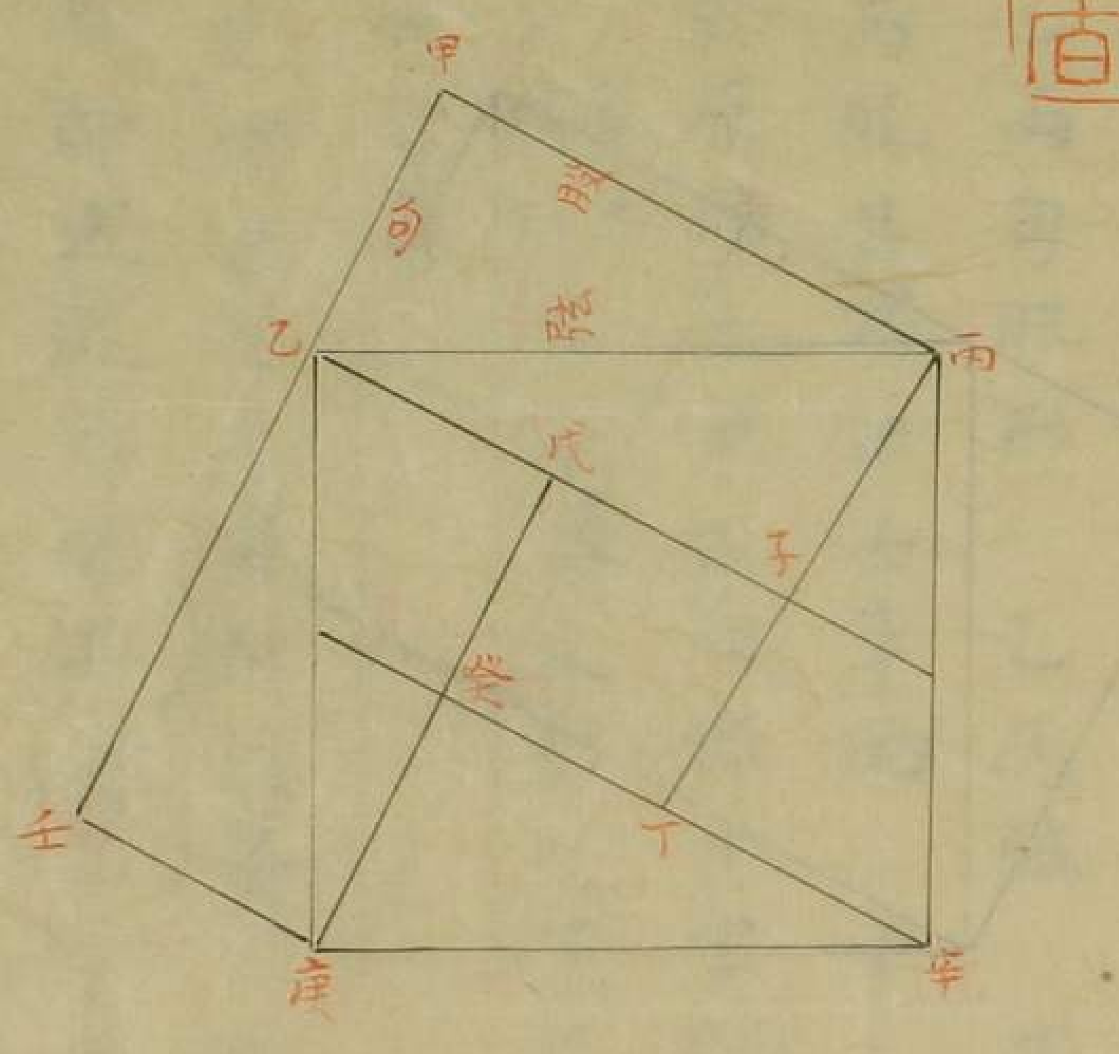
曆算全書

勾股闡微　巻三巻四

第四冊

句股法解幾何原本之根

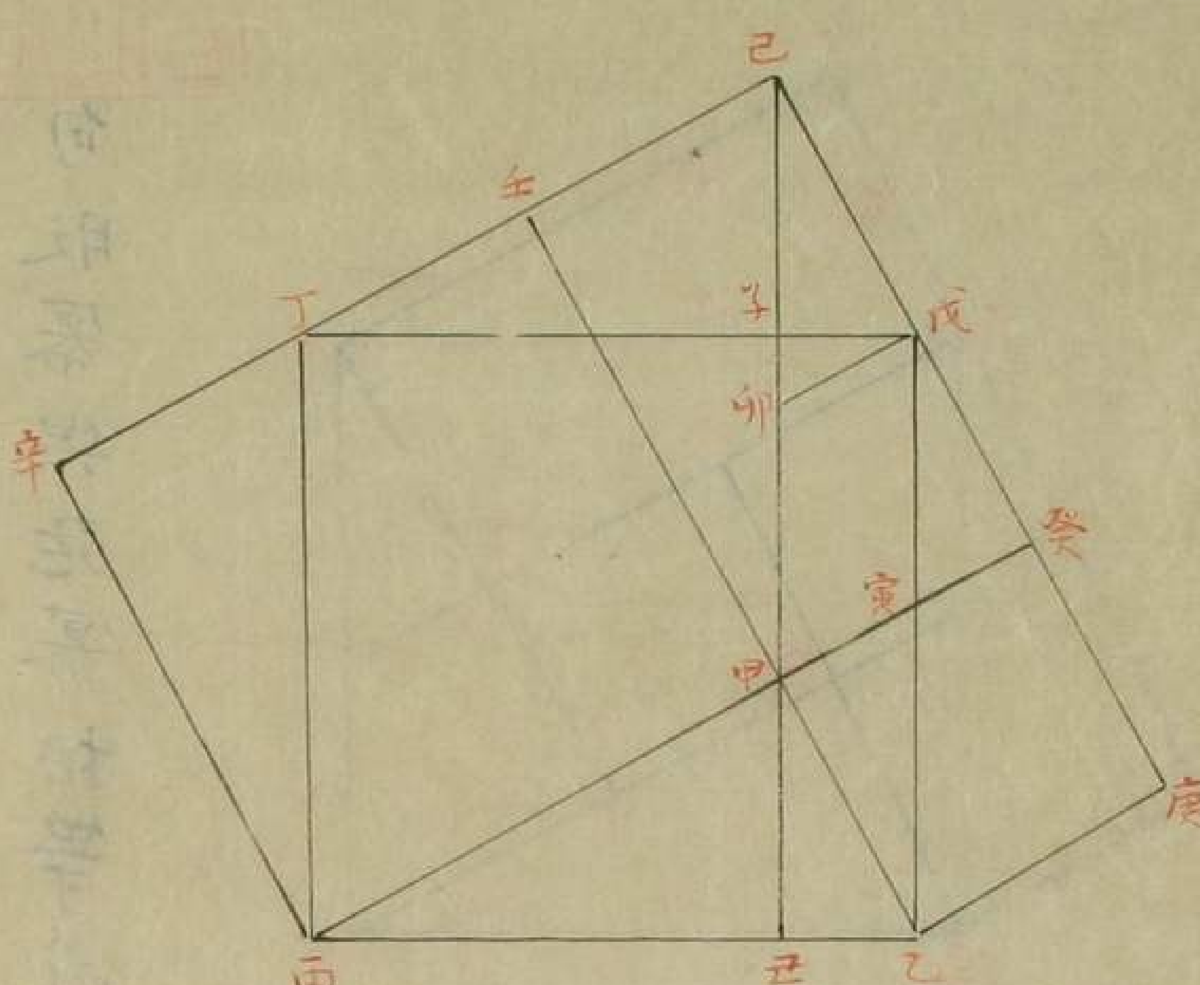
句股冪與弦冪相等圖



甲乙丙句股形　乙辛大方為弦冪　弦冪內兼有句股二冪

論曰。試於弦冪作對角之乙子線。與甲丙股平行而等。又作丙丁對角線。與甲乙句平行。與乙子線遇於子。成十字正角則丙子與甲乙句相等。成乙子丙句股形。與甲乙丙句股形等。又作辛癸及庚戊兩線。皆與丙丁等。亦與乙子等。而皆與甲丙股等。

又辛丁及癸庚及戊乙皆與丙子等即皆與甲乙句等則弦冪内所作四句股形皆與原設句股形等於是以丙丁辛形移作



乙壬庚以癸庚辛形移作甲乙丙成甲丙丁癸庚壬磬折形求引丁癸至己截成大小二方形則丙己方形即股冪癸壬小方即句冪也

若先有丙己股冪癸壬句冪則聯為磬折形而移乙壬庚句股補於丙丁辛之位移甲乙丙句股補於癸庚辛之位即復成乙辛大方而為弦冪

又法

甲乙丙句股形　乙丙弦　其冪乙戊丁丙
甲丙股其冪甲壬辛丙　甲乙句其冪乙庚癸甲

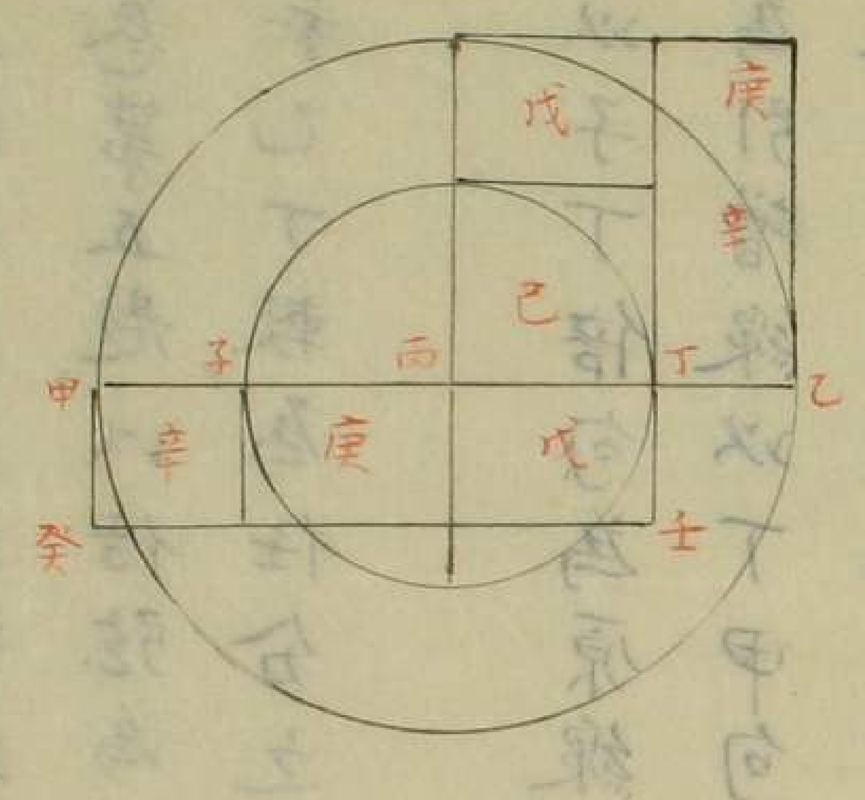
法於原形之甲正角作十字線分弦冪為兩長方一為丑子丁丙準股冪一為丑子戊乙準句冪又引之至己又自庚癸自壬辛並引之至己而成方角

次移甲丑丙句股補己子丁虛形又移己壬甲句股補丁辛丙虛形即成股冪而與丑子丁丙長方等積

又移甲丑乙句股補己子戊虛形再移己卯戊句股補戊癸寅虛形又移戊卯甲癸形補癸寅乙庚虛形即成句冪而與丑子

戊乙等積

解幾何二卷第五題第六題



甲丙為弦。以丁丙為句。甲句弦和。乙丁句弦較。丁甲同丁壬。甲癸亦同

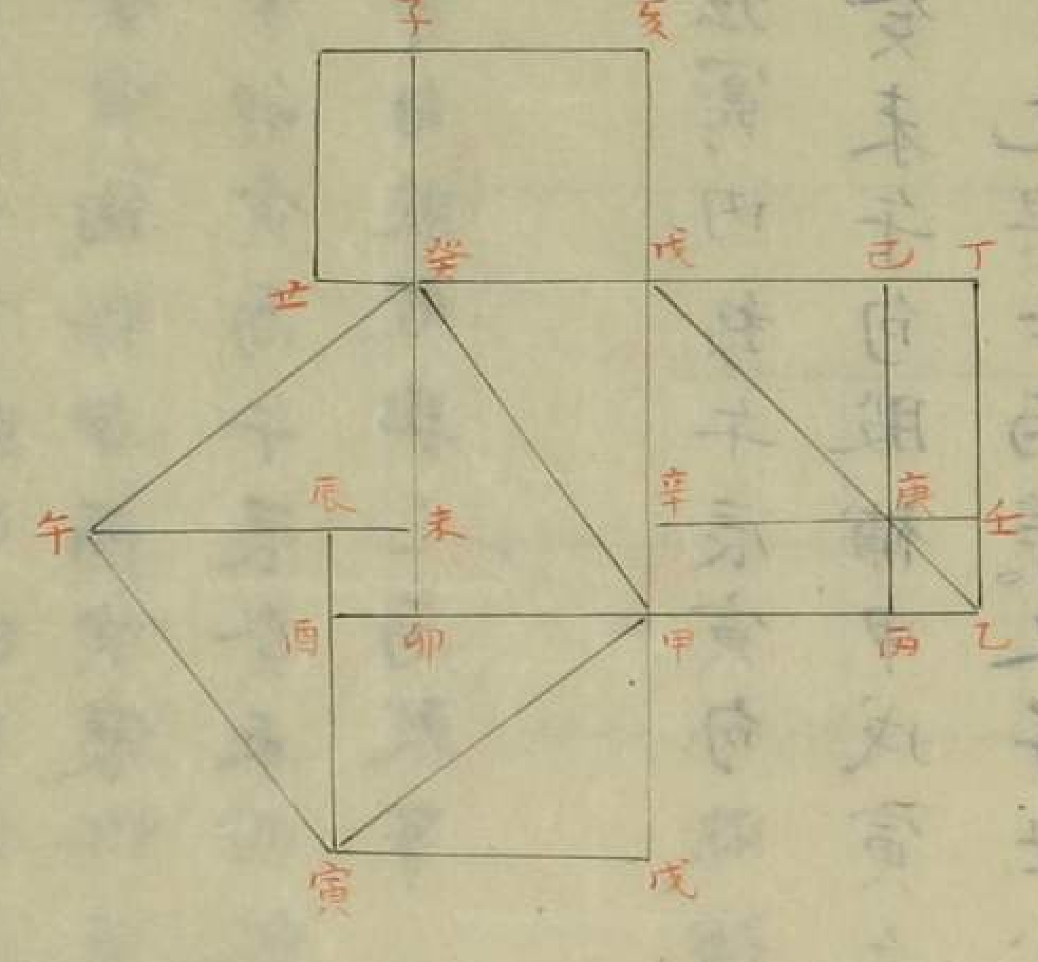
庚辛戊己弦冪也　己句冪也　戊庚辛較乗和之長方冪也

移戊補戊。移庚辛補庚辛。而弦冪內。浄多一己形。即句冪也。故弦冪內。有和較相乗之長方。又有句冪也

論曰。凡大小方形相減。則其餘必為兩形邊和較相乘之長方。
是故己形者句自乘之小方也。戊庚辛句弦較乘句弦和之長
方也。合之成戊庚辛己形。即弦自乘之大方矣。
幾何二巻第五題。以倍弦為甲乙原線。以甲丙弦為平分之線。
以甲丁和乙丁較為任分之兩線。以丁丙句為分内線。其理一
也
第六題以子丁倍句為原線。以丁丙句為平分線。以句弦較乙
丁甲即子為引増線以丁甲句弦和為全線其理亦同
以數明之　甲丙弦八　丁丙句五　乙丁較三　丁甲和十
三　和較相乘三十九　句自乘二十五　以句冪加和較長
方共六十四。與甲丙弦冪等

又論曰。用股弦和較亦同

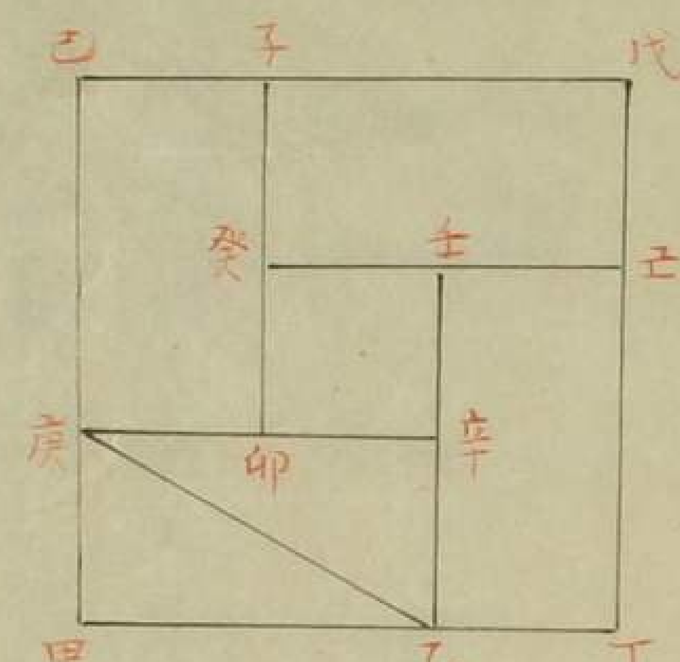
解幾何二巻第七題



甲丁股冪。即甲乙元線上方。子戊句冪。即甲乙分內所作己辛方。乃仕分線甲丙上方也。併之成癸寅弦冪。即所謂兩直角方形併也。弦冪內有戊甲股即甲乙原線戊癸句。即仕分之甲丙線相乘長方形二。即己甲長方。及丁辛長方。亦即甲乙偕甲丙矩形二也。及句股較。乙丙上方一。即壬丙小方。亦即所謂分餘線上方也何以明之。曰。試於戊癸線引

長至丑令丑癸如己丁較。即乙丙。遂作子丑小長方。與丁庚等以益亥
癸成亥丑長方與丁辛等。亦與己甲等
次於癸寅內。作甲酉寅辰午未癸卯四線。皆與甲乙股等自
然有甲卯寅酉午辰癸未四線。皆與戊癸句等又自有未卯
卯酉等句股較與乙丙較等即顯弦冪內有句股形四較冪
一也
試於弦冪內。移午辰寅句股。補癸戊甲之位。成戊卯長方。與己甲等
又移癸未午句股補甲戊寅之位。成戊酉長方。與亥丑等而較冪未
酉小方元與壬丙等。又子丑小長方元與丁庚等
合而觀之。豈非丁甲股冪。及子戊句冪併。即與己甲亥丑兩長方
及壬丙小方等積乎

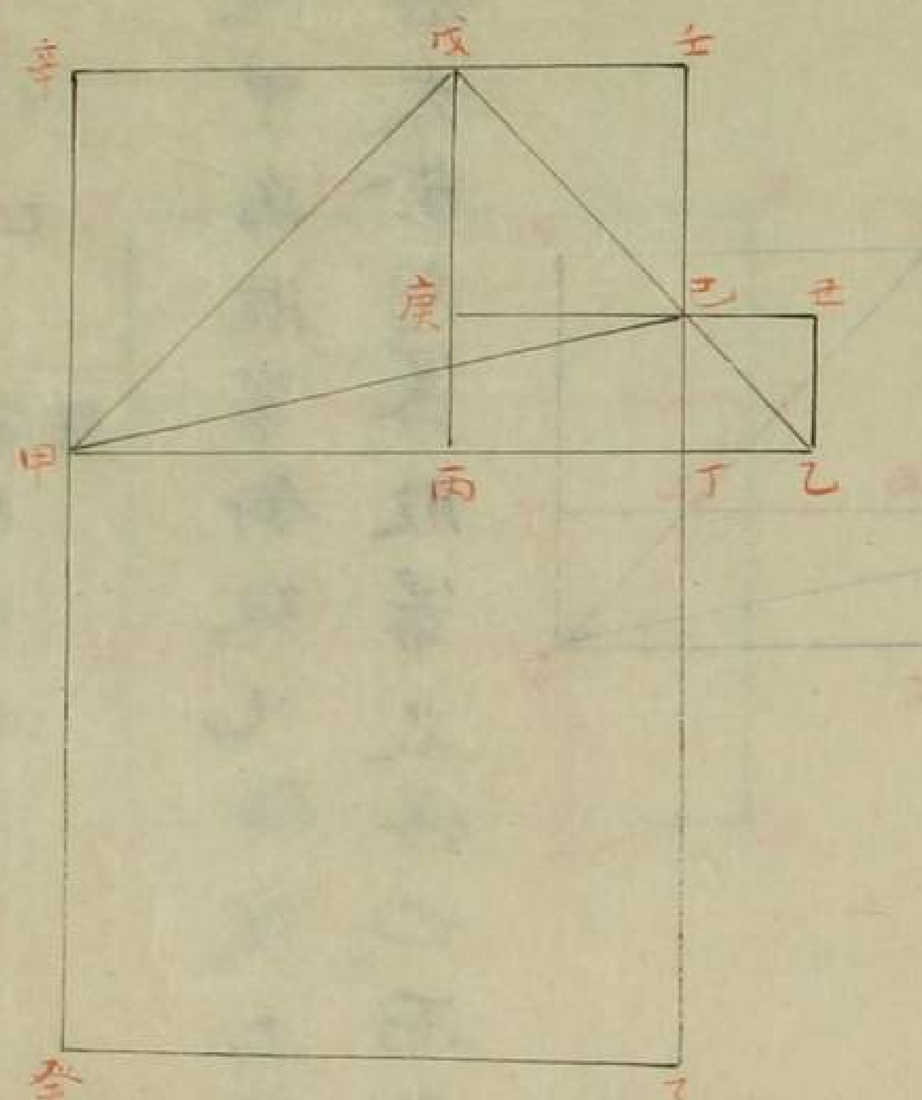
解幾何二卷第八題



庚甲乙句股形取丁乙如庚甲句則丁甲為句股和
和之冪為丁己大方。即元線甲乙偕初分線上直角方也於大方周線。甲戊丑己
子。皆與庚甲句等。即丑丁戊子己庚。皆與甲乙股等。即甲乙元線也句線則初分線
次作丑癸庚辛乙壬子卯四線。皆與外周四股線平行而等。
自有丑壬子癸庚卯乙辛四線。皆與外周四句線平行而等。
又有壬癸癸卯卯辛辛壬四句股較線自相等即分餘線也

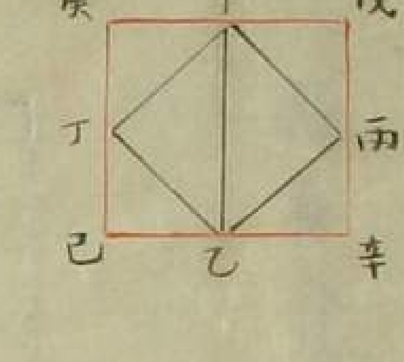
丁己和冪内有長方形四。皆句乘股之積即元線倍初分線矩内形四也又有句股較自乘冪一。即分餘線上方形也

解幾何二巻第九題



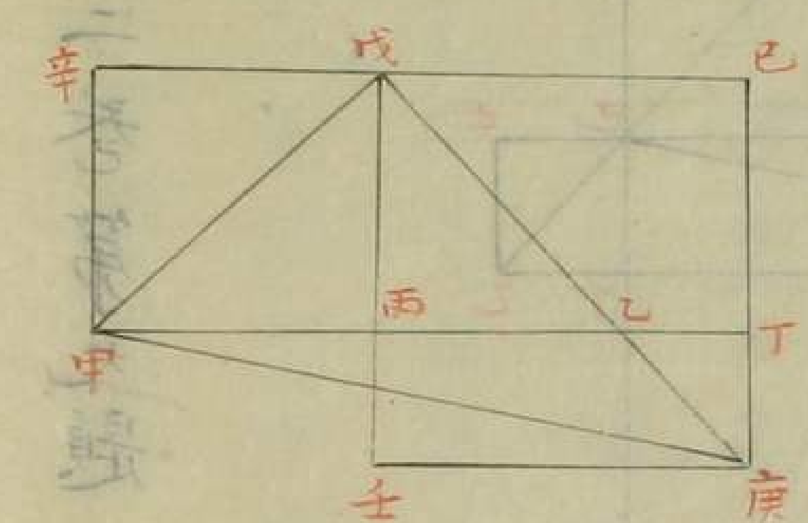
斜線上方倍於元方圖

甲丙為股丁丙為句丁甲句股和乙丁句股較
壬庚為句冪辛丙為股冪
壬丁較冪丁癸和冪
戊己線上方為句冪之倍
戊甲上方為股冪之倍。併和較冪倍大於句冪股冪之併。
古法倍弦冪内減句股和冪。開方得較。若減較冪。亦開方得和。即其理也



甲丙乙丁方内有甲乙斜線依斜線作庚戊辛己方則為元方之倍

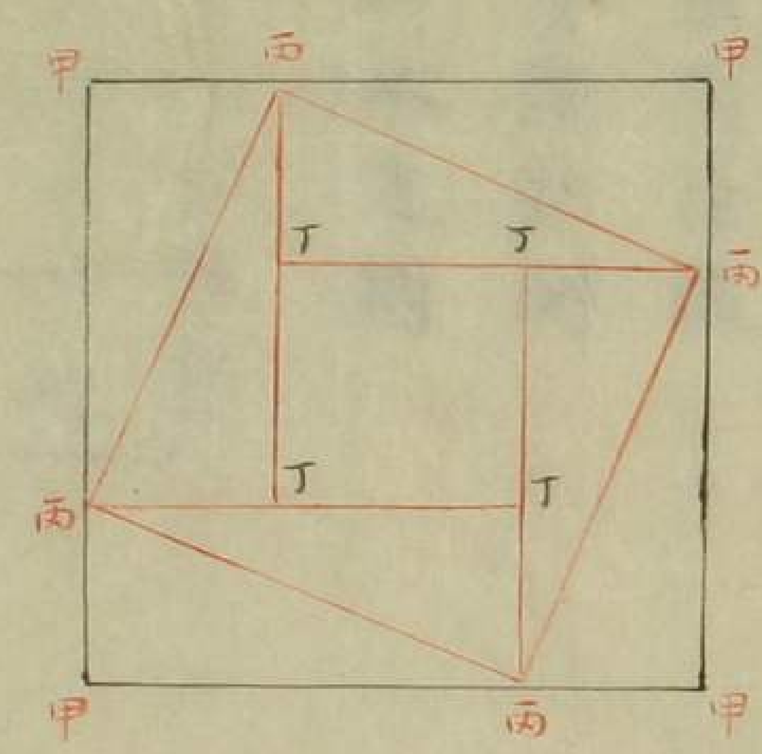
論曰。己丁較上方。與丁甲和上
方。併之即己甲上方也。戊己線
上方。與戊甲線上方併亦即己
甲上方也。而戊己為句冪斜
線。戊甲為股冪斜線。凡斜線上方形。倍於原方。故較冪併和冪。
亦倍大於句冪。股冪之併也。而句冪股冪併之即弦冪。古人所以用倍弦冪也



此第十題與前題法同　甲丙
即句　丁丙即股　丨甲全線
即和　丁乙引增線即較
准前論。丁庚乙即丁較上方冪與
丁甲和上方冪併成庚甲線上

冪。而庚甲冪内。原兼有丙丁股。即己戊亦即己庚。及丙甲句二冪己壬為股
冪。辛丙為句冪之倍數。庚戊為股斜線。戊甲為句斜線。其冪必倍於股冪。其冪必倍於句冪。故庚甲冪
内能兼戊庚。及戊甲二冪

古圖

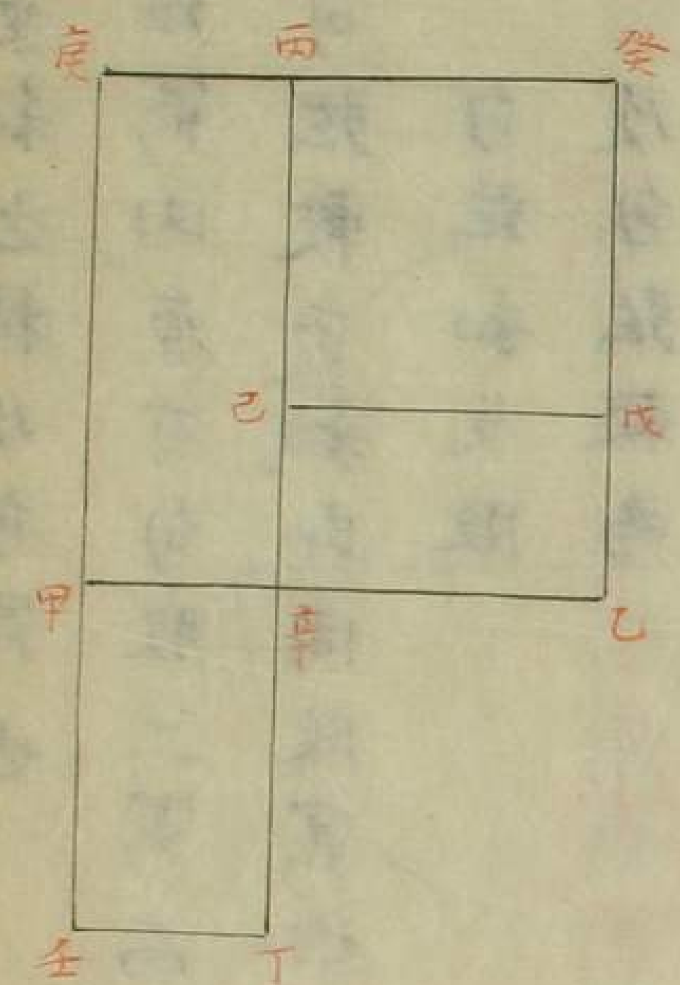


丙丙線皆弦也丙丙方弦冪也。
甲丙之長者皆股也。亦即丙丁丁甲
丙之短者皆句也。亦即丙丁丁丁線
句股較也。丁丁小方較冪也。甲
丙甲句股和也。甲甲大方和冪
也。
丁甲長方。皆句股相乘。即倍句股形積也
合而觀之。則弦冪内有句股積四。及較冪一也。和冪内有句股

積八。及較冪一也　若倍弦冪。則有句股積八。及較冪二也。故
以和冪減倍弦冪得較冪　若以較冪減之。亦得和冪矣

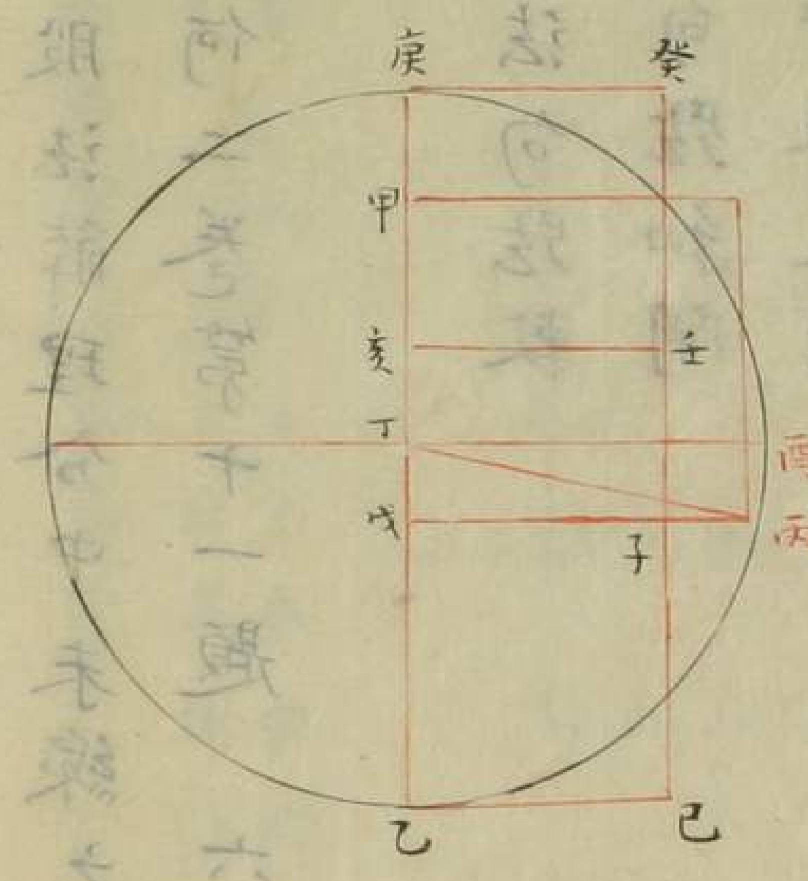
以句股法解理分中末線之根
即幾何二卷第十一題　六卷第三十題　四卷第十第十一
題

古法句弦較
乘句弦和開
方得股之圖



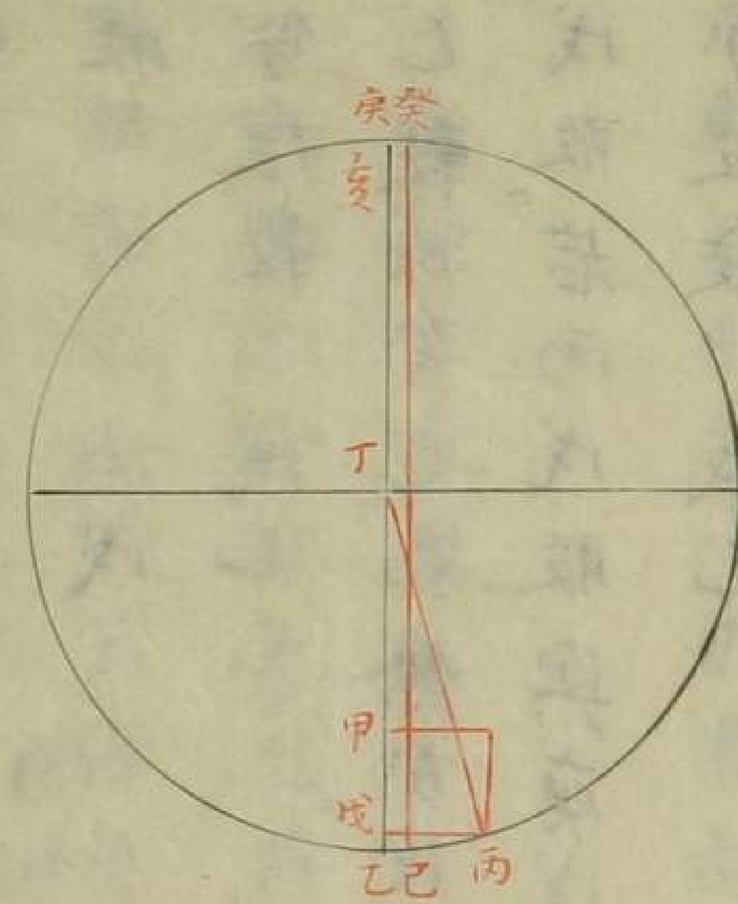
癸庚弦　其冪　乙丙癸句
其冪丙戊
引庚甲弦至壬。使甲壬如丙癸
句。則庚壬為句弦和丙庚。原為
句弦較　以較乘和。成丙壬長
方　長方丙截甲丁小長方與
戊辛等　其餘庚辛
合而觀之。是弦冪內。兼有句弦

較桒和之積。及句冪也
夫弦冪因。原有句股二冪。而今以句弦較桒和之積。可代股冪
句弦較桒和。即同股冪也
句弦和及股
及句弦較為
連比例圖



用法
有句弦和　有句弦較　求股
法以較桒和開方得股
或有股有句弦和求句求弦　法。
以股自桒為實。以句弦和除之
得較。以較減和半之得句。句加
較得弦。若先有較以除股冪。亦
得和矣

如圖　丙戊丁句股形　丙丁弦與丁乙等。亦與丁庚等
丁戊句　亥戊為倍句　乙戊為句弦較與庚亥等　戊庚為
句弦和與亥乙等　亥已為句股和桒句弦較之積。
與戊癸等



丙戊股　其方冪甲丙
准前論。甲丙方與亥已長方等
積（戊癸亦同）則庚戊和與丙戊股。若
丙戊股與戊乙較也

一 句弦和 庚戊

二 股 丙戊

三 股 丙戊

自相乘得甲丙方

四 句弦較 戊乙

以戊乙較減亥乙。和餘亥戊倍句折半為句。丁戊或亥丁 或戊乙較與丙戊股。若丙戊股與庚戊和也

一 句股較 戊乙

二 股 丙戊

三 股 丙戊

自相乘得甲丙方

四 句股和 庚戊

又論曰。以二圖合觀之。凡倍句加句弦較。即句弦和以倍句減句弦和餘即句弦較

此不論句小股大如前圖。或句大股小如後圖。並同此可以明倍句與句弦較。必為句弦和之兩分線。故以句弦和為全線。則其內兼有倍句及句弦較之兩線矣。但倍句有時而大於較。有時而小於較。故不能自為連比例。而必藉股以通之

今於句弦和全線內。取倍句如股。則先以股線為和較之中率者今以如股之倍句當之。而倍句原係句弦和全線之大分。於是和與倍句之比例。若倍句與較。亦即為全與大分。若大分與小分。此理分中末線所由出也下文詳之

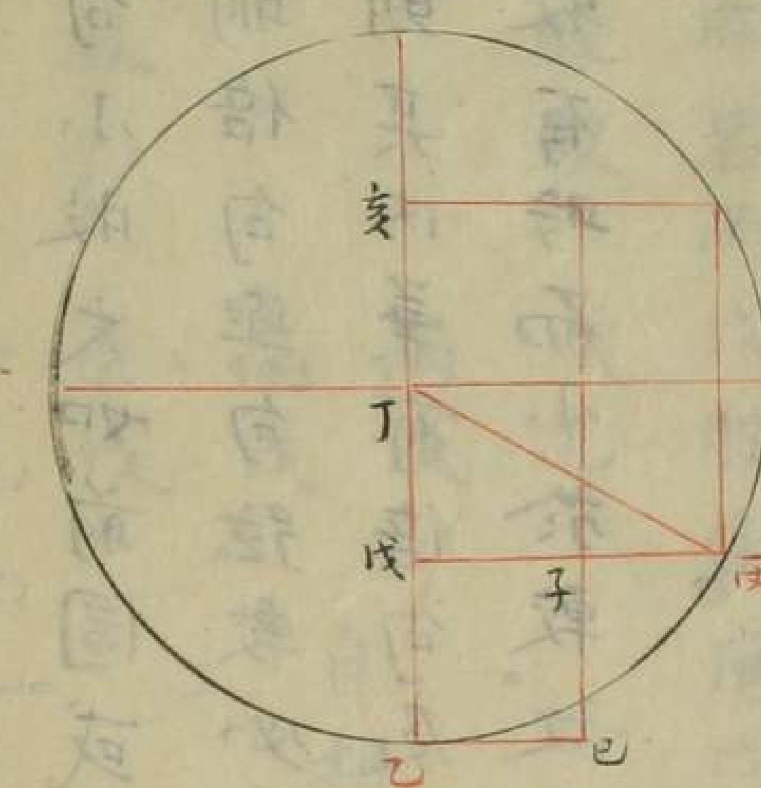
丙戊線上取理分中末線

先以丙戊線命為股　以丙戊折半成丁戊命為句

取丙丁弦與丁乙等。則戊乙為句弦較

變股為倍句成

理分中末線圖



亥戊倍句與丙戊股等　以加較成亥乙即句弦和

亥乙為和較相乘積。與丙亥股冪等。丙亥為丙戊股之方。即為亥戊倍句之方。

准前論。亥乙和與丙戊股

若丙戊股與戊乙較

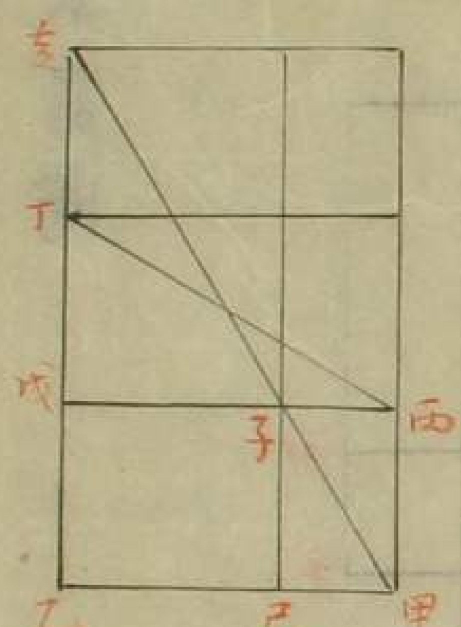
令亥戊即丙戊。則又為亥乙和與亥戊倍句。若亥戊倍句與戊乙較也

夫亥乙者全線也。亥戊其大分。戊乙其小分也。合之則是全線與其大分。若大分與其小分

論曰。此以丙戊股線。為理分中末之大分。而求得其全線亥乙與其小分戊乙也。而大分與小分之比例。原若全線與大分。故

理分中末線

比例圖



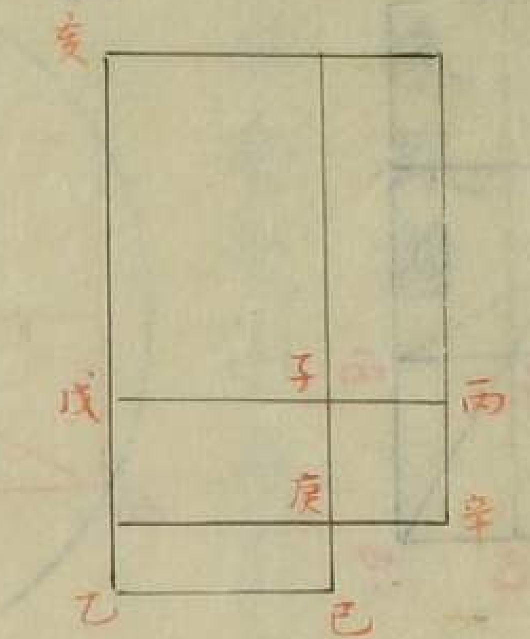
即可以丙戊大分為全線。而以小分戊子即戊乙也為大分。則子丙自為小分矣

以亥乙為全線。亥戊大分。即丙戊。亦即乙甲。戊乙小分。即戊子

亥乙與乙甲。即亥戊大分　若亥戊與子戊也。即亥戊與戊乙

理分中末線

相生不窮圖



此用亥乙甲大句股。比亥戊子小句股

若丙戊為全線

則又戊子為大分。亦即子己子丙為小分。亦即己甲為亥戊與戊子、若子己與己甲也。即子即丙戊與戊子。戊與子丙

此用亥戊子大句股。比子己甲小句股亥戊與戊乙。若戊子與子丙又相視之理也

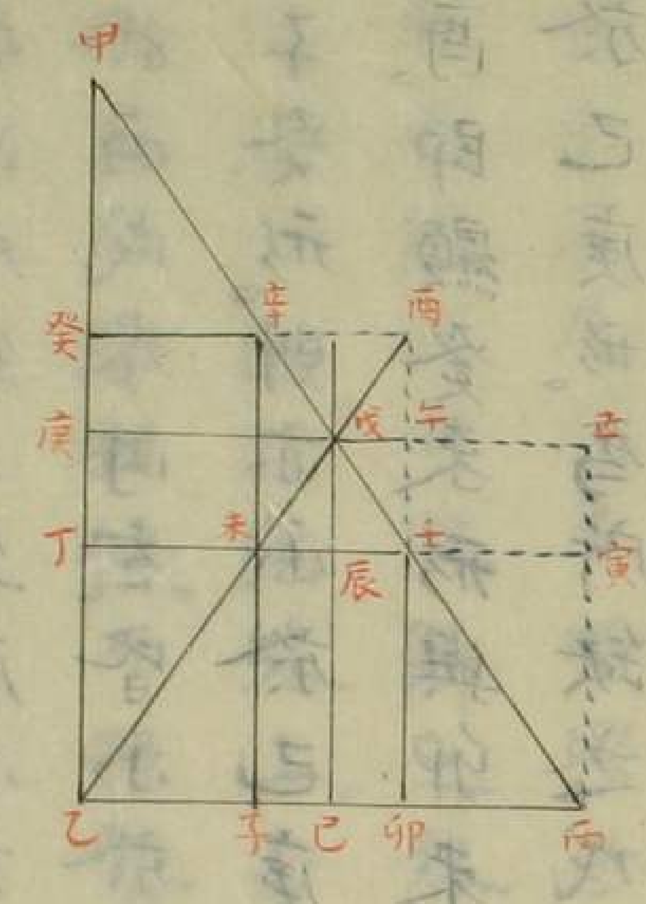
又若子己為全線

則子庚又為大分庚己又為小分

其法但於大分子己内、截取子庚如小分丙子。作丙庚小方。則戊子己即子與子丙。若子庚與庚己

似此推之。可至無窮

解幾何三卷第二十七題



甲乙丙句股形。以乙丙句折半於己。作己戊線與股平行。平分甲丙弦於戊。又作戊庚線與句平行。平分甲乙股於庚。成己庚長方。此即半句乘半股為句股積之半也。

凡句股形內依正角作長方。惟此為大。若於形內。別作長方皆小。皆不及句股半積也。今仍作卯丁形。則小於己庚。何以知之。曰。試作壬戊線。與丙己半句平行而等。又作壬丙線與戊己半股平行而等。又引辰壬

至寅。引壬卯至午。即顯壬丑形。與壬己形等。又乙辰原與己寅等。則以己寅加壬丑。而成丑午壬辰己之罄折形。即亦與卯丁形等矣。夫罄折形在壬己方形內。而缺午辰之一角。即相同罄折之卯丁形。以較己庚半積方形。亦缺戊未之一角也。葢丑己等己庚。而所缺之午辰小方。亦等戊未也。　准此言之。即凡作長方於丙戊界內者。皆小於己庚半積形也

又作子癸形。則亦小於己庚。何以知之。曰。試作戊乙對角線引之至酉。即顯癸未形與卯未形等。即卯丁形與子癸形亦等。而其小於己庚形。為所缺之戊未小方亦等矣。　准此言之。即凡作長方於甲戊界內者皆小於己庚半積形也

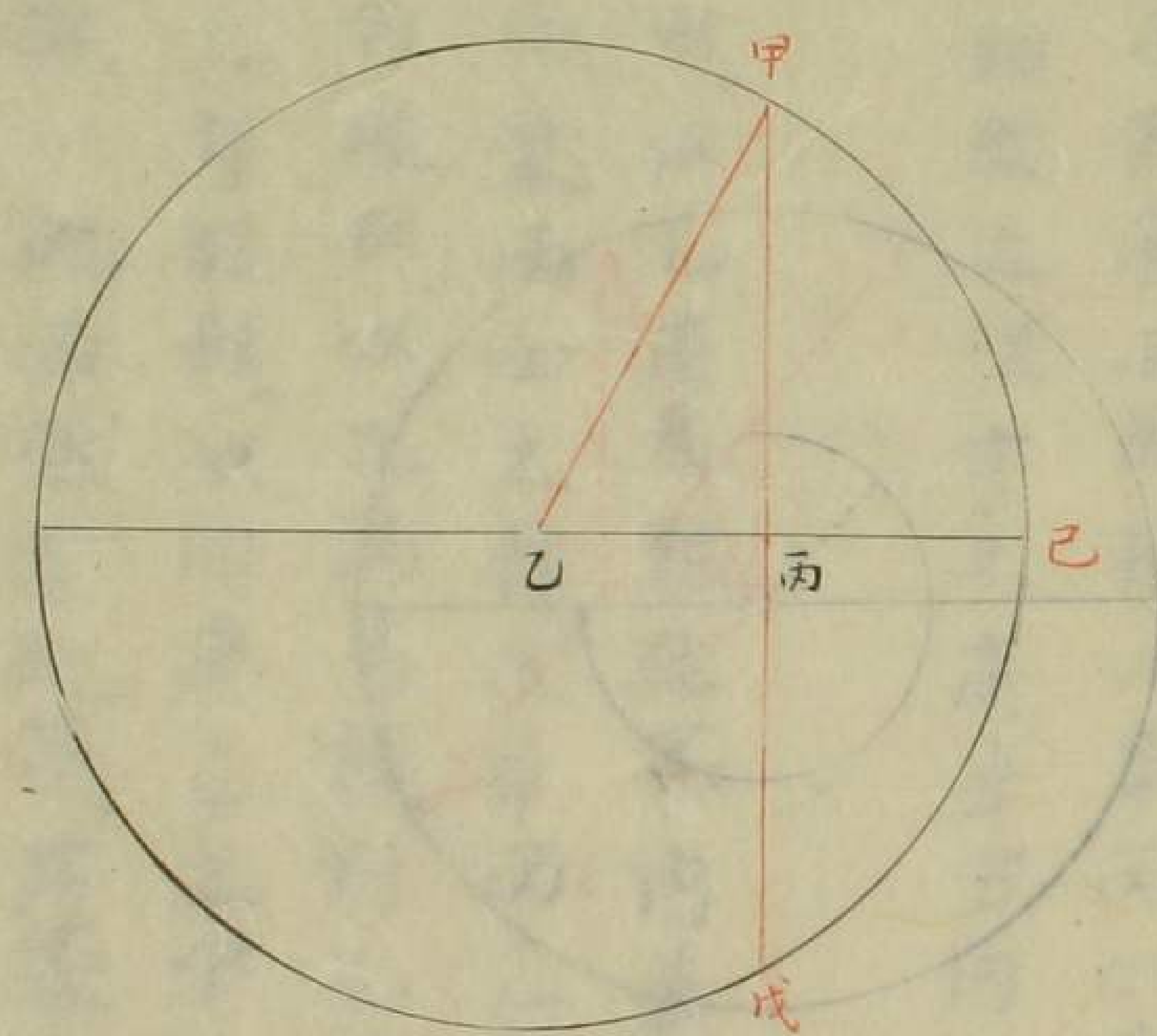
又知句股內容方之積。亦皆小於己庚半積。惟句股相等如半方者。容方即為半積

論曰。此罄折形。依弦線而成。葢即幾何所謂有闕依形也。所闕之小方午辰及戊未。皆與丑己形相似。而體勢等。以有弦線為之對角也然以句股解之殊簡

又論曰。若壬角在弦線上。去戊角更遠。則所缺之午辰小方亦更大。而其形皆相似。而體勢等辛角亦然

解幾何三卷三十五題

員内有一線不過心而十字交於員徑。即句股和較之法

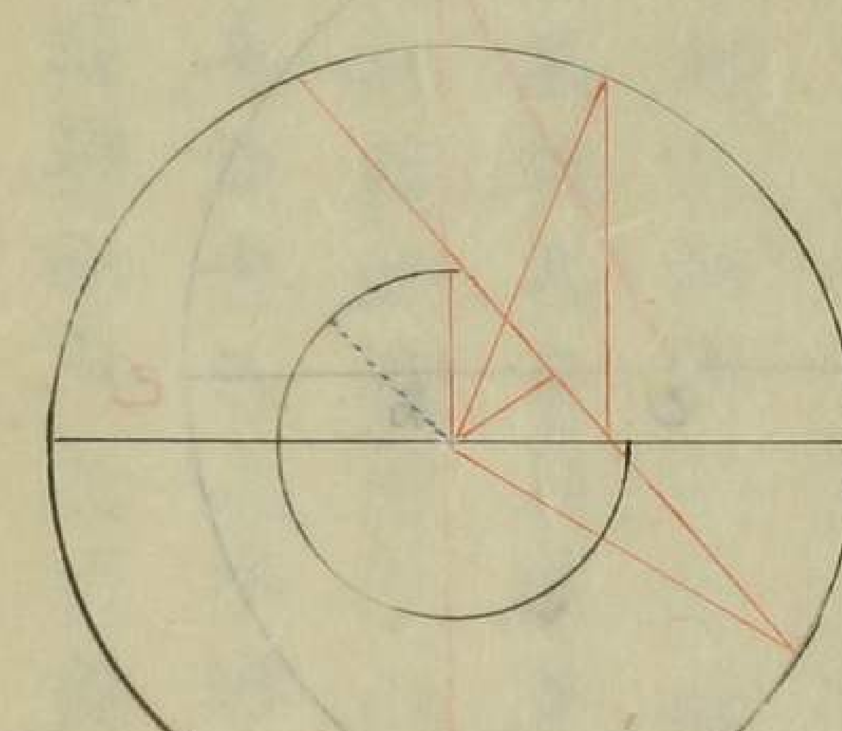


甲丙乙句股形以甲乙弦為半徑作員。則甲丙股為正弦。丙乙句為餘弦己丙矢為句弦較。丁丙大矢為句弦和

依句股法較乘和開方得甲丙股

而丙戊亦甲丙也。故甲丙乘丙戊與己丙乘丁丙等積

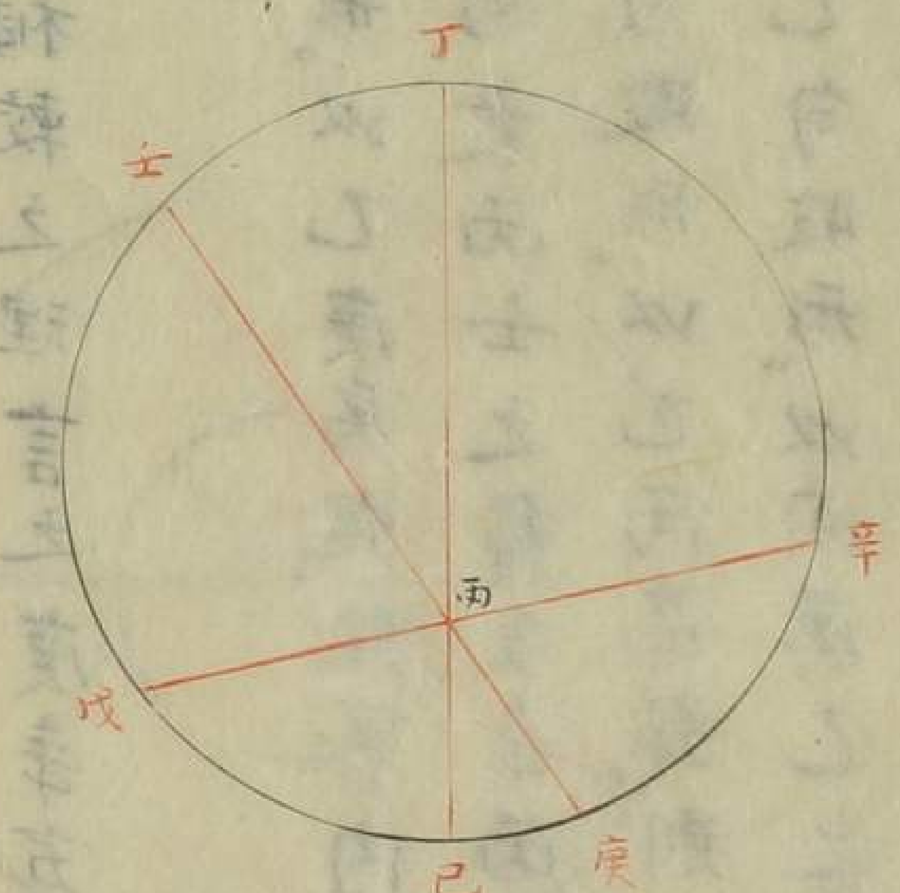
也
幾何三巻第三十五題。言員内兩線相交。則其各分之線相乗
等積即此理也
若有一線不
過心而斜交
於徑。則如此
圖以他句股
交錯求之。與
後圖參看更
明



己丁過員心線有
庚壬斜線相交於丙。
分丙己及丙丁。又分丙庚及丙壬。皆分
為兩弦。自員心乙作
十字線。至辛平分庚
壬為兩辛庚。辛壬皆斜線
之半
辛庚半線内。又分辛
丙為小線
以辛丙減辛庚。餘庚丙為較。以辛丙加辛壬。成丙壬為和
以大小二方相較之理言之。庚辛方内有庚丙較。乗丙壬和之
積。及辛丙方
乙辛庚句股形。以乙庚為弦。弦冪内兼有庚辛及乙辛句股二
冪。即兼有庚丙乗丙壬之積及辛丙乙辛二方也
又乙辛丙小句股形。以乙丙為弦。則乙丙方内。兼有辛乙辛丙
二方。丙甲丙乙句股形。以同庚乙之甲乙為弦。弦冪内兼有甲
丙及乙丙二方。此兩弦者既等。其冪必等。而其所兼之辛丙
乙辛二方。又與乙丙方等。則各減等率。而其所餘之庚丙乗丙
壬積。亦必與甲丙方等矣。

而己丙乘丙丁。原與甲丙方等。則己丙乘丙丁。亦必與庚丙乘丙壬等矣

若兩線俱不過心。則作一過心線和之



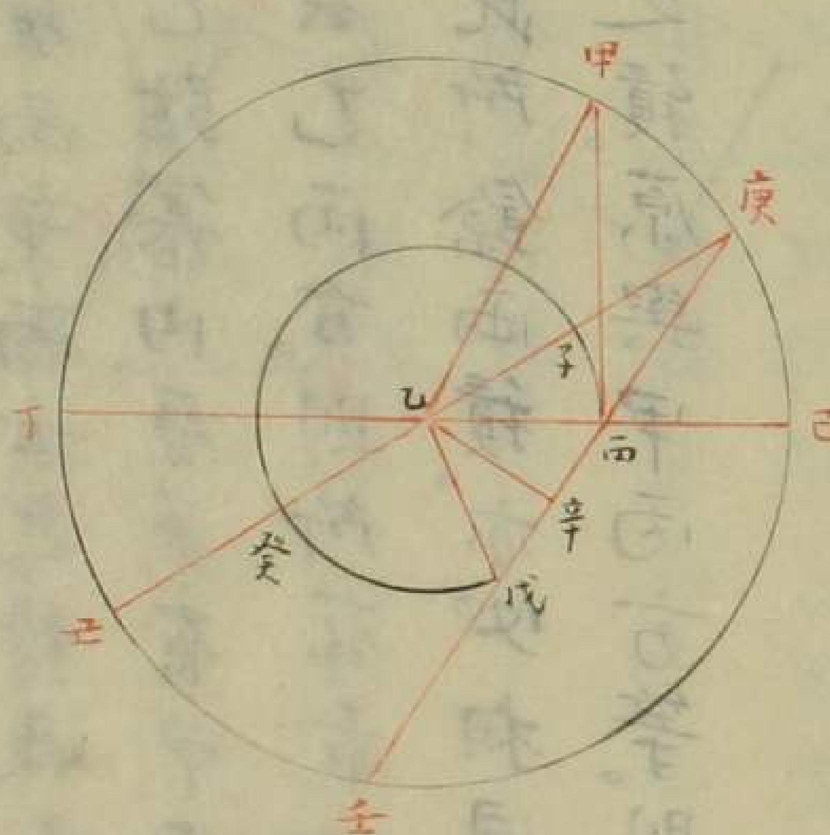
辛戊線庚壬線相交於丙。則戊丙乘丙辛。與庚丙乘丙壬亦等

何以知之。曰。試作一丁己過心線。與兩線交於丙。準前論。戊丙乘丙辛之積。及庚丙乘丙壬之積皆能與丁丙乘己丙之積等。則亦必自相等矣

又法

以大小兩句股相減

若不用乙戊乙癸線即前法



丁己員徑有庚壬斜線相交於丙。則庚丙乘丙壬。與己丙乘丙丁等

如法作乙辛及乙庚線。成乙辛庚句股又成乙辛丙小句股。以丙辛句減庚辛句餘庚丙為較以同丙辛句之辛戊。加庚辛句。成庚戊為和。即丙壬又以乙丙弦。即乙子。即乙癸。亦減庚乙弦餘子庚為較又兩弦相加

成庚癸為和。即子壬以庚子較乘庚癸和。與庚丙較。乘丙壬和之積必等。詳後條而己丙即庚子。丙丁即子壬。亦即庚癸故己丙乘丙丁。與庚丙乘丙壬亦等

又大小方相減之理　庚乙方內。兼有庚子乘庚癸之積。及乙子方。即如兼有庚丙乘丙壬之積及乙丙方也。乙丙即乙子而同庚乙之甲乙弦冪內。原兼有甲丙方及乙丙方。此庚乙甲乙丙積內。各減去乙丙方。則所存者。一為庚丙乘丙壬之積一為甲丙自乘積。此所餘兩積。亦必相同可知矣

又己丙乘丙丁之積。原與甲丙方等。則亦與庚丙乘丙壬等矣。

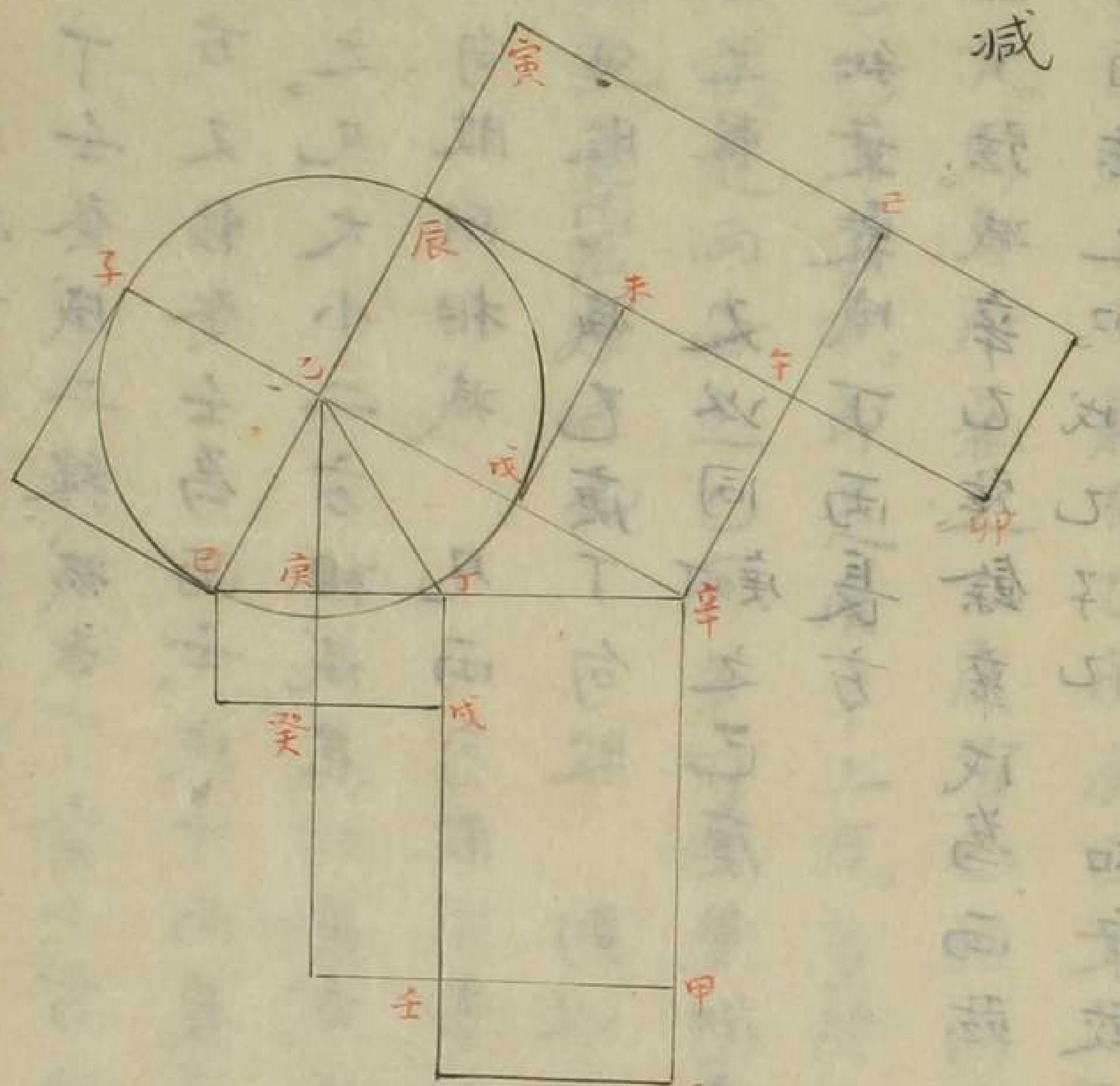
先解兩方相減

寅辛大方內減子己小方　寅辰為兩方邊之較。卯辰為兩方之和。即子辛

法以小方邊子乙為度。于大方邊截取乙辰乙戊作辰午線。及戊未線成辰戊小方。與乙子等為減去之積

兩方相減

又兩句股相加減合圖



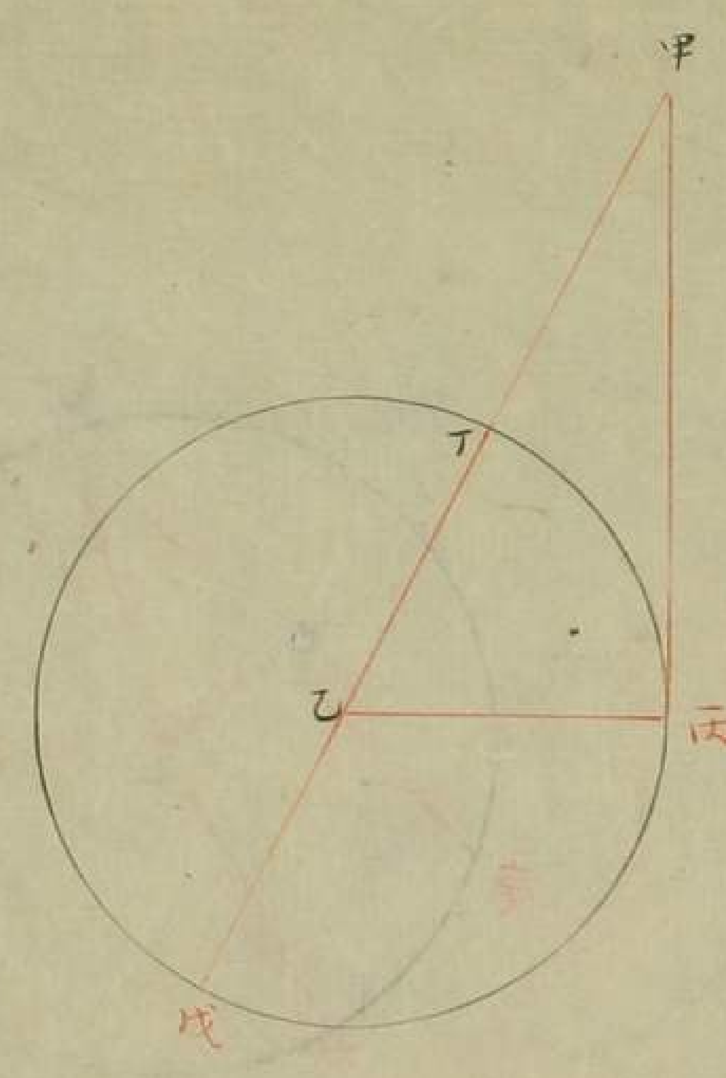
其餘為寅午長方。即二方較線寅辰乘大方邊之積及未辛長方即較線午未乘小方邊之積取未辛長方移補壬卯之位。成卯寅長方。即較乘和之積

又庚甲大方內減

己癸小方。丁辛為兩方較。己辛為兩方和。亦即辛丙
如法。作丁壬癸成二線。減去丁癸小方與己癸等。其餘辛壬壬
癸兩長方。又移癸壬為丙壬。成丁丙長方。即較秉和之積也
準此論之。凡大小二方相減。其所餘者。必皆為較秉和之積
次解兩句股形相減　凡兩句股同高。即可相加減謂股數同也
乙庚辛句股内減乙庚丁句股　則以丁庚句。減辛庚句。餘丁辛
為兩句之較　又以同丁庚之己庚句。加辛庚句成辛己為兩句
之和　和秉較成丁丙長方
又以乙丁弦。減辛乙弦。餘辛戊為兩弦之較　又兩弦相加。成
辛子為兩弦之和。戊乙子乙並同丁乙　和秉較成卯寅長方
此兩長方者。其積必等。無論乙為正角。或鈍角。或銳角。並同

何以明其然也。曰。依句股法乙辛弦上方。兼有乙庚。庚辛上二
方。又乙己弦上方。兼有乙庚庚己上一方。今既以乙己上方。減
乙辛上方。則各所兼之乙庚方已相同而減盡。故乙辛上方之
多於乙己上方者。即是庚辛上方。多於庚己上方之數也
又所用者。是兩合之乙庚辛句股。及乙庚己句股。即乙庚丁故不論
乙角銳鈍。其法悉同也

解幾何三巻三十六三十七題

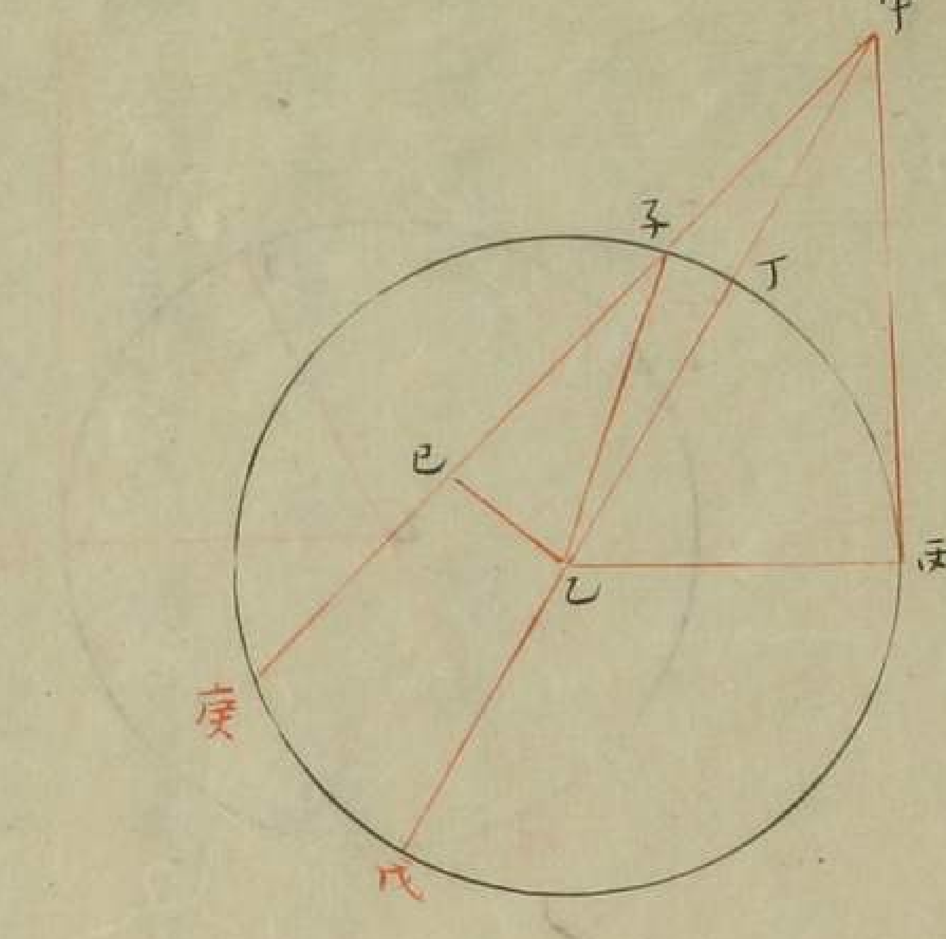


甲丙乙句股形　以丙乙句為半徑作圓　則甲丙股為切線　甲乙弦為割線　甲乙割線内減丁乙半徑。則甲丁為句弦較　甲乙割線加戊乙半徑。成甲戊為句弦和　和較相乘。平方開之。得甲丙股

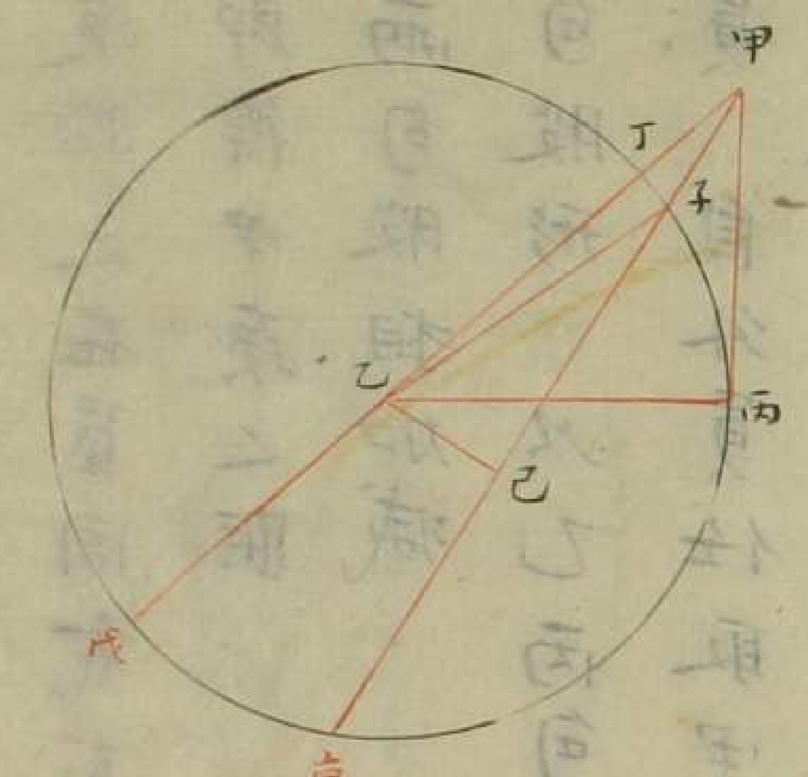
幾何三巻。第三十六題。三十七題之理。蓋出於此

若割圓線不過乙心　如甲庚　則以他句股明之

法自乙心向割員線。作乙己為十字正交線。則割線之在員內者。平分為兩。子己己庚並為員內線子庚之半



又作乙子半徑。成子己乙小句股。則子乙小弦上方冪。兼有子己小股。乙己小句兩冪。又甲庚總線既分於己。則甲己大線內減子己小線。其餘甲子在員外者為較。以小線己庚。加大線甲己。成甲庚總為和
凡大小二方相較。則大方內兼有較乘和及小方之積。則是甲



己冪內。必兼有甲子乘甲庚之長方。及子己方也
又甲己乙亦句股形。其甲乙弦內。原兼有甲己及乙己句股二冪。即是兼有甲子乘甲庚之長方。及子己方。與乙己方也。而子己及己乙二方。原合之成一子乙方子乙。即丙乙也。是合丙乙方與甲子乘甲寅之長方而成甲乙方也
又甲丙乙句股形 同似甲乙為弦。原合丙乙方與甲丙方。而成甲乙方

兩形之甲乙方内。各去其相等之丙乙方。則其餘積。一為甲子乘甲寅之長方。一為甲丙自乘方。是二者。不得不等矣

用法

凡測平員形　既得甲丙切線　自乘為實　以甲丁之距為法除之。得甲戊之距。以甲丁距減之得丁戊員徑

若欲測庚物之在員周者。亦以甲丙切線自乘為實。以甲子為法除之。即得甲庚之距

又法用兩句股相加減

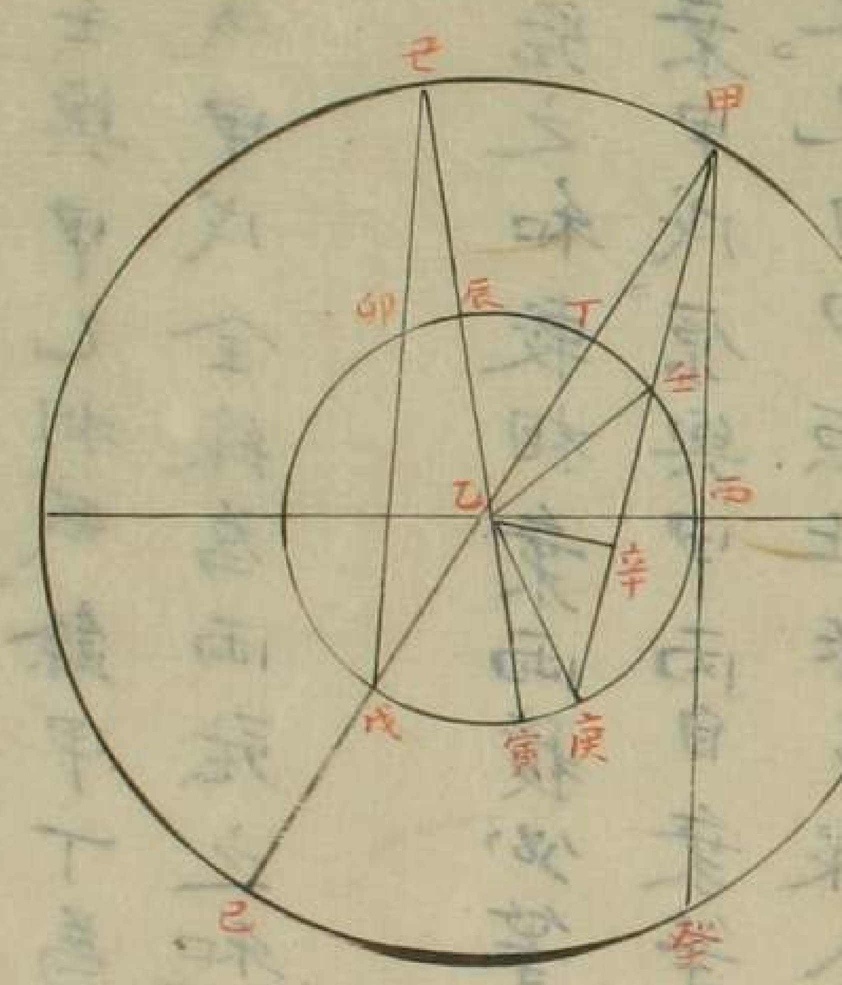
甲乙丙句股形　以乙丙句為半徑作員　又以甲乙弦為半徑作外員　自外員任取甲點作過心員徑至戊　又任作一不過心斜線入内員至庚　則以兩員間距線乘其全線。皆與股冪等。而亦自相等

如以甲丁乘甲戊。或甲壬乘甲庚。其積皆等。又皆與甲丙切線上方冪等

法以兩句股相加減

先自乙心作乙辛十字正線。平分壬庚線於辛。成乙辛甲句股

又作乙壬乙庚二線。成乙辛壬小句股。與乙辛庚等



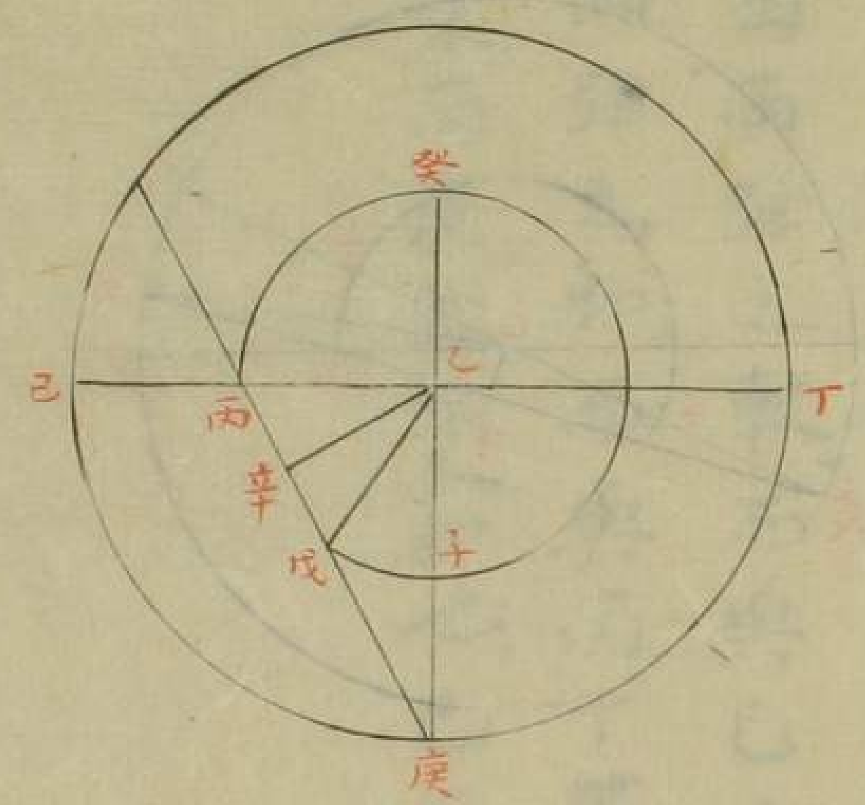
法以辛壬與甲辛相減。餘甲壬為兩句之較又相加成甲庚全線為兩句之和則以甲壬乘甲庚為句之較乘和也

又以乙壬與甲乙相減。餘甲丁為兩弦之較亦相加成甲戊全線為兩弦之和。則以甲丁乘甲戊為弦之較乘和也

此句與弦之和較相乘兩積必等而甲丁乘甲戊。原與甲丙自乘等。以甲丙乙句股言之也故三積俱等。準此論之。凡自甲點任作多線入內員。其法並同。不但此也。但於外員同任作線入內員亦同。如於丑作丑戊線。則丑卯乘丑戊。亦與甲丙冪等

何以知之。曰。試於丑作丑寅過心線。即諸數並同甲戊矣。如丑卯戊之於丑辰寅。猶甲壬寅之於甲丁戊故也

簡法



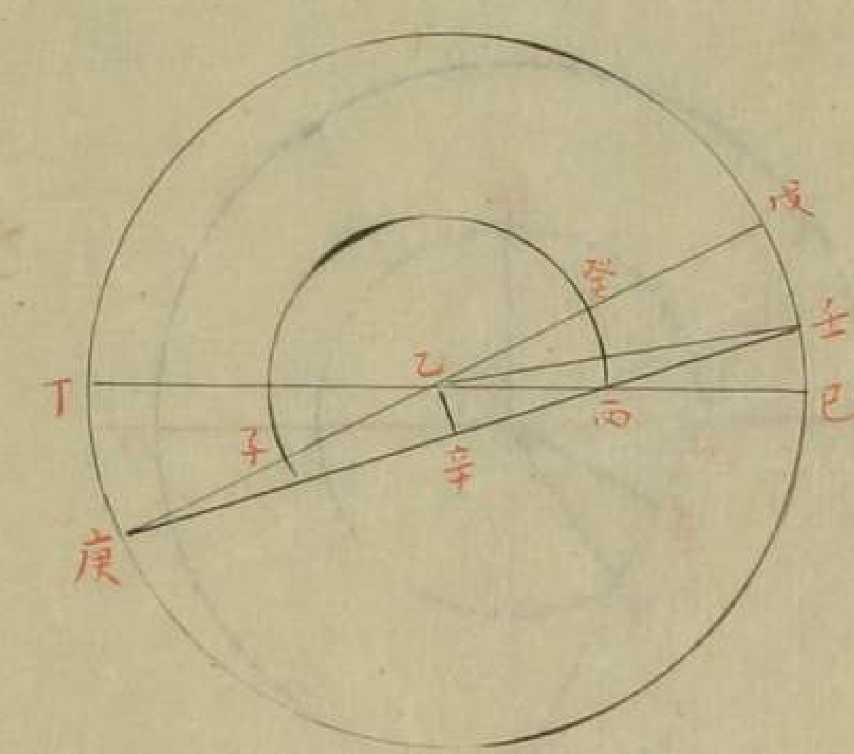
庚壬斜線交丁己員徑於丙。如法作乙辛線成乙辛庚句股形。及乙辛丙小句股形

又以丙辛小句與辛庚大句相減。得庚戊較。又相加成庚丙和

再以乙丙小弦。即乙癸。亦即乙子與庚乙大弦相減得子庚較。又相加成癸庚和

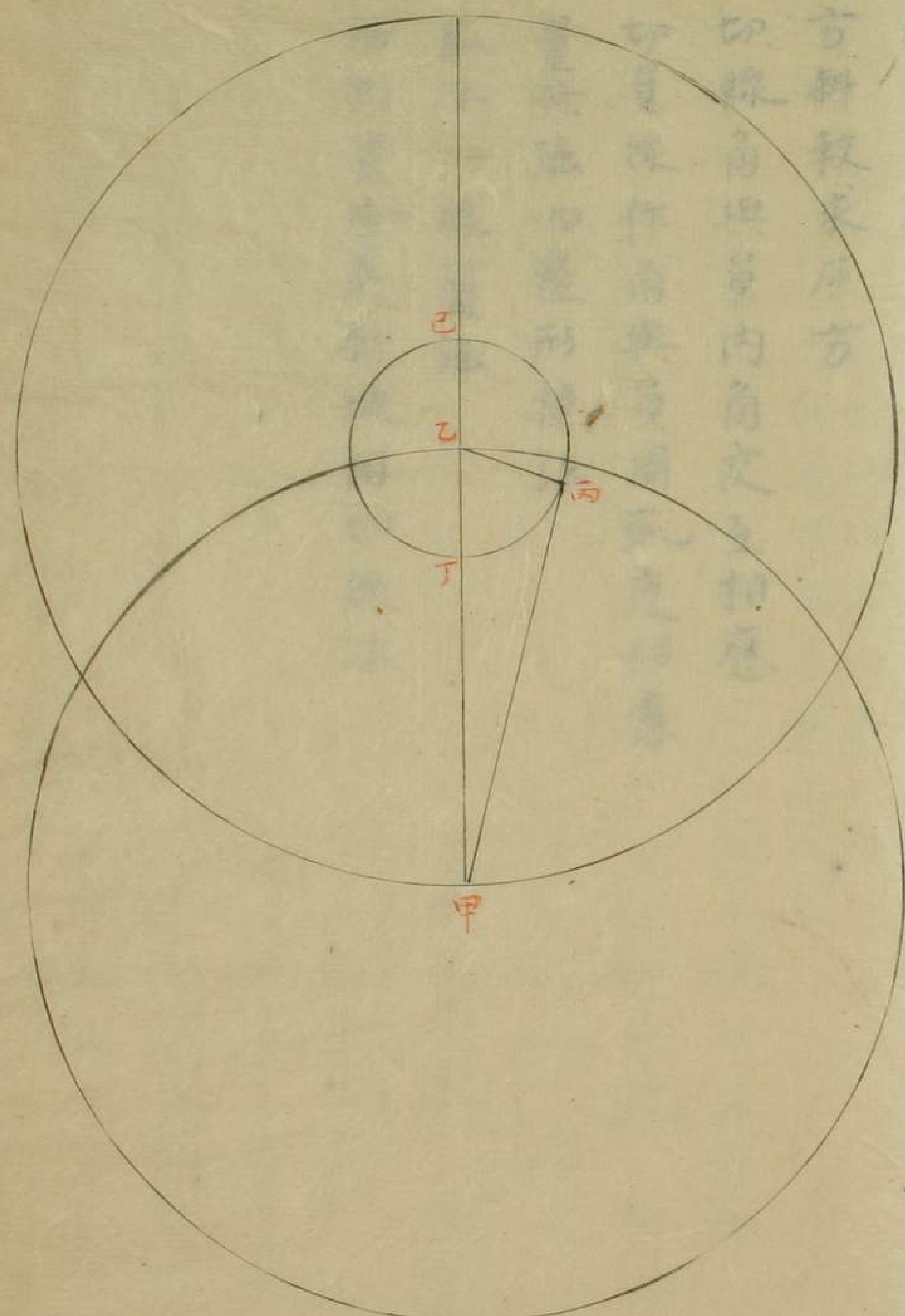
依大小兩句股相加減弦。庚戊較乘庚丙和與子庚較。乘庚癸

和同積
而壬丙原同庚戊。又己丙原同子庚。而丁丙亦同癸庚。則壬丙
乘庚丙。亦必與己丙乘丁丙同積矣

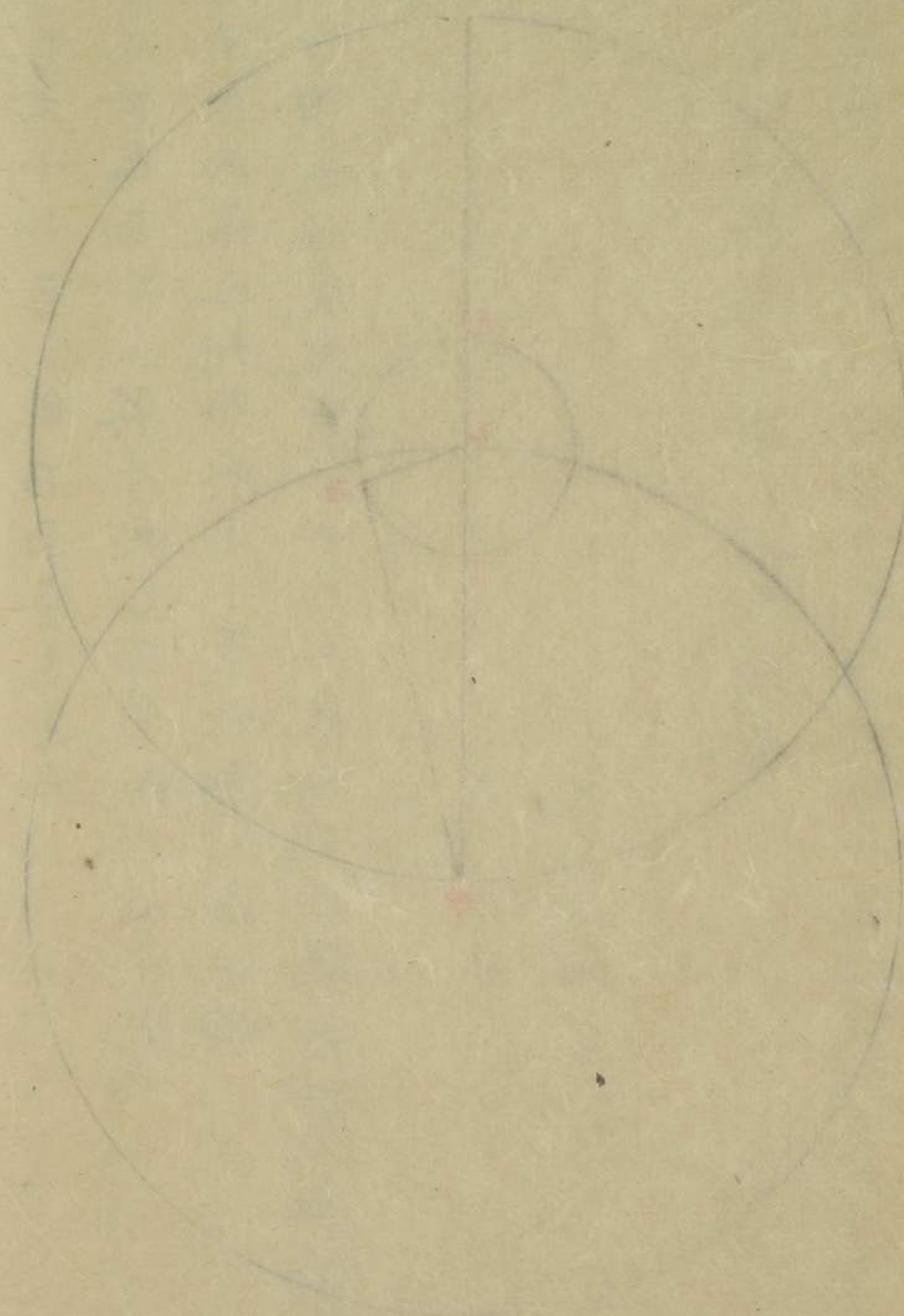


壬庚線斜交己丁員徑於
丙。依弦作乙辛。又作乙
壬線。成乙辛壬句股。及
乙辛丙小句股。皆如前
今自庚別作一過乙心線
如庚戊。則乙辛庚與乙辛
壬。成相同之兩句股。即顯

壬丙為大小兩句之較。而丙庚為其和
又顯戊癸為兩弦之較。而與己丙等。則己丙亦較也
又癸庚為兩弦之和。而與丙丁等。則丙丁亦和也
是故壬丙乘丙庚。較乘和也。己丙乘丙丁。亦較乘和也。而其積
必等


己
乙
丙
丁
甲

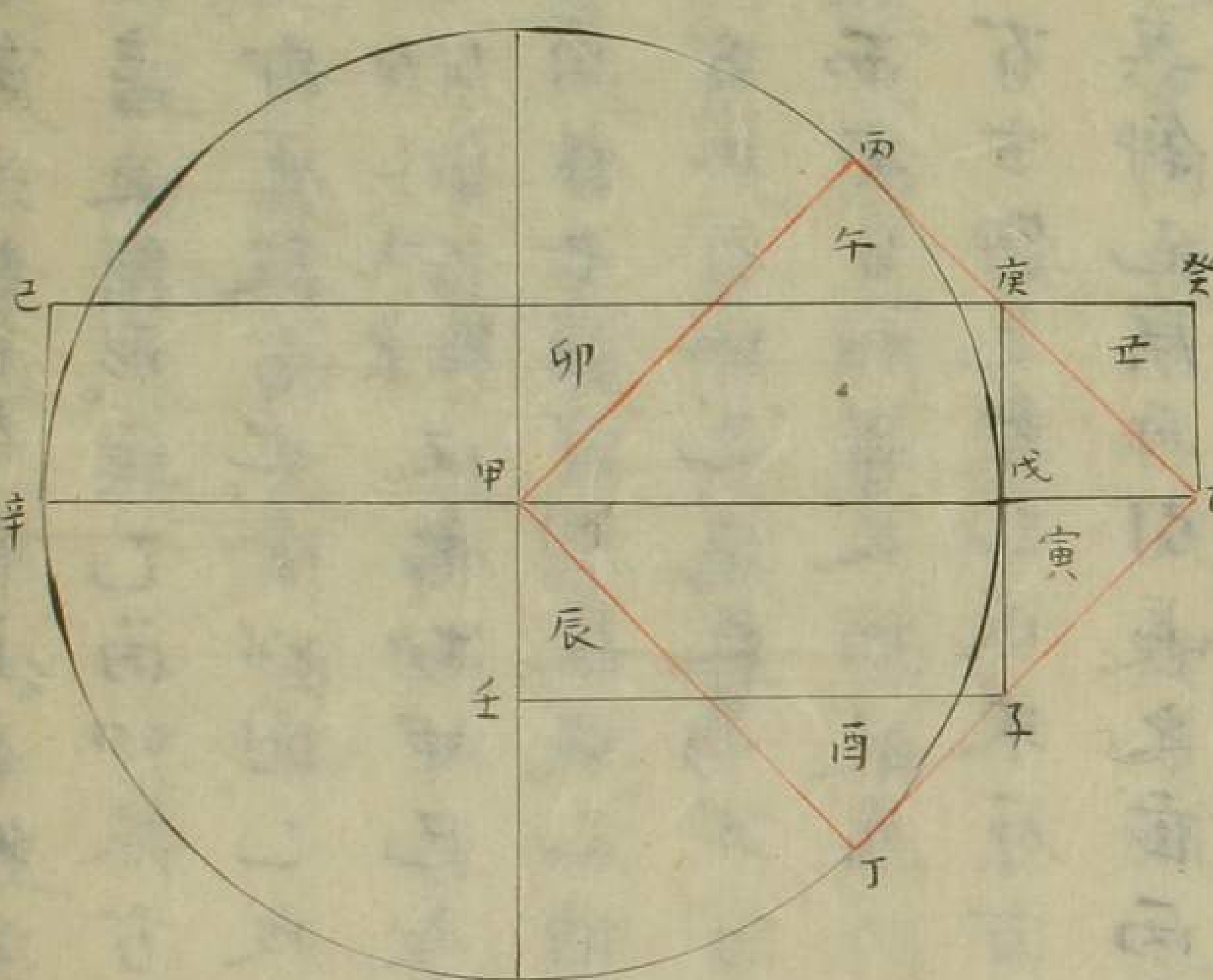
幾何增解目錄



幾何增解

方斜較求原方

幾何約論線第十四條有用法今解其理



甲乙丙丁正方形甲乙其對角線戊乙為方斜之較於戊乙上作庚癸乙戊小方則丙庚與庚戊等

論曰法於方之一角甲作圜而以丙甲方徑為圜之半徑則乙丙為切圜線乙辛為自圜外割

員之全線。乙戊較為割員在外之餘綫而兩線皆出一點。則乙
戊兼乙辛之矩形。與乙丙切線方形等
夫乙丙。即原設方也。今以同乙戊之癸乙為橫乙辛為直。作乙
己長方。即乙戊兼乙辛之矩 又移切甲己長方。為子甲長方。又移卯補午。
移辰補酉。移壬補寅。則復成乙丙甲丁方形矣。而壬卯午酉等
斜剖半方形皆以乙戊較為半方形之邊。是庚戊及丙庚皆與
乙戊等。而亦自相等。又何疑焉
用法　有方斜之較乙戊求原方形之一邊法以乙戊較作小
方形取其斜乙庚再引長之截丙庚如乙戊得乙丙如所求
從此圖生一測員之法　假有員城八面開門正西門如戊門
外有塔如乙其距如乙戊西南門如丙距塔若干步如乙丙問

城徑
法以乙丙之距自乘得數為實以乙戊之距為法。法除實得乙
辛。於乙辛內減去乙戊。即員城之徑　捷法但倍乙丙。即得城
徑
有員城正西之門如戊西南之門如丙。人立於庚。可兩見之。而
庚丙與庚戊皆等。問城徑
法以庚戊自乘成戊癸小方。以方斜之法求其斜距為乙庚。以
乙庚加庚丙為乙丙。即城半徑
按此即幾何約之用法也
又以句股法解之
又論曰。試於庚丙上作丙子較線上方引庚戊至丁。則丁庚又

為丙子方之斜。而丁戊與乙丙等。從丁戊作丁壬甲戊為元方。

如所求

又論曰。此即句弦和較相乘

開方得股也　乙甲丁甲皆

如弦　戊甲甲辛甲丙甲壬皆如

句　乙戊如句弦較丁丙同

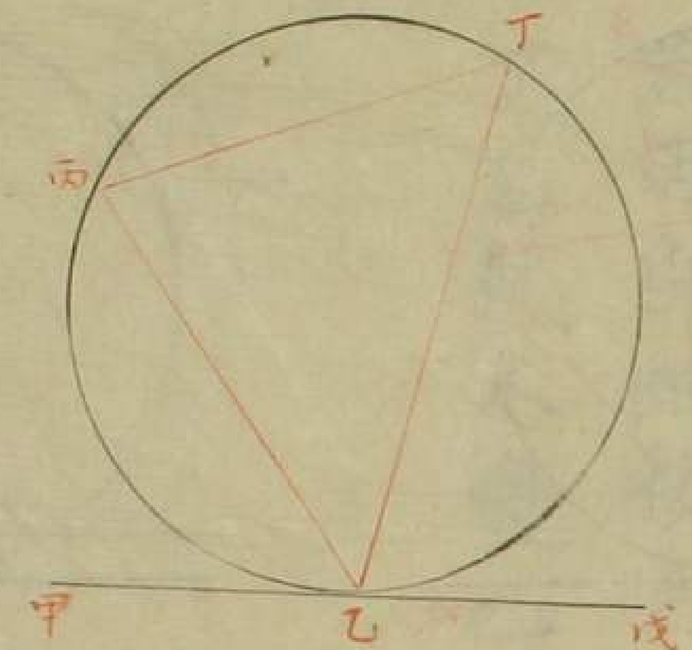
乙辛如句弦和　和較相乘

成癸辛長方　開方得丁戊

股乙丙同

切線角與圓周角交互相應幾何三卷三十二　廿三增題

乙丙丁三角形。在圓內有甲乙切圓線。則所作丙乙甲角。與丙



丁乙角同大。又丁乙戊角與丁丙

乙角同大。所謂交互相應也

論曰。丁角以乙丙弧分論度。而丙

乙甲角。亦以乙丙弧分之度為度。

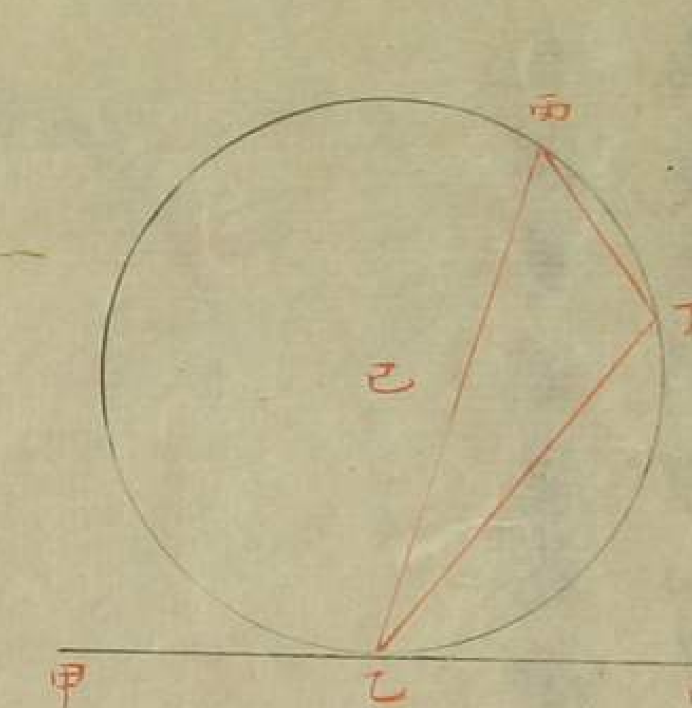
故丙乙甲角。即丁角也。丙角以丁

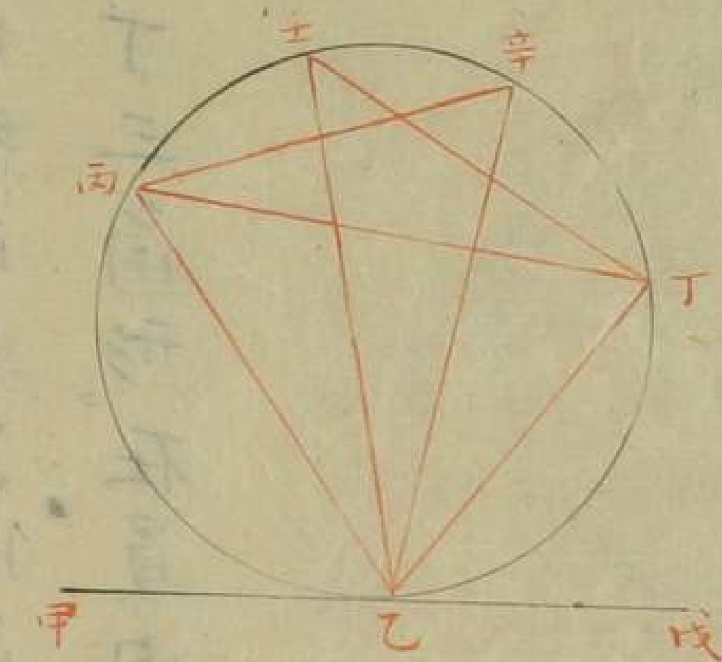
乙弧分為度。而丁乙戊角。亦以丁

乙弧分為度。故丁乙戊角。即丙角

也　凡用圓周度為角度。皆以兩度為一度。詳後第三增題

若丁為鈍角。則丙乙甲亦鈍角。兩鈍角同以丙辛乙弧為度。故



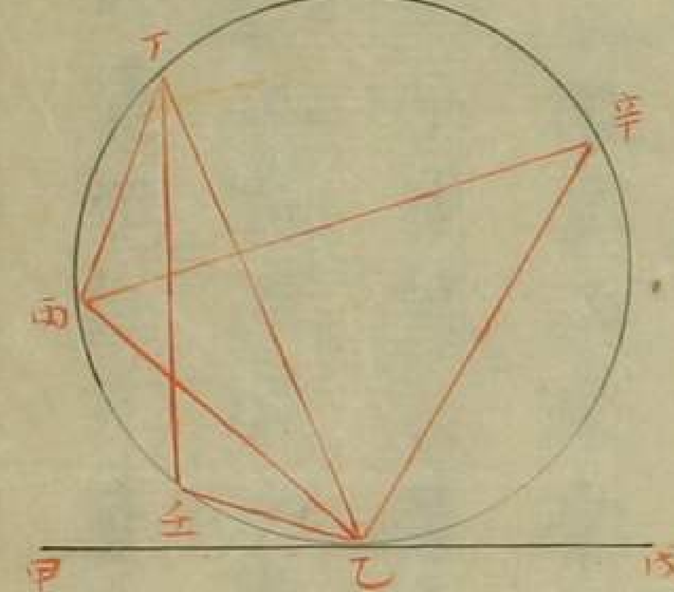


也。其丙銳角與丁乙戊銳角。則同以丁乙弧為度

又增題 員內三角形。一角移動。則餘二角變。而本角度分不變。交互相應之角度亦不變

如上圖 三圖 丁角移至辛。則丙角加大。而相應之辛乙戊角。亦從之而大。以辛丁乙弧。大於丁乙弧也。辛乙戊大。則辛乙丙小矣。其較皆為丁辛弧 若丁角雖移至辛。而其度不變。相應之丙乙甲角亦不變以所用之丙乙弧不變也

又丙角移至壬。則丁角加大。相應之壬乙甲。亦從之而大。以壬丙乙弧大於丙乙弧也。壬乙甲大。則壬乙丁小矣。其較皆為丙壬弧 若丙角雖移至壬。其度不變相應之丁乙戊亦不變以所用之丁乙弧不變也



此圖同論但丁角移。則丙角變小。丙角移亦然

又增題　切員線作角。與員周弧度相應圖

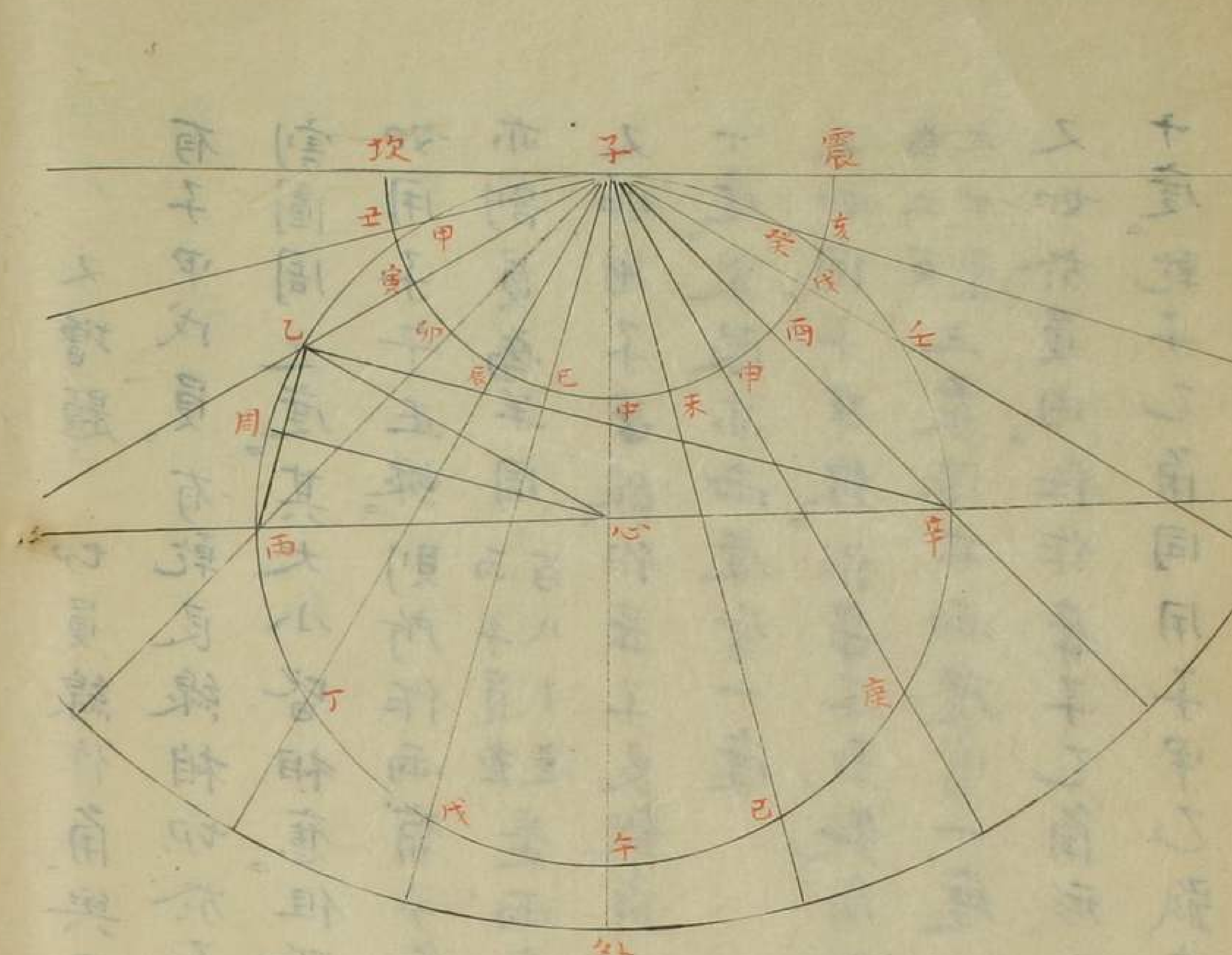
有子甲戌員。有乾艮線相切於子。從子點出線。與切線作角。必割圓周之度。其大小皆相應。但皆以員周兩度。當角之一度

如用子午正線。則所作兩旁子角皆正角。百八十度分兩正角各皆九十度而亦割員為半周兩半員並百八十度是兩度當一度

又如用子辛線。作辛子艮銳角四十五度而本線割員周。於辛為九十度。象限亦兩度當一度

又如用子辛線。作辛子乾鈍角形百三十五度而線割辛午乾員分。為二百之十度三象限亦兩度當一度

又如於員內。任作辛子乙角形。乙辛子角所乘之子甲乙弧六十度。乾子乙角同用子甲乙弧亦六十度。然其實度是坎寅弧。

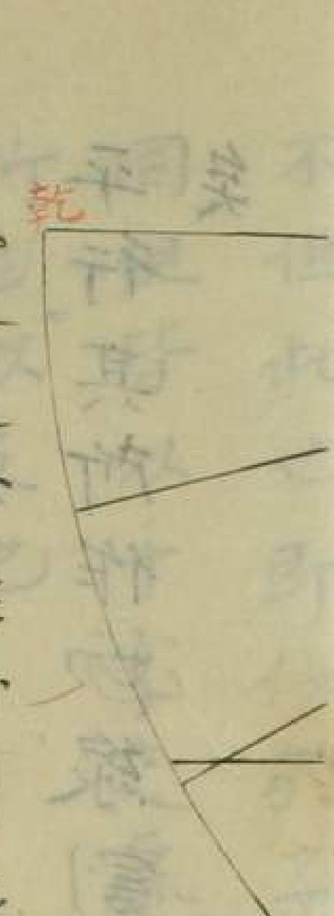


實只三十度。亦兩當一也

又子乙辛角。兼子癸壬辛弧。一象限 艮子辛角。亦割子癸壬辛弧。一象限 然其實度為震酉弧。只四十五度。亦兩當一也。

所以者何。曰。試作辛乙線。移角於辛。則所乘弧乙子甲六十度。皆實度也。今也角在心。是員周也。非員心也。凡員周之角。小於員心一倍故也

論曰。員周至員心。正得員徑



之半。故所作角為折半比例。

試作乙丙線。成辛乙丙句股形。又從心作心周線。與辛乙平行。則所作周心丙角。與乙辛丙等。而此心周線平剖乙丙句。亦平分乙周丙於周。而正得其半矣

系句股形。平分弦線作點。從此作線與股平行。即平分句線為兩

又論曰。查角度之法。皆以切點為心。作半員即見其度。此不論半員大小。或作於員內。或作於員外。並同　作於員外其度闊明。易於簡查

又論曰。試於所切圈心。作擴徑線。與切線平行。如辛丙線引長

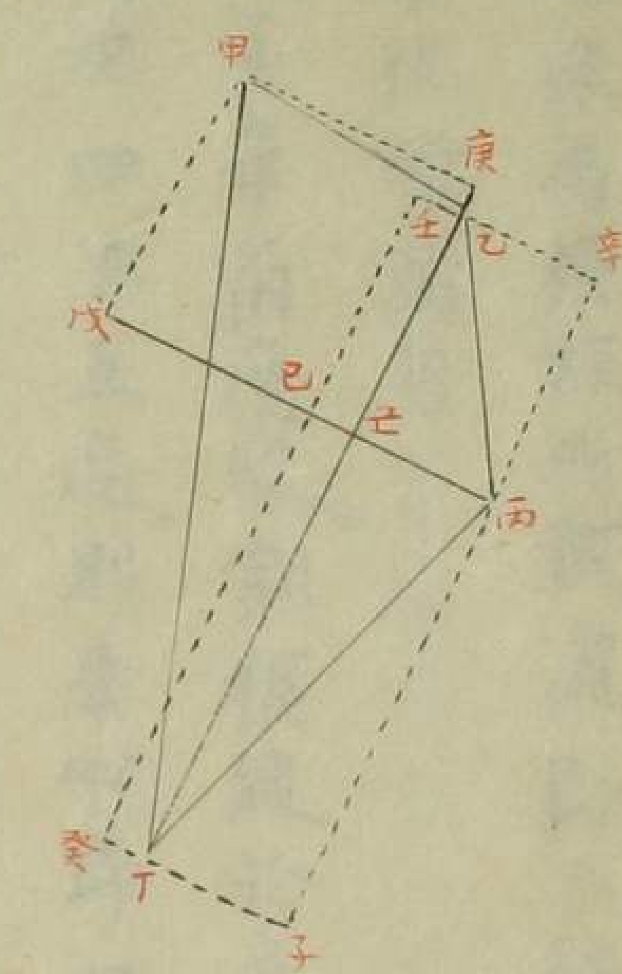
之出員外。而以查角度之線。割員周而過之。則皆成大小句股形。而所過橫線上點。皆即八線中之切線為句股形之股。角度斜線為橫線所截處。即八線中割線。常為弦。而切點至員心之半徑常為句

如子辛角度線。割橫線於辛。成辛心子句股形。其所當角度為酉中四十五度。則辛心即四十五度之切線。辛子即四十五度之割線餘並同　其子心即半徑也

又論曰。角度半員有大小。而子心半徑常為句者。以所作橫線在員心。欲用員度相較也。若於半員之端。如中如外作橫線與切線平行。其所作切線割線。亦同比例。而即以各半員之半徑為句矣

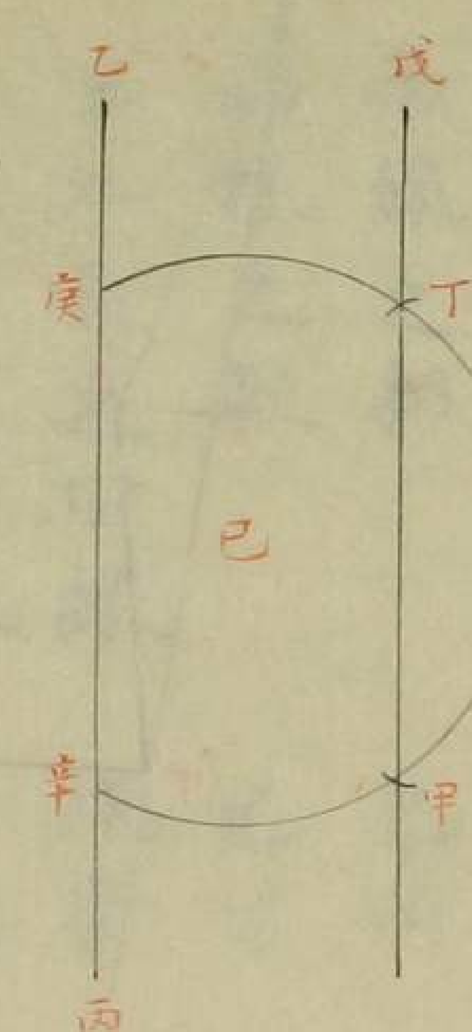
不但此也。即任於子心外直線上。任作一橫線其所作句股並同。但皆以十字交處。距子點之度。命為半徑。此八線割員之法所由以立也

量無法四邊形捷法



甲乙丙丁形求其容　先作乙丁對角線。分為兩三角形　次自丙作丙戊横線。與乙丁線。相交於己為十字正角。而取戊點與甲齊平。則戊壬即甲庚也。次以丙戊點折半於己　次作壬癸線。與乙丁平行而等　又作壬辛癸子二線。皆與己丙平行而等　得辛癸長方。即原形之容

取平行線簡法

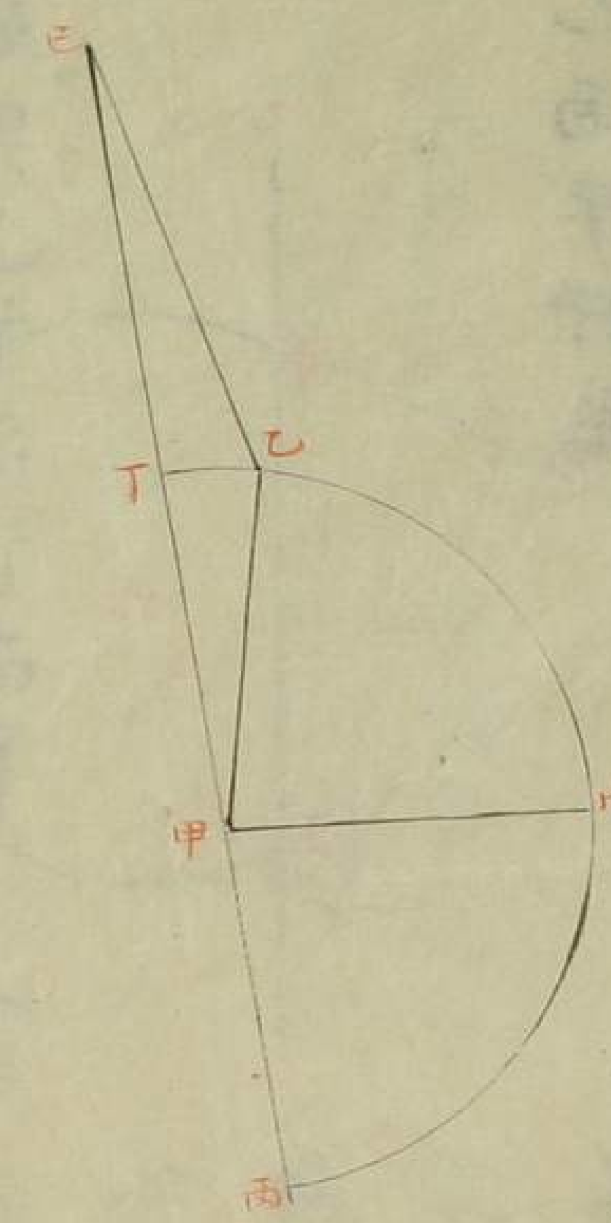


法曰。乙丙線。欲於甲點作線與之平行。法於線外任取己點為心。甲點為界。作辛甲丁庚圜分。次以庚為心。取甲辛之度為界。截圓分得丁點。末自丁作戊丁甲線。此線必與乙丙平行矣

論曰。凡圜內兩直線相距之度等。則其線必平行。如丁甲與庚辛丙線。俱在一圜之內。而所距之甲辛圜分。與庚丁圜分等。是相距之度等。而其線平行也。因讀數度衍得此法。似較他處為捷

補測量全義斜坡用切線法　係勿菴補

斜三角形。有一角兩邊，求餘邊



法用切線分外角，求得餘角。即以得邊。可不用垂線。

如甲乙己斜角形　有乙甲及己甲二邊　有甲角。

求乙己邊

法以己甲線引長之。成乙甲丙角。為原有甲角之外角。以元有甲角減半周。得次分外角之度而半之。為半外角。而求其切線為三率。併乙甲己甲二邊為首率。又以二邊相較為次率。次率乘三率為實。首率為法。除之得半較角之切線。以查表得半較角之度。以減半外角得己角。末用正弦法得己乙邊　法為己角正弦與乙甲　若甲角正弦與乙己。

三率法

一　兩線之和　己丙

二　兩線之較　己丁

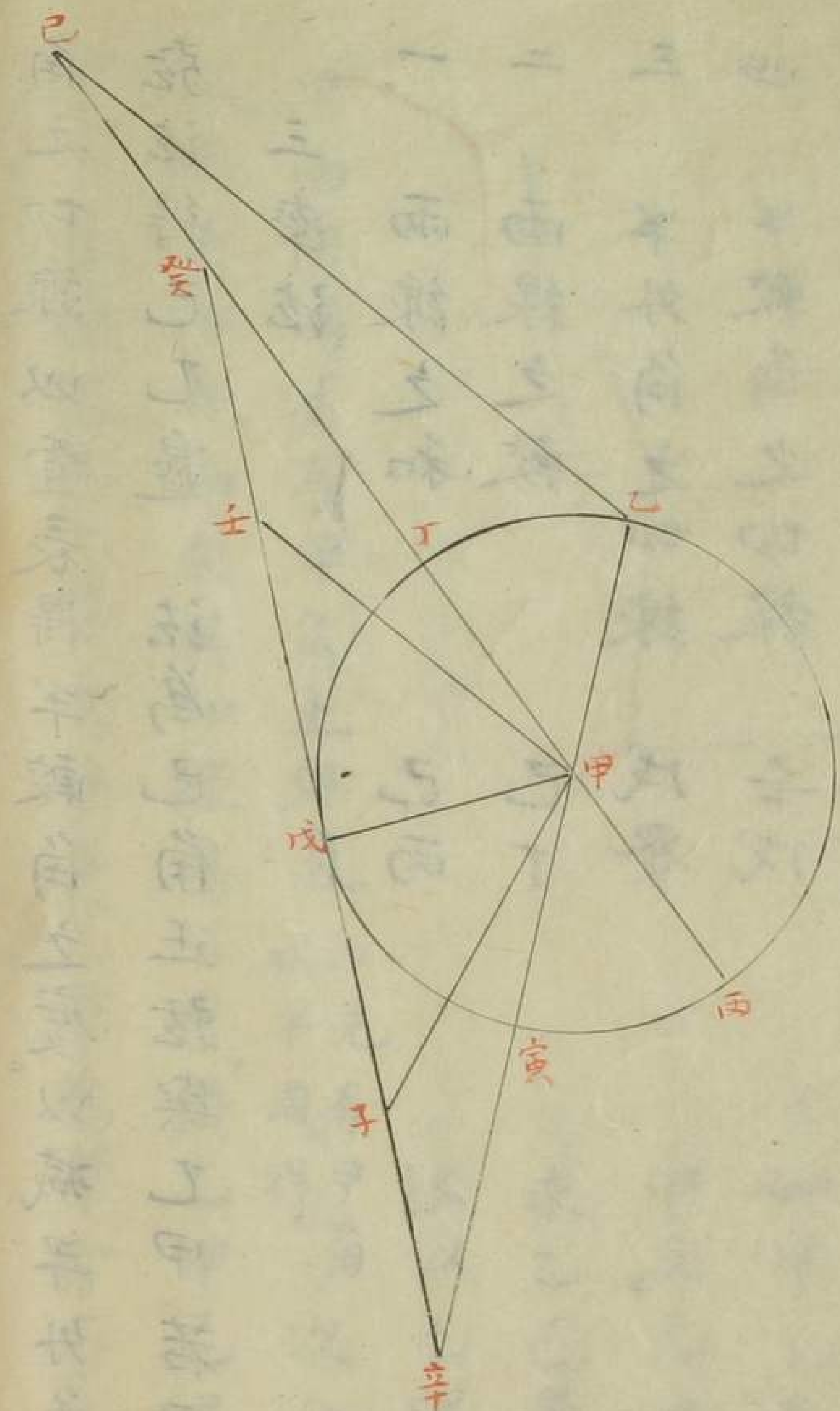
三　半外角之切線　戊癸

四　半較角之切線　壬戊

用外角者。乙己兩角之和度。而較角者。乙己兩角之較度。以用切線故半之也

論曰。又如後圖己甲引至丙。而乙甲亦引至辛。則乙甲丙及丁甲寅兩角。皆原有甲角之外角。再作甲戊線平分外角。則丁甲

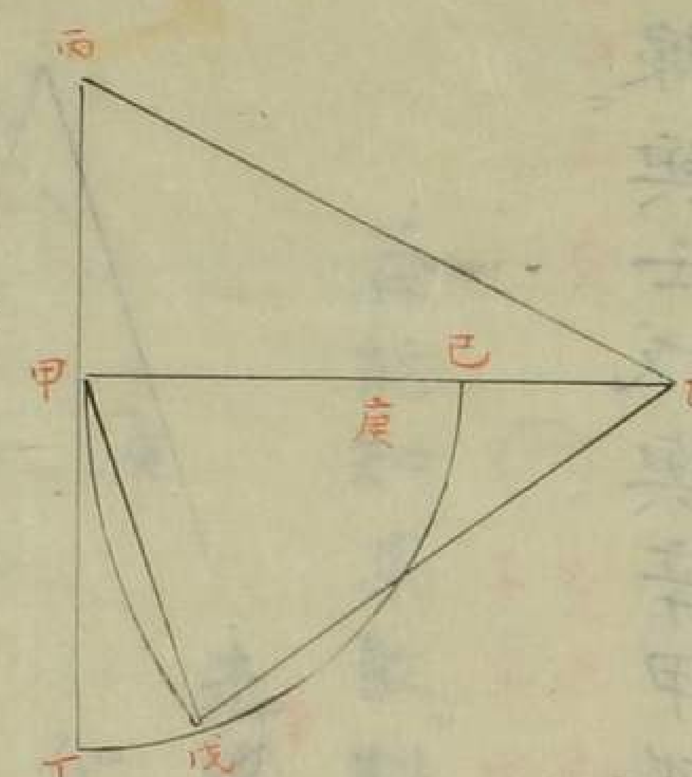
戊及寅甲戊。皆半外角　又作甲壬線。與乙己平行。則壬甲癸角。即同己角。壬甲辛角即同乙角。再於甲戊半徑之端。作癸戊辛十字線切員於戊。則戊癸及戊辛。皆半外角之切線也。再以壬甲癸角。減壬甲辛角。其較為壬甲子角。則壬甲戊。即半較角。而壬戊其切線也



其比例為己丙二邊和與己丁二邊較若癸辛外角全切線。即乙己丁角和度之全切與壬子。較角度之全切線。則亦若癸戊半外角切線與壬戊即半較角之切線何也。全與全若半與半也

理分中末線

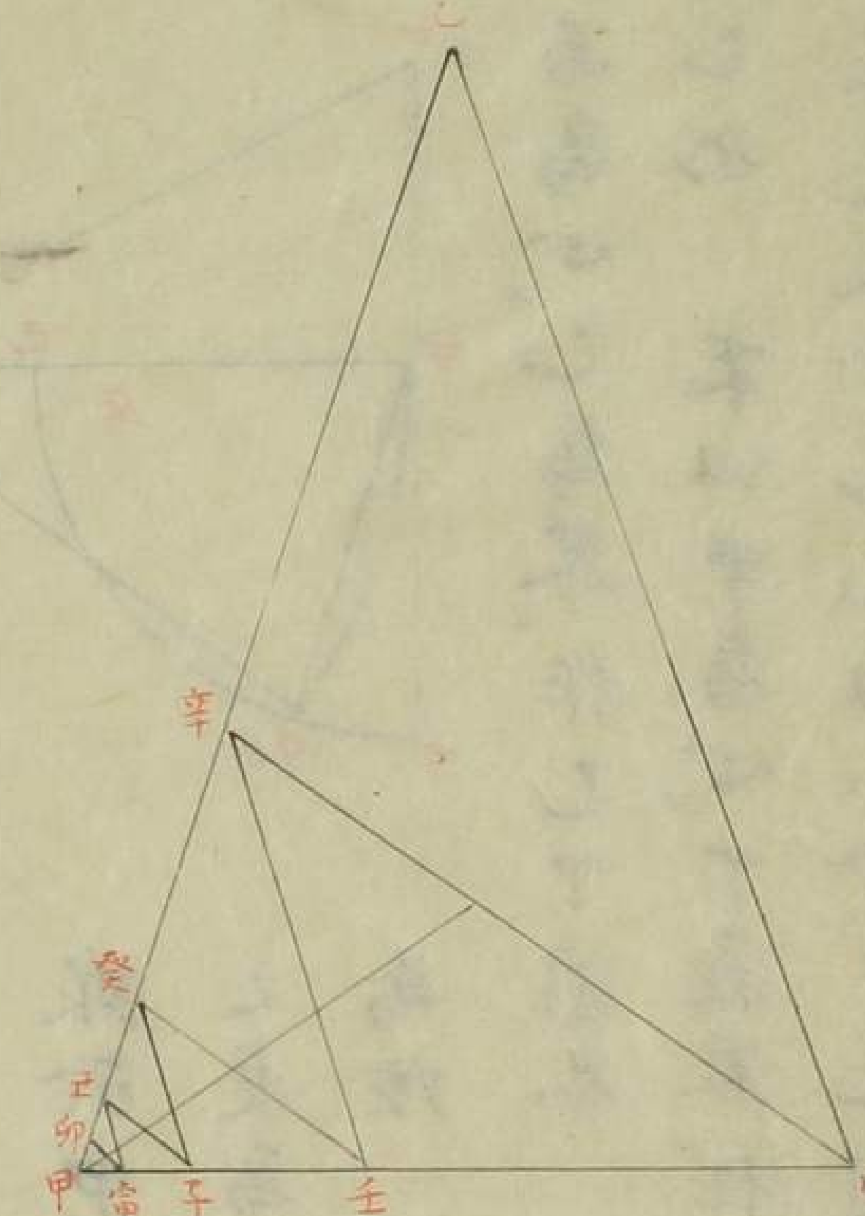
甲乙線。求作理分中末線法以甲乙全線。折半於庚。及作垂線於甲端為丙甲。如半線甲庚之之度為句。全線為股。次作丙乙線為弦



次以丙為心。乙為界。作乙丁圜界　次引丙甲句至丁。則丙丁即丙乙也　末以甲為心。丁為界。作丁戊己圜分。則甲己為理分中末之大分。己乙為小分。其比例為甲乙與甲己。若甲己與己乙也

遞加法　借右圖以乙為心。甲為界。運規。截丁己圜分於戊。自

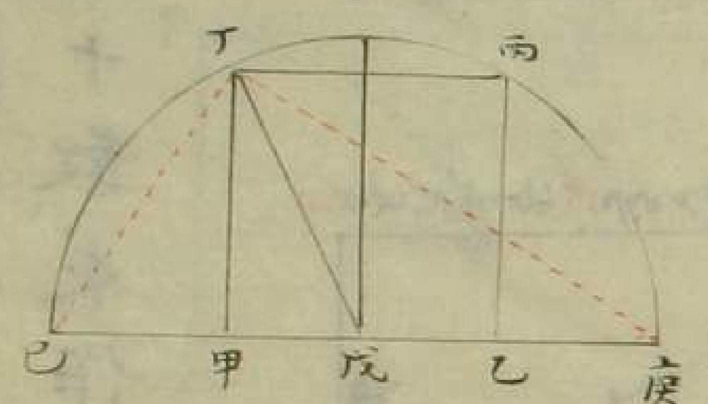
戊作線向甲。成甲戊線。與甲丁等。乃自戊作戊乙線。與乙甲等。
成甲乙戊三角形



此形甲戊兩角。悉倍於乙角。乃平分戊角。作戊辛線。此線與甲戊並大。亦與乙辛同大。成辛戊甲相似三角形。則甲乙與乙辛。辛即戊辛 若乙辛與辛甲也。又平分辛角。作辛壬線。與壬戊與辛甲皆同大。則成甲辛壬三角形。與辛戊甲相似則乙辛 即戊辛。亦即戊甲 與辛甲。即辛壬戊壬 若辛甲與壬甲也。如此遞半。則其角比例並同

㈠ 乙甲
㈡ 乙辛即戊 辛戊甲
㈢ 辛甲即辛 壬戊壬
㈣ 辛癸即壬 癸壬甲
㈤ 癸甲即癸 子壬子
㈥ 癸壬即壬 子子甲
㈦ 壬甲即壬 寅寅子
㈧ 壬卯即卯 寅寅甲
㈨ 卯甲

若能知其數。則以大分遞乘。全數除之。得細數



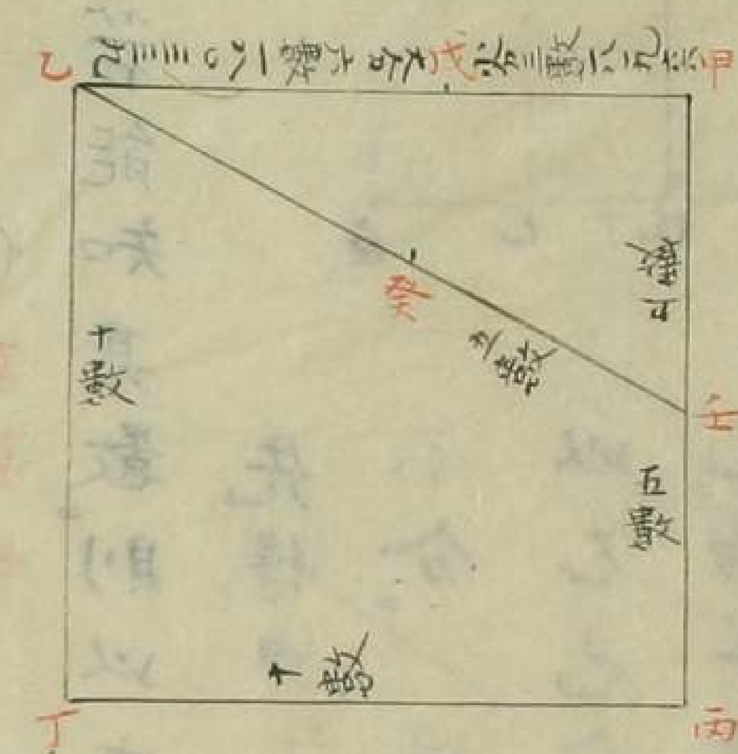
先得甲乙為大分。而求乙己全分。及乙庚小分。用此圖。亦為半圓內求容方法。則以乙己全分。加乙庚小分。折半於戊。得戊己為半徑。若先得戊己。則以戊己 即丁戊 為弦。作丁甲戊句股。使戊甲句半於丁甲股。則丁甲即為戊己理分中末之大分

解曰。甲庚 即乙己 全數與丁甲 大分 若丁甲 大分即甲乙 與甲己小分

即乙庚也

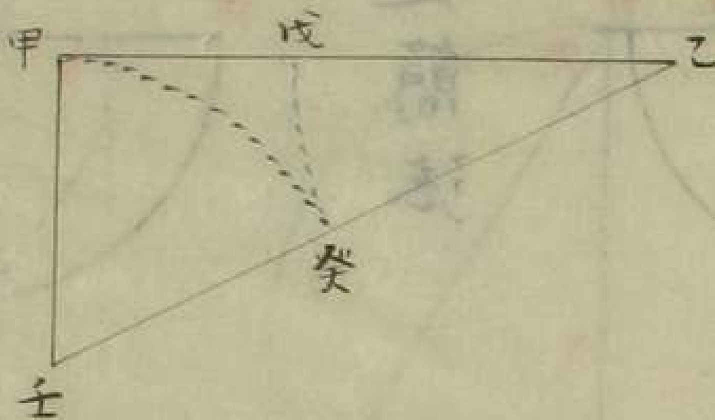
以量分

甲乙線十數。求作理分中末線



先依甲乙線。作甲乙丁丙正方形。四面皆十數次任用一面平分之。如甲丙平分於壬。甲壬及壬丙皆五數甲乙之半數也。甲丙與甲乙等。其分亦等次自壬向乙角作乙壬斜線。其數一十一一八〇三三九次自壬量甲壬或丙壬之度。即甲乙之一半移置於乙壬線上。截壬癸如甲壬。則其餘癸乙。即理分中末之大分。其數六一八〇三三九末以癸乙之度。移置於甲乙線上如乙戊。則乙戊為大分。戊甲為小分。其數三八一九六六〇

簡法



作句股形令甲壬句如甲乙股之半。乃以壬為心。甲為界。作虛線圜分。截乙壬弦於癸末以乙為心。癸為界。作圜分。截甲乙線於戊則乙戊為大分。甲戊為小分

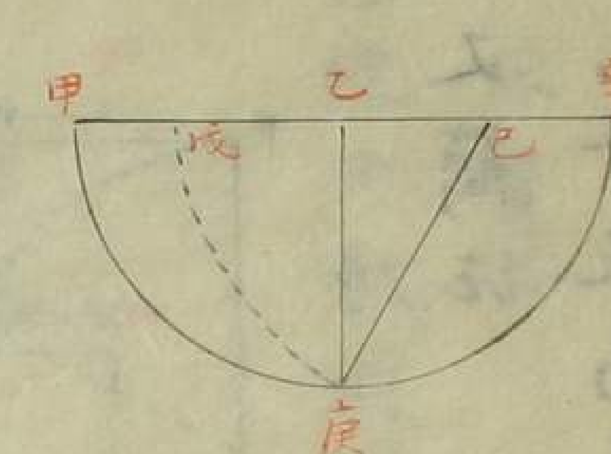
又簡法

以甲乙全線為半徑。作半圜形。則乙庚乙辛。皆與甲乙等

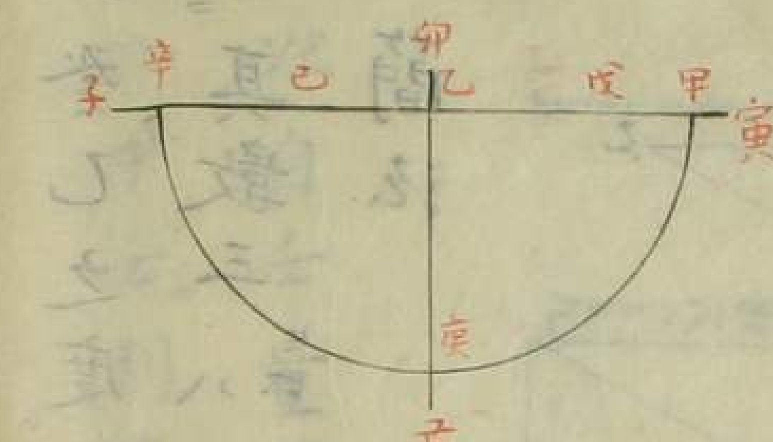
次平分乙辛於已

次以已為心。庚為界。運規。割甲乙線於戊。戊已之度即同已庚

則乙戊為大分　甲戊為小分



又簡法



作子寅丑卯十字線。相交於乙

次以乙為心。甲為界。運規截十字線於甲

於庚於辛。則乙庚乙辛。皆與設線甲乙等。

乃折半乙辛於已以已為心。庚為界。運規。

截甲乙於戊　則乙戊大分甲戊小分皆

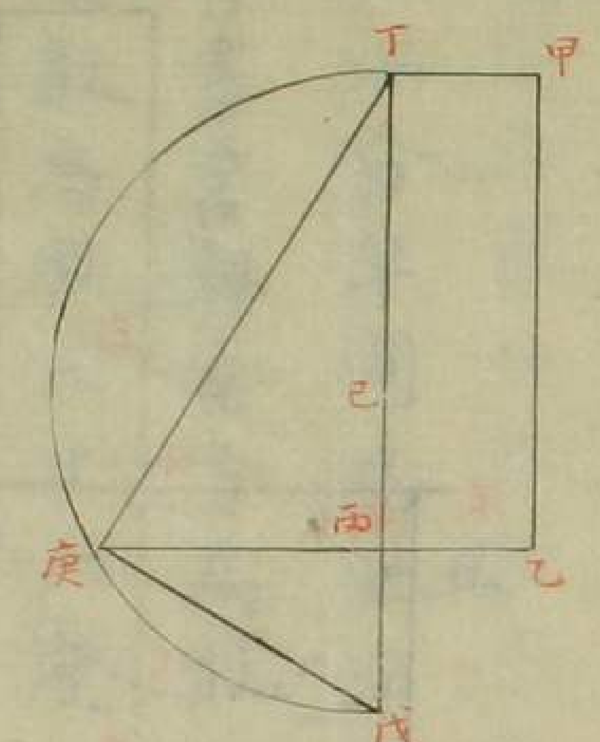
得矣　此法可於平面圓器上求之

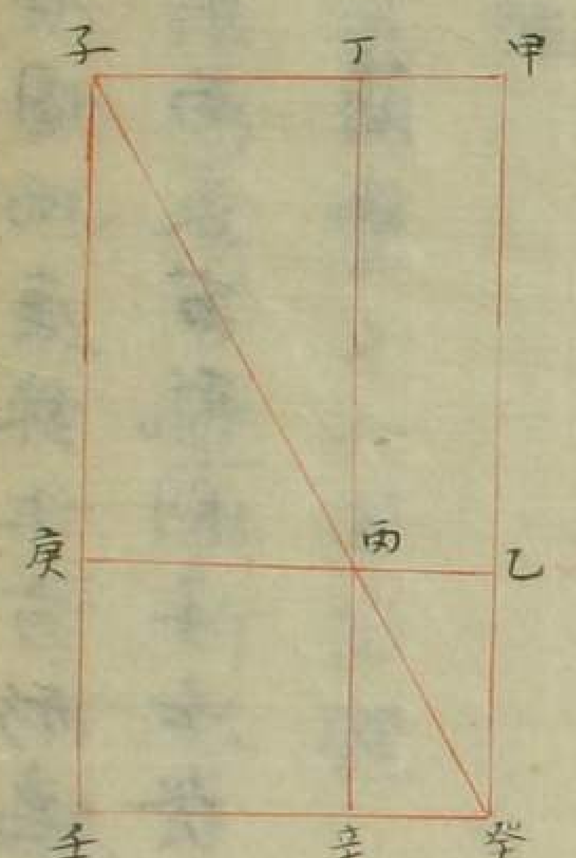
附長方變正方法

甲乙丙丁長方形。欲變正方。以長方形之橫邊。乙丙直邊。丙丁二線

取其中比例。即所求

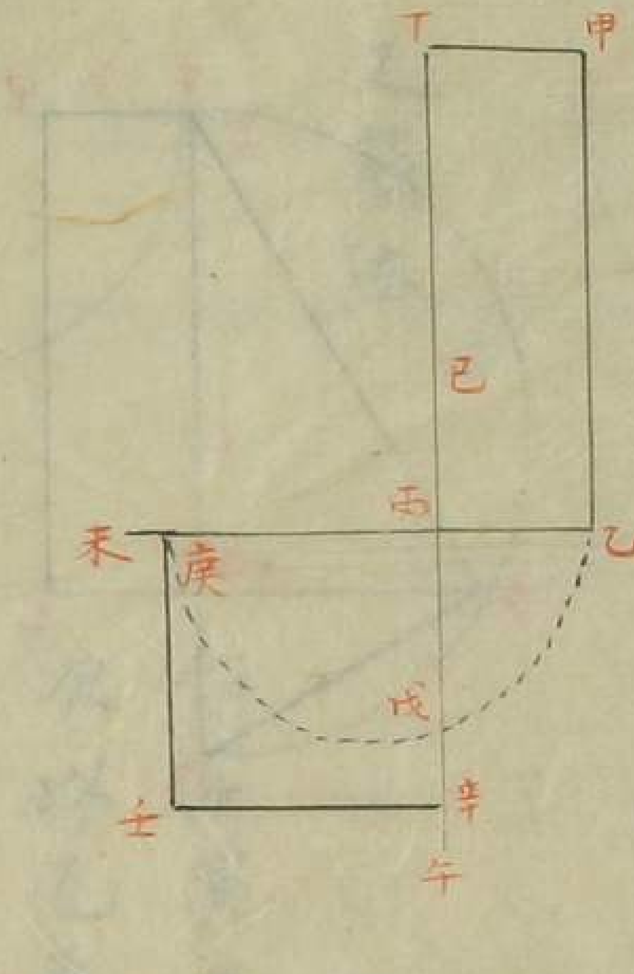
取中比例法。以丙丁乙丙即丙戊聯為一直線。丁戊而折半於已。以已為心。丁若戊為界。作半圓。次引乙丙橫線至圓界。截圓界於庚。成丙庚線。即乙丙及丙丁二線之中比例線　次於丙庚線上。作小方形。其容與甲乙丙丁長方形等。





如右圖。丙庚線上方形為丙壬。乃子壬癸句股形內之容方也。
而甲丙長方形。則子壬癸句股外之餘方也。餘方與容方等積

簡法



先引丁丙邊至午。引乙丙邊至末
次以丙角為心。乙為界。作小圓界
虛線。截引長線於戊
次以丁戊線。折半於巳。次引乙丙
至末。次以巳為心。戊為界。運規作
小圓界。截引長線於庚。則丙庚即所變方形之一邊　末依
丙庚線作方形。與甲乙丙丁長方形等積　其法以丙為心。庚
為界運規。截丙辛與丙庚等

理分中末線用法

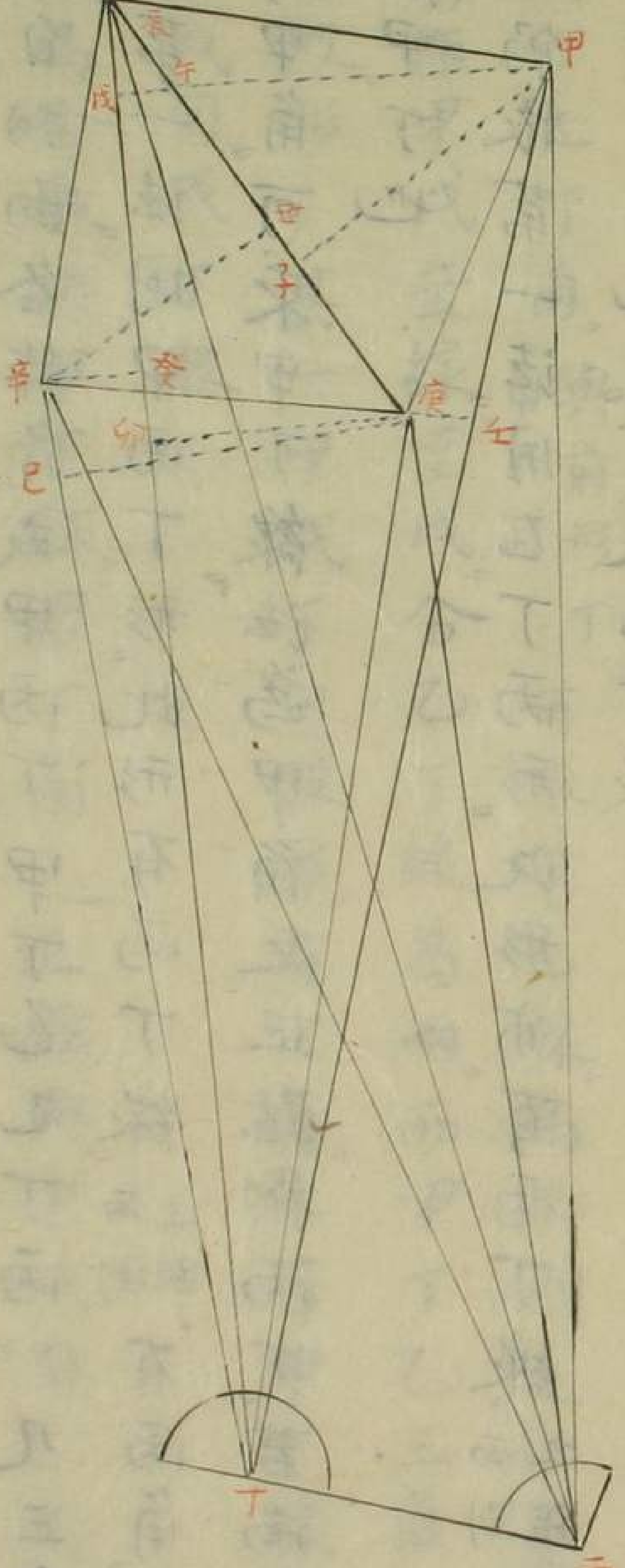
一用以分平圓為十平分
法為半徑與三十六度之分圓。若全分與理分中末之大分
也
用以分平圓為五平分
曆書言以全分為股。理分中末之大分為句。求其弦即半徑
全數為股。三十六度之分圓為句。求得七十二度之分圓為
弦
用以量十二等面體
法為立方邊。與所容十二等面邊。若理分中末之全分。與其
小分也。又十二等面體之邊與內容立方邊。若理分中末之

大分。與其全分也。又立方内容十二等面體。其内又容小立
方。則外立方與内立方。若理分中末之全與其大分也
一用以量二十等面體
法為立方邊與所容二十等面邊。若理分中末之全。與其大
分也
一用以量圓燈
法為圓燈邊。與其自心至角線。若理分中末之大分。與其全
分也。此自心至角之線。即為外切立方立圓及十二等面二
十等面之半徑。又為内切八等面之半徑。圓燈為有法之形
即此可見
一用理分中末線説

言西學者。以幾何為第一義。而傳只六卷。其有所秘耶。抑為義
理淵深翻譯不易。而姑有所待耶。測量全義言有法之體五。其
面其積皆等。其大小相容相抱與球相似。幾何十一十二十三
十四卷諸題極論此理。又幾何六卷。言理分中末線。為用甚廣
量體所必需。幾何十三卷諸題全頼之。古人目為神分線。又言
理分中末線求法。見本卷三十題。而與二卷十一題同理。至二
卷十一題。則但云無數可解。詳見九卷。其義皆引而未發。故雖
有此線。莫適所用。疑之者十餘年。辛未歳。養病山阿。遊心算學。
於量體諸法。稍得窺其奥。爰証曆書之誤數端。於十二等面。二
十等面。得理分中末之用。及諸體相容之確數。故以立方為主。
其内容十二等面邊。得理分線之末。二十等面邊得理分線之

中反覆推求。了無疑滯。始信幾何諸法。可以理解。而彼之秘為神授。及吾之屏為異學。皆非得其平也。其理與法。詳幾何補編

遥量平面法



甲乙庚辛為所欲量之平面而不能到如仰視殿上承塵。而人在殿外。

又如峭壁懸崖之上。有碑若碣。凡平面之物。人從地面斜視。灼然可見。而不能到

或平面在下。如田地之類。人從臺上俯視可見。或臨深崖。瞰谷

底。其理不異。但倒用其圖即是
欲量甲乙庚辛平面。而不能到可到者丙丁。則先知丙丁之距。
及丙丁所作各角。即可以知之
先求甲乙線　法于丙于丁。各安平圓儀。各以指尺向甲向乙
又自相向各作角。成甲丙丁。甲丁乙。乙丁丙　凡三角形者三。
依第一法。用甲丙丁形。此形有丙丁線。兩測之距有丙角。有丁角自
有甲角。可求甲丁線。法為甲角之正弦與丙丁。若丙角之正弦
與甲丁也
次仍依第一法。用乙丁丙形。此形亦有丙丁線兩測之距有丙角。有
丁角自有乙角。可求乙丁線
法為乙角之正弦與丙丁。若丙角之正弦與乙丁也。此丙角。與前形之丙

角不同
次仍依第一法。用甲丁乙形。此形有甲丁。乙丁兩線。及兩線間
所作之丁角。與前形丁角不同　可求甲乙線。為所測之一邊　法自甲
角作甲戊垂線至戊。分乙丁線為兩。而甲丁乙三角形。分為兩
句股形　其一甲戊丁句股形。有丁角。有甲丁線為弦。可求
甲戊句。戊丁股
法為全數與甲丁弦。若丁角之正弦與甲戊句　又全數與甲
丁弦。亦若丁角之餘弦與戊丁股也
其一甲戊乙句股形。有甲戊句。有乙戊股戊丁減乙丁得之　可求甲
乙弦
法以甲戊句。乙戊股。各自乘而并之。開方得甲乙。即所測平面

之一邊
第二求庚辛線　法亦于丙于丁。各安平員儀即先所安之元處各以
指尺向庚向辛。又自相向各作角。成庚丙丁　庚丁辛　辛丙
丁　凡三角形亦三
依第一法。用庚丙丁形　此形有丙丁線丙測之距有丙角有丁
角。自有庚角。可求庚丁線
法為庚角之正弦與丙丁。若丙角之正弦與庚丁也。此丙角與前丙丙角不同
依上法。用辛丙丁形　此形有丙角。此丙角又與上不同有丁角自有辛
角　可求辛丁線。丁角與前不同
法為辛角之正弦與丙丁。若丙角之正弦與辛丁也

仍依上法。用庚丁辛形。此形有庚丁辛丁兩線。及兩線間所作
丁角。此丁角又不同可求庚辛線。為所測之又一邊
法自庚角作庚己垂線至己。分辛丁線為兩。而庚丁辛三角形
分為兩句股形
其一庚己丁句股形。有丁角。有庚丁線為弦。可求庚己句己丁
股
法為全數與庚丁弦。若丁角之正弦與庚己句。亦若丁角之餘
弦與己丁股也
其一庚己辛句股形。有庚己句。有辛己股己丁減辛丁得之可求庚辛
弦
法以庚己句辛己股各自乘而并之。開方得庚辛。為所測平面

之又一邊。即甲乙之對邊
第三求甲庚線
法于丁點側安平儀以指尺向甲向庚。作甲丁庚角。成甲丁庚
形。此形有甲丁庚丁兩線。及兩線所作之丁角。此丁角在甲丁庚丁兩線間
可求甲庚線。為所測形之側邊
法自庚角作甲丁之垂線至壬。分甲丁線為兩。而甲丁庚三角
形。分為兩句股形
其一庚壬丁句股形　有庚丁線為弦。有丁角。可求庚壬句壬
丁股　法同前。用丁角之正弦餘弦
其一庚壬甲句股形　有庚壬句。甲壬股　丁壬減甲丁。得甲壬　依句股法
可求甲庚弦線為所測平面之側邊

第四求乙辛線
法亦于丁點側安平儀。指尺向乙向辛。作乙丁辛角成乙丁辛
形　此形有乙丁辛丁兩線及兩線所作之丁角此丁角在辛丁乙丁兩
線間可求乙辛線。為所測形之又一側邊
法自辛角。作乙丁之垂線至癸。分乙丁線為兩。而乙丁辛三角
形。分為兩句股形
其一辛癸丁句股形。有辛丁線為弦。有丁角。可求辛癸句癸丁
股　法亦同前。用丁角之正弦餘弦
其一辛癸乙句股形。有辛癸句。乙癸股　癸丁減乙丁。得乙癸　依句股法。可
求乙辛弦線。為所測平面之又一側邊
如此。則所測形之四邊皆具。乃用後法。求其冪

第五求乙庚線

法仍于丁點斜立平儀以指尺向乙向庚。作乙丁庚角。成乙丁庚形。此形有庚丁乙丁兩線。及兩線所作之丁角此丁角。又在乙丁庚丁兩間線可求乙庚線。為所測形內之對角斜線乙庚丁角形內。自庚角作乙丁之垂線至卯。分乙丁線為兩。而乙庚丁三角形。亦分為兩句股形

其一庚卯丁句股形　有庚丁線為弦。有丁角。可求庚卯句。卯丁股依上法。用丁角之正弦餘弦

其一庚卯乙句股形　有庚卯句　有卯乙股。卯丁減乙丁。得卯乙依句股法。可求乙庚弦線。為所測平面形內對角之斜線

既有乙庚線。則所測甲乙辛庚平面形。分為兩三角形可以求

其冪積

其一乙甲庚形。有乙庚底　有甲庚甲乙兩腰。法以兩腰相減為較。相併為和。和乘較為實。乙庚底為法。除之。得乙午。以減乙庚。得午庚。半之。得子庚乃用句股法。以甲庚子庚各自乘。相減為實。開方得甲子垂線。垂線半之。以乘乙庚底。得乙甲庚形平積

其乙辛庚形。有乙庚底。　有乙辛辛庚兩腰。如上法。以乙辛辛庚相減為較。又相併為和。和乘較為實。乙庚底為法除之。得乙辰。為底較。以減乙庚。得辰庚。半之。得壬庚。乃用句股法。以壬庚庚辛各自乘。相減為實。開方得壬辛垂線。垂線半之。以乘乙庚底得乙辛庚形平積

未以丙三角形積。併之。為所測甲乙辛庚平面四不等形之。總積

右法可以不用丈量而遙知畝步。即有種種異態。以三角御之足矣。新法曆書言測量詳矣。然未着斯法。意者其在幾何後數卷中。為未譯之書歟

庚午蜡月既望。晤遠西安先生。談及算數。云量田可以不用履畝。初聞之。甚不以為然。歸而思之得此法。然未知其所用者即此與否。而此法固已足用矣

若用有縱衡細分之測器指尺一量即得。無煩布算矣

方根小表

平方積	一〇〇〇〇	二	三	四	五	六	七	八	九	十〇〇〇〇
根	一〇〇	一四一	一七三	二〇〇	二二三	一四四	二六四	二八二	三〇〇	二一六
差	四一	三二	二七	二三	二一	二〇	一八	一八	一六	一五
差差	〇九	〇五	〇四	〇二	〇一	〇二	〇〇	〇二	〇一	〇〇
平方積	一一〇〇〇〇	一二	一三	一四	一五	一六	一七	一八	一九	二〇
根	三三一	三四六	三六〇	三七四	三八七	四〇〇	四一二	四二四	四三五	四四七
差	一五	一四	一四	一三	一三	一三	一二	一一	一二	一一
差差	〇一	〇〇	〇一	〇〇	〇一	〇〇	〇一	〇一	〇一	〇一

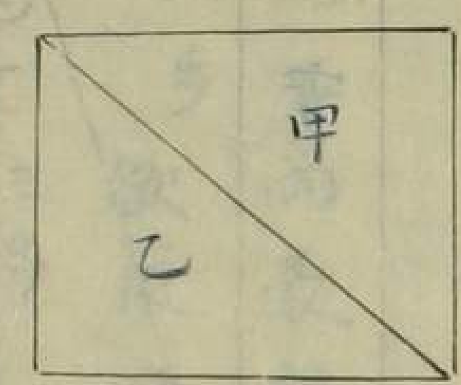
平方積	二一○○○○	二二	二三	二四	二五	二六	二七	二八	二九	三○
根	四五八	四六九	四七九	四八九	五○○	五○九	五一九	五二九	五三八	五四七
差	一一	一○	一○	一一	○九	一○	一○	○九	○九	○九
差差	○一	○○	○一	○二	○一	○○	○一	○○	○○	○○

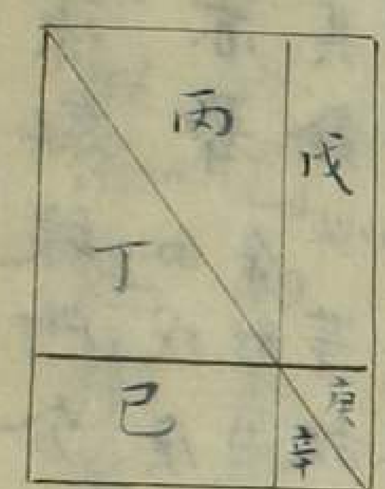
平方積	三一○○○○	三二	三三	三四	三五	三六	三七	三八	三九	四○
根	五五六	五六五	五七四	五八三	五九一	六○○	六○八	六一六	六二四	六三二
差	○九	○九	○九	○八	○九	○八	○八	○八	○八	○八
差差	○○	○○	○一	○一	○一	○○	○○	○○	○○	○○

平方積	四一○○○○	四二	四三	四四	四五	四六	四七	四八	四九	五○
根	六四○	六四八	六五五	六六三	六七○	六七八	六八五	六九二	七○○	七○七
差	○八	○七	○八	○七	○八	○七	○七	○八	○七	
差差	○一	○一	○一	○一	○一	○○	○一	○一		

測量用影差義疏

凡方形內從角剖成兩句股形必相似而辛正方或長方並同



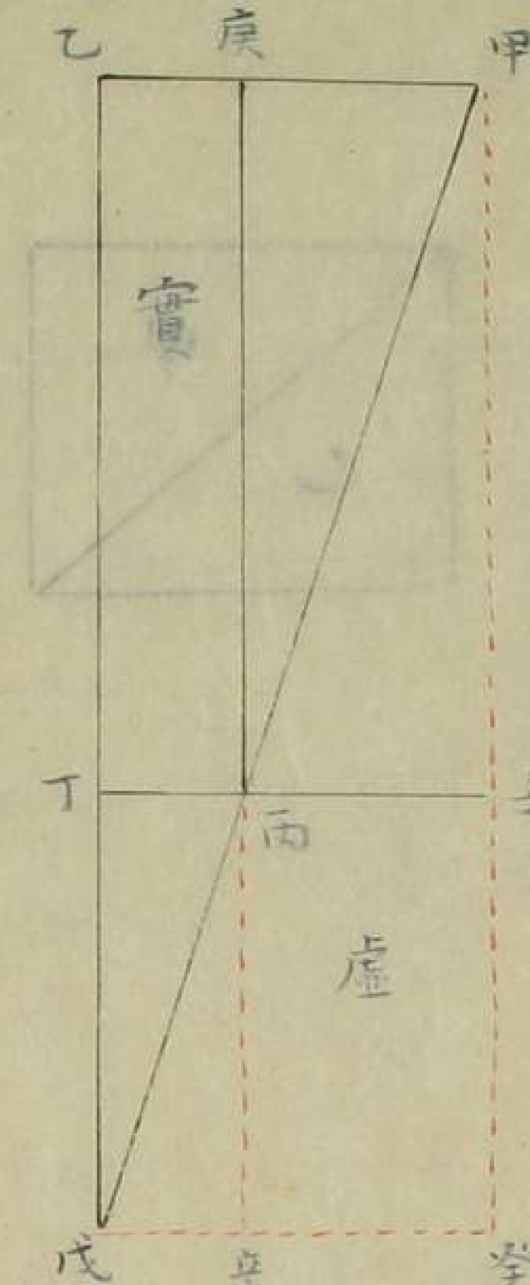


方形內作對角斜線。分為兩句股又於斜線上任取一點作直線縱橫相交如十字。而悉與方邊平行分方形為大小四句股形。此四句股形。各兩兩相似而等。大形丙與丁等。小形庚與辛等。則其四句股旁之兩餘方形。雖不相似。

而其容少等

解曰。於原斜線所分相等句股內。各減去相等之大小兩句股。則其餘亦等。丙戊庚形內減去大形丙小形庚餘戊又於丁己辛形內減去大形丁小形辛餘己原形既等所減又等則其餘必等故戊己兩長方雖不相似而其容必等也

句股測遠



有甲乙之距人在戊立表。又立表於丁。使戊丁乙為一直線。再於丙立表。使丙丁與乙戊。如十字之半。而與甲乙平行。則丁戊小股與丙丁小句。若丙庚大股與甲庚大句也

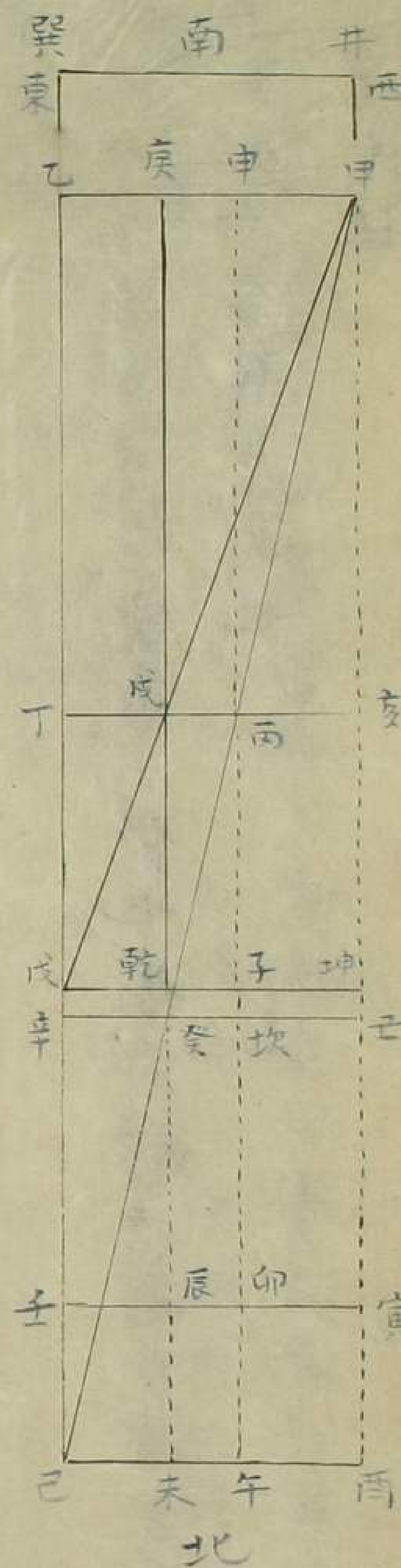
法以丙丁小句為二率。乙丁大股為三率。即丙庚相乘為實。戊丁小股為一率為法。法除實。得大句甲庚。再以庚乙加之得甲乙

假如丙丁兩表相距三步。人在戊窺丁到乙遠。戊丁十二步丁乙十八步 欲求甲乙之距

法以丙丁三步乘乙丁十八步。得五十四步為實。戊丁十二步為法除之得四十五步為甲庚。加丙丁三步。即乙庚。共四十八步為甲乙

解曰。此以乙丙長方形。變為丙癸也。依前論乙丙實形。丙癸虛形。不相似而容積等故也

皇測法



有巽乙甲井方池。欲遥望測其甲乙之一面方。并乙丁之距
法立表於丁。望測方池之東北角乙。至東南角巽。使丁乙巽為一
直線　再於丁横過立一表於丙。使丙丁為乙丁之横立正線
丙丁横六步四分。次从丁退而北行至戊量得十二步　从戊
斜望池西北隅甲。不能當丙表。而出其間如戊。又於戊立表。戊
丁之距四步　再退而北行至己。从己窺甲。正過丙表。己丙甲
為一直線量得己丁之距三十六步

法以丙丁六步四分為一率。丁己三十六步為二率。戊丁四步
為三率。二三相乘。得一百四十四步為實。一率六步四分為
法除之。得二十二步半為辛己。於辛己内減丁戊十二步。餘十
步半為壬己。是為景差
次以戊丁四步減丙丁六步四分。餘丙戊二步四分。以戊丁十
二步乘之。得二十八步八分為句實　景差十步半為法。除句
實。得二步八分弱為甲申大句之距。加丙丁六步四分。即申乙。
得共九步二分弱。為甲乙。即方池一面之濶
次以辛已二十二步半減丁已三十六步。餘十三步半辛丁為二率。丁
戊十二步為三率。相乘得一百六十二步為股實　景差十步
半為法除之。得十五步八分半弱。為乙丁大股之距

解曰。此以四表重測。改為三表。乃巧算也。若測高。則重測本
為前後二表者。亦改用一表。故當先知本法。然後明其所以然
下之詳之

試先明四表本法

有甲乙之濶。先立丁表。從戊測之。戊人目丁表乙遠物之末端
三者參相直　次於丁表橫過與甲乙平行。作戊丁乙直線之
橫直線。此線上取戊立表。人目從戊過戊表。窺甲遠物之西端。
亦參相直。但於戊丁乙線為斜弦。成句股形　量得戊丁西表
橫距四步　丁戊人目距東表直距十二步
次於丁戊直線。退而北行至己　又於西表戊。作戊乾癸直線。
與丁戊平行。此平行線上。取癸立西後表。人目從己過癸至甲
參相直戊己甲癸斜弦　亦從癸橫行至丁己線尋辛立東後
表。此後兩表癸辛之距。為前表戊丁等。四步　又量得辛己為
東後表距人目之數辛丁二十二步半。次以丁戊十二減辛己。二
十二半得十步半為壬己景差。末以己辛二十二半減己丁
三十六餘十三步半為前移表間之距以表橫距四步乘之。
得五十四步為表間積。即丁癸長方　置表間積為實。以景差
十步半為法除之。得五步一半弱加表橫距四步　得共九
步二分弱為所測遠物甲乙之濶
解曰。前表測得戊乙甲句股形內。有戊乙餘方。與形外戊坤
餘方等積　後表測得己乙甲句股形內。有癸乙餘方。與形外
酉癸餘方等積　於癸乙內減戊乙於酉癸內減寅癸即壬戊

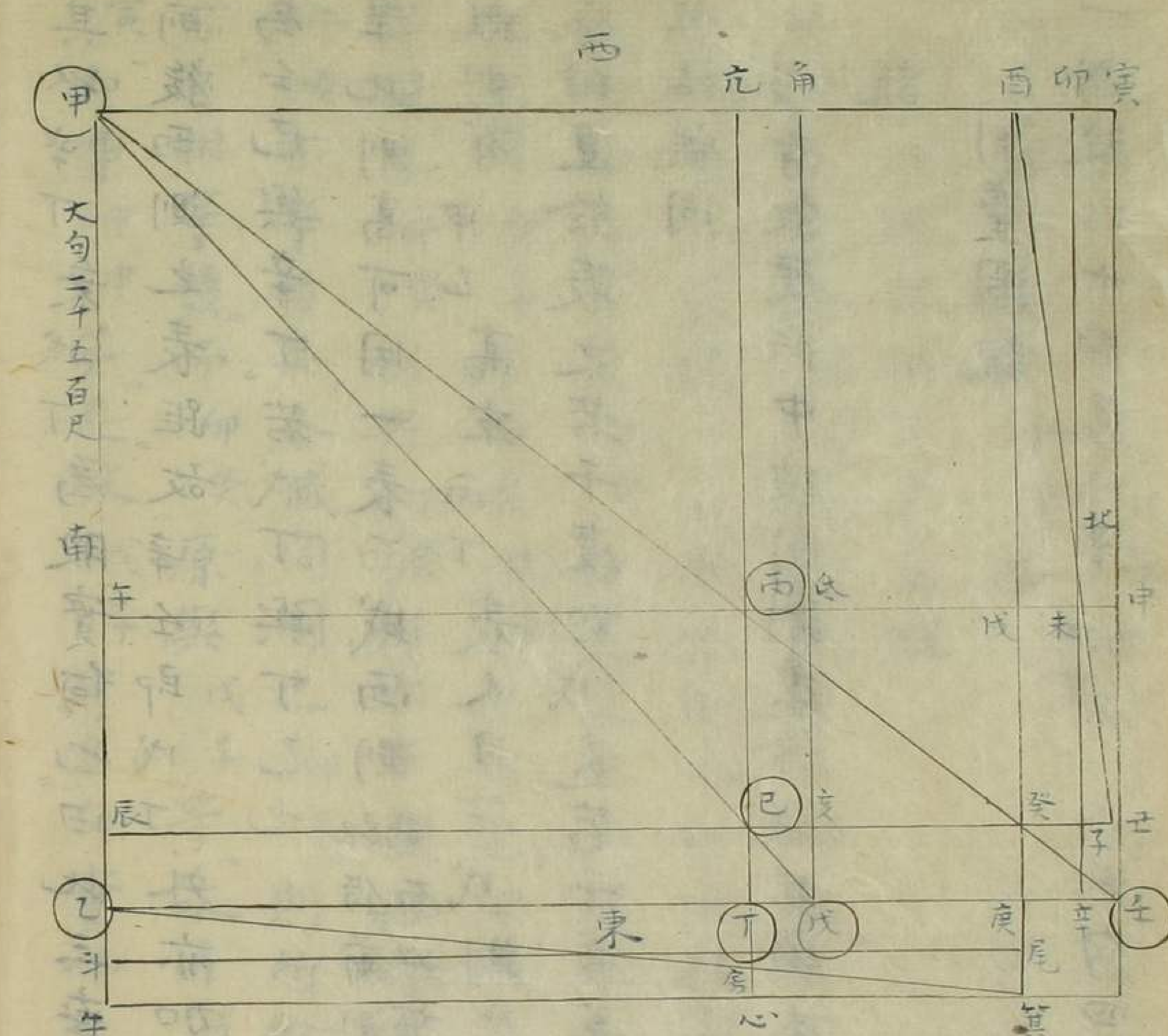
則所餘之癸丁及酉辰而餘方。亦必等積也故以丁癸變辰酉
而得辰寅亦即甲庚也
次明改用三表之理
用三表者。於丙丁兩表間增一戊表。其實則於戊丁兩表外增。
一丙表也。前增一表而無後表。則無欲而得景差故以三率法
求而得之其實癸辛即後表也其理與四表同
然不用癸子形而用戊子形。何也。曰準前論。辰酉形與丁癸形
等積。而午癸形與丁癸形亦等積。丙餘方在己丙丁句股形丙外故等則酉辰與
午癸亦等積矣。各減同用之卯未。則所餘之酉卯與卯癸二形
亦自相等積。而卯癸原與戊子等。故用戊子變爲卯酉。而得卯
寅即得甲申矣。是故戊子可名句實也

其以辛丁乘戊丁爲股實何也。曰此三率法也。丁乙外加丁辛
前後兩測之表距。故辛壬即戊丁外亦加壬己兩測之景差法
爲壬己與辛丁。若戊丁與丁乙也
準此測高可用一表而成兩測即借前測遠之圖而以橫爲直
假如有甲乙高立丙丁表人目在戊測之則表之端不相值而
參相直於表之若干度如戊退若干步至己測之正對表端丙
其法並同
因看數度衍中破句測遠條。疑其圖不眞。因作此以證明其
說

測量圖說

一測股六十四尺八寸壬丁

二測句四十三尺二寸丙丁



三大股三千六百八十五尺二寸乙丁四大句二千即丙午四百五十六尺八寸甲午加乙午得二千五百尺為甲乙之

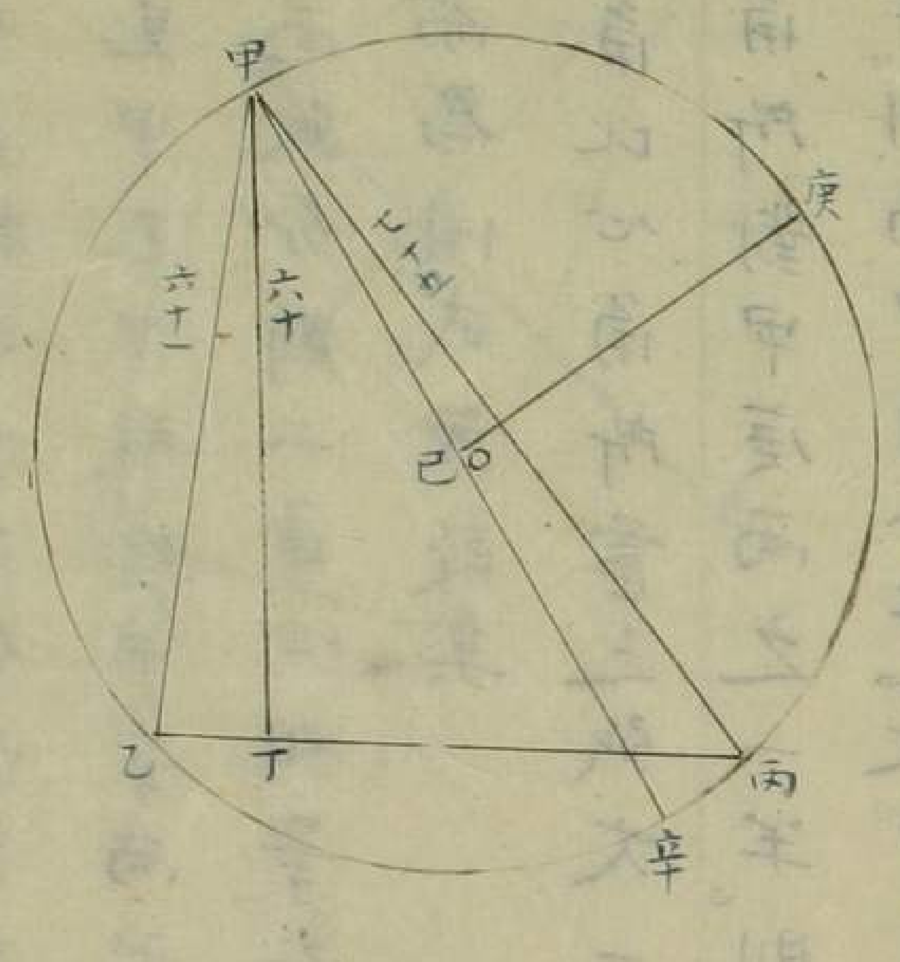
高

解曰。癸丁長方形。即古人所謂表間積也。以景差壬辛即壬子除之。變為寅子形。是寅子與癸丁同積也 而申癸形。原與癸丁同積。則寅子與申癸。亦同積也 於內各減同用之申子。而寅未與未癸亦同積矣。夫未癸即氐巳也。是戊丁即亥巳與丙巳之積也。故可命為句實。而以景差壬辛即申未除之。得甲午句也。甲午即戊酉

其取股實何也。曰三率法也。表在丁其景丁戊 後表在庚。則其景庚壬。後表之遠於前表者為庚丁。故後景之大於前景者為辛壬。則其比例為辛壬與庚丁。若丁戊即庚辛與丁乙也 試引癸庚至箕。截庚箕如庚壬。又截尾箕如壬辛於尾於箕各作與庚乙平行線而於乙作垂弧為乙牛聯之作長方形。又作丁心線截之作箕乙線斜分之。則其理著矣

三角形求外切圓法

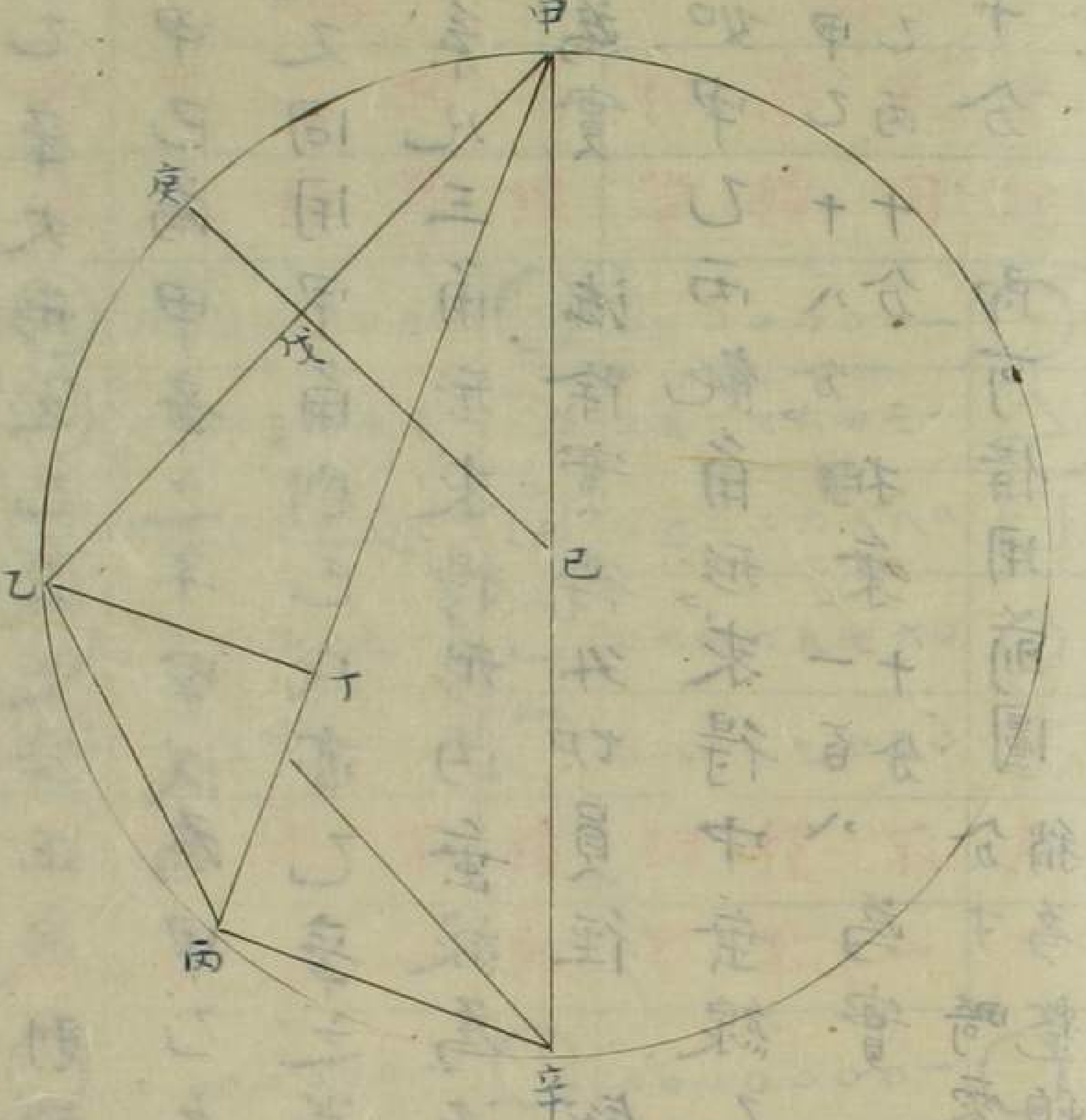
設如鋭角形有甲丙邊七十五尺　甲乙邊六十一尺　乙丙邊五十六尺　問外切圓徑若干　荅曰。外切圓半徑三十八尺一寸二分五釐



法先求得甲丁中長線六十尺為一率。甲乙邊六十一尺為二率。甲丙邊折半得戊甲三十七尺五寸為三率。二率與三率相乘。一率除之得四率　三八一二五　為甲己圓半徑

解曰。此甲丁乙三角形。與甲己戊三角形同式。故其線為相比

例率也。若甲為鈍角其理亦同
以甲丙折半為三率。故四率亦為半徑。若以甲丙全線為三率。
則四率必得甲辛為全徑矣。蓋甲辛丙形。與甲乙丁形同式也。
何以見甲乙丁形。與甲辛丙形同式。蓋丙形之乙角辛角。同當
甲庚丙弧分。則二角必相等。而丁丙又同為直角。則丙甲角亦
必等。而為同式無疑矣
又界角比心角所當之弧大一倍。今己心角所當甲庚弧。適當
乙界角所對甲庚丙之一半。則丙角為等可知。而戊為直角。與
丁角等。則丙甲角必等。故甲己戊與甲乙丁。亦為同式形也
三角舉要有量法。未著算例。因作此補之
又如甲乙丙鈍角形。
求外切員徑 甲辛 半徑 甲己



法先求得中長線 乙丁 得 乙丁丙 句股形
次作 辛乙 線。成 甲乙辛 大句股形
又甲乙半之於戊 從員心 己 作直線過戊至庚。又成 甲戊己 句股形

一率 乙丁股 內垂線形
二率 乙丙弦
三率 甲乙股 並原邊在垂線旁
四率 甲辛弦 即外切員徑

三率 甲戊股 即甲乙之半
四率 甲己弦 即切員半徑

解曰。三句股形皆相似。故可以三率比例求之
問何以知其為相似形也。曰。原設形之丙角與甲乙辛形之辛
角所當有同為甲庚乙員分則兩角等。而乙丁丙形之丁角與
甲乙辛大形之乙角。又皆正角。則餘角亦等而為相似形
又甲己為甲辛之半。甲戊為甲乙之半。戊正角與大形乙正角
等。又同用甲角。則己戊亦乙辛之半而為相似形
一系。凡三角形。求得形內垂線為法。垂線左右兩原邊相乘
為實　法除實。得外切員徑　鋭鈍同法
假如甲乙丙鈍角形。求得中垂線乙丁六分為法　左右兩斜
邊。甲乙十八分。乙丙十十分　相乘一百八十分為實　法除實。得外切員徑。甲辛
三十分　即可借用前圖　分寸畸零稍為整頓

通率表

面線不同面積相等		面線相等面積不同		圜線內各形比例	
○	一〇〇〇〇〇〇〇	○	一〇〇〇〇〇〇〇	○	一〇〇〇〇〇〇〇
△	一三四六七七三八	△	〇五五一三二八九	△	〇四一三四九六七
□	〇八八六二二七〇	□	一二七三二三九四	□	〇六三六六一九七
⬠	〇六七五六四八〇	⬠	二一九〇七七九六	⬠	〇七五六八二六七
⬡	〇五四九八一八〇	⬡	三三〇七九七三一	⬡	〇八二六七九三三
尺寸不一積數相等		積數不一尺寸相等		圜線外各形比例	
○	一〇〇〇〇〇〇〇	○	一〇〇〇〇〇〇〇	○	一〇〇〇〇〇〇〇
立方	〇八〇五九九六〇	立方	一九〇九八五九二	△	一六五三九八六七
圓錐	一二五九九二一二	圓錐	〇五〇〇〇〇〇〇	□	一二七三二三九四
圓柱	〇八七三五八〇五	圓柱	一五〇〇〇〇〇〇	⬠	一一五六三二八四
多面體	一一六二四四七四	多面體	〇六三六六一九七	⬡	一一〇二六五七八
徑	一一三		兩錢分	週	三五五
寸	〇兩錢分	鉛	九九三		兩錢分釐
金	一六八〇	銅	七五〇	石	二五〇〇
水銀	一二二八	鐵	六七〇	水	〇九一七
銀	〇九〇〇	錫	六三〇	油	〇八二〇

	知一邊求垂線	知一邊求一面	知一邊求體積
	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇
	〇八一六四九六五	〇四三三〇一二七	〇一一七八五一一
八面	〇七〇七一〇六七	〇四三三〇一二七	〇四七一四〇四五
十二面	一一一三五一六一	一七二〇四七七四	七六六三一一八〇
二十面	〇七五五七六一四	〇四三三〇一二七	二一八一六九五二

	求球內各形之一邊	求球內各形之一面	求球內各形之體積
	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇
	〇八一六四九六五	〇二八八六七五一	〇〇六四一五〇〇
	〇五七七三五〇三	〇三三三三三三二	〇一九二四五〇〇
八面	〇七〇七一〇六七	〇二一六五〇六四	〇一六六六六六六
十二面	〇三五六八二二一	〇二一九〇五四六	〇三四八一四五三
二十面	〇五二五七三一一	〇一一九六八一七	〇三一七〇一七九

	求球外各形之一面	求球外各形之一面	求球外各形之體積
	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇
	二四四九四八九七	二五九八〇七六一	一七三二〇五〇七
	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇
八面	一二二四七四五〇	〇六四九五一九二	〇八六六〇二五八
十二面	〇四四九〇二八三	〇三四六八九三七	〇六九三七八[illegible]
二十面	〇六六一五八四五	〇一八九五二七一	〇六三〇七五七〇

知二邊求面積	知面積求一邊	知一邊求高數
〇四三三〇一二七	二三〇九四〇一一	〇八六六〇二五九
知徑數求面積	知徑數求渾圓面冪	知徑數求體積
〇七八五三九八二	三一四一五九二六	〇五二三五九九四
知大小徑數求面積	知大小徑數求外面積	知大小徑數求體積
〇七八五三九八二	三一四一五九二六	〇五二三五九九四
知底徑高數求體積	知底徑高數求體積	知上下徑數高數求體積
〇七八五三九八二	〇二六一七九九四	〇二六一七九九四
知上下各大小徑數高數求體積	知一邊數求體積	知一邊求對角線
〇一三〇八九九七	〇一一七八五一一	一四一四二一三四