曆算全書

弧三角舉要 巻一至巻五

第五冊

弧三角舉要目録

垂弧捷法

卷五

八綫相當法

弧三角與平異理。故先體勢。知體勢。然後可以用算。而算莫先於正弧。猶平三角之有句股形也。故以為弧度之宗。正弧形之乙角。取法于黃赤交角。則有定度。而餘角取法于過極圈交黃道之角。則隨度而移。互用之。其理益顯。故有求餘角法。弧三角以一角對一邊而比例等。與平三角同。而其理迴别。故有弧角比例法。斜弧無相對之弧角。則比例之法窮。故有垂弧法。三角求邊則垂弧之法又窮。故有次形法。垂弧與次形合用。則有捷法。弧與角各有八綫而可以互視。故有相當法

餘詳環中黍尺
及塹堵測量

兼濟堂纂刻梅勿菴先生曆算全書

弧三角舉要

宣城梅文鼎定九 著
栢鄉魏荔彤念庭 輯
男 乾斆一元
士敏仲文
士說崇寬 同校正
錫山後學楊作枚學山 訂補

弧三角體勢

弧度與天相應

弧三角之法以測渾員渾員之大者莫如天員之至者亦莫如天故弧三角之度皆天度也以平測員其難百倍以員測員其簡百倍而得數且真是故測天者必以弧度而論弧度者必以天為法

測弧度必以大圈

渾球上弧度有極大之圈乃腰圍之一綫也如赤道帶天之紘原止一綫如黄道如子午規如地平規盡然又如測得兩星相距之遠近亦為大圈之分若以此兩星之距弧引而長之必匝於渾員之体而成大圈不論從衡斜側皆同一法

球上大圈必相等

所以必用大圈者以其相等也渾球上從衡斜側皆可為大圈而其大必相等者以俱在腰圍之一綫也如黄道赤道及子午規地平規俱係大圈必皆相等不相等即非大圈故惟大圈可相為比例任測兩星之距不必當黄赤道而能與二道相比例者以其皆大圈也

球上兩大圈無平行者

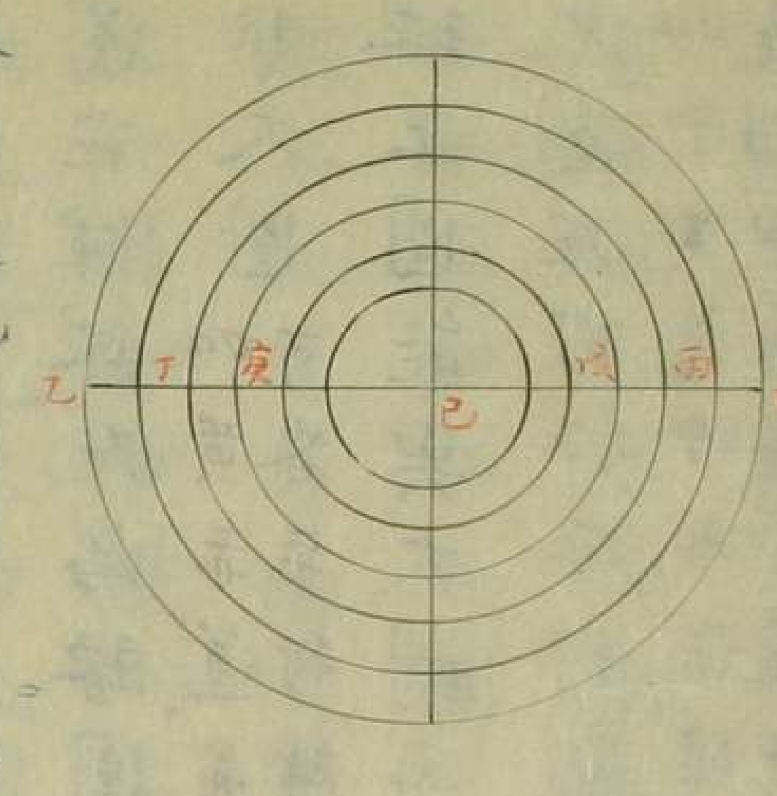
大圈在渾球既為腰圍之一綫則必無兩圈平行之法若平行即非大圈如黄赤道並止一綫而無廣即無地可容平行綫也子午規地平規亦然

球上圈能與大圈平行者皆小圈謂之距等圈

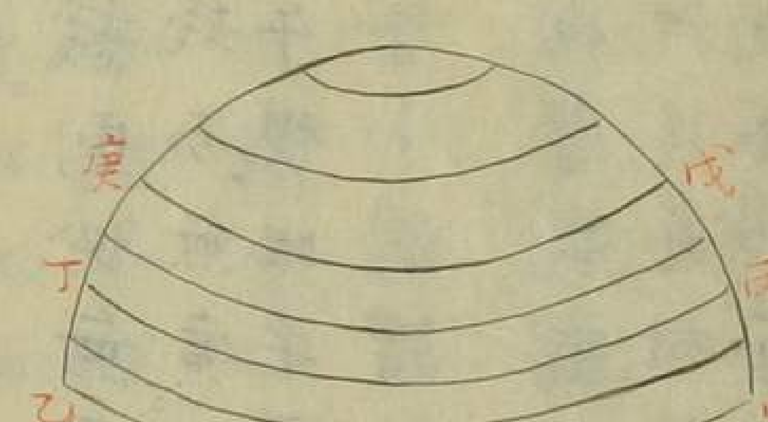
離大圈左右作平行圈皆曰距等圈謂其四圍與大圈相距皆等如于黄道内外作緯圈其與黄道相距或近則四面皆近或遠則四面亦皆遠無毫忽之不同平行故也赤道緯圈地平高度並同而其自相距亦等故曰距等也如黄道内外或近或遠處處可作距等圈而皆與黄道平行即其圈亦自相平行故並為等距距等圈皆小于大圈如黄道内外緯圈但離數分其圈即小于

黃道其距益遠。其圈益小。小之不能與大圈為比例大圈惟一。距等圈無
極至一點而止。諸緯圈並然
數。無一同者。無故為比例者。必大圈也
法可為比例

距等圈正視圖



距等圈旁視圖



如圖甲乙為大圈。大圈只一。丙丁及戊庚等皆小圈。小圈無數。漸近圓頂己。即其圈愈小。而成一點。大小懸殊。故不可以相為比例

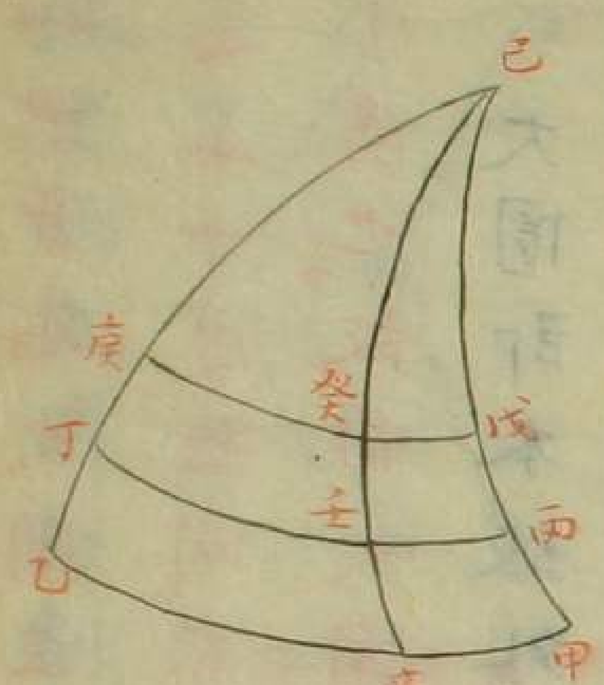
大圈之比例以度。不拘丈尺

凡圈皆可分三百六十度每圈平分之。成半周四平分之。成象限。象限又各平分之。為九十度。成三百六十度而球大者其大圈大。球小者其大圈小。皆以本球之圈徑自為比例。不拘丈尺儘本球之圍。分為全周之度。其球上之度即皆以此為準。但在本球上為最大。故謂

之大圈。非以丈尺言其大小古人以八尺渾儀準周天。蓋以此也。又如古渾儀原有三重。其在內之環周。必小于外。而其度皆能相應者。在內環周雖小。而在內之渾員。以此為大圈。即在內之各度。並以此為準。故也

大圈之度為公度

凡球上距等圈。亦可平分三百六十度。而其圈皆小于本球之大圈。又大小不倫。則其所分之細度。亦皆小于大圈。而大小不倫矣。惟本球腰圍大圈上所分之度。得為公度。故凡言度者。必大圈也

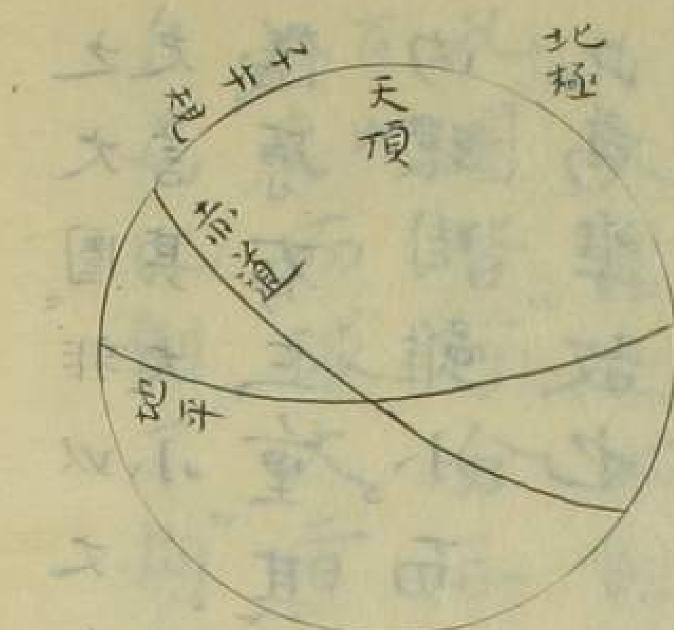


如圖甲乙為大圈一象限。丙丁及戊庚各為距等小圈一象限。象限雖同。而大小迥異。又

如甲辛為大圈三十度。丙壬及戊癸。亦各為小圈之三十度。其為三十度。雖同。而大小亦異。再細攷之至一度或至一分。亦大小異也。故惟大圈之度為公度

大圈即本球外周。其度即外周之度。而横直皆相等

平員有徑有周。渾員亦有徑有周。立渾員于前。則外周可見。即腰圈之大圈也。旋而視之。皆可為外周。故大圈之横直皆等皆以外周度為其度。故等

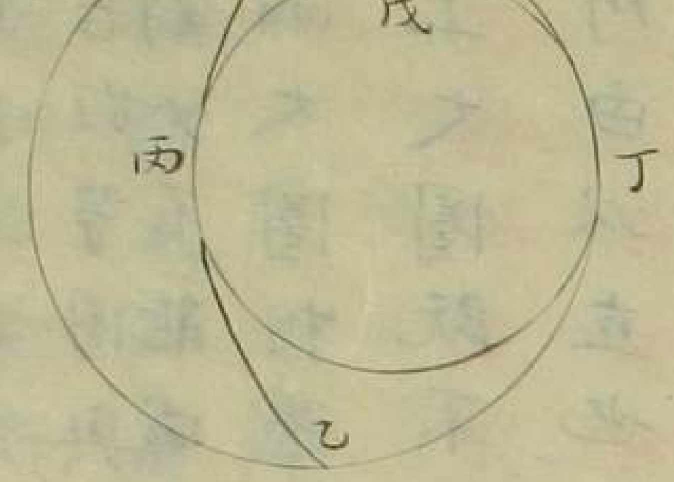


如圖子午規為渾儀外周。其度三百六十。乃直度也。地平為腰圈度。亦三百六十。乃横度也。横度直度皆得為外周。故其度相等。若依北極論之。則赤道又為腰圈。而亦即外周也。推是言之

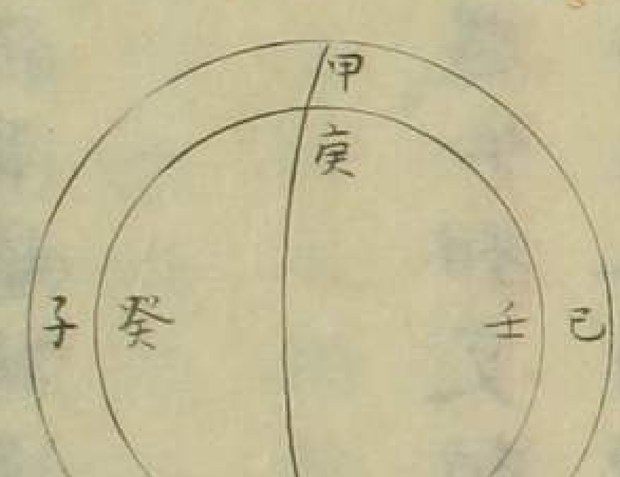
渾球上大圈。從衡斜側。皆相等。何則。旋而視之。皆得為腰圈。即皆得為外周故也

大圈上相遇。有相割。無相切。大圈相割各成兩平分

球上從衡斜側。既皆成大圈。則能相割矣。而皆為渾員之外周。則必無相切之理若相切者。必在外周之內為距等小圈



如圖甲丙乙為大圈半周。能割大圈于甲于乙。而不能相切。丙丁成小圈。則能切大圈于丙于丁



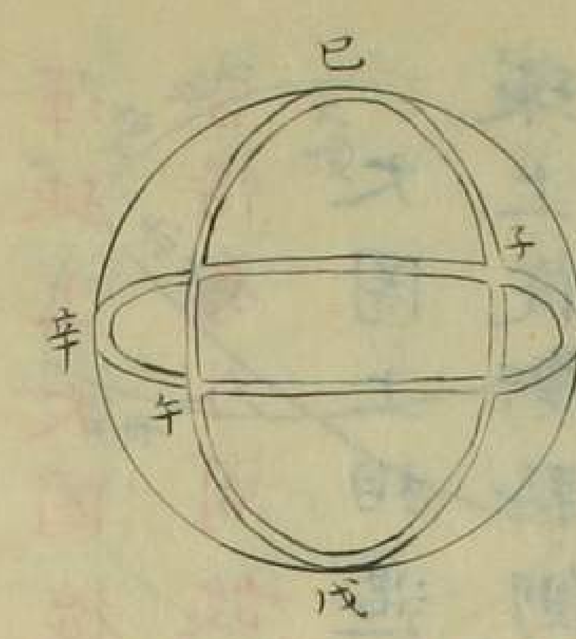
如圖甲庚辛乙為大圈半周。割外圈于甲于乙。則甲己乙。乙子甲。亦各成半周。若壬癸距等圈。割大圈于庚于辛。而庚辛非半周

球上兩大圈相割。必有二處。此二處必相距一百八十度。而各

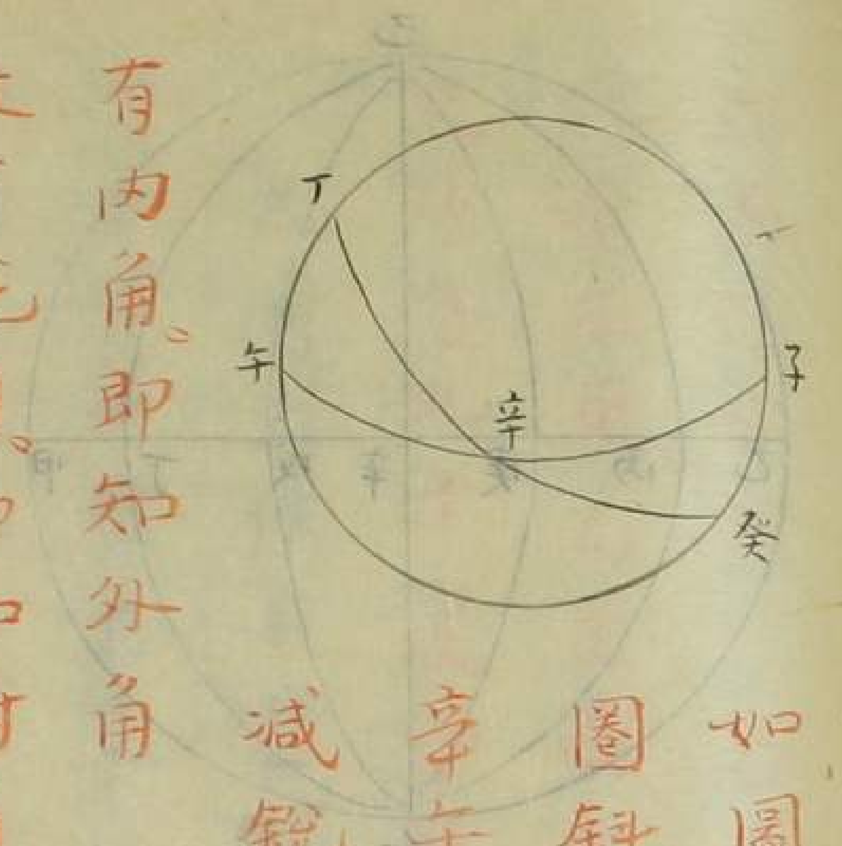
成兩平分。如黃赤二道相交於春分。必復相交於秋分。即二分之距。必皆半周一百八十度。而黃道成兩平分。赤道亦兩平分也。若距等圈與大圈相割必不能成兩平分

兩大圈相遇則成角

球上大圈既不平行。則其相遇。必相交相割而成角。弧三角之法。所由以立也。角有正有斜。斜角又有鋭鈍。共三種。而角兩旁皆弧綫。與直綫角異



如圖。己午戊子為子午規。辛午乙子為地平規。則兩大圈正相交于南地平之午、北地平之子。皆正角。而四角皆等。並九十度角也正角。一名直角。一名十字角。一名正方角



如圖。午辛子為地平規。丁辛癸為赤道規。兩大圈斜相交于辛。則丁辛子鈍角。大于九十度。丁辛午鋭角。小于九十度。兩角相並一百八十度。減鋭角。其外角必鈍。若減鈍角。亦得鋭角也。故有內角。即知外角。又兩鋭角相對。兩鈍角相對。其度分必等。故有此角。即知對角。凡此數端。並與平三角同。然而實有不同者。以角兩旁之為弧綫也

弧綫之作角必兩

直綫剖平員作角。形如分餅。角旁兩綫皆半徑。至周而止。弧綫剖渾幂作角。形如剖瓜。角旁兩弧綫皆半周。必復相交作角而

等如黄赤道交于二分。其角相等

角有大小。量之以對角之弧。其角旁兩弧。必皆九十度

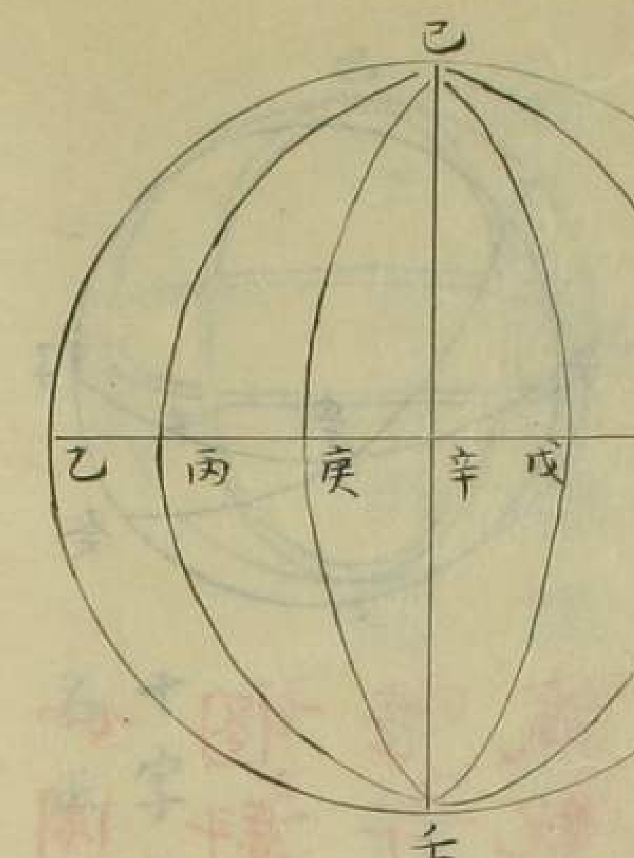
弧綫角既如瓜瓣。則其相距。必兩端狹而中濶。其最濶處。必離

角九十度。此處離兩角各均。即球上腰圍大圈也。設其度。即爲

角度如黄赤道之二分交角二十三度半。即二至時距度。此時黄赤道離二分各九十度。乃腰圍最濶處也

大圈有極

大圈能分渾圓之面冪爲兩。則各有最中之處而相對。是爲兩極。兩極距大圈。四面各九十度



如圖甲辛乙爲赤道大圈。己爲北極。壬爲南極。甲己丁己等弧綫。距北極各九十度。距南極亦然。若己爲天頂。甲辛乙爲地平大圈。亦同。如甲正北。辛正東。乙正南。丁東北。丙東南。所在不同。而甲乙等高弧距天頂各九十度皆等

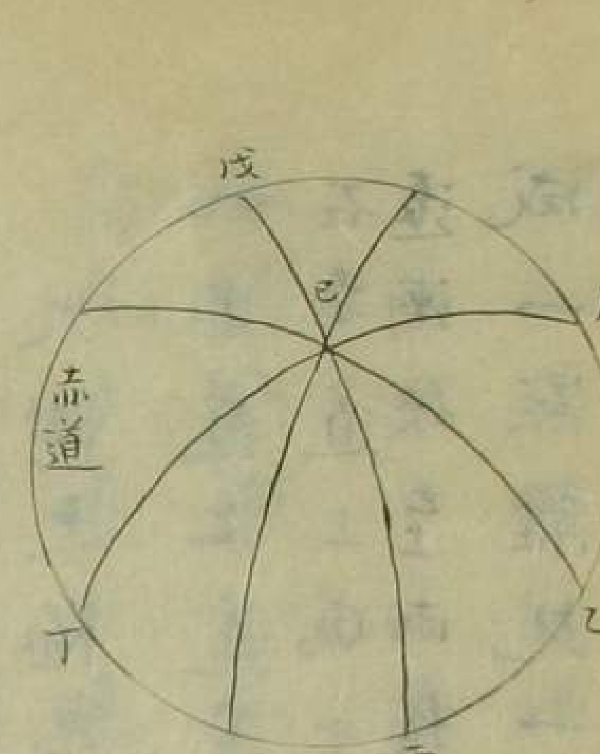
大圈上作十字弧綫。引長之。必過兩極。兩極出弧綫至大圈。必皆十字正交

如赤道上經圈。皆與赤道正交爲十字角。則其圈必上過北極下過南極也。然則從兩極出弧綫過赤道。必十字正交矣

大圈之極。爲衆角所輳

如赤道上逐度經圈。皆過兩極。則極心一點。爲衆角之宗。經圈之弧。在赤道上成十字者。本皆平行漸遠漸狹至兩極。則成角形之銳尖角。無論大小。皆輳于極而合成一點。離此一點外。即成銳鈍之形。而皆與赤道度相應。所謂

量角以對弧度而角兩旁皆九十度以此。如圖已為北極。即衆角之頂銳。其所當赤道之度。如乙丙等。則已角為銳角。如丙庚等。則已角為鈍角。 若已為天頂。外圈為地平。亦然

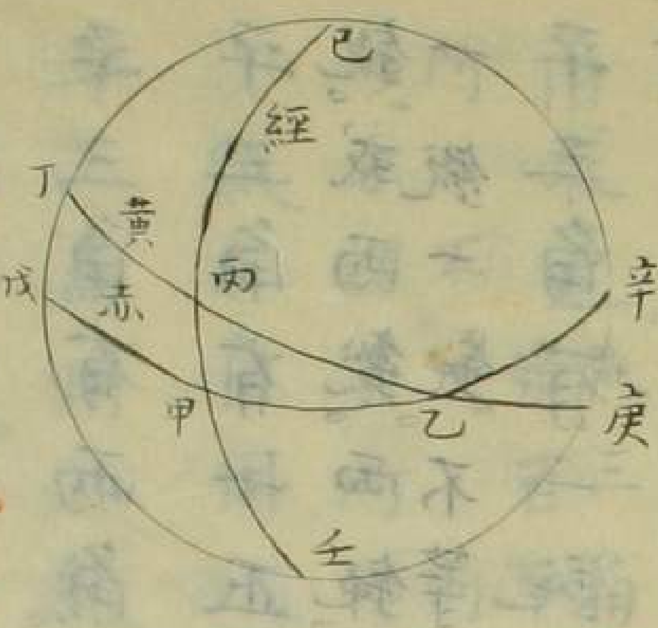


角度與角旁兩弧之度。並用本球之大圈度。故量角度者以角為極

有弧線角不知其度。亦不知角旁弧之度。法當先求本球之九十度。其法。以角旁二弧。各引長之。使復作角。乃中分以角為心。其弧。即成本弧之九十度。而角旁弧之度可知。九十度為界作大圈。與角旁兩弧並本球大圈。而其分度等。乃視角所當之弧即角旁兩九十度弧所界。於大圈上得若干度分。即角度也。故曰以角為極

三大圈相遇。則成三角三邊

此所謂弧三角形也。如黃道赤道既相交於二分。又有赤道經圈截兩道而過之。則成乙丙甲弧三角形



如圖。已為北極。戊辛為赤道。丁庚為黃道。二道相交於春分。成乙角。又已壬為過極經圈。自北極已出弧線。截黃道於丙。得丙乙邊為黃道之一弧。亦截赤道於甲。成甲乙邊為赤道之一弧。而過極經圈。為二道所截。成丙甲邊為經圈之一弧。是為三邊。即又成丙角甲角。合一角為三角

弧三角不同於平三角之理

弧三角形。有三角三邊。共六件。以先有之三件。求餘三件。與平三角同。所不同者。平三角形之三角。并之皆一百八十度。弧三

角不然。其三角最小者。比一百八十度必盈。三邊在一度以下。可借平三角立算。因其差甚微。然其角度。視半周必有微盈。但不得滿五百四十度。三角之極大者。合之以比三半周必不能及

平三角之邊。小僅咫尺。大則千百萬里。弧三角邊。必在半周以下。不得滿一百八十度。合三邊。不得滿三百六十度。如滿全周。即成全員。而不得成三角

平三角有兩角。即知餘角。弧三角非算不知

平三角有一正角。餘二角必銳。弧三角則否。有三正角。兩正角者。其餘角有鈍有銳。或兩銳。兩鈍。或一銳一鈍。不等

平三角有一鈍角。餘二角必銳。弧三角則否。其餘角或銳。或正。或鈍。甚有三鈍角者

平三角以不同邊而同角為相似形。同邊又同角為相等形。弧三角則但有相等之形。而無相似之形。以同角者。必同邊也。

平三角但可以三邊求角。不可以三角求邊。弧三角則可以三角求邊。弧三角之邊。皆員度也。初無丈尺可言。故三角可以求邊。若平三角邊。各有丈尺。則必有先得之邊以為之例。所以不同。前條言有相等之形。無相似之形。亦謂其所得之度相等。非謂其丈尺等也

弧三角用八綫之理

平三角用八綫。惟用于角。弧三角用八綫。并用於邊。平三角以角之八綫。與邊相比。弧三角是以角之八綫。與邊之八綫相比。

平三角有正角即為句股。若正弧三角形。實非句股。而以其八綫輳成句股

平三角以角求邊。是用弧綫求直綫也。有角即有弧。以邊求角。是用直線求弧線也。然角以八綫為用。仍是以直綫求直綫也。句股

法也。弧三角以邊求角以角求邊並是以弧綫求弧綫也。而角與邊並用八綫。仍是以直綫求直綫也。亦句股法也。盖惟直綫可成句股 所不同者。平三角所成句股形。即在平面。而弧三角所成句股不在弧面。而在其內外

弧三角之點綫面體

測量家有點綫面體。弧三角備有之。其所測之角。即點也。但其點俱在弧面 如于渾球任指一星。為所測之點。即角度從茲起。如太陽太陰角度。並從其中心一點論之

弧三角之邊。即綫也。但其綫皆弧綫 如渾球上任指兩星。即有距綫。或于一星出兩弧綫。與他星相距。即成角。而角旁兩綫皆弧綫也

弧三角之形。即面也。但其面皆渾球上面冪之分形

弧三角之所麗。即渾體也。剖渾員至心。即成錐體。而並以弧三角之形為底 詳塹堵測量

渾員內點綫面體與弧三角相應

前條點綫面體。俱在球面。可以目視器測。但皆弧綫。難相比例。比例必用句股。句股必直綫。故也 賴有相應之點綫面體。在渾體內。歷歷可指。雖不可以目視。而可以算得。弧三角之法。所以的確不易也

如渾球中剖。則成平員。即面也。于是以球面之各點。即弧三角之各角 依視法移于平員面。即渾員內相應之點也。又以弧與角之八綫。移至平面成句股。以相比例。是渾員內相應之綫也 又如弧三角之三邊各引長之成大圈。各依大圈以剖渾員。即各成平員面。是亦渾員內相應之面也。二平員面相割。成瓜瓣之體三平員面相割。成三楞錐體。若又依八綫撗剖之。即成塹堵諸

體是渾員體内相應之分體也。此皆與弧面相離在渾員之内。非剖渾員。即不可見。而可以算得。即不啻目視而器測矣

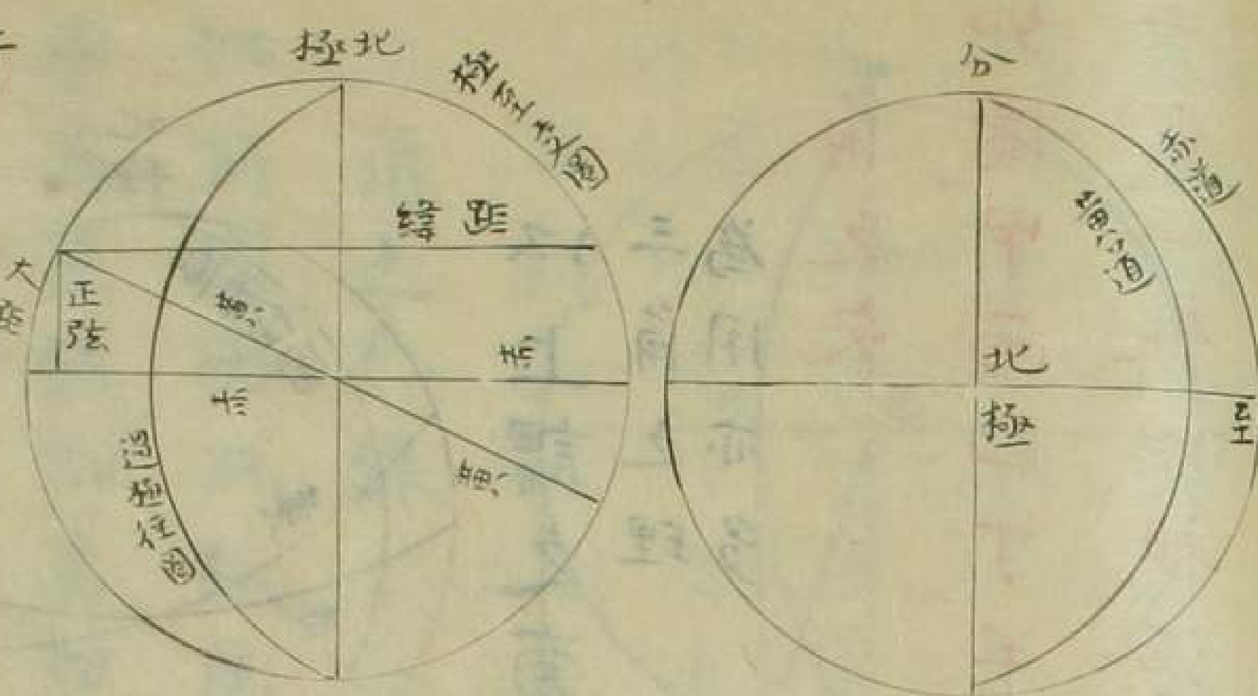
大圈與渾員同心

球上大圈之心。即渾員之心若依各大圈剖渾員。成平員面。其平員心。即渾員之心、若距等小圈。則但以渾員之軸為心。而不能以渾員心為心。同心者亦同徑大圈以渾員徑為徑。若距等圈。則但以通弦為徑。渾體内諸綫。能與弧三角相應者以此。渾員體内諸綫。皆宗其徑。弧三角既以大圈弧三角相割而成。必宗大圈之徑。徑同。故内外相應之邊。不用小圈。亦以此也距等圈既與大圈異徑。則其度不齊。不能成邊。而所作之角。必非真角無

從旁其度分

弧三角視法

弧三角非圖不明。然圖弧綫於平面。必用視法。變渾為平



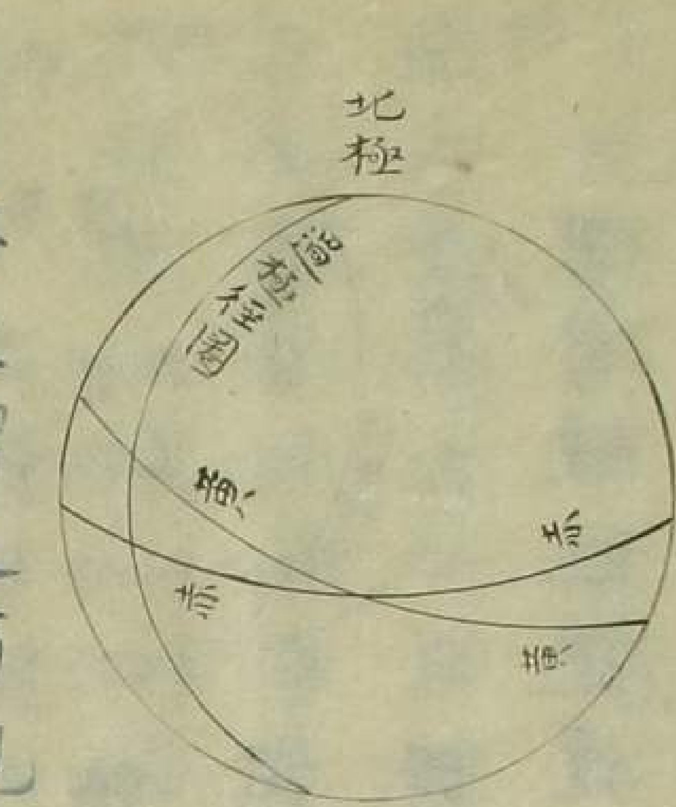
平置渾儀。從北極下視則惟赤道為外周不變。而黃道斜立。即成撱形 其分至各經圈。本穹然半員。今以正視。皆成員徑。是變弧綫為直綫也

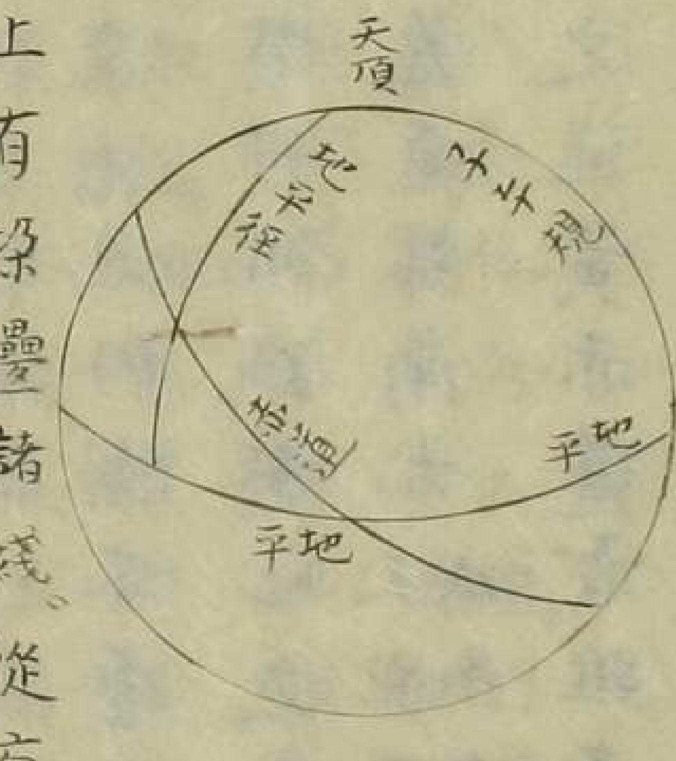
立置渾儀。使北極居上。而從二分平視之。則惟極至交圈為外周不變。其赤道黃道俱變直綫為員徑。而成輳心之角即大距度平面角是變弧綫角為直綫角也又距等圈。亦變撱綫而成各度正弦與員徑平行

其赤道上逐度經圈之過黃赤道者。雖變撱形。而其正弦不變。且歷々可見。如在平面。而與平面上之大距度正弦同角。成大小句股比例。是弧面各綫。皆可移于平面也。故視法不但

作圖之用。即步算之法已在其中

以上謂之正視　以黄赤道為式。若于六合儀取天頂地平諸綫。亦同。他可類推

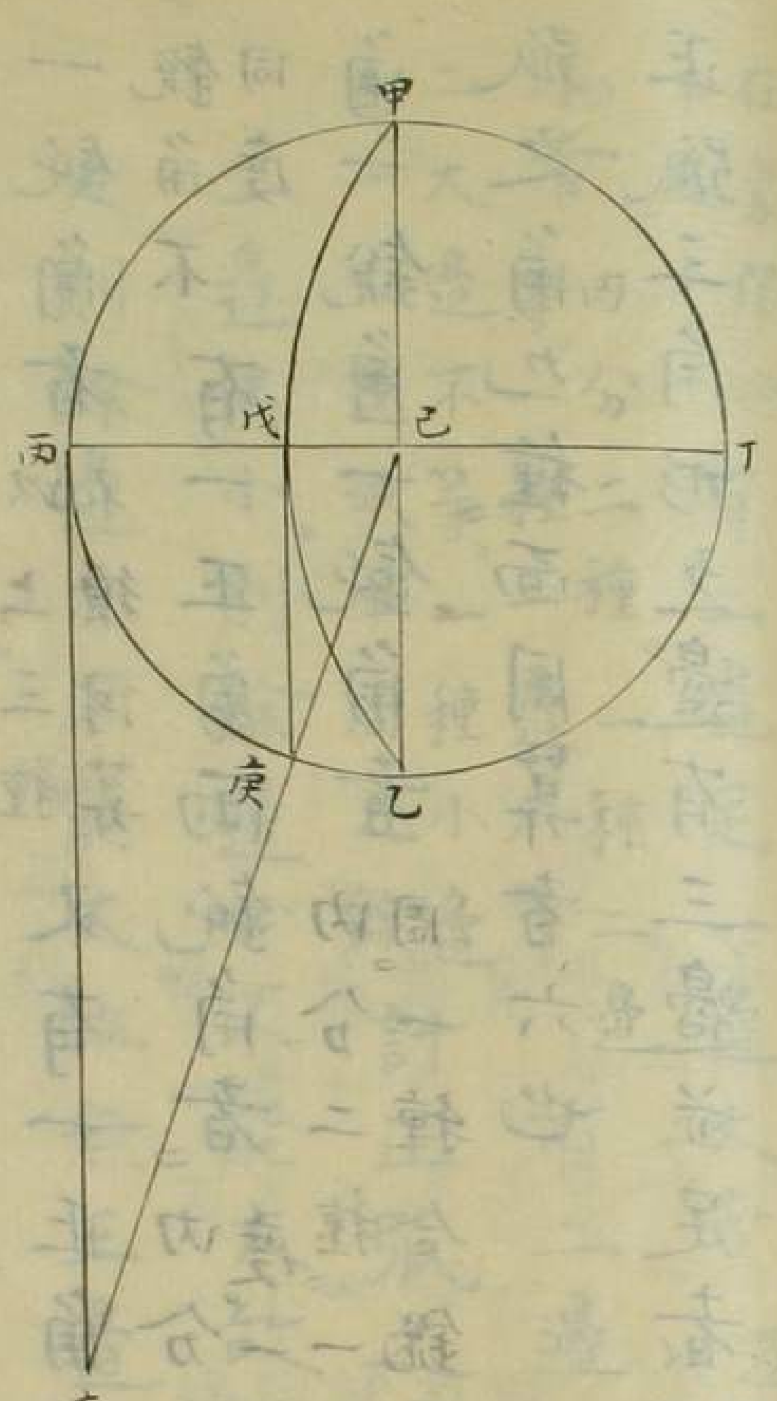




以上謂之旁視　渾員上有垜疊諸綫。從旁側視之。庶幾可見。雖不能按度肖形。而大意不失。以顯弧三角之理為用亦多

角之矢

如圖。甲丙乙丁半渾員。以甲戊乙弧界之。則其弧面分兩角為一銳一鈍。以視法移此弧度于相應之平面。亦一銳一鈍即分員徑為大小二矢。而戊丙正矢為戊甲丙銳角之度。戊乙丙亦同　戊丁大矢為戊甲丁鈍角之度。戊乙丁亦同　故得矢即得角



角之八線

如前圖。丙戊弧為甲銳角之度。與丙庚等。則丙戊之在平面者。變為直綫。即為甲銳角之矢。而戊己為角之餘弦。戊庚為角之正弦。丙辛為角之切綫。己辛為角之割綫。皆與平面丙庚弧之八綫等

丁己戊過弧。為甲鈍角之度。與丁乙庚過弧等。則丁戊在平面

者變為鈍角之大矢而戊己餘弦戊庚正弦丙辛切綫己辛割綫。並與銳角同平面鈍角之八綫。與外角同用。弧三角亦然

正弧斜弧之角與邊。分為各類

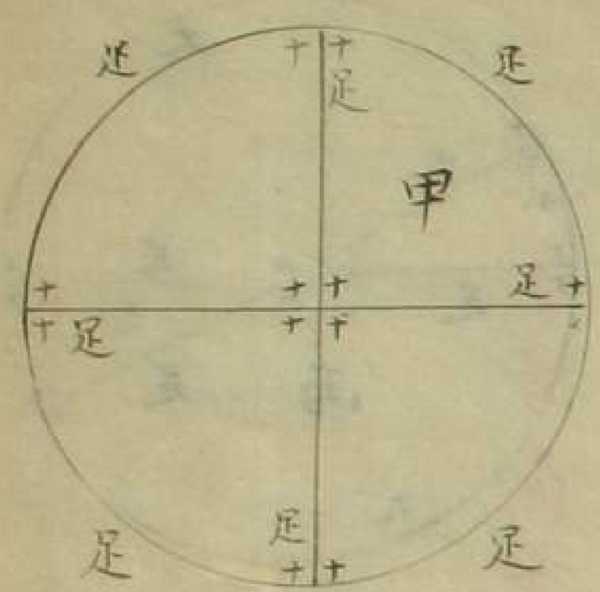
凡三角內有一正角。謂之正弧三角形。三角內並無正角。謂之斜弧三角形

正弧三角形之角。有三正角者。有二正角一銳角者。有二正角一鈍角者以上三種不須用算又有一正角兩銳角者內分二種。一種兩銳角同度。一種兩銳角不同度有一正角兩鈍角者。內分二種。一種兩鈍角同度。一種兩鈍角不同度有一正角一銳角一鈍角者內分二種。一種銳鈍兩角。合之成半周。一種合銳鈍兩角不能成半周計正弧之角九種。而用算者六也

正弧三角形之邊有三邊並足者足。謂足九十度有二邊足一邊小者在象限以下為小有二邊足一邊大者過象限以上為大。以上三種可不用算有三邊並小者內分二種。一種二邊等。一種三邊不等有二邊大而一小者內分三種。一種二大邊等一種二大邊不等。一種小邊為一大邊減半周之餘計正弧之邊八種而用算者五也

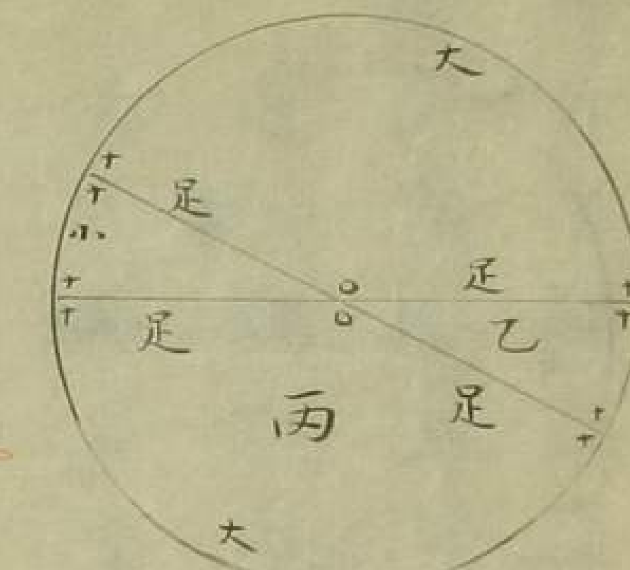
二邊俱小。則餘邊必不能大。故無二小一大之形　二邊俱大。則餘邊亦不能大。故無三邊並大之形　一邊若足。則餘邊亦有一足。故無一邊足之形

正弧三角形圖一　計三種



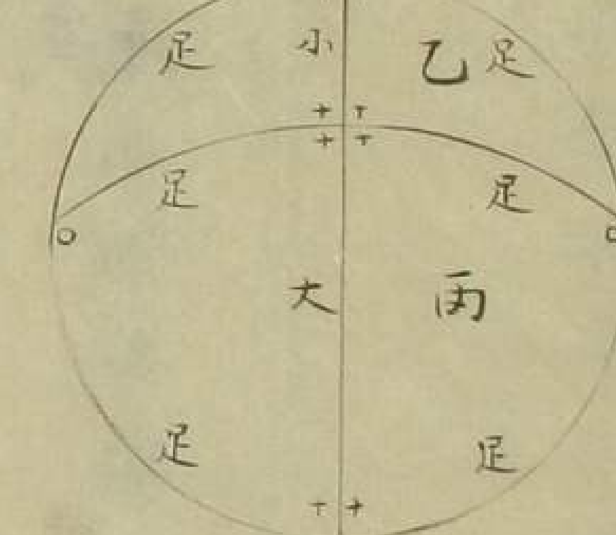
甲形

三角並十字正方。三邊並足九十度。



乙形
角二正一銳
邊二足一小

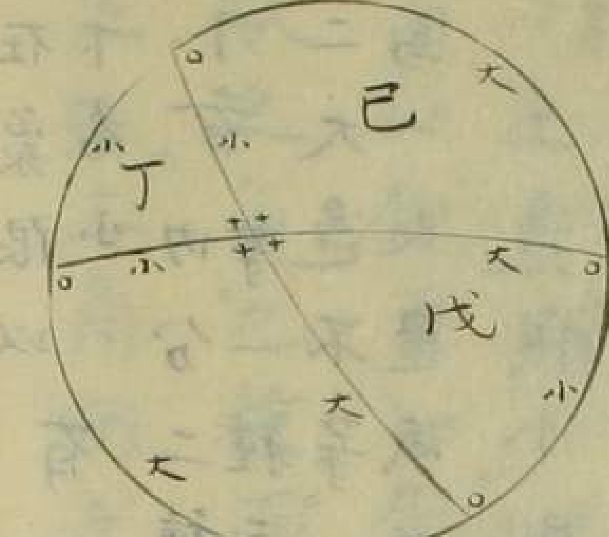
丙形
角二正一鈍
邊二足一大



此置正角在凸面與正角在邊者並同一法

以上三種。不須用算

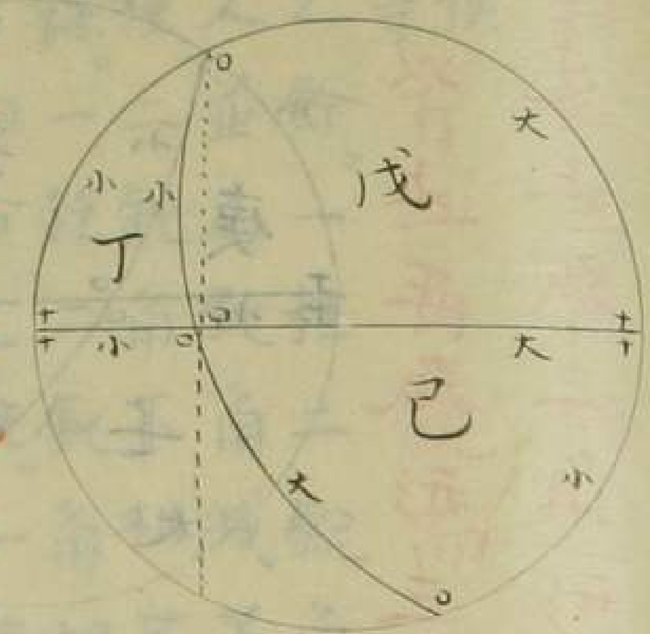
正弧三角形圖二　計三種



丁形
角一正二銳。銳同度。
三邊並小。同者二同度。

戊形
角一正二鈍。鈍同度。
邊二大同度。一小。

己形
角一正一銳一鈍。其鈍銳兩角。共成一半周
邊二大一小。內一大邊與小邊。共成一半周

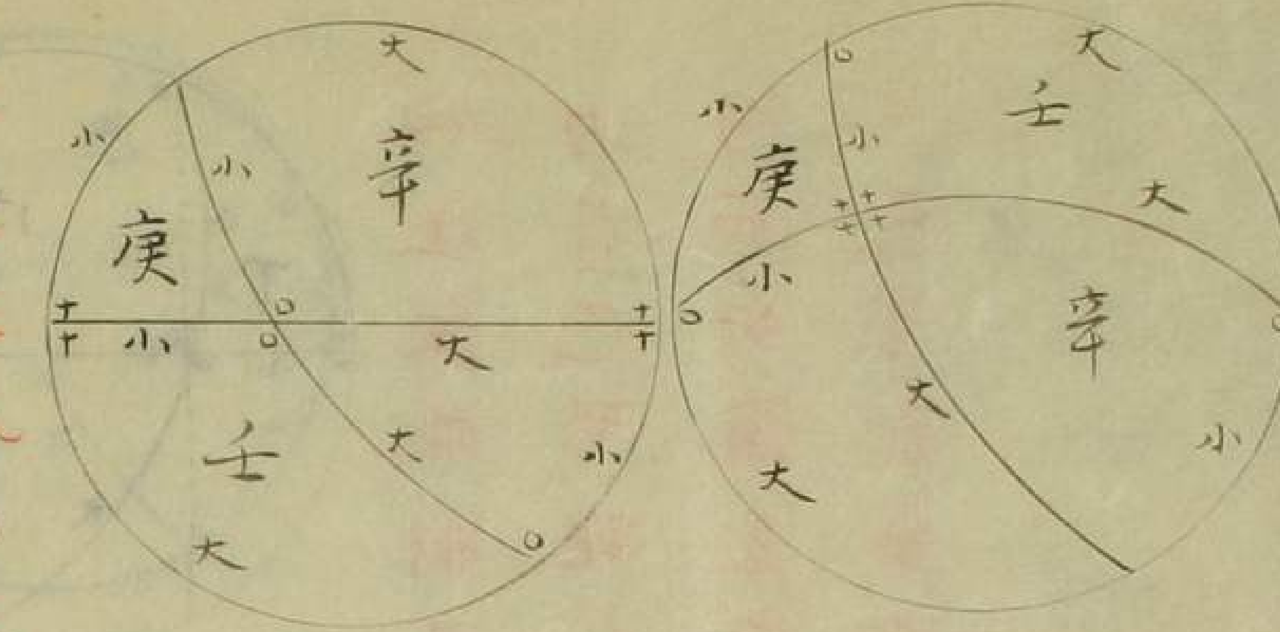


此置正角在邊。與前圖正角在面者並同一法後庚辛壬形。倣此論之

以上正弧形三種。有同度之邊與角。謂之二等邊形內有己形。雖無同等之邊角。而有共為半周之邊角。度雖不同。而所用之正弦則同。即同度也

凡邊等者角亦等。後倣此

正弧三角形圖三 計三種



庚形 角一正二銳三邊並小並同丁形。而無等度

辛形 角一正二鈍邊二大一小並同戊形。而無等度

壬形 角一正一銳一鈍邊二大一小並同己形。而大小二邊不能成半周。角亦然

以上正弧形三種。邊角與丁戊己三種無異。但無同度之邊。

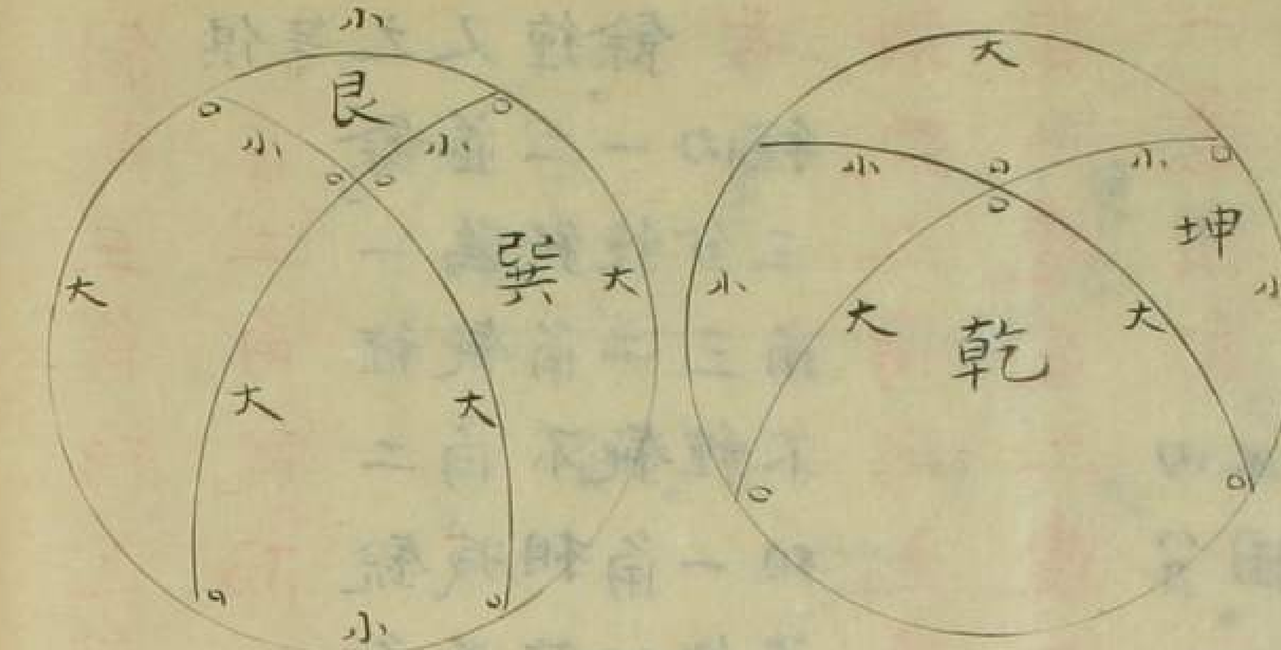
凡正弧三角形共九種

斜弧三角形之角。有三角並銳者內分三種。一種有二角相等。一種三角不相等。一種三角俱等。有二角銳而一鈍者內分四種。一種二銳角相等。一種二銳角不相等。一種鈍角為一銳角減半周之餘。一種二銳角相等。而又並為鈍角減半周之餘。有二角鈍而一銳者內分四種。一種二鈍角相等。一種二鈍角不相等。一種銳角為一鈍角減半周之餘。一種二鈍角相等而又並為銳角減半周之餘。有三角並鈍者內分三種。一種有二角相等。一種三角不相等。一種三角相等。計斜弧之角十有四種

斜弧三角形之邊。有一邊足二邊小者內分二種。一種二小邊相等。一種二小邊不等。有一邊足二邊大者內分二種。一種二大邊等。一種二大邊不等。有一邊足一邊小一邊大者內分二種。一種大小二邊合之成半周。一種合二邊不能成半周。有三邊並小者內分三種。一種三邊不等。一種二邊等。一種三邊相等。有二邊大而一小者內分四種。一種二大邊等。一種二大邊不等。一種小邊為一大邊減半周之餘。一種二大邊等。而又並為小邊減半周之餘。有二邊小而一大者內分四種。一種二小邊等。一種二小邊不等。一種大邊為一小邊減半周之餘。一種二小邊等而又並為大邊減半

周之餘有三邊並大者內分三種。一種三邊不等。一種二邊等。一種三邊俱等。計斜弧之邊十種

斜弧三角形圖一 計四種



乾形 坤形 艮形 巽形

三角並鈍。又皆同度。

三邊並大。又皆同度。

角一鈍二鋭。鋭皆同度。其鈍角為鋭角減半周之餘

邊一大二小。小皆同度。其大邊為小邊減半周之餘

三角並鋭。又皆同度。

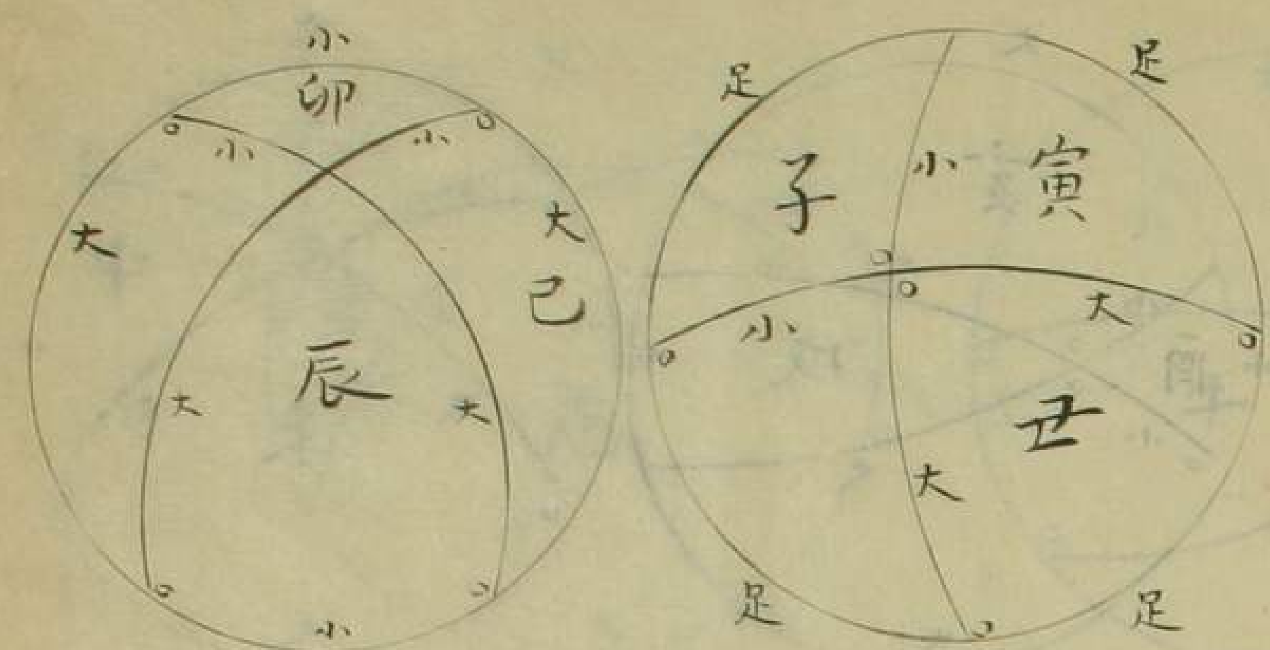
三邊並小。又皆同度。

角一鋭二鈍。鈍皆同度。又皆為鋭角減半周之餘

邊一小二大。大皆同度。又皆為小邊減半周之餘

以上斜弧形四種並三角三邊同度。謂之三等邊形。內有二等邊者。其一邊為等邊減半周之餘。與三等邊同法以同周正弦故

斜弧三角形圖二 計十二種



子形 丑形 寅形 卯形 辰形 巳形

二鋭角同度。一鈍

二小邊同度。一足

三鈍角內同度者二。

二大邊同度。一足

二鋭角一鈍。內一鋭角為鈍角減半周之餘

邊一足一大一小。小邊為大邊減半周之餘

二鋭角同度。一鈍

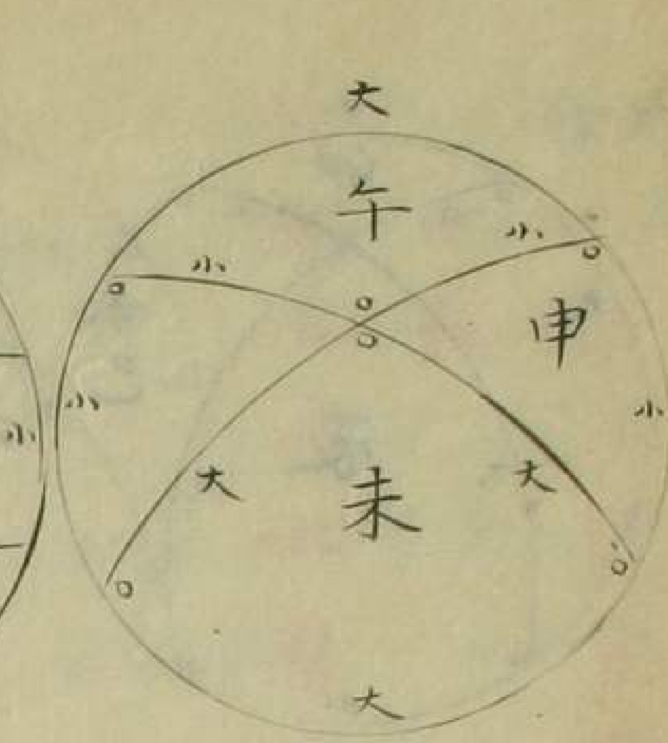
三邊並小。同者二

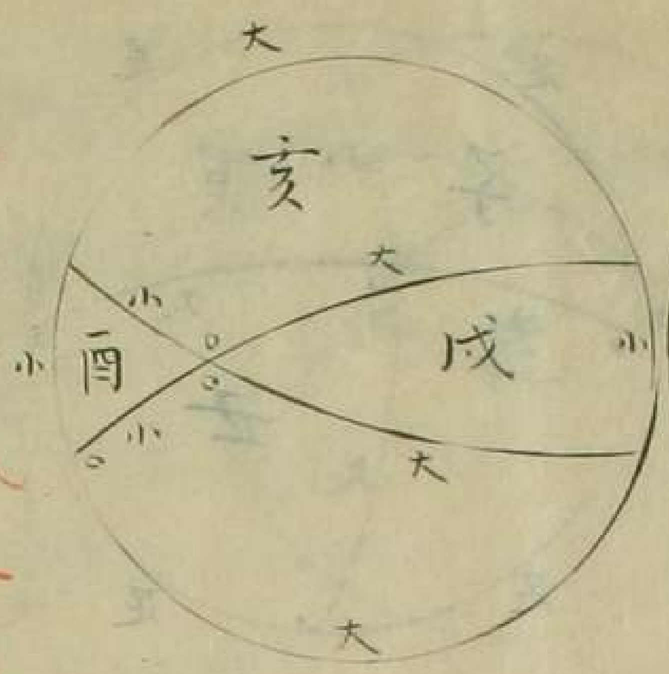
三角並鈍內同度者二。

二大邊同度。一小

二鋭角一鈍。內一鋭角。為鈍角減半周之餘

二大邊一小。內一大邊。為小邊減半周之餘





午形

二銳角同度。一鈍。
二小邊同度。一大。

未形

三角並鈍。同度者二。
三邊並大。同度者二。

申形

二銳角一鈍。內一銳角。為鈍角減半周之餘
二小邊一大。內一小邊。為大邊減半周之餘

酉形

三角並銳。同度者二。
三邊並小。同度者二。

戌形

二鈍角同度。一銳。
二大邊同度。一小。

亥形

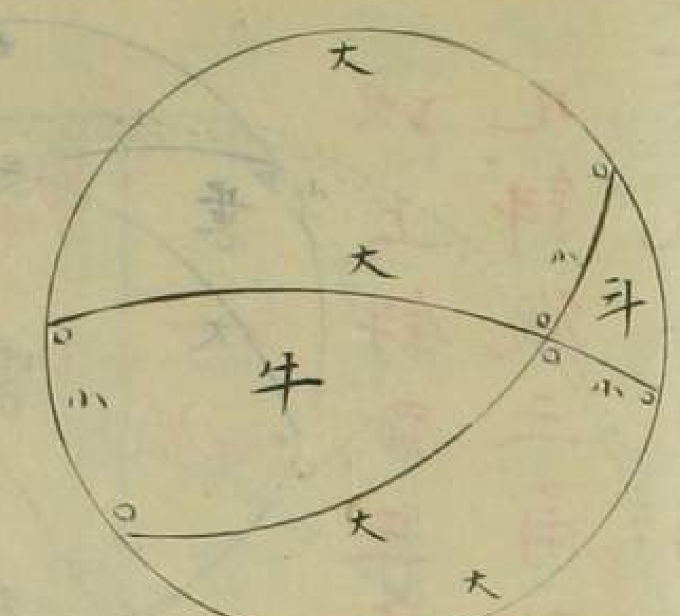
二鈍角一銳。內一鈍角。為銳角減半周之餘
二大邊一小。內一大邊。為小邊減半周之餘

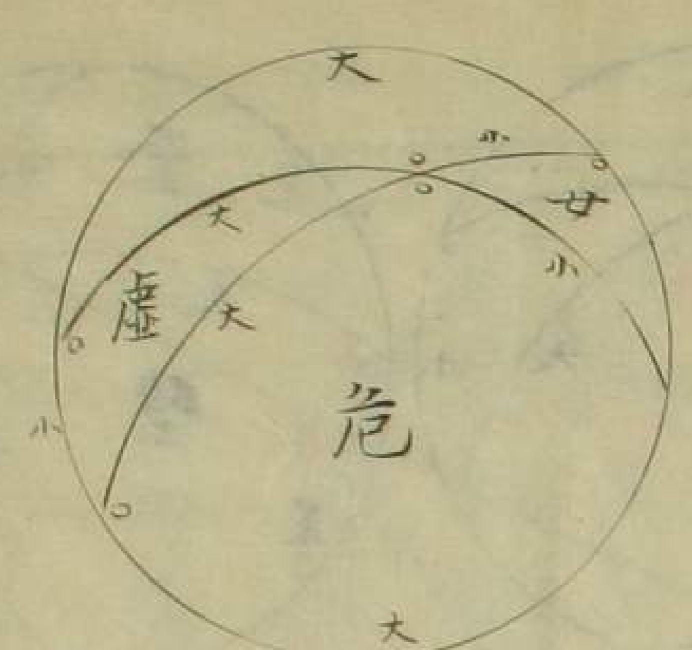
以上斜弧三角形十二種。並二等邊形。內有四種。以大小二邊度成半周。與二等邊同法

小邊為大邊減半周之餘。則同用一正弦

斜弧三角形圖三

計十種 曆書只九種。遺一銳二鈍形





斗形

三角並銳。
三邊並小。

牛形

角一銳二鈍。
邊二大一小

女形

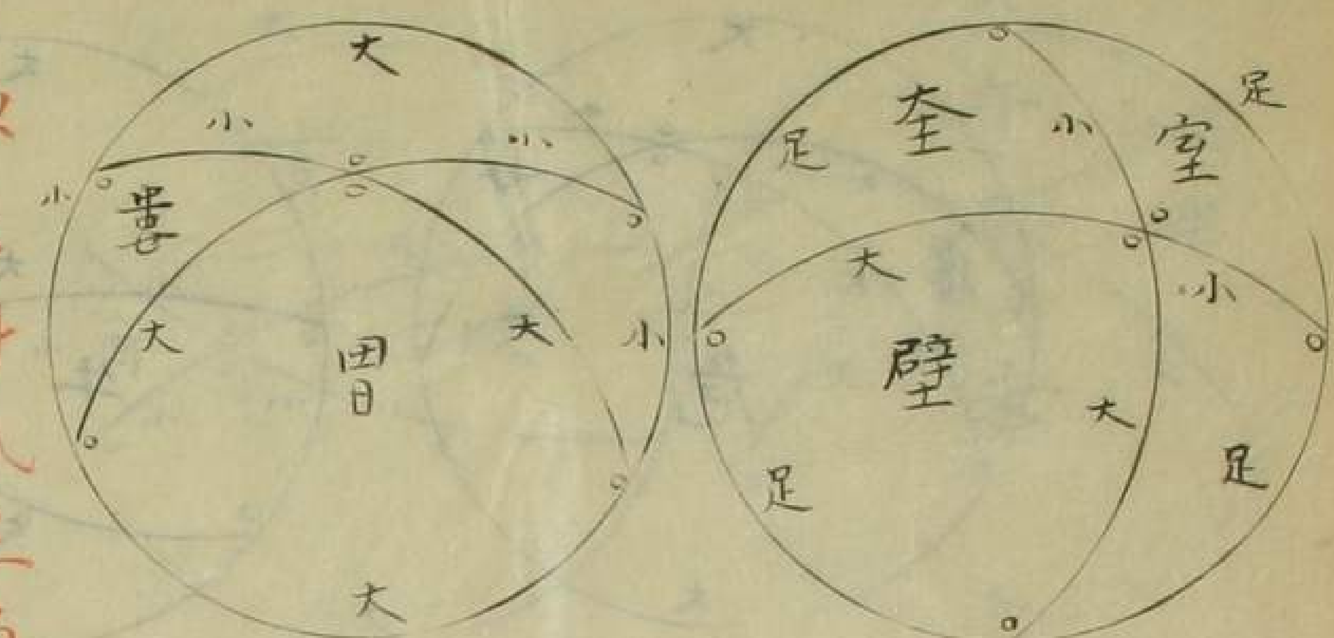
角一鈍二銳
三邊並小

虛形

角一鈍二銳。
邊二大一小

危形

三角並鈍
邊二大一小



室形
角一鈍二銳。
邊一足二小

壁形
三角並鈍
邊一足二大

奎形
角一鈍二銳
邊一大一足一小

婁形
角一鈍二銳。
邊一大二小

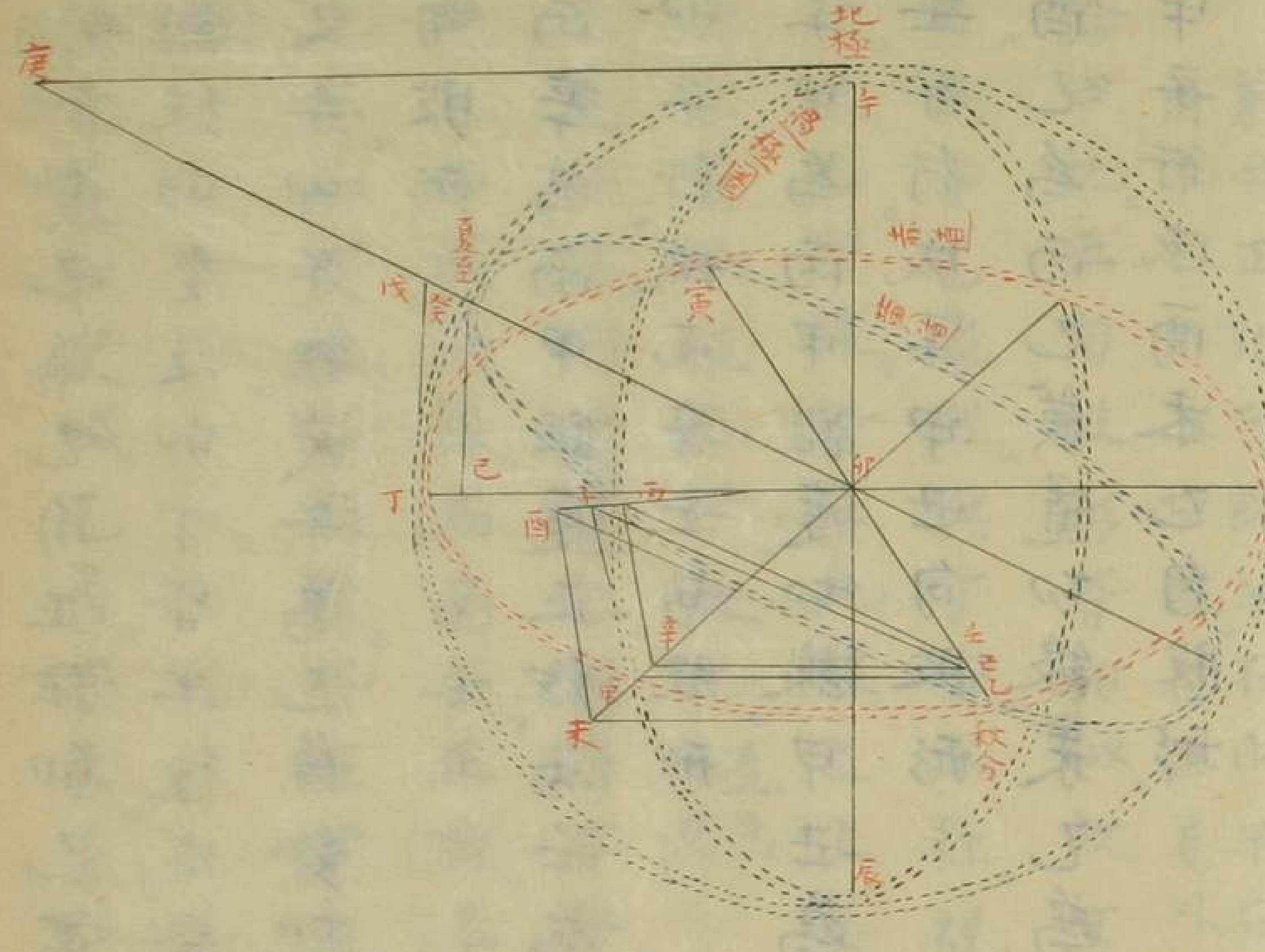
胃形
三角並鈍
三邊並大

以上斜弧三角形十種並三邊不等用算只四種

凡斜弧三角形共二十六種

通共弧三角形三十五種內除正弧三種不須用算。實三十二種

正弧三角形以八線成句股



乙丁寅為赤道。乙丙癸為黃道。乙與寅為春秋分。癸為夏至。午癸丁辰為極至交圈。午與辰為南北極。午丙甲為過極經圈。丙乙為黃道距二分之度。甲乙為赤道距二分之度即同升度。丙甲為黃赤距緯。成丙乙甲三角弧形。甲為正角。乙春秋分角。與渾員心卯角相應

癸丁弧為黃赤大距。即乙角之弧。赤為卯

角之弧癸己為乙角正弦。卯己其餘弦。戊丁為乙角切線。戊卯其割線。卯癸及卯丁皆半徑。成癸己卯及戊丁卯丙句股形

又午卯半徑。庚午為乙角餘切。庚卯為乙角餘割。成午卯庚倒句股形

丙辛為丙甲距度正弦。丙壬為丙乙黃道正弦。作辛壬線與丁卯平行。成丙辛壬句股形

子甲為丙甲距度切線。甲己為甲乙赤道正弦。作子己線與丙壬平行。成子甲己句股形

酉乙為丙乙黃道切線。未乙為甲乙赤道切線。作酉未線與子甲平行。成酉未乙句股形

前二句股形。在癸丁大距弧內外。癸己卯用正餘弦。在弧內。戊丁卯用割切線。出弧外。

後三句股形。在丙乙甲三角內外丙辛壬在丙角。用兩正弦在渾員內。子甲己在甲角。兼用正弦切線。半在內。半在外。酉未乙用兩切線。在渾員外

論曰此五句股形皆相似。故其比例等。何也。赤道平安。從乙視之。則丁乙象限。與丁卯半徑。視之成一線。而辛壬聯線。甲己正弦。未乙切線。皆在此線之上矣。以其線皆平安。皆在赤道平面。與赤道半徑平行。故也是為句線

赤道平安。則黃道之斜倚亦平。其癸乙象限。與癸卯半徑。從乙視之。亦成一線。而丙壬正弦。子己聯線。酉乙切線。皆在此線之上矣。以其線皆斜倚。皆在黃道平面。與黃道半徑平行。故也是為弦線

黃赤道相交成乙角。而赤道既平安。則從乙窺卯。卯乙半徑。竟

成一點。而乙丑壬卯角。合成一角矣。諸句股形既同角。而其句線皆同赤道之平安。其弦線皆同黃道之斜倚。則其股線。皆與赤道半徑為十字正角而平行矣。是故形相似而比例皆等也（其卯午庚倒句股形。為相當之用。與諸句股形亦相似。而比例等）

又論曰。丙辛壬形。丙正弦（丙辛 丙壬）俱在渾體之內。其理易明。子甲丑形。甲丑正弦在渾體內。子甲切線在渾體之外。已足證矣。酉未乙形。丙切線（酉乙 未乙）俱在渾體之外。雖習其術者。未免自疑。曆書置而不言。盍以此耶。今為補說詳明。欲令學者了然心目。庶以用之不疑

用法

假如有丙乙黃道距春分之度。求其距緯丙甲。法為半徑癸卯與乙角之正弦癸巳。若丙乙黃道之正弦丙壬。與丙甲距緯之正弦丙辛也

一	半徑全數	癸卯	弦
二	乙角正弦	癸巳	股
三	黃道正弦	丙壬	弦
四	距緯正弦	丙辛	股

若先有丙甲距度。而求丙乙黃道距二分之度。則反用之。為乙角之正弦癸巳與半徑癸卯（若欲用半徑為一率以省除。則為半徑午卯。與乙角之餘割庚卯。其比例亦同）若丙甲距緯之正弦丙辛。與丙乙黃道之正弦丙壬也

一	乙角正弦	癸巳	
	半徑全數	午卯	股
二	半徑全數	癸卯	
	乙角餘割	庚卯	弦

三　距緯正弦　丙辛　股
四　黃道正弦　丙壬　弦
右丙辛壬形用法
假如有甲乙赤道同升度。求距緯丙甲。法為半徑卯丁。與乙角之切線丁戊。若甲乙赤道之正弦甲壬。與丙甲距緯之切線子甲也
一　半徑全數　卯丁　句
二　乙角正切　丁戊　股
三　赤道正弦　甲壬　句
四　距緯正切　子甲　股
若先有丙甲距緯而求甲乙赤道則反用之。為乙角之切線戊丁。與半徑丁卯。或用半徑為一率則為半徑卯午。與乙角之餘切午庚若丙甲距緯之切線子甲。與甲乙赤道之正弦甲壬也
一　乙角正切　戊丁　半徑全數　卯午　股
二　半徑全數　丁卯　乙角餘切　午庚　句
三　距緯正切　子甲　股
四　赤道正弦　甲壬　句
右子甲壬形用法
論曰。以上四法。曆書所有。但于圖增一卯午庚句股形。則互視之理更明
假如有丙乙黃道距二分之度。徑求甲乙赤道同升度。法為半徑卯癸。與乙角之餘弦卯己。若丙乙黃道之切線酉乙。與甲乙

赤道之切線末乙也

一 半徑全數 卯癸 弦

二 乙角餘弦 卯巳 句

三 黃道正切 酉乙 弦

四 赤道正切 末乙 句

若先有甲乙赤道。而求其所當黃道丙乙。法為半徑丁卯。與乙角之割線戊卯。若甲乙赤道之切線末乙。與丙乙黃道之切線酉乙也

一 半徑全數 丁卯 句

二 乙角正割 戊卯 弦

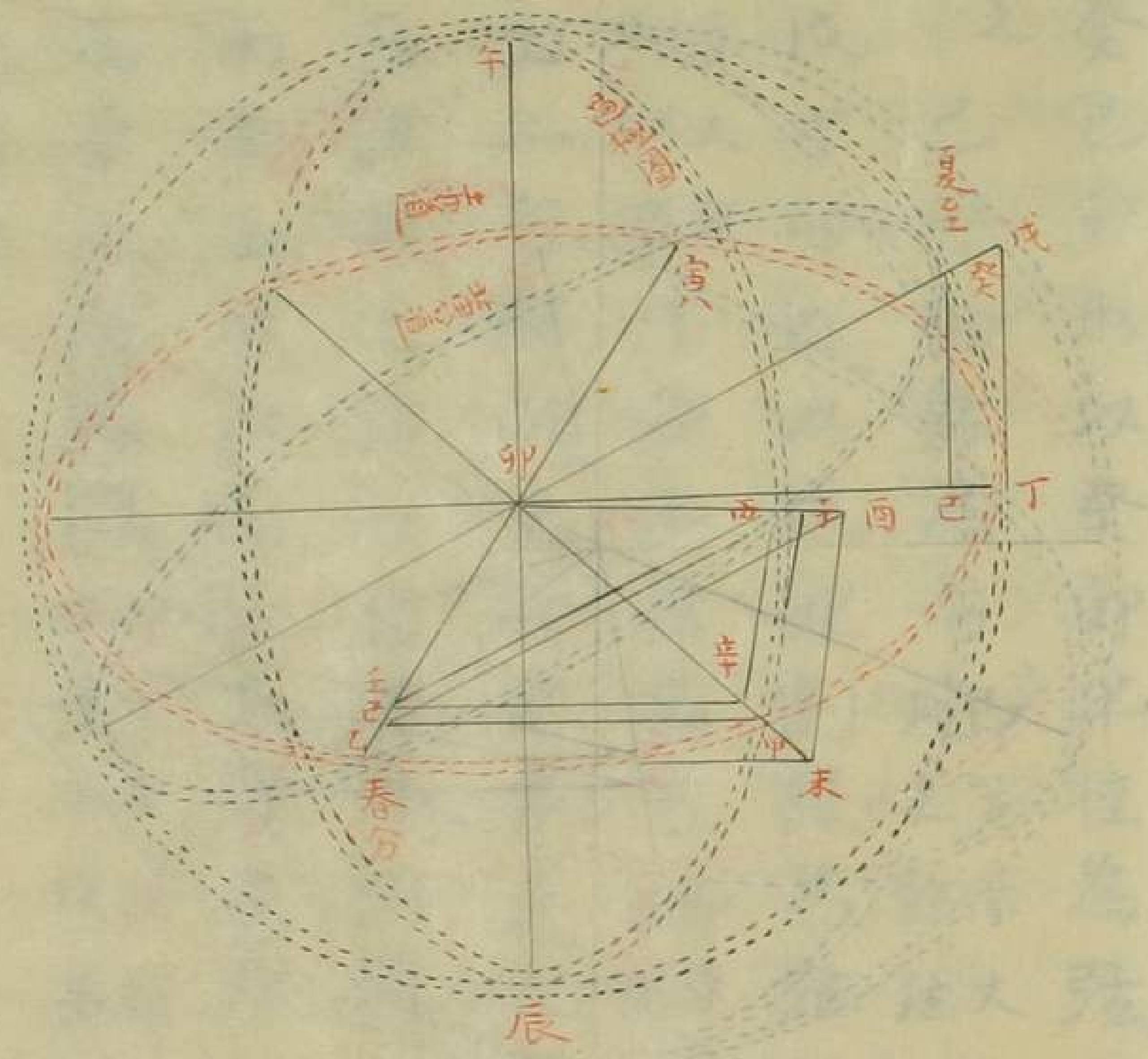
三 赤道正切 末乙 句

四 黃道正切 酉乙 弦

論曰。以上兩條。酉末乙形用法。子所補也。有此二法。黃赤道可以自相求。而正角弧形之用始備矣。外此仍有三弧割線餘弦之用。具如別紙

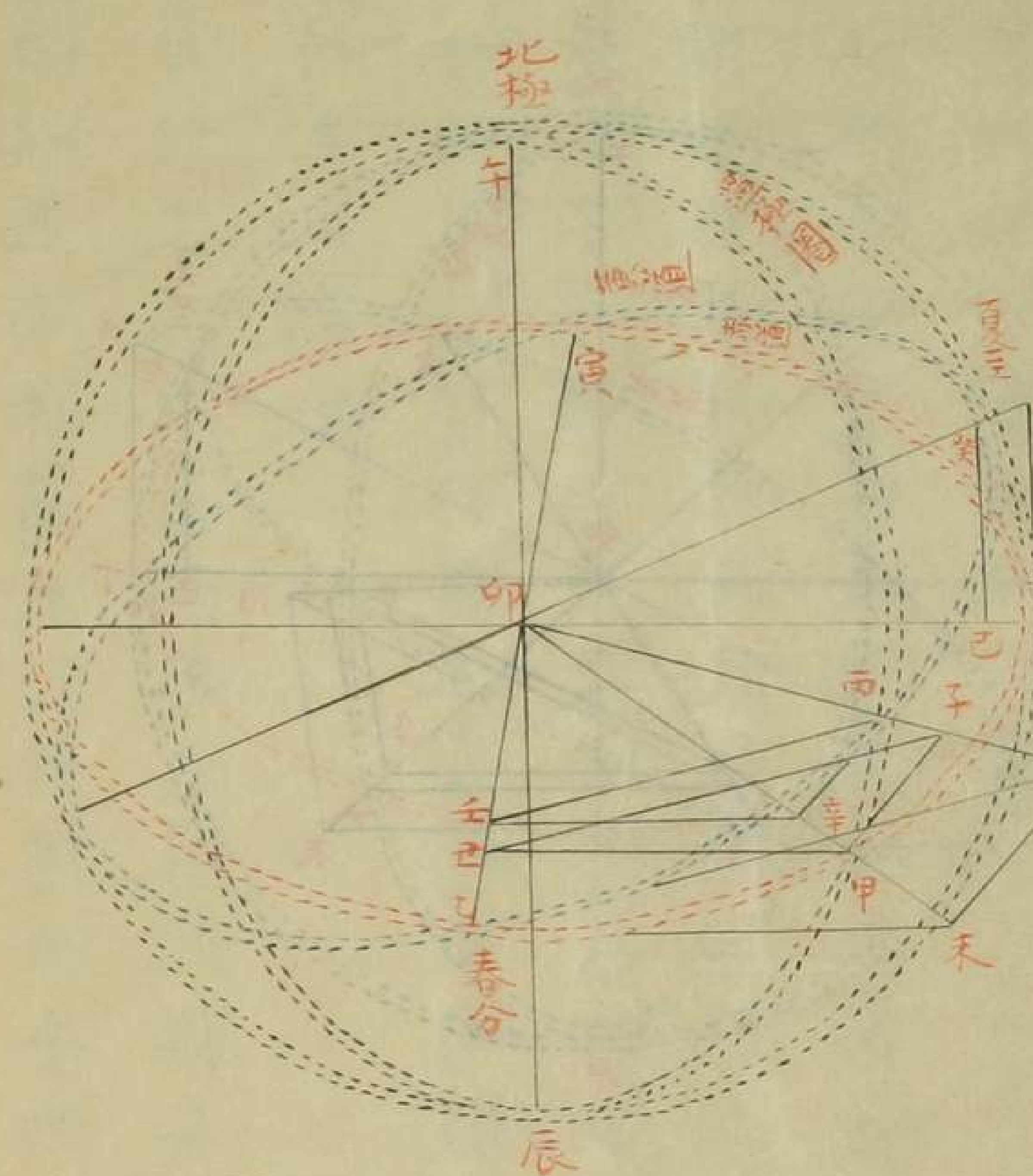
十餘年前曾作弧三角所成句股書一冊稿存兒輩行笈中覓之不可得也。庚辰年乃復作此至辛巳夏復得舊稿為之惘然然其理固先後一揆而說有詳略可以互明不妨並存以徵予學之進退因思古人畢生平之力而成一事良自不易也有子雲或不以覆瓿置之乎康熙辛巳七夕前兩日勿菴梅文鼎識是日也為立秋之辰好雨生涼炎歊頓失稍簡殘帙殊散人懷

附舊稿



甲乙丙正弧三角形。即測量全義第七卷原圖。稍為酌定。又增一酉未乙形

又圖



測員之用甚博。非止黃赤也。然黃道赤道南北極二分二至諸名。皆人所習聞。故仍借用其號。以便識別

案圖中句股形凡五。皆形相似

其一癸已卯形。以癸卯半徑為弦。即黃道半徑癸已正弦為股即黃赤大距弧之正弦已卯餘弦為句即黃赤大距弧之餘弦

其二戊丁卯形。以戊卯割線為弦即黃赤大距弧之正割線戊丁切線為股即黃赤大距弧之正切線丁卯半徑為句即赤道半徑

以上二句股形。生於黃赤道之大距度。乃總法也。兩句股形一在渾體之內。一出其外。同用卯角即黃道心亦即春分角

其三丙辛壬形。以丙壬正弦為弦即黃經乙丙弧之正弦。以丙卯黃道半徑為其全數。而卯壬其餘弦丙辛正弦為股即黃赤距緯丙甲弧之正弦。亦以丙卯黃道半徑為其全數。而辛卯其餘弦辛壬橫線為句

法於赤道平面上作橫線。聯兩餘弦。成卯壬辛平句股形。此

形以距緯餘弦辛卯為弦。黃經餘弦壬卯為股。而辛壬其句也。此辛壬線。既為兩餘弦平句股形之句。亦即能為兩正弦立句股形之句矣。曆書以辛壬為兩辛之餘弦。誤也。然則當命為何線。曰。此非八線中所有。乃立三角體之楞線也

其四子甲壬形。以子壬斜線為弦此亦立三角體之楞線也非八線中之線子甲切線為股即黃赤距緯弧之正切線。以赤道半徑甲卯為其全數。而子卯其割線也甲壬正弦為句即赤經乙甲弧之正弦。亦以赤道半徑甲卯為其全數。而丑卯其餘弦也

其五酉未乙形。以酉乙切線為弦即黃經兩乙弧之正切線。以黃赤半徑卯乙為其全數。而酉卯其割線也酉未立線為股此亦立三角之楞線。非八線中之線未乙切線為句即赤經乙甲弧之正切線。亦以黃赤半徑卯乙為其全數。而未卯其割線也

以上三句股形。生於設弧之度。第三形在渾體之內。第四形半在渾體之內。而出其外。第五形全在渾體之外

問既在體外。其狀何如。曰。設渾圓在立方之內。而以兩極居立方底蓋之心。以乙春分居立方立面之心。則黃赤兩經之切線。酉乙未乙皆在方體之立面。而未乙必為句。酉乙必為弦。于是作立線聯之。即成酉未乙句股形矣。此一形曆書遺之。予所補也。詳塹堵測量

論曰。此五句股形。皆同角。故其比例等。然與弧三角真同者。乙角也

第一癸巳卯形第二戊丁卯形兩形。皆乙角原有之八線。即春秋分角也。其度則兩至之大距也

或先有角以求邊。則以此兩形中線。例他形中線。得線則得

邊矣

或先有邊以求角。則以他形中線例此兩形中線。得線則亦得角矣蓋卯角即乙角也。若欲求丙角。則以丙角當乙角。如法求之

第三形丙辛壬形以黃經之正弦丙壬黃赤距度之正弦丙辛為弦與股是以黃經與距緯相求

或先有乙角。有黃經。以求距緯用乙角。實用壬角。下同

或先有乙角。有距緯。以求黃經

或先有黃經距緯。可求乙角。亦可求丙角

第四形子甲己形以黃赤距緯之切線子甲赤經之正弦甲己為股與句是以距緯與赤經相求

或先有乙角。有赤經。以求距緯用乙角。實用己角。下同

或先有乙角。有距緯。以求赤經

或先有赤經距緯。可求乙角。亦可求丙角

第五形酉未乙形以赤經之正切未乙黃經之正切酉乙為句與弦。是黃赤經度相求

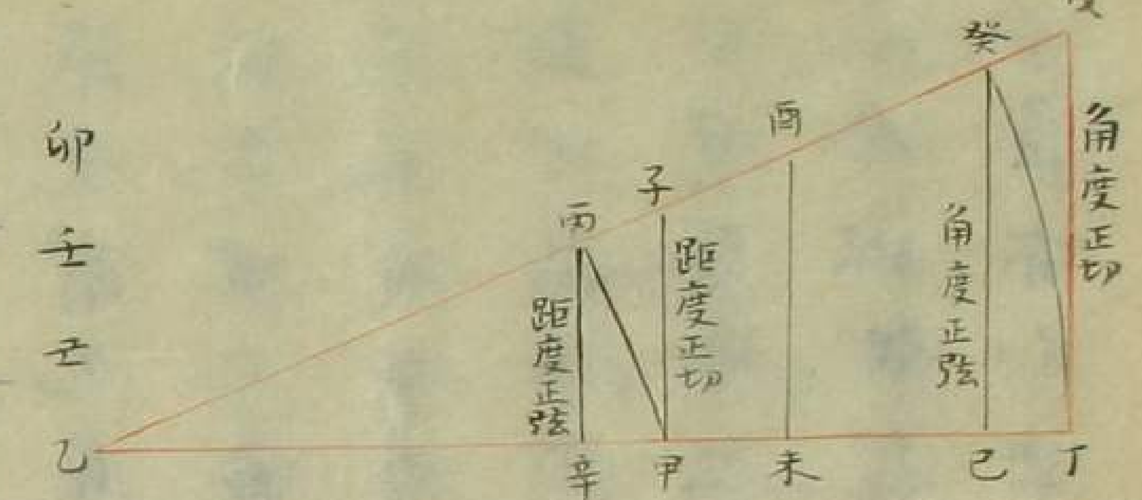
或先有乙角。有黃經。以求赤道同升度

或先有乙角。有赤道同升。以求黃經

或先有黃赤二經度。可求乙角。亦可求丙角

又論曰。諸句股形所用之卯壬己乙四角。實皆一角何也。側望則弧度皆變正弦。而體心卯。作直線至乙。為卯壬己乙線。即半徑也。今以側望之故。此半徑直線。化為一點。則乙角即卯角。亦即壬角。亦即己角矣

側望之形



癸丁為乙角之度即黄赤大距二至緯度癸乙為黃道半徑。丁乙為赤道半徑。戊丁為乙角切線。癸巳為乙角正弦。戊乙為乙角割線。巳乙為乙角餘弦。癸巳乙。戊丁乙。皆句股形。其乙角即卯角

丙甲為設弧距度。其正弦丙辛。其切線子甲

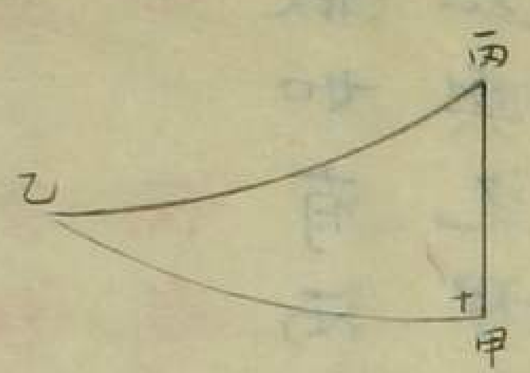
丙乙為所設黃道度。其正弦丙壬因側望弧度正弦成一線偕距度正弦丙辛成句股形其乙角即壬角

甲乙為所設赤道同升度。其正弦甲壬因側望弧度正弦成一線偕距度切線子甲。成句股形。其乙角。即壬角

酉乙為所設黃經切線。未乙為赤道同升度切線。此兩線成一酉未乙句股形。在體外真用乙角

正弧三角形求餘角法

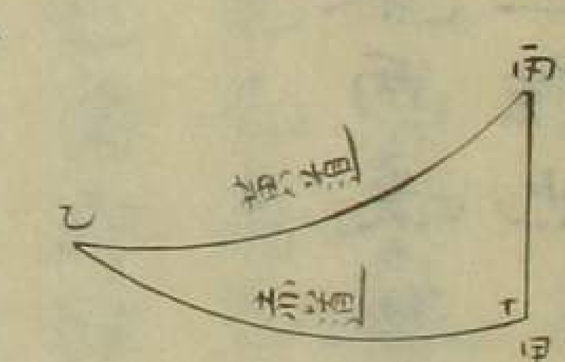
凡弧三角有三邊三角。先得三件可知餘件。與平三角同理。前論正弧形以黃赤道為例。而但詳乙角者。因春分角有一定之度。人所易知。故先詳之。或疑求乙角之法不可施於丙角。茲復為之條析。如左



丙乙為黃道度　甲乙為赤道同升度　丙甲為黃赤距度　丙角為黃道上交角　乙為春分角　甲常為正角

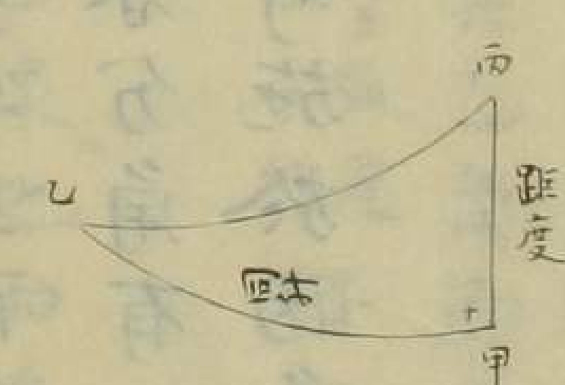
假如有乙丙黃道度。有乙甲赤道同升度。而求丙交角。則為乙丙之正弦與乙甲之正弦。若半徑與丙角之正弦也

一　乙丙正弦　半徑　弦
二　乙甲正弦　股
三　半徑　乙丙餘割　弦
四　丙角正弦　股



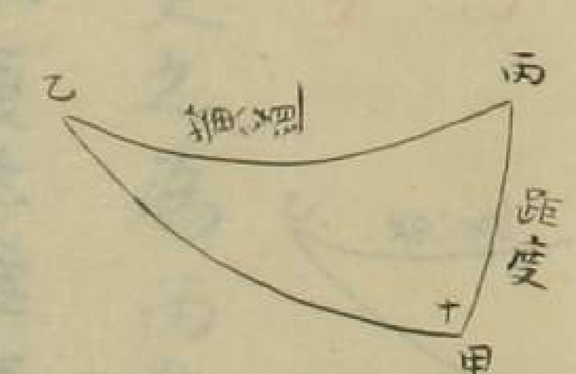
假如有丙甲距度及乙甲同升度而求丙交角則為丙甲之正弦與乙甲之切線若半徑與丙角之切線

一　丙甲正弦　半徑　句
二　乙甲切線　股
三　半徑　丙甲餘割　句
四　丙角切線　股



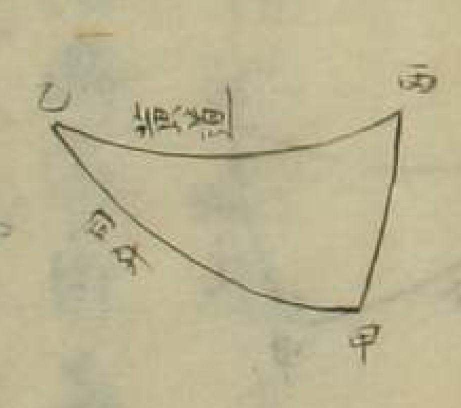
假如有丙甲距度及乙丙黃道度而求丙交角則為乙丙之切線與丙甲之切線若半徑與丙角之餘弦

一　乙丙切線　半徑　弦
二　丙甲切線　句
三　半徑　乙丙餘切　弦
四　丙角餘弦　句



又如有丙交角有乙丙黃道度而求乙甲同升度則為半徑與丙角之正弦若乙丙之正弦與乙甲之正弦

一　半徑　弦　二　丙角正弦　股
三　乙丙正弦　弦　四　乙甲正弦　股



或先有乙甲同升度而求乙丙黃道度則以前率更之為丙角之正弦與半徑若乙甲之正弦與乙丙之正弦

一 丙角正弦 股 二 半徑 弦

三 乙甲正弦 股 四 乙丙正弦 弦

又如有丙交角。有乙甲同升度。而求丙甲距度。則為丙角之切線與半徑。若乙甲之切線與丙甲之正弦

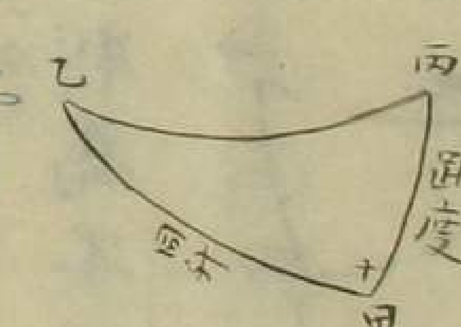
一 丙角切線 股 二 半徑 句

三 乙甲切線 股 四 丙甲正弦 句

或先有丙甲距度。而求乙甲同升度。則以前率更之為半徑與丙角切線。若丙甲正弦與乙甲切線

一 半徑 句 二 丙角切線 股

三 丙甲正弦 句 四 乙甲切線 股

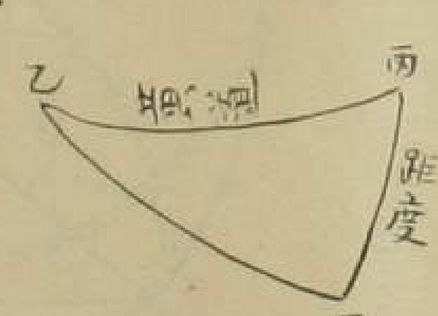


又如有丙交角。有乙丙黃道度。求丙甲距度。則為半徑與丙角餘弦。若乙丙切線與丙甲切線

一 半徑 弦 二 丙角餘弦 句

三 乙丙切線 弦 四 丙甲切線 句

或先有丙甲距度而求乙丙黃道。則以前率更之。為丙角餘弦與半徑。若丙甲切線與乙丙切線



一 丙角餘弦 句 二 半徑 弦

三 丙甲切線 句 四 乙丙切線 弦

論曰。求丙角之法。一一皆同乙角。更之而用丙角求餘邊。亦如其用乙角也。所異者乙角定為春分角。則其度不變。丙角為過極經圈交黃道之角。隨度而移交角近大距則甚大類十字角近春分只六十六度半弱。中間交角。度度不同。他形亦然。皆逐度變丙角有時大於乙角。有時小於乙角乙角不及半象限。則

丙角大。乙角過半象限。則丙角有時小故必求而得之

又論曰。丙交角既隨度移而甲角常為正角何也。凡球上大圈相交成十字者必過其極。今過極經圈乃赤道之經線。惟二至時則此圈能過黃赤兩極。其餘則但過赤道極。而不能過黃道極。故其交黃道也常為斜角即丙角交赤道則常為正角即甲角

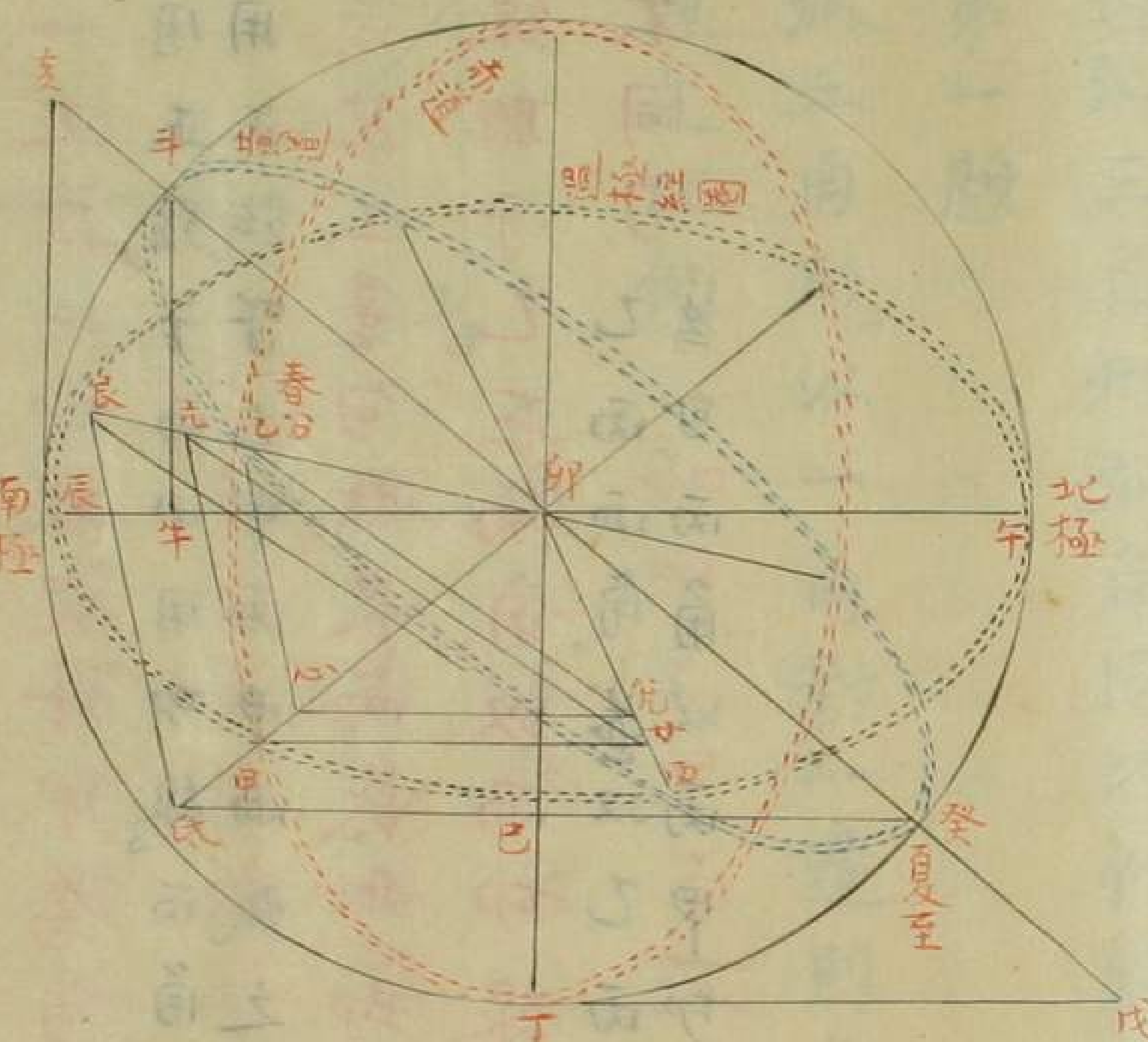
又論曰。丙角與乙角共此三邊一乙丙黃道。一乙甲赤道。一丙甲距度其所用此例者亦共此三邊之八線三邊各有正弦亦各有切線而所成句股形遂分兩種。可互觀也

乙角所成諸句股皆以戊丁卯為例

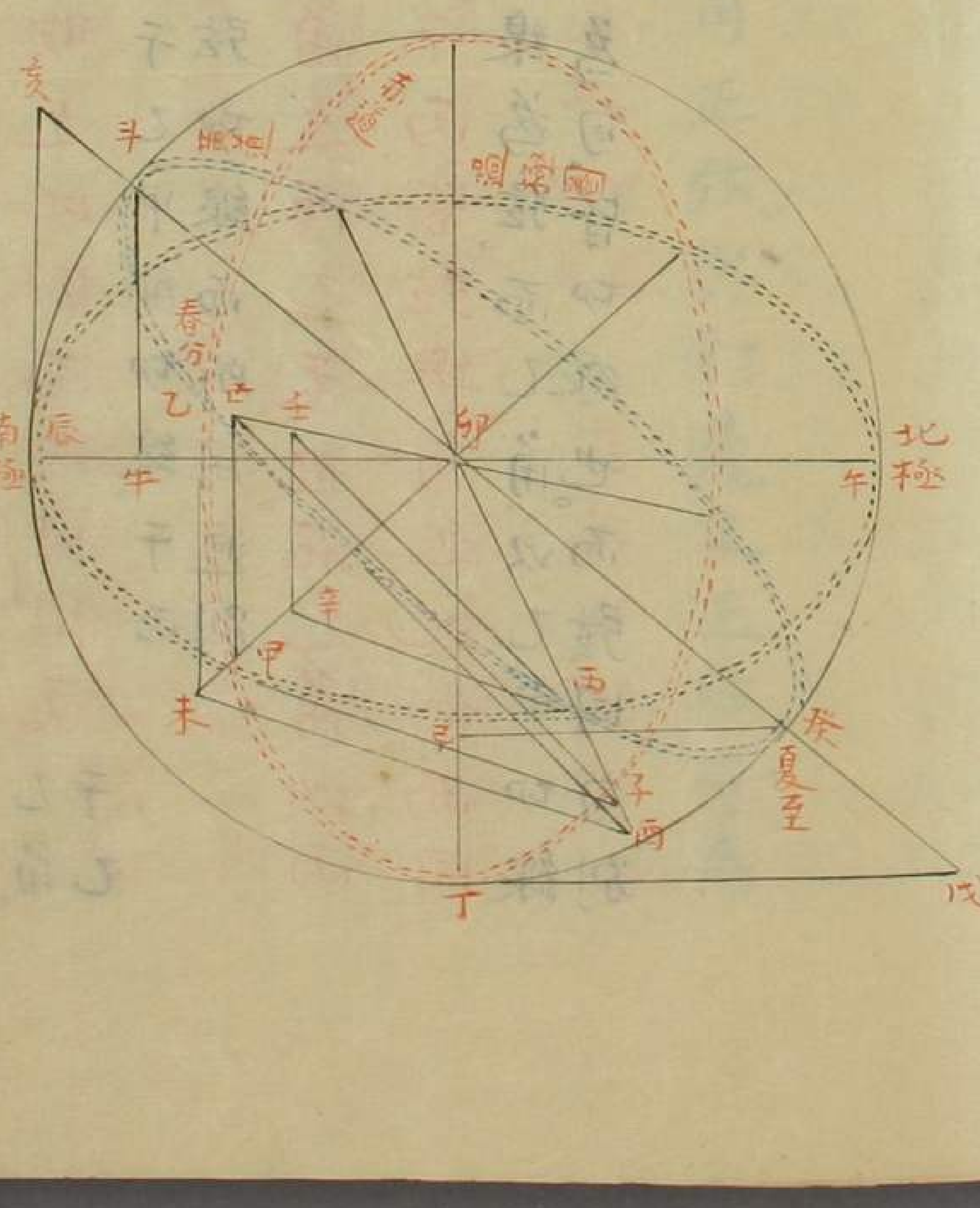
丙角所成諸句股皆以亥辰卯為例

並如後圖

丙角所成句股



乙角所成句股



如圖。丙角第一層句股。兌乙心形。即乙角之壬丙辛也。在乙角。

丙正弦交于丙。在丙角。丙正弦交于乙。皆弦與股之比例。而同

弦不同股乙角丙角。並以乙丙黄道正弦為弦。而乙角所用之股。為丙甲正弦。丙角所用。則乙甲正弦。皆正弦也。而弦同股別

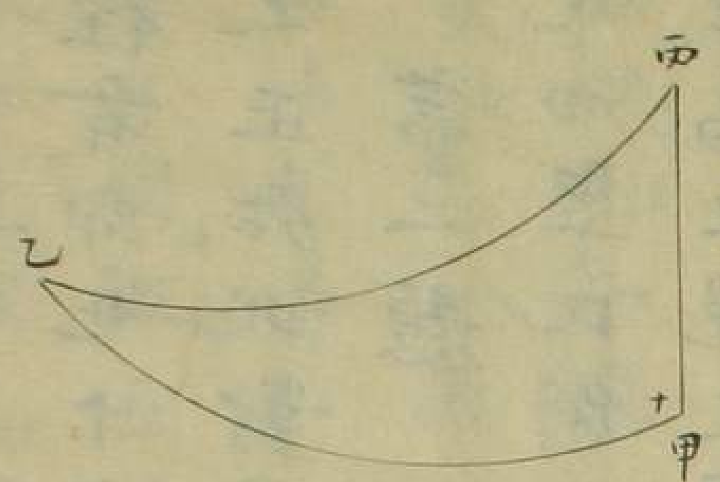
丙角第二層句股。女甲亢形。即乙角之子甲丑也。乙角丙角。並以一正弦一切線交于甲。為句與股之比例。而所用相反乙角。于乙甲用正弦。于丙甲用切線。丙角。則于乙甲用切線。于丙甲用正弦。皆乙甲丙甲丙弧之正弦切線而所用迥別

丙角第三層句股。艮丙氐形。即乙角之酉乙未也。在乙角。以丙切線聯于乙。在丙角。以丙切線交于丙。皆弦與句之比例。而同弦不同句乙丙丙角。並以乙丙切線為弦。而乙角以乙甲切線為句。丙角以丙甲切線為句。皆切線也。而弦同句別

球面弧三角形弧角同比例解

第一題

正弧三角形。以一角對一邊則各角正弦。與對邊之正弦。皆為同理之比例



如圖。乙甲丙弧三角形甲為正角法為半徑與乙角之正弦。若乙丙之正弦。與丙甲之正弦。更之則乙角之正弦。與對邊丙甲之正弦。若半徑與乙丙之正弦也。又丙角之正弦。與其對邊乙甲之正弦。亦若半徑與乙丙之正弦也。合之則乙角之正弦。與其對邊丙甲之正弦。亦若丙角之正弦。與其對邊乙甲之正弦

論曰。乙丙丙角與其對邊之正弦。既並以半徑與乙丙為比例

則其比例亦自相等。而兩角與兩對邊。其正弦皆為同比例

又論曰。甲為正角。其度九十。而乙丙者。甲正角所對之邊也。半徑者。即九十度之正弦也。以半徑比乙丙之正弦。即是以甲角之正弦。比對邊之正弦。故以三角對三邊。皆為同比例

第二題

凡四率比例二宗。內有二率三率之數相同。則兩理之首末二率。為互視之同比例即斜弧比例之所以然。故先論之假如有甲乙丙丁四率。甲四與乙。八若丙六與丁。二十比例也。又有戊乙丙辛四率。戊二與乙。八若丙六與辛。四二十皆加倍之比例也。此兩比例原不同理。特以兩理之第二第三同為乙八丙。六故兩理之第一第四。能互用為同理之比例先理之第

一甲四。與次理之第四辛二十四。若次理之第一戊二。與先理之第四丁十二。皆六倍之比例也

一 甲四	二 乙八	三 丙六	四 丁二十
戊二	乙八	丙六	辛四二十

一 甲四	二 辛二十四	三 戊二	四 丁二十

論曰。凡二率三率相乘為實。首率為法。得四率。今兩理所用之實。皆乙八丙六相乘八四十之實。惟甲四為法。則得十二。若戊二為法。則得二十四矣。法大者得數小。法小者得數大。而所用之實本同。故互用之。即為同理之比例也

試以先理之四率。更為首率。其理亦同丁與辛。若戊與甲。皆加倍比例

若反之。令兩四率並為首率。亦同甲與戊。若辛與丁。皆折半比例並如後圖

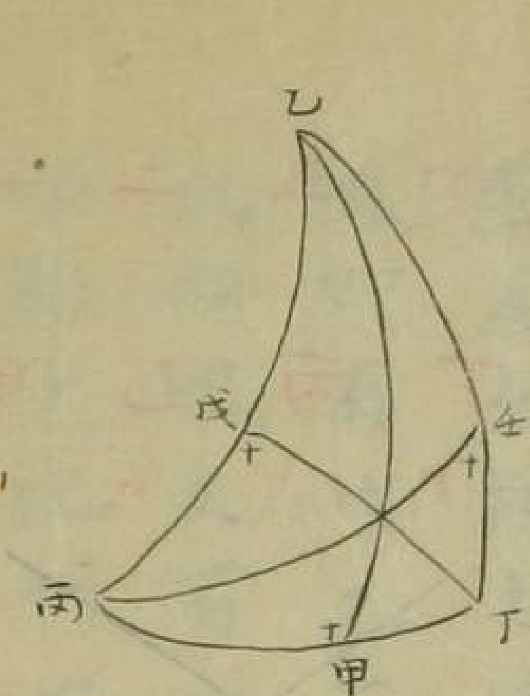
一 丁 二十
二 乙 八
三 丙 六
四 甲 四

戊 二
乙 八
丙 六
辛 四二十

一 丁 二十
二 辛 四二十
三 戊 二
四 甲 四

第三題

斜弧三角形。以各角對各邊。其正弦皆為同比例



乙丙丁斜弧三角形。任從乙角作乙甲垂弧至對邊分元形為兩正角形甲為正角 依前正角形論。各對邊之正弦。與所對角之正弦。比例皆等

藏按乙角當作乙甲

乙甲丁形。丁角正弦。與乙角正弦。若半徑即甲角正弦與丁乙正弦。

是一理也 乙甲丙形。丙角正弦。與乙甲正弦。若半徑與乙丙正弦。是又一理也 兩理之第二同為乙甲。第三同為半徑則兩理之首末二率。為互視之同比例。故丁角之正弦。與乙丙之正弦。若丙角之正弦。與丁乙之正弦也

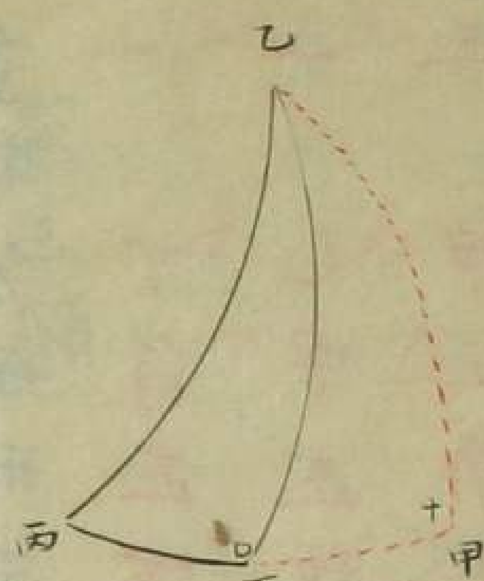
又如法從丁角作丁戊垂弧至對邊。分兩形。而戊為正角。則乙角正弦。與丁丙正弦。亦若丙角正弦。與乙丁正弦 又從丙作垂弧分兩形。而壬為正角。則乙角與丁丙。亦若丁角與乙丙

一 丁角正弦
二 乙甲正弦
三 甲正角半徑
四 乙丁正弦

丙角正弦
乙甲正弦
甲正角半徑
乙丙正弦

一 丁角正弦
二 乙丙正弦
三 丙角正弦
四 乙丁正弦

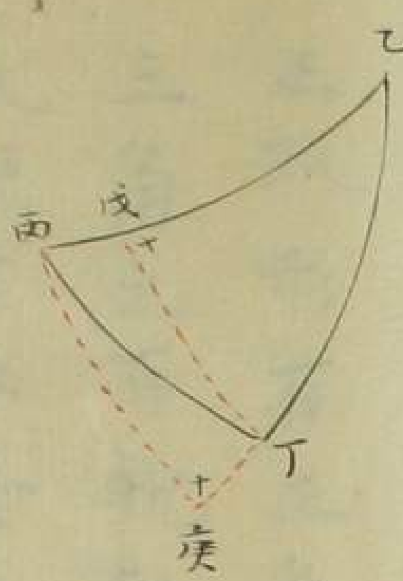
若垂弧在形外其理亦同



乙丙丁斜弧三角形。丁為鈍角　法從乙角作乙甲垂弧於形外。亦引丙丁弧會於甲。成乙甲丁虛形。亦湊成乙甲丙虛實合形。甲為正角乙甲丁形。丁角之正弦。與乙甲邊若半徑與乙丁邊正弦。一理也　乙甲丙形。丙角之正弦。與乙甲邊若半徑與乙丙正弦。又一理也　準前論兩理之第二第三既同。則丁角正弦。與乙丙正弦。若丙角正弦。與乙丁正弦也

論曰。丁角在虛形。是本形之外角也。何以用為內角曰。凡鈍角之正弦。與外角之正弦同數。故用外角。如本形角也

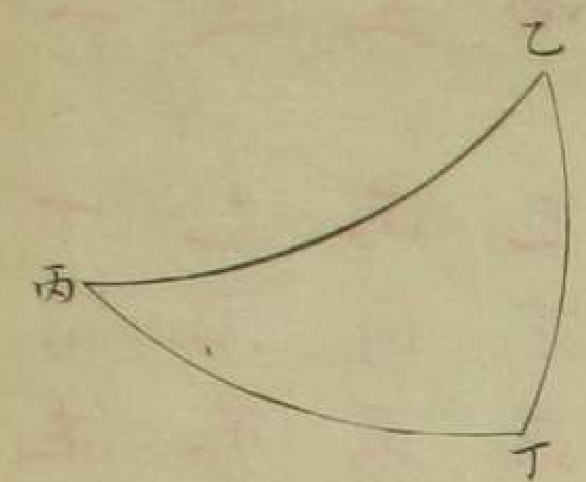
若用乙角與丁丙邊。則作丙庚弧於形外。取庚正角其理同上



或作丁戊垂弧於形內。取戊正角分兩形則如前法。並同

用法

凡弧三角形。不論正角斜角但有一角。及其對角之一弧。則其餘有一角者。可以知對角之弧。而有一弧者。亦可以知對弧之角。皆以其正弦。用三率比例求之



假如乙丁丙三角形。先有丁角。及相對之乙丙弧則其餘但有丙角。可以知乙丁弧。有乙角。可以知丁丙弧。此為角求弧也。若有乙丁弧亦可求丙角。有丁丙弧亦可求乙角。此為弧求角也

一 丁角正弦
二 乙丙正弦
乙角正弦
三 丙角正弦
丁丙正弦
四 乙丁正弦

一 乙丙正弦
二 丁角正弦
丁丙正弦
三 乙丁正弦
乙角正弦
四 丙角正弦

斜弧三角形作垂弧說

正弧形有正角。如平三角之有句股形也。斜弧形無正角。如平三角之有銳鈍形也。平三角銳鈍二形。並以虛線成句股。故斜弧形亦以垂弧成正角也。正弧形以正弦等線立算。句股法也。斜弧形仍以正角立算。亦句股法也

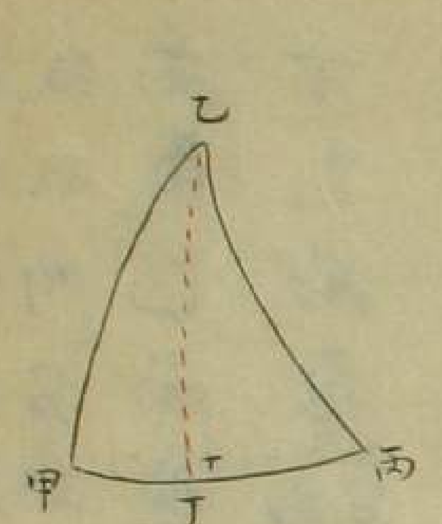
斜弧三角用垂弧法

垂弧之法有三。其一作垂弧于形內。則分本形為兩正角形。其二作垂弧于形外。則補成正角形。其三作垂弧于次形

總法曰。三角俱銳。垂弧在形內。一鈍二銳。或在形內。或在形外自鈍角作垂弧。則在形內自銳角作垂弧。則在形外兩鈍一銳。或三角俱鈍。則用次形。其所作垂弧。在次形之內之外次形無銳角。垂弧在其內。有鈍角垂弧在其外若破鈍角亦可在內

第一法。垂弧在形內。成兩正角內分五支

設甲乙丙形。有兩銳角。有角旁相連之乙丙甲丙二邊。求對邊。及餘兩角

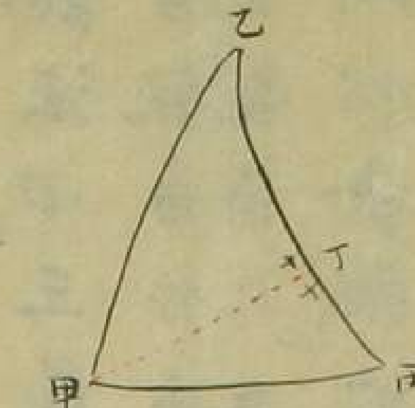


法于乙角在先有乙丙邊之端。乃不知之角作垂弧如乙丁至甲丙邊。分甲丙邊為兩。即分本形為兩。而皆正角凡垂弧之

所到必正角也。角不正。即非垂弧。故所分兩角皆正。後做此

一乙丁丙形。此形有丁正角。丙角。乙丙邊。為兩角一邊。可求丁丙邊乃丙甲之分乙丁邊即垂弧及丁乙丙角即乙分角　次乙丁甲形。有丁正角。甲丁邊甲丙內減丁丙。其餘丁甲乙丁邊。為一角兩邊。可求乙甲邊。甲角。及丁乙甲分角　末以兩乙角并之。成乙角

或如上圖。于甲角端作垂弧至乙丙邊。分乙丙為兩。亦同

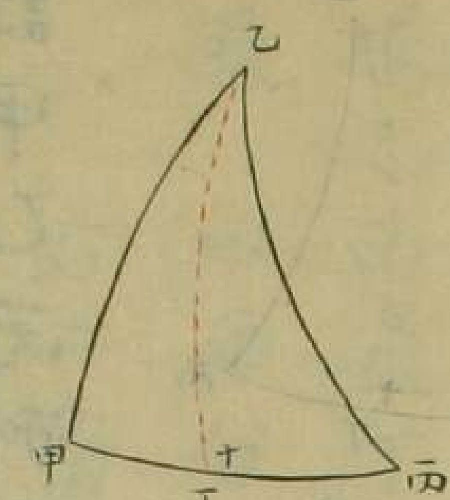


右一角二邊。而先有者皆角旁之邊。為形內垂弧之第一支此所得分形丁丙邊。必小於元設邊。即垂弧在形內。而甲為銳角

設甲乙丙形。有丙銳角。有角旁相連之丙乙邊。及與角相對之乙甲邊。求餘兩角一邊

法于不知之乙角。在先有二邊之中作乙丁垂弧。分兩正角形

一乙丙丁形。此形有丁正角。有丙角。有乙丙邊。可

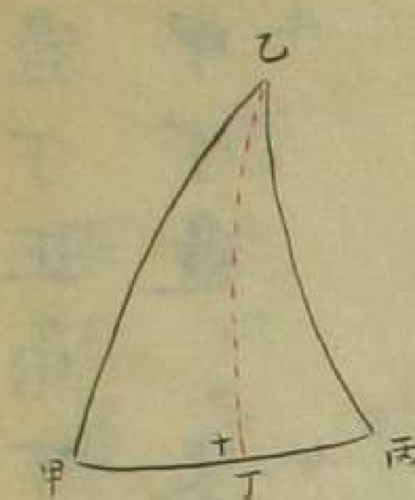


求乙丁分線。及所分丁丙邊。及丁乙丙分角

次乙甲丁形。此形有丁正角。有乙丁邊。有乙甲邊。可求甲角。及丁乙甲分角。丁甲邊　末以兩分角丁乙丙及丁乙甲并之。成乙角　以兩分邊丁丙及丁甲并之。成甲丙邊

右一角二邊。而先有對角之邊。為形內垂弧之第二支

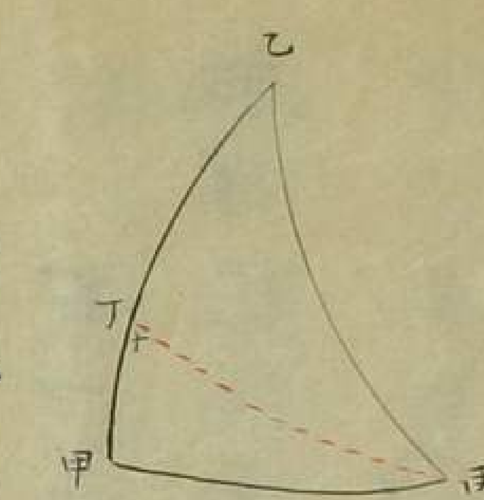
設甲乙丙形。有乙丙二角。有乙丙邊。在兩角之間求甲角及餘邊



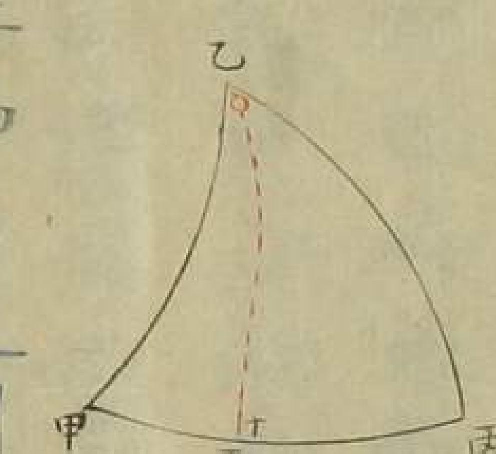
法于乙角作垂弧。分兩形。並如前。但欲用乙丙邊。故破乙角。存丙角

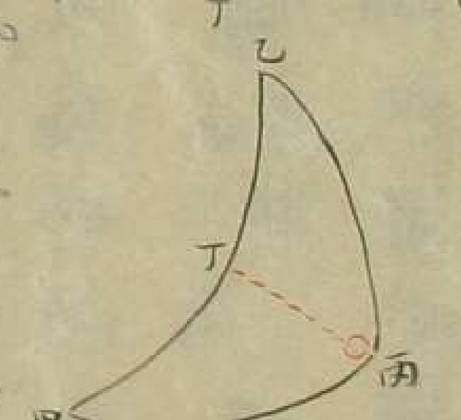
乙丙丁形。有丁正角。丙角。乙丙邊。可求乙丁邊。丁丙邊。丁乙丙分角　次乙丁甲形。有乙丁

邊。丁正角。丁乙甲分角（原設乙角內。減丁乙丙。得丁乙甲）可求乙甲邊。甲角。及甲丁邊、末以甲丁并丁丙。得甲丙邊



或於丙角作垂線。亦同

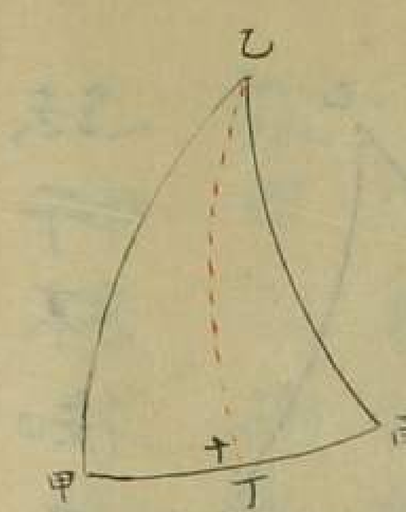




若角一鈍一銳。即破鈍角作垂線。其法並同

右二角一邊。而邊在兩角之間。不與角對。為形內垂弧之第三支（此必未知之角為鈍角。則垂弧在形內）

設甲乙丙形。有丙甲二角。有乙甲邊（與丙角相對。與甲角相連）求乙角及餘二邊

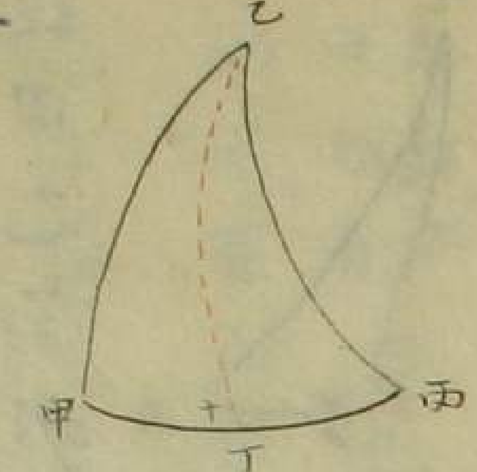


法于乙角（為未知之角）作垂弧。分為兩形。而皆正角

一乙丁甲形。有丁正角甲角。乙甲邊可求甲丁邊乙丁邊。丁乙甲分角　次丁乙丙形。有丁正角。乙丁邊丙角。可求乙丙邊丁丙邊丁乙丙分角　末以甲丁丁丙并之成甲丙邊　以兩分角（丁乙甲　丁乙丙）并之成乙角

右二角一邊。而先有對角之邊為形內垂弧之第四支（此先有二角必俱銳。則垂弧在內）

設乙甲丙形。有三邊。而內有（乙甲　乙丙）二邊相同。求三角



法從乙角（在相同二邊之間）作垂弧。至丙甲邊（乃不同之一邊）分兩正角形。（其形必相等。而甲丙線。必兩平分）

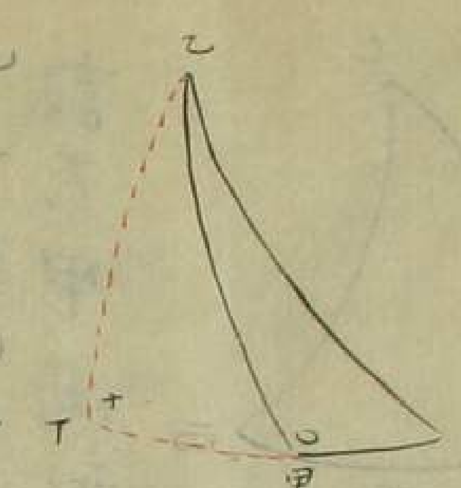
乙丙丁形有丁正角。乙丙邊。丁丙邊（即甲丙之半）可求丙角。乙分角。（乃乙角之半）倍之成乙角。而甲角即同丙角（不須再求）

右三邊求角。而內有相同之邊。故可平分。是為形內垂弧

之第五支此必乙丙乙甲二邊。並小。在九十度內。若九十度外。甲丙二角必俱鈍。當用次形詳第三又法

第二法。垂弧在形外。補成正角內分七支

設甲乙丙形。有丙鈍角。有夾角之兩邊乙丙甲丙求乙甲邊及餘兩角



法自乙角在先有邊之一端作垂弧乙丁于形外。引丙甲邊至丁。補成正角形二一丙乙丁半虛半實形二甲乙丁。虛形

先算丙乙丁形。此形有乙丙邊。丙角。有丁正角。可求丙乙丁角。半虛半實乙丁邊形外垂弧丁丙邊丙甲引長邊次甲乙丁虛形。有丁正角

有乙丁邊。甲丁邊丁丙內減丙甲得甲丁可求乙甲邊。甲角。及甲乙丁虛

角末以甲角減半周。得原設甲角。以甲乙丁虛角。減丙乙丁

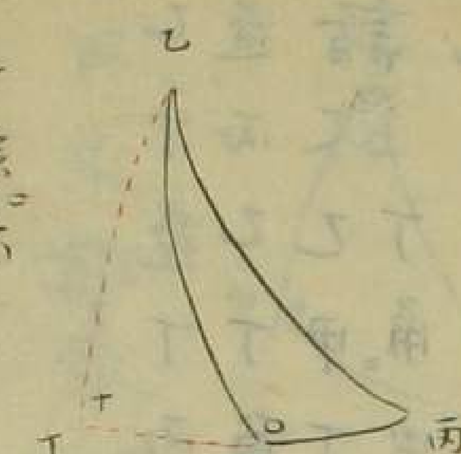
角。得原設丙乙甲角

右一角二邊。角在二邊之中。而為鈍角。是為形外垂弧之

第一支此所得丁丙。必大于原設邊。即垂弧在形外。而甲為鈍角

設乙甲丙形。有甲鈍角。有角旁之丙甲乙甲二邊。求乙丙邊及餘二

角



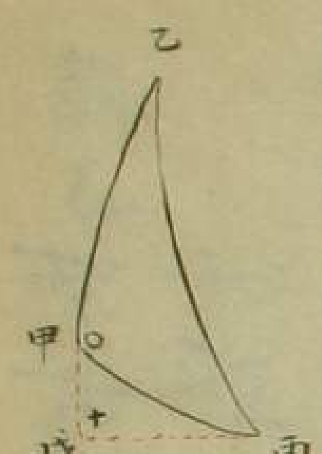
法於乙角作垂弧乙丁引丙甲至丁。補成正角

先算乙丁甲虛形。此形有丁正角甲角即原設甲角減半周之餘。亦曰外角有乙甲邊。可求甲丁邊。乙丁邊。丁乙甲虛角次丁乙

丙形。有乙丁邊。丁丙邊甲丙加丁甲得之丁正角。可求乙丙邊。丙角。丙

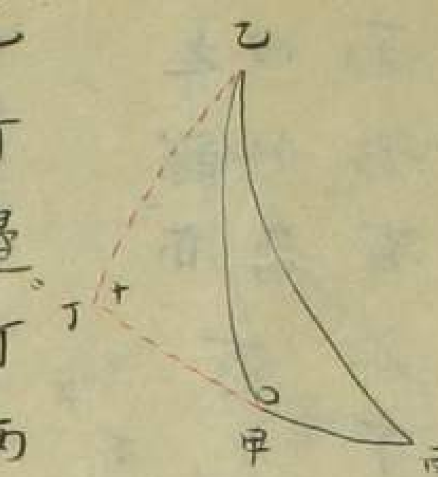
乙丁角末于丙乙丁內。減丁乙甲虛角。得原設乙角

或從丙作垂弧至戊。引乙甲邊至戊。補成正角亦

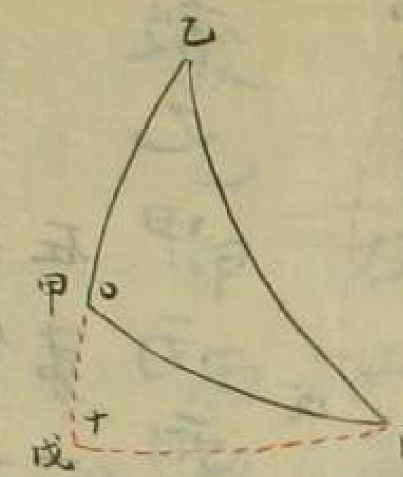


同

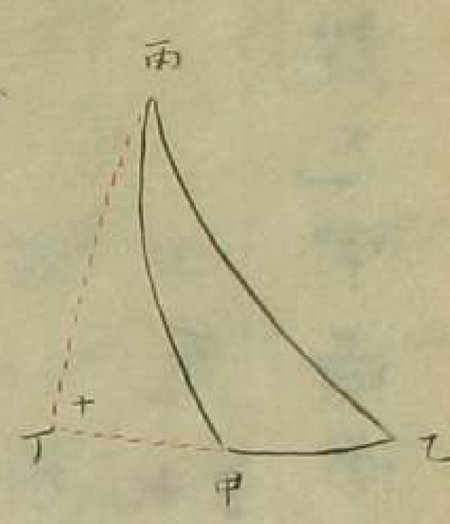
右一角二邊。角在二邊之中。而為鈍角。乃形外垂弧之第
二支
設乙甲丙形。有丙鈍角。有角旁之乙丙邊。有對角之乙甲邊。求
丙甲邊及餘二角



法從乙角作垂弧至丁。成正角（亦引丙甲至丁）
先算丙乙丁形。有丁正角。丙角。乙丙邊。可求諸數。（乙丁邊。丁丙邊。丙乙丁角）
次丁乙甲虛形。有丁正角。乙丁乙甲二邊。可求諸數。（乙甲丁角。甲乙丁角。甲丁邊）
末以所得虛形甲角減半周。得原設甲鈍角。于丙乙丁內減虛乙角。得原設乙角。於丁丙內減甲丁。得原設丙甲
右一角二邊。角有所對之邊。而為銳角。乃形外垂弧之第
三支



設乙甲丙形。有甲鈍角。（此少甲為鈍角故垂弧在外）有角旁之甲丙邊。及對角之乙丙邊。求乙甲邊。及餘二角
法于丙角作垂弧至戊。補成正角
先算虛形（甲丙戊）有戊正角。甲角（甲鈍角減半周之餘）甲丙邊。可求諸數。（丙戊邊。甲戊邊。丙虛角）
次虛實合形（乙丙戊）有戊正角。丙戊邊。乙丙邊。可求原設乙角。及諸數。（乙丙戊角。乙戊邊）
末以先得虛形數減之。得原設數（丙角內減丙虛角。得原設丙角。乙戊邊內減甲戊虛引邊。得原設乙甲邊）
右一角二邊。角有所對之邊。而為鈍角。乃形外垂弧之第
四支（此先得鈍角。垂線少在外）
設乙甲丙形。有丙甲二角。（一銳一鈍）有丙甲邊。在兩角之中



法於丙銳角作垂弧至丁在甲鈍角外補成正角

丁丙甲虛形。有丁正角。甲外角。丙甲邊。可求諸數丙丁邊。甲丁邊。丙虛角

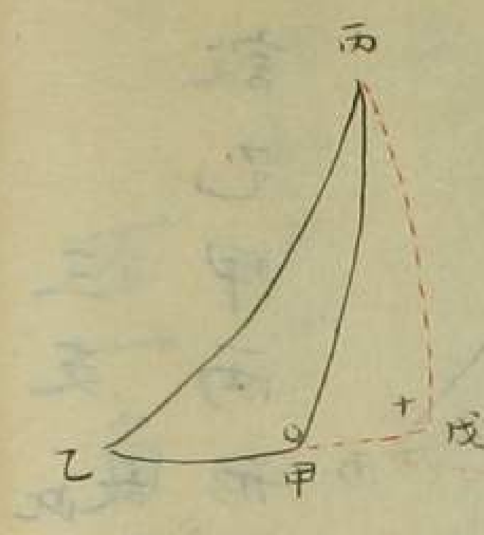
次乙丙丁形半虛實有丁正角丙丁

邊。丙角以丙虛角。補原設丙角。得丁丙乙角可求原設乙丙邊。乙角。及乙甲邊求得

乙丁邊。內減虛形之甲丁邊得原設甲乙邊

右二角一邊。邊在兩角間。為形外垂弧之第五支此亦可干甲鈍

角作垂弧則在形內。法在第一法之第三支



設乙甲丙形。有乙甲二角乙銳甲鈍有丙甲邊。與乙銳角相對。鈍角相連

法干丙銳角作垂弧至戊在丙甲邊外補成正角

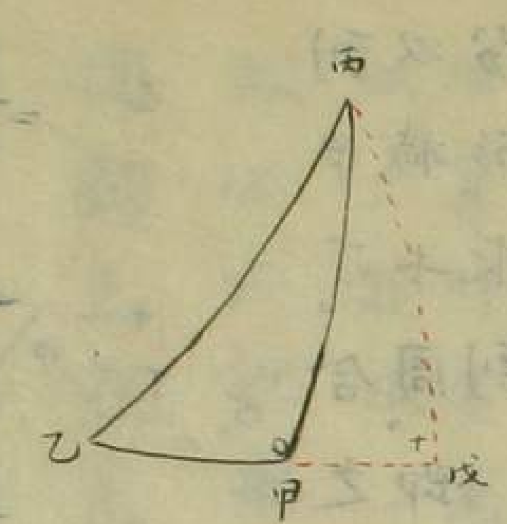
甲戊丙虛形。有戊正角。有丙甲邊。甲角原設形之外角可

求諸數丙戊甲戊二邊。丙虛角

次乙丙戊形。有戊正角。乙

角。丙戊邊。可求丙角求得乙丙戊角。內減丙虛角、得元設丙角乙丙邊。乙甲邊求到乙戊

邊。內減甲戊。得乙甲



右二角一邊。而邊對銳角。為形外垂弧之第六支

設乙甲丙形。有乙銳角。甲鈍角。有丙乙邊。與甲鈍角相對銳角相連

法干丙銳角作垂弧至戊在甲鈍角外補成正角

乙丙戊形。有戊正角。乙角。乙丙邊。可求諸數丙戊乙戊

二邊乙丙戊角

次甲丙戊虛形。有戊正角。甲外角。丙戊

邊。可求原設丙甲邊。甲乙邊求到戊甲虛邊以減乙戊。得原設乙甲丙角求到丙虛角。以

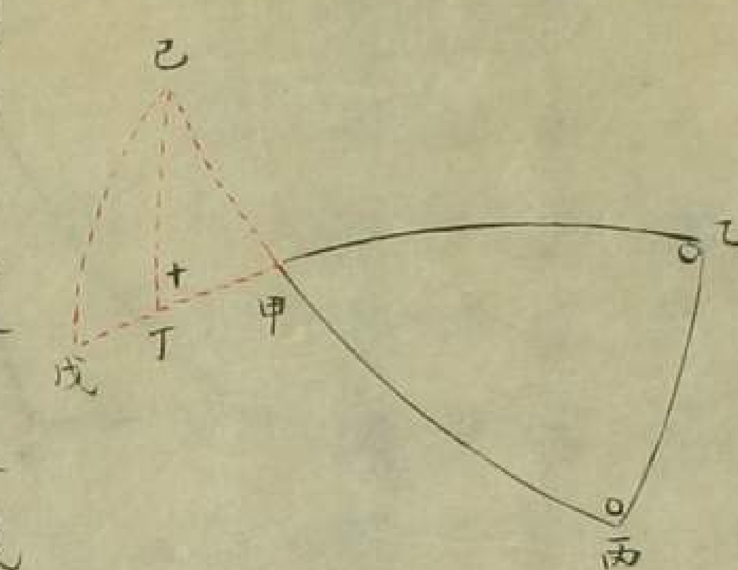
減乙丙戊角。得原設丙角

右兩角一邊。而邊對鈍角。為形外垂弧之第七支

第三垂弧又法　用次形內分九支

設乙甲丙形有乙丙二角有乙丙邊在兩角間而兩角並鈍。求

餘二邊及甲角



法引丙甲至已。引乙甲至戊。各滿半周。作戊已邊與乙丙等。而已與戊並乙丙之外角。成甲戊已次形。依法作垂弧于次形之內。如已丁。分為兩形。一已丁戊。一已丁甲。可求乙甲邊。以已丁戊分形。求到丁戊。以已丁甲形。求到甲丁。合之成甲戊。以減半周。即得乙甲。丙甲邊。以已丁甲分形。求到已甲。以減半周。即得丙甲。甲角。以已丁甲分形。求到甲交角。

右二角一邊邊在角間。而用次形為垂弧又法之第一支

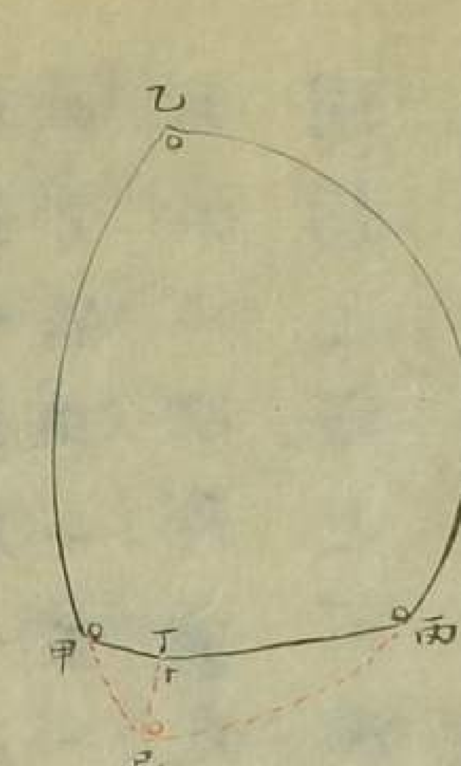
論曰。舊說弧三角形。以大邊為底。底旁兩角同類。垂弧在形內。異類垂弧在形外。由今考之。殆不盡然。蓋形內垂弧。分底弧為兩。成兩正角形。所用者銳角也底旁原有兩銳角。分兩正角形。則各有兩銳角形外垂弧補成正角形。所用者亦銳角也底旁原有一銳角。補成正角形。則虛實兩形。各有兩銳角故惟三銳角形。作垂弧于形內。一鈍兩銳。則垂弧或在形內。或在形外。若兩鈍一銳。則形內形外俱不可以作垂弧垂弧雖有內外。而其用算時。並為一正角兩銳角之比例。若形有兩鈍角。則雖作垂弧。只能成一正一鈍一銳之形。無比例可求。則垂弧為徒設矣故必以次形通之。而所作垂弧。即在次形。不得謂之形內。然則同類之說。止可施于兩銳若兩鈍雖亦同類。而不可于形內作垂弧異類之說。止可施于一鈍兩銳若兩鈍一銳。而底弧之旁一鈍一銳。雖亦異類。然不可于形外作垂弧非通法矣兩銳角不用次形。垂弧之法已窮。況三鈍角乎

又論曰。以垂弧之法徵之。則大邊為底之說。理亦未盡。蓋鈍角所對邊必大。既有形外立垂線垂弧之法。則鈍角有時在下。而

所對之邊在上矣。不知何術能常令大邊為底乎。此尤易見

設乙甲丙形。有丙甲二角。有乙甲邊與丙角相對。而兩角俱鈍

求乙角及餘邊



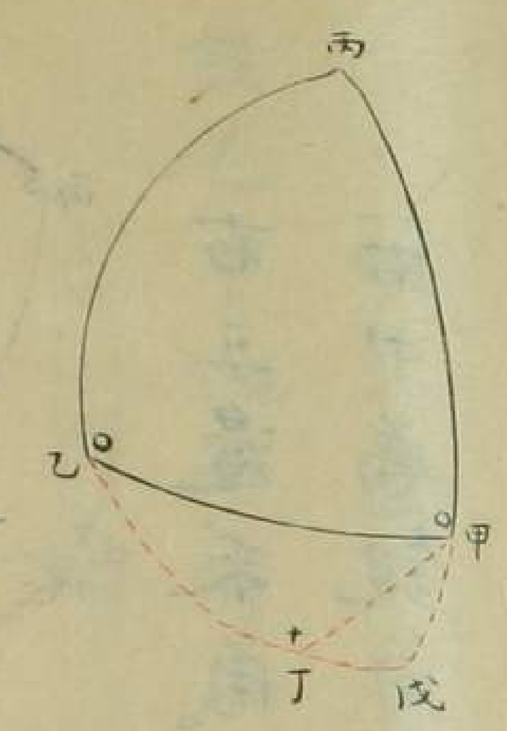
如法。引甲乙丙乙俱滿半周。會于己。成丙甲己次形。作己丁垂弧于次形內。分次形為兩。可求乙角依法求到分形兩己角。合之為次形己角。與乙對角等甲丙邊求到分形甲丁及丁丙并之即甲丙乙丙邊求到次形己丙。以減半周。得之

右二角一邊邊與角對而用次形為垂弧又法之第二支

此三角俱鈍也。或乙為銳角。亦同

設乙甲丙形。有乙丙乙甲兩邊。有乙角。在兩邊之中

法用甲乙戊次形有乙甲邊。有乙戊邊。為乙丙減半周之餘。有乙外角作甲丁垂弧分為



兩形。可求丙甲邊及餘兩角以乙甲丁分形。求到丁乙。及甲分角。又以甲戊丁形。求到甲戊。以減半周為丙甲。又得甲分角。并先所得。成甲角。即甲外角。又得戊角即丙對角

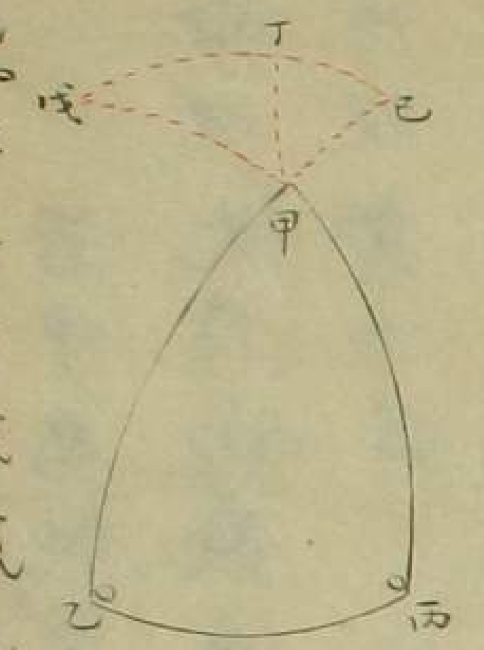
右二邊一角。角在二邊之中。而用次形為垂弧又法之第

三支

或丙為鈍角。則于次形戊角作垂弧。法同上條

設乙甲丙形。有丙角。有甲丙邊與角連。有乙甲邊與角對

法用甲己戊次形甲己為甲乙減半周之餘甲戊為甲丙減半周之餘。戊角為丙之外角作垂弧甲丁于內分為兩形。可求丙乙邊。及餘兩角以甲丁戊分形求丁戊及甲分角。又以甲丁己形求得丁己。以并丁戊成己戊。即丙乙也。又得甲分角。以并先得分角。即甲交角也。又得己角。即乙外角也

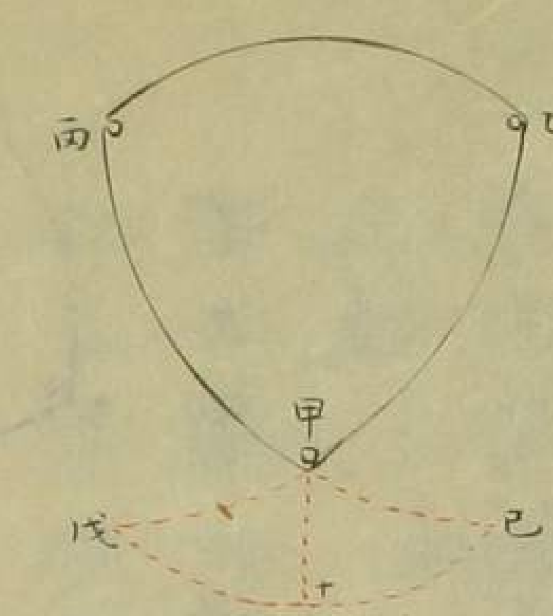


右二邊一角。角與邊對。而用次形。為垂弧又法之第四支

若甲為鈍角。亦同

論曰。先得丙鈍角。宜作垂弧於外。而乙亦鈍角。不可作垂弧。故用次形

設乙甲丙形。有三邊。內有乙甲丙甲二邊相同。而皆為過弧。求三角。



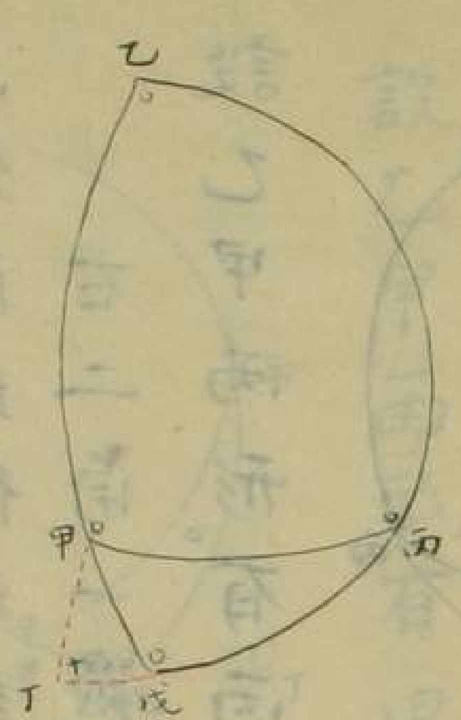
法引相同之二邊各滿半周。作弧線聯之。成戊甲己次形。如法作甲丁垂弧。分次形為兩。其形相等可求相同之二角任以甲丁戊分形、求到戊角。以減半周得乙角。即丙角亦及甲角求到甲半角倍之。成甲角

右三邊求角。內有相同兩大邊。為垂弧又法之第五支

若甲為鈍角亦同

以上垂弧並作於次形之內

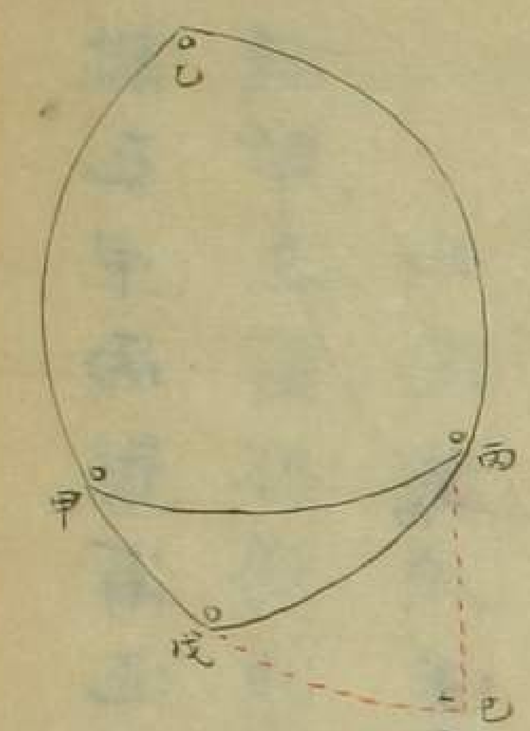
設乙甲丙形。有丙甲二鈍角。有甲丙邊在兩角間。



法引乙丙乙甲滿半周會於戊。成甲戊丙次形。自甲作垂弧與丙戊引長弧會于丁。補成正角。可求乙甲邊乙丙邊。乙角先求丙甲丁形諸數。次求甲戊丁。得甲戊以減半周。為乙甲。又以丁戊減先得丁丙得丙戊。以減半周為乙丙。又求得戊虛角。減半周為戊角。即乙對角

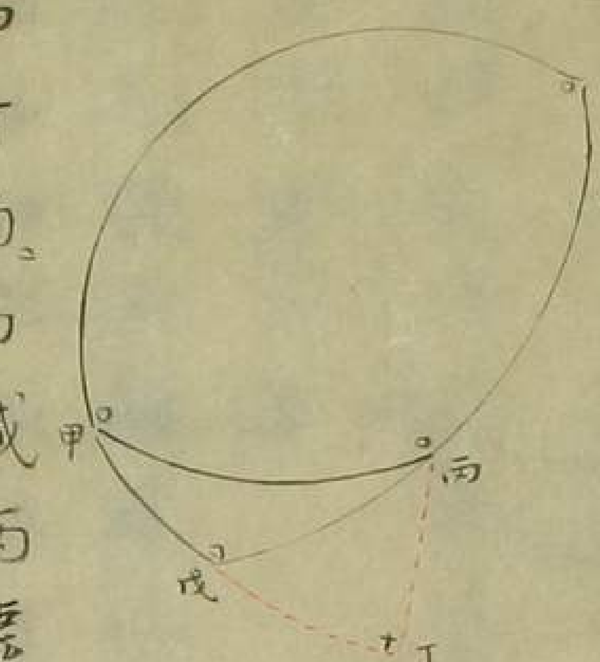
右兩鈍角一邊。邊在角間。而於次形外作垂弧。為又法之

第六支



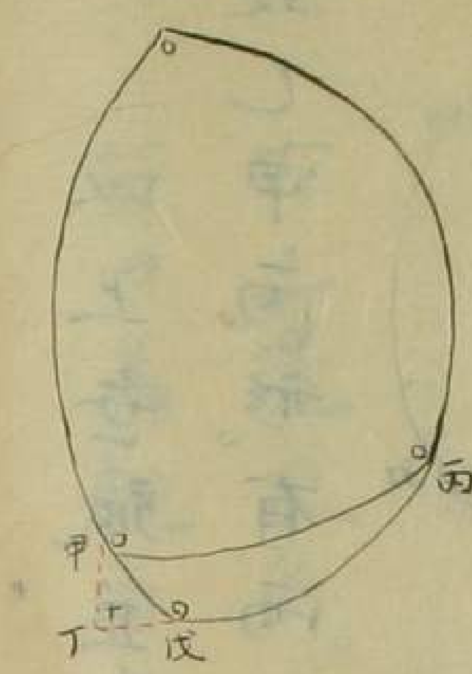
或自丙角作垂弧亦同

設乙甲丙形。有乙甲二鈍角。有甲丙邊與角對



法引設邊成丙戊甲次形有甲外角。有戊鈍角。為乙對角有丙甲邊如上法。作丙丁垂弧引次形邊會於丁。可求乙丙邊先求甲丁丙形諸數。次丙丁戊虛形。求到丙戊。以減半周為乙丙乙甲邊先求到丁甲。以虛線丁戊減之。得戊甲。即得乙甲丙角先求到甲丙丁角。內減丙虛角。得丙外角。即得元設丙角

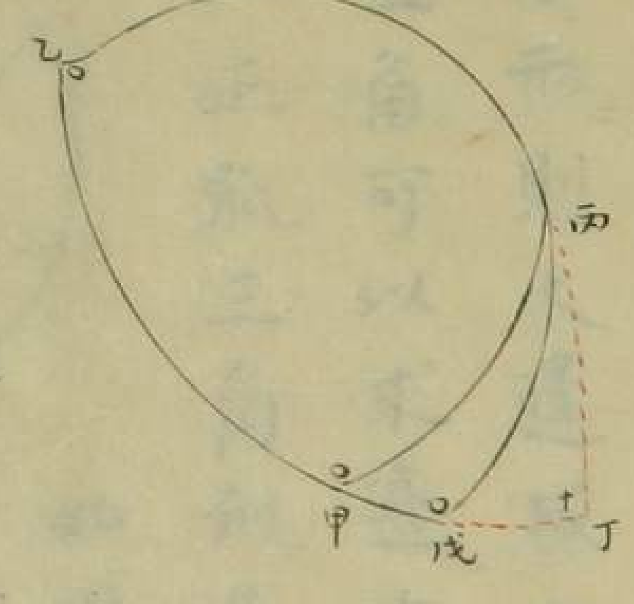
右二角一邊。邊與角對。垂弧在次形外。為又法之第七支



設乙甲丙形。有丙鈍角。有角旁之兩邊丙乙丙甲

法用甲戊丙次形。作甲丁垂弧。引丙戊會於丁。可求乙甲邊。及甲乙二角先以甲丁丙形。求到諸數。再以甲丁戊虛形。求甲戊。即得乙甲。又甲虛角。減先得甲角。成甲外角。又戊虛角。即乙外角

右二邊一角。角在二邊之中。垂弧在次形外。為又法之第八支



設乙甲丙形。有甲鈍角。有一邊與角對。乙丙一邊與角連。丙甲

法用丙戊甲次形。自丙作垂弧。與甲戊引長邊會于丁。可求乙甲邊。及餘兩角依法。求到甲戊。即得乙甲。求戊角。即乙角。以丙虛角減先得丙角。即丙外角

右二邊一角。角有對邊。垂弧在次形外。為又法之第九支。

以上垂弧並作於次形之外

論曰。三角俱鈍。則任以一邊為底。其兩端之角皆同類矣。今以次形之法求之。而垂弧尚有在次形之外者。益可與前論相發

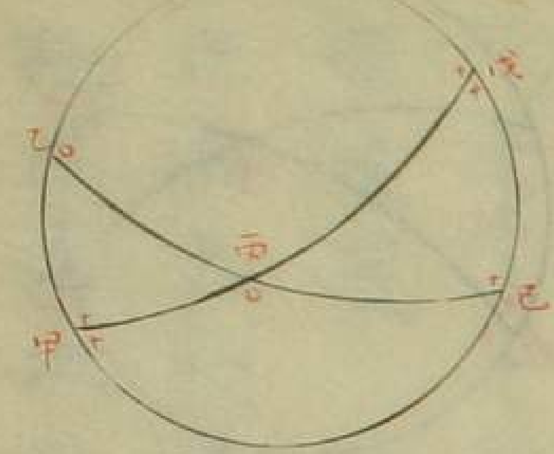
弧三角用次形法

次形之用有二

正弧三角。斜弧三角。並有次形法。而其用各有二。其一易大形為小形。則大邊成小邊。鈍角成銳角。其一易角為弧。易弧為角。則三角可以求邊。亦二邊可求一邊

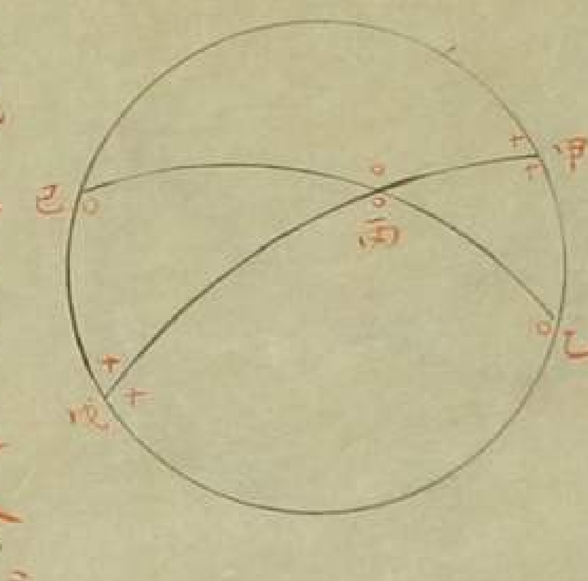
第一正弧三角形。易大為小用次形

如圖。戊己甲乙半渾圜以戊丙甲己丙乙兩半周線分為弧三角形四一戊丙乙。二己丙戊。三己丙甲並大。四乙丙甲為最小今可蓋易為小形



一戊丙乙形。易為乙甲丙形戊丙減半周。餘丙甲。又戊乙減半周。餘乙甲。而乙丙為同用之弧。則三邊之正弦同也。乙丙甲角為戊丙乙外角。甲乙丙為戊乙丙外角。戊角又同甲角。則三角之

正弦同也。故算甲丙乙、即得戊丙乙



二己丙戊形。易為乙甲丙形乙甲己。及甲己戊。並半周。内各減己甲。則乙甲同己戊。而乙丙于己丙。及甲丙于戊丙。皆半周之餘。又甲戊並正角。丙為交角。而乙角又為己角之外角。故算乙丙甲。得己丙戊

三己丙甲形。易為乙丙甲形乙甲為己甲減半周之餘。乙丙為丙己減半周之餘。而同用甲丙。又次形丙角。為元形之外角。乙角同己角。甲同為正角。故算乙丙甲。得己丙甲

用法

凡正弧三角內。有大邊及鈍角者。皆以次形立算。但於得數後。

以次形之邊與角減半周。即得元形之大邊及鈍角其元形內。原有小邊反鈍角。與次形同者。徑用得數命之。不必復減半周

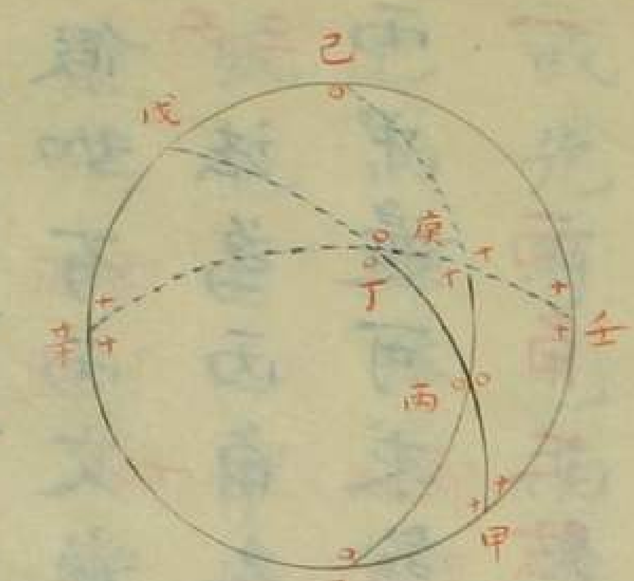
斜弧同

以上易大形為小形。而大邊成小邊。鈍角成銳角。為正弧

三角次形之第一用大邊易小。鈍角易銳。則用算畫一。算理易明。其算例並詳第二用

第二正弧三角形弧角相易　用次形內分四支

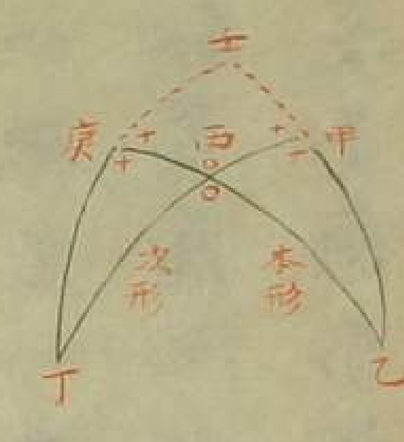
一乙甲丙形。易為丁丙庚次形



解曰丁如北極　戊己壬甲如赤道圈　己庚乙如黃道半周　辛丁壬如極至交圈壬如夏至。辛如冬至

戊丁甲如所設過極經圈　乙如春分。己如秋分。並以庚壬大距為其度　丙如所設某星黃道度　丙乙如黃道距春分度。其餘丙庚即黃道距夏至為次形之一邊　丙甲如黃赤距度。其餘丙丁即丙在黃道距北極度。為次形又一邊　庚丁如夏至黃道距北極。而為乙角餘度。是角易為邊也壬庚為乙角度。其餘庚丁是為次形之三邊　又丙交

角如黃道上交角。庚正角如黃道夏至。甲乙如赤道同升度。其餘壬甲。如赤道距夏至。即丁角之弧。是邊易為角也則次形又有三角



用法

假如有丙交角。乙春分角。而求諸數。是三角求邊也 乙丙 丙角 半甲 正角

丙三 法為丙角之正弦。與乙角之餘弦。若半徑與丙甲之餘弦。得丙甲邊可求餘邊

一 丙角正弦 丙角正弦

二 乙角餘弦 丁庚正弦

三 半徑 甲角 在次形 半徑 庚角

四 甲丙餘弦 丁丙正弦

右以三角求邊也。若三邊求角。反此用之

若先有乙丙邊乙甲邊。而求甲丙邊。則為乙甲餘弦 即次形丁角正弦 與乙丙餘弦 即庚丙正弦 若半徑 甲角即次形庚角 與甲丙餘弦 即丁丙正弦

或先有乙丙邊甲丙邊。而求乙甲邊。則為甲丙餘弦 即丁丙正弦 與乙丙餘弦 即庚丙正弦 若半徑 甲角即庚角 與乙甲餘弦 即丁角正弦

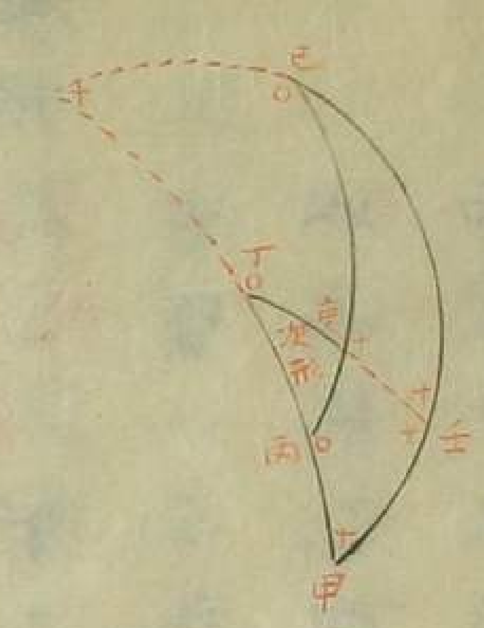
或先有乙甲邊。甲丙邊。而求乙丙邊。則為半徑 甲角即庚角 與甲丙餘弦 即丁丙正弦 若乙甲餘弦 即丁角正弦 與乙丙餘弦 即庚丙正弦

右皆以兩弧求一弧。而不用角也

以上為乙甲丙形。用次形之弦。本形三邊皆小。一正角偕兩銳角。次形亦然。所以必用次形者。為三角求邊之用也。

是為正弧三角次形。第二用之第一支

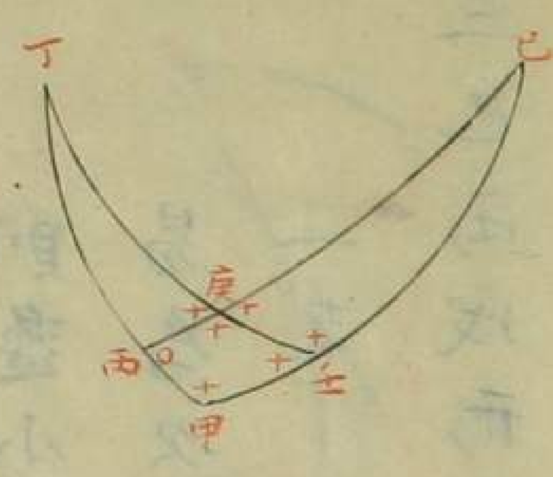
二己丙甲形甲正角。餘二角丙鈍己鈍。丙甲邊小。餘二邊並大易為丁丙庚次形



法曰。截己甲於壬。截己丙於庚。使己壬己庚皆滿九十度。作壬庚丁象限弧。又引丙甲邊至丁。亦滿象限。而成丁丙庚次形。此形有丁丙邊。為丙甲之餘。有庚丙邊。為己丙之餘凡過弧内去象限。其餘度正弦。即過弧之餘弦。故己丙内減己庚。而庚丙為其餘弧有庚丁邊。為己角之餘。乃角易為邊也庚與壬皆象限。即庚壬為己角之度。而丁庚為其餘又有丙鈍角。為元形丙鈍角之外角。有庚正角。與元形甲角等壬庚既為己角之弧。則壬與庚必皆正角有丁角為己甲邊之餘己甲過弧。以壬甲為餘度。說見上文乃邊易為角也

用法

假如有甲正角。己鈍角。丙鈍角。而求丙甲邊。法為丙鈍角之正弦即次形丙鈍角正弦。蓋外角内角。正弦同用也與己角之餘弦即次形丁庚邊之正弦若半徑即次形庚正角之正弦與丙甲邊之餘弦即次形丁丙邊之正弦



既得丙甲。可求己。丙邊法為半徑與丙角餘弦若甲丙餘切次形為丁丙正切與己丙餘切次形為庚丙正切得數以減半周為己丙。下同凡以八線取弧角度者。若係大邊鈍角。皆以得數與半周相減命度。後倣此

求己甲邊法為己角之餘弦即庚丁正弦與丙角之正弦。若己丙之餘弦即庚丙正弦與己甲之餘弦即丁角正弦。其弧壬甲

右三角求邊

又如有己甲己丙兩大邊。求丙甲邊法為己甲餘弦即丁角正弦與己丙餘弦即庚丙正弦若半徑與丙甲餘弦即丁丙正弦

或有已甲丙甲丙邊。求已丙大邊　法為半徑與丙甲餘弦（即丁丙正弦）若已甲餘弦（即丁角正弦）與已丙餘弦（即庚丙正弦減半周為已丙。下同）得數

或有丙甲已丙二邊。求已甲大邊　法為丙甲餘弦與半徑。若已丙餘弦。與已甲餘弦（即上法之反理）

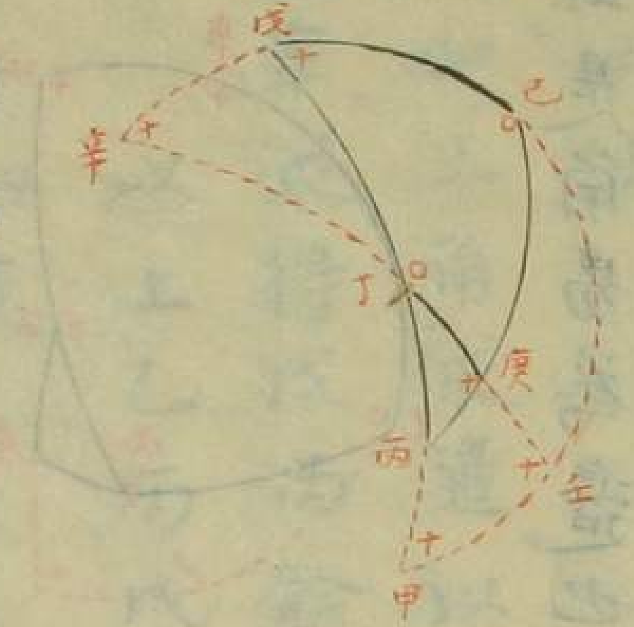
右二邊求一邊

以上已丙甲形。用次形之法。本形有兩大邊。一鈍角。次形則邊小角銳。而且以本形之邊易為次形之角。本形之角易為次形之邊（後二形並同）是為正弧三角次形第二用之第

二支

三已丙戊形（戊正角。已鈍角。丙鈍角。已丙與戊丙。並大邊）易為丁丙庚次形

法曰。以象限截已丙于庚。其餘庚丙。截戊丙于丁。其餘丁丙。為



次形之二邊。作丁庚弧。其度為已角之餘（已鈍角與外銳角。同以壬庚之度取正弦）（其餘丁庚為已外角之餘亦即為已鈍角之餘）角易邊也。次形又為元形之截形。同用丙角。又庚正角。與戊角等。而丁角即已戊邊之餘度（試引已戊至辛成象限則戊辛等壬甲。皆丁角之度。而又為已戊之餘）邊易角也

用法

假如有丙銳角。已鈍角。偕戊正角。求戊丙邊　法為丙角正弦與已角餘弦（即庚丁正弦）若半徑與戊丙餘弦（即丁丙正弦）得數減半周為戊丙（下同）

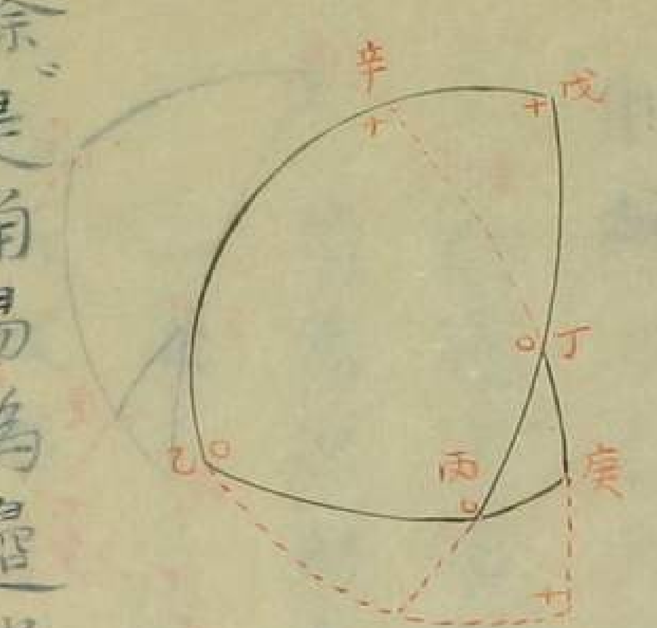
既得戊丙。可求已丙　法為半徑與丙角餘弦。若戊丙餘切（即丁丙正切）與已丙餘切（即庚丙正切）

求已戊邊　法為戊丙餘弦即丁丙正弦與半徑若已丙餘弦即庚丙正弦與已戊餘弦即丁角正弦

以上已丙戊形三角求邊。為正弧三角次形第二用之第三支

四乙丙戊形。戊正角。乙丙並鈍角。戊乙戊丙並大邊。乙丙小邊易為丁丙庚次形

法曰引乙丙邊至庚滿象限。得次形丙庚邊即乙丙之餘于丙戊截戊丁象限。得次形丁丙邊為戊丙之餘而丁即為戊乙弧之極戊正角至丁九十度。故知之從丁作弧至庚。成次形庚丁邊。為乙角之



餘。是角易為邊也試引庚丁至辛。則辛丁亦象限。而辛為正角庚亦正角。乙庚乙辛皆象限弧。是庚丁辛即乙鈍角之弧度。內截丁辛象限。而丁庚為乙鈍角之餘度矣又庚正角與戊等。丙為外角丁角為乙戊邊之餘是邊易為角也乙戊內截乙辛象限其餘戊辛。即丁交角之弧

用法

假如三角求邊。以丙角正弦為一率。乙角餘弦為二率。半徑為三率。求得戊丙餘弦為四率。以得數減半周為戊丙。餘並同前

以上乙丙戊形三角求邊。為正弧三角次形第二用之第四支

論曰。曆書用次形止有乙甲丙形一例。若正角形有鈍角及大邊者。未之及也故特詳其法

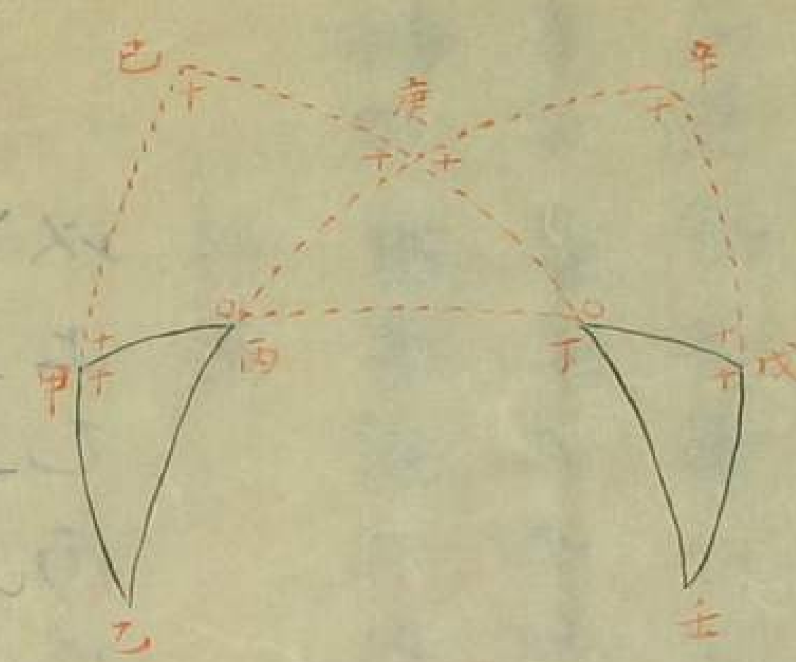
又論曰。依第一用法大邊可易為小。鈍角可易為銳。則第二三四支。皆可用第一支之法。而次形如又次形矣已丙甲形已丙戊形乙丙戊形皆易為乙甲丙形。而乙甲丙又易為丁丙庚。是又次形也

正弧形弧角相易又法　用又次形

甲乙丙正弧三角形。易為丁丙庚次形。再易為丁戊壬形

法曰。依前法、引乙丙邊甲乙邊各滿象限。至庚至巳。作庚巳弧。引長之至丁。亦引甲丙會子丁。亦各滿象限。成丁丙庚次形

又引丙庚至辛。引丙丁至戊。亦滿象限。作辛庚戊弧。引之至壬。亦引庚丁會于壬。則辛壬庚



壬亦皆象限成丁戊壬又次形。此形與甲乙丙形相當

論曰。乙丙邊易為壬角乙庚及丙辛皆象限。內減同用之丙庚則辛庚即乙丙。而辛庚即壬角之弧乙甲邊易為丁角乙甲之餘度巳甲。即丁交角之弧是次形之兩角。即元形之兩邊也。乙角易為丁壬邊丁巳及庚壬俱象限。內減同用之庚丁。則丁壬即巳庚。而為元形乙角之丙角易為戊壬邊丙交角之弧辛戊其餘為次形戊壬是次形之兩邊。即元形之兩角。而次形戊丁邊。即元形丙角次形戊角。即元形甲角

用法

若原形有三角。則次形有戊直角有戊壬丁壬二邊。可求乙甲邊。法為乙角之正弦即丁壬正弦與半徑。若丙角之餘弦即戊壬正弦與乙甲之餘弦即丁角正弦

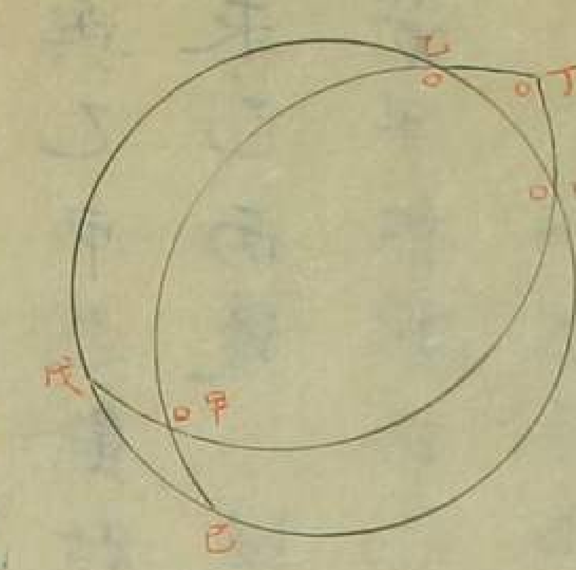
求乙丙邊　法為乙角之切線即丁壬切線與丙角之餘切即戊壬正切若半徑與丙乙之餘弦即壬角餘弦既得兩邊。可求餘邊

以上又次形三角求邊。為正弧三角第二用之又法

論曰。用次形止一弧一角相易。今用又次形。則兩弧並易為角。兩角並易為弧。故於前四支並峙。而為又一法也

第三斜弧三角易大為小　用次形內分二支

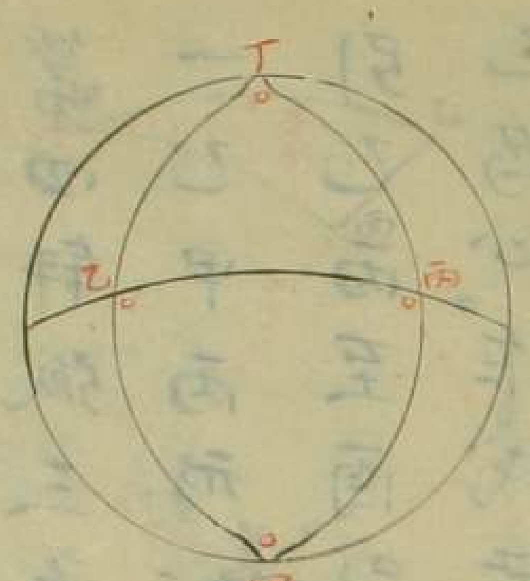
一甲乙丙二等邊形　三角皆鈍



如法先引乙丙邊成全圜。又引甲丙甲乙兩邊出圜周外會于丁。又引兩邊各至圜周如戊如己成乙丁丙及戊甲己兩小形。皆相似而等。即各與元形相當。而大形易為小形

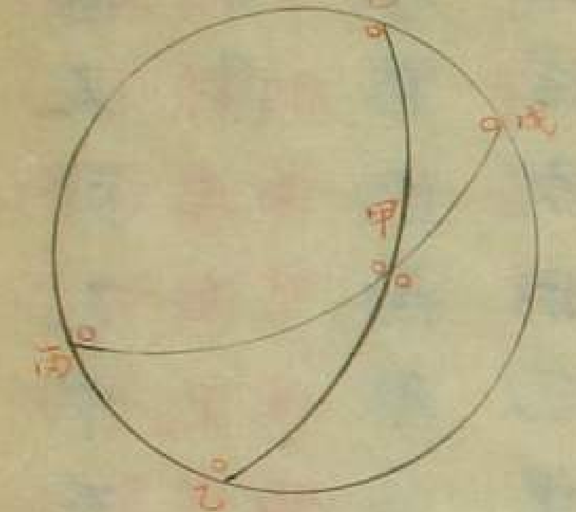
論曰次形甲戊甲己二邊。為元形邊減半周之餘。則同一正弦。次形己戊二角為元形之外角。亦同一正弦甲乙戊為甲乙丙外角。而與次形己角等。甲丙己為甲丙乙外角。亦與次形戊角等而次形甲角原與元形為交角。戊己邊又等乙丙邊戊乙丙及己戊乙並半周各減乙戊。則戊己等乙丙故算小形與大形同法。惟於得數後以減半周即得大邊及鈍角之度置半周。減戊甲得甲丙。減己甲亦得甲乙。又置

半周減己銳角得元形乙鈍角。減戊銳角亦得元形丙鈍角其交角甲及相等之戊己邊。只得數便是并不用減



論曰。凡兩大圜相交皆半周。故丁丙與丁乙亦元形減半周之餘。又同用乙丙。而乙與丙皆外角。丁為對角。故乙丁丙形與戊甲己次形。等邊等角。而並與元形甲乙丙相當

右二邊等形易大為小。為斜弧次形第一用之第一支



二甲乙丙三邊不等形　角一鈍二銳　如法引乙丙作圜。又引餘二邊甲乙甲丙至圜周己戊得相當次形己甲戊。算戊甲得甲丙。算己甲得甲乙。算己戊得乙丙其角亦一鈍二銳算戊鈍角得丙銳角。算己銳角得乙鈍角而甲交角一算得之

又戊甲乙形　角一鈍二銳　如法引戊乙作

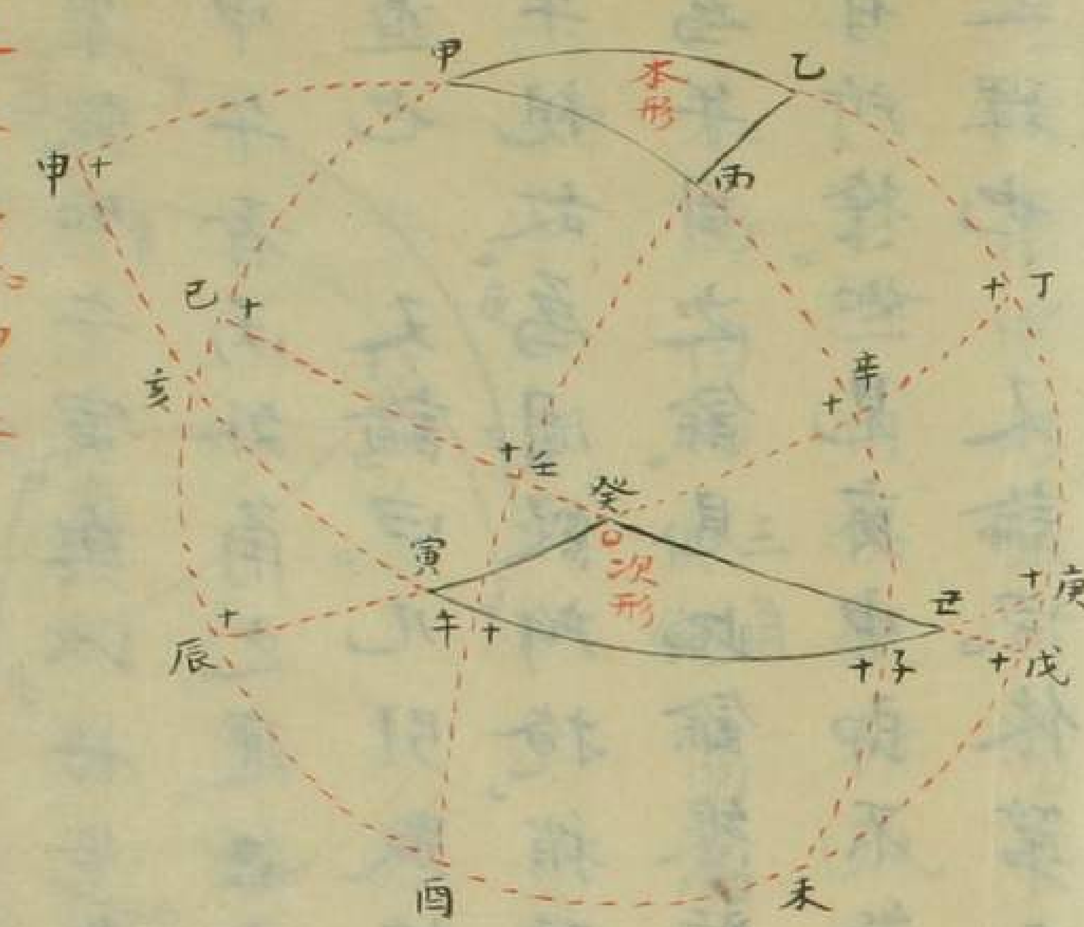
圖又引乙甲至圜周已戍次形已甲戍與元形相當算已甲得甲乙。算已戍得戍乙。又同用戍甲邊故相當。算甲鈍角得甲鈍角。算戍鈍角得戍鈍角。算已角即乙角

又甲已丙形三角俱鈍如上法引丙已作圜又引丙甲至戍成次形已甲戍與元形相當元形甲丙與戍甲。元形已丙與已戍。並減半周之餘。又同用已甲。又丙鈍角即戍鈍角。甲已丙鈍角並元形之外角

右三邊不等形易大為小。為斜弧次形第一用之第二支

第四斜弧三角形弧角互易用次形內分三支

一乙甲丙形三角俱銳易為壬癸寅形一鈍二銳法曰。引乙甲作圜次引乙丙至酉。引甲丙至未。並半周。次以甲為心。作丁辛癸寅弧。乙為心。作戍壬癸壬弧。丙為心作壬子午寅弧。三弧交處則成壬癸寅形與元形相當。而元形之角盡易為邊。邊盡易為角



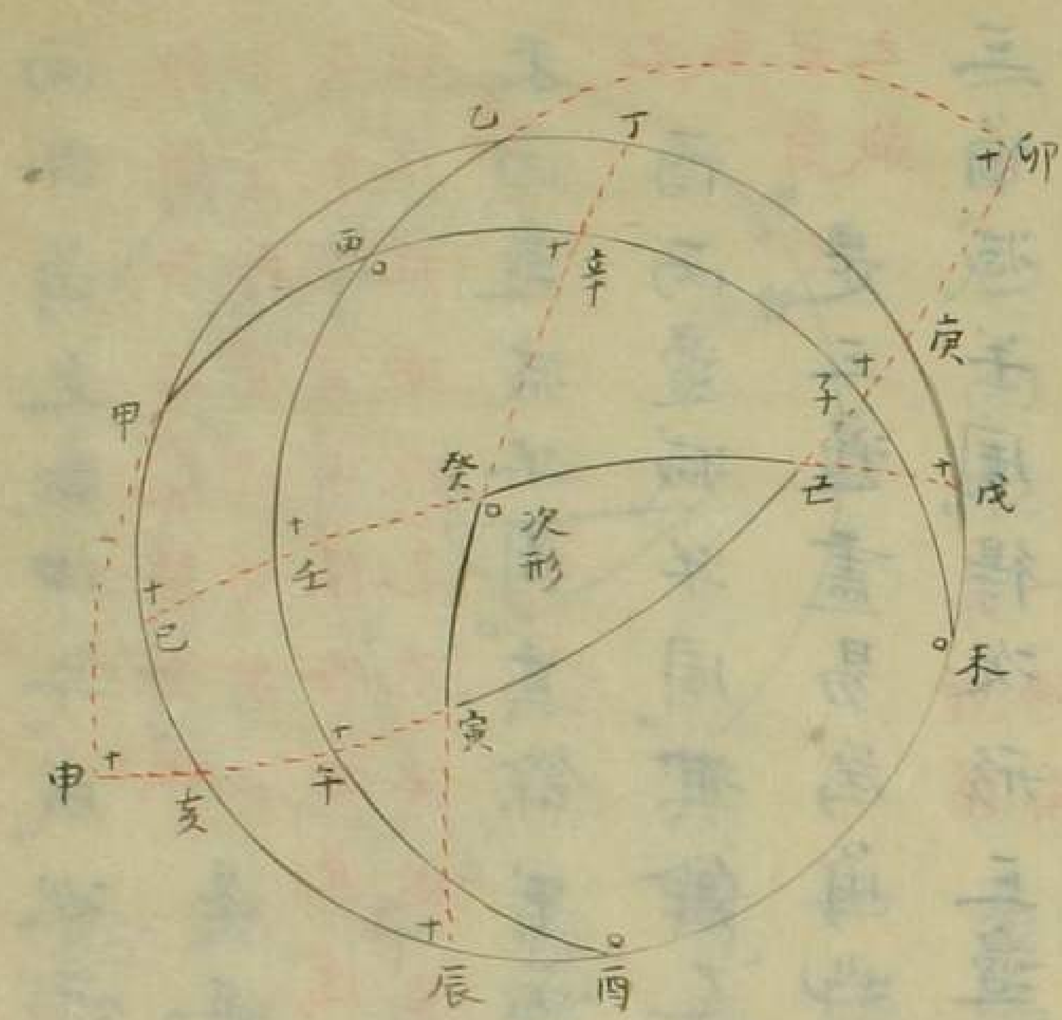
論曰。甲角之弧丁辛。與次形癸寅等。則甲角易為癸寅邊丁癸及辛寅皆象限。減同用之辛癸。則癸寅同丁辛乙角之弧已壬與次形壬癸等。則乙角易為壬癸邊癸已及壬壬皆象限。減同用之癸壬。即壬癸同壬已丙外角之弧午申引壬午寅至甲。取亥申與庚子等。成午申與次形寅壬等。則丙外角易為寅壬弧壬午及寅申皆象限。各加同用之午寅。即午申等壬寅是元形有三角即次形有三邊也　又甲乙邊之度易為癸外角乙已及甲辰皆象限。內減同用之甲已。則乙甲同已辰。為癸外角弧甲丙邊易為寅角甲辛及丙子皆象限。內減同用之丙辛則甲丙等辛子。而同為寅角之弧乙丙邊易為壬角乙壬及午丙皆象限。內減同用之丙壬則乙丙等午壬。而同為壬角之弧是元形有三邊。即次形有三

角也　又論曰。有此法則三角可以求邊既以三角易為次形之三邊再用三邊求角法。求得次形三角。即反為元形之三邊　三邊求角法詳別卷申亦引庚亥弧出圈外會于申。則庚亥與子申並半周內各減子亥即子庚同亥申。而子寅既象弧則寅申亦象弧矣。以寅申象弧加午寅。與以壬午象限午壬為壬角之弧。故壬午亦象限加午寅必等。而申午者丙外角之度。壬寅者次形之邊也。故丙角能為次形之邊也　又論曰。凡引弧線出圈外者。其弧線不離渾圜面冪因平視故。為周線所掩。稍轉其渾形。即見之矣。但所引出之線原為半周之餘。見此餘線時。即當別用一圖為外周。而先見者反有所掩。如見亥申即不能見子庚。故其度分恒必相當。亦自然之理也　又論曰。依第三用法之第二支。丙未酉形及丙未乙

形丙酉甲形。並可易為甲乙丙。則又皆以癸壬寅為又次形矣

右三角俱鋭形弧角相易。為斜弧次形第二用之第一支

二未丙酉形三角俱鋭易為壬癸寅形一鈍二鋭



法曰。引酉未弧作圈。又引丙邊至圈周。如乙如甲乃以未為心作丁辛癸寅辰弧。以酉為心作戊壬癸壬巳弧。以丙為心作庚子壬寅午申弧。亦引丙甲出圈外會於申。三弧相交。成壬癸寅形。此形與元形相當。而角盡易為弧弧盡易為角

論曰。未外角之弧丁辛。成次形癸寅弧癸丁及寅辛皆象限內減同用之癸辛。則癸寅

即丁辛酉外角之弧壬巳成次形壬癸弧壬壬及癸巳皆象限。各減癸壬則壬癸即壬巳。丙外角之弧申午。成次形寅壬弧準前論庚亥及子申並半周。則申亥等子庚。而申寅為象限。與午壬象限各減午寅。即寅壬同申午是三角盡易為邊也。酉未邊成癸外角及未丁皆象限。各減未戊則丁戊即酉未。而為癸外角之弧若以丁戊減戊乙巳半周。具餘丁乙巳過弧。亦即為癸交角之弧未丙邊減半周。其餘甲丙。成寅角甲辛及子丙皆象限。各減辛丙。則辛子即甲丙。而為寅角之弧酉丙邊減半周。其餘乙丙成壬角午丙及壬乙皆象限。各減丙壬。則壬午即乙丙。而為壬角之弧是三邊盡易為角也寅角壬角並原邊減半周。則原邊即丙外角弧。與酉未成癸外角等故三角減半周。得次形三邊。算得次形三角減半周。得原設三邊。

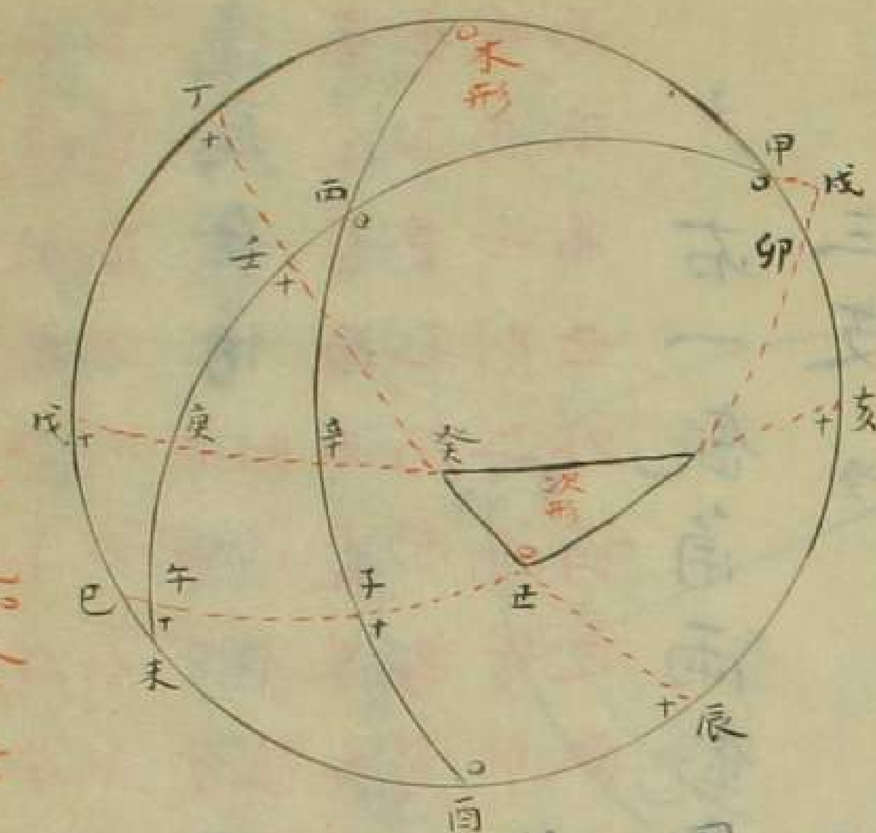
右三角俱鈍形弧角相易。為斜弧次形第二用之第二支

論曰。若所設為乙未丙形。則未角易為次形癸寅邊徑用丁辛于形內。以當癸寅不須言外角乙外角為壬癸邊亦以巳壬當壬癸與用酉外角同理丙角為壬寅邊。

徑以丙交角之弧申午當壬寅。不言外角若所設為甲酉丙形。則酉角易為壬癸邊巳壬徑當壬癸不言外角甲外角為寅癸邊用丁辛當癸寅即甲外角丙角為壬寅邊。

亦申午當壬寅不言外角又論曰。此皆大邊徑易次形。不必復言又次

三甲乙丙形一鈍角兩銳角易為壬癸寅形



如法引甲乙邊作全圈引餘二邊各滿半周。又以甲為心作丁壬癸壬辰半周。以乙為心作戊庚辛癸寅亥弧。以丙為心。作巳午子壬寅卯弧。三弧線相交。成壬癸寅次形。與元形相當。而角為弧。弧為角

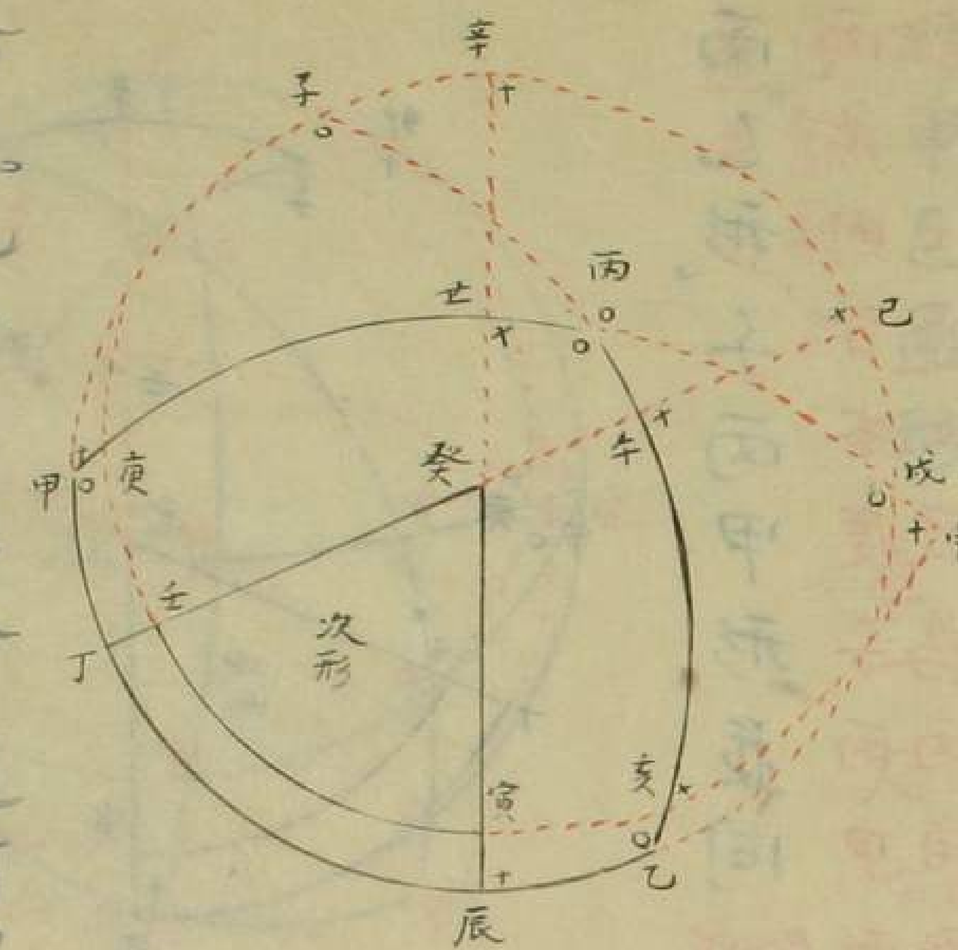
論曰。易甲角為次形壬癸邊於癸丁象限減壬癸。成丁壬。為甲角之弧。於壬壬象限亦減壬癸。即成癸壬邊。其數相等乙外角為次形癸寅邊於癸戊象限減

癸辛。成辛戌。為乙外角之弧。于寅辛象限亦減癸辛。即成癸寅邊。其數相等。丙角為次形壬寅邊于壬午象限減壬子。成午子。為丙角之弧。于寅子象限亦減壬子。即成壬寅邊。其數相等。則角盡為邊又甲乙邊為癸角于甲丁象限乙戊象限各減乙丁則戊丁等甲乙。而為癸角之弧乙丙邊成寅角于乙辛及于丙兩象限各減丙辛。則辛子等乙丙。而為寅角之弧甲丙邊為壬外角于甲壬及午丙兩象限各減丙壬。則午壬等甲丙。而為壬外角之弧則邊盡為角

右一鈍角兩銳角形弧角相易為斜弧次形第二用之第三支

論曰。若所設為甲丙酉形三角俱鈍而有兩大邊則以甲外角為次形壬癸邊。酉外角為癸寅邊。丙外角為壬寅邊。又以三邊為次形三外角並與第二支末丙酉形三鈍角同理若所設為丙未酉形乙未丙形並一鈍二銳而有兩大邊皆依上法。可徑易為壬癸寅次形。觀圖自明

甲乙丙形三邊並大三角並鈍易為次形

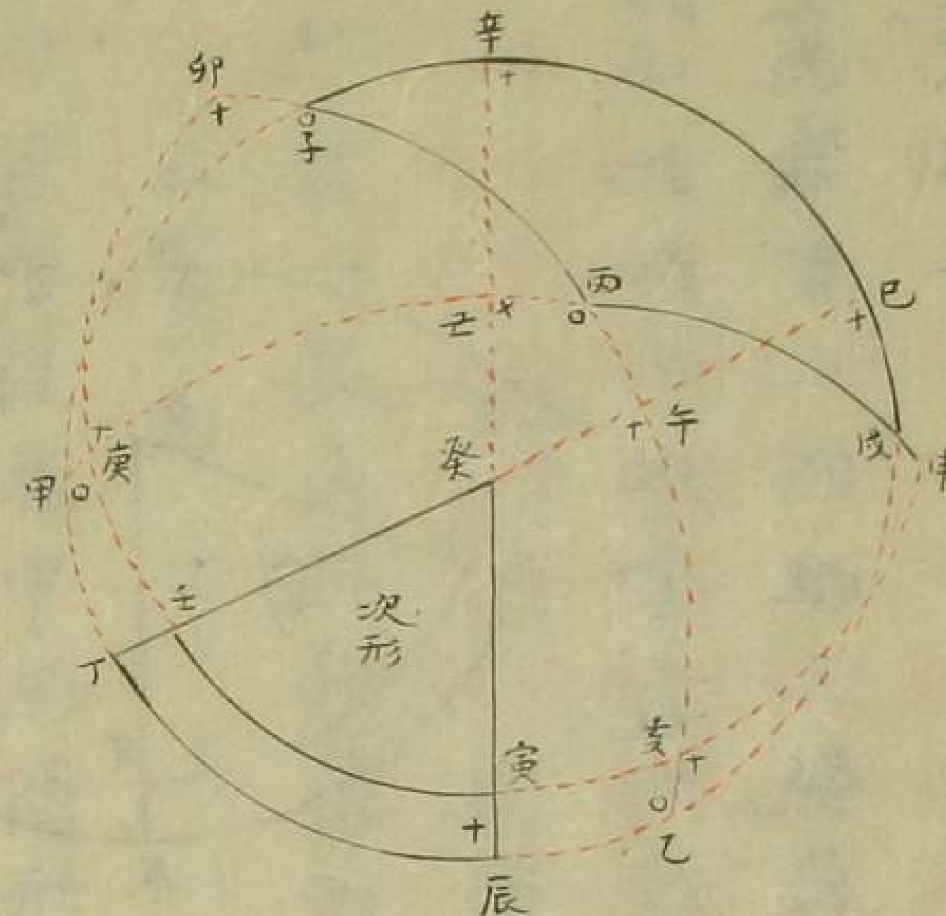


法以本形三外角之度。為次形三邊午己為乙外角之度。而與癸壬等。壬辛為甲外角之度。而與癸寅等。申亥為丙外角之度。而與寅壬等以本形三邊減半周之餘。為次形三角甲乙減半周。其餘戊乙或子甲。而並與辰丁等。即癸角之度。甲丙減半周。其餘戊丙。而與壬庚等。即寅角之度。乙丙減半周。其餘子丙。而與午亥等。即壬角之度並同前術

論曰。此即曆學會通所謂別算一三角。其邊為此角一百八十度之餘者也。然惟三鈍角或兩鈍角則然。其餘則兼用本角之度。不皆外角

右三角俱鈍形弧角相易。同第二支惟三邊俱大

子戊丙形一大邊二小邊一鈍角二銳角

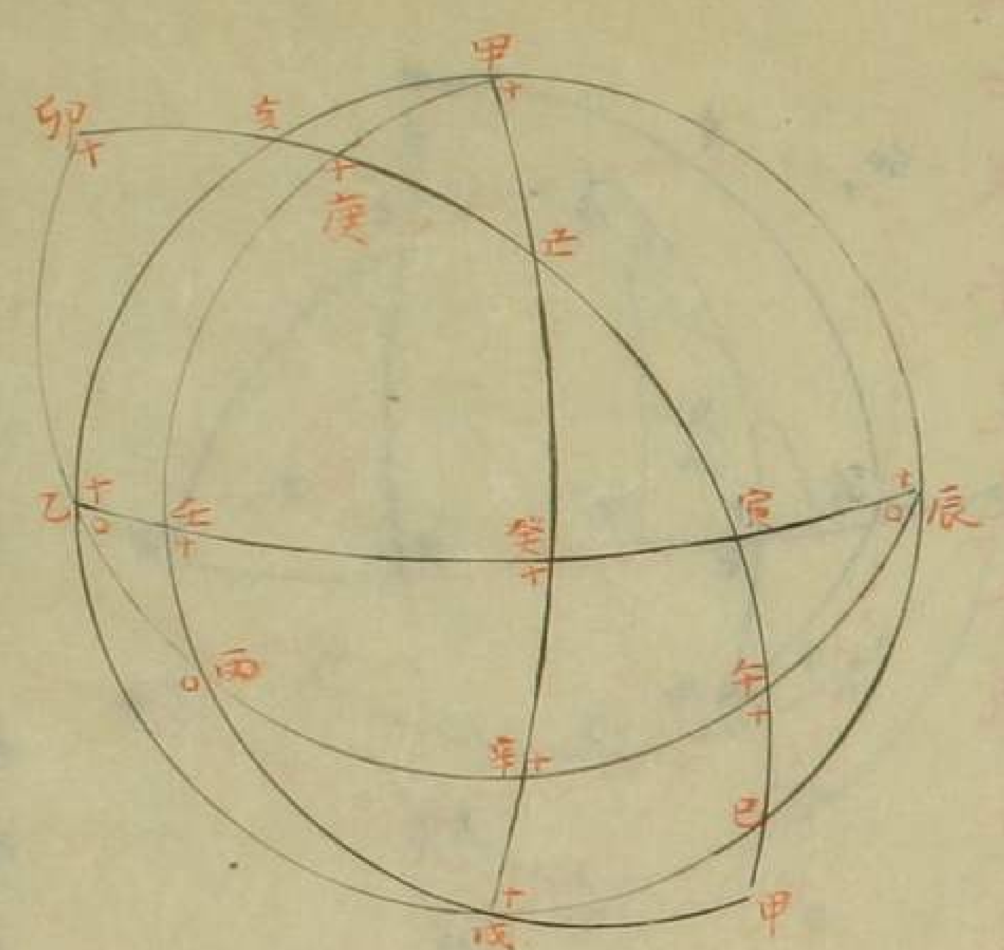


其法亦以次形癸壬癸寅二邊。為本形子戊二角之度。寅壬邊為丙外角之度。次形寅壬二角為本形二小邊之度。癸角為大邊減半周之度　論曰。此所用次形與前同。而用外角度者惟丙角。其子角戊角。只用本度為次形之邊非一百八十度之減餘也　若設成丙乙形。子丙甲形並同戊丙乙形。惟次形癸寅邊為戊外角。其餘癸壬邊之度為乙角寅壬邊之度為丙角。則皆本度。子丙甲形。惟次形癸壬邊為子外角。其餘寅壬邊之度為丙角。癸寅邊之度為甲角。則皆本度

右一鈍角二銳角。與第三支同惟邊為一大一小

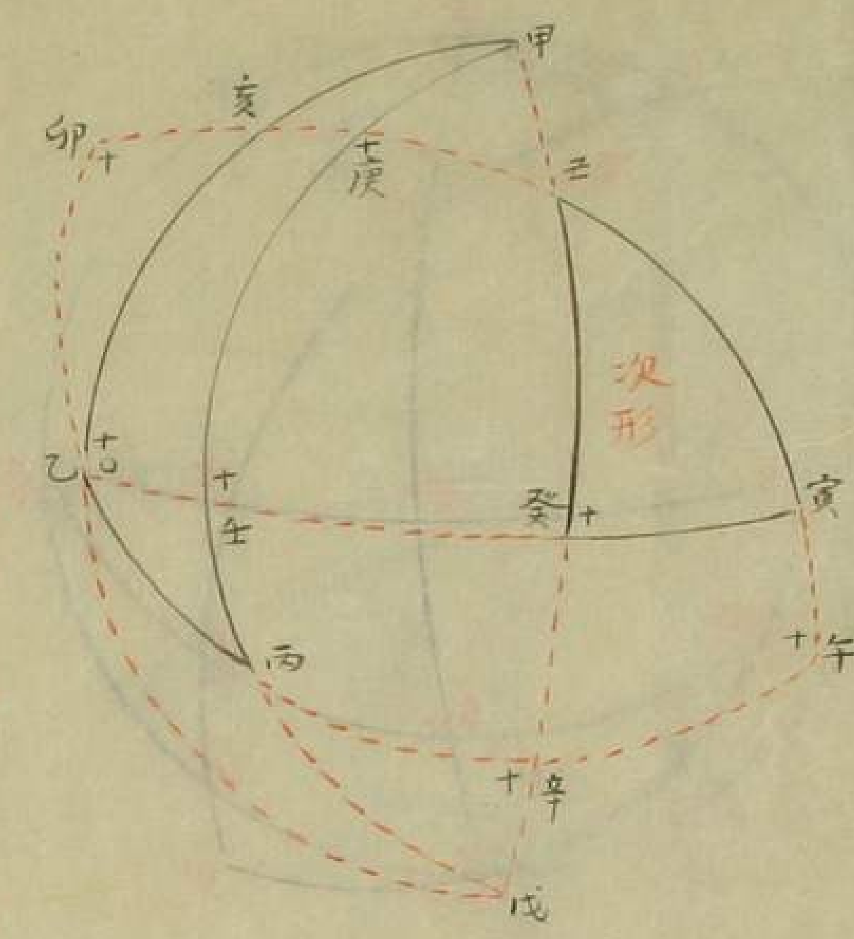
第五斜弧正弧。以弧角互易内分二支

一甲乙丙形甲乙邊適足九十度。餘二邊一大一小。角一鈍二銳角。餘銳三邊並小易為壬癸寅正弧形癸正



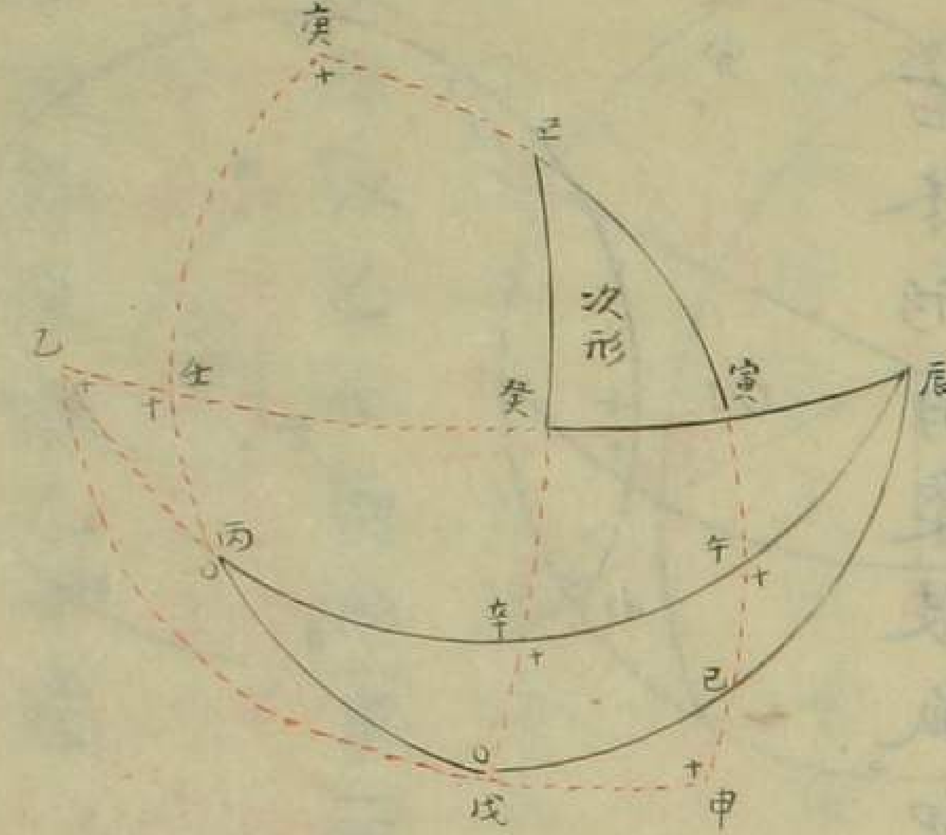
法曰。引乙丙小邊成半周於乙引至卯補成丙乙卯象限。又于丙引至午成丙辛午象限。即成半角作卯亥庚壬寅午以丙為心之半周截丙甲大邊于庚使丙庚與丙乙卯等。乃作庚卯弧為丙角之度。即庚與卯皆正角。依此引至午。亦得正角。而成半周。以丙為心作甲壬癸辛戊以乙為心之半周引甲乙象限至戊成半周。于甲于戊各作正角聯之即又成半周。而截乙辛成象限。與乙戊等。即辛戊為乙外角度而此半周以乙為心作乙壬癸寅弧。以甲為心甲戊半周折半于癸。成兩象限。從癸作十字正角弧。

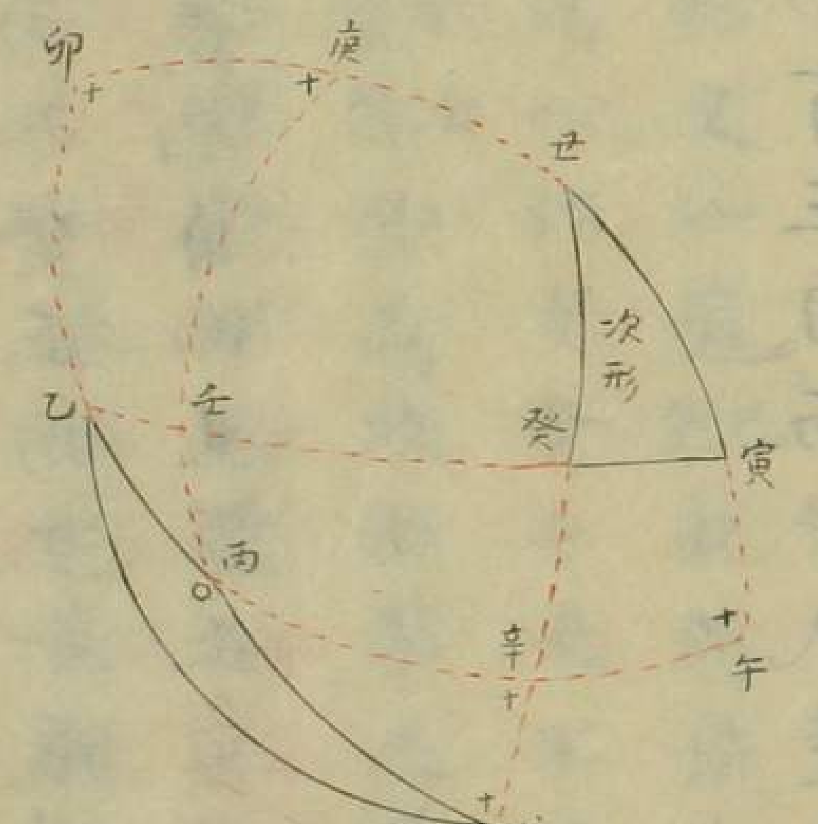
一端至寅。一端至乙。成癸乙象限。其所截甲壬亦象限。即乙壬為甲角之弧。而甲為其心三弧線相交成一壬癸寅次形。與本形弧角相易。而有正角



論曰。次形壬寅邊即本形丙角之度壬卯及寅庚皆象限。各減壬庚。則壬寅即庚卯。而為丙角之弧癸寅邊即甲角之度寅壬及癸乙皆象限。各減癸壬。則癸寅即壬乙。而為甲角之弧壬癸邊即乙外角之度壬辛及癸戊。皆象限。各減癸辛。則壬癸即辛戊。而為乙外角之弧是角盡易邊也。又寅角為甲丙邊所成庚丙及壬戊皆象限。各減丙壬。則寅角之弧庚壬。與甲丙減半周之丙戊等壬角為乙丙邊所成午丙及辛乙皆象限。各減辛丙。則壬角之弧午辛。與乙丙邊等癸正角。為甲乙邊所成癸正角內外並九十度。而甲乙象限為癸外角弧若減半周則乙戊象限為癸交角弧是邊盡為角而有正角也

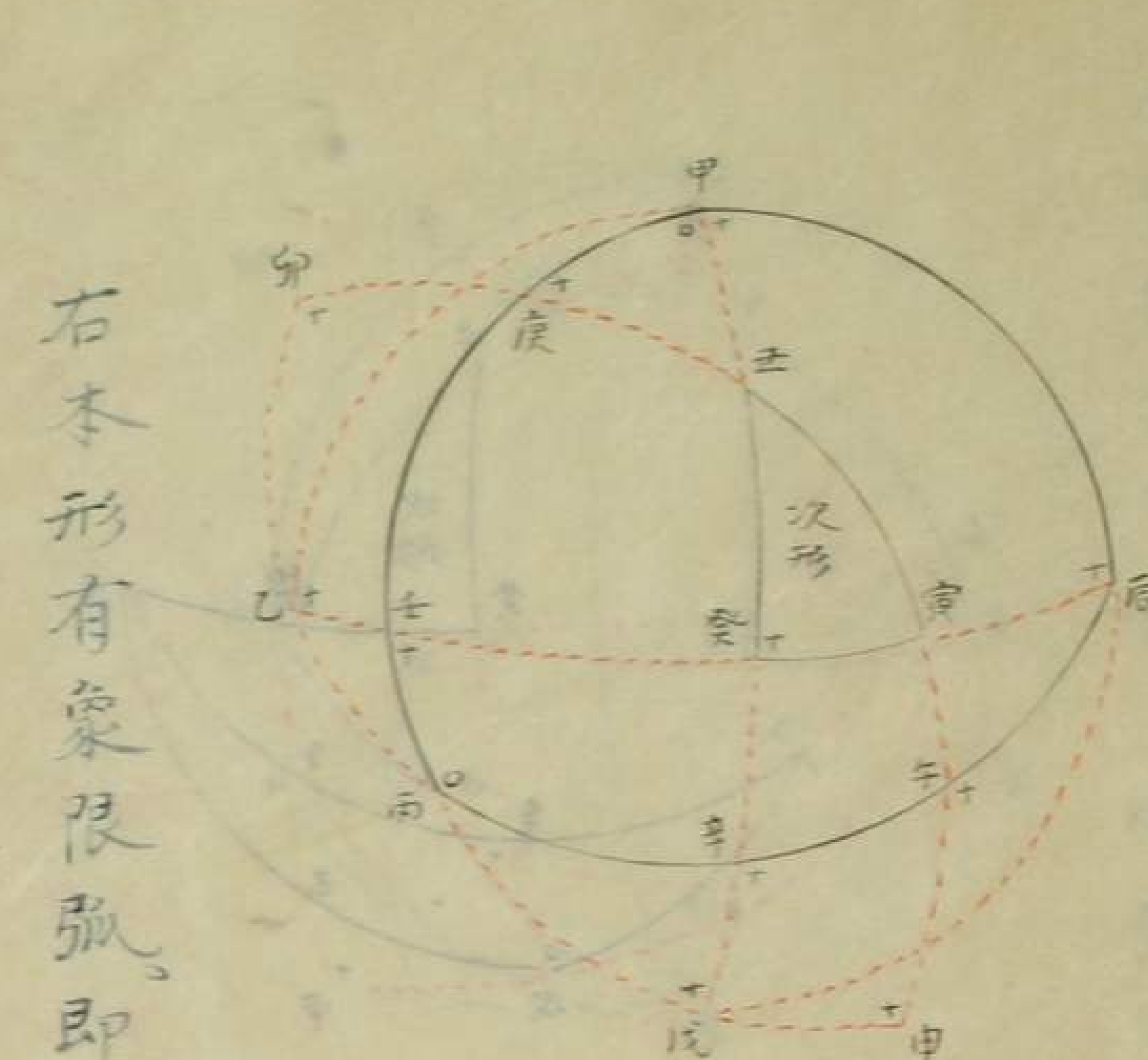
又辰戊丙形辰戊邊象限餘並同前易為正弧形並同前法觀圖自明





乙丙戊形乙戊邊。足一象限。餘並小易為正角形。則壬寅度即丙外角。壬癸度即乙角寅癸度即戊角。是角為邊也。又寅角生于丙戊。壬角生于乙丙。癸正角生于乙戊。是邊為角而有正角也

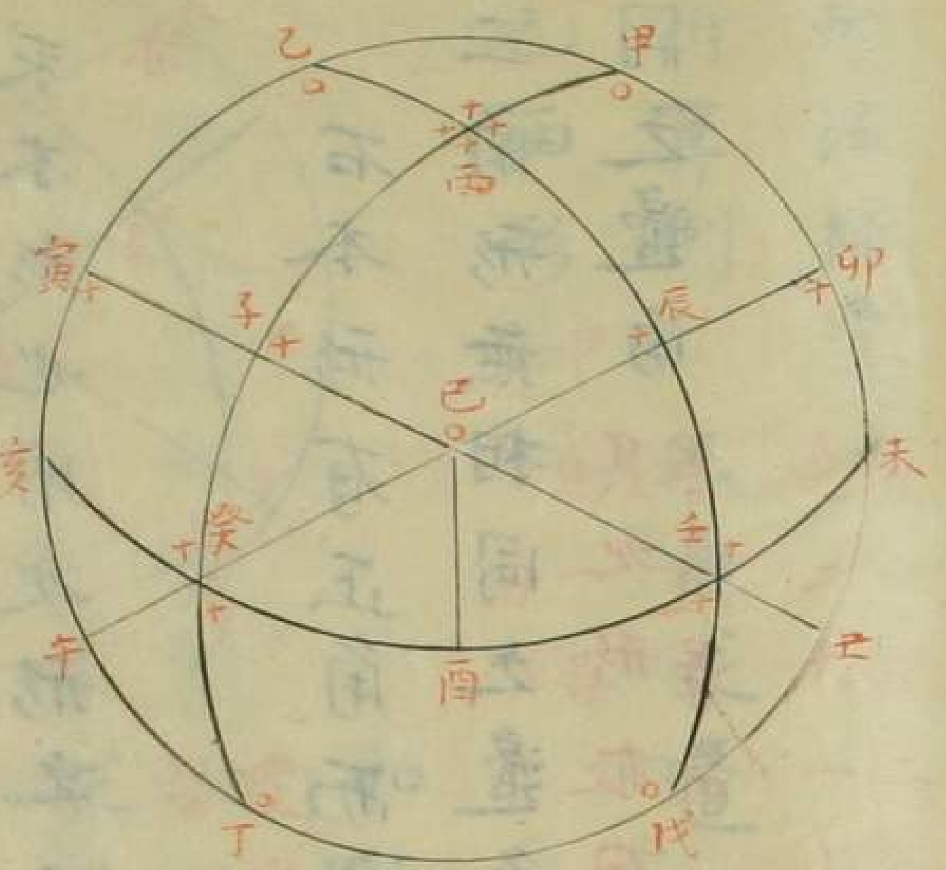
辰甲丙形辰甲象弧。餘二邊大。三角並鈍易為正角形則壬寅邊為丙外角。壬癸邊為辰外角。寅癸邊為甲外角。角為邊也。又寅角生于甲丙。壬角生于辰丙。而癸正角生于辰甲並準前條諸論推變是邊為角而且有正角也



右本形有象限弧。即次形有正角。而斜弧變正弧為弧角

互易之第一支

丙乙甲形丙正角。餘兩鈍角相等。邊三小。相等者二易為巳癸壬次形角一鈍二銳銳相等



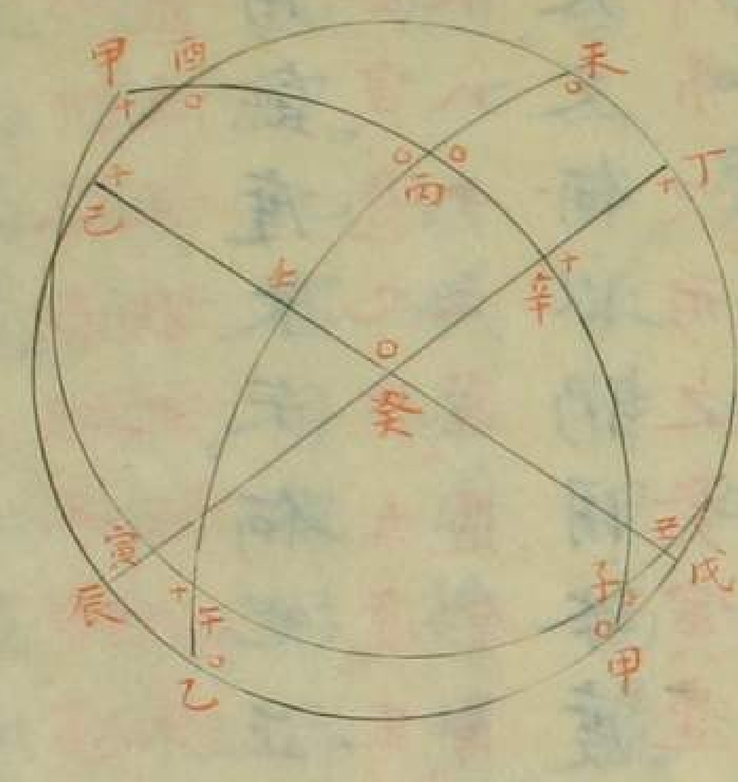
法以甲為心。作寅巳丑半周。則甲角之度子寅弧成次形一邊巳壬以乙為心。作卯巳午半周。則乙角之度卯辰弧成次形又一邊巳癸。此所成二邊相等。以丙為心。作亥癸壬未半周。則丙角之度癸壬象限即為次形第三邊。依法平分次形。以巳壬酉形求壬角。得原設甲丙邊壬角之度癸子。與甲丙等乙丙邊壬癸兩銳角原同度。而癸角之度辰壬。與乙丙等。故一得兼得也求半巳角倍之成巳角。以減半周。得原設乙甲邊巳外角之度午寅。或壬卯。並與乙甲等

論曰。本形有正角。次形無正角而有象限弧。得次形之象限弧得本形之正角矣

若設丙戊丁形丙正角而鈍角同度。二大邊同度一邊小易為巳癸壬次形。與上同
法、惟丁。戊。用外角
若設甲丙戊形丙正角。餘一銳一銳。而銳角鈍角合成半周邊二大一小。而小邊與一大邊合成一半周易
為巳癸壬次形。亦同上法。惟甲用外角戊用本角。而同度。所得
次形之邊亦同度甲外角之度子寅。成次形巳癸邊。戊本角之度辰卯。成次形巳壬邊。而四者皆同度其
轉求本形也。用次形之壬角。得甲丙。以減半周。即得丙戊或乙丙丁形。亦同

右本形有正角。而次形無正角。為弧角互易之第二支
或三角形無相同之邊角。而有正角其次形必有象限邊或無正角而有
相同之邊角其次形亦有等邊等角準此論之

次形法補遺角一鈍二銳。邊二大一小
附算例　三角求邊　三邊求角　三角求邊
甲乙丙形甲角一百二十度。乙角一百一十度丙角八十五度。為一鈍二銳
如法易為壬寅癸次形癸寅邊六十度。當甲角。壬癸邊七十度。當乙角。寅壬邊當丙角。並以角度減半周得之



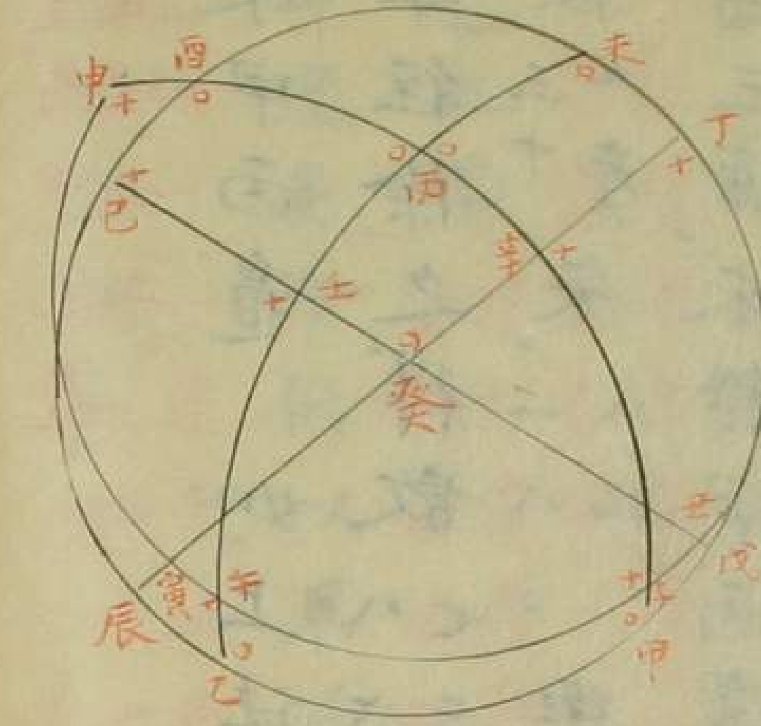
求甲乙邊即次形癸外角法以甲乙兩角正弦相乘
半徑除之。得數八一三八〇為一率。半徑一〇〇〇
〇〇為二率甲乙兩角相較十度之矢。與兩角減
半周九十五度大矢相較得數一〇七一九七為三率
求得四率一三一七二四為次形癸角大矢。內減半徑成餘弦三一七二四
檢表得癸外角七十一度三十分為甲乙邊本宜求癸角。以減半周得甲乙。今用省法。亦同

論曰。三角求邊而用次形。實即三邊求角也。故其求甲乙邊。實求次形癸角。得癸角。得甲乙邊矣。然則兩角正弦。仍用本度者。何也。凡減半周之餘度。與其本度同一正弦也。甲角一百二十度之正弦八六六〇三。即次形癸寅邊六十度之正弦。乙角一百一十度之正弦九三九六九。即次形壬癸邊七十度正弦。獨丙角用餘度大矢。何也。正弦可同用。而矢不可以同用也。丙以外角易為次形壬寅邊九十五度。其大矢一〇八七一六。而丙角本八十五度。是銳角。當用正矢。故不可以通用。然則兩角較矢。又何以仍用本度。曰。兩餘度之較。與本度同。故也。甲角乙角之較十度。所易次形之癸寅邊壬癸邊。其較亦十度。所得四率為大矢。而甲乙邊小。何也。曰。餘度故也。甲乙邊易為癸外角。而四率所得者癸內角也。故為甲乙減半周之餘度。用餘度。宜減半周命度矣。今何以不減。曰。省算也。雖不減。猶之減矣。四率係大矢。必先得癸外角七十一度半。以減半周。得癸內角一百〇八度半。再以癸內角減半周。仍得七十一度半為甲乙邊。今徑以先得癸外角之度。為甲乙邊。其理無二。

求甲丙邊　如上法。以邊左右兩角正弦甲八六六〇三丙九九六一九相乘。半徑除之。得數八六二七三為一率。半徑一〇〇〇〇〇為二率。甲丙兩角相較三十五度矢。一八〇八五。與乙外角七十度矢六五七九八相較。得數四七七一三為三率。求得甲丙邊半周餘度之矢五五三〇四為四率。檢表得六十三度二十七分以減半周。得甲丙邊一百一十六度三十三分

論曰。此亦用次形。三邊求寅角也。以甲角所易癸寅邊。丙角所易寅壬邊。為角旁二邊。以乙角所易壬癸邊。為對角之邊。求得寅角之度辛子。與酉丙等。即甲丙減半周餘度

求乙丙邊　如法。以邊左右兩角正弦丙九九六一九乙九三九六九相乘。半徑除之。得數九三六一二為一率。半徑一〇〇〇〇〇為二率。丙乙兩角較二十五度矢〇九三六九與甲外角六十度矢相較四〇六三一為三率。求得餘度



矢四三四〇三為四率。檢表得五十五度卅二分。以減半周。得乙丙邊一百廿四度廿八分
論曰。此用次形。三邊求壬角也丙角易寅壬邊。乙角易壬癸邊。為角旁二邊。甲角易癸寅為對
邊。求得壬角度午壬。與未丙等。即乙丙邊減半周餘度又論曰。此所用次形之三邊三角
皆本形減半周之餘度甲乙同巳辰。即癸外角度。則次形癸角。為甲乙邊之半周餘度也。寅角之度子
辛與酉丙等。甲丙邊之餘度也。壬角之度午壬與未丙等。乙丙邊之餘度也。是次形三角。皆本形三邊減半周之餘度矣。其次
形三邊。為本形三角減半周之餘。已詳前記故所得四率為角之大小矢者。皆必減
半周。然後可以命度。若他形則不盡然。必
須詳審
如甲未丙形。甲角六十度。丙角九十五。未角一百一十易壬寅
癸次形。則其角易為邊。用本度者二甲角弧丁
辛六十度。易次形癸寅邊。丙角弧甲午九十五度。易次形寅壬邊用餘度

若一未角弧壬戊一百一十度。其半周餘度巳壬七十度。易次形壬癸邊而其邊易為角。用本度
者二未丙邊五十五度三十二分。與午壬等。成次形壬角。甲未邊餘度未酉七十一度五十分。與丁戊等。成癸外角。則次
形癸角一百〇八度三十分。為甲未邊本度用餘度者一甲丙邊一百十六度三十三分。其餘度酉丙六十
度二十七分。與辛子等。成次形寅角若一槩用餘度算次形。豈不太謬
又如乙丙酉形。乙角七〇。丙角九五〇。酉角一二〇用壬癸寅次形前圖求丙酉邊
如法以邊左右兩角正弦丙九九六一九酉八六六〇三相乘去末五位。得數
八六二七三為一率。半徑一〇〇〇〇〇為二率。以酉外角丙角相差三十五度矢一八
〇八五與乙角矢六五七九八相較四七七一三為三率。求得正矢五五三〇四
為四率次形寅角之矢檢表得六十三度二十七分。為丙酉邊
論曰。此所用四率。與前條求甲丙邊之數同。而邊之大小迥異。
一為餘度。一為本度也前條為餘度之矢。故甲丙邊大。此條為本度之矢。故丙酉邊小又所用

矢較亦以不同而成其同前條以丙角相差。此則以丙外角與丙角相差。不同也。而相差卌五度則同。前條用乙外角之矢。此條用乙本角。又不同也。而矢數六五七九八則同其理皆出次形也

求丙乙邊　如弦以丙角正弦乙九三九六九丙八六六〇三相棄。去末五位。得八一三八〇為一率。半徑為二率。丙外角乙角相差十度之矢。與丙角九十五度之矢相較得一〇六一九七為三率。求得大矢次形癸角之矢為四率一三一七二四檢表得一百〇八度三十分為丙乙邊此與前條求甲乙邊參看。即見次形用法不同之理。如前所論

求乙丙邊與前條同法因丙乙丙內角之正弦及差度。並與丙外角同。而丙角又同甲角故也

論曰。三角求邊必用次形。而次形之用數得數並有用本度餘度之異。即此數條可知其槩

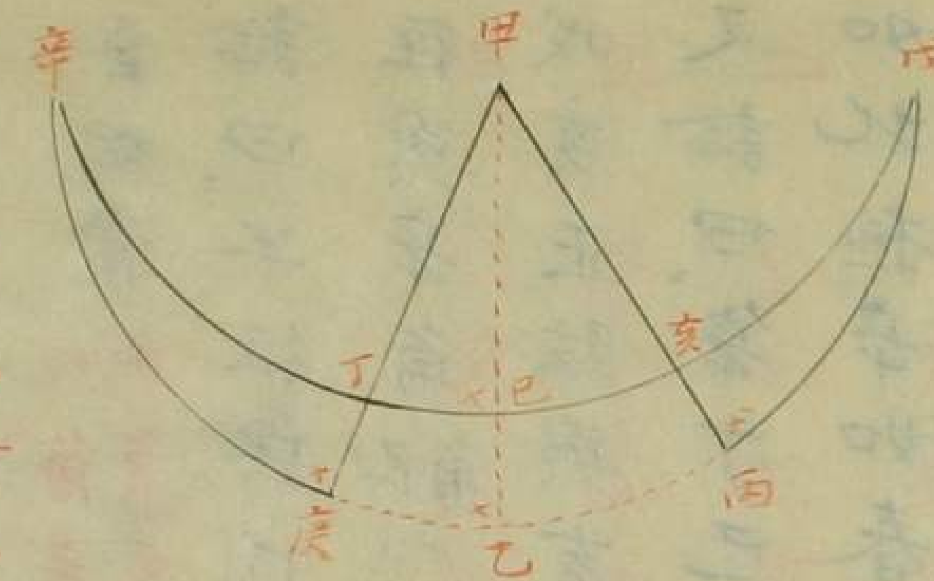
又論曰。在本形為三角求邊者。在次形為三邊求角。故此數條即三邊求角之例也餘詳環中黍尺

垂弧捷法作垂弧而不用其數。故稱捷法亦為次形雙法用兩次形故稱雙法

設亥甲丁形。有甲亥邊。亥丁邊。亥角。在二邊之中求甲丁邊對角之邊

本法。作垂弧分兩形。先求甲己邊。次求亥己邊分丁己邊。再用甲己丁己二邊。求甲丁邊。

今捷法不求甲己邊。但求亥己邊。分丁己邊。即用兩分形之兩次形。以徑得甲丁



一　亥己餘弦　即次形亥戊正弦

二　亥甲餘弦　即次形亥丙正弦

三　己丁餘弦　即次形辛丁正弦

四　甲丁餘弦　即次形庚丁正弦

法引甲亥邊至丙。引甲丁邊至庚引甲巳垂弧至乙。皆滿象限又引分形邊亥巳至戊引丁巳至辛。亦滿象限。末作辛庚乙丙戊半周。與亥巳過于戊。與丁巳過于辛成亥丙戊次形與甲巳亥分形相當。丁庚辛次形。與甲巳丁分形相當。而此兩次形又自相當。戊角辛角同以巳乙為其度。則丙角等。丙與庚又同為正角。則其正弦之比例皆等

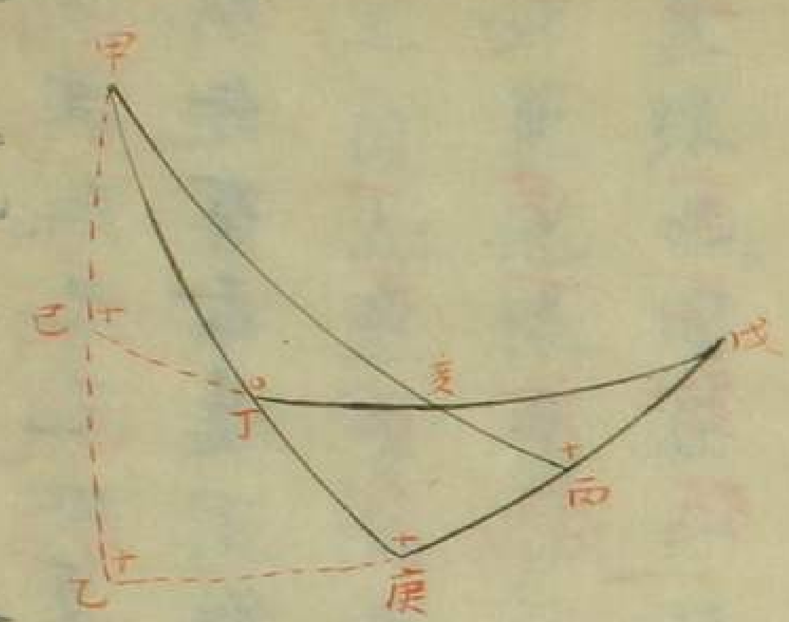
論曰。半徑與戊角之正弦。若戊亥之正弦與亥丙之正弦。又半徑與辛角即戊角之正弦。若辛丁之正弦與丁庚之正弦。合之則戊亥正弦與亥丙正弦。亦若辛丁正弦與丁庚正弦

又論曰。辛丁巳亥戊如黃道半周。辛庚乙丙戊如赤道半周。甲如北極辛如春分。戊如秋分。巳乙如黃赤大距即夏至之緯乃二分同用之角度。即戊角辛角之度 亥丙及丁庚皆赤緯。甲亥及甲丁皆距北極之度即赤緯之餘、

一 戊亥正弦 黃經
二 亥丙正弦 赤緯
三 辛丁正弦 黃經
四 丁庚正弦 赤緯

戊亥為末到秋分之度。辛丁為巳過春分之度。似有不同。而二分之角度既同。故其比例等

若丁為鈍角。則如上圖作甲巳線于形外



一 亥巳餘弦 即亥戊正弦
二 亥甲餘弦 即亥丙正弦
三 巳丁餘弦 即戊丁正弦
四 甲丁餘弦 即庚丁正弦

論曰。此理在前論中。蓋以同用戊角。故比例同也

八線相當法引

弧三角有以相當立法者何也。以四率皆八線也。弧三角四率。何以皆八線而不用他線八線但論度他線則有丈尺渾體故也弧三角皆在渾員之面渾體異乎平。而御渾者必以平。是故八線之數生于平員。而八線之用。專于渾員也。昌言乎專為渾員也。曰。平三角之角之邊皆直線也。同在一平面而可以相為比例。故雖用八線。而四率中必兼他線焉以八線例他線則用角可以求邊以他線例八線則用邊可以求角皆兼用兩種線弧三角之角之邊。皆弧度曲線也。不同在平面。故非八線不能為比例。而四率中無他線焉。既皆以八線相比例。則同宗半徑有角之八線有邊之八線各角各邊俱非平面而可以相求者同一半徑也相當互視之法。所由以立也。錯舉似紛。實則有條不紊。故為論列。使有倫次云

又論曰。乙庚丙戊如赤道。巳丁亥戊如黄道。皆象弧。戊角如秋分。其弧巳乙。如夏至距緯此兩黄經並在夏至後秋分前其理易見或先有者是丁鈍角。甲丁丁亥二邊。則先求丁巳線亦用前法

一　丁巳餘弦　即戊丁正弦

二　甲丁餘弦　即丁庚正弦

三　亥巳餘弦　即亥戊正弦

四　亥甲餘弦　即亥丙正弦

又論曰。假如星在甲。求其黄赤經緯。則亥丁如兩極之距。亥角若為黄經。則丁角為赤經。而亥甲黄緯。丁甲赤緯也。若丁角為黄經。則亥角為赤經。而丁甲黄緯。亥甲赤緯也。弧三角之理隨處可施故舉此以發其例

八線相當法詳術
総曰相當。分之則有二。曰相當。曰互視。互視又分為二。曰本弧。
曰兩弧
但曰相當者。皆本弧也。又分為二。曰三率連比例者。以全數為
中率也。其目有三。曰四率斷比例者。中有全數也。其目有六。凡
相當之目九
互視者。亦相當也。皆為斷比例而不用全數。若以四率之一與
四相乘二與三相乘則皆與全數之自乘等也　本弧之互視。
其目有三。兩弧之互視。其目有九。凡互視之目十二
総名之皆曰相當。其目共二十一。内三率連比例三。更之則六。
四率斷比例十有八更之反之。錯而綜之。則百四十有四。共百

百五十

相當共九

一曰。正弦與全數。若全數與餘割

二曰。餘弦與全數。若全數與正割

三曰。正切與全數。若全數與餘切

以上三法。皆本弧。皆三率運比例。而以全數為中率

四曰。正弦與餘弦。若全數與餘切

五曰。餘弦與正弦。若全數與正切

六曰。正割與正切。若全數與正弦

七曰。餘割與餘切。若全數與餘弦

八曰。正割與餘割。若全數與餘切

九曰。餘割與正割。若全數與正切

以上六法。亦皆本弧。而皆四率斷比例。四率之內。有一率為全數

互視共十二

一曰。正弦與正切。若餘切與餘割

二曰。餘弦與餘切。若正切與正割

三曰。正弦與餘弦。若正割與餘割

以上三法。亦皆本弧。皆四率斷比例。而不用全數。然以四率之一與四二與三相乘。則其兩矩內形。皆各與全數自乘之方形等

四曰。此弧之正弦。與他弧正弦。若他弧之餘割。與此弧餘割

五曰。此弧之正弦。與他弧餘弦。若他弧之正割。與此弧餘割
六曰。此弧之正弦。與他弧正切。若他弧之餘切。與此弧餘割
七曰。此弧之餘弦。與他弧餘弦。若他弧之正割。與此弧正割
八曰。此弧之餘弦。與他弧正弦。若他弧之餘割。與此弧正割
九曰。此弧之餘弦。與他弧餘切。若他弧之正切。與此弧正割
十曰。此弧之正切。與他弧正切。若他弧之餘切。與此弧餘切
十一曰。此弧之正切與他弧正弦。若他弧之餘割。與此弧餘切
十二曰。此弧之正切。與他弧餘弦。若他弧之正割。與此弧餘切
以上九法。皆兩弧相當率也。其為四率斷比例。而不用全數則同。若以四率之一與四二與三相乘其矩內形。亦各與全數自乘之方形等

相當法錯綜之理

	首率	中率	末率
一法	正弦	全	餘割
更之	餘割	全	正弦
二法	餘弦	全	正割
更之	正割	全	餘弦
三法	正切	全	餘切
更之	餘切	全	正切

此三率連比例也。首率與中率之比例。若中率與末率。故以首率末率相乘。即與中率自乘之積等
假如三十度之正弦〇五〇〇〇〇與全數一〇〇〇〇〇之比例。若全數一〇〇〇〇〇與三十度之餘割二〇〇〇〇〇。其比例皆為加倍也。更之。則餘割二〇〇〇〇〇與全數一〇〇〇〇〇若全數一〇〇〇〇〇與正弦〇五〇〇〇〇其比例為折半也

又如三十度之餘弦。八六六〇三與全數一〇〇〇〇〇與三十度之正割一一五四七〇。更之則正割一一五四七〇與全數一〇〇〇〇〇若全數一〇〇〇〇〇與餘弦。八六六〇三也

又如三十度之正切。五七七三五與全數一〇〇〇〇〇若全數一〇〇〇〇〇與三十度之餘切一七三二〇五更之則餘切一七三二〇五與全數一〇〇〇〇〇若全數一〇〇〇〇〇與正切。五七七三五也

用法

凡三率連比例。有當用首率與中率者。改為中率與末率。假如有四率。其一三十度正弦。其二全數。改用全數為一率。三十度餘割為二率。其比例同

	一	二	三	四
四法	正弦	餘弦	全	餘切
更之		全	餘弦	
又更	餘切	全	餘弦	正弦
又更		餘弦	全	
反之	餘弦	餘切	正弦	全
更之		正弦	餘切	
又更	全	正弦	餘切	餘弦
又更		餘切	正弦	

凡四率之前後兩率矩內形。與中兩率矩形等。故一與四。二與三。可互居也

	一	二	三	四
五法	餘弦	正弦	全	正切
更之		全	正弦	
又更	正切	全	正弦	餘弦
又更		正弦	全	
反之	正弦	正切	餘弦	全
更之		餘弦	正切	
又更	全	餘弦	正切	正弦
又更		正切	餘弦	

六法	一	二	三	四
	正割	正切	全	正弦
更之		全	正切	
又更	正弦	全	正切	正割
又更		正切	全	
及之	正切	正弦	正割	全
更之		正割	正弦	
又更	全	正割	正弦	正切
又更		正弦	正割	

七法	一	二	三	四
	餘割	餘切	全	餘弦
		全	餘切	
	餘弦	全	餘切	餘割
		餘切	全	
	餘切	餘弦	餘割	全
		餘割	餘弦	
	全	餘割	餘弦	餘切
		餘弦	餘割	

八法	一	二	三	四
	正割	餘割	全	餘切
		全	餘割	
	餘切	全	餘割	正割
		餘割	全	
	餘割	餘切	正割	全
		正割	餘切	
	全	正割	餘切	餘割
		餘切	正割	

九法	一	二	三	四
	餘割	正割	全	正切
		全	正割	
	正切	全	正割	餘割
		正割	全	
	正割	正切	餘割	全
		餘割	正切	
	全	餘割	正切	正割
		正切	餘割	

右四率斷比例也。一率與二率之比例。若三率與四率

假如三十度之正弦〇。五〇〇〇與其餘弦〇。八六六〇三若全數一。〇〇〇〇。

與其餘切一七三二〇五更之則餘切一七三二〇五與全數一〇〇〇〇〇若餘弦〇八六六〇三與正弦〇五〇〇〇〇也第四法

又如三十度之正割一一五四七與其正切〇五七七三若全數一〇〇〇〇〇與其正弦〇五〇〇〇〇更之則全數一〇〇〇〇〇與正割一一五四七〇若正弦〇五〇〇〇〇與正切〇五七七三五也第六法

又如三十度之餘割二〇〇〇〇〇與其正割一一五四七〇若全數一〇〇〇〇〇與其正切〇五七七三五更之則正切〇五七七三五與正割一一五四七〇若全數一〇〇〇〇〇與餘割二〇〇〇〇〇也第九法餘倣此

用法

凡四率斷比例。當用前兩率者。可以後兩率代之。假如有四率。其一正弦其二餘弦。改用全數為一率。餘切為二率。其比例同。

互視	一	一	二	三	四	二	一	二	三	四
	法	正弦	正切	餘切	餘割	法	餘弦	餘切	正切	正割
	更之		餘切	正切				正切	餘切	
	又更	餘割	餘切	正切	正弦		正割	正切	餘切	餘弦
	又更		正切	餘切				餘切	正切	
	反之	正切	餘割	正弦	餘切		餘切	正割	餘弦	正切
	更之		正弦	餘割				餘弦	正割	
	又更	餘切	正弦	餘割	正切		正切	餘弦	正割	餘切
	又更		餘割	正弦				正割	餘弦	

三法	一	二	三	四
	正弦	餘弦	正割	餘割
更之		正割	餘弦	
又更	餘割	正割	餘弦	正弦
又更		餘弦	正割	
反之	餘弦	餘割	正弦	正割
更之		正弦	餘割	
又更	正割	正弦	餘割	餘弦
又更		餘割	正弦	

此本弧中互相視之率也。其第一與第四相乘矩。第二與第三相乘矩皆與全數自乘方等。故其邊為互相視之邊。而相與為比例皆等

假如三十度之正弦〇五〇〇〇與其餘割二〇〇〇〇相乘一〇〇〇〇〇〇〇〇。其餘弦〇八六六〇與其正割一一五四七相乘一〇〇〇〇〇〇〇〇弱。皆與全數自乘之方等。故以正弦為一率。餘弦為二率。正割為三率。餘割為四率則正弦〇五〇〇〇與餘弦〇八六六〇若正割一一五四七與餘割二〇〇〇〇也第二法

又如三十度之正切〇五七七三與其餘切一七三二〇相乘一〇〇〇〇〇〇〇〇弱。亦與全數之方等。故以正弦為一率。餘切為二率。正切為三率。餘割為四率。則正弦〇五〇〇〇與正切〇五七七三若餘切一七三二〇與餘割二〇〇〇〇也第一法

或以餘弦為一率。餘切為二率。正切為三率。正割為四率。則餘弦〇八六六〇與餘切一七三二〇若正切〇五七七三與正割一一五四七也第二法

用法

此亦四法斷比例。故當用前兩率者。可以後兩率代之。假如有

四率當以正弦與正切為一率二率者改用餘切為一率餘割為二率以乘除之其比例亦同餘倣此

本弧諸線相當約法

其一為弦與股之比例　反之則如股與弦

全　正割　餘切　餘割　全　餘弦　正切　正弦

正弦　正切　餘弦　全　正割　餘切　全

其二為弦與句之比例　反之則如句與弦

全　餘割　正切　正割　全　正弦　餘切　餘弦

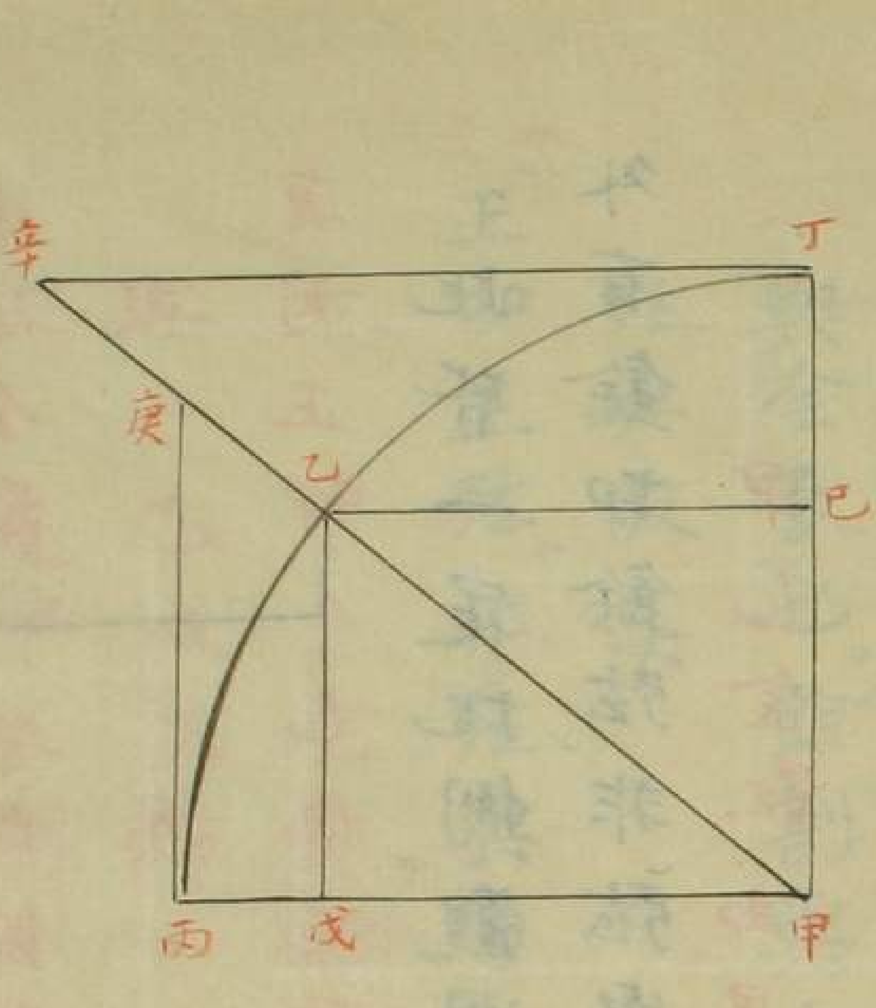
餘弦　餘切　正弦　全　正割　正切　餘割　全

其三為句與股之比例　反之則如股與句

全　餘弦　餘割　餘切　全　正割　正弦　正切

正切　正弦　正割　全　餘切　餘割　餘弦　全

右括本弧七十八法



如圖。甲丙甲乙。甲丁。皆半徑全數。乙丙為正弧。乙丁為餘弧。乙戊為正弦。庚丙為正切線。庚甲為正割線。乙已。為餘弦。辛丁為餘切線。辛甲為餘割線

甲乙全數 與 乙戊正弦

庚甲正割 與 庚丙正切

辛甲餘割 與 甲丁全數

皆如 弦 與 股

甲乙全數與乙巳餘弦
辛甲餘割與辛丁餘切
庚甲正割與甲丙全數
皆如弦與句

甲丙全數與庚丙正切
甲戊餘弦與乙戊正弦
辛丁餘切與甲丁全數
皆如句與股

此皆一定比例。觀圖自明
外有餘切餘弦。非弦與股之比例。則借第二比例更之

一　甲乙全數即甲丁　　辛丁餘切
二　乙巳餘弦　　更之　　乙巳餘弦
三　辛甲餘割　　　　　　辛甲餘割
四　辛丁餘切　　　　　　甲丁全數

全數與餘弦。若餘割與餘切。更之。而餘切與餘弦。若餘割與全數也。餘割與全數。既為弦與股。則餘切與餘弦。亦如弦與股矣

正切正弦。非弦與句之比例。則借第一比例更之

一　甲乙全數即甲丙　　庚丙正切
二　乙戊正弦　　更之　　乙戊正弦
三　庚甲正割　　　　　　庚甲正割
四　庚丙正切　　　　　　甲丙全數

全數與正弦。若正割與正切。更之而正切與正弦。若正割與全數也。正割與全數。既為弦與句。則正切與正弦。亦如

弦與句矣

餘割正割。非句與股之比例。則仍借第一比例更之

一 餘割辛甲 餘割辛甲

二 全數甲丁即甲丙 正割庚甲

更之

三 正割庚甲 全數甲丙

四 正切庚丙 正切庚丙

餘割與全數。若正割與正切。更之。而餘割。與正割。若全數與正切也。全數與正切。既為句與股。則餘割與正割。亦如句與股矣

又視自此而分。以前為本弧所用。共大法三。更之則二十有四。合相當法。則七十有八。而總以三率連比例三大法為根

以後為兩弧所用共大法九。更之七十有二。而兩以本弧之三率連比例為根

	一	二	三	四
四法	正弦	他正弦	他餘割	餘割
更之		他餘割	他正弦	
又更	餘割	他餘割	他正弦	正弦
又更		他正弦	他餘割	
反之	他正弦	餘割	正弦	他餘割
更之		正弦	餘割	
又更	他餘割	正弦	餘割	他正弦
又更		餘割	正弦	

	一	二	三	四
五法	正弦	他餘弦	他正割	餘割
		他正割	他餘弦	
	餘割	他正割	他餘弦	正弦
		他餘弦	他正割	
	他餘弦	餘割	正弦	他正割
		正弦	餘割	
	他正割	正弦	餘割	他餘弦
		餘割	正弦	

六法

	一	二	三	四
	正弦	他正切	他餘切	餘割
更之		他餘切	他正切	
又更	餘割	他餘切	他正切	正弦
又更		他正切	他餘切	
反之	他正切	餘割	正弦	他餘切
更之		正弦	餘割	
又更	他餘切	正弦	餘割	他正切
又更		餘割	正弦	

以上大法三更之二十有四。是以本弧之正弦餘割與他弧互視

七法

	一	二	三	四
	餘弦	他餘弦	他正割	正割
		他正割	他餘弦	
	正割	他正割	他餘弦	餘弦
		他餘弦	他正割	
	他餘弦	正割	餘弦	他正割
		餘弦	正割	
	他正割	餘弦	正割	他餘弦
		正割	餘弦	

八法

	一	二	三	四
	餘弦	他正弦	他餘割	正割
		他餘割	他正弦	
	正割	他餘割	他正弦	餘弦
		他正弦	他餘割	
	他正弦	正割	餘弦	他餘割
		餘弦	正割	
	他餘割	餘弦	正割	他正弦
		正割	餘弦	

九法

	一	二	三	四
	餘弦	他餘切	他正切	正割
		他正切	他餘切	
	正割	他正切	他餘切	餘弦
		他餘切	他正切	
	他餘切	正割	餘弦	他正切
		餘弦	正割	
	他正切	餘弦	正割	他餘切
		正割	餘弦	

以上大法三更之二十有四是以本弧之餘弦正割。與他弧互視

	一	二	三	四
十法	正切	他正切	他餘切	餘切
更之		他餘切	他正切	
又更	餘切	他餘切	他正切	正切
又更		他正切	他餘切	
反之	他正切	餘切	正切	他餘切
更之		正切	餘切	
又更	他餘切	正切	餘切	他正切
又更		餘切	正切	

	一	二	三	四
十一法	正切	他正弦	他餘割	餘切
		他餘割	他正弦	
	餘切	他餘割	他正弦	正切
		他正弦	他餘割	
	他正弦	餘切	正切	他餘割
		正切	餘切	
	他餘割	正切	餘切	他正弦
		餘切	正切	

	一	二	三	四
十二法				
	正切	他餘弦	他正割	餘切
		他正割	他餘弦	
	餘切	他正割	他餘弦	正切
		他餘弦	他正割	
	他餘弦	餘切	正切	他正割
		正切	餘切	
	他正割	正切	餘切	他正弦
		餘切	正切	

以上大法三。更之二十有四是以本弧之正切餘切與他弧互視

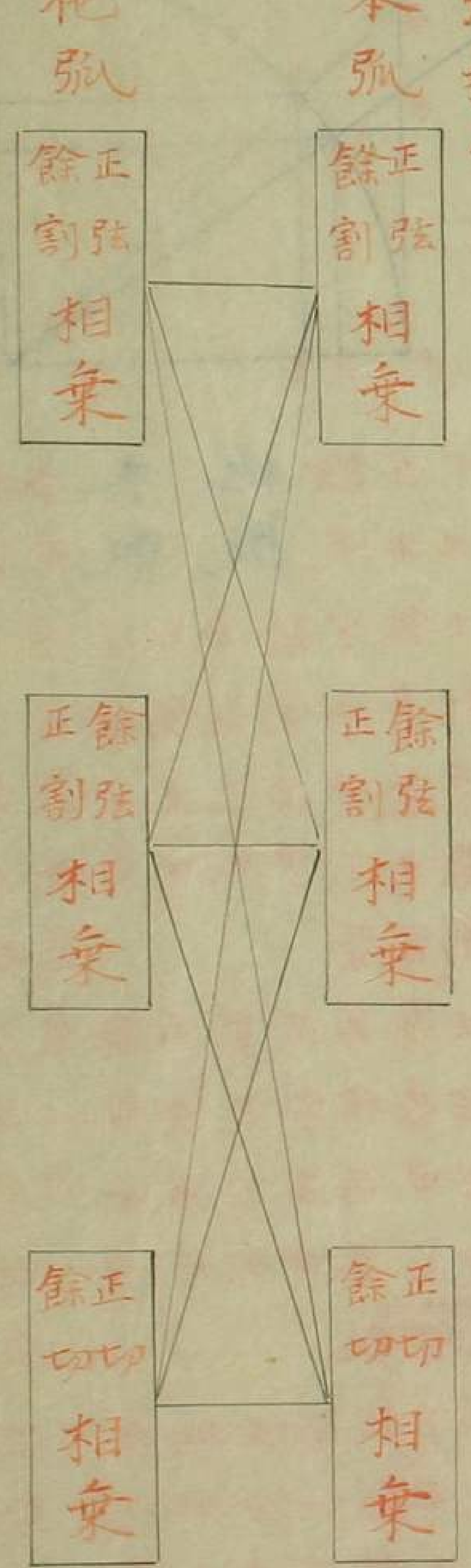
此皆兩弧中互相視之率也。本弧有兩率相乘矩。與全數之方等。他弧亦有兩率相乘矩。與前數之方等。則此四率為互相視之邊。互相視者。此有一率贏于彼之一率若干倍。則此之又一率必朒于彼之又一率亦若干倍。而其比例皆相等。故以此弧之兩率。為一與四。則以他弧之兩率為二與三

假如有角三十度。邊四十度。此兩弧也。角之正弦。〇〇五。〇。與其

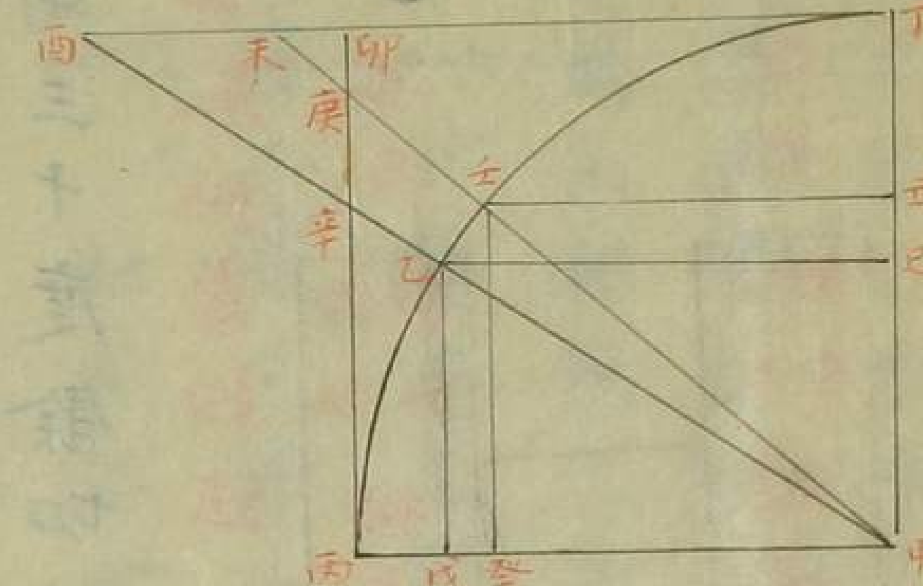
餘割二○○○○○。相乘一○○○○○○○○○。與全數自乘等邊之正弦○六四二
七與其餘割一五五五七相乘一○○○○○○○○○弱。亦與全數自乘等。則此
四率為互相視之邊。互相視者。言角之正弦○五○○○與邊之正
弦○六四二七若邊之餘割一五五五七與角之餘割二○○○○○也 第四法
又如有二邊。大邊五十度。小邊三十度。大邊之正弦○七六六○。餘
割一三○五四。相乘與全數自乘等。小邊之正切○五七七三。餘切一七三二
。相乘亦與全數自乘等。則此四者互相視。互相視者。言大邊
之正弦○七六六○與小邊之正切○五七七三若小邊之餘切一七三二○
與大邊之餘割一三○五四也 第六法
又如有兩角。甲角三十度。乙角五十度。此亦兩弧也。甲角之正
切○五七七三。餘切一七三二○相乘與全數自乘等。乙角之正切一一九一

七餘切○八三九一相乘。亦與全數自乘等。則此四率為互相視之
邊。互相視者。言甲角之正切○五七七三與乙角之正切一一九一七若
乙角之餘切○八三九一與甲角之餘切一七三二○也 第十法
用法
假如別有四率。以五十度正弦為第一。三十度正切為第二。今
改用三十度餘切第一。五十度餘割第二。其比例同

兩弧相當約法 括互視七十二法



兩弧各線相當圖一



如圖。壬丙為本弧。乙丙為他弧。他弧小于本弧。而並在半象限以內

本弧

正弦壬癸　餘弦壬壬　正切庚丙

餘割未甲　正割庚甲　餘切未丁

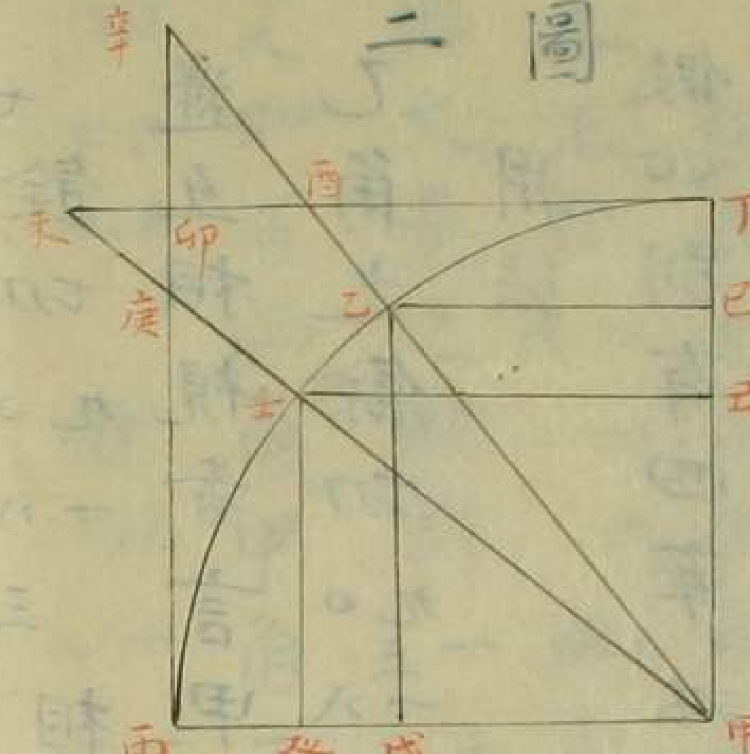
他弧

正弦乙戊　餘弦乙己　正切辛丙

餘割酉甲　正割辛甲　餘切酉丁

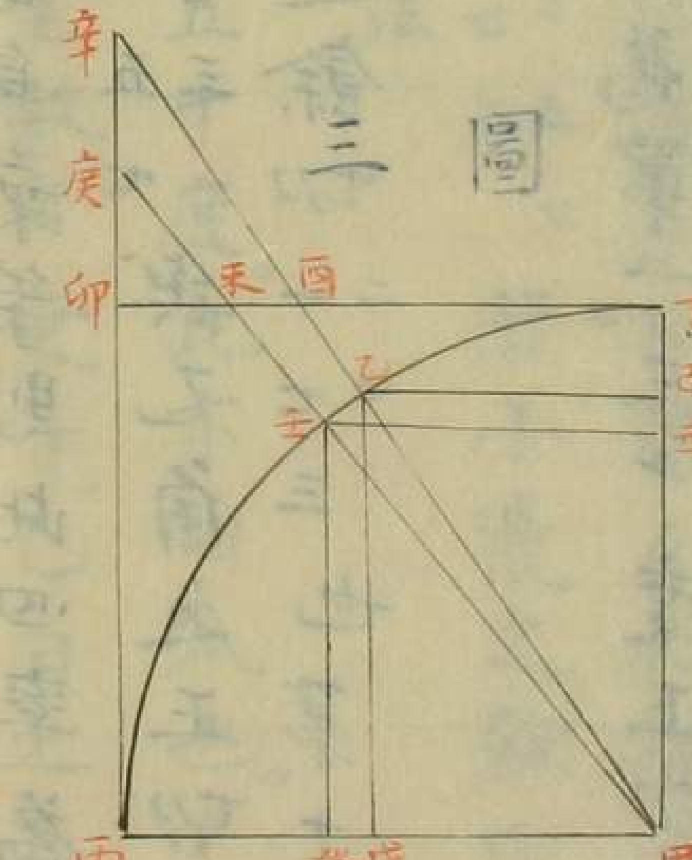
論曰。甲丙甲丁皆半徑乃本弧。他弧所共也。半徑自乘之方冪為甲丙卯丁。而本弧甲以正弦乘餘割。以餘弦乘正割。以正切乘餘切。所作矩形。既各與半徑方冪等。則他弧亦然。故可以互相視而成相當之率

圖二



如上圖。壬丙本弧在半象限內。乙丙他弧在半象限外。亦同

圖三



如上圖。壬丙本弧小于乙丙他弧。而並在半象限外。並同