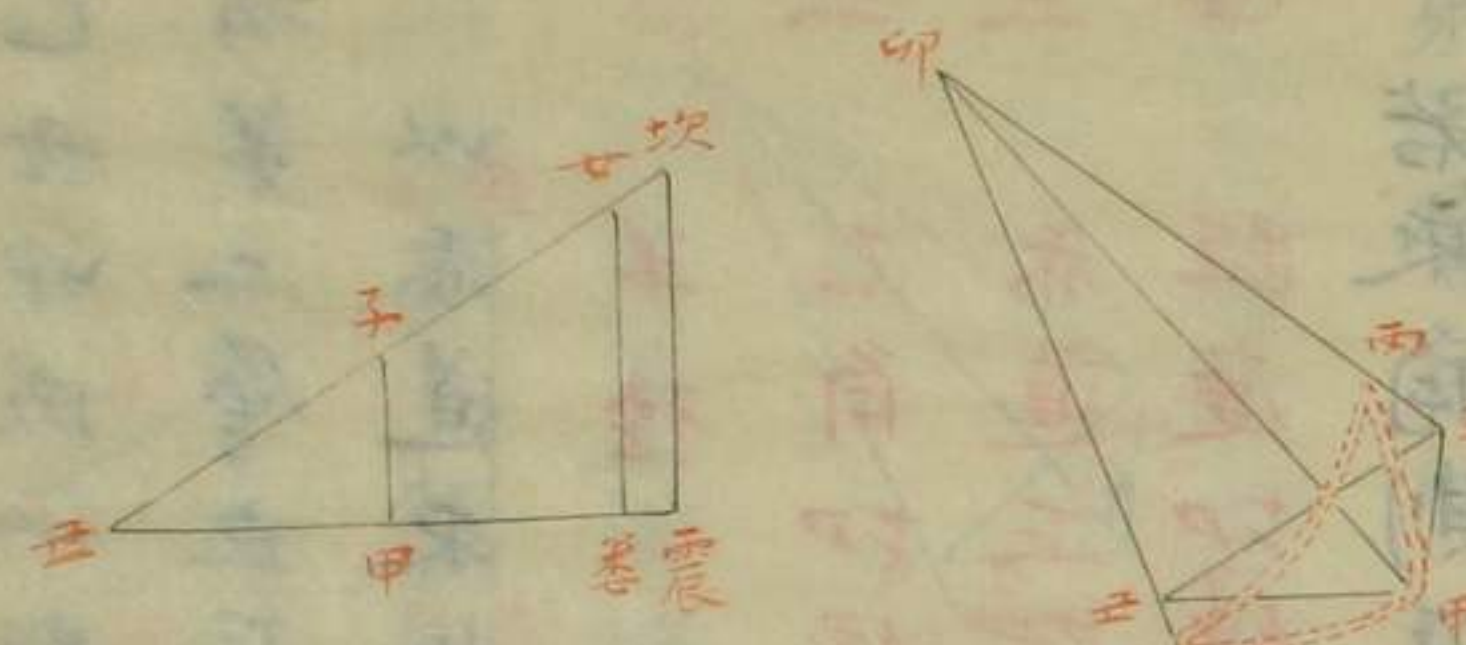
赤道半徑
黃道切線

黃道半徑
赤道切線

四 乙角割線

第二層句股比例圖

四 乙角餘弦



解曰。震丑即坎卯。赤道半徑也。坎震即亢氏。乙角之切線也。女

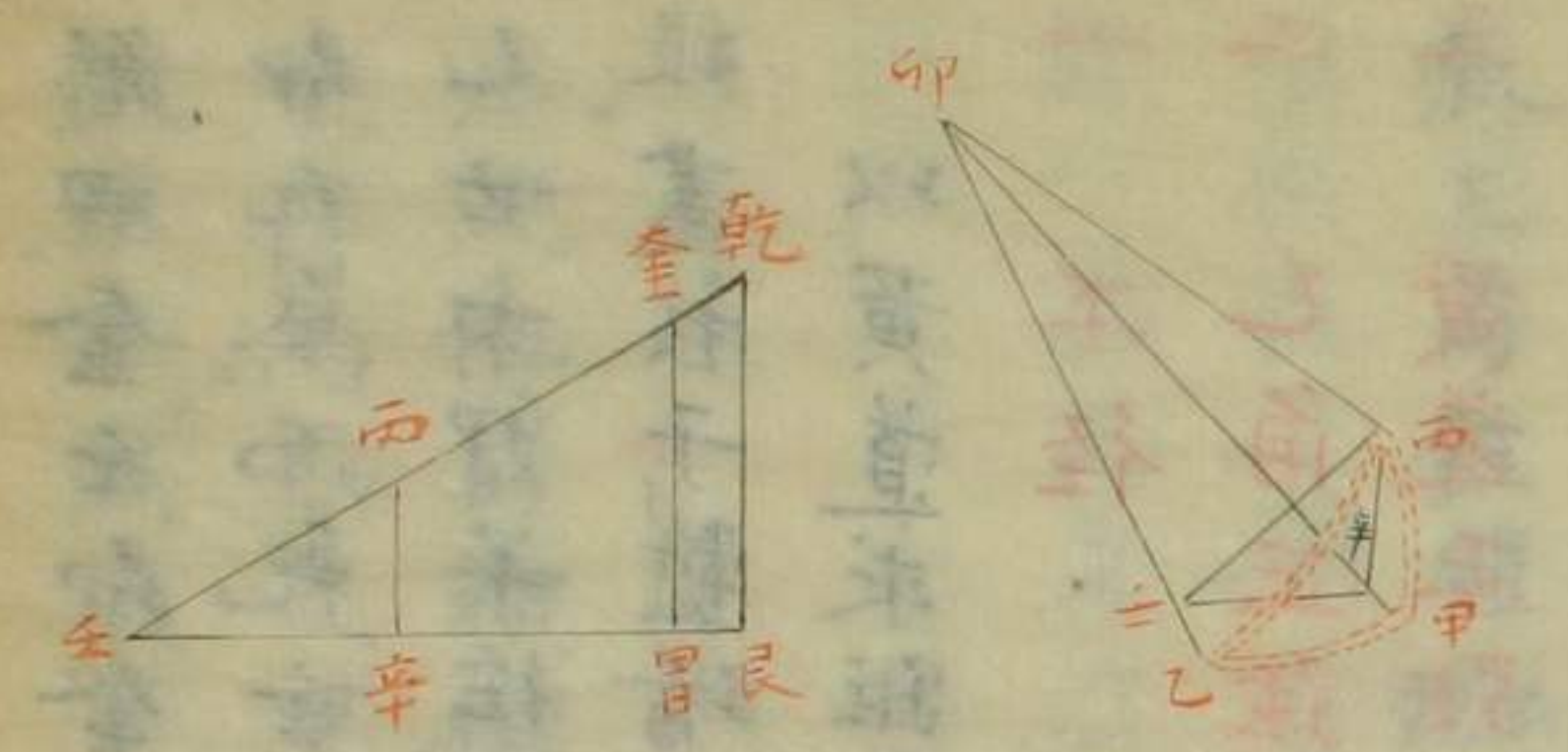
子甲丑句股形。以黃赤距度之切線。甲子赤道之正。弦。甲相連于甲。成正角。則子甲為股。甲丑為句。而與坎震丑。及女豐丑。二句股形。同在一立面。又同丑角。故可相求。術為以赤道半徑。丑震比乙角之切線。震坎若赤道正。弦。丑甲與距度之切線。甲子也。是為以乙角之正。弦。丑與乙角餘弦。丑豐若距度之切線。甲子與赤道之正。弦。丑甲也。是為以乙角之切線也。女

畫即癸巳。而畫丑即巳卯。乙角之正弦餘弦也。從乙窺卯。則
 乙丑卯成一點。而合為一角。其角之切線正弦餘弦。盡移于斬
 堵第二層立面。為句與股。

以赤道求距度。以距度求赤道。又法

- | | | | | | | |
|---|------|---|------|---|------|----|
| 一 | 半徑 | 一 | 乙角切線 | 一 | 乙角切線 | 半徑 |
| 二 | 乙角切線 | 二 | 乙角餘弦 | 二 | 半徑 | 餘切 |
| 三 | 赤道正弦 | 三 | 距度切線 | 三 | 距度切線 | |
| 四 | 距度切線 | 四 | 赤道正弦 | 四 | 赤道正弦 | |
- 若求角則反用其率
 一 距度切線 半徑
 二 赤道正弦
 一 赤道正弦 半徑
 二 距度切線

- | | | | | |
|---|------|---|------|----|
| 三 | 半徑 | 三 | 半徑 | 赤道 |
| 四 | 乙角餘切 | 四 | 乙角切線 | 餘割 |
- 第三層句股比例圖



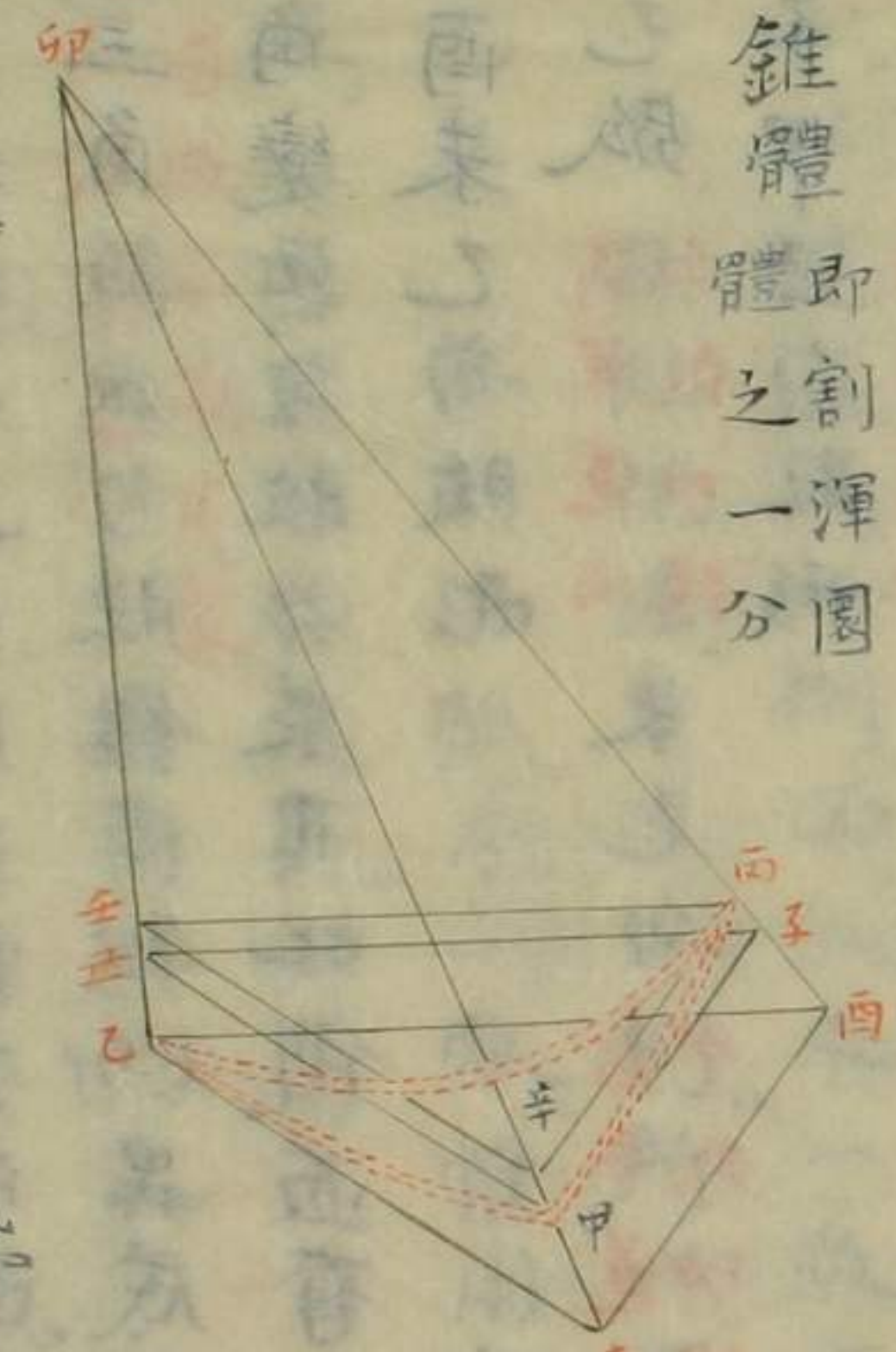
丙辛士句股形。以距度正弦辛兩黃道正弦辛兩相
 連于丙。而成銳角。則丙士為弦。丙辛為股。而與
 乾艮士反奎胃士二句股。同在一立面。同用士
 角。故可相求
 術為以黃道半徑士比乙角之正弦。若黃道
 正弦士與距度之正弦辛兩也。是為以
 又為以乙角之切線艮比乙角之割線士乾若距
 度之正弦辛兩與黃道正弦士也。股是為以

解曰奎壬即癸卯。黃道半徑也。奎冒即癸巳。距度正弦也。乾艮即亢氏。而乾壬即亢卯。則乙角之切線割線也。從乙窺卯。則乙丑壬卯半徑。因直視成一點。而合為一角。其角之正弦切割線。畫移于整堵之第三層立面。以為弦為股。

以黃道求距度 以距度求黃道 又法

- | | | | |
|--------|--------|--------|----|
| 一 半徑 | 一 乙角切線 | 一 乙角正弦 | 半徑 |
| 二 乙角正弦 | 二 乙角割線 | 二 半徑 | 餘割 |
| 三 黃道正弦 | 三 距度正弦 | 三 距度正弦 | 五 |
| 四 距度正弦 | 四 黃道正弦 | 四 黃道正弦 | 四 |
- 若求角則反用其率
- 又法
- | | | | |
|--------|----|--------|----|
| 一 距度正弦 | 半徑 | 一 黃道正弦 | 半徑 |
|--------|----|--------|----|

- | | | | |
|--------|----|--------|----|
| 二 黃道正弦 | 距度 | 二 距度正弦 | 黃道 |
| 三 半徑 | 餘割 | 三 半徑 | 餘割 |
| 四 乙角正割 | 甲丑 | 四 乙角正弦 | 角 |
- 弧三角錐體 即割渾圓體之一分



法曰依前論從兩點對卯直割至底。則截黃道于丙。截赤道于甲。得丙乙及甲乙二弧。所割渾圓之距。又成丙甲弧。為兩道三弧相湊。成丙甲乙弧三角面。丙卯甲卯乙卯。同為半徑。三半

徑為橫轆于卯心。卯為三角之尖。乙甲丙弧三角面為底成乙
甲丙卯弧三角錐體。為割渾圓體之三分也。
此弧三角錐體。含千句股立錐體內。準前論可以明之。
因此弧三角錐。與句股錐同銳。卯異底。一以句股三角面為底。故
以弧三角變為句股。以求其比例。而有三法。三層句股所論
其一為酉末乙句股形。

用酉乙弧。乙為黃道兩。未乙句。甲為赤道乙。以當乙角之弦與句。

其一為子甲丑句股形。

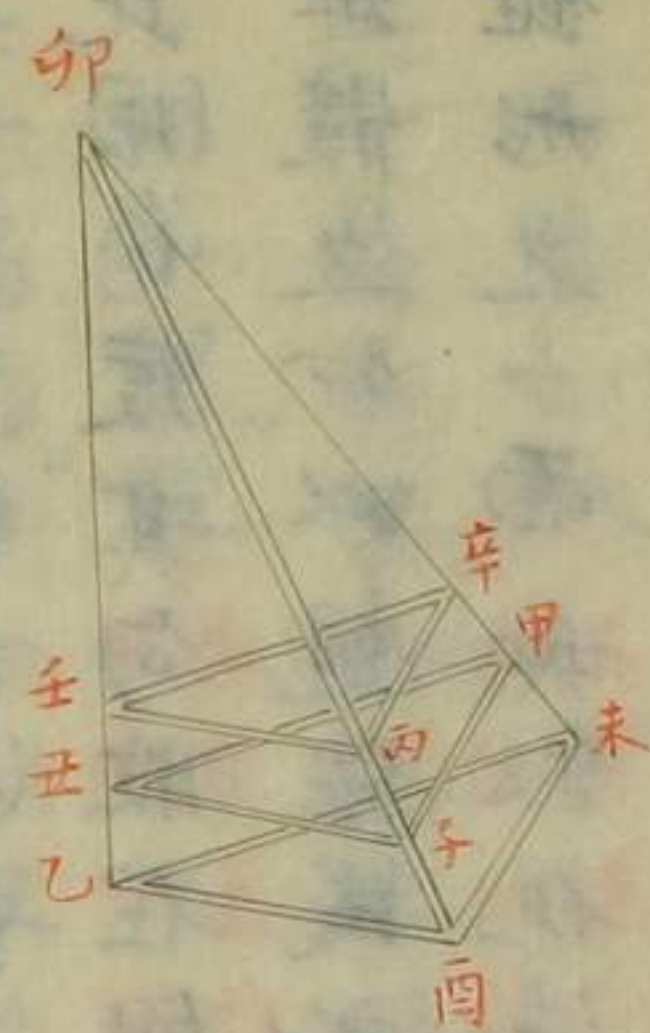
用子甲股。甲為赤道兩。甲丑句。甲為赤道乙。以當乙角之股與句。

其一為丙辛壬句股形。

用丙辛股。甲為赤道兩。丙壬弦。乙為黃道兩。以當乙角之股與弦。

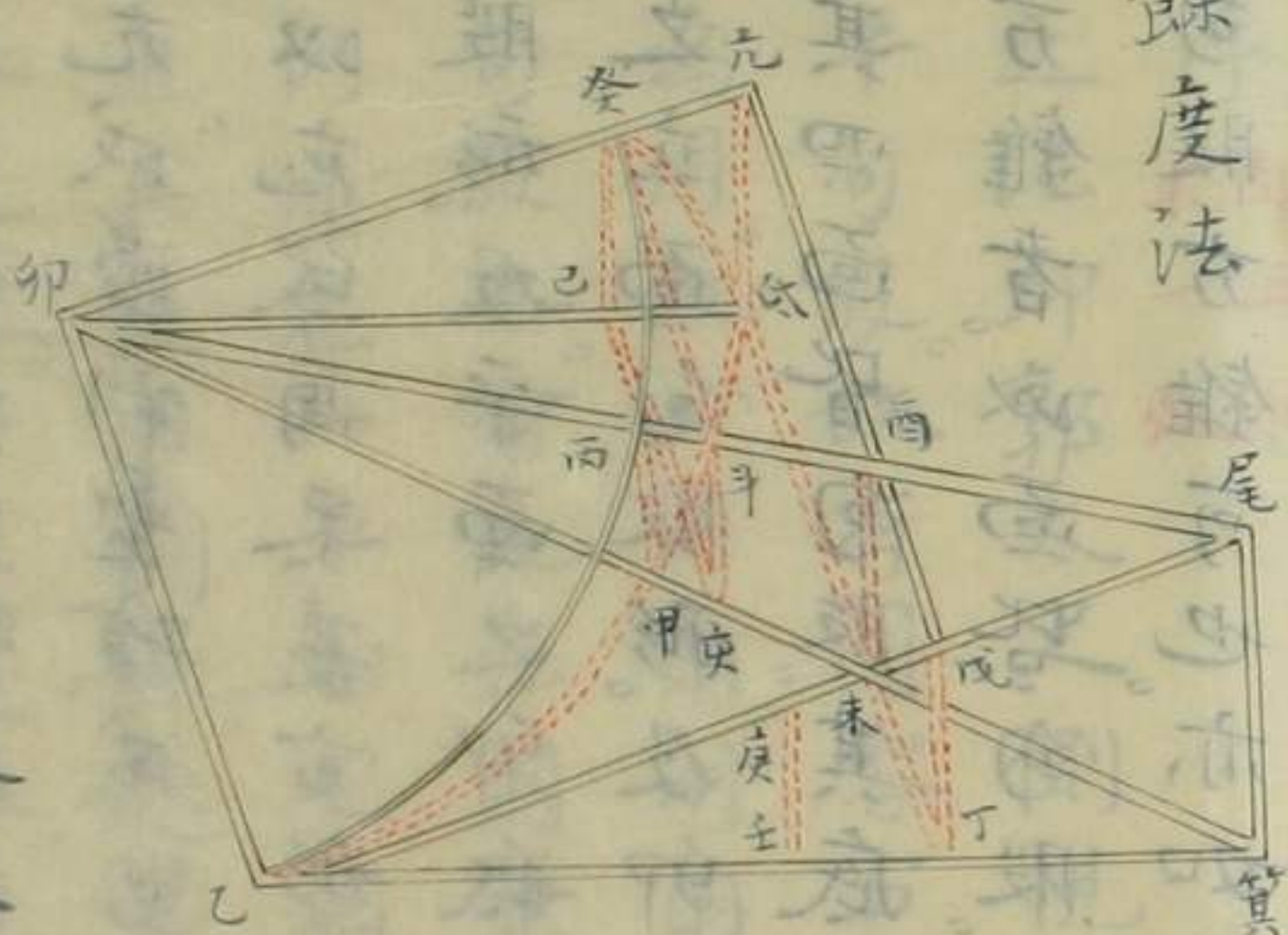
問兩弧求一弧。非句股錐子。與此所用同耶。異耶。曰。形不異也。
乃法異耳。何言乎法異。曰。句股錐一也。而有用角。不用角之殊。
此用角度。其句股在錐形之底。三層句股皆為其底。而遙對
渾體之心。以視法成比例。而弧求一弧。不用角度。其句股同在
錐形之一面。無假視法。自成比例。所以不同。然其為句股之比
例一而已矣。然則而弧求一弧。惟用割線餘弦。此所用者。惟
正弦切線。又何不同。若是耶。曰。角之句股在心。如卯心。乙至交圖。
始著是在渾圓之心。與為比例之句股在面。皆以一角連于
渾圓。二者相離。以視法相疊。如一平面。然惟正切線能與之
平行。皆與渾圓中割之平面。或對斜對則直線成一點。不能為比例。
因視法而躋縮。失其本象。或對視則直線成一點。不能為比例。

無所用之矣。若兩弧求一弧。則其句股自相埒。疊于一平面。立平
 斜三各具三句股。而相成。三項皆以本數自相為比例。全不關
 于視法。故無躋縮。而其算皆割線餘弦所成。于正弦切線反無
 所取。所以不同。若以量體之法言之。割線餘弦為量立標斜
 標之法。正弦切線則量底之法也。法西見二卷。



如圖。以卯為句股立錐之頂。卯乙
 為直立之標。如渾圓半徑。卯申。卯酉。
 為斜面之標。並如割線。酉乙。申乙。兩
 底線。並如切線。若依底線平截之。成
 大小三形。則比例見矣。

割渾圓用餘度法
 割渾圓內
 方錐之股
 眠錐之股



乙丙黃道弧。在四十五度以
 上。求甲乙赤道弧。即同
 依前法。半徑即卯乙與乙
 角分之餘弦。即卯乙與乙
 道之切線。乙尾與乙甲道之切
 線。乙實

此法無誤。但如此則兩切線大于壘堵。須引之于形外。是以小
 比例。例大比例也。若至八十度。切線太大。不可作圖矣。
 今改用餘度。法自卯渾圓心。過黃道設弧丙。作線至酉。底割至
 以乙丙黃道之餘弧癸丙。取其切線于斜面如癸斗。又以

乙甲赤道之餘弧甲戌取其切線于底如底末即以底末移
至斜面之標如乙酉變立句股乙尾箕為平斜句股乙酉及
相似法為半徑卯與乙角之正割線乙角即卯角其割若
乙丙黃道之餘切線斗與乙甲赤道之餘切線也即乙酉亦
即乙酉亦

按此法從乙戌邊割整項成句股方錐之眠體

其剖形以乙戌酉末長方形為底以卯為錐尖以斜面之卯
乙酉句股形及平面之卯戌末句股形為相對之二邊又以
卯戌乙之立面句股形及卯末酉之斜立面句股形為相對
之二邊其四面皆句股其底長方而以卯為尖故曰眠形
不直曰方錐者以面皆句股而卯戌線正立故不得僅云陽
馬謂之句股方錐可也亦如句股錐立三角不得僅謂鬣臆

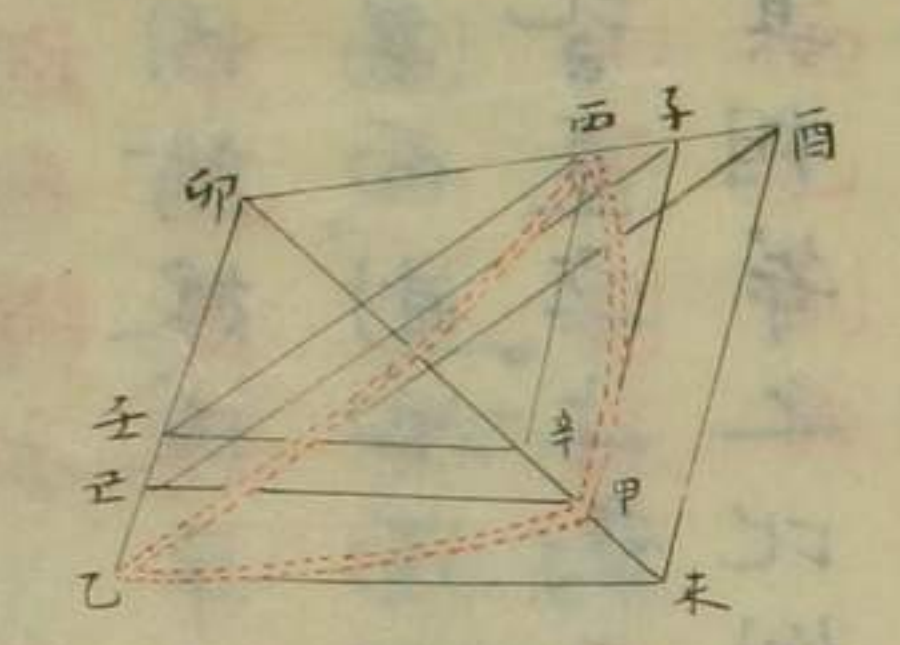
句股錐形序

即一西孤

正孤三角之法即郭太史側視圖也郭法以側視取立句股又
以平視取平句股故有圓容方直之法而不須用角西法專以
側視之圖為用故必用角用角即用孤也惟其用角故所用者
皆側立之句股也余此法則兼用平立斜三種句股而其大小
句股之比例並在一平面尤為明白易見而不更言角既與授
時之法相通其兼用割線起算春分又西曆之理也蓋義取適
用原無中外之殊竿不違天自有源流之合敬存此稿以質方
來其授時曆側視平視之圖詳具別卷

正弧三邊形以兩弧求一弧法
 句股錐形之理
 用割線餘弦以弧度求弧度而不言角其理與郭法相通
 丙甲乙三角弧形 甲為正角
 卯為渾員心 丙乙為黃道距春分之一弧 甲
 乙為赤道同升之弧 丙甲為黃赤距度 極即過
 乙一丙卯為黃道半徑 甲卯為赤道半徑 卯
 乙為黃赤兩道之半徑 壬卯為丙乙黃道之
 餘弦 其以丙壬為 丑卯為甲乙赤道之餘弦 其以甲丑為 辛卯為丙
 甲距度之餘弦 其以丙辛為 子卯為丙甲割線 其以子卯為 酉卯為
 丙乙割線 其以線酉乙為 未卯為甲乙割線 其以線未乙為 戌卯為
 斜面酉乙卯及子丑卯及丙壬卯皆句股形 乙丑壬皆正角 又

成線員乃錐句
 所諸割形股

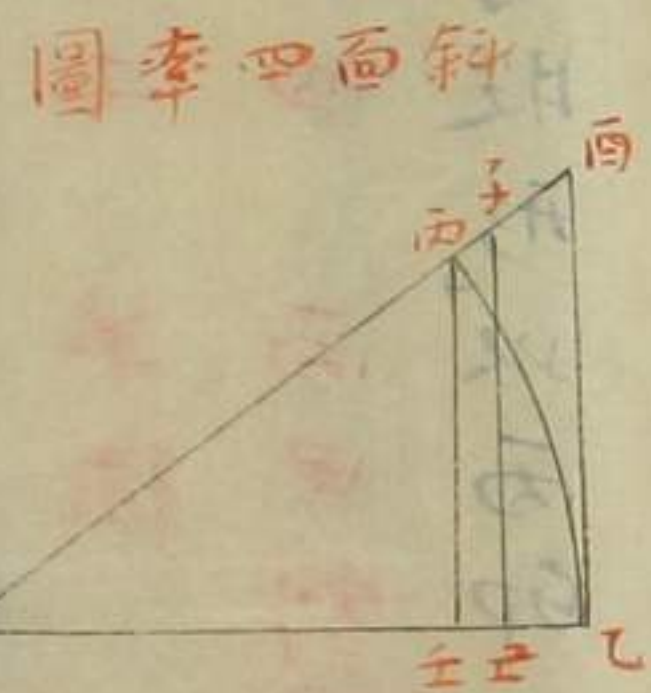


正弧三邊形以兩弧求一弧法
 句股錐形之理
 用割線餘弦以弧度求弧度而不言角其理與郭法相通
 丙甲乙三角弧形 甲為正角
 卯為渾員心 丙乙為黃道距春分之一弧 甲
 乙為赤道同升之弧 丙甲為黃赤距度 極即過
 乙一丙卯為黃道半徑 甲卯為赤道半徑 卯
 乙為黃赤兩道之半徑 壬卯為丙乙黃道之
 餘弦 其以丙壬為 丑卯為甲乙赤道之餘弦 其以甲丑為 辛卯為丙
 甲距度之餘弦 其以丙辛為 子卯為丙甲割線 其以子卯為 酉卯為
 丙乙割線 其以線酉乙為 未卯為甲乙割線 其以線未乙為 戌卯為
 斜面酉乙卯及子丑卯及丙壬卯皆句股形 乙丑壬皆正角 又

同用卯角。角之弧為丙乙黃道。平面來乙卯及甲丑卯及辛
 壬卯皆句股形。乙丑壬皆正角。又同用卯角。角之弧為甲乙赤
 道。立而面來卯及子甲卯及丙辛卯皆句股形。未甲辛皆正
 角。又同用卯角。角之弧為丙甲距度。其又及丙辛壬三句股形。
 所作切線正論。
 論曰。因諸線成平面句股形為底。而立面句股形為牆。斜面句
 股形為面。則四面皆句股形矣。而面未聯線及子甲切線。丙辛
 正弦皆直。立上對天頂。下指地心。故謂之句股錐形也。既成句
 股。則其相等之比例。可以相求。

用法

半徑與赤道之餘弦。若黃道之割線與距度之割線。



一	半徑	乙卯大句
二	甲乙餘弦	丑卯小句
三	丙乙割線	酉卯大弦
四	丙甲割線	子卯小弦

反之。則赤道餘弦與半徑若距度割線與黃道割線。

一	甲乙餘弦	丑卯小句
二	半徑	乙卯大句
三	丙甲割線	子卯小弦
四	丙乙割線	酉卯大弦

又更之。則黃道割線與半徑若距度割線與赤道餘弦。

一	丙乙割線	酉卯大弦
二	半徑	乙卯大句
三	丙甲割線	子卯小弦
四	甲乙餘弦	丑卯小句

右取斜面酉乙卯子丑卯丙句股形。以乙卯半徑為比例。借

一 餘弦兩割線而成四率

半徑與距度之割線。若黃道之餘弦與赤道之餘弦

一 半徑	丙卯小弦	二	丙甲割線	子卯大弦
三 丙乙餘弦	壬卯小句	四	甲乙餘弦	丑卯大句
反之。則距度割線與半徑。若赤道餘弦與黃道餘弦				
一 丙甲割線	子卯大弦	二 半徑	丙乙餘弦	壬卯小句
三 甲乙餘弦	丑卯大句	四 丙甲割線	子卯大弦	丙卯小弦

又更之。則黃道餘弦與半徑。若赤道餘弦與距度割線

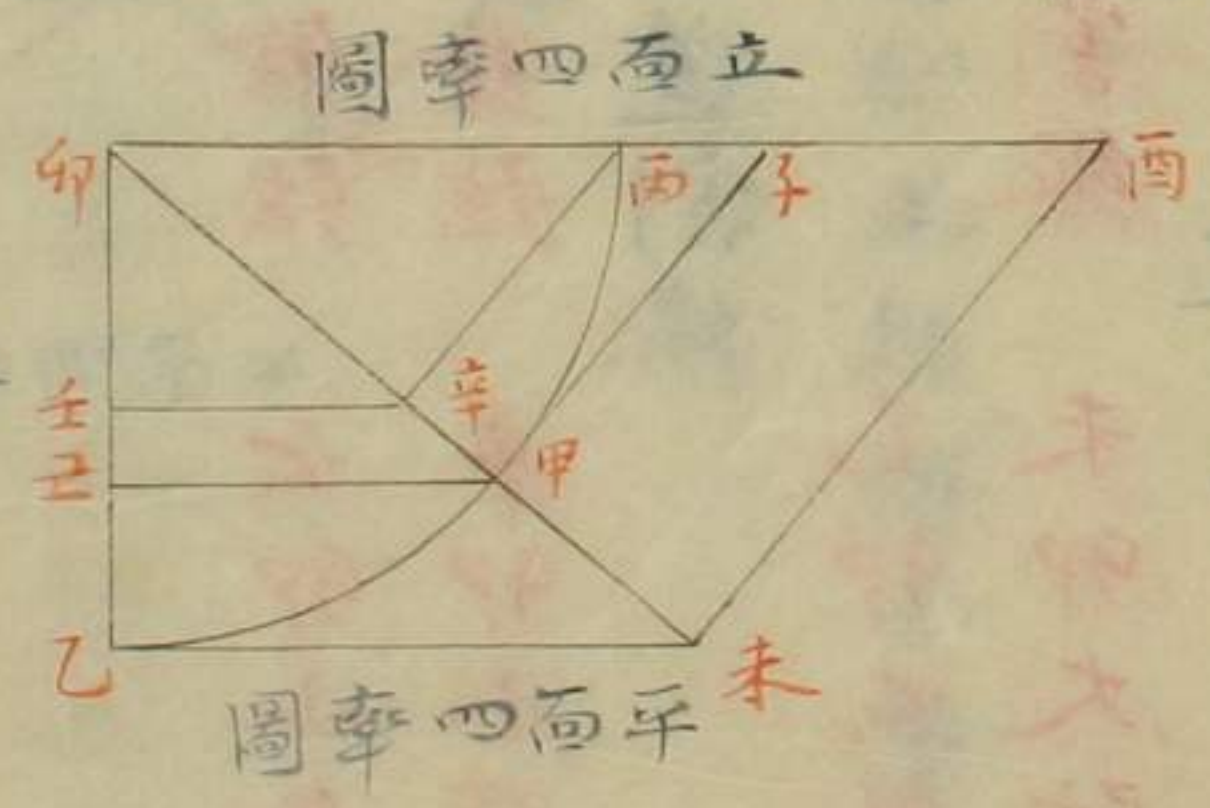
一 丙乙餘弦	壬卯小句	二 半徑	丙甲割線	子卯大弦
三 甲乙餘弦	丑卯大句	四 丙甲割線	子卯大弦	丙卯小弦

右取斜而丙壬卯子丑卯二句收形。以丙卯半徑。借一割線

丙餘弦而成四率

半徑與赤道割線。若距度割線與黃道割線

一 半徑	甲卯小句
二 甲乙割線	未卯大句
三 丙甲割線	子卯小弦
四 丙乙割線	酉卯大弦



更之。則赤道割線與半徑。若黃道割線與距度割線

一 甲乙割線	未卯大句	二 半徑	甲卯小句
三 丙乙割線	酉卯大弦	四 丙甲割線	子卯小弦

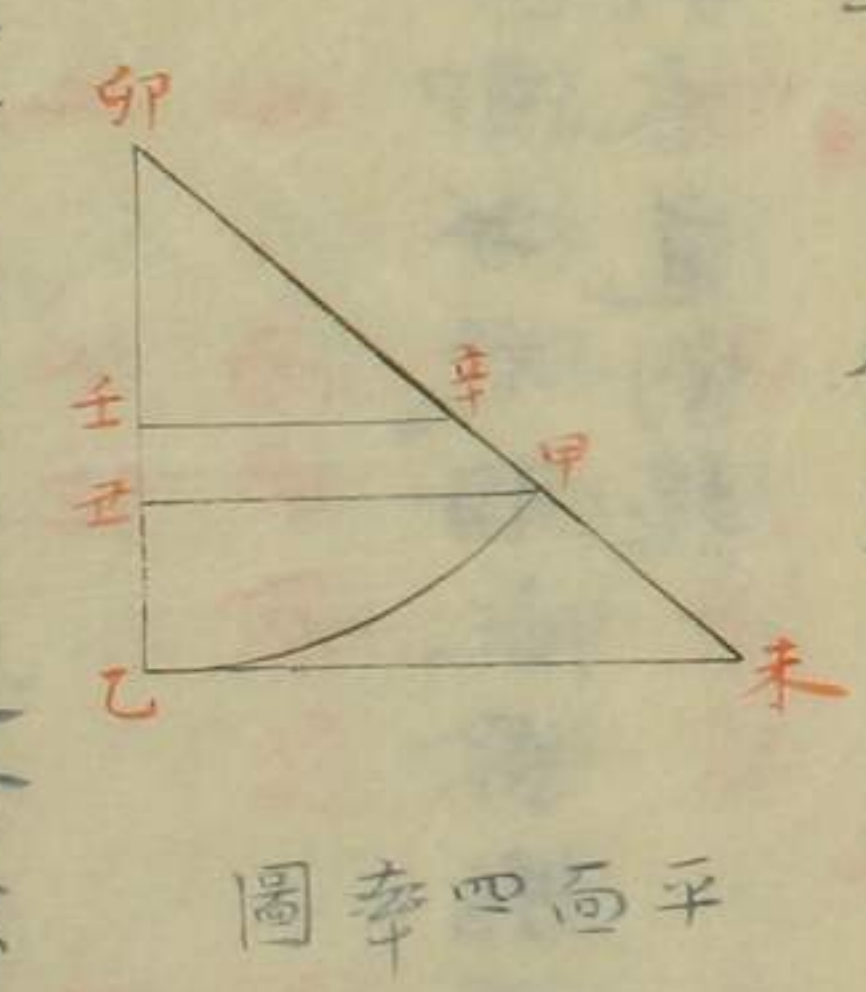
又更之。則距度割線與半徑。若黃道割線與赤道割線

一 丙甲割線 子卯小弦
 二 半徑
 三 丙乙割線 酉卯大弦
 四 甲乙割線 未卯大句
 右取立而酉未卯子甲卯二句股形以甲卯半徑偕三割線
 而成四率

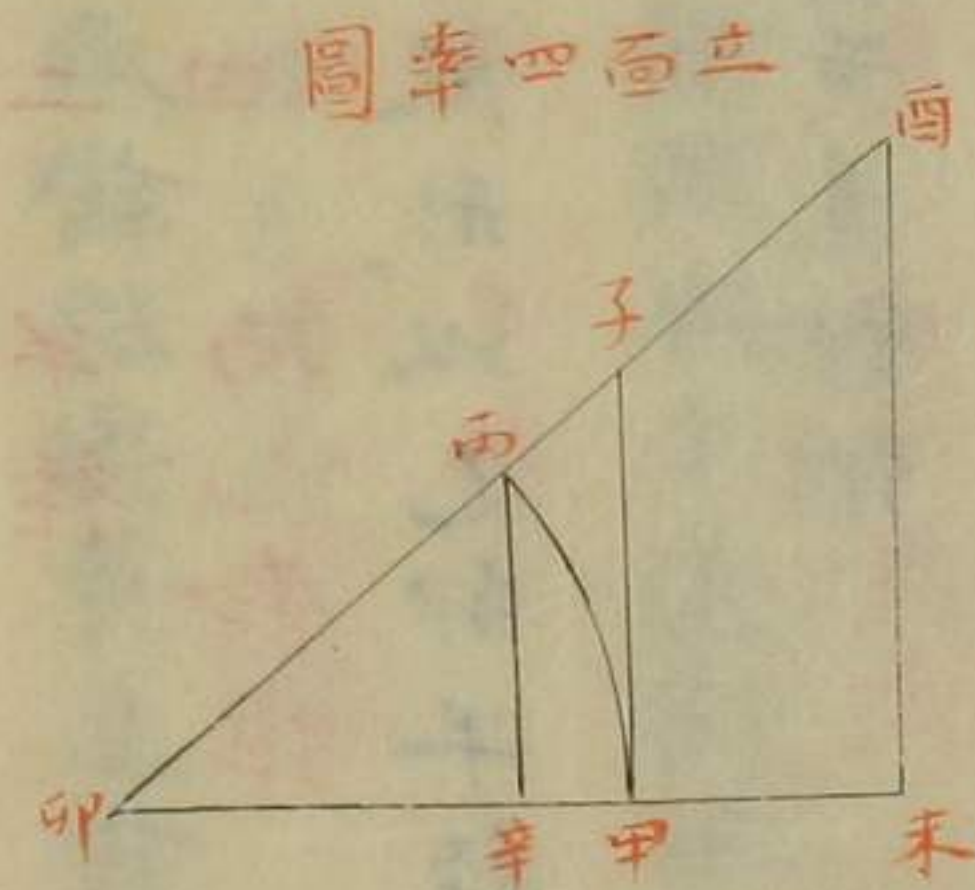
半徑與黃道餘弦若赤道割線與距弧餘弦
 一 半徑 乙卯大句
 二 丙乙餘弦 壬卯小句
 三 甲乙割線 未卯大弦 辛卯小弦
 更之則黃道餘弦與半徑若距弧餘弦與赤道割線
 一 丙乙餘弦 壬卯小句 乙卯大句
 二 半徑
 三 丙甲餘弦 辛卯小弦 未卯大弦
 四 甲乙割線
 又更之則赤道割線與半徑若距弧餘弦與黃道餘弦

一 甲乙割線 未卯大弦 乙卯大句
 二 半徑
 三 丙甲餘弦 辛卯小弦 壬卯小句
 四 丙乙餘弦
 右取平面未乙卯辛壬卯二句股形以乙卯半徑偕丙餘弦
 一割線而成四率

半徑與距度餘弦若赤道餘弦與黃道餘弦
 一 半徑 甲卯大弦
 二 丙甲餘弦 辛卯小弦
 三 甲乙餘弦 丑卯大句
 四 丙乙餘弦 壬卯小句
 更之則距度餘弦與半徑若黃道餘弦與赤道餘弦
 一 丙甲餘弦 辛卯小弦 甲卯大弦
 二 半徑

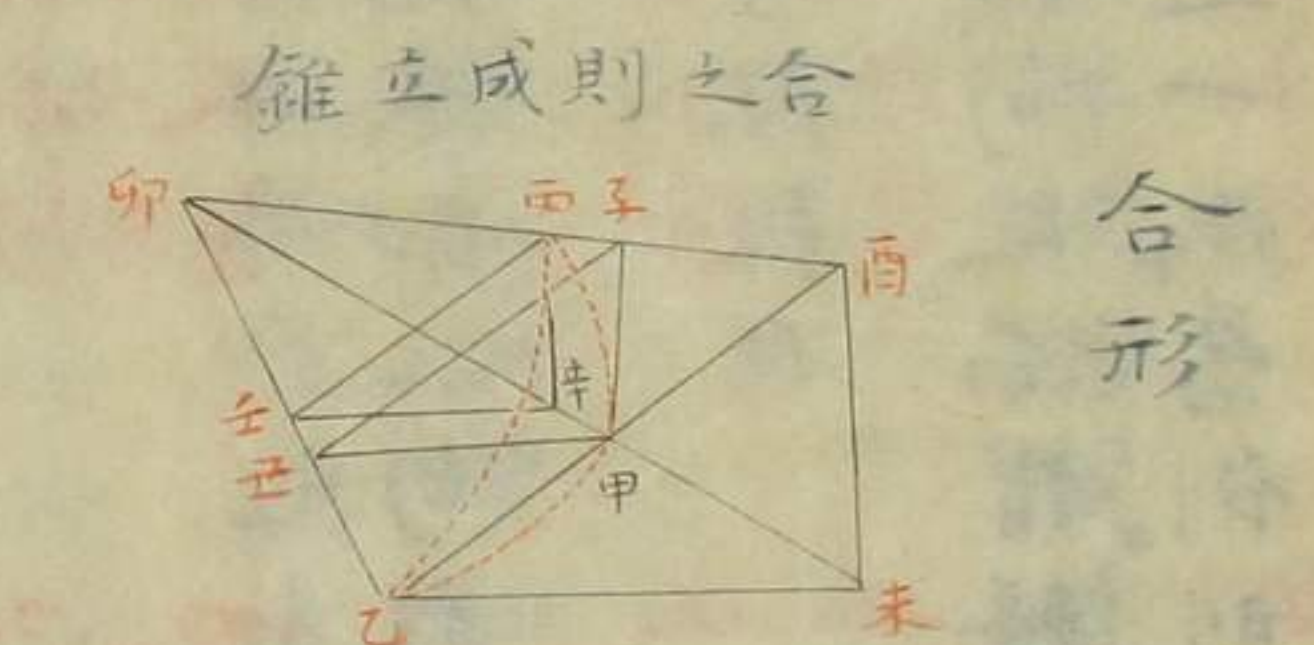
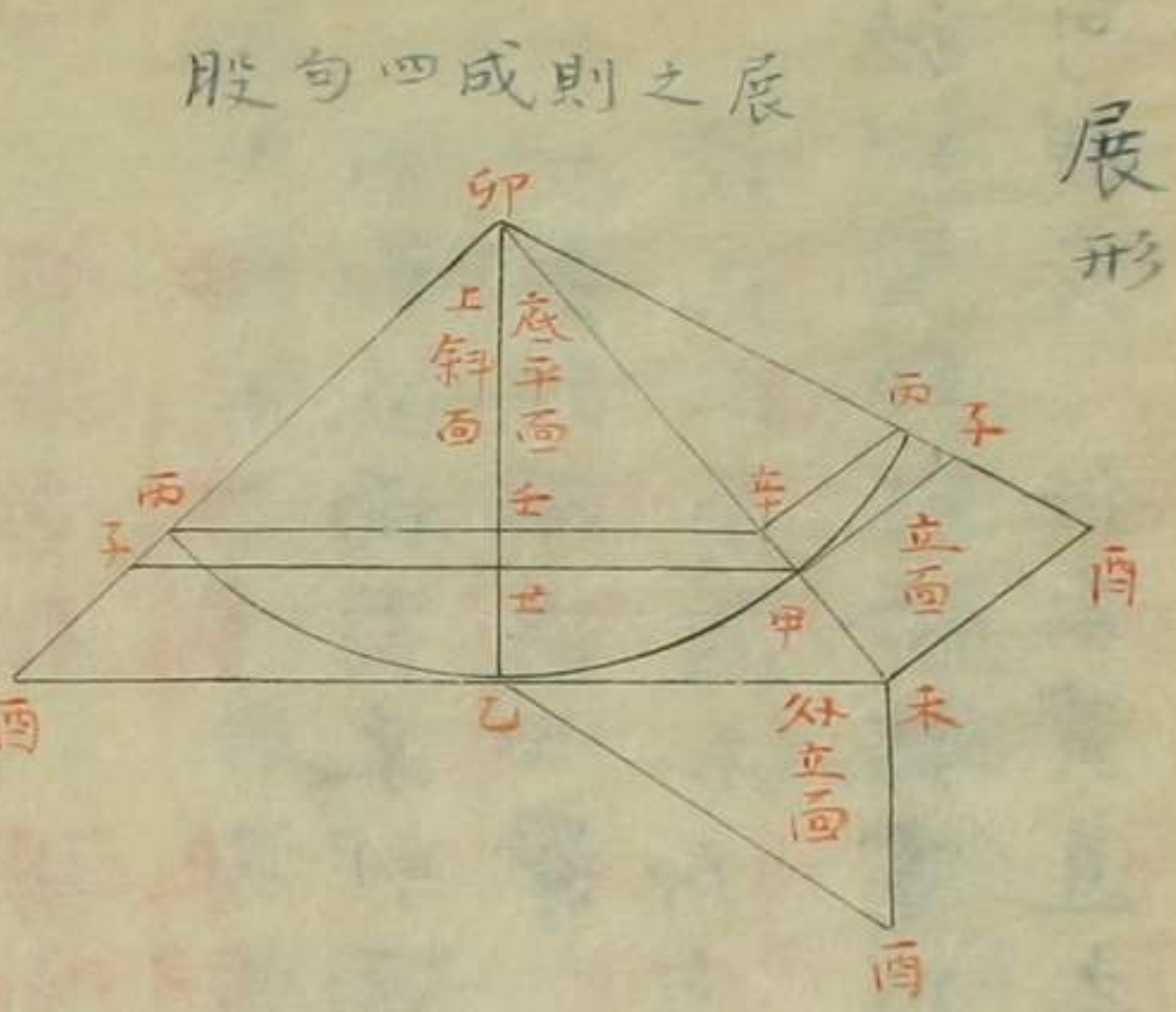


三 丙乙餘弦 壬卯小句
 又更之則赤道餘弦與半徑若黃道餘弦與距度餘弦
 一 甲乙餘弦 丑卯大句
 三 丙乙餘弦 壬卯小句
 右取平面 甲丑卯 二句股以甲卯半徑偕三餘弦而成四率
 半徑與黃道割線若距弧餘弦與赤道割線
 一 半徑 丙卯小弦
 二 丙乙割線 酉卯大弦
 三 丙甲餘弦 辛卯小句
 四 甲乙割線 未卯大句
 四 甲乙餘弦 丑卯大句
 二 半徑
 四 丙甲餘弦 辛卯小句
 甲卯大弦



更之則黃道割線與半徑若赤道割線與距弧餘弦
 一 丙乙割線 酉卯大弦
 三 甲乙割線 未卯大句
 又更之則距弧餘弦與半徑若赤道割線與黃道割線
 一 丙甲餘弦 辛卯小句
 三 甲乙割線 未卯大句
 右取立而酉未卯丙辛卯二句股形以丙卯半徑偕丙割線
 一餘弦而成四率
 作立三角儀法 即句股錐形
 法以堅括依各線畫成句股而摺轉之則各線之在渾圓者具
 可觀矣 任取黃道之一弧為例則各弧並同

論曰。此即郭若思太史員容方直之理也。太史法從二至起算。先求大立句股。依距至黃道度。取其正半弦為界。直切至赤道。平面截黃赤道兩半徑。成小立句股。以此為法。求得平面大句股。則赤道之正半弦也。其直切兩端下垂足跡。在二至半徑者。



底上甲乙弧。赤道同升度也。赤道各線俱在平面為底。面上丙乙弧。黃道度也。黃道各線俱在斜面。立面丙甲弧度。黃赤距緯也。距緯各線俱在立面。外立面為黃赤兩切線之界。

既成小立句股。其在所求本度者。又成斜立句股。此斜立句股之股。則本度黃赤距度之正半弦也。于是直切之跡。有黃道正半弦為其上下之橫長。有黃赤距度之正半弦為兩端之直闊。成直立之長方形。而在渾體之中。故曰弧容直闊也。此側立長方之四角。各有黃赤道之徑為其撈。以直湊渾體之心。成眠體之句股方錐。句股方錐者。底雖方而錐尖偏在一撈。則其四面皆成句股。此郭太史之法也。今用八線之法。以句股御渾體。其意略同。但其法主于用角。故從二分起算。遂成立句股錐形。立句股錐形。亦可以卯心為錐尖。是為眠體錐形。如此則兩錐形之尖。皆在員心。一郭法。而可通為一法。是故用郭太史法。則以句股方錐為主。而句股錐形。其餘度所成之餘形。今以句股錐

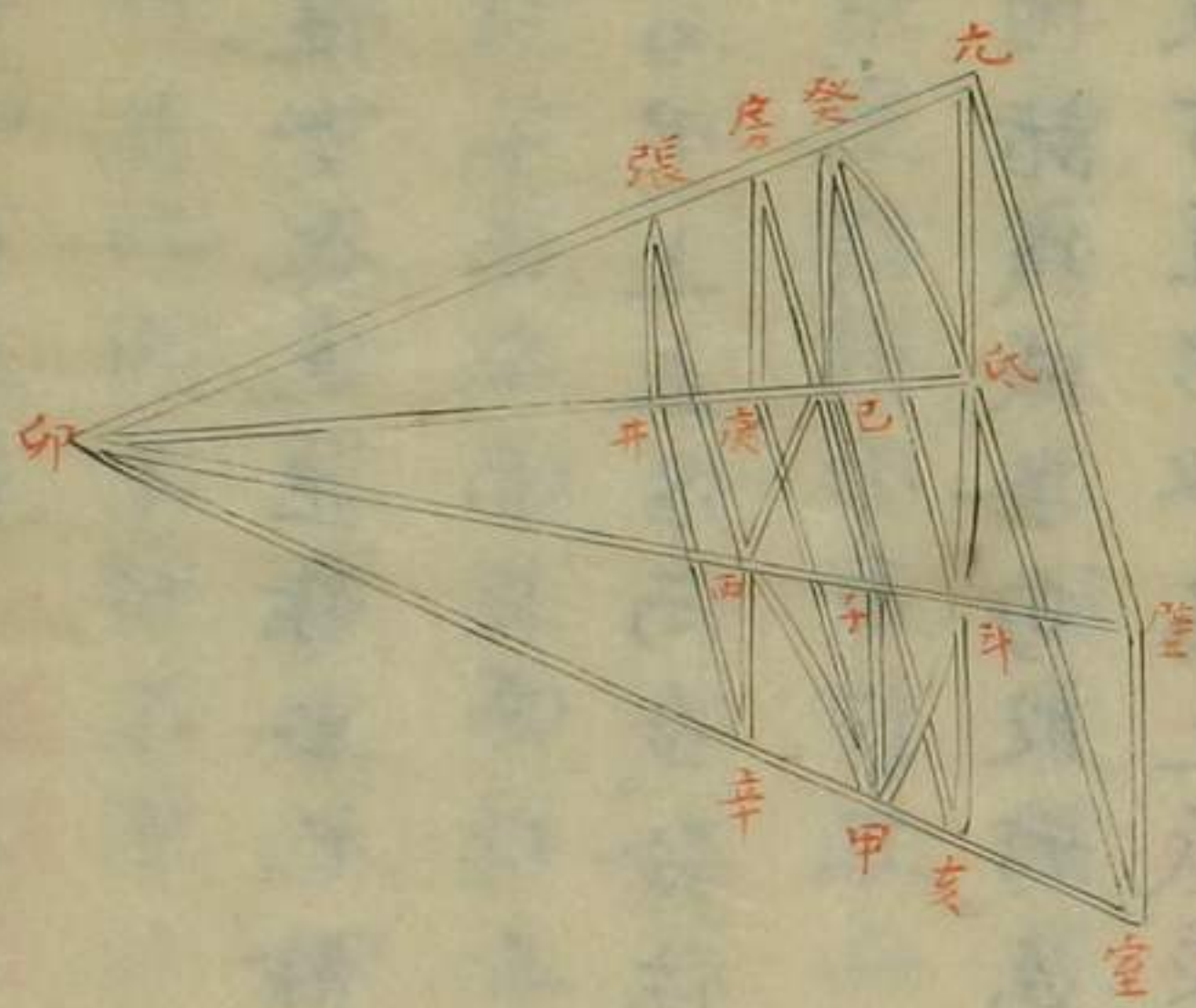
形為主。則員容直濶所成句股方錐。又為餘度餘形矣。然則此
而法者。不惟不相違。而且足以相發。古人可作。固有相視而笑
莫逆于心者矣。余竊怪夫世之學者。入主出奴。不能得古人之
深。而輕肆詆訶者。皆是也。吾安得好學深思其人。與之上下其
議哉。

句股方錐序

甄堵虛形以測渾員。原有二法。一為句股錐形。一為句股方錐
其句股錐之法。嚮有端論。方錐之法。亦略見于諸篇。而未暢厥
旨。故復著之。其法以弧求弧。而不言角。與句股錐同。而起算二
至。則郭太史本法矣。方錐與錐形。互相為正餘。故亦可以算距
分之度也。

其用亦不言角
 以八綫法立箕起數二至本郭太史員容方直之理而稍廣
 箕黃赤道及其距緯以西弧求一弧又法亦用句股方錐形
 以八綫法立箕起數二至本郭太史員容方直之理而稍廣
 其用亦不言角

箕黃赤道及其距緯以西弧求一弧又法亦用句股方錐形
 以八綫法立箕起數二至本郭太史員容方直之理而稍廣
 其用亦不言角



如圖癸為二至黃道癸丙為距至
 黃道之一弧設如所氏為二至赤道
 以甲為距至赤道之一弧與癸丙
 應癸氏為二至黃赤大距弧三度
 半丙甲為所設各度之黃赤距緯
 即過極圖卯為渾圓心
 黃道癸丙之正弦丙張餘弦張卯
 正矢癸張切綫癸斗割綫斗卯

赤道氏甲之正弦甲庚餘弦庚卯正天氏庚切綫氏室割綫室

卯

大距度癸氏之正弦癸巳餘弦巳卯正天氏巳切綫氏亢割綫

亢卯

距緯丙甲之正弦丙辛餘弦辛卯正天甲辛切綫甲子割綫子

卯

論曰因諸綫成各句股形為句股方錐之面其銳尖皆會于卯心又成方直形以為之底遂成句股方錐之眠體

一斜平面有黃道弧諸綫成句股形二一丙張卯又有相應之

赤道諸綫亦成句股形二一子房卯四者皆形相似而比例

等

一平面有赤道弧諸綫成句股二一甲庚卯又有相應之黃道

諸綫亦成句股二一辛巳卯四者皆形相似而比例等

一立面有大距弧諸綫成句股二一丙張卯又有相對之距緯

諸綫亦成句股二一房庚卯四者皆形相似而比例等

一斜立面有黃赤距度諸綫成句股二一子房卯又有相對之

大距度諸綫亦成句股二一壁室卯四者皆形相似而比例

等

論曰斜平面平面立面斜立面各具四句股而並為相似之形者皆以一大句股截之成四也其股與弦並原綫而所截之句

又平行其比例不得等

一內外西方直形

一在渾員形內即郭法所用乃黃道及距緯西正弦所成一在渾員形外乃赤道及本距

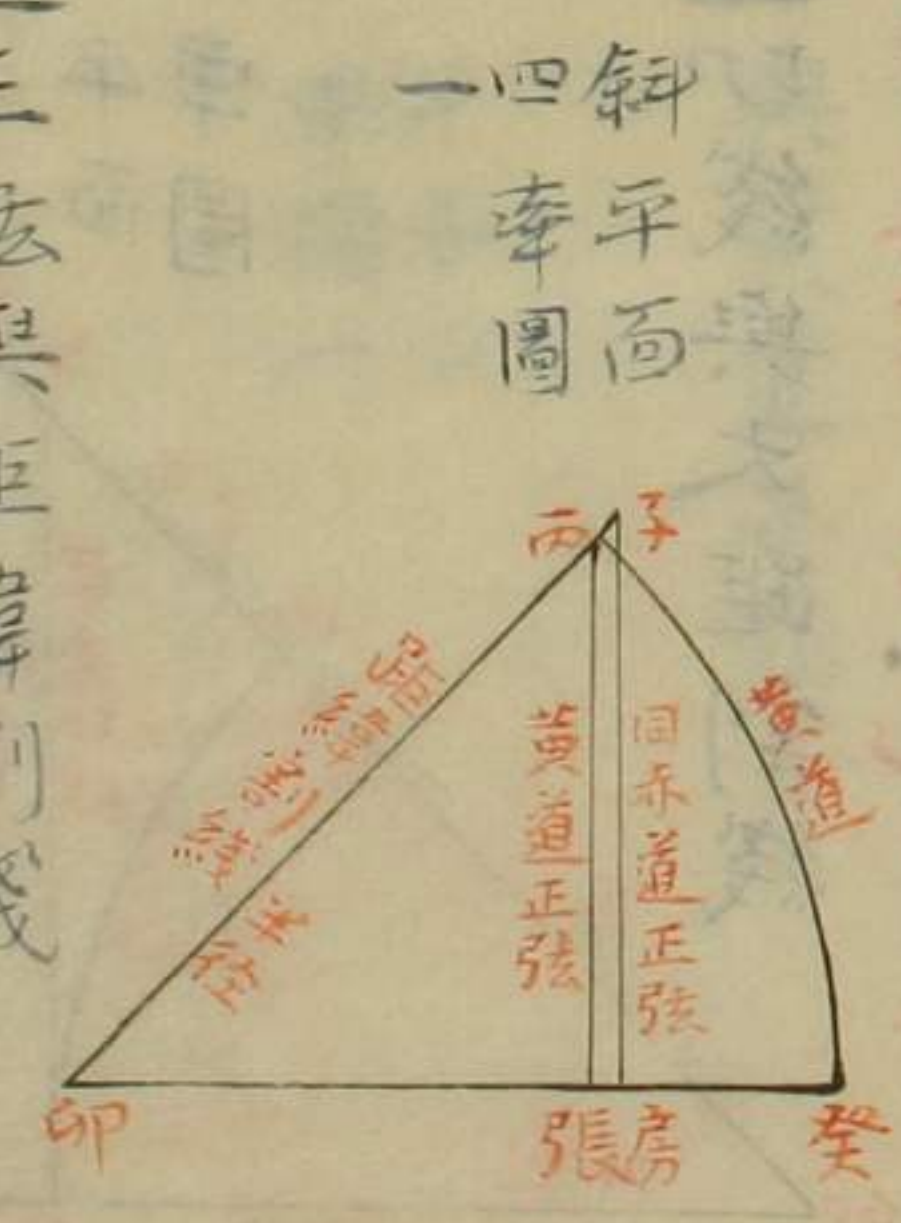
所成線 有平立諸綫為各相似相連句股形之句亦即為相
 似西方錐之底而比例等
 一不內不外西方直形 一跨黃道內外乃赤道正絃及距緯切綫所成
 大距正 有平立諸綫為各相似相連句股形之句亦即為相
 似西方錐之底而比例等
 論曰方錐眠體以平行之底橫截之 即四種方直形 成大小四
 方錐其錐體之頂銳 即 與其四稜皆不動所截之底又平行故
 其比例相似而等
 又論曰黃道在斜平面赤道在平面而其綫互居有以方直形
 故也大距度在立面距緯度在斜立面而其綫畢具者亦以方
 直形故也蓋形既方直則橫綫直綫而兩相對而等

用法

斜平面比例

黃道半徑與黃道正絃若距緯割綫與赤道正絃

- 一 半徑 丙卯小絃
 - 二 黃道正絃 丙張小股
 - 三 距緯割綫 子卯大絃
 - 四 赤道正絃 子房大股
- 更之黃道正絃與黃道半徑若赤道正絃與距緯割綫
- 一 丙張小股 二 丙卯小絃 三 子房大股 四 子卯大絃
- 又更之距緯割綫與黃道半徑若赤道正絃與黃道正絃
- 一 子卯大絃 二 丙卯小絃 三 子房大股 四 丙張小股



右取斜平面張丙卯。房子卯。二句股形。以丙卯半徑偕一割
綫而正弦。而成四率

黃道半徑與黃道切綫。若大距割綫與赤道切

一 半徑 癸卯小句

二 黃道切綫 癸卯小股

三 大距割綫 丙卯大句

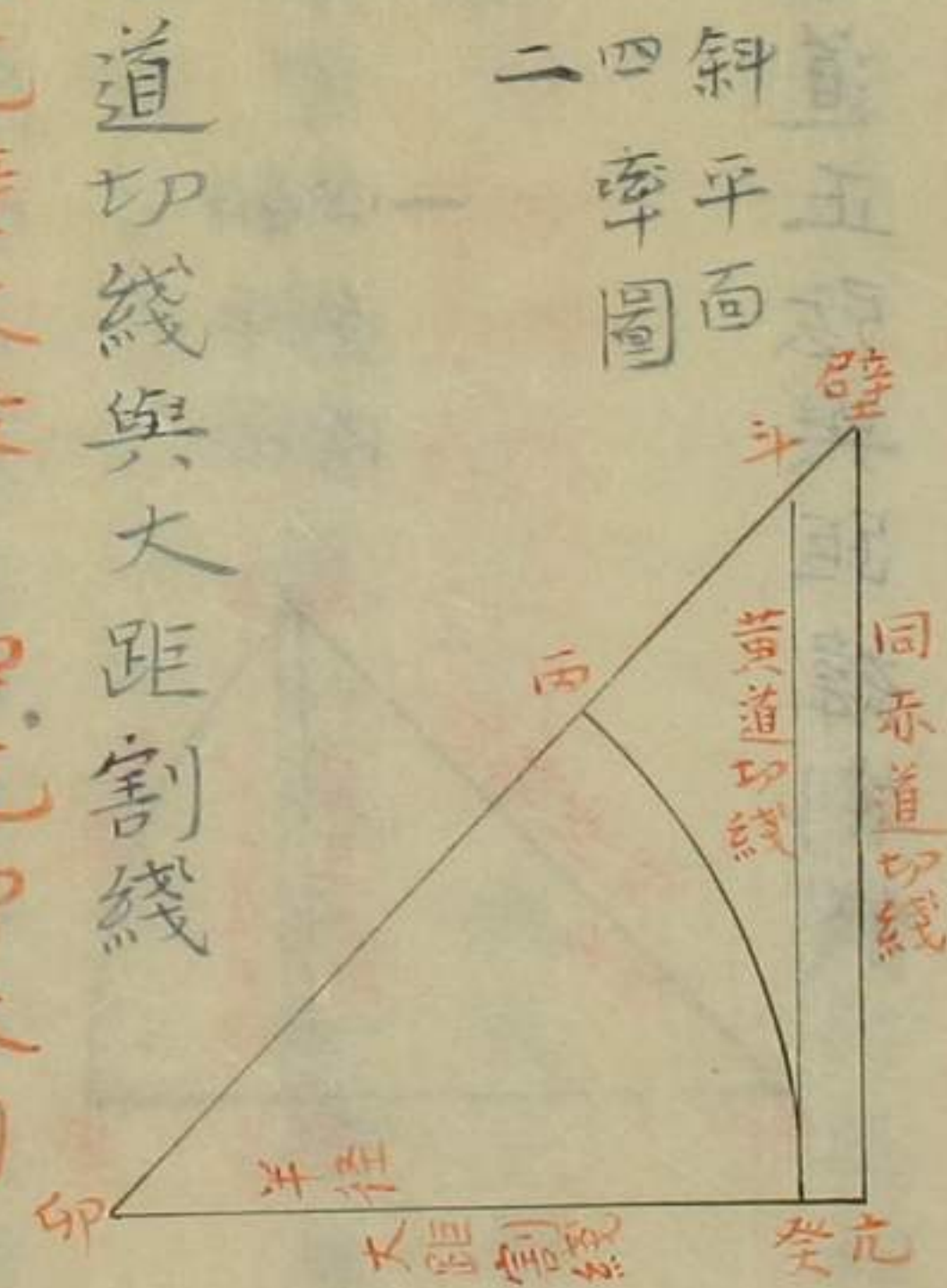
四 赤道切綫 丙卯大股

更之。黃道切綫與黃道半徑。若赤道切綫與大距割綫

一 癸卯小股 二 癸卯小句 三 丙卯大股 四 丙卯大句

又更之。大距割綫與黃道半徑。若赤道切綫與黃道切綫

一 丙卯大句 二 癸卯小句 三 丙卯大股 四 癸卯小股



右取斜平面斗癸卯。壁丙卯。二句股形。以癸卯半徑偕一割
綫。兩切綫。而成四率

平面比例

赤道半徑與赤道正弦。若距緯餘弦與黃道正弦

一 半徑 甲卯大弦

二 赤道正弦 甲庚大股

三 距緯餘弦 辛卯小弦

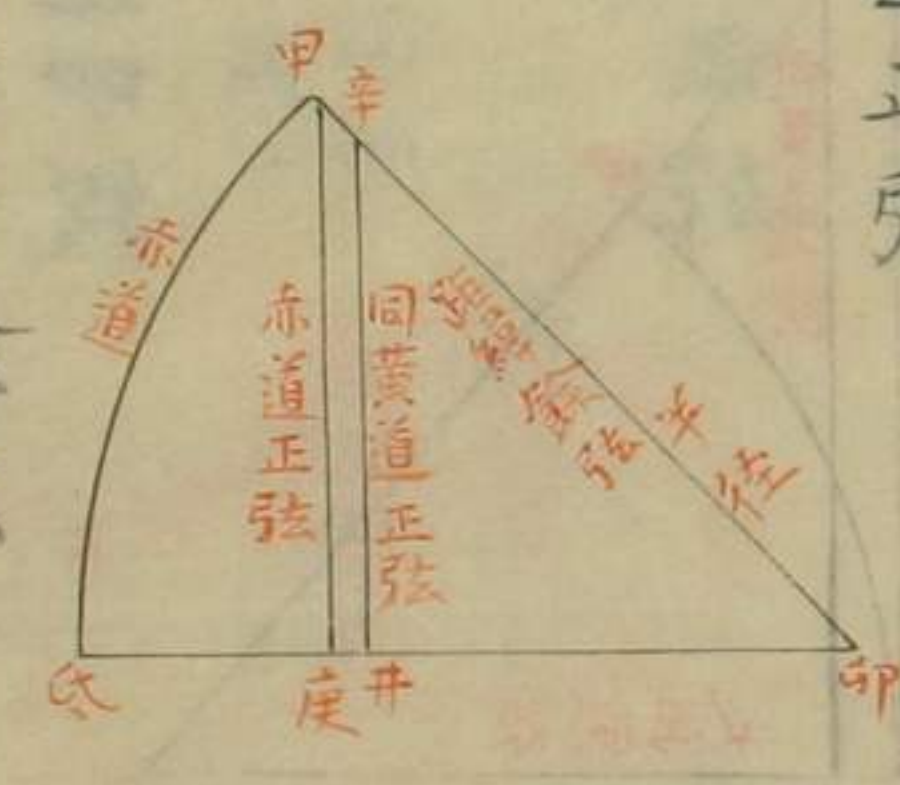
四 黃道正弦 辛井小股

更之。赤道正弦與赤道半徑。若黃道正弦與距緯餘弦

一 甲庚大股 二 甲卯大弦 三 辛井小股 四 辛卯小弦

又更之。距緯餘弦與赤道半徑。若黃道正弦與赤道正弦

平面四率圖一



一辛卯小弦 二甲卯大弦 三辛井小股 四庚甲大股
 右取平面井辛卯庚甲卯二句股形以甲卯半徑偕一餘弦
 而正弦而成四率

赤道半徑與赤道切綫若大距餘弦與黃道切綫

一 半徑 二 赤道切綫 三 大距餘弦 四 黃道切綫

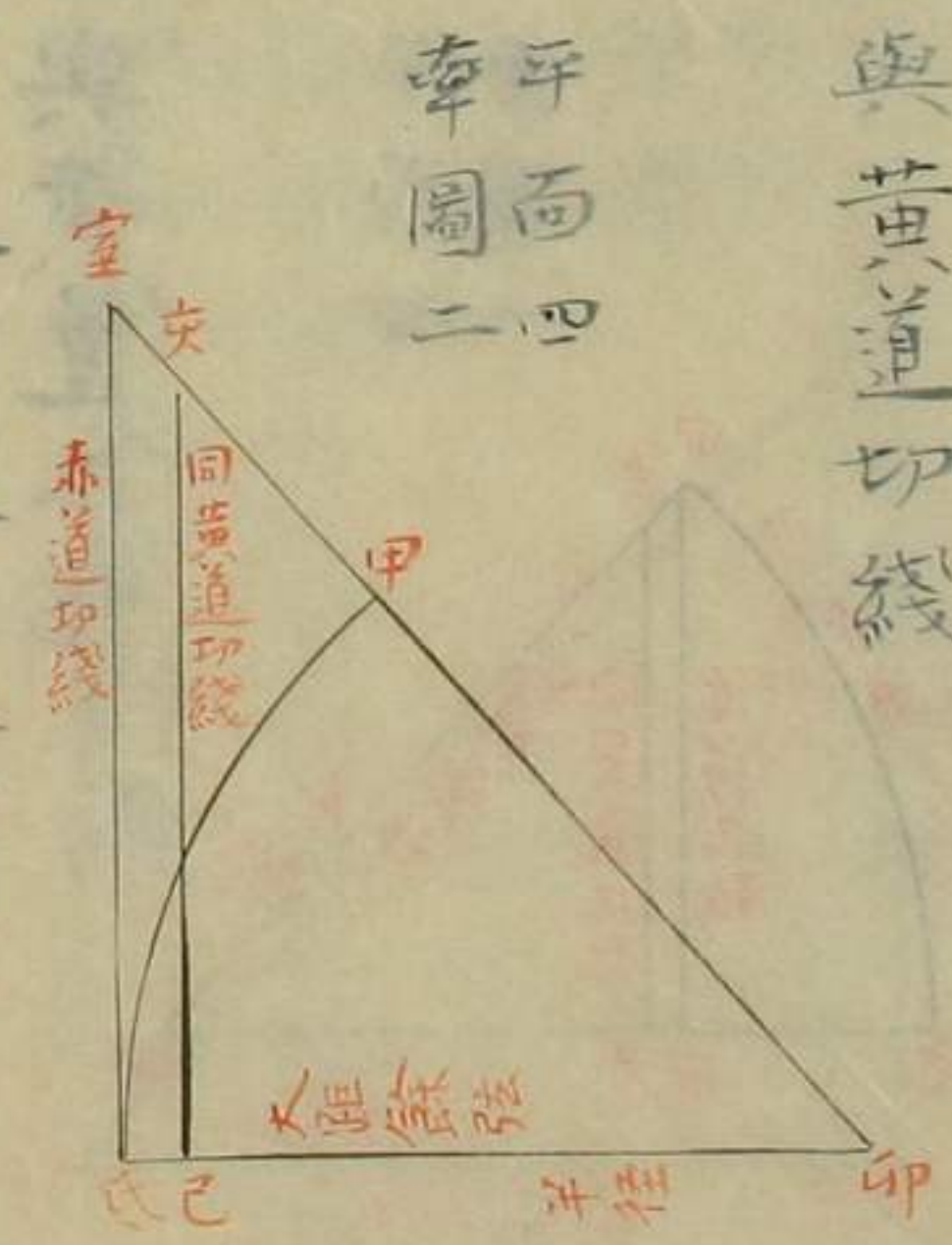
一 辛卯小弦 二 甲卯大弦 三 辛井小股 四 庚甲大股

一 赤道半徑 二 赤道切綫 三 大距餘弦 四 黃道切綫

更之赤道切綫與赤道半徑若黃道切綫與大距餘弦

一 赤道大股 二 赤道小股 三 大距餘弦 四 黃道切綫

又更之赤道切綫與赤道半徑若黃道切綫與赤道切綫



平面四率圖二

一 己卯小句 二 氏卯大句 三 己亥小股 四 氏室大股
 右取平面亥己卯室氏卯二句股形以氏卯半徑偕一餘弦
 而切綫而成四率

立而比例

黃道半徑與大距正弦若黃道餘弦與距緯正弦

一 半徑 二 大距正弦 三 黃道餘弦 四 距緯正弦

一 辛卯小弦 二 甲卯大弦 三 辛井小股 四 庚甲大股

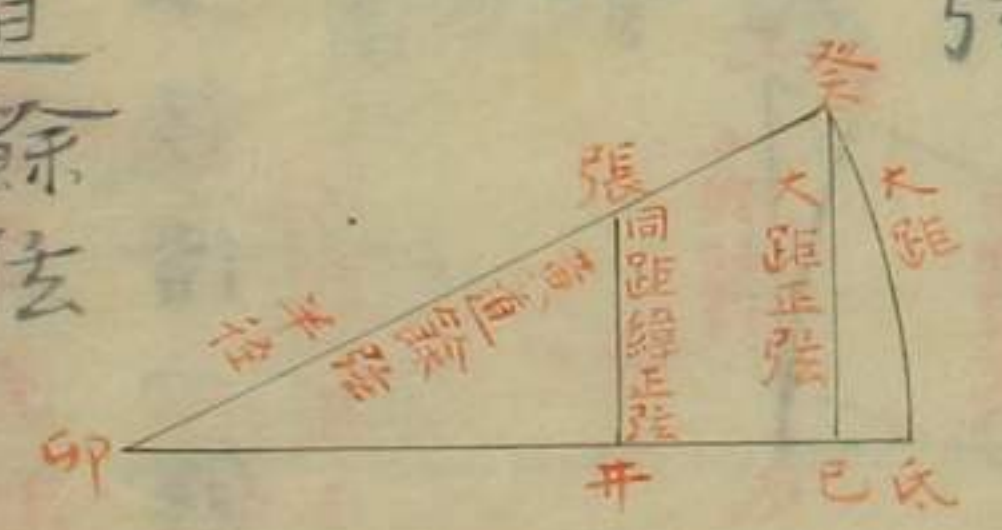
一 赤道半徑 二 赤道切綫 三 大距餘弦 四 黃道切綫

一 辛卯小弦 二 甲卯大弦 三 辛井小股 四 庚甲大股

更之大距正弦與黃道半徑若距緯正弦與黃道餘弦

一 癸巳大股 二 癸卯大股 三 張井小股 四 張卯小弦

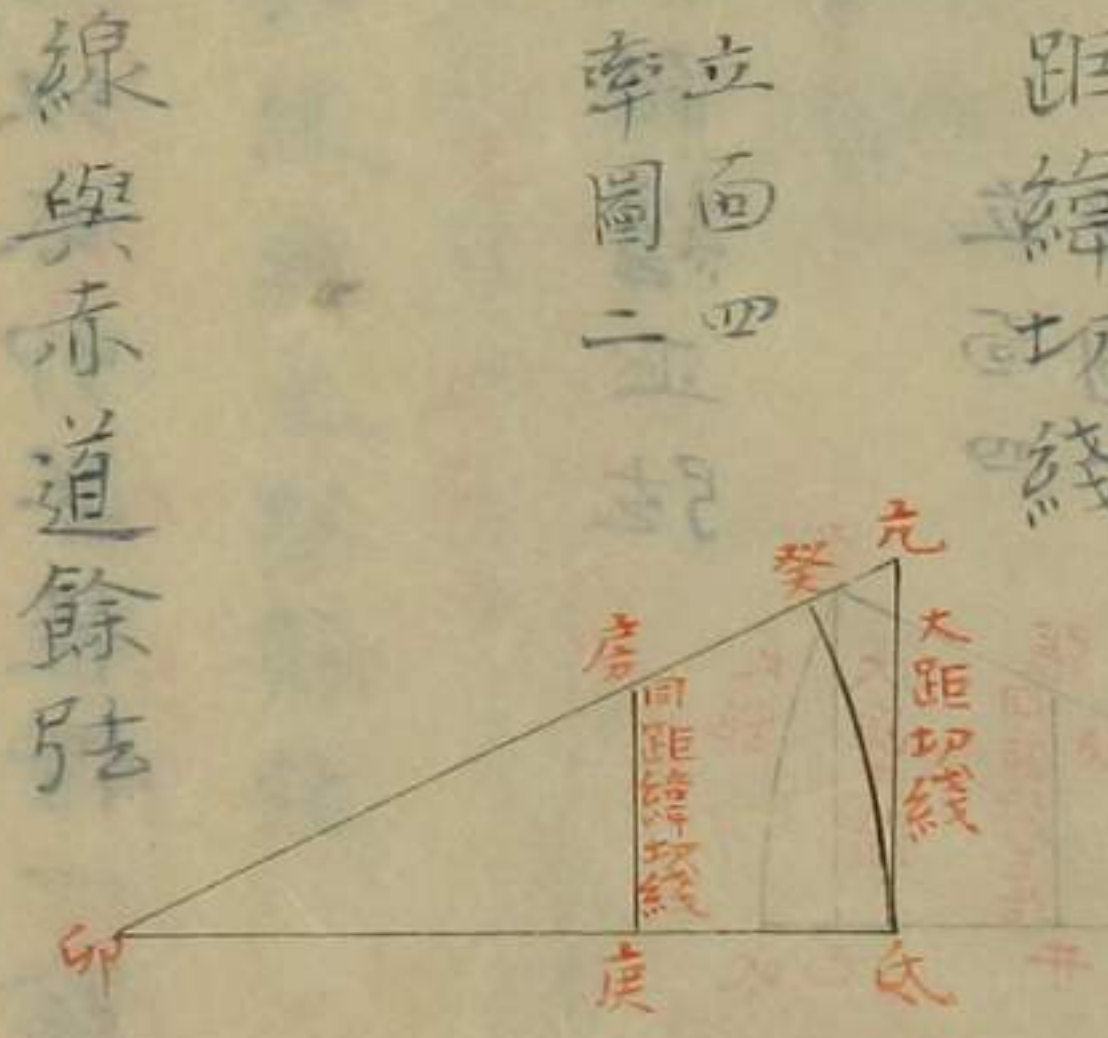
立而四率圖一



又更之黃道餘弦與黃道半徑若距緯正弦與大距正弦
 一張卯小弦 二癸卯大弦 三庚房小股 四癸巳大股
 右取立面已癸卯并張卯二句股形以癸卯半徑偕一餘弦
 而正弦而成四率

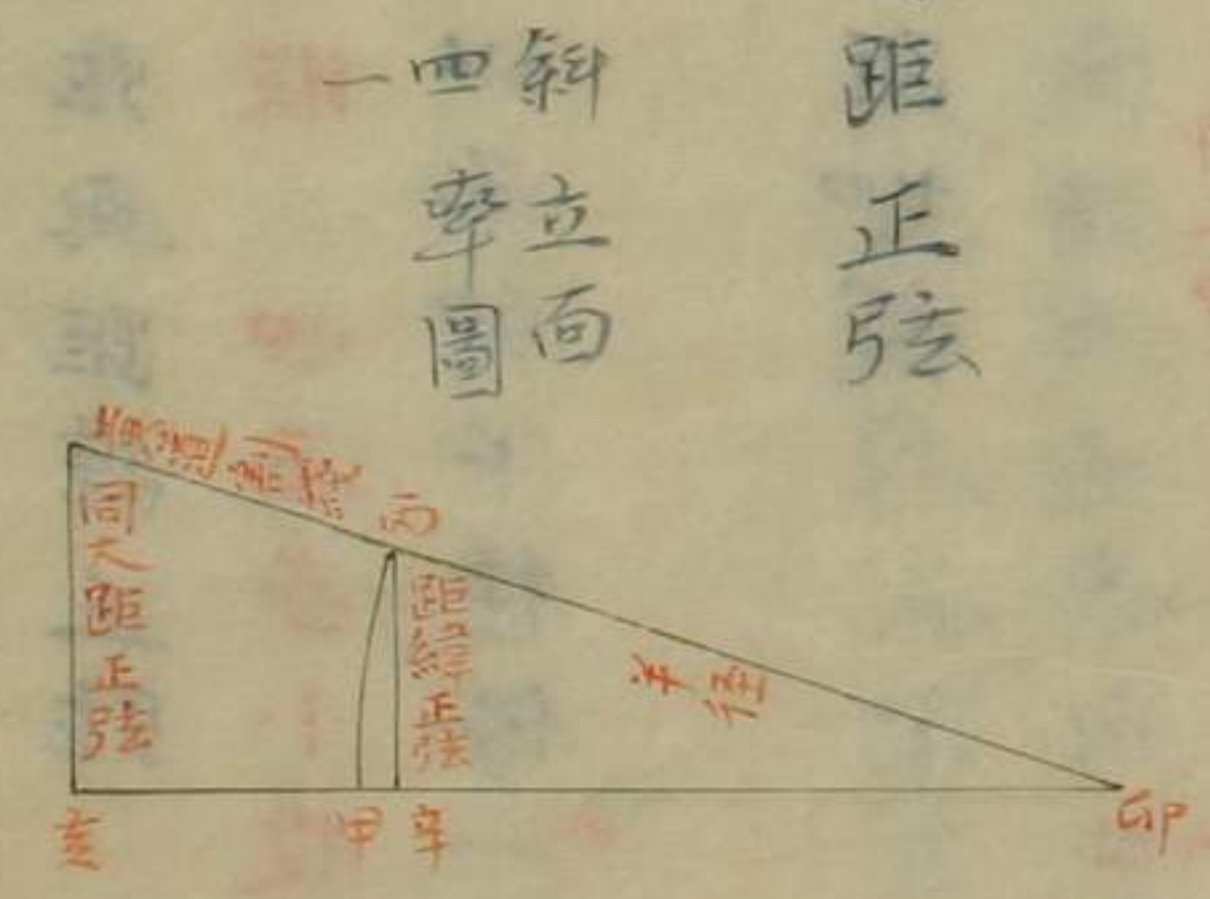
赤道半徑與大距切綫若赤道餘弦與距緯切綫

- 一 半徑 氏卯大句
 - 二 大距切綫 氏亢大股
 - 三 赤道餘弦 庚卯小句
 - 四 距緯切綫 庚房小股
- 更之大距切綫與赤道半徑若距緯切綫與赤道餘弦
 一氏亢大股 二氏卯大句 三庚房小股 四庚卯小句

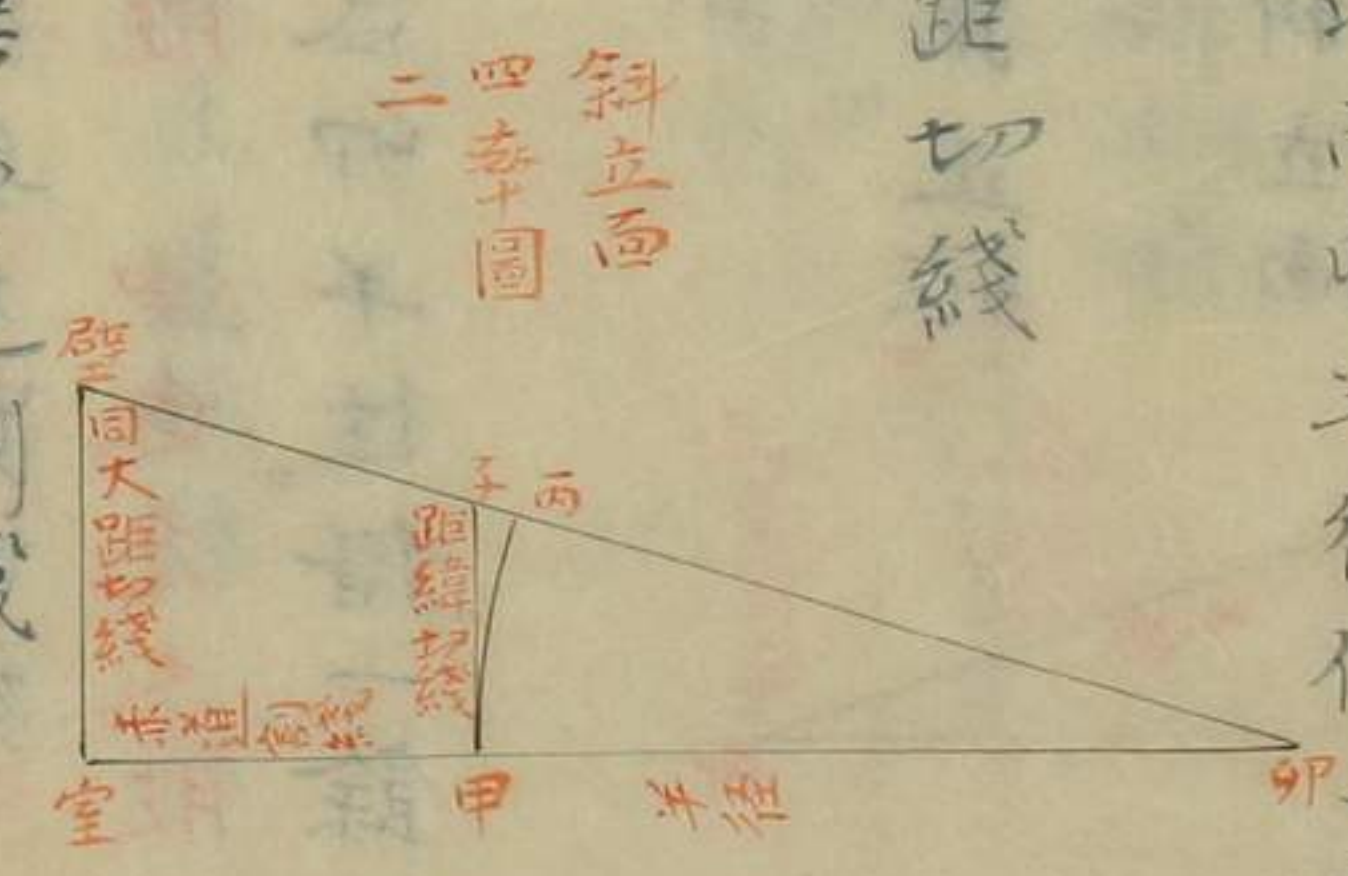


又更之赤道餘弦與赤道半徑若距緯切綫與大距切綫
 一庚卯小句 二氏卯大句 三庚房小股 四氏亢大股
 右取立面房庚卯亢氏卯二句股形以氏卯半徑偕一餘弦
 而切綫而成四率

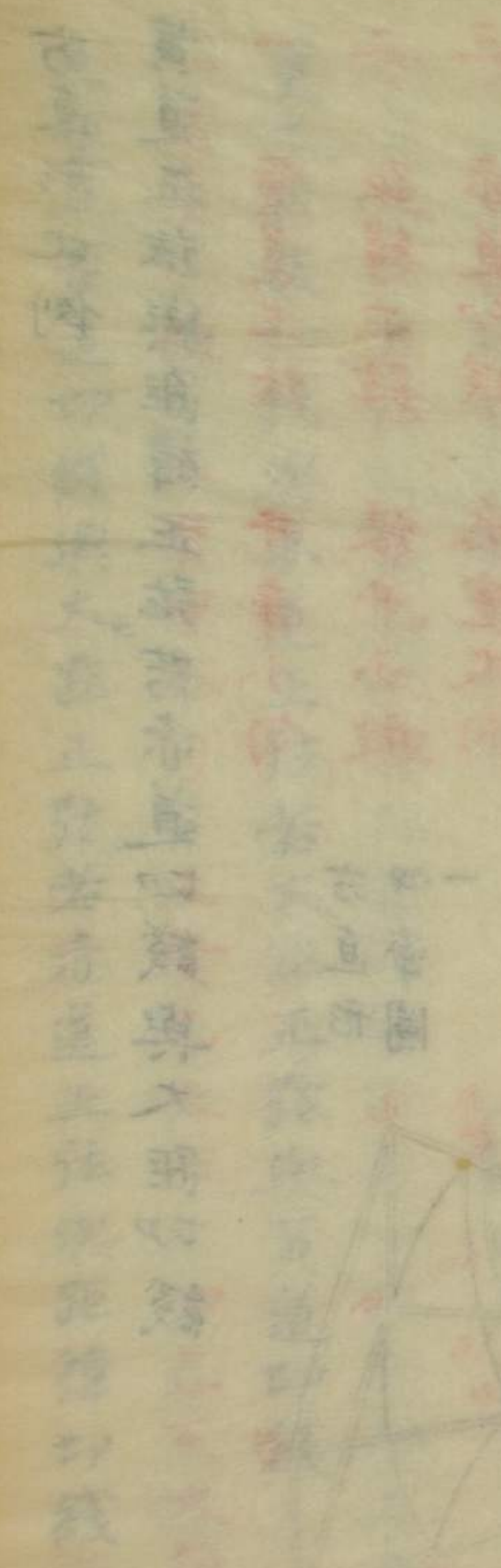
- 一 半徑 西卯小弦
 - 二 距緯正弦 西辛小股
 - 三 黃道割綫 斗卯大弦
 - 四 大距正弦 斗亥大股
- 更之距緯正弦與黃道半徑若大距正弦與黃道割綫



一西辛小股 二丙卯小弦 三斗亥大股 四斗卯大弦
 又更之黃道割綫與黃道半徑若大距正弦與距緯正弦
 一斗卯大弦 二丙卯小弦 三斗亥大股 四丙辛小股
 右取斜立面辛卯卯亥斗卯二句股形以丙卯半徑偕一割
 綫而正弦而成四率
 赤道半徑與距緯切綫若赤道割綫與大距切綫
 一赤道半徑 甲卯小句
 二距緯切綫 甲子小股
 三赤道割綫 室卯大句 二句股形
 四大距切綫 室辟大股
 更之距緯切綫與赤道半徑若大距切綫與赤道割綫
 一甲子小股 二甲卯小句 三室壁大股 四室卯大句
 又更之赤道割綫與赤道半徑若大距切綫與距緯切綫
 一室卯大句 二甲卯小句 三室壁大股 四甲子小股
 右取斜立面子甲卯壁室卯二句股形以甲卯半徑偕一綫而正弦而成四率
 以上方錐形之四面每面有大小四句股形即各成四率
 比例者六合之則二十有四並以兩弧求一弧而不言角



一甲子小股 二甲卯小句 三室壁大股 四室卯大句
 又更之赤道割綫與赤道半徑若大距切綫與距緯切綫
 一室卯大句 二甲卯小句 三室壁大股 四甲子小股
 右取斜立面子甲卯壁室卯二句股形以甲卯半徑偕一綫而正弦而成四率
 以上方錐形之四面每面有大小四句股形即各成四率
 比例者六合之則二十有四並以兩弧求一弧而不言角



方直形比例

黃道正弦與距緯正弦若赤道切綫與大距切綫

一 黃道正弦 井辛小句

二 距緯正弦 張井小股

三 赤道切綫 氏室大句

四 大距切綫 亢氏大股

更之距緯正弦與黃道正弦若大距切綫與赤道切綫

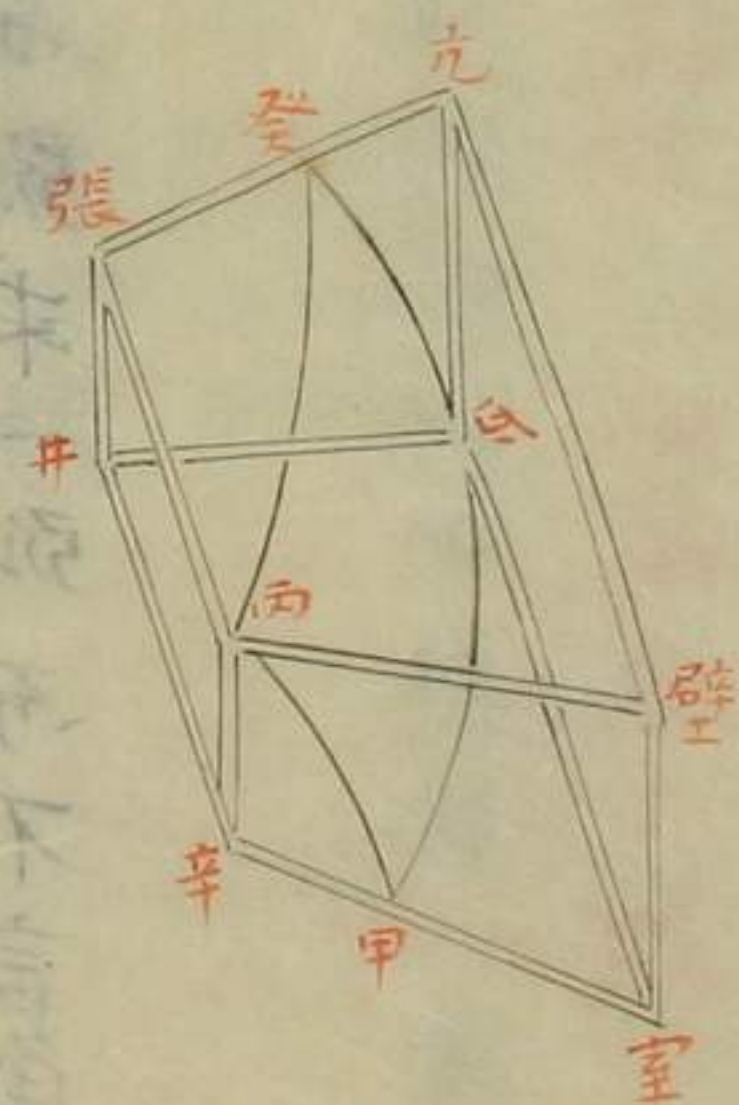
一 張井小股 二 井辛小句 三 亢氏大股 四 氏室大句

又更之赤道切綫與大距切綫若黃道正弦與距緯正弦

一 氏室大句 二 亢氏大股 三 井辛小句 四 張井小股

再更之大距切綫與赤道切綫若距緯正弦與黃道正弦

方直形
四率圖



一 亢氏大股 二 氏室大句 三 張井小股 四 井辛小句

右取渾體內所容方直形止黃道及距緯兩正弦借渾體外所作方直形上赤道及大距兩切綫而成四率

赤道正弦與距緯切綫若黃道切綫與大距正弦

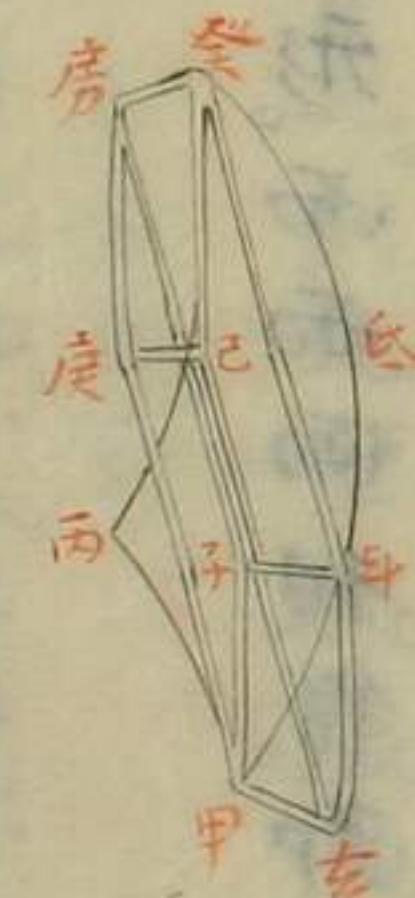
一 赤道正弦 庚甲小句

二 距緯切綫 房庚小股

三 黃道切綫 己亥大句

四 大距正弦 癸巳大股

方直形
四率圖



更之距綫切綫與赤道正弦若大距正弦與黃道切綫

一 房庚小股 二 庚甲小句 三 癸巳大股 四 己亥大句

又更之黃道切綫與大距正弦若赤道正弦與距緯切綫

一已亥大句 二癸巳大股 三庚申小句 四房庚小股

再更之。大距正弦與黃道切綫。若距緯切綫與赤道正弦。

一癸巳大股 二已亥大句 三房庚小股 四庚申小句

右取方直形上黃道切綫大距正弦。偕又一方直形上赤道

正弦距緯切綫。而成四率。

以上大小方錐形之底。各成方直形。而兩相偕。即各成

四率。比例者四。合之則八。並以三弧求一弧。而不言角。

凡句股方錐形。所成之四率比例。共三十有二。皆不言角。

內四率中有半徑者二十四。並兩弧求一弧。四率中無半

徑者八。以三弧求一弧。其不言角則同。

間各面之句股形。並以形相似而成比例。若方直形所用皆各

形之大小句。然不同居一面。又非相似之形。何以得相為比例。

曰。句股形一居平面。一居立面。而能相比例者。以有稜綫為之

作合也。何以言之。如元卯割綫為方錐形之一稜。而此綫既為

斜平面句股形。壁元之股。又即為立面句股形。元之弦。故其

比例。在斜平面為元卯與張卯。若元壁與張兩也。而在立面為

元卯與張卯。若元氏與張井也。合而言之。則元壁與張兩。亦若

元氏與張井。餘倣此。

問此以方直相比。非句股本法矣。曰。亦句股也。試平置方錐。以

底著地。使卯銳直指天頂。而從其卯頂俯視之。則卯井庚巳氏

稜綫上分股之界。因對視而成一點。元卯稜綫與元氏綫相疊。

室卯綫與室氏相疊。皆昭合為一。惟元壁室氏直方形。因平視

翼則翼乙距春分四十七度三十一分九釐弱。于是黃道切線與
 而翼癸距夏至四十二度三十一分九釐弱。于是黃道切線與
 大距度割線等。而方慙堦之形以成。元卯為大距之割線。其
 數一。一。九。六。五。戊。乙。為黃道四十七度三十一分九釐弱。其
 數亦一。一。九。六。五。戊。乙。為黃道四十七度三十一分九釐弱。其
 乃黃道求赤道用。而切線之所賴也。則若赤道求黃道。而慙堦
 法曰。自黃道四十七度三十九分以前。用正切。是立面句股比
 例。戊。丁。乙。句。股。比。例。即。元。卯。或。用。癸。卯。黃道半徑
 一。戊。乙。句。股。比。例。即。元。卯。或。用。癸。卯。黃道半徑
 二。丁。乙。句。股。比。例。即。元。卯。或。用。癸。卯。黃道半徑
 三。酉。乙。句。股。比。例。即。元。卯。或。用。癸。卯。黃道半徑
 四。未。乙。句。股。比。例。即。元。卯。或。用。癸。卯。黃道半徑
 右黃道求赤道為以弦求句
 小句 小弦 大句 大弦

一 赤道半徑氏卯 大句 大弦
 二 大距割線元卯 大句 大弦
 三 赤道切線未乙 小句 小弦
 四 黃道切線酉乙 小句 小弦
 右赤道轉求黃道為以句求弦
 自黃道四十七度三十九分以後。用餘切。是斜平面句股比例
 斜面。元虛卯為大句股。癸斗卯為小句股。在
 平面則為氏危卯為大句股。己心卯為小句股。
 一 黃道半徑癸卯 小股
 二 大距割線元卯 大股
 三 黃道餘切癸斗 小句
 四 赤道餘切元虛 大句
 餘女乙氏 餘女乙氏 其 其

右黃道求赤道為以股求句

一 赤道半徑已卯 大股

二 大距餘弦已卯 小股

三 赤道餘切危乙 即亢 大句 女氏即女乙

四 黃道餘切心已 即奎 小句 赤道之餘 牛爰即牛乙 黃道之餘

右以赤道轉求黃道亦為以股求句

論曰赤道求黃道用句股于赤道平面即郭太史員容方直之理但郭法起二至則此所謂餘弧乃郭法之正弧又郭法只用正弦而此用切線為差別耳
又論曰正切線法亦可用于半象限以上餘切線亦可用于半象限以下此因方整塔之底正方則所用切線至方角而止故

各用其所宜

云半象限者主赤道而言若黃道以四十七度二十九分為新一平一斜故其比例如弦與句

又論曰正切線法即句股錐形也餘切線法即句股方錐也以對角斜線分整塔為兩成此二種錐形遂兼兩法

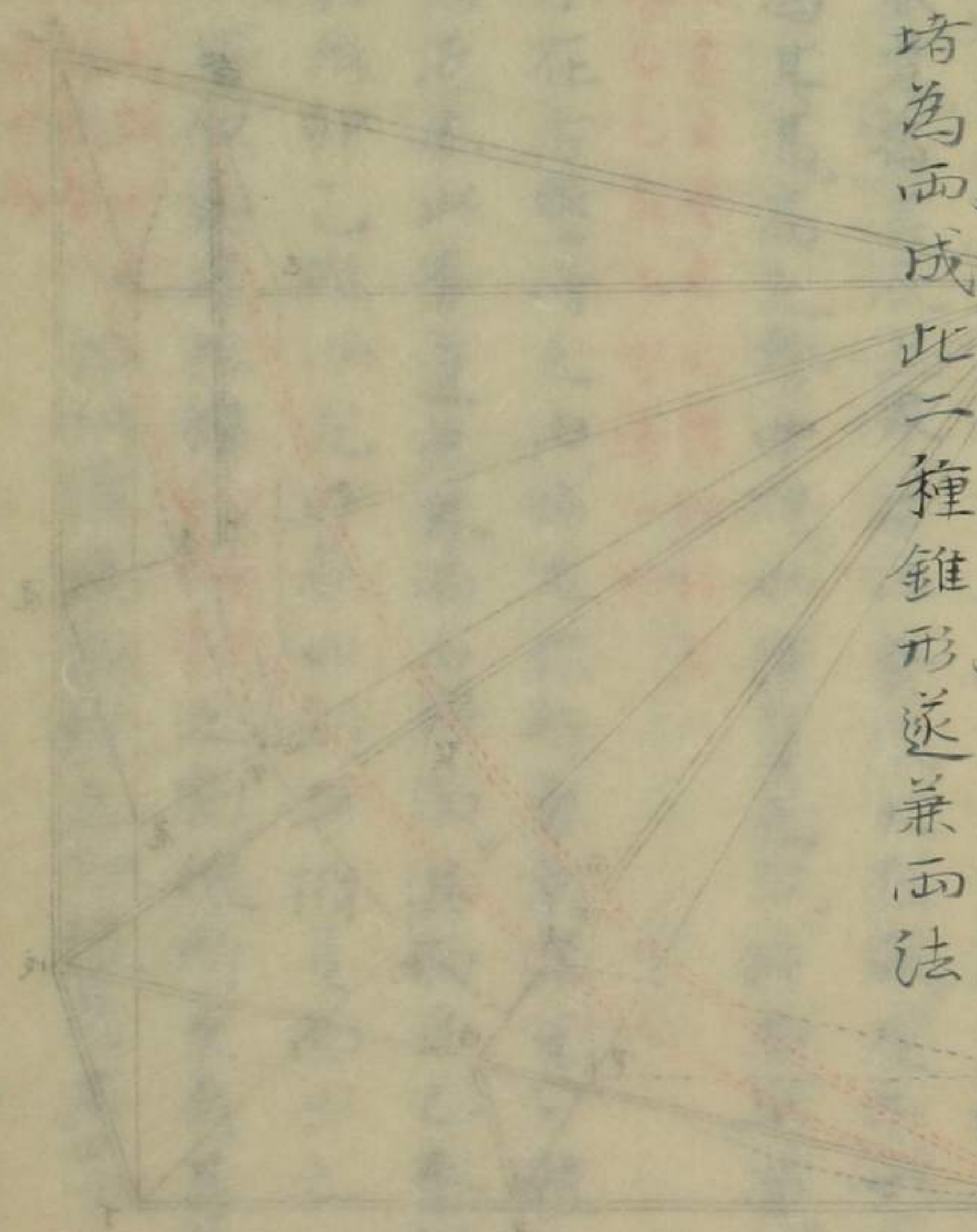


Figure 1: A diagram illustrating the construction of a perspective view of a rectangular object. The object is shown in a 3D perspective, with its edges and vertices labeled. The diagram includes a horizontal line representing the ground plane, and a vertical line representing the object's height. The perspective is created by drawing lines from the top corners of the object to a single point on the horizon line, labeled 'vanishing point'. The diagram is divided into two parts: the top part shows the object in perspective, and the bottom part shows the construction lines and the vanishing point.

其高自發。以火距。漸殺至春分乙角。而合為一點。

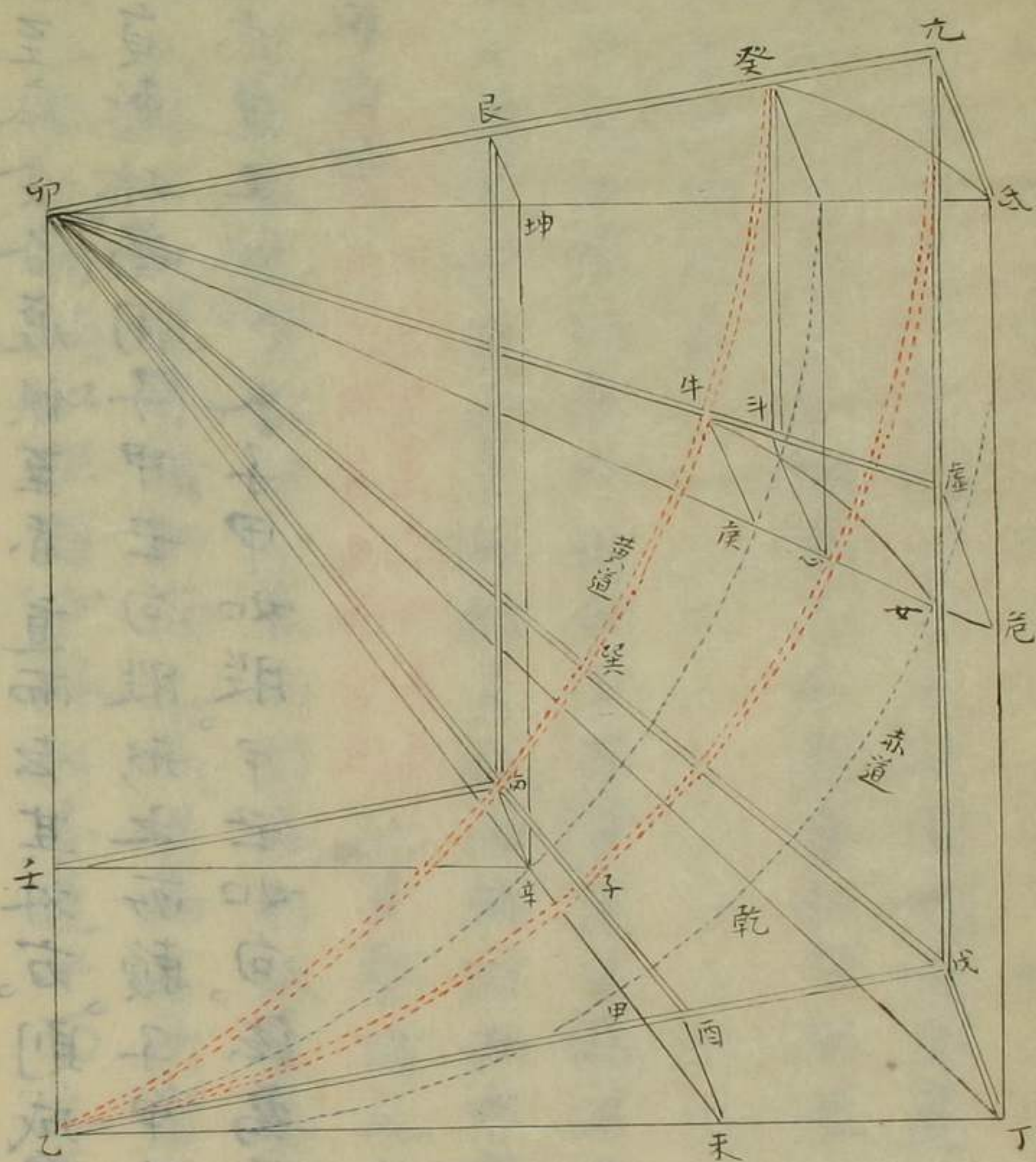
子為西甲距弧割線之類
為牛女距弧割線之類
西甲距弧割線之類
牛女距弧割線之類

而以逐度距緯之切線為其高

法以赤道為圓作員柱。置渾員在員柱之內。對赤道橫剖之。則所剖員柱之平員底。即赤道平面也。又自夏至依大距二十三度三十分半之切線為高。斜對春秋分割至心。則黃道半周在所剖之斜面矣。然黃道半周。雖在所剖斜面。而黃道自為半平員。所剖斜面則為半橢員。黃道平員在橢員內。而端同而中廣異。如乙為平指。同用之點中廣是夏至。如黃道。此員橢堵之全體也。登在指面亢之內。其距為登亢。此員橢堵之全體也。于是又從亢登對卯心直剖到底。則成員橢堵之半體。即方橢堵所容也。此員橢堵斜面之高。俱為其所當距緯弧之切線渾員上弧三角法。以距緯切線與赤道平面之正弦相連為勾股而生比例。是此形體中所具之理。

此橢堵體與前圖同。惟多一亢奎子乙指弧。以此為指員界。立剖至底。令各度俱至赤道。而去其外方。則成員橢堵真體。此員橢堵為用子甲丑勾股形之所賴。子甲為距弧切線。甲丑為赤道正弦也。又子甲如股。甲丑如勾。法為子甲與甲丑若亢低與低卯。

圓 整 堵 圖 二



前圖為從心脉
邊此為從邊脉
心蓋因欲顯圓
整堵內方直形
故為右觀之象
與前圖一理惟
多一已庚辛乙
指弧子前圖九奎
在黃道斜面此
圖在赤道平面
弧在赤道平面

員整堵有二

若自斜面之黃道象限各度直割至赤道平面亦成員整堵象
限然又在割渾員體分之內其體以斜面為正象限但斜立耳
其底在赤道者轉成指員
此指員形在赤道象限之內惟乙點相連此即簡平儀之理
其指之法則以卯乙半徑為大徑登此距弧之餘弦卯已為小
徑小徑當二至大徑當二分與前法正相反然其比例等何也
割線與全數若全數與餘弦也
此員整堵以指形為底象限為斜面以距度逐度之正弦為其
高乃黃道距緯相求用西正弦之所賴也
此員整堵內又容小方整堵乃郭太史所用員容方直也

渾員因斜剖作角而生比例。成方員整堵形。其角自度一分
以至九十度。凡五千四百。則方員整堵亦五千四百矣。乙角以
香分爲
例。則其度二十三度半。強其實自一分至
九十度。並得爲乙角。合計之。則五千四百五十五。其
每一整堵。依度對心剖之。成勾股錐。及勾股錐之眠體。自
。度一分至大距止。亦五千四百。五十五。
以五千四百自乘。凡二千九百一十六萬。而渾員之體之勢。乃
盡得其比例。烏掌至矣。
每度分有方整堵。方整堵內函赤道所生指體。赤道指體內又
函黃道所生指體。黃道指體內又函小方整堵。每度分有此四
者。則一象限內爲五千四百者四。共二萬一千六百。以乙角五
之。則一一六六

每度有正有餘。對心斜分。則正度成勾股錐。餘度成方底勾股
錐之眠體。一象限凡四萬三千二百。以五四。乘之則二
三二八。〇。〇。〇。
未有作為儀器以寫渾員內勾股之形者。自惠所撰五正角
立三角之儀。分三句股。形曰勾股方錐。形合之則成整堵
形。其錐名也。小其數類也。大陸寸之物。以收渾員而觀五正角之
理。如指諸掌。即百法之通乎。厥三角者。亦四指諸掌。其理然。猶
無異于古法之不同制也。故後作此圖。法以久藏之。而後時
曆三圖。而後法。其理然。猶無異于古法之不同制也。故後作此圖。
法以久藏之。而後時曆三圖。而後法。其理然。猶無異于古法之不同制也。故後作此圖。

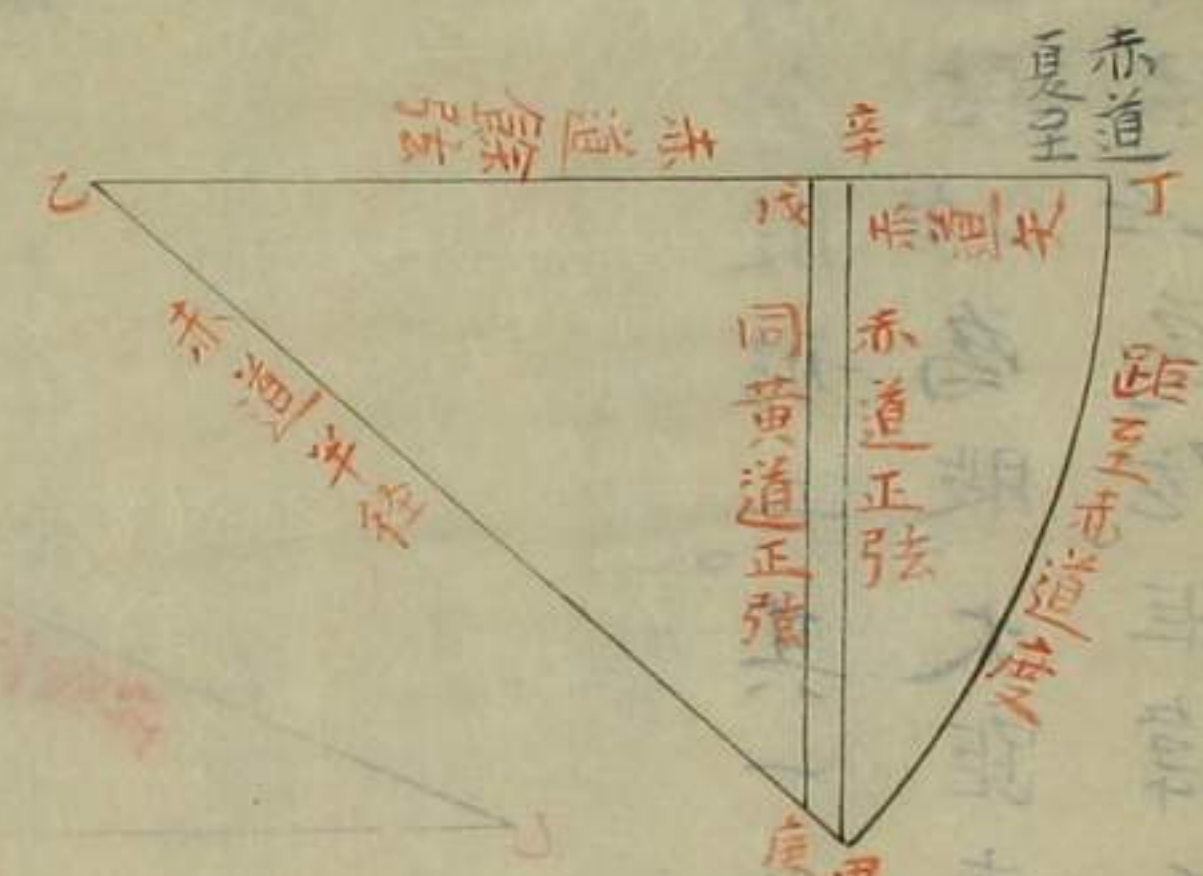
古未有預立算數以畫句股之變者。有之自西洋八綫表始。古
未有作為儀器以寫渾員內句股之形者。自愚所撰立三角始。
立三角之儀。分之曰句股錐形。曰句股方錐形。合之則成整堵
形。其稱名也小。其取類也大。徑寸之物以狀渾員。而弧三角之
理。如指諸掌。即古法之通于弧三角者。亦如指諸掌矣。雖然。猶
無解于古法之不用割切也。故復作此簡法。以互徵之。而授時
曆三圖附焉。蓋理得數而彰。數得圖而顯。圖得器而真。草墊無
諸儀象。藉茲以自釋其疑。不敢自私。故以公之。同好云爾。
此簡法。是專解郭法。而兩法相同之故。自具其中。
是以西法通郭法。句股方錐形。是以郭法通西法。今
句股錐形。

即句股方錐之方直儀。而不用割切綫。低以各弧正弦矢度相求。其用已足。亦不須用角。

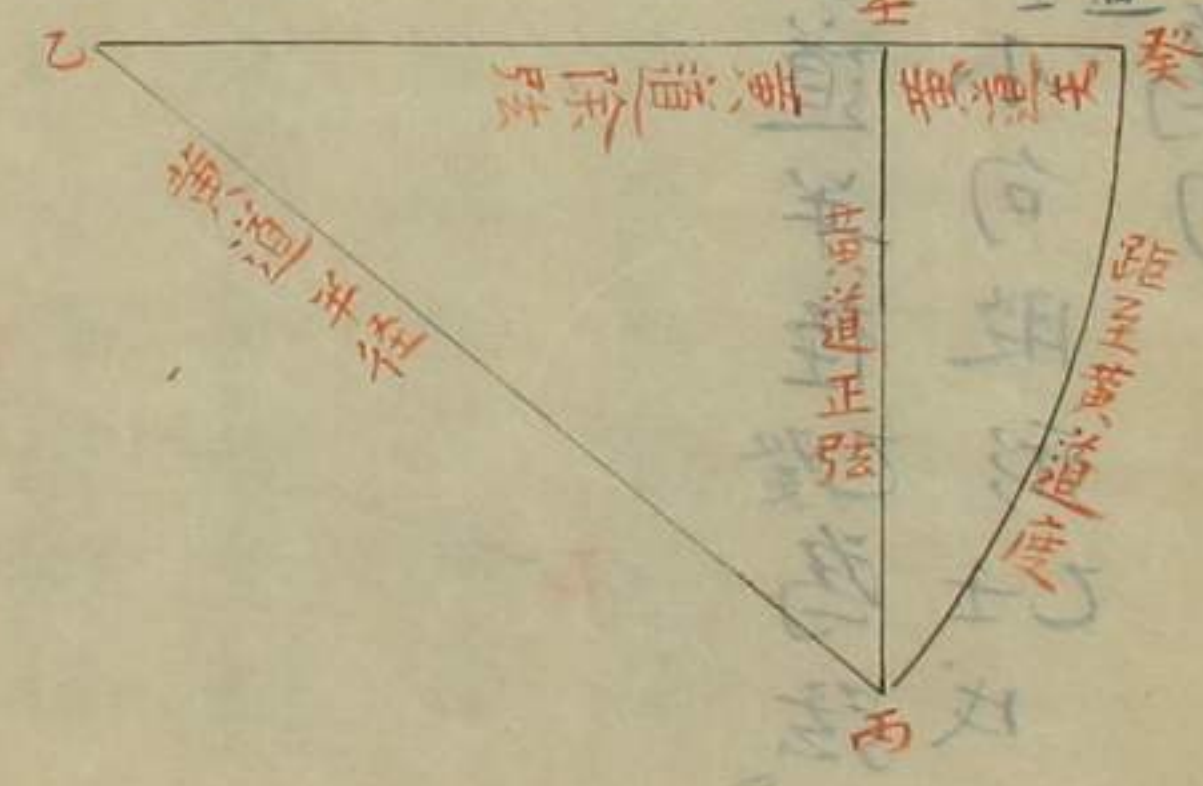
A hand-drawn geometric diagram illustrating trigonometric relationships. It features a right-angled triangle ABC with vertices labeled in red ink. The hypotenuse is AC, the vertical side is BC, and the horizontal base is AB. A point D is marked on the base AB, creating a smaller right-angled triangle BCD. Various labels are written in red ink: "黄道" (Yellow Path) at the top left, "夏至" (Summer Solstice) below it, "至大距" (Maximum Elongation) near vertex C, "二至大距" (Solstitial Elongation) along the hypotenuse AC, "同距离正弦" (Sine of Same Distance) for segment CD, "成" (Completed) for segment BD, "大弧正弦" (Large Arc Sine) for segment AD, and "赤道" (Equator) at the bottom right.

立面中有句股形二。其一火句股形。乙癸己以黃道半徑乙癸己為弦。
 大距度正弦己癸己為股。大距度餘弦乙己為句。其一小句股形乙壬戌
 以黃道餘弦乙壬戌為弦。距緯正弦乙壬戌為股。標綫乙戌為句。

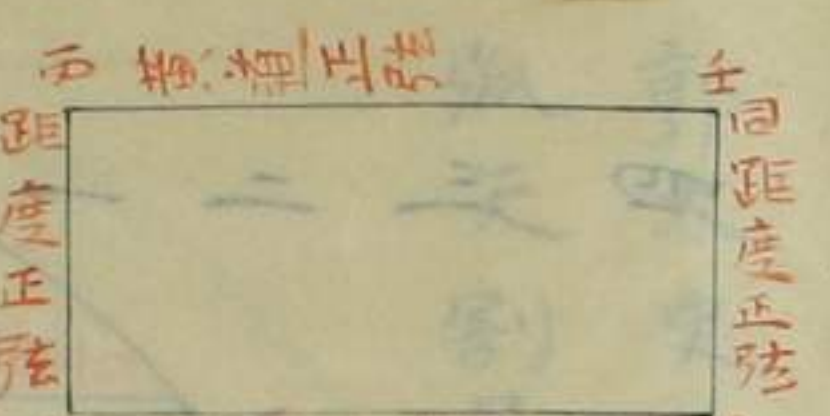
一平面股道所
成分上赤



一平面股道所
成分上赤

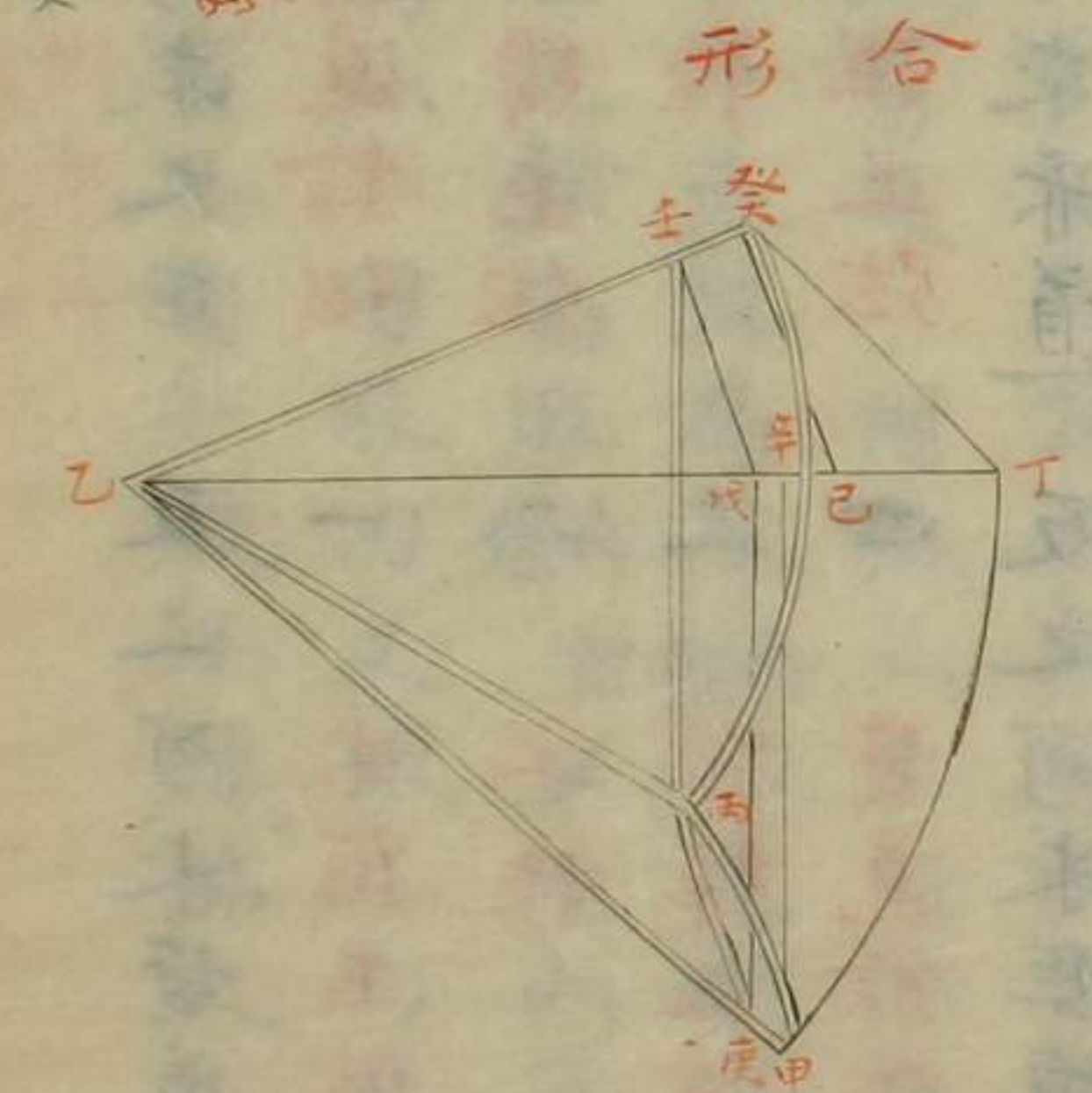
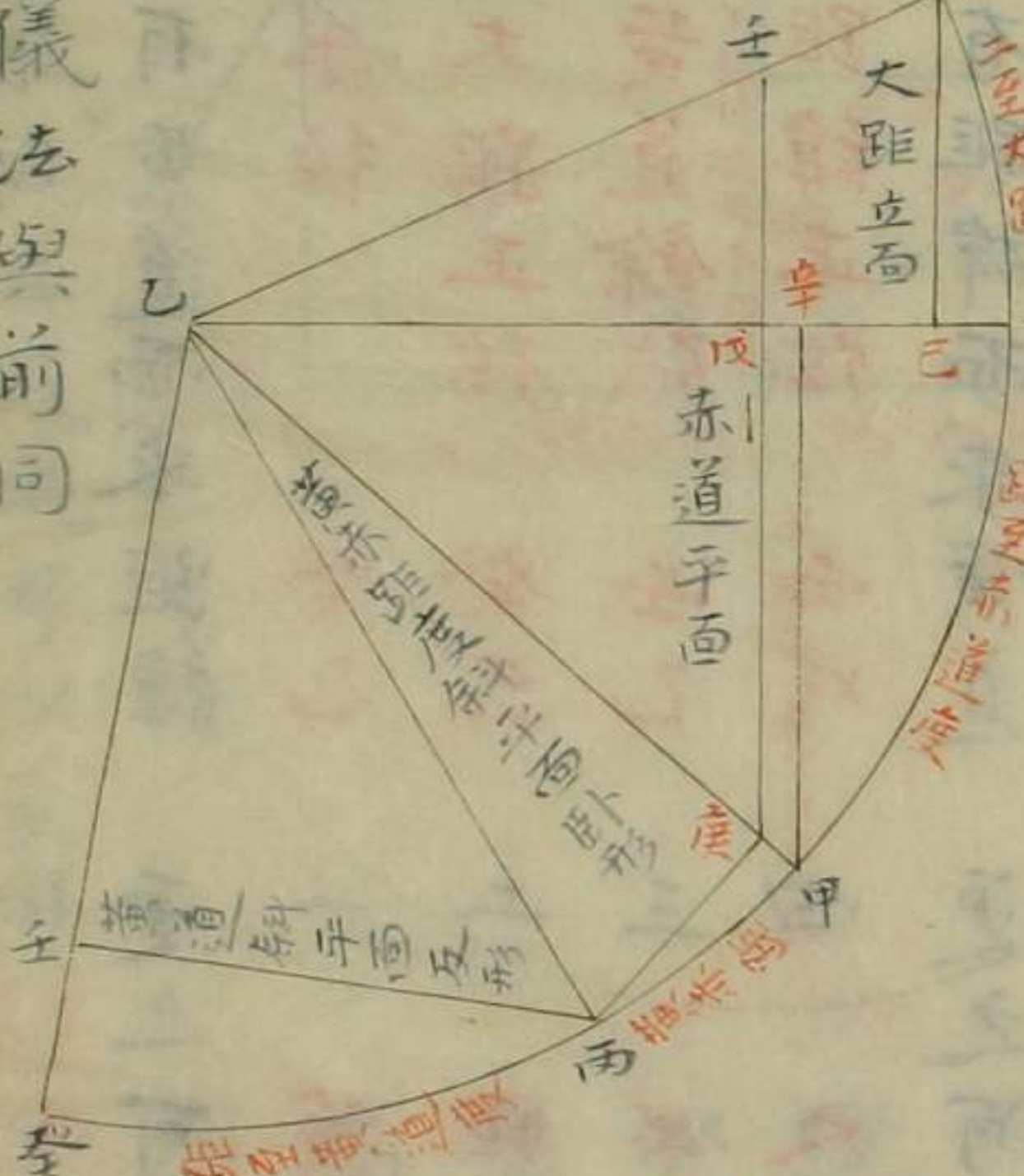


平面中亦有句股形二。其一小句股形乙戊戌以距緯丙甲之餘
弦乙戊為弦。以黃道正弦戊戌為股。標綫乙戊為句。其一大句股形甲
乙以赤道半徑乙甲為弦。以赤道正弦甲乙為股。餘弦乙為句。
形戊乙綫。于補成句股。謂之標綫二。



黃道正弦本在斜平面而能移于平面者。有相望兩
立綫壬戌為之限也。距度正弦本在斜平面而能移
于立面者。有上下兩橫綫庚戌為之限也。此四綫立
兩相得成長方。其立如堵。故又曰弧容直濶也。

作儀法與前同



用法

有大距有黃道而求距緯

更之可求大距

反之可求黃道

一 半徑

癸乙

一

黃道餘弦

一

大距正弦

二 大距正弦

癸己

二

距緯正弦

二

半徑

三 黃道餘弦

壬乙

三

半徑

三

距緯正弦

四 距緯正弦

壬戌

四

大距正弦

四

黃道餘弦

有赤道有距緯而求黃道

更之可求赤道

反之可求距緯

一 半徑

甲乙

一

距緯餘弦

一

赤道正弦

二 赤道正弦

甲午

二

黃道正弦

二

半徑

三 距緯餘弦

庚乙

三

半徑

三

黃道正弦

四 黃道正弦

庚戌

四

赤道正弦

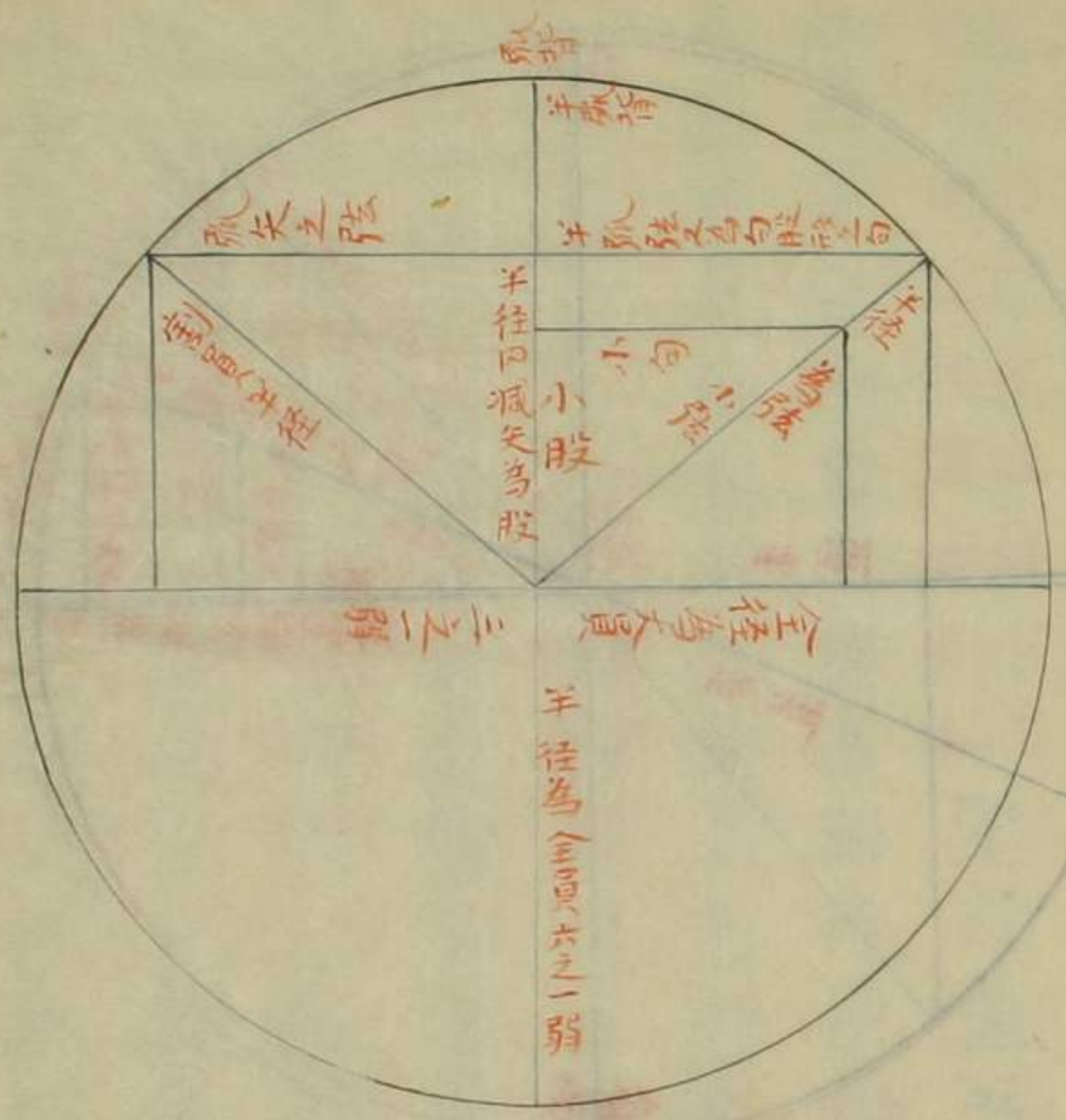
四

距緯餘弦

郭太史本法

弧矢割員圖

見授時曆
草下並同

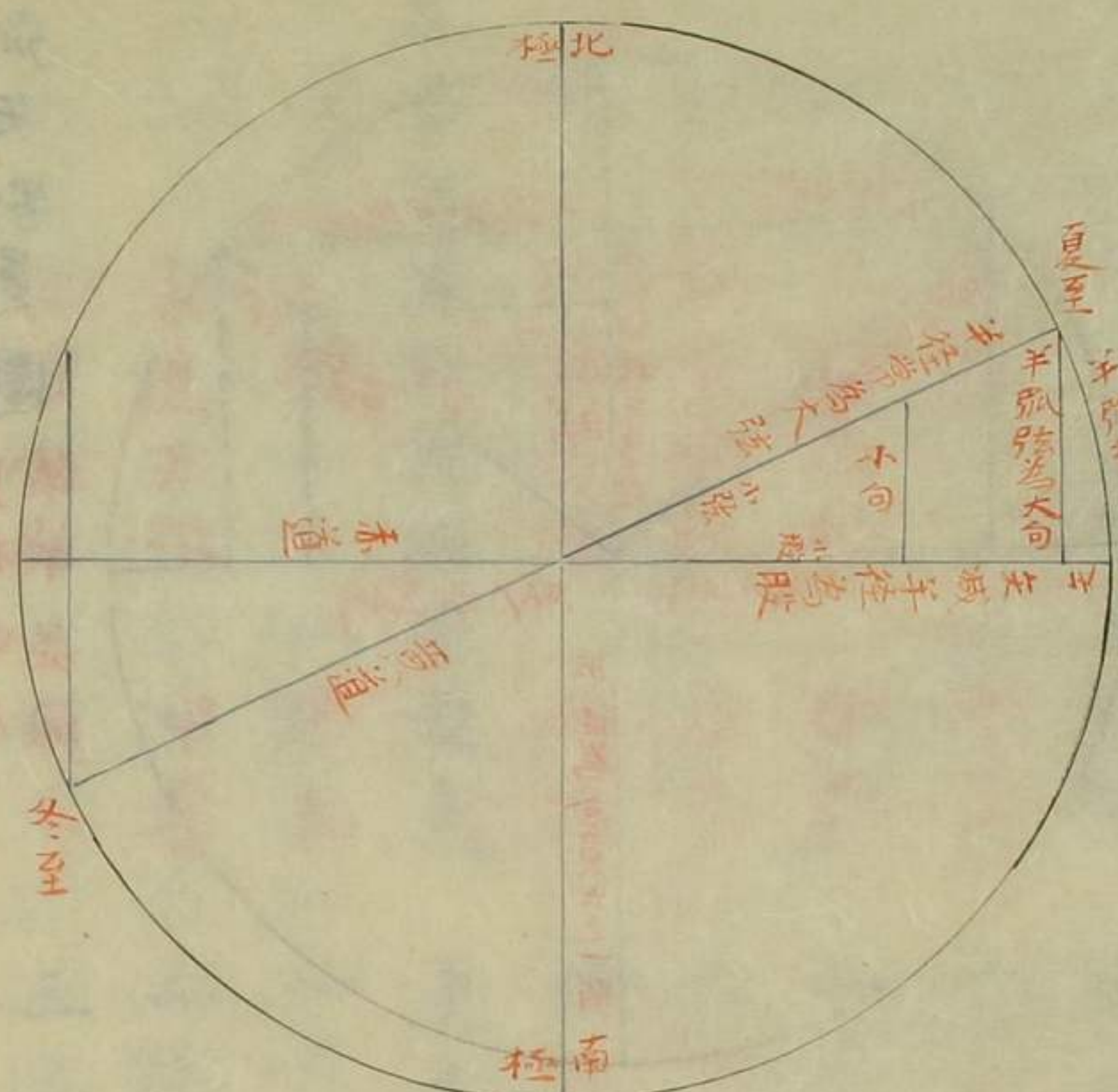


可以互求。或立或平。可以互用

圖平視側視二
皆從此出

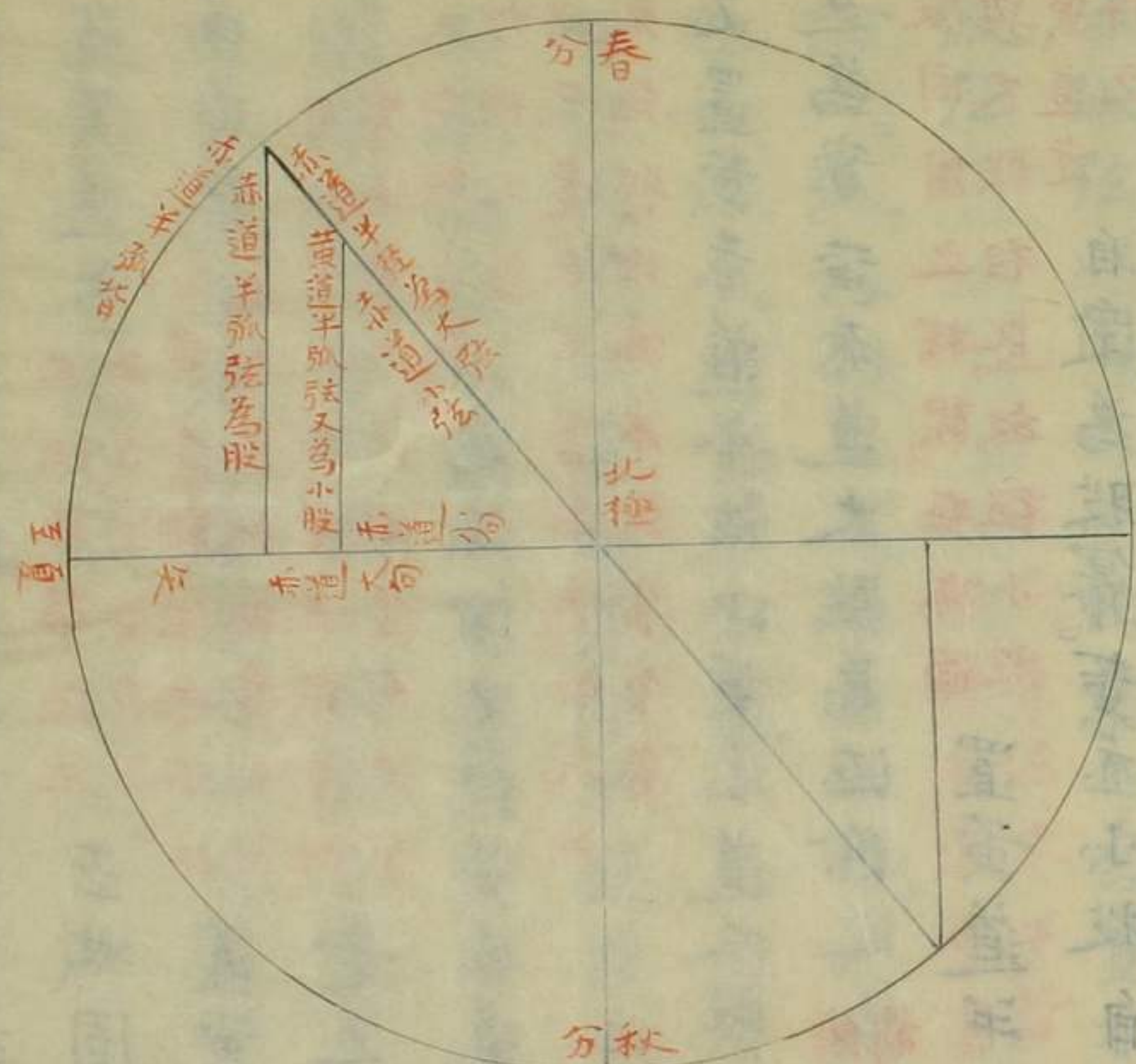
凡渾員中割。成平員。任割平員之一分。成弧矢形。皆有弧背。有弧弦。有矢。割弧背之形。而半之。則有半弧背。有半弧弦。有矢。因弧矢生句股形。以半弧弦為句。即正矢減半徑之餘為股。即餘半徑則常為弦。句股內。又成小句股。則有小句小股小弦。而大小

側視之圖



橫者為赤道
 斜者為黃道
 因二至黃赤之距成大句股
 因各度黃赤之距成小句股

平視之圖



外大員為赤道
 內小員為黃道
 有赤道各度即各有其半弧
 弦以生大句股
 又各有其相當之黃道半弧
 弦以生小句股
 此二者皆可互求

授時曆求黃赤內外度及黃赤道差法

置黃道矢本法用帶從三去減周天半徑即立面黃餘為黃赤

道小弦即黃道餘弦也置黃赤道小弦以二至內外半弧

弦即二至大距度正弦當時乘之為實黃赤大弦即周天半徑

故大句股之弦為法除之得黃赤道內外半弧弦度即各度黃赤距

以矢度求半背弦差加入半又置黃赤道小弦以黃赤道大股即二至內外度餘弦也在乘

之為實黃赤道大弦為法除之前解見得黃赤道小股面即立面平

股同用之標線在立面置黃道半弧弦即黃道正弦也原法以

與大股相比故積小股黃赤小股自乘為句幕即標線也先在立

得之今又為平面句幕形西幕並之為實開平方法除之為赤道

之句故其帶稱句幕形

小弦即各度黃赤距度餘弦也周天半徑為平面上大置黃道

半弧弦以周天半徑乘之為實赤道小弦為法除之得赤道半

弧弦即赤道正弦也原法求半背弦

論曰弧矢割員者平員法也以測渾員則有四用一曰立弧矢

勢如張弓以量黃赤道二至內外度即側立圖也一曰平弧矢

形如伏弩以量赤道即平視圖也一曰斜弧矢與平弧矢同法

而平面邊高邊下其度起處如二至內外之度以量黃道即平

視圖中小句股也一曰斜立弧矢與立弧矢同法而其立稍偏

以量黃赤道各度之內外度即側立圖中小句股也自離二至

一度起至近二分一度止一象限中逐度皆有之但皆小于二

至之距形臺郭太史弧矢平立三圖中具此四法即弧三角之

理無不可通。言簡而意盡。包舉無窮。好古者所當珍愛而潛翫也。

又論曰。割員之算。始于魏劉徽。至劉宋祖冲之父子。尤精其術。唐宋以算學設科。古書猶未盡亡。刑臺蓋有所本。厥後授時曆承用三百餘年。未加修改。測算之講求益稀。學士大夫既視為不急之務。而臺官株守成法。鮮請厥故。驟見西術。羣相駭詫。而不知舊法中。理本相同也。疇人子弟。多不能自讀其書。又忌人之讀。而各私其本。久之而書亦不可問矣。攷元史曆成之後。所進之書。凡百有餘卷。郭守敬傳。有修政源流及測驗等書。齊履謙傳。有經世演撰諸書。明曆法之所以然。今其存軼。並不可攷。良可浩嘆。然天下之大。豈無有能藏弄遺文以待後學者。庶幾出以相證。予于斯圖之義類多通。而深有

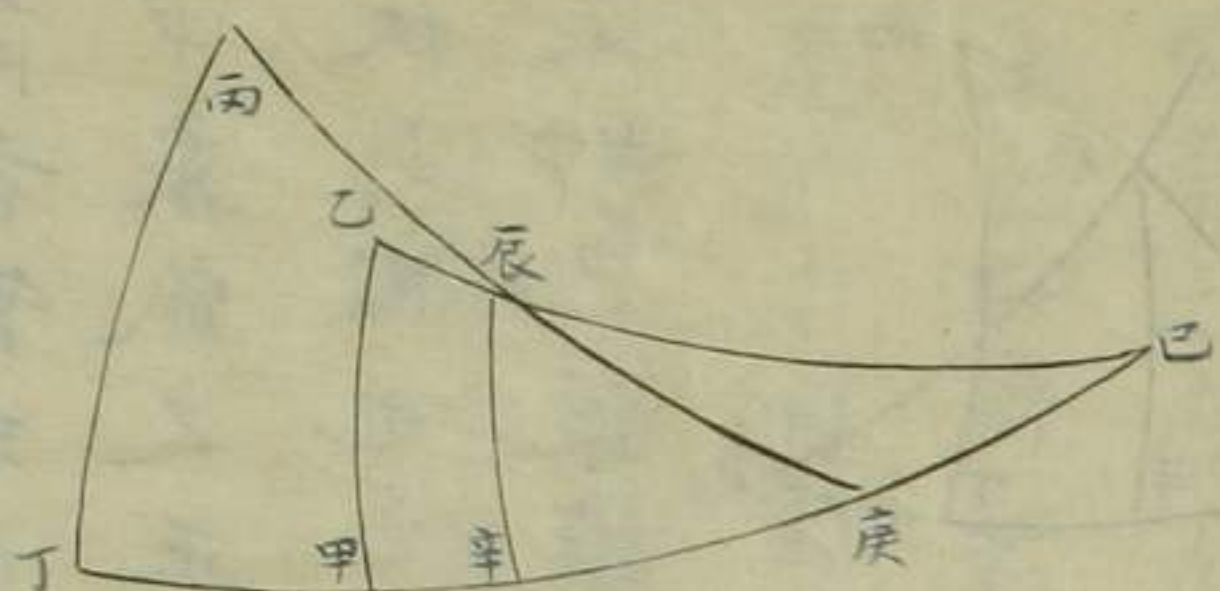
望于同志矣。

問元初有回曆法。與今西法大同小異。刑臺蓋會通其說而為之。故其法相通若是與。曰。九章句股。作于隸首。為測量之根本。三代以上。學有專家。大司徒以三物教民。而數居六藝之一。秦火以後。吾中土失之。而彼反存之。至于流遠。派分。遂以各名其學。而不知其本之同也。况東西共戴一天。即同此句股測員之法。當其心思所極。與理相符。雖在數萬里。不容不合。亦其必然者矣。攷元初有西域人進萬年曆。未經施用。迨明洪武年間。始命詞臣吳伯宗。西域大師馬沙亦黑等。譯回回曆書三卷。然亦粗具算法立成。並不言立法之原。究竟不知其所用何法。或即今三角八綫。或更有他術。俱無可攷。雖其子孫。莫能言之。攷

元史所載西域人晷影堂諸製與郭法所用簡儀高表諸器無一同者。或測量之理觸類增智。容當有之。然未見其有會通之處也。徐文定公言。回回曆緯度凌犯稍為詳密。然無片言隻字。言其立法之故。使後來入室無因。更張無術。蓋以此也。又據曆書言新法之善。係近數十年中所造。則亦非元初之西法矣。而與郭圖之理反有相通。豈非論其傳各有本末。而精求其理本無異同耶。且郭法用員容方直。起算冬至。西法用三角。起算春分。郭用三乘方。以先得矢。西用八綫。故先得弦。又西專用角。而郭只用弧。西兼用割切。而郭只用弦。種種各別。而不害其同。有所以同者在耳。且夫數者所以合理也。曆者所以順天也。法有可采。何論東西理所當明。何分新舊。在善學者知其所以異。又

知其所以同。去中西之見。以平心觀理。則弧三角之詳明。郭圖之簡括。皆足以資探索而啓深思。務集衆長以觀其會通。毋拘名相而取其精粹。其于古聖人創法流傳之意。庶幾無負。而義和之學。無難再見于今日矣。

問古法只用弧。而西法用角。有以異乎。曰。角之度在弧。故用角。



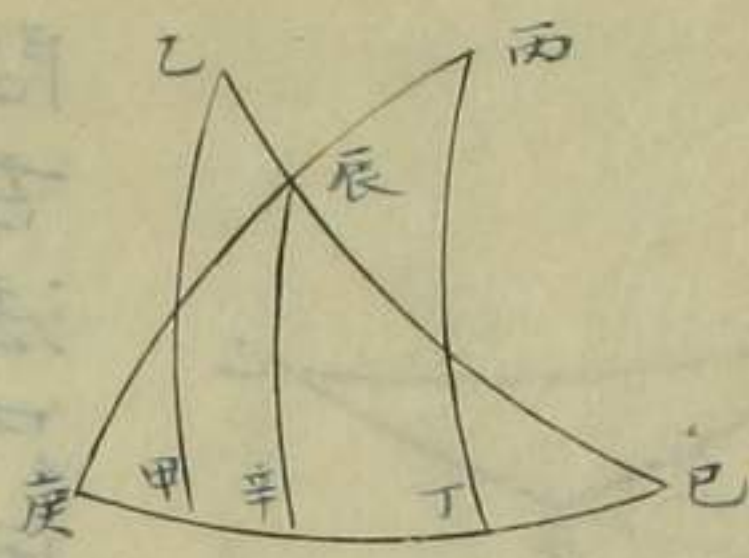
丙丁弧之割線。即庚角割線與庚丁九十度之正弦。亦即半徑凡角所當弧其兩邊並九
十度。若庚辰之切線與庚辛之切線。亦是以大句股之例。例

小句股也

既補成辰辛巳三角形。可求巳角。而巳角之度為乙甲。是求巳角者。實求乙甲也。其法。辛巳弧之正弦與辰辛弧之切線。若巳甲象弧之正弦。徑即半。與乙甲弧之切線。徑即巳角。是以小句股例。

大句股也

又如巳辰庚形。庚為銳角。當自不知之辰角打線。分為二形。以求諸數。其一辰辛庚分形。先用庚角。而庚角之度為丙丁。用庚角。實用丙丁也。法為丙庚象弧之正弦。徑即半。與丙丁弧之正弦。徑即庚角。若辰庚之正弦。與辰辛之正弦。又丙庚象弧之正弦。徑即半。與丙丁弧之餘弦。餘即庚角。若辰庚之切線與辛庚之切線。是以大句股。



例小句股也

其一辰辛巳分形。以庚辛減巳。有辰辛巳辛二邊。可求巳角。而巳角之度為乙甲。求巳角。實求乙甲也。法為巳辛之正弦與辰辛之切線。若巳甲象弧之正弦。徑即半。與乙甲弧之切線。徑即巳角。

是以小句股例。大句股也。一系。用角求弧。是以大句股比例。比小句股。用弧求角。是以小句股比例。比大句股。

和漢洋書籍類
三古本青寶所
高知本町三丁目
開成舎支店



