

御制
表曆象考
成後編

日躔
數理

275
644
32





司天監之官生等所用

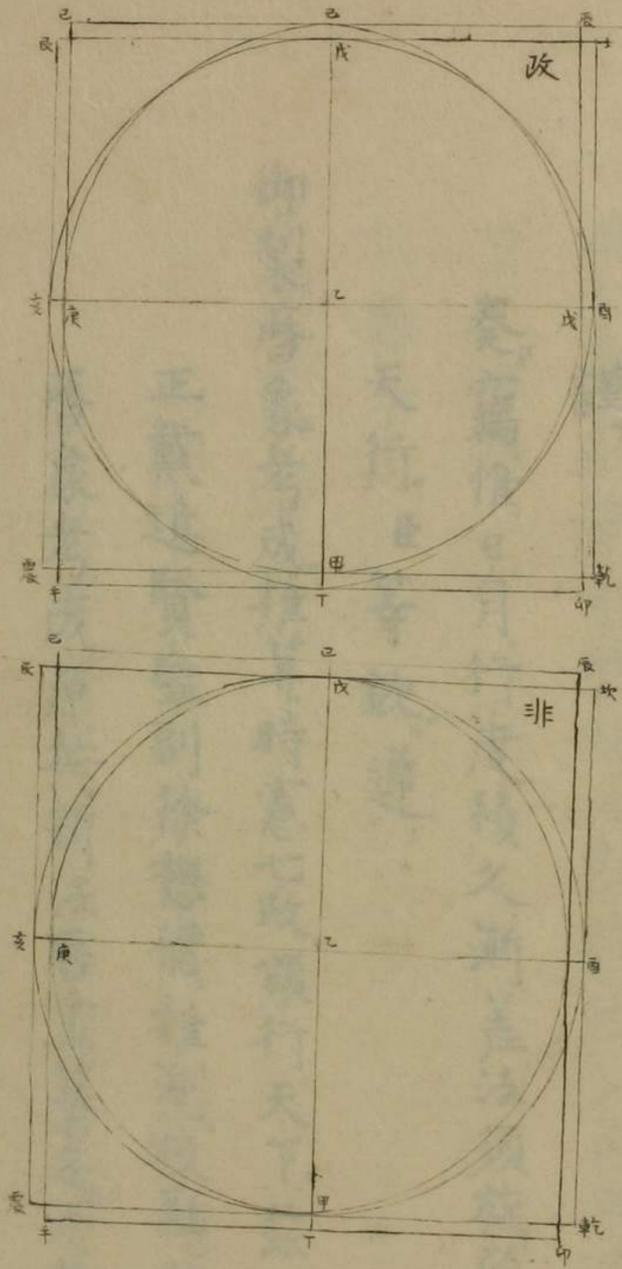
京都 極高 三十五度。一分

江都 極高 三十五度四十五分

冬至距赤道 二十三度二十八分

右周天三百六十度 一度為六十分

北京与日本京師時差。日。五。二。〇。〇。〇。〇。

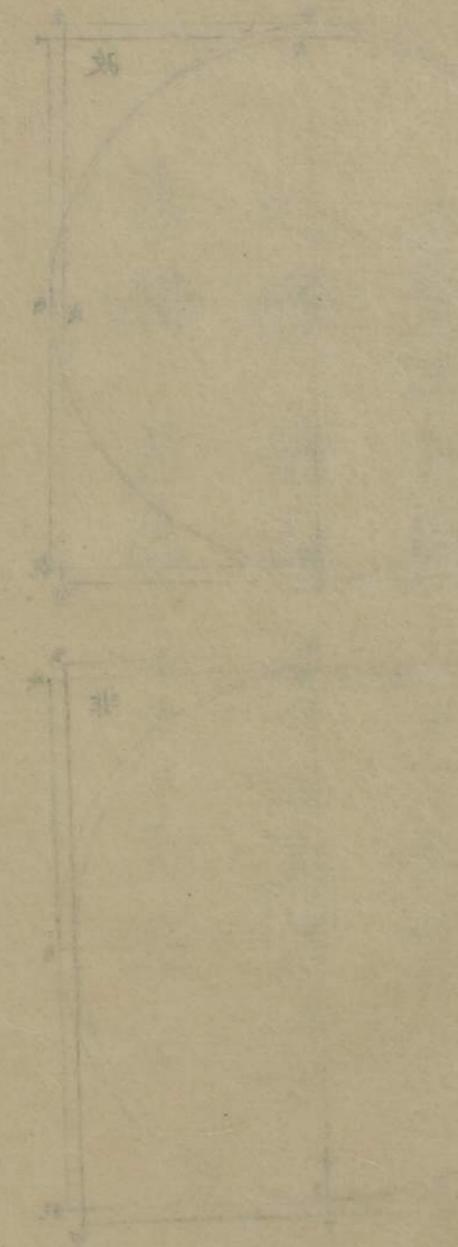


五十四丁
本言圖
疑如上圖欽



后天圖之宮生等用

京格 對高三十五分
 玉格 對高三十五分
 今至亦對二十三分二十八分



雍正八年六月二十八日。欽天監監正。臣明圖。

謹

奏竊惟日月行度積久漸差。法須旋改始能昭合。

天行。臣等欽遵。

御製曆象考成推算時憲七政頒行天下。茲據臣監監

正戴進賢監副徐懋德推測校勘。覺有微差。蓋

曆象考成原按新法曆書纂定。而新法曆書用

之已久。是以日月行度差之微芒。漸成八分秒。若

不修理。恐愈久愈差。臣圖愚昧未經考驗。不敢

邊

奏。今於雍正八年六月初一日日食。臣等公同在臺敬謹觀候。實測之與推算。分數不合。伏念曆法關係緊要。臣監職所專。司不敢壅於

上聞。謹繕摺具

奏。伏乞

皇上睿鑒。

初。下戴進賢徐懋德。挑選熟練人員。詳加校定。修理細數。繕寫條目。進

呈

御覽。為此謹

奏。請

旨。奉

旨。准其。重修。欽此。

乾隆元年五月十一日。總理事務和碩。壯親王

臣允祿。和碩果親王。臣允禮。大學士伯。臣鄂爾

泰。大學士伯。臣張廷玉。署大學士。尚書。臣徐本

謹

奏府丞梅穀成奏請敷布

御製律曆淵源以廣

聖孝等因一摺敬惟

聖祖仁皇帝集古今之大成統天人而一貫研究數十年奮筆成書以嘉惠來學現今書板存貯禮部外間並無翻刻之板是以未能流通應如梅穀成所奏合禮部招募坊賈人等刷印鬻賣嚴禁書吏阻撓索至於省直書院並所屬各學子白

遣人赴部刷印未免跋涉不若即由禮部印發各省之使應交禮部將現存書板印刷數百部按省分之大小酌量發給其書坊有情愿翻刻者聽其翻刻鬻賣廣布流通再臣民翻刻書板理宜敬避

御名臣等酌量議擬將此書翻刻時改為象數淵源合併奏明又據梅穀成奏請令學臣摘取數條發問合式者與優生一體獎賞並板取精通之人送部錄用等語查象數之學廣大精微非初

學所能究悉若卽以考試士子恐未能貫通登
答應將所奏毋庸議奉

旨此條

皇祖

皇考所定之書豈可因朕名而改易翻刻時仍爲律曆
淵源天下臣民口呼爲律曆淵源可耳餘依議欽

此

乾隆二年四月十八日協辦吏部尚書事 臣 顧

琮謹

奏竊查七政時憲書本用前明徐光啟所譯西洋
之法所爲新法曆書者其書非出於一人之筆
故圖與表不合而解多隱晦難曉欽惟

聖祖仁皇帝特命諸臣詳攷古法研精闡微俾圖與數
表昭合無遺賜名曆象考成

世宗憲皇帝御極繼志述事刊刻頒行實屬盡善但新
法曆書之表出自西洋積年旣多表漸不準推
算交食分數間有不合是以又

允監臣之請纂修日躔月離二表以推日月交食並交

宮過度晦朔弦望晝夜永短以及凌犯共三十
九員續干曆象考成諸表之末但此表並無解
說亦無推算之法查作此表者係監正加禮部
侍郎銜西洋人戴進賢能用此表者惟監副西
洋人徐懋德與食員外郎俸五官正明安圖此
三人外別無解者若不增修明白何以垂示將
來則後人無可推尋究與未經修纂無異可否
令戴進賢爲總裁以徐懋德明安圖爲副總裁
令其盡心攷驗增補圖說務期可垂永久如曆

象考成內倘有酌改之處亦令其悉心改正至
推算較對繕寫之人於欽天監人員內酌量選
用其修書紙張公費仍照曆書處之例支給凡
一應事宜及告成刊刻均令禮部兼理速爲告
竣則制法愈密推算愈精哉
朝敬授人時可以垂諸萬年矣伏乞

皇上睿鑒謹

奏奉

旨卽著顧琮專管欽此

乾隆二年五月初八日協辦吏部尚書事臣顧

琮謹

奏臣於乾隆二年四月十八日

奏請增修躔度表解圖說一摺奉

旨卽著顧琮專管欽此臣遵臣謹會同總裁欽天監

監正加禮部侍郎銜臣戴進賢副總裁監副臣

徐懋德食員外郎俸五官正臣明安圖議得增

修躔度表解圖說但用欽天監人員請卽在欽

天監開館俾伊等就近纂修不致有悞監中事

務實爲安便查雍正八年臣修日躔月離表係

欽天監監正加太常寺卿銜臣明圖監修伏乞

皇上恩准令明圖協同臣管理凡修書一應文移但

照臣部體式而用欽天監印位鈐蓋再查增修

表解圖說必須通曉曆法兼善文辭之人修飾

潤色庶義蘊顯著查從前修等書處修書翰林

現在者有順天府府丞梅欽成原任工部侍郎

何國宗二員仰懇

天恩准將梅欽成命爲總裁何國宗協同總裁効力

行走謹

奏請

旨奉

旨知道了欽此

乾隆三年四月十五日和碩壯親王臣允祿等

謹

奏竊惟欽若授時爲邦首務堯命羲和舜齊七政
尚矣三代以後推測浸疎至元郭守敬本實測
以合天行獨過前古明大統法因之然三百餘

年未加修改未免久而有差我

朝用西洋新法數既本於實測而三角八線立法
尤密但其推筭皆用成表其解釋又多參差隱
晦非一家之言故學者鮮知其立法之意我

聖祖仁皇帝學貫三才精研九數

御製曆象考成一書其數惟黃赤大距減少二分餘皆
仍新法曆書西人第谷之舊其理則揆天協紀
七政經緯究極精詳其法則彰往察來千歲日
至可坐而致於是卽數可以究窮理卽理可以定

法合中西爲一揆。統本未於一貫，非惟極一時之明備，實以開千古之韻蒙。縱或久而有差，因時損益，其道舉不越乎此矣。自康熙年間以來，西人有噶西尼法蘭德等輩出，又新制表墜子表以定時，千里鏡以測遠，爰發房谷未盡之義，大端有三。其一謂太陽地半徑差，舊定爲三分，今測正有十秒。其二謂清蒙氣差，舊定地平上爲三十四分，高四十五度止有五秒。今測地平上止三十二分，高四十五度尚有五十九秒。其一

謂日月五星之本天，舊說爲平圓，今以爲橢圓。兩端徑長，兩腰徑短，以是三者則經緯度俱有微差。臣戴進賢、臣徐懋德習知其說，而於天未有明徵，未敢斷以爲是。雍正八年六月朔日食，按舊法推得九分二十二秒，今法推得八分十秒。驗諸實測，今法果合。蓋自房谷至今一百五十餘年，數旣不能無差，而此次日食其差最顯，所當隨時修改以合天也。隨經臣明圖奏請增修日月交食表三本奉

世宗憲皇帝諭旨發武英殿刊刻續於

御製曆象考成之未現在遵行乾隆二年四月十八日

經_臣顧琮奏請增補圖說以垂永久以_臣戴進

賢為總裁_臣徐楷德_臣明安圖為副總裁奉

旨即著顧琮專管欽此嗣於五月初八日又經_臣顧

琮奏請以_臣擄毅成為總裁_臣何國宗協同總

裁効力並選得分修提調等官三十一員奉

旨知道了欽此嗣於十一月二十七日奉

上諭著_臣允祿總理欽此欽遵該_臣等查得數象首

望日躔日與天會以成歲也次月離月與日會

以成月也日月同度而日為月掩則日食日月

相對而地隔日光則月食皆以日月行度為本

今依日躔新表推算春分比前遲十三刻許秋

分比前早九刻許冬至皆遲二刻許然以測

高度惟冬至比前高二分餘夏至秋分僅差二

三十秒蓋測量在地面而推算則以地心今所

定地半徑差與地平上之蒙氣差皆與前不同

故推算每差數刻而測量所差究無多也至其

立法以本天為橢圓雖推算較難而損益舊數以合天行頗為新巧臣等按法推詳闡明理數著日躔九篇計一百九員表六十二員用數算法七員謹繕稿本恭呈

御覽候月離交食全書告竣以類相從再分卷帙再查

御製曆象考成原分上下二編今所增修事屬一例故凡前書已發明者即不復解說至書中語氣多攷據西史臣等敷其意義伏請

聖裁洪惟

御製曆象考成

聖祖仁皇帝指授臣允祿等卒同詞臣於大內蒙養齋編纂每日進呈

親加改正

世宗憲皇帝

御製序文刊刻頒行天下煌煌鉅典與日月同光矣我皇上道隆繼述學貫天人今所增修伏乞

親加裁定題曰

御製曆象考成後編與前書合成一帙所有應行修飾文義以合體制之處伏乞

發下改正再呈

御覽恭請

欽定庶

聖聖相承備

三朝之制作後先輝映昭一代之鴻模矣臣等未敢擅

便伏乞

皇上睿鑒施行謹

旨著刊刻欽此

乾隆七年四月十二日和碩莊親王臣允祿等

謹

奏竊惟欽若授時當順天以求合故必隨時修改

此古今之恆憲也哉

朝之用西法本於前明徐光啟所譯新法曆書其

書非一家之言故圖表或有不合而解說多所

難曉

一聖祖仁皇帝御製曆象考成上下二編鎔西法之曆數
入中法之型摸理必窮其本源數必究其根抵
非惟極一時推測之精固已具萬世修明之道
矣近年以來西人噶西尼等又作新法其數目
曆理皆與舊微有不同而日食則用圖算更與
舊法迥異臣戴進賢臣徐懋德素習其術曾遇
文食欽天監附圖進呈雍正八年六月朔日食
新法密合

世宗憲皇帝命修新表續於曆象考成之後乾隆二年

臣顧琮奏請增修表解圖說永垂千古奉

旨允行數年以來臣等悉心研究凡新法與舊不同
之處無不窮極根源乃得通其條貫其理雖不
越上下二編之範圍而其用意之精巧細密有
昔人所未及者皆扶盡底蘊屬解修分合日躔
月離交食共成書十卷謹繕稿本二套恭呈

御覽伏乞

皇上親加裁定

御製表序文弁於卷端以光鉅典所有在館襄事諸臣

職名照例另摺間列請

旨除臣允祿及總裁諸臣不敢仰邀議叙外其餘分
修曆書及分修協紀辨方書官員供事一併開
列名單進呈

御覽可否交部分別議叙之處出自

聖恩爲此謹

奏請

旨奉

旨有事官員著交部分別議叙具奏欽此

乾隆七年六月初二日奉

旨朕志殷旨構學謝知天所請序文可勿庸頒發宜
將歷降諭旨及諸臣原奏開載於前則修書本末
已明欽此

御製皇極經世一書卷之二
皇極經世一書卷之二
皇極經世一書卷之二
皇極經世一書卷之二
皇極經世一書卷之二

御製曆象考成後編卷一

日躔數理

日躔總論

歲實

黃赤距緯

清蒙氣差

地半徑差

用橢圓面積為平行

求兩心差及橢圓與平圓之比例

求橢圓大小經之中率
橢圓角度與面積相求
求均數

日躔總論

欽若授時以日躔為首務。蓋日出而為晝。入而為夜。與月會而為朔。行天一周而為歲。歲月日皆於是乎紀。故堯典以賓餞永短定治曆之大經。萬世莫能易也。其推步之法。三代以上不可考。漢晉諸家皆以日行一度三百六十五日四分日之一而一周天。自北齊張子信始覺有入氣之差。而立損益之率。隋劉焯立盈縮躔度與四序為升降厥法加詳。至元郭守敬乃分盈縮初末四限。較前代為密。西法自多祿畝以

至第谷則立為本天高卑本輪均輪諸說用三角形推算其術尤精。上編言之備矣。近世西人刻白爾噶西尼等更相推考。又以本天為橢圓。均分其面積為平行度。與舊法迥殊。然以求盈縮之數。則界乎本輪均輪所得數之間。蓋其法之巧合。雖若與第谷不同。而其理則猶是本天高卑之說也。至若歲實之轉增。距統與兩心差之漸近。地半徑差蒙氣差之巨為大小。則亦由於積候損益舊數。以成一家之言。今用其法並擇其義云。

歲實

日行天一周為歲。周歲之日分為歲實。古法日行一度。故周天為三百六十五度四分度之一。歲實為三百六十五日四分日之一。周日為一萬分。四分。堯典曰暮三百有六旬有六日。杜預謂舉全數而言。則有六日。其實五日四分日之一是也。漢末劉洪始覺冬至後天以為歲實太強減歲餘分二千五百為二千四百六十二。晉虞喜宋何承天祖冲之謂歲當有差。乃損歲餘以益天周。歲差之法由斯而立。元郭守敬

取劉宋大明戊寅以來相距之積日時刻求得歲實。
為三百六十五日二十四百二十五分。比四分日之
一減七十五分。而又周^天御為三百六十五度二十五
百七十五分矣。西法周天三百六十度。第谷定歲實
為三百六十五日五時三刻三分四十五秒。以周日
一萬分通之。得三百六十五日二四二一八七五。較
之郭守敬。又減萬分之三有奇。以除周天三百六十
度。得每日平行五十九分零八秒一十九微四十九
纖五十一忽三十九芒。即十分度之九分八歲差則
五六四七三六五八

謂恒星每年東行五十一秒。不特天自為天。歲自為
歲。而星又自為星。其理甚明。其用尤便。上編仍之。厥
後西人奈端等屢測歲實。又謂第谷所減大過。酌定
歲實為三百六十五日五時三刻三分五十七秒四
十一微三十八纖二忽二十六芒五十六塵。以周日
一萬分通之。得三百六十五日二四二二三三四二
〇一四一五。比第谷所定多萬分之一有奇。以除周
天三百六十度。得每日平行五十九分零八秒一十
九微四十四纖四十三忽二十二芒零三塵。即十分
度之九

意當作曉

分八五六四六九六九
三五一二八二二五
比第谷所定少五纖有奇。每
年少三十微有奇。蓋歲實之分數增則日行之分數
減。據今表推雍正元年癸卯天正冬至。比第谷舊表
遲二刻。日距平行根比舊表少一分一十四秒。見下推
用而第谷去今一百四十餘年。以數計之其差恰合。
是亦取前後兩冬至相距之積日時刻而均分之。非
意為增損也。至於歲實消長統天授時用之。新法曆
書雖為之說。而實未用其數。茲不具論。上論

黃赤距緯

黃赤距緯古今所測不同。自漢以來皆謂黃道出入
赤道南北二十四度。元郭守敬所測為二十三度九
十分三十秒。以周天三百六十度每度六十分約之。
得二十三度三十三分三十二秒。新法曆書用西人
第谷所測為二十三度三十一分三十秒。康熙五十
二年。

皇祖聖祖仁皇帝命和碩莊親王等率同儒臣於暢春園
蒙養齋開局測太陽高度得黃赤大距為二十三度

二十九分三十秒。今監臣戴進賢等。歷考西史第谷所測。益在明隆萬時。而漢時多祿畝所測為二十三度五十一分三十秒。較第谷為多。我朝順治年間。刻白爾改為二十三度三十分。後利昫理噶西尼又改為二十三度二十九分。俱較第谷為少。其前後多少之故。或謂諸家所用蒙氣差地半徑差之數各不同。故所定距緯亦異。然合中西考之。第谷以前未知有蒙氣差。而多祿畝與古為近。至郭守敬則與第谷相若。而去多祿畝則有十數分之多。康熙年間所用

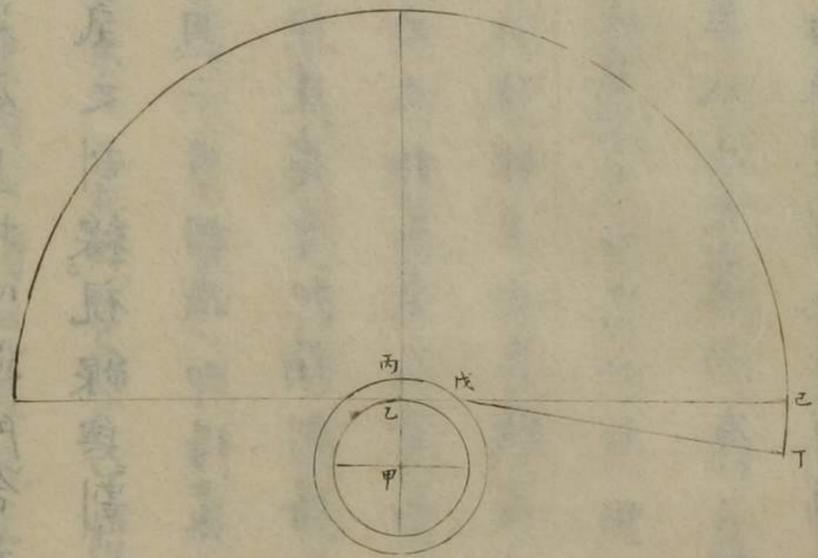
蒙氣差地半徑差。俱仍第谷之舊。與刻白爾噶西尼等所用之數不同。而所測大距又相去不遠。由此觀之。則黃赤距度古今實有不同。而非由於所用差數之異。所當隨時考測以合天也。近日西法並宗噶西尼。故黃赤大距為二十三度二十九分。至於測量之術推算之理。上編闡奧發微。千古不易。故不復載。

清蒙氣差

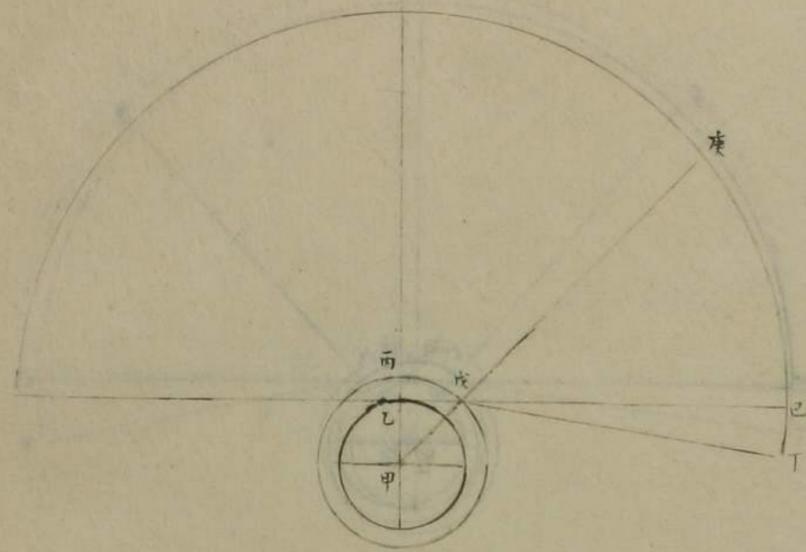
清蒙氣差。西人第谷始發其義。謂地中遊氣上騰。能升卑為高。映小為大。而蒙氣之厚薄。升像之高下。又隨地不同。其所作蒙氣差表。謂其國北極出地五十五度。測得地平上最大蒙氣差三十四分。自地平以上其差漸少。至距地高四十五度。猶差五秒。更高則無蒙氣矣。厥後西人又言。北極高四十八度。太陽高四十五度時。蒙氣差尚有一分餘。自地平至天頂皆有蒙氣差。上編具載其說。而表則仍新法曆書第谷

之舊曰也。今監臣載進賢等歷考西史第谷所定地平
上蒙氣差。其門人刻白爾即謂失之稍大而猶未定
有確數。至噶西尼始從而改正焉。其說謂蒙氣繞乎
地球之周。日月星照乎蒙氣之外。人在地面為蒙氣
所映。必能視之使高。而日月星之光線入乎蒙氣之
中。必反折之使下。故光線與視線在蒙氣之內。則合
而為一。蒙氣之外。則歧而為二。此二線所交之角。即
為蒙氣差角。第谷已悟其理。然猶未有算術。噶西尼
反覆精求。謂視線與光線所歧。雖有不同。而相合則

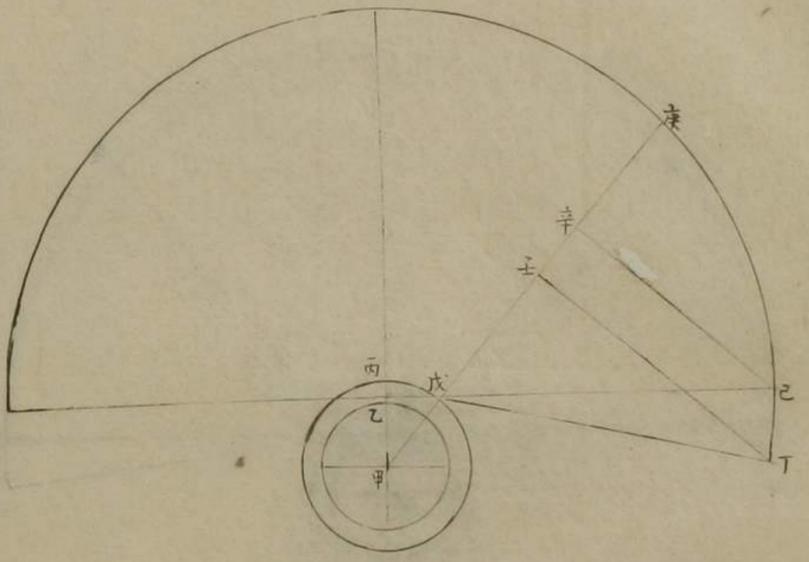
有定處。自地心過所合處作線。抵圓周。則此線即為
蒙氣之割線。視線與割線成一角。光線與割線亦成
一角。二角相減。即得蒙氣差角。爰在北極出地高四
十四度處。屢加精測。得地平上最大差為三十二分
一十九秒。蒙氣之厚為地半徑十萬分之六千零九
十五。視線角與光線角。正弦之比例。常如一千萬與
一千萬零二百八十四。一用是以推逐度之蒙氣
差。至八十九度。尚有一秒。驗諸實測。較第谷為密。近
日西法並宗之。具詳圖法於左。



如圖甲為地心。乙為地面。乙甲為地半徑一十萬。丙乙為蒙氣之厚六千零九十五。丁為太陽。月星做此。照於蒙氣之戊。人自地面乙視之。則見日於戊者當本天之己。己戊乙為視線。丁戊乙為光線。是視線常高光線常卑。視線常直光線常

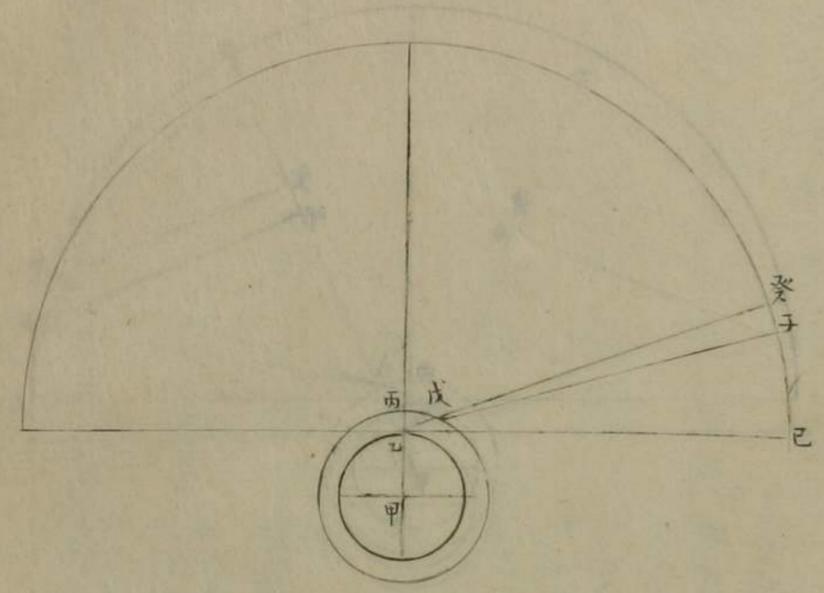


折。在戊點蒙氣之內。則光線與視線合。同為戊乙。出辛戊點之外。則視線己戊。光線丁戊。故而為二。故己戊丁角為蒙氣差角。試自地心甲出線過戊點至庚。則庚甲即為地平上蒙氣之割線。己戊庚角為視線與割線所成之角。丁戊庚



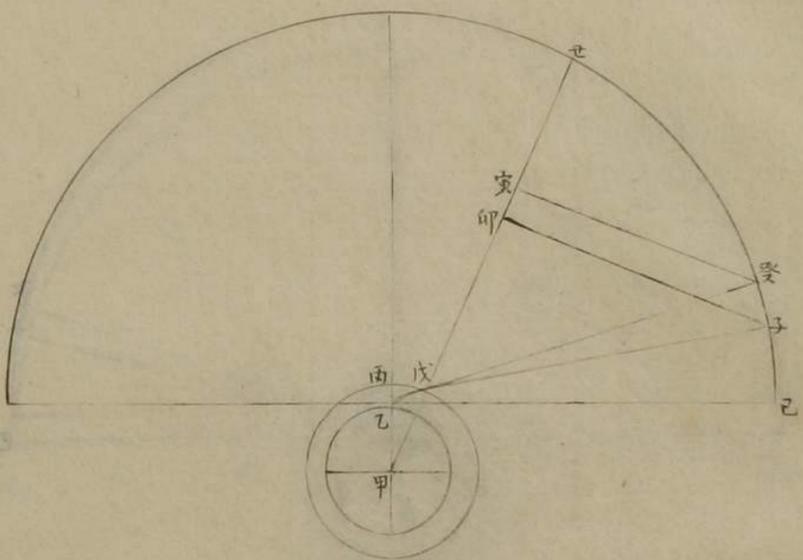
一已辛視換視線自正弦九九九三九〇八八小余此角八八八八八八小余百分
 二丁壬視換光線自正弦九九九六四八八小余此角八八八八八八小余百分
 三已辛視換光線自正弦九九九六四八八小余此角八八八八八八小余百分
 四已辛視換光線自正弦九九九六四八八小余此角八八八八八八小余百分

二分一十九秒。四小餘即丁
 戊庚角其正弦為九九九
 六七四八。二小餘夫視線角
 之正弦已辛為九九九三
 九〇八。七小餘則光線角之
 正弦丁壬為九九九六七
 四八。二小餘若設已辛為一
 千萬則丁壬必為一〇〇
 〇二八四一。此兩角正弦



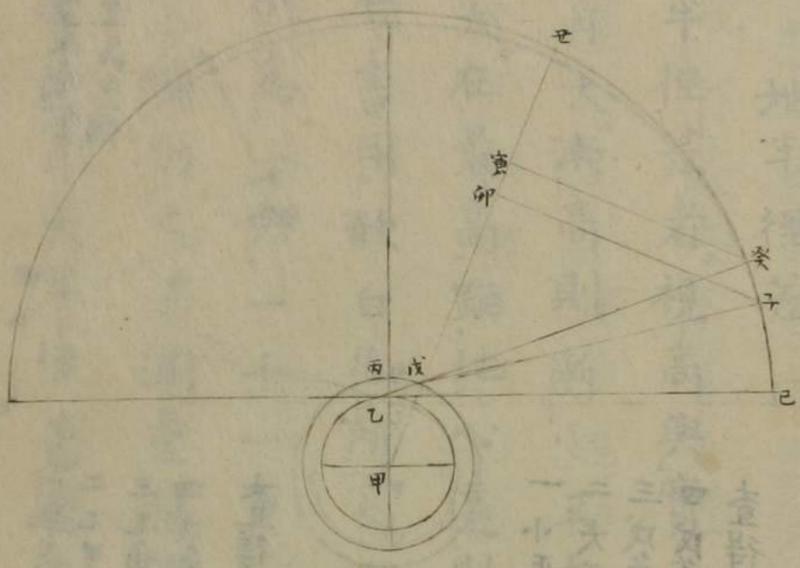
之比例也。既得兩弦之比
 例。而蒙氣差之戊角與視
 線交蒙氣割線之戊角同。
 以在地平為最大。漸近天
 頂則漸小。則是二者常相
 因。而逐度之蒙氣差皆可
 以兩弦比例而推。如求地
 平上高二十度癸己弧之
 蒙氣差。則癸戊乙為視線。

一甲戌一〇〇〇六九五
 二甲乙一〇〇〇〇〇〇〇
 三乙角七十五正弦。九九
 四戌角正弦。九九
 本且得六十九度五十四
 分五秒三十三微
 為癸戌丑角。度
 以四率正弦。九九
 又次為二率。



子戌乙為光線。丑戌甲為
 地平上二十度蒙氣之割
 線。戌乙丙角為七十度。癸
 戌丑角為視線與割線所
 成之角。其正弦為癸寅。子
 戌丑角為光線與割線所
 成之角。其正弦為子卯。先
 用甲戌乙三角形求得戌
 角六十九度五十四分一

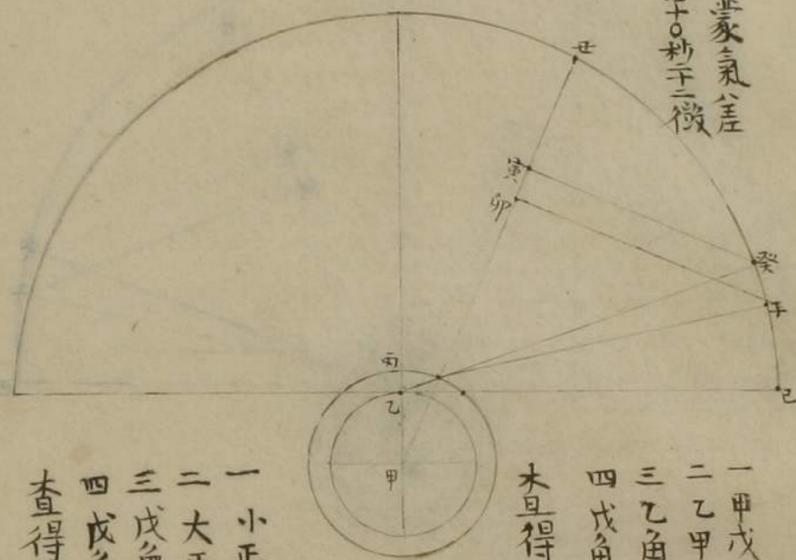
一小正弦 一〇〇〇〇〇〇〇
 二大正弦 一〇〇〇二八四一
 三前戌角正弦 〇九三二九
 四底戌角正弦 〇九三二九
 本且得六十九度五十六
 分五十五秒五十五秒
 為子戌丑角。度也
 內減癸戌丑角六
 九度五十四分二十五秒
 三十三微餘二分半
 〇秒。二微為癸
 戌子角。則為地
 平上高弧。二十
 〇度之蒙氣。差。



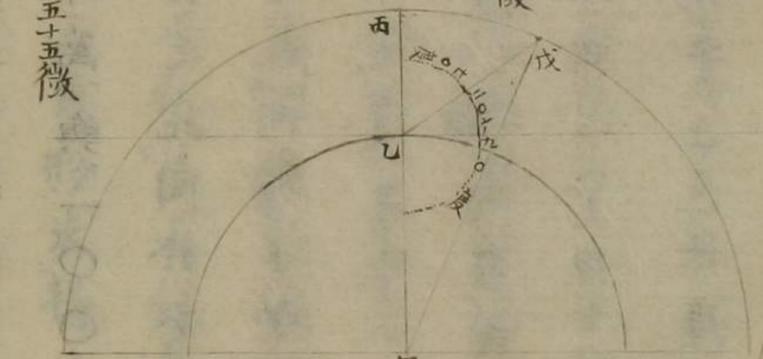
十五秒。小餘。即癸戌丑角。
 又以一千萬與一〇〇〇
 二八四一之比。同於癸寅
 與子卯之比。而得子戌丑
 角為六十九度五十六分
 五十五秒。小餘。兩角相減。
 餘癸戌子角二分四十秒。
 小餘。即地平上二十度之
 蒙氣差也。餘倣此。

假如太陽高二十度所在之蒙氣差如何 象限內減高二十度餘七十度為戊乙兩角

冬曰蒙氣差
二分半〇秒五二微



- 一 甲戊弧 一〇〇〇六〇九五
 - 二 乙甲弧 一〇〇〇〇〇〇〇
 - 三 乙角正弦 〇九三九六九二六
 - 四 戊角正弦 〇九三九一二〇二
- 本且得六十九度五十四分十五秒
乃戊癸角之度



依此法求每一度之蒙氣差而表也最良法

丑戊子六十九度五十六分五十五秒五微內減丑戊癸角九度半四分五秒三微餘者甲〇秒五二微

- 一 小正弦 一〇〇〇〇〇〇〇
 - 二 大正弦 一〇〇〇二八四一
 - 三 戊角正弦 〇九三九二〇二
 - 四 戊角正弦 〇九三九三七八
- 查得六十九度五十六分五十五秒
乃丑戊子角之度

地半徑差

地半徑差者。視高與實高之差也。太陽距地平近則差角大。漸高則漸小。又太陽在最卑距地心近則差角大。在最高距地心遠則差角小。在中距為適中。新法曆書用歌白尼所定。地半徑與中距日天半徑之比例。為一與一千一百四十二。地平上最大差為三分。上編仍之。其測量推算之法言之詳矣。自後噶西尼等謂日天半徑甚遠無地半徑差。而測量所係只在秒微。又有蒙氣難卒其內最為難定。因思日月星

之在天。惟恒星無地半徑差。若以日與恒星相較。可得其準。而日星不能兩見。是測日不如測五星也。土木二星在日上。去地尤遠。地半徑差愈微。金水二星雖有時在日下。而其行繞日。逼近日光。均為難測。惟火星繞日而亦繞地。能與太陽衝。故夜半時火星正當子午線。於南北兩處測之。同與一恒星相較。其距恒星若相等。則是無地半徑差。若相距不等。即為有地半徑差。其不等之數。即兩處地半徑差之較。且火星衝太陽時。其距地較太陽為近。則太陽地半徑差。

太陽在中距

地半上最大地半徑差十秒

在最高

地半徑差十秒

在最低

地半徑差十秒

比例

中距

為一五二方。六二六

最高

為一五二方。九七五

最卑

為一五二方。二七七

假如太陽在中距欲求太陽與地球心之相距里程

一 地半徑一里

二 距地心二〇六三六

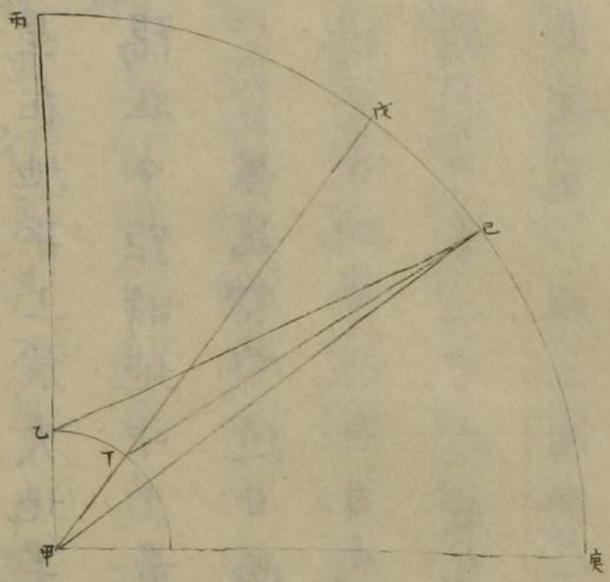
三 地半徑一七〇百九十九

四 距地心三十五百四十五

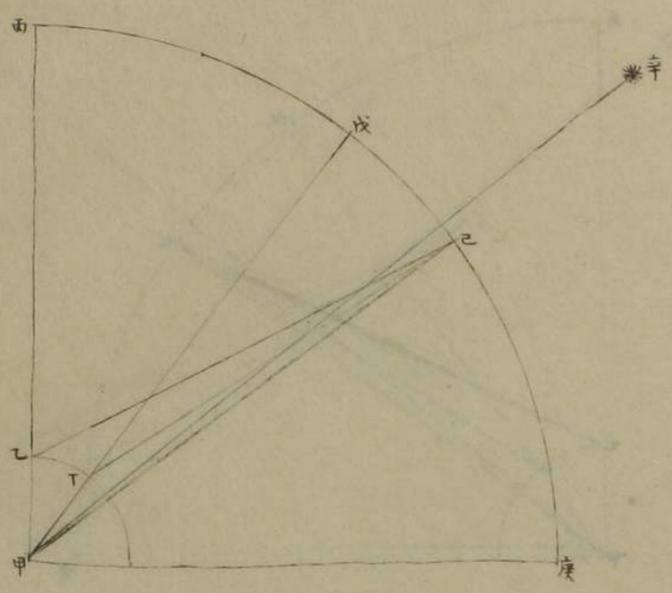
乃里法 萬六千〇九十四

則太陽與地球心相距

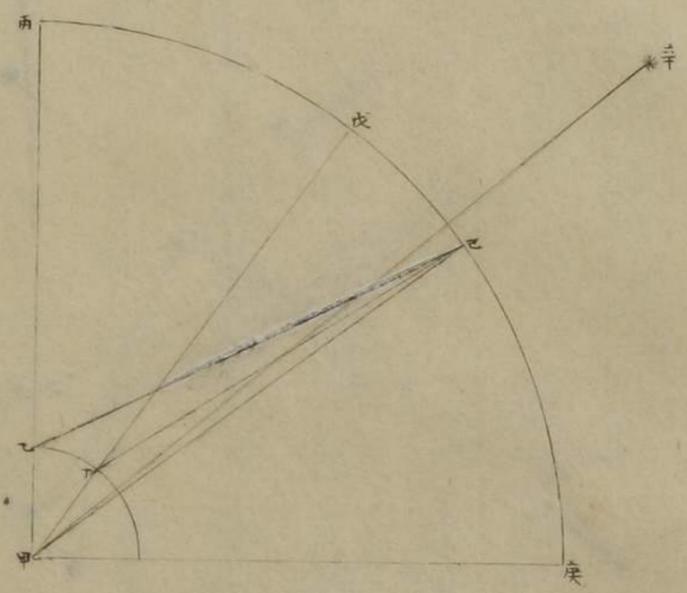
必更小於火星地半徑差也。噶西尼用此法推得火星在地平上最大地半徑差為二十五秒。比例得太陽在中距時地平上最大地半徑差為一十秒。驗之。交食果為吻合。近日西法並宗其說。今用所定地半徑差求地半徑與日大半径之比例。中距為一與二萬零六百二十六。最高為一與二萬零九百七十五。最卑為一與二萬零二百七十七。以求地平上最大之地半徑差。最高為九秒五十微。最卑為一十秒一十微。測算之法並述於左。



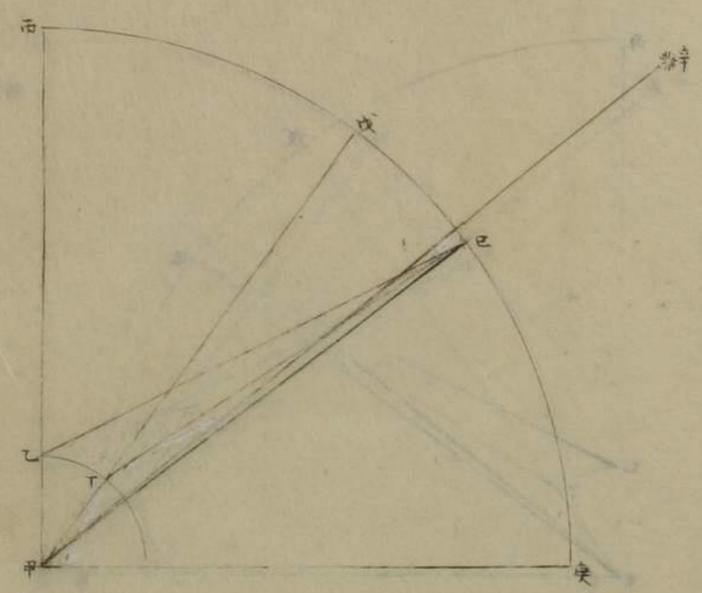
康熙十一年壬子秋分前十四日。火星與太陽衝。西人噶西尼。於富郎濟亞國測得火星距天頂三十九度四十分一十五秒。利實爾於噶耶那島測得火星距天頂一十五度四十七分五秒。同時用有千里鏡能測秒微之儀器。與子午



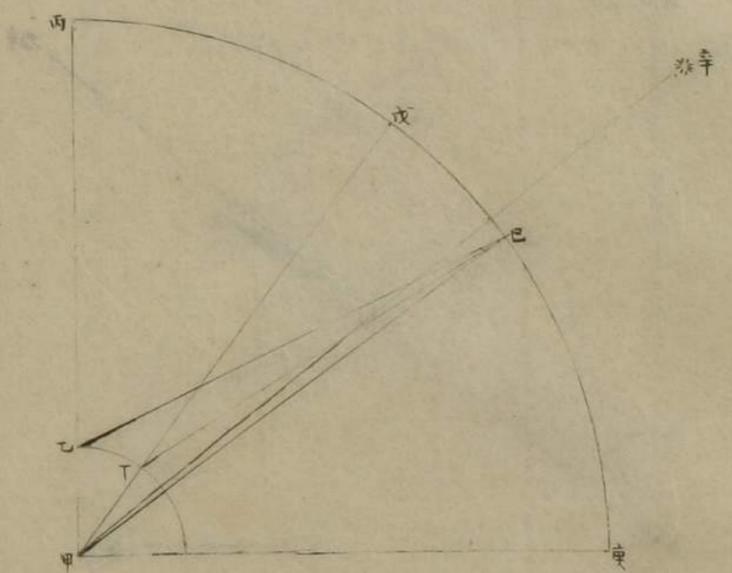
線上最近一恒星測其相距。噶西尼所測火星較低一十五秒。如噶西尼測得四十分一十五秒。利實爾測得火星距恒星下四十分。又逐日細測恒星距天頂。噶西尼測得為五十九度。利實爾測得為一十五度七分五秒。各與所測火星距恒星之數相加。即各得火星距天頂之度。以之立法。甲為地心。乙為富郎濟亞國地面。丙為天頂。



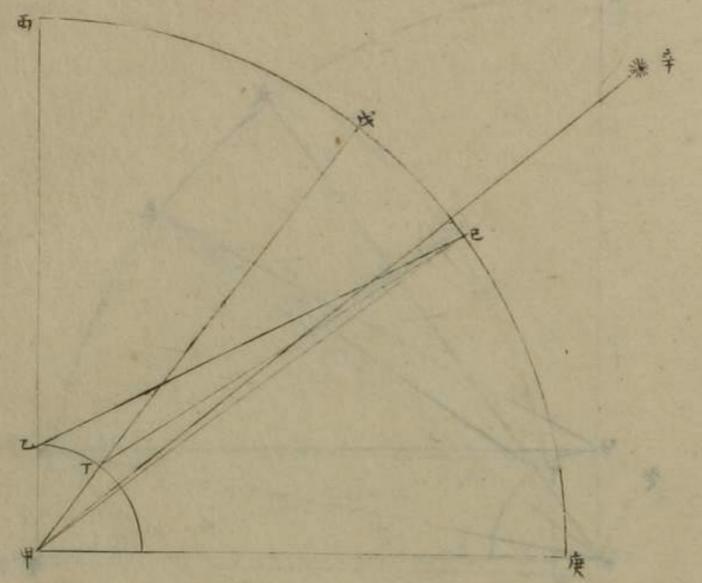
丁為噶耶那島地面。戊為
 天頂。己為火星。丙戊己庚
 為子午線。如兩地面不同
 須按東西里差求其同一
 子午線之高度。見上編日
 理。曆 己乙丙角為乙處火
 星視距天頂五十九度四
 十分一十五秒。己丁戊角
 為丁處火星視距天頂一
 十五度四十七分五秒。地
 面



為視距。地 辛為恒星。辛甲
 心為實距。丙角為乙處恒星距天頂
 之度。辛甲戊角為丁處恒
 星距天頂之度。因恒星距
 地甚遠。地面所視與地心
 無異。故無地半徑差。假若
 火星亦無地半徑差。則乙
 處火星實距天頂當為己
 甲丙角。丁處火星實距天

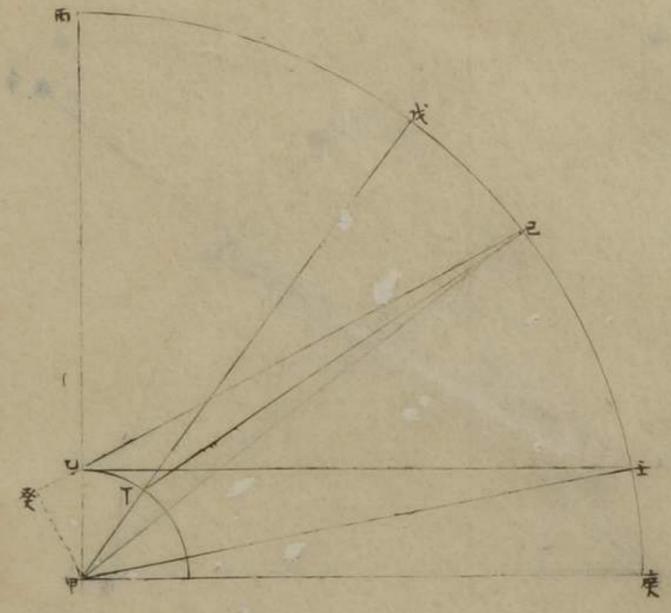


頂當爲已甲戊角。而火星
與恆星之相距。卽同爲已
甲辛角。無高低之異。乃乙
處所測火星距天頂爲已
乙丙角。較之實距天頂之
已甲丙角。低一乙己甲角。
是卽乙處之地半徑差也。
丁處所測火星距天頂爲
已丁戊角。較之實距天頂

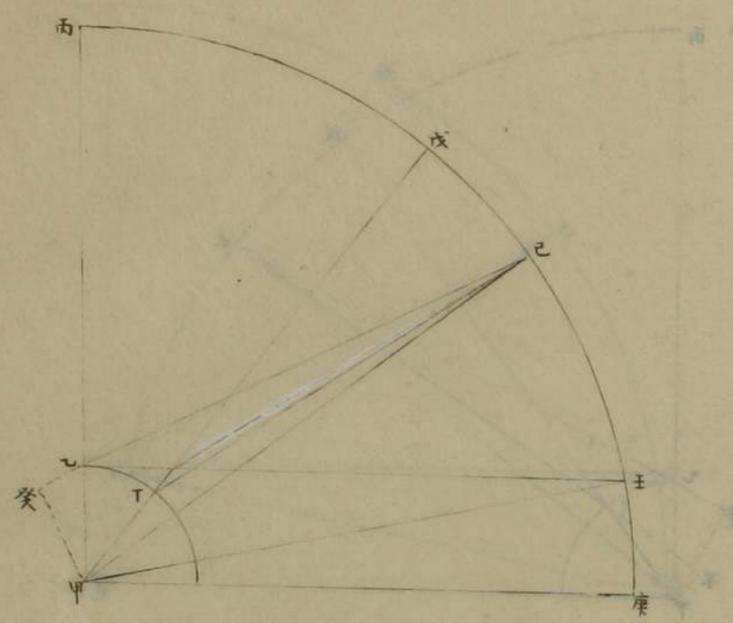


之已甲戊角。低一丁己甲
角。是卽丁處之地半徑差
也。夫火星之距恆星一也。
因乙處所測火星距天頂
遠。故乙己甲差角大。丁處
所測火星距天頂近。故丁
己甲差角小。則乙處所測
火星距恆星較丁處。低一
十五秒。卽兩差角相減所

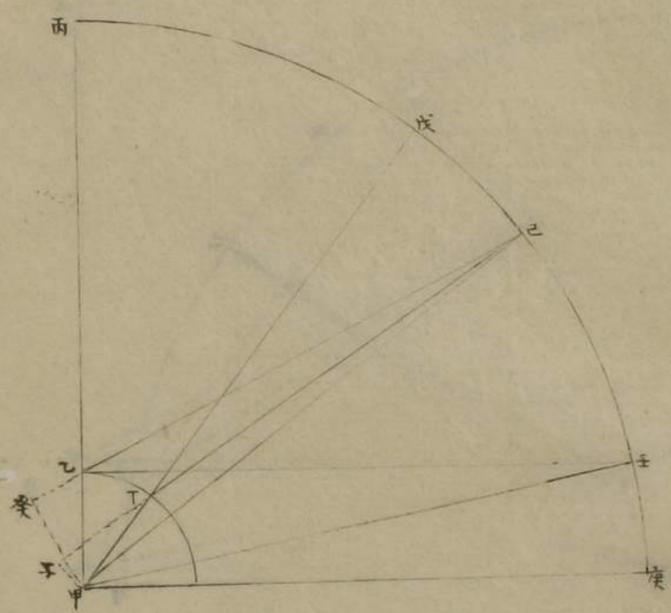
一兩處正弦較
 二所測地半徑較
 三半徑一十萬
 乙甲四地半上最大地半徑差



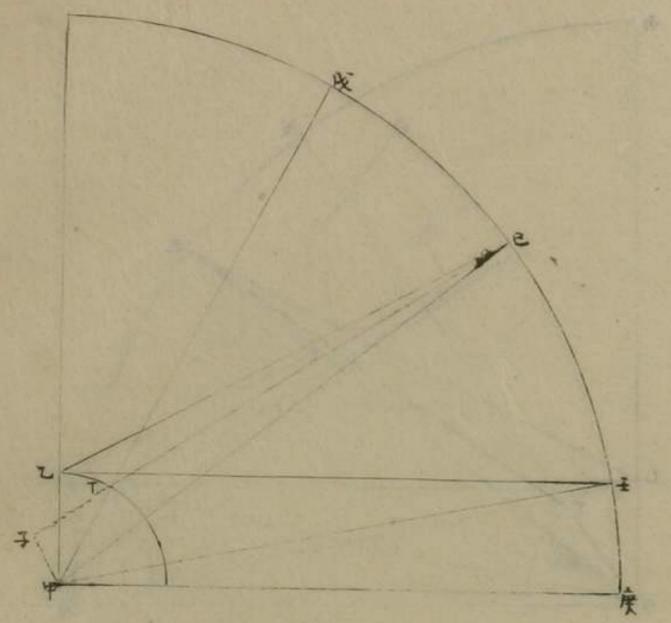
餘之丁己乙角。乃兩處地
 半徑差之較也。既得地半
 徑差較丁己乙角。而欲求
 地平上最大差甲壬乙角。
 則以兩處所測火星距天
 頂之正弦相減與地半徑
 差較秒數之比。即同於半
 徑一千萬與地平上最大
 差秒數之比。蓋將己乙線



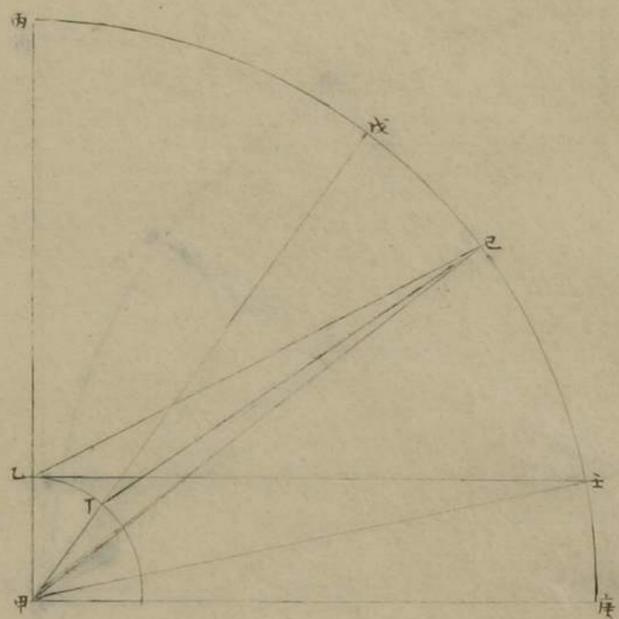
引長至癸。自甲作甲癸垂
 線成甲癸乙直角形。癸為
 直角。乙角與己乙丙為對
 角。即乙處火星距天頂之
 度。甲癸為地半徑差乙己
 甲角之正弦。甲己為
 為地半徑。即最大差甲壬
 乙角之正弦。甲壬為
 為乙角正弦與甲癸之比。



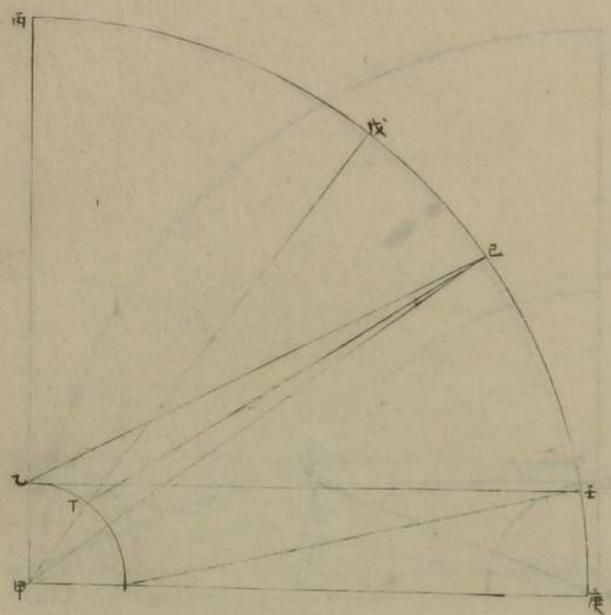
同於癸直角正弦一十萬
 與甲乙之比檢表而得
 角也。又將已丁線引長至
 子。自甲作甲子垂線成甲
 子丁直角形。子為直角。丁
 角與已丁戊為對角。即丁
 處火星距天頂之度。甲子
 為地半徑差丁己甲角之
 正弦。甲丁與甲乙等。亦為



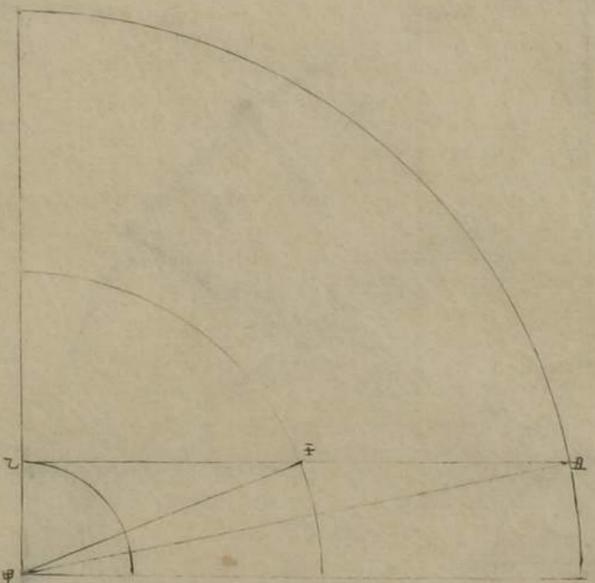
最大差甲士乙角之正弦。
 其法為丁角正弦與甲子
 之比。同於子直角正弦一
 十萬與甲丁之比。亦檢表
 而得丁角也。夫兩視距天
 頂之正弦與兩地半徑差
 正弦之比。既皆同於一十
 萬與最大差正弦之比。則
 兩視距天頂正弦相減之



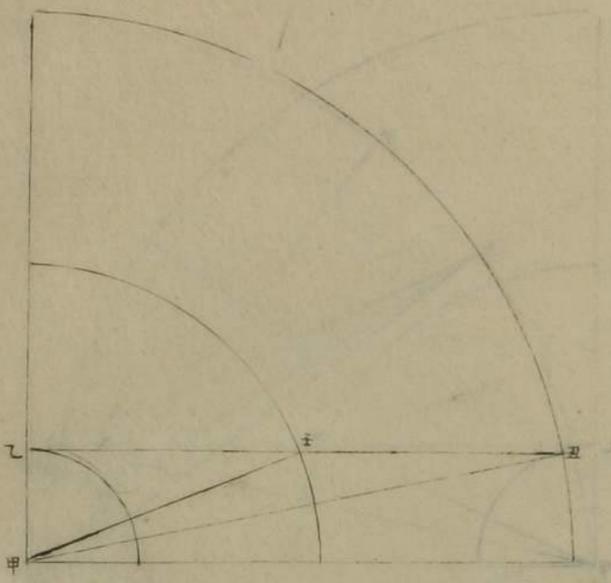
較與兩地半徑差正弦相減之較之比亦必同於一十萬與最大差正弦之比。又地半徑差角甚小其兩正弦之較與兩角度之較可以相為比例。則兩視距天項正弦相減之較與兩地半徑差相減所餘秒數之比亦必同於一十萬與



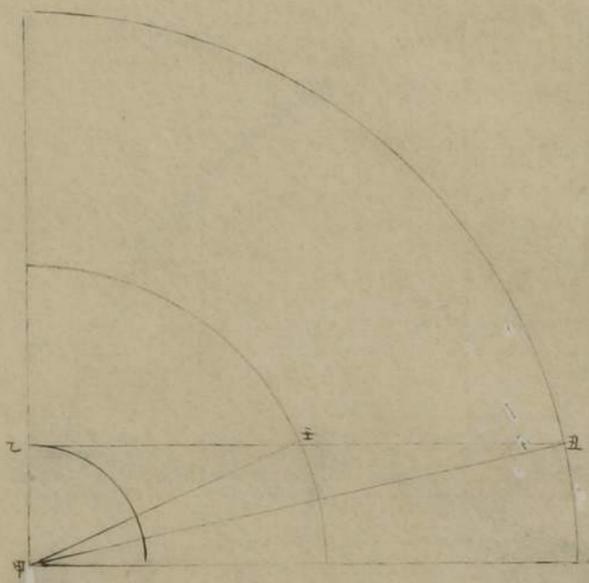
最大差秒數之比矣。故以乙丙角五十九度四十分一十五秒之正弦八六三一三八六與己丁戊角一十五度四十七分五秒之正弦二七二〇二三六相減餘五九一一一五〇為一率。乙己丁角一十五秒為二率。一十萬為三率。



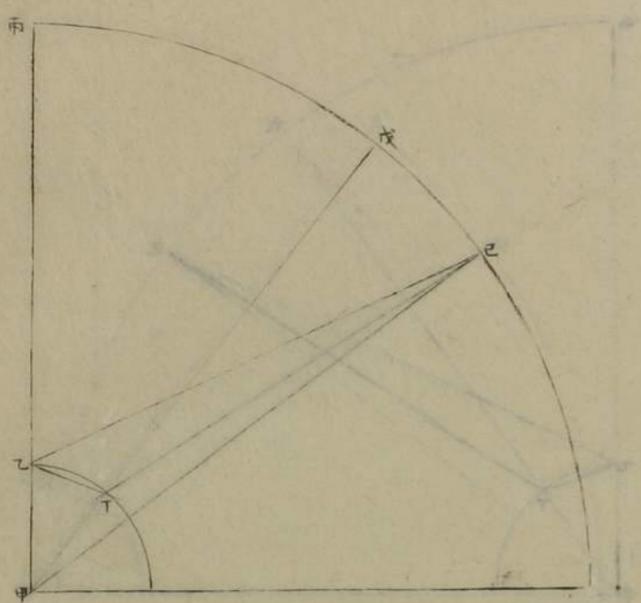
求得四率二十五秒。小餘三七
 即甲丑乙角為火星在地
 平上最大之地半徑差也。
 既得火星地半徑差甲丑
 乙角。而欲求太陽地半徑
 差甲丑乙角。據歌白尼第
 谷測得火星距地甲丑與
 太陽距地甲丑之比。如一
 百與二百六十六。其法當



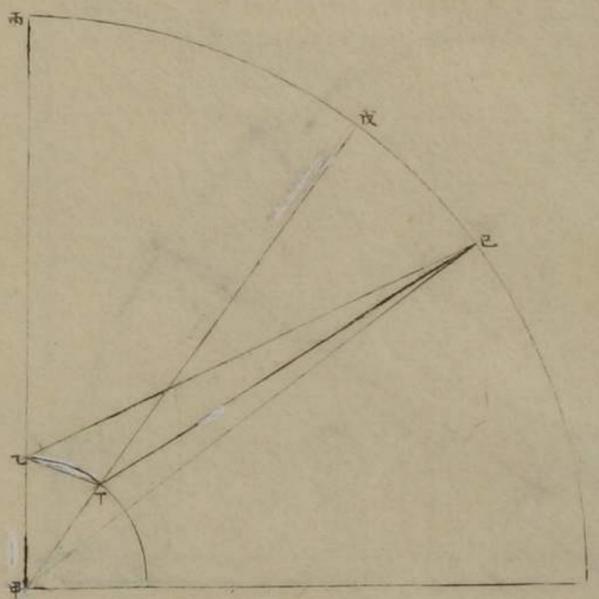
先用甲乙丑形。以乙角正
 弦為一率。甲丑為二率。乙
 角正弦為三率。甲乙為四
 率。此第一比例也。次用甲
 乙丑形。以甲丑為一率。乙
 角正弦為二率。甲乙為三
 率。丑角正弦為四率。此第
 二比例也。然第二比例之
 二率三率。即第一比例之



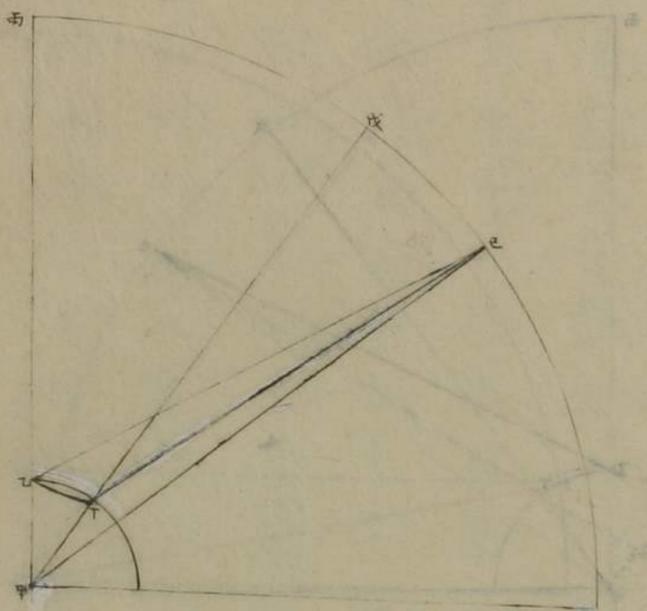
一率四率。而一率四率相
 乘。原與二率三率相乘之
 數等。故即以甲丑二六六
 爲一率。甲壬一〇〇爲二
 率。壬角二十五秒。小餘爲
 三率。求得四率九秒。小餘
 進爲一十秒。爲丑角度。因
 丑二角甚小。正弦與角度
 可以相爲比例。故壬角用
 亦得。即太陽在地平上



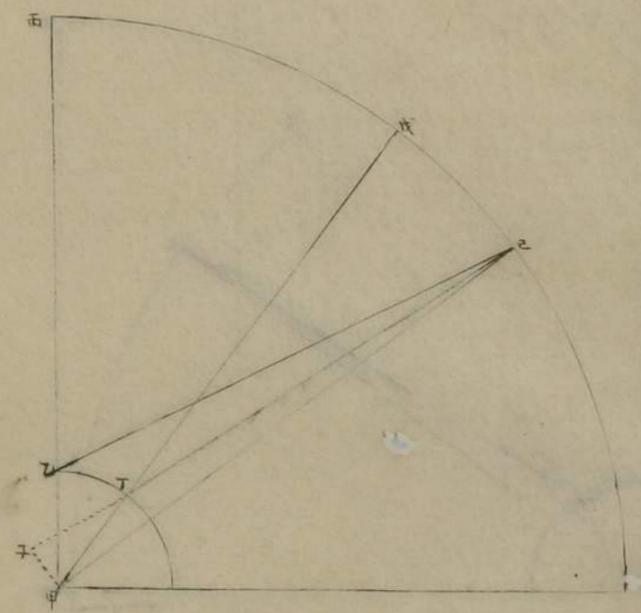
最大之地半徑差也。
 又按上編日躔求地半徑
 差法。以兩處恒星距天頂
 相減。餘四十三度五十二
 分五十五秒。爲戊丙弧。即
 戊甲丙角。先用乙甲丁三
 角形。甲乙。甲丁二邊俱命
 爲一十萬。以甲角折半之
 正弦倍之。得七四七三〇



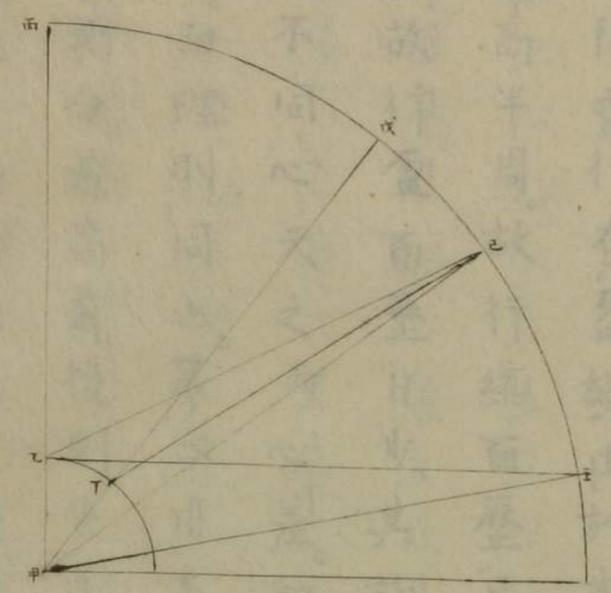
二三爲乙丁邊。又以甲角
與半圓相減餘數半之。得
六十八度三分三十二秒
三十微爲乙角。亦即丁角。
次用乙已丁三角形。此形
有乙丁邊。有已乙丁角。五
十二度一十六分一十二
秒三十微。半周內減去甲
已乙丙角。餘乙丁角。又減去
即已乙丁角。有已丁乙角



一百二十七度四十三分
三十二秒三十微。半周內
丁乙角。加已丁角。有乙已
角。即已丁乙角。有乙已
丁角一十五秒。相併與半
圓相減。餘即已角。與半
前地半徑較合。求得
已丁邊八一二七五一二
五一五四。小餘九。次用已丁
甲三角形。此形有甲丁邊。
有丁已邊。有丁外角一十



五度四十七分五秒。即丁
 星距。將己丁線引長至子。
 成甲子丁直角形。丁角正
 弦二七二〇二三六。小餘
 即甲子邊。丁角餘弦九六
 二二九〇六。即丁子邊。以
 丁子與己丁相加。得己子
 八二二八四七四八〇六
 〇。小餘為股。甲子為勾。求
 弦。



得弦八一二八四七四八
 一一二為甲己邊。與甲壬
 等。即火星距地心數。以地
 半徑較之。其比例為一與
 八千一百二十八。又以甲
 壬為一率。甲乙為二率。一
 千萬為三率。求得四率一
 二三〇。小餘為丁角之正
 弦。檢表得二十五秒。小餘

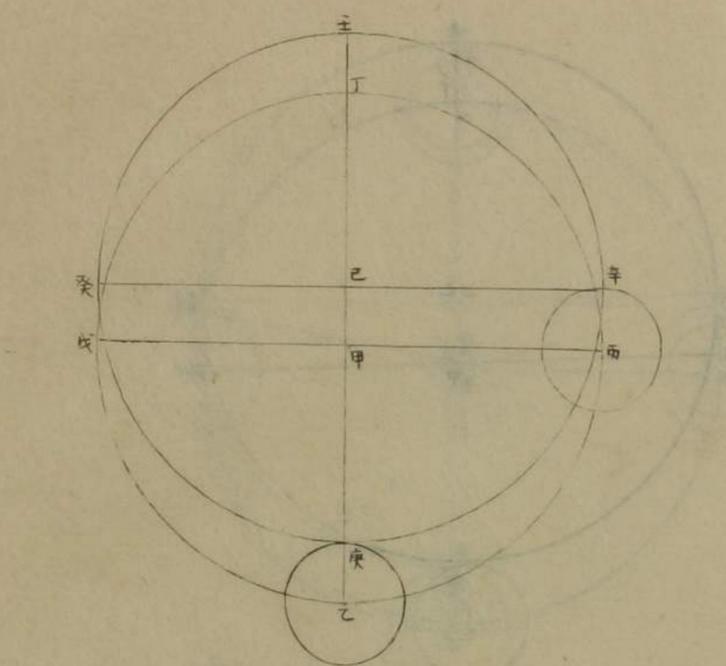
爲火星在地平上最大差。
與前法所得數同。上編求
半徑差亦可用前法算。但
兩處所測太陽。一在天頂
南。一在天頂北。其差角爲
地半徑差總。當以兩距天
頂之正弦相加與地半徑
差總。秒數之比。同於一千
萬與地平上最大
差秒數之比耳。

用橢圓面積爲平行

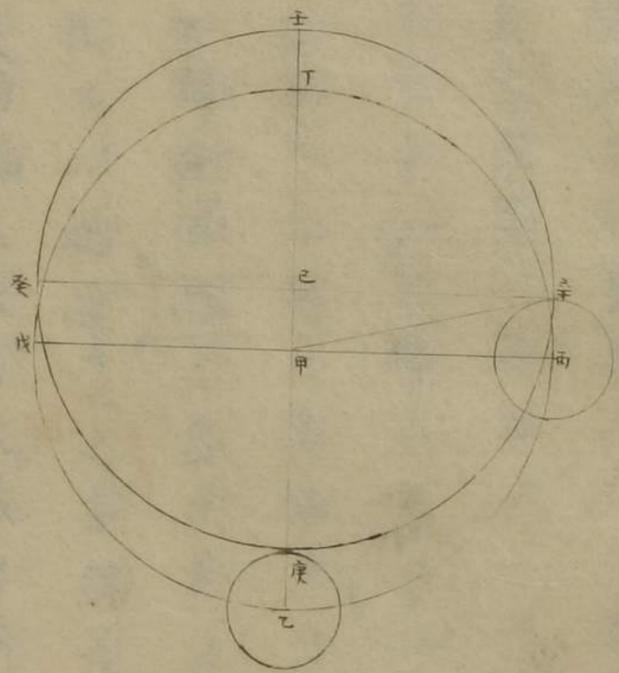
太陽之行有盈縮。由於本天有高卑。春分至秋分行
最高半周。故行縮而歷日多。秋分至春分行最卑半
周。故行盈而歷日少。其說一爲不同心天。一爲本輪。
而不同心天之兩心差。卽本輪之半徑。故二者名雖
異。而理則同也。第谷用本輪以推盈縮差。惟中距與
實測合。最高前後則失之小。最卑前後則失之大。又
最高之高於本天半徑。最卑之卑於本天半徑者。非
兩心差之全數。而止及其半。故又用均輪以消息乎

其間而後高卑之數盈縮之行與當時實測相合。上
 編言之詳矣。然天行不能無差。元郭守敬定盈縮之
 最大差為二度四〇一四。以周天三百六十度每度
 六十分約之。得二度二十二分。新法曆書第谷所定
 之最大差為二度零三分一十一秒。刻白尔以來屢
 加精測盈縮之最大差。止行一度五十六分一十二
 秒。又以推逐度之盈縮差。最高前後本輪固失之小
 矣。均輪又失之大。最卑前後本輪固失之大矣。均輪
 又失之小。乃設本天為橢圓。均分橢圓面積為逐日

平行之度。則高卑之理既與舊說無異。而高卑前後
 盈縮之行。乃俱與今測相符。具詳圖說如左。

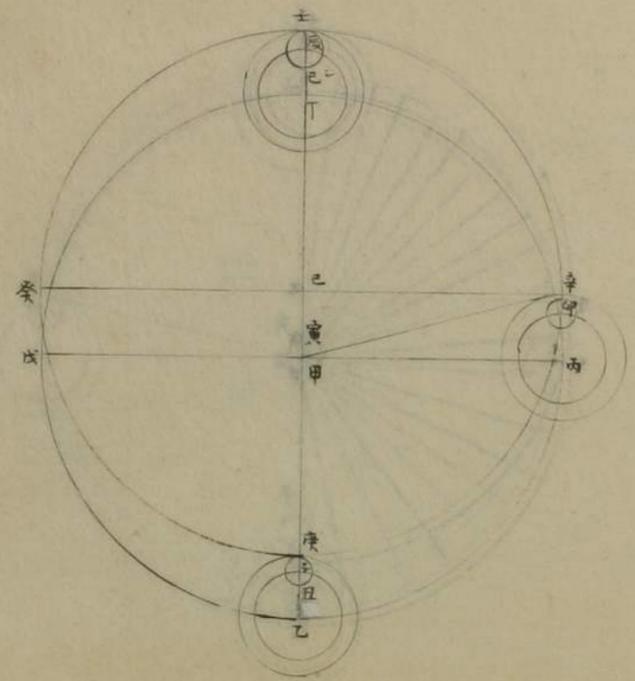


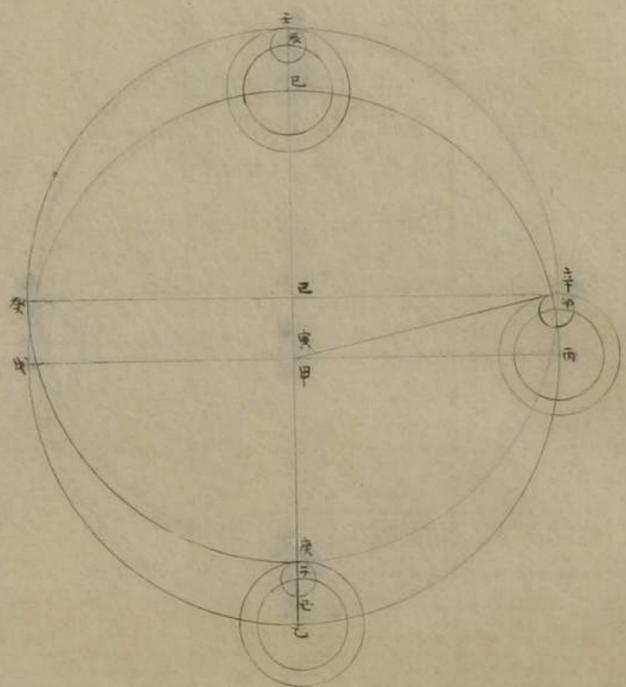
如圖甲為地心。乙丙丁戊
 為黃道。己為不同心天之
 心。庚辛壬癸為不同心天。
 乙庚為本輪半徑。與甲己
 兩心差等。以本輪之法論
 之。最卑時本輪心在乙。太
 陽在庚。中距時本輪心在



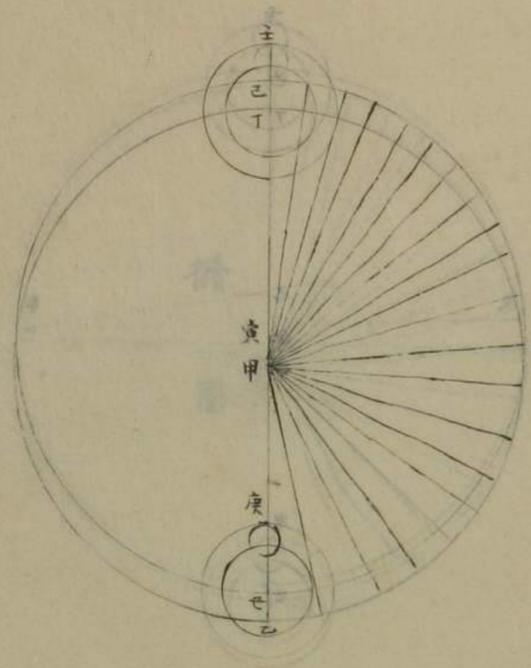
取法之與不同心天之法相
同。以均輪之法論之。最卑

丙。太陽在辛。乙丙為平行
九十度。辛甲丙角為平行
實行之最大差。以不同心
天之法論之。太陽自最卑
庚行至辛亦九十度。已辛
甲角為平行實行之最大
差。與辛甲丙角等。故本輪
之法與不同心天之法相
同。以均輪之法論之。最卑
時本輪心在乙。均輪心在
子。太陽在丑。中距時本輪
心在丙。均輪心在卯。太陽
在辛。最高時本輪心在丁。
均輪心在辰。太陽在己。辛
甲丙角最大差。仍當甲己
之全。而丑乙之卑於本天
半徑。己丁之高於本天半
徑者。止及甲己之半。與甲

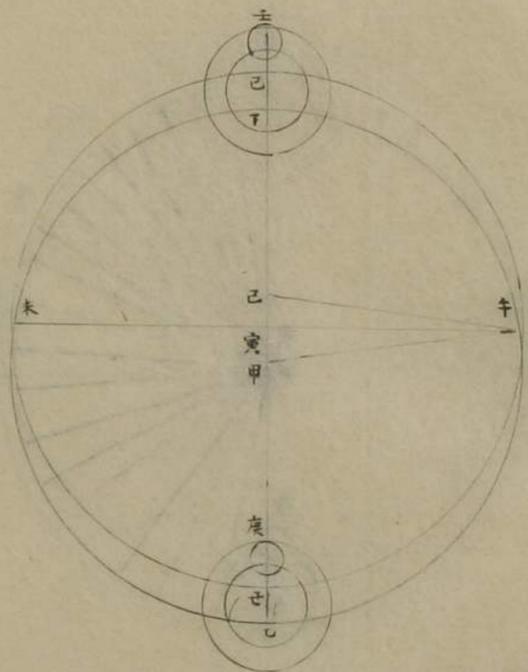




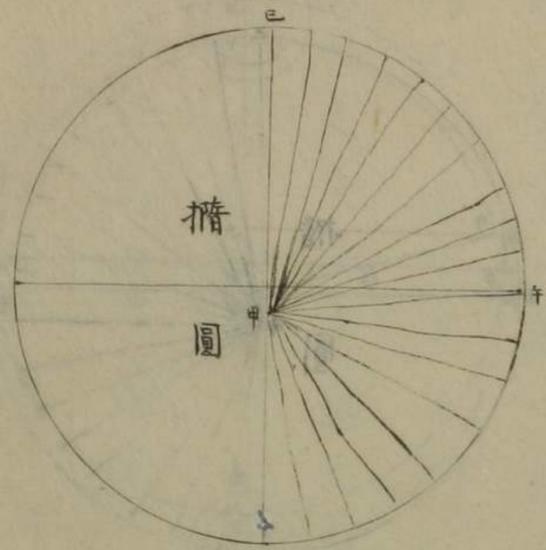
寅等。故以推盈縮差惟中
 距與本輪同。最高半周比
 之本輪則大。距地近故角大。最卑
 半周比之本輪則小。距地遠故
 角小。此其所以消息乎本輪
 之行度者。當時必有所據
 而自刻白尔以來。則謂高
 卑之數。均輪所定。誠是但
 其數漸減耳。至以推盈縮



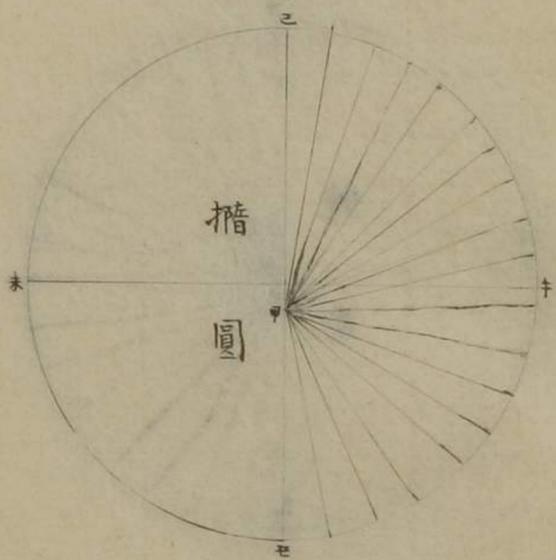
差。則均輪之所消息者。又
 屬太過。惟以寅為不同心
 天之心。作橢圓形。自地心
 甲氏分之計。太陽在橢圓
 周右旋。其所行之分。橢圓
 面積。日日皆相等。而用以
 推黃道實行之盈縮。則在
 本輪均輪所得數之間。而
 與實測昭合。試以寅為心。



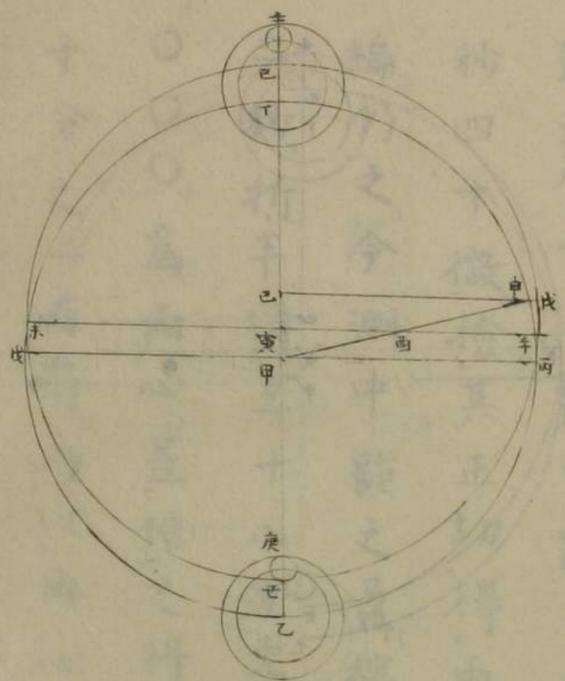
與巳丑作十字線。又取寅
丑之度從甲截橫線於午。
使午甲午巳皆與寅丑半
徑等。仍以甲巳兩點各為
心。午為界。各用一針。針之
圍以絲線未。以鉛筆代午
針引而旋轉。即成丑午巳
未橢圓形。寅丑寅巳為橢
圓大半徑。寅午寅未為橢



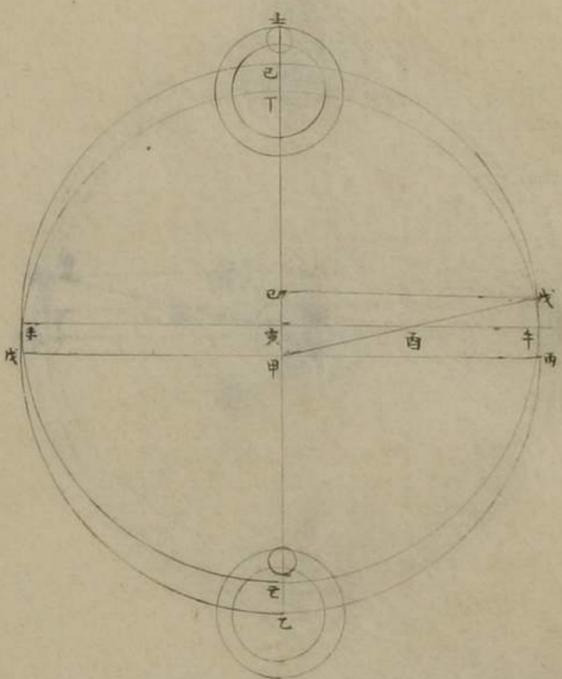
圓小半徑。則橢圓不以甲
巳為心。而以寅為心。丑乙
之卑於黃道。巳丁之高於
黃道者。止及甲巳之半。與
寅甲等。是高卑之理與均
輪合矣。又將橢圓面積以
甲為心。均分為三百六十
分。每分之積皆為一度。每
一度積為六十分。太陽每



日右旋。當每一度積之五十九分有奇。是為平行。在最卑半周。甲心至橢圓界之線短。則角度必寬。是為行盈。在最高半周。甲心至橢圓界之線長。則角度必狹。是為行縮。故太陽循橢圓周行。惟所當之面積相等。而角不等。其角度與積



度之較。即平行實行之差。中距平行至申。甲申丑積為橢圓四分之一。為平行九十度。與寅午丑積等。甲酉積微大于酉寅甲積。然所差無多。故為相等。亦與申乙甲角等。而自地心甲計之。已當黃道之戊。戊甲丑角為實行。己申甲角為平行實行之差。是中距

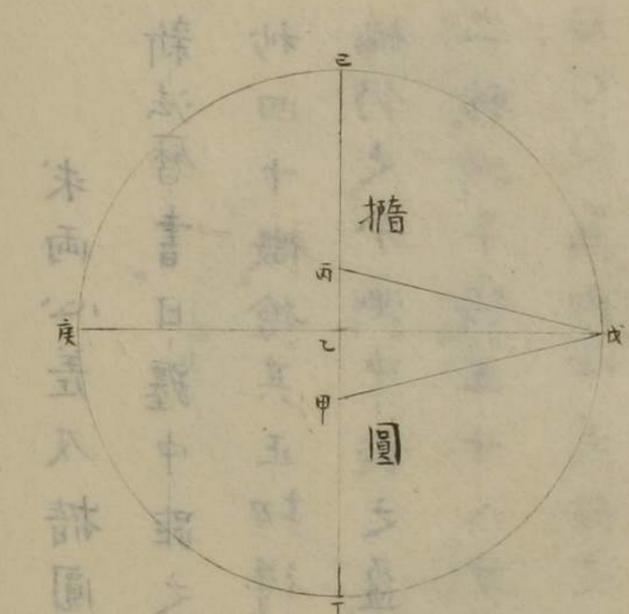


之盈縮差與本輪均輪皆
 合矣。用是以推逐度之盈
 縮差。在最高半周比之本
 輪固大。比之均輪又微小。
 最卑半周比之本輪固小。
 比之均輪又微大。驗諸實
 測度為近之。推算之法具
 詳後篇。

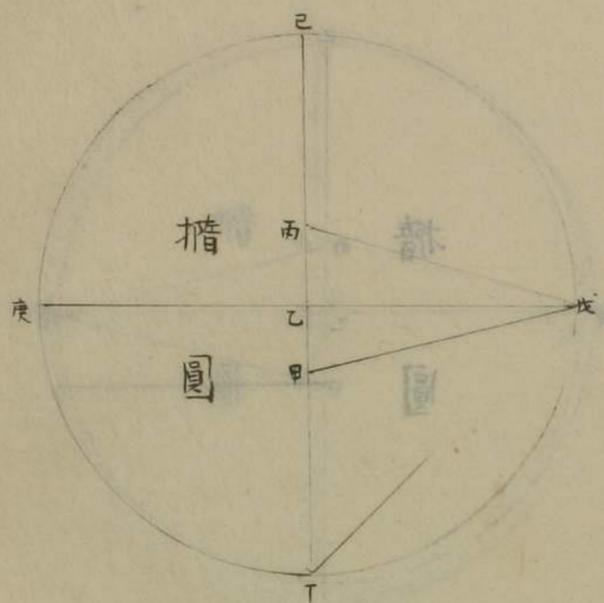
求兩心差及橢圓與平圓之比例

新法曆書。日躔中距之盈縮差為二度零三分零九
 秒四十微。檢其正切得兩心差為三五八四一六。上
 編仍之。今測中距之盈縮差得一度五十六分一十
 二秒。折半得五十八分零六秒。檢其正弦得一六九
 〇〇〇。為兩心差倍之得三三八〇〇〇。比舊日數少
 千分之二有奇。乃以兩心差一六九〇〇〇為勾。平
 圓半徑一十萬為弦。求得股九九八五七一。小餘
八〇一。即橢圓之小半徑。而凡橢圓之正弦角度面
九一。

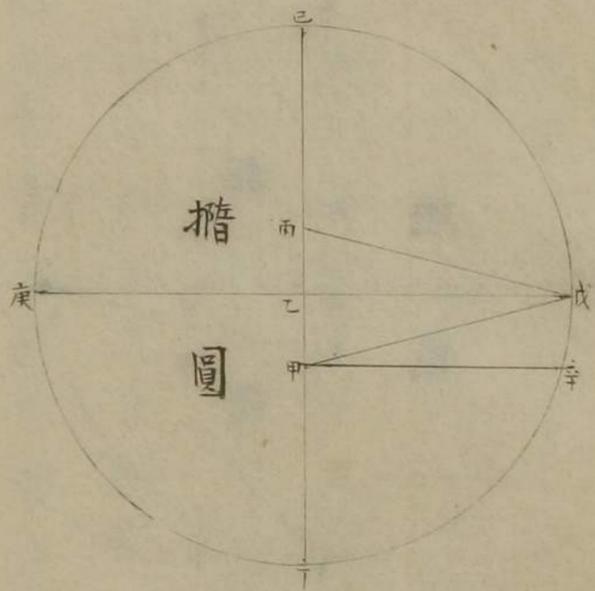
積與平圓之比例皆同於橢圓之小半徑與平圓半徑之比例焉。



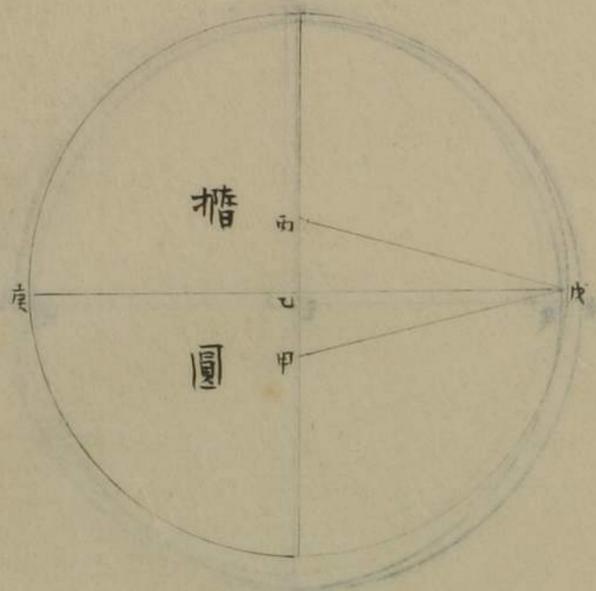
如圖甲為地心。乙為本天
心。甲乙為兩心差。甲丙為
倍差。丁戊已庚橢圓為本
天。乙丁為大半徑一千萬。
乙戊為小半徑。丙戊甲戊
皆與乙丁等。太陽行至戊
甲戊丁分橢圓面積八十



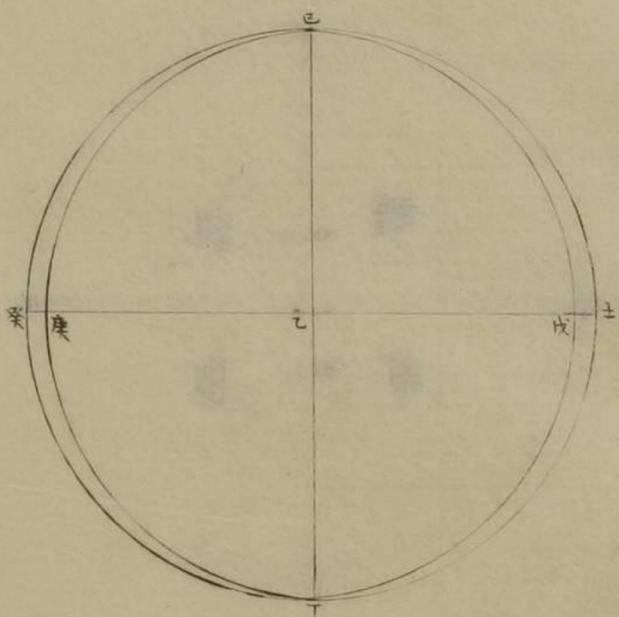
九度一分五十四秒為平
行。其小於九十度之五十
八分六秒。即甲乙戊勾股
積。乙戊丁積為橢圓四分
之一。必九十度。故甲戊
丁積小。餘九十度之
積。即甲乙戊勾股積。亦即
乙戊甲角。甲乙戊勾股積
乙戊邊。即小徑。其積分乎
大小徑之間。與分半圓面
相似。故積度即角度。若近
甲丁則邊短而角大。近甲
己則邊長而角小。詳後篇。
戊甲丁角九



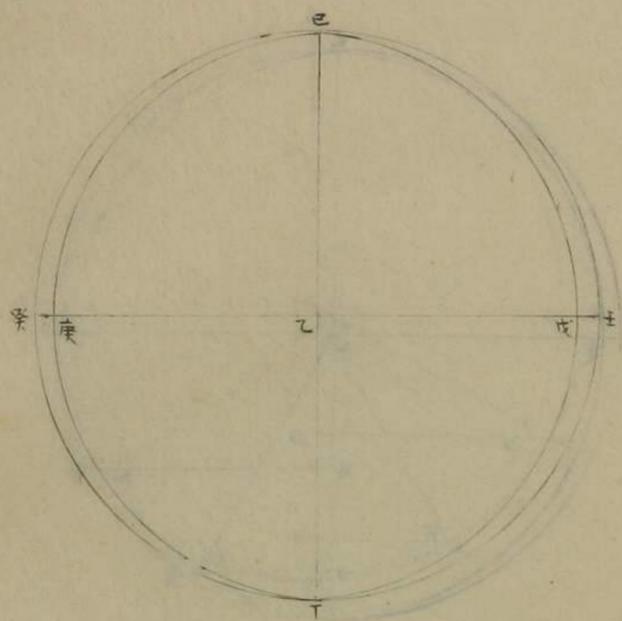
十度五十八分零六秒為
 實行。其大於九十度者亦
 五十八分六秒。即戊甲辛
 角。與乙戊甲角等。亦與丙
 戊乙角等。平行實行之差
 一度五十六分一十二秒。
 即甲戊丙角。折半得五十
 八分零六秒。即乙戊甲角。
 甲戊既為一千萬。則甲乙



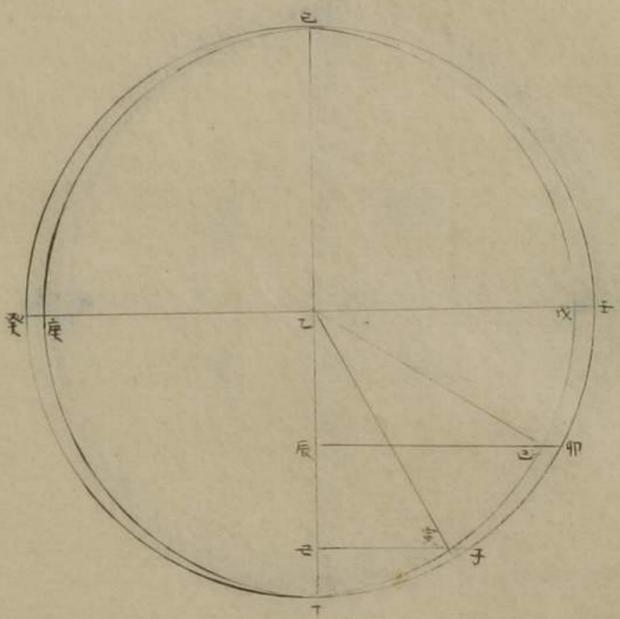
即乙戊甲角之正弦。故檢
 表得一六九〇〇〇。即甲
 乙兩心差。以甲乙為勾。甲
 戊為弦。求得乙戊股九九
 九八五七一。小餘八四八
 即橢圓小半徑也。既得橢
 圓小徑。則凡橢圓之面積
 及角度。皆可以得其比例。
 以正弦之比例言之。試以



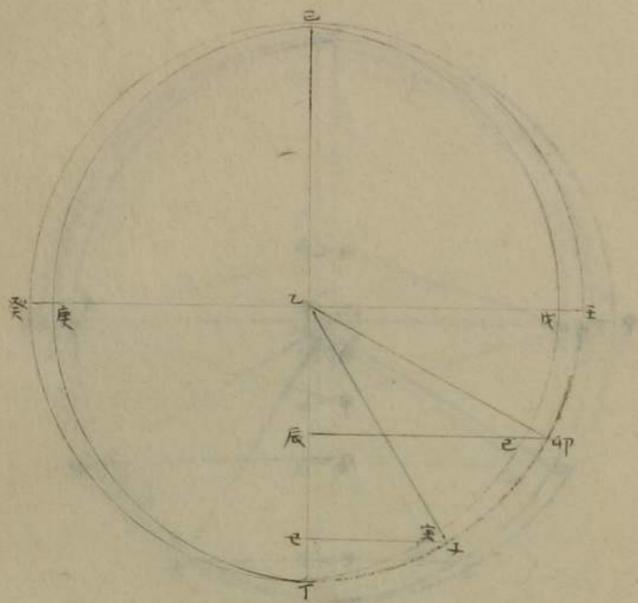
乙為心。乙丁為半徑。作丁壬。已癸。平圓。則橢圓乙丁大半徑。與平圓乙壬半徑相等。戊乙小半徑之小於平圓半徑者。即壬戌橢圓之差。若逐度割之。則橢圓之餘弦。必與平圓之餘弦相等。而橢圓之正弦。必小於平圓之正弦。然平圓正弦



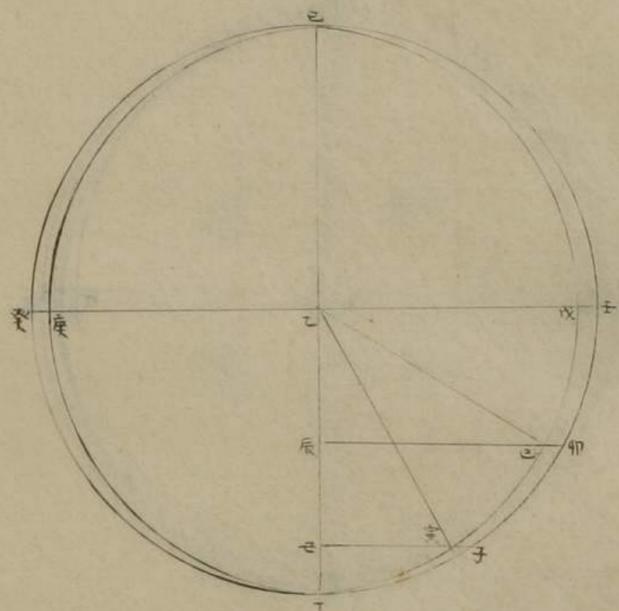
與橢圓正弦之比例。必同於平圓半徑與橢圓小半徑之比例也。如丁點為初度無正弦。丁乙為初度之餘弦。平圓與橢圓等。丁壬弧為九十度無餘弦。壬乙為平圓九十度之正弦。即大半徑。戊乙為橢圓九十度之正弦。即小半徑。壬戌



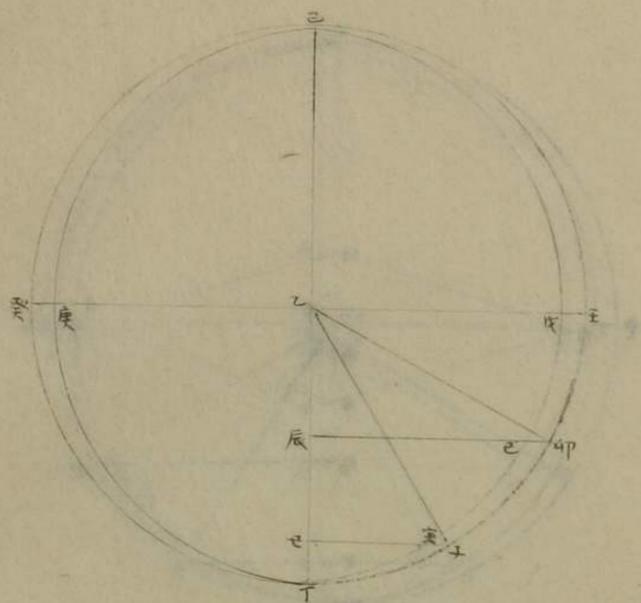
卽九十度之橢圓差。丁子
 弧爲三十度。丑乙爲三十
 度之餘弦。平圓與橢圓等。
 子丑爲平圓三十度之正
 弦。寅丑爲橢圓三十度之
 正弦。子寅爲三十度之橢
 圓差。丁卯弧爲六十度。辰
 乙爲六十度之餘弦。平圓
 與橢圓等。卯辰爲平圓六



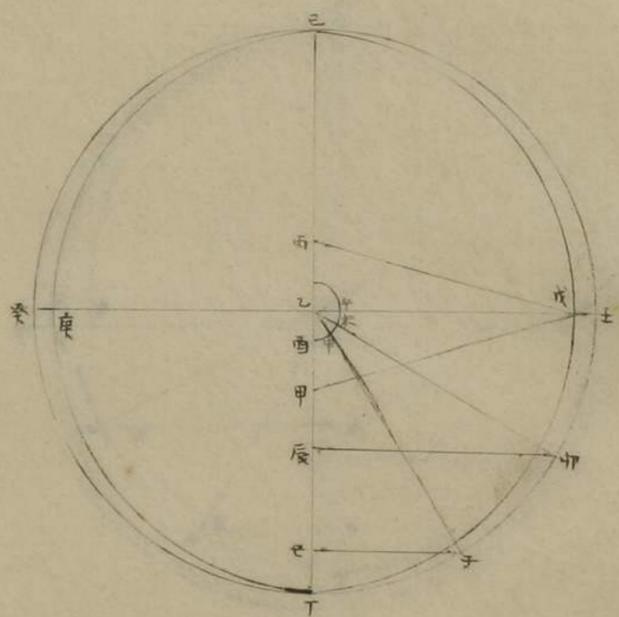
十度之正弦。巳辰爲橢圓
 六十度之正弦。卯巳爲六
 十度之橢圓差。則子丑與
 寅丑之比。卯辰與巳辰之
 比。皆同於土乙與戌乙之
 比。而子丑與子寅之比。卯
 辰與卯巳之比。皆同於土
 乙與壬戌之比也。蓋以明
 其然也。蓋橢圓之與平圓



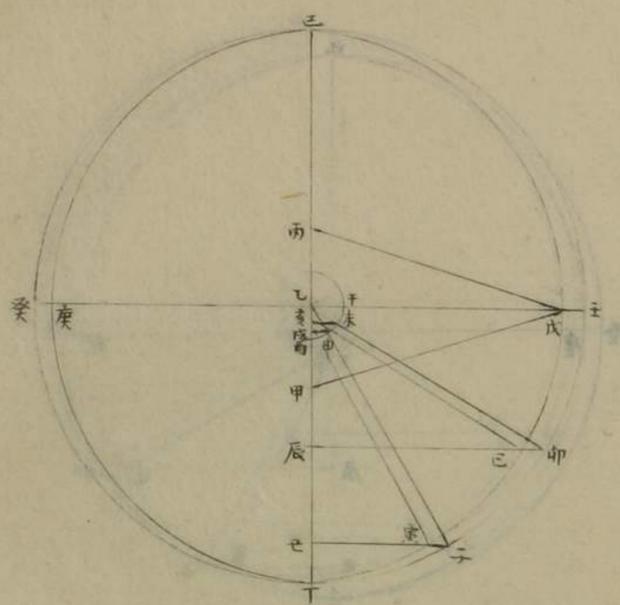
卽九十度之橢圓差。丁子
 弧爲三十度。丑乙爲三十
 度之餘弦。平圓與橢圓等。
 子丑爲平圓三十度之正
 弦。寅丑爲橢圓三十度之
 正。弦。子寅爲三十度之橢
 圓差。丁卯弧爲六十度。辰
 乙爲六十度之餘弦。平圓
 與橢圓等。卯辰爲平圓六



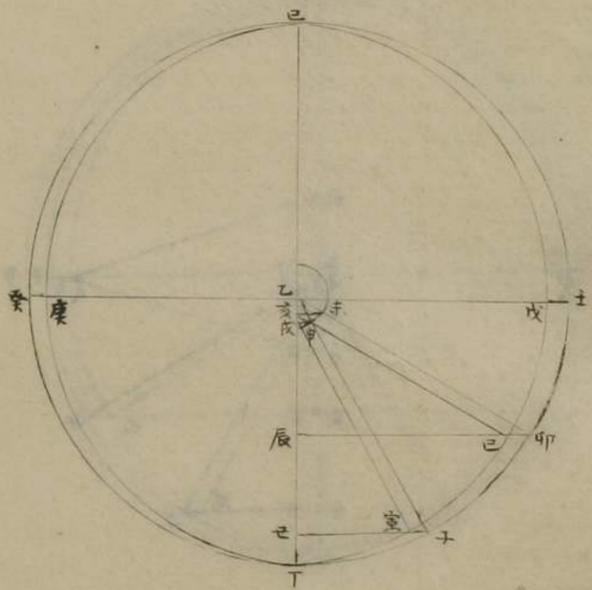
十度之正。弦。巳辰爲橢圓
 六十度之正。弦。卯巳爲六
 十度之橢圓差。則子丑與
 寅丑之比。卯辰與巳辰之
 比。皆同於壬乙與戊乙之
 比。而子丑與子寅之比。卯
 辰與卯巳之比。皆同於壬
 乙與壬戊之比也。蓋以明
 其然也。蓋橢圓之與平圓



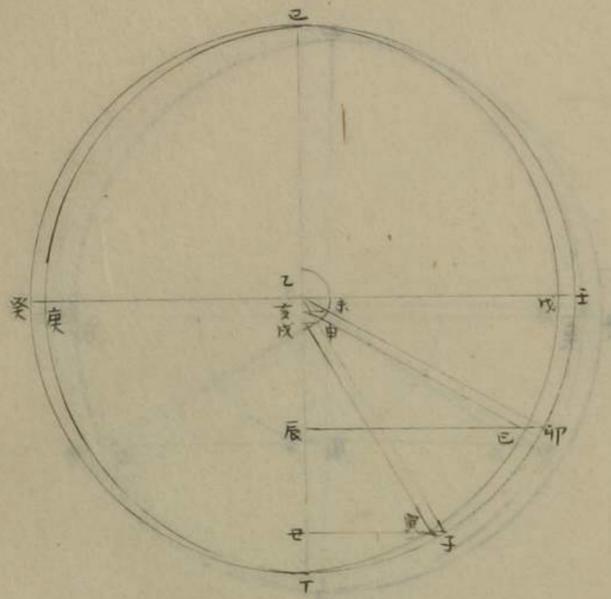
處處皆有一小半徑藏平
 其內。試取壬戌之分於乙
 心作圈。則午乙未乙申乙
 酉乙皆與壬戌等。壬午卯
 未子申丁酉皆與戌乙等。
 是推而抵於平圓之界。各
 有一小半徑在也。又自甲
 丙二點出線合於戌。則小
 徑之端在戌。而末在乙。自



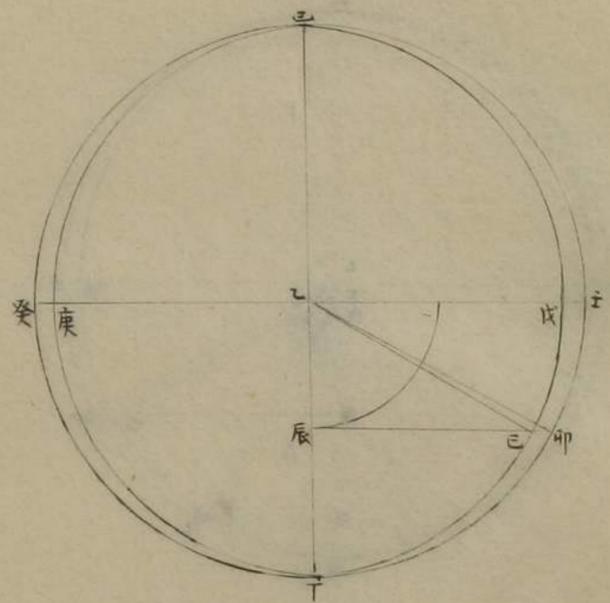
甲丙二點出線合於丁。則
 小徑之端在丁。而末在酉。
 若自甲丙出二線合於寅。
 則小徑必端在寅。而末在
 戌。合於己。則小徑必端在
 己。而末在亥。是引而歸於
 平圓之徑。又各有一小半
 徑在也。夫寅戌己亥既皆
 為小徑。而申戌未亥又與



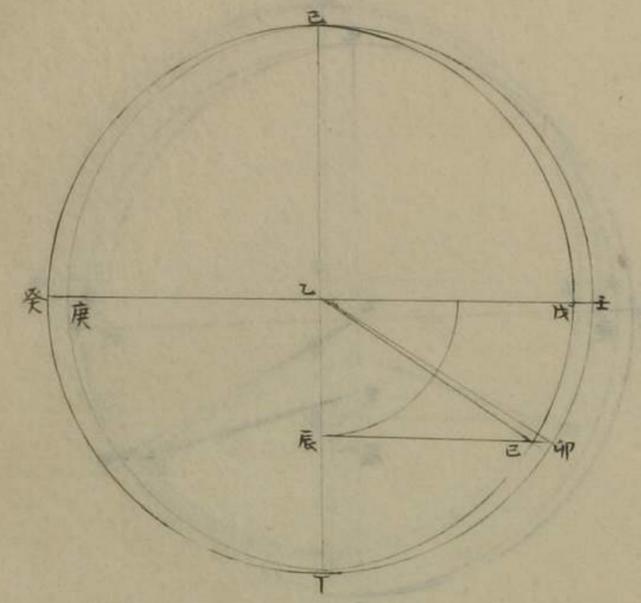
子、丑、卯、辰為平行。則寅、戌
與子、申、巳、亥與卯、未亦必
為平行。而申、戌與子、寅、未
亥與卯、巳必各相等。故乙、
子、丑與戌、寅、丑及乙、申、戌
為同式形。乙、卯、辰與亥、巳
辰及乙、未、亥亦為同式形。
而子、丑與寅、寅、丑之比。同於
子、乙、卯、子、與寅、戌、卯、戌之



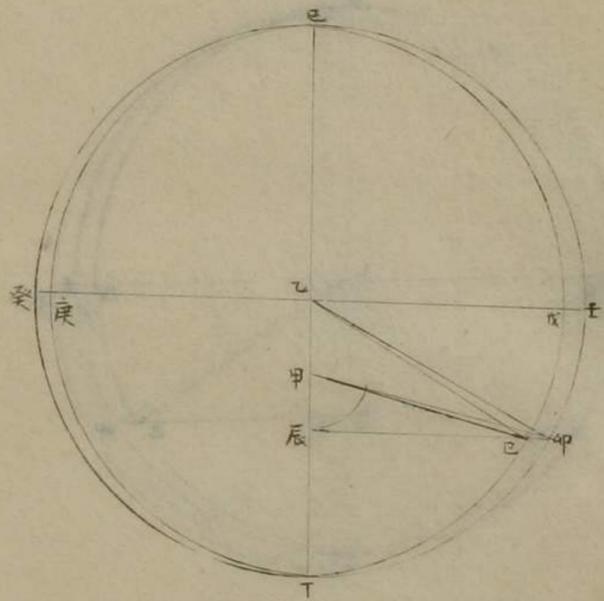
此。卯、辰與巳、辰之比。同於
卯、乙、卯、子、與巳、亥、卯、戌之
比。又子、丑與申、戌、卯、子之
比。同於子、乙、卯、子、與申、乙
卯、子、之比。卯、辰與未、亥、卯、卯
巳、之比。同於卯、乙、卯、子、與
未、乙、卯、子、之比。是平圓與
橢圓正弦之比例。同於大
徑與小徑之比例也。以角



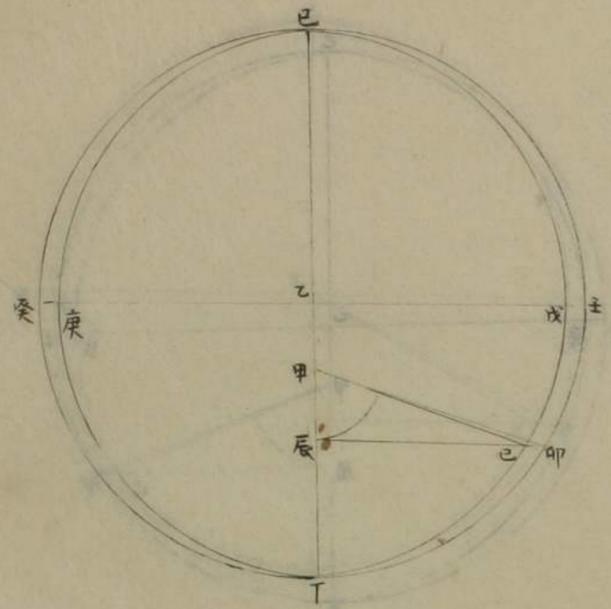
度之比例言之。設卯乙辰角為平圓六十度。即丁卯求橢圓之己乙辰角。試以乙辰為半徑作弧。則卯辰為卯乙辰角之正切。己辰為己乙辰角之正切。亦卯辰與己辰之比。既同於壬乙與戊乙之比。則卯乙辰角之正切與己乙辰角正切



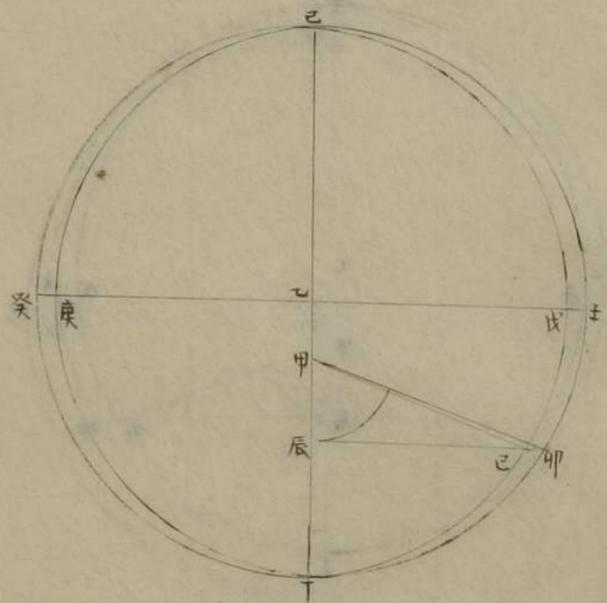
之比。亦必同於壬乙與戊乙之比。故以壬乙一十萬為一率。戊乙九九八五七一八餘為二率。卯乙辰角六十度之正切一七三二〇五〇八為三率。求得四率一七三一八〇三四。為己乙辰角之正切。檢表得五十九度五十九分四



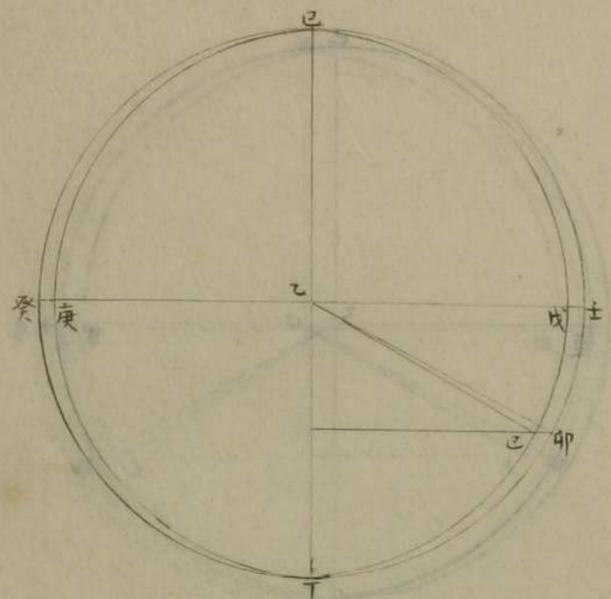
十七秒。即巳乙辰角。而卯乙巳角一十三秒為橢圓差角。卯乙辰角內減巳乙辰角。餘即卯乙巳角。又設巳甲辰角六十度五十分三十二秒。求卯甲辰角。試以甲辰為半徑作弧。則巳辰為巳甲辰角之正切。卯辰為卯甲辰角之正切。夫卯辰與巳辰之比。既



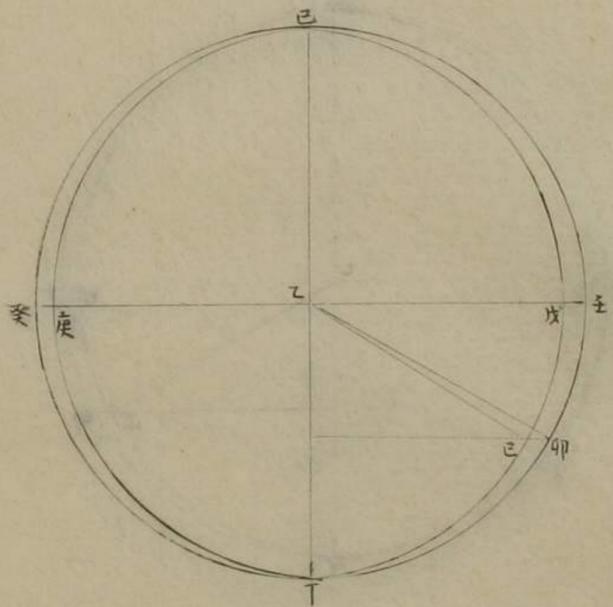
同於壬乙與戌乙之比。則巳辰與卯辰之比。必同於戌乙與壬乙之比。而已甲辰角之正切與卯甲辰角正切之比。亦必同於戌乙與壬乙之比。故以戌乙九九八五七一八五餘為一。率。壬乙一十萬為二。率。巳甲辰角之正切一七九二



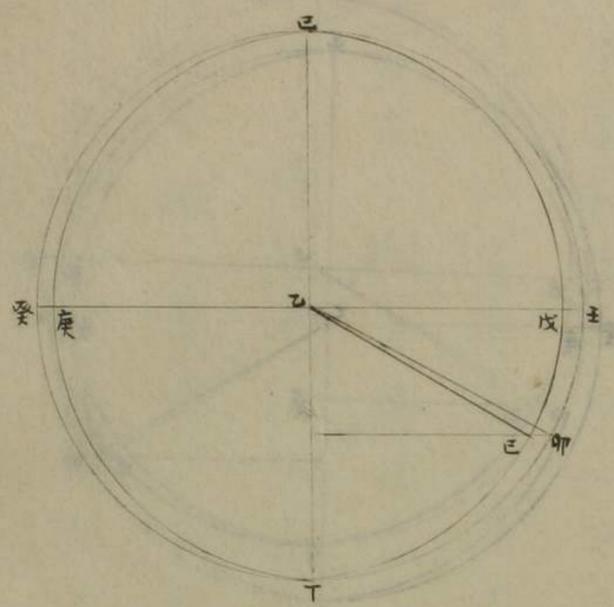
三八九七爲三率。求得四
 率一七九二六四五七。爲
 卯甲辰角之正切。檢表得
 六十度五十分四十五秒。
 卽卯甲辰角。而卯甲辰角
 一十三秒爲橢圓差角。是
 平圓與橢圓角度之比例。
 亦同於大徑與小徑之比
 例也。再以面積之比例言



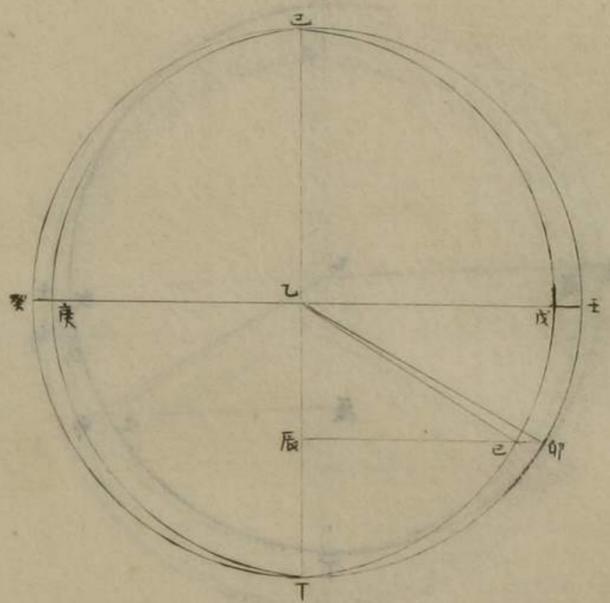
之。凡平圓面積與橢圓面
 積之比例。同於平圓外切
 正方形面積與橢圓外切長
 方面積之比例。亦卽同於
 橢圓大徑與小徑之比。例。
 橢圓大徑卽平圓徑。見幾
 何原本八卷第十二節。
 如求橢圓六十度之面積。
 則先設下卯弧六十度。求
 乙卯丁六十度之平圓面



積以此之法。以半周率三
 一四一五九二六五定率
 一千萬。則圓周為三圓徑
 一五九二六五。今一千萬
 為半徑。故周用三分之得
 率為半周。用三分之得
 一〇四七一九七五五為
 卯丁弧線。因卯丁弧六十
 度為半周三分
 之二。故三分半周率而得
 卯丁弧線。若有奇零。則須
 用北與乙卯半徑一千萬
 例法。折半得五二三五九
 相乘。折半得五二三五九



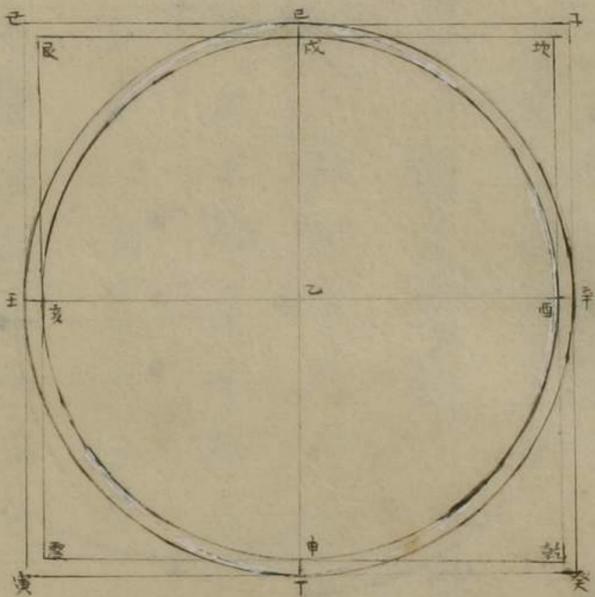
八七七五〇〇〇〇。即
 乙卯丁分平圓六十度之
 面積。而為丁壬巳癸平圓
 全積六分之一。又以壬乙
 大半徑一十萬為一率。戊
 乙小半徑九九九八五七
 一小餘為二率。乙卯丁積
 八五。為三率。求得四率五二三
 為三率。求得四率五二三
 五二二九九七二四〇九



徑之比也。既得橢圓與平
圓之各比例。則面線角度
皆可得而求。至於橢圓正
弦。以平圓命度。而角度不
同。分橢圓面積與全積相
當。而角不相應。則橢圓差
之所生。而與平圓之所以
別也。

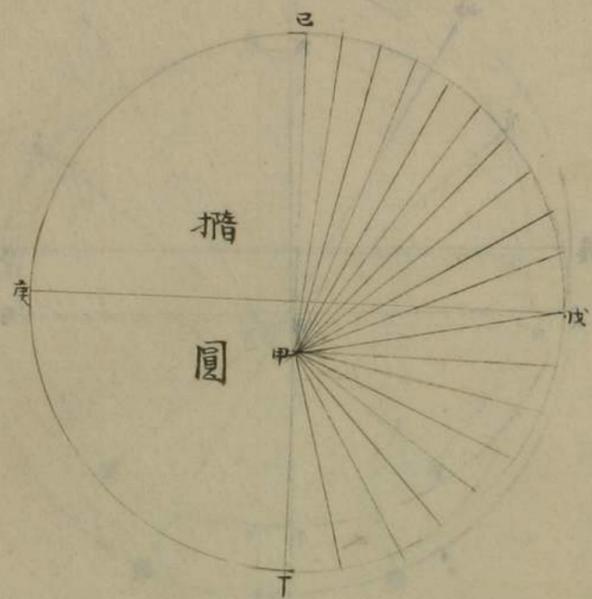
求橢圓大小徑之中率

凡平圓面積自中心分之。其所分面積之度。即其心
角之度。以圓界為心角之規。而半徑俱相等也。若橢
圓有大小徑。角與積已不相應矣。見前篇况實行之角。
平行之積。皆不以本天心為心。而以地心為心。太陽
距地心線。自最卑以漸而長。逐度俱不等。又何以知
積之為度。而與角相較乎。然以大小徑之中率作平
圓。其面積與橢圓等。將平圓面積逐度遞折之。則度
分秒皆可按積而稽。橢圓之全積既與平圓全積等。

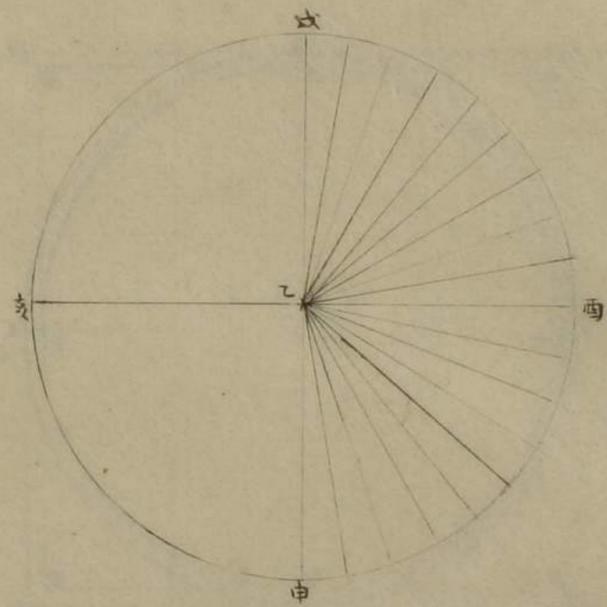


圓與中率所作申酉戌亥
 平圓二面積之比例亦同
 於大徑平圓外切癸子丑
 寅正方積與中率平圓外
 切乾坎艮震正方積之比
 例此二比例既同而乾坎
 艮震正方積原與卯辰巳
 午長方積等。首率末率相
 乘與中率自
 等。則申酉戌亥平圓積亦

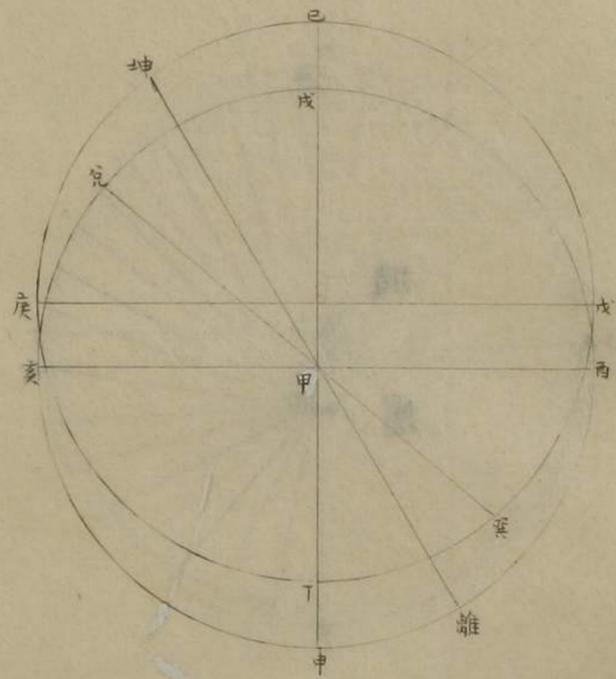
必與丁戊己庚橢圓積相
 等矣。乃以己丁大徑二千
 萬與戊庚小徑一九九九
 七一四三。小餘六九六
 〇三八二相
 乘得卯辰巳午長方積與
 乾坎艮震正方積等。以方
 與圓之比例定率七八五
 三九八一六二五。通之得
 三一四一一四三九八二



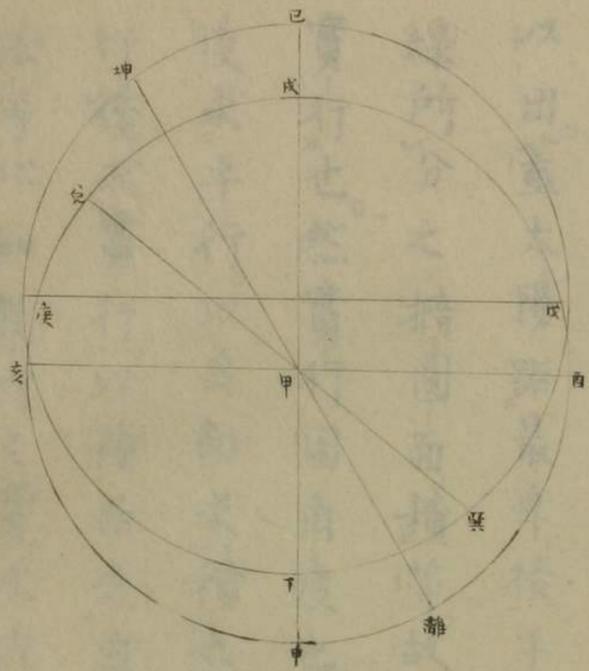
丁戊己庚橢圓面積自甲
 心亦平分。為三百六十分。
 則其形為分橢圓面。其兩
 腰自甲丁極短以漸而長。
 逐度俱不等。其弧其角亦
 不等。然其每分之面積。則
 皆與一度之面積等。故凡
 分一段橢圓面積。以一度
 之面積為法而一。則面積。



八二三三七。為申酉戌亥
 平圓面積。與丁戊己庚橢
 圓面積等。將申酉戌亥平
 圓面積以三百六十度除
 之。得八七二五三九九
 五二二九。為一度之面積。
 其形為分平圓面。其兩腰
 皆為中率半徑。與乙申等。
 其弧其角皆為一度。若將



卽可以度分命之。然後以
 面積之度與角度相較。而
 平行實行之差出焉。如以
 甲爲心。以中率爲半徑。作
 平圓。則甲巽丁分橢圓面
 積。爲太陽距最卑後之平
 行度。與甲離申分平圓面
 積等。亦卽與離甲申角等。
 巽甲離角爲平行實行之

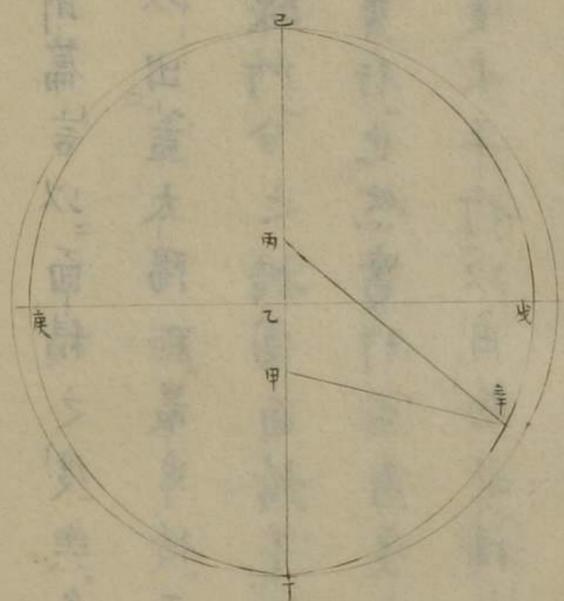


差。其實行在平行前。甲坤
 巳分橢圓面積。爲太陽距
 最高後之平行度。與甲兌
 戌分平圓面積等。亦卽與
 兌甲戌角等。兌甲坤角爲
 平行實行之差。其實行在
 平行後也。

橢圓角度與面積相求

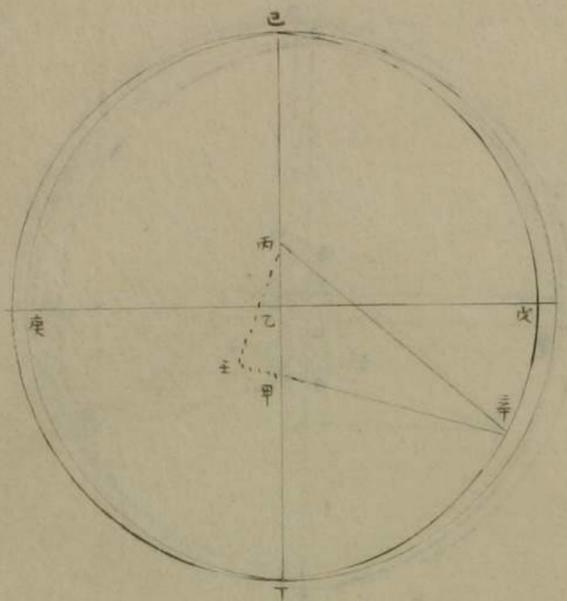
前篇言以面積之度與角度相較。而平行實行之差以出。蓋太陽距最卑後平行之度。必與太陽距地心線所分之橢圓面積等。故可以平行度為面積而求實行也。然實行固角度也。以實測言之。則先得實行後求平行。以角而求積也。易。以推步言之。則先設平行後求實行。以積而求角也。難。故先設以角求積之法。可以知數理之實。次設以積求角之法。可以知比例之術。次設借積求積。借角求角之法。可以知巧合

補湊之方。反覆參稽而數之離合乃織悉畢呈焉。圖說詳著於左。



先設以角求積法。如圖甲為地心。乙為本天心。甲乙為兩心差。丙甲為倍差。丁戊己庚為本天。丁為最卑。己為最高。設太陽在辛。辛甲丁角為實行距最卑後六十度。求甲辛丁分橢圓。

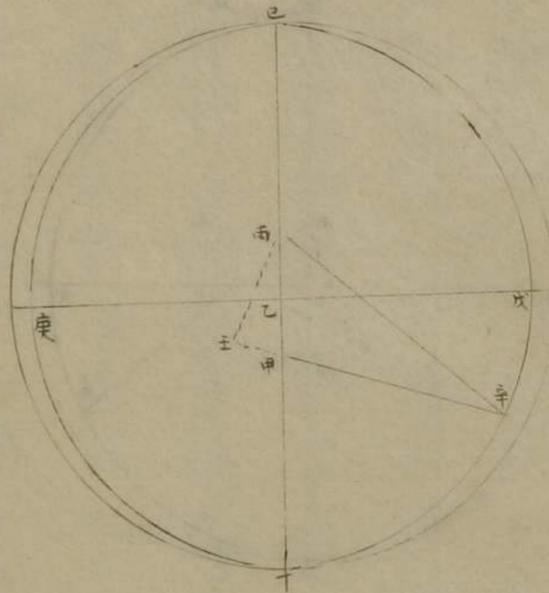
- 一 半徑 一
- 二 甲角正弦 〇八六六〇二五四
- 三 丙甲倍兩心差 〇〇三三八〇〇〇
- 四 丙壬邊 〇〇三九二七六九五



面積平行若干度分。先將甲辛線引長至壬。作丙壬垂線成甲丙壬辛丙壬兩勾股形。乃以半徑一千萬為一率。甲角六十度之正弦八六六〇二五四為二率。丙甲壬角與辛甲丁角為對角。其度相等。丙甲倍兩心差三三八〇〇〇為三率。求得四率二九

一 半徑
二 甲角餘弦
三 丙甲邊
四 甲壬邊

一
〇五〇〇〇〇〇
〇〇三三八〇〇
〇〇一六九〇〇



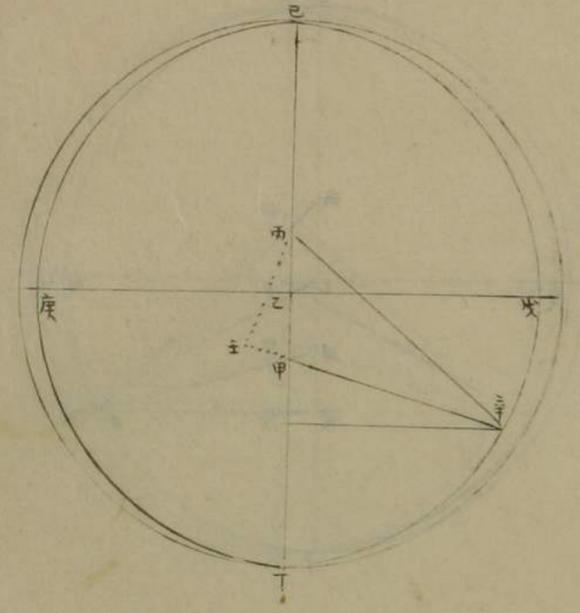
甲辛與丙辛相十萬又加甲壬得二〇六九〇〇〇為股弦和

丙壬勾中
〇〇〇八八八八八八八八八
又弦和
二〇六九〇〇〇
得股弦差

二七一六小餘為丙壬邊。
又以半徑一千萬為一率。
甲角六十度之餘弦五〇
〇〇〇〇〇為二率。丙甲
邊為三率。求得四率一六
九〇〇〇為甲壬邊。次以
丙壬為勾。自乘。以甲壬與
甲辛。丙辛兩邊和二千萬
相加。得二〇一六九〇〇

一 半徑
二 甲角正弦
三 甲辛邊
四 丙辛邊

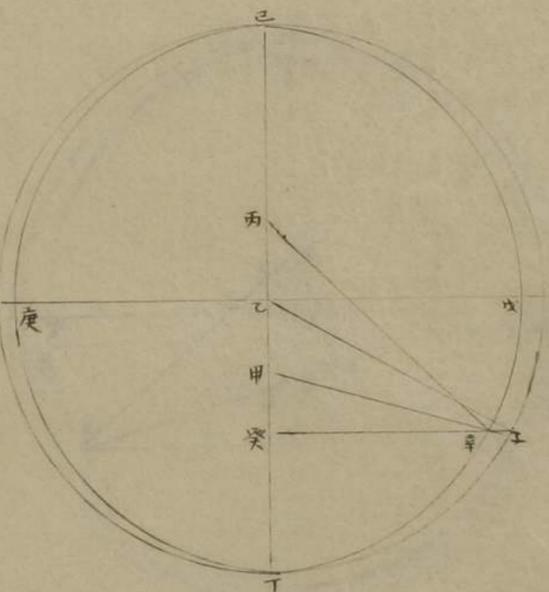
一
〇八六六 〇二五四
〇九九一 三三七五八
〇八五八 五二三五〇



〇為股弦和。除之得四二
四八小餘為股弦較。與股
弦和相加。折半得一〇〇
八六六二四小餘為丙辛
邊。與二千萬相減。餘九九
一三三七五小餘為甲辛
邊。即太陽距地心線。以
半徑一千萬為一率。甲角
六十度之正。弦八六六〇

- 一 指月小徑
- 二 同大徑
- 三 辛癸邊
- 四 子癸

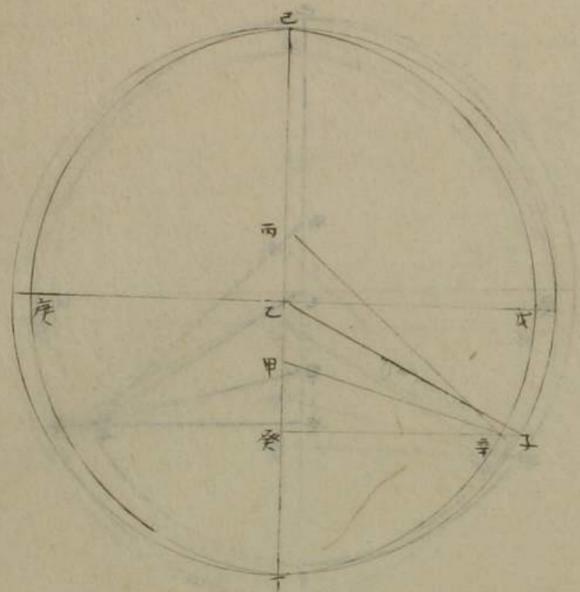
〇九九八五七一八
一
〇八五八五二五三〇
〇八五八六四六一五



二五四為二率。甲辛邊為
三率。求得四率八五八五
二三五。小餘三〇。即辛癸邊。次
以指圓小徑九九九八五
七一。小餘八五。為一率。大徑一
千萬為二率。辛癸邊為三
率。求得四率八五八六四
六一。小餘五八。即子癸邊。檢正
弦得五十九度九分五十

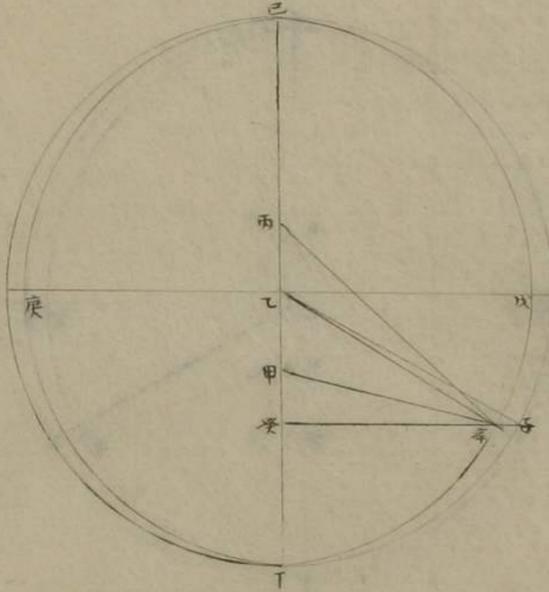
- 一 半周天化秒
- 二 半周天定率
- 三 乙角化秒
- 四 子丁弧線秒

六四八〇〇〇秒
三二四一五九二六五
二二九九三秒
一〇三二六三五〇〇九

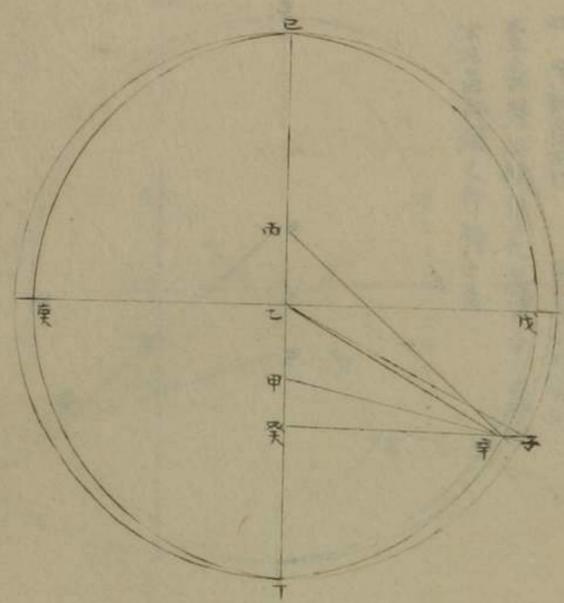


三秒。小餘六九。即乙角度。亦即
子丁弧度。次以半周天一
百八十度化作六十四萬
八千秒為一率。半圓周定
率三一四一五九二六。小
餘五。為二率。乙角度分化作
二十一萬二千九百九十
三秒。小餘六九。為三率。求得四
率一〇三二六二二五。小餘

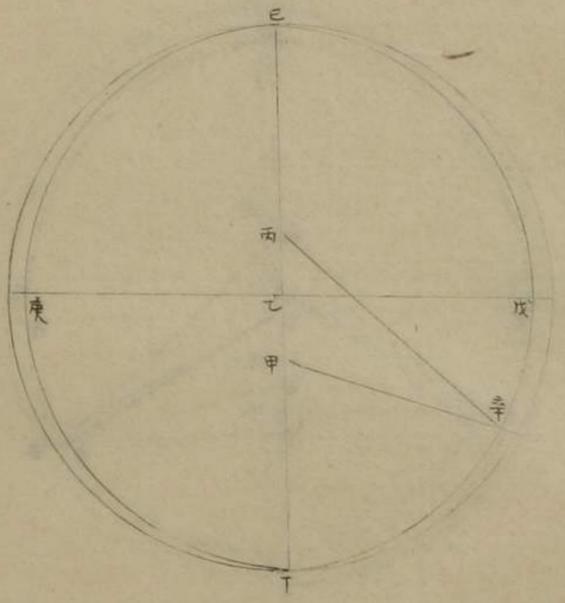
一 楯田大徑 一
 二 同 小徑 〇九九五八五七一八
 三 乙子丁積五六三二二七〇九〇〇五
 四 乙辛丁積五六三三七五三六九五四六



四七八四 爲子丁弧線與
 〇〇九 爲子丁半徑一千萬相乘折
 半得五二六三一七
 三九二〇〇五 爲乙子丁
 分平圓面積 次以楯田大
 徑一千萬爲一率 小徑九
 九九八五七一小餘 爲二
 率 乙子丁積爲三率 求得
 四一率五一六二三七五三

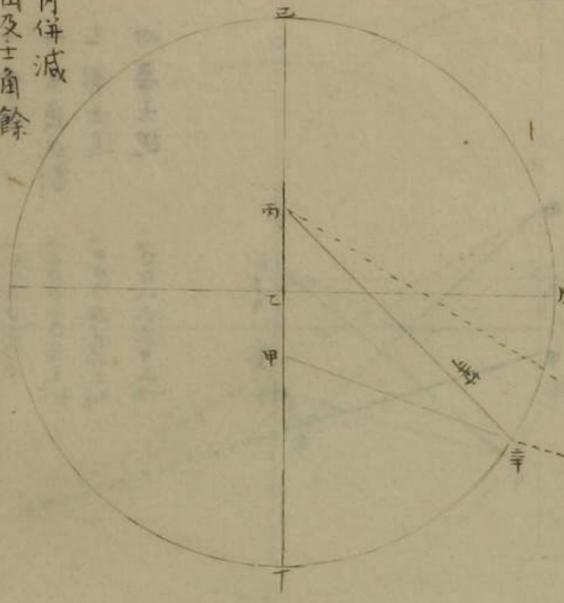


六九二五四六 爲乙辛丁
 分楯田面積 次以乙甲一
 六九〇〇〇 與辛癸八五
 八五二三五小餘 相乘 折
 半得七二五四五二八八
 二八五〇 爲辛乙甲三角
 積 辛乙甲三角積 以乙甲
 積爲底 辛癸爲高 故與同
 底同高折 與乙辛丁積相
 減 餘五〇八九八三〇〇



八〇九六九六。即甲辛丁
 分。摺圓面積。以一度之面
 積定率八七二五三九九
 九五二二九除之。得五十
 八度三三四。小餘八七。收作
 五十八度二十分〇秒三
 十二微。即實行距最卑後
 六十度時之平行度也。
 又法求甲辛太陽距地心

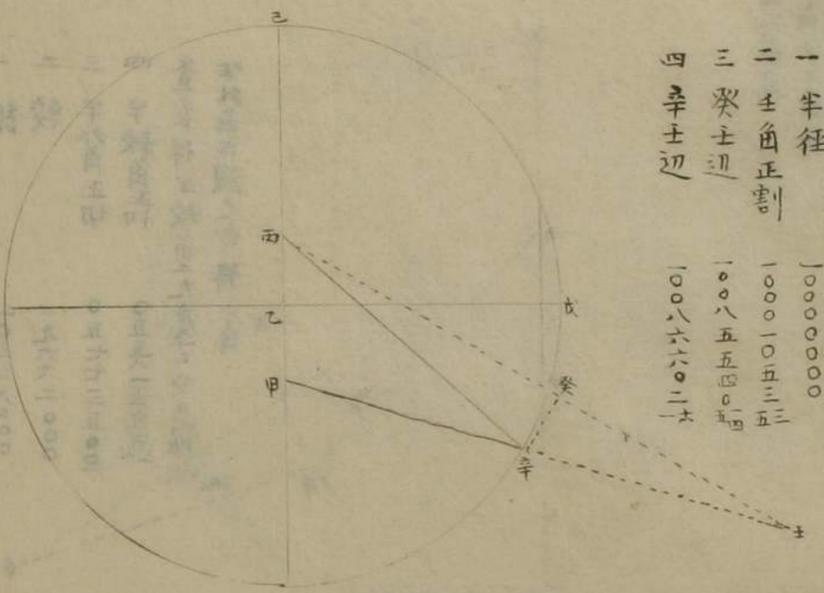
甲外角六〇度折半得半外角三〇度
 一 總 二〇三三八〇〇
 二 較 一九六二〇〇〇
 三 半外角正切 〇五七七三五〇三
 四 半較角正切 〇五六一六〇一七
 本表求得半較角三九度一分〇六秒
 半外角減之即得士角



半周內併減
 甲內角及士角餘
 五九度一分〇六秒為兩角本且餘張來甲丙兩邊等位

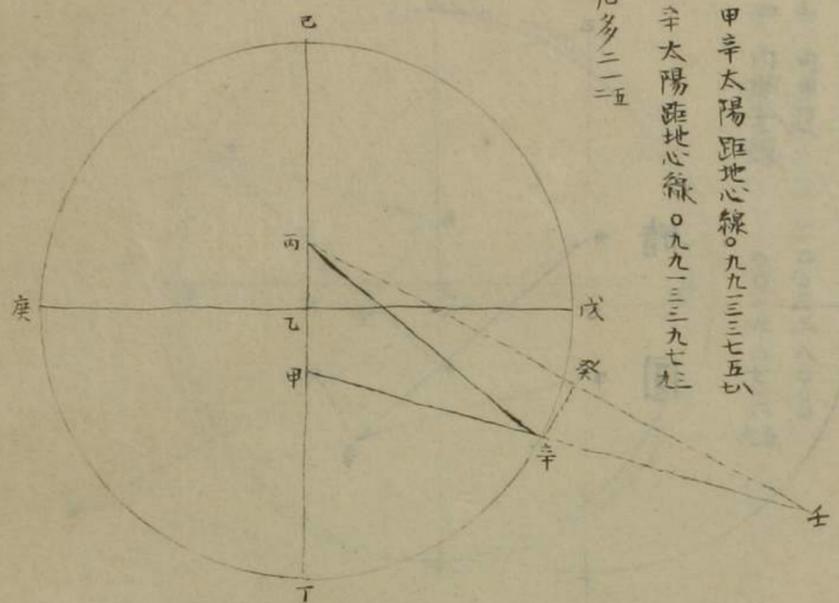
線。將甲辛線引長至壬。便
 辛壬與丙辛等。又自丙至
 壬作丙壬線成甲丙壬三
 角形。此形知丙甲倍丙心
 差三三八〇〇。知甲壬
 二千萬。甲辛丙辛共二千
 萬。辛壬既與丙辛
 等。故甲壬亦二千萬。知甲外角六十
 度。用切線分外角法求得
 壬角四十九分五十三秒。

以壬角餘弦與甲壬邊相乘其寄位相加得丙壬切
 一半徑 10000000
 二壬角正割 1000010533
 三癸壬切 10085540
 四辛壬切 100866026

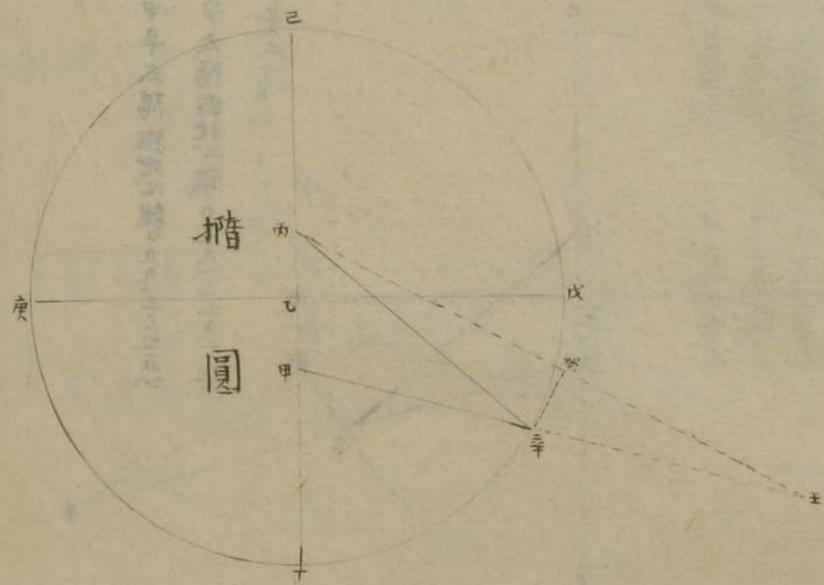


小餘 又求得丙壬邊 二〇
 三六。次將
 一七一〇八〇。小餘
 二六。次將
 丙壬邊折半於癸。作辛癸
 垂線成壬癸辛直角形。以
 半徑一千萬為一率。壬角
 正割線一〇〇〇一〇五
 三。小餘為二率。癸壬邊一
 〇〇八五五四〇。小餘一
 四五。求
 得四率一〇〇

前法甲辛太陽距地心線九九三三七五以
 后法甲辛太陽距地心線九九一三三九七
 前心后多二二五

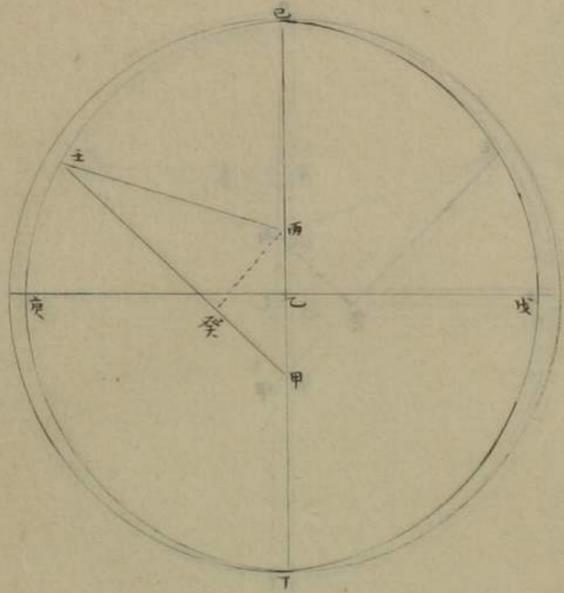


八六六〇二。小餘為辛壬
 邊與甲壬二千萬相減餘
 九九一三三九七。小餘即
 甲辛太陽距地心線也。此
 法所得甲辛線較前法多
 二十二。蓋因壬角甚小。比
 例易差耳。然其角度自不
 爽。故後借角求角之法則
 用之。且以甲為心。以二千



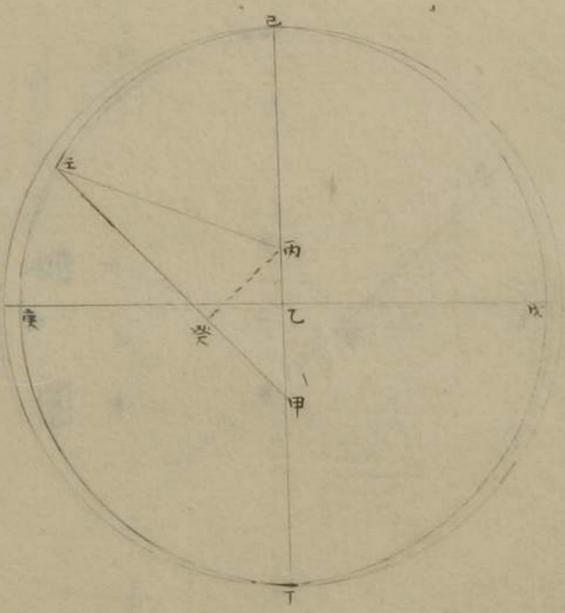
萬為半徑作圓。如甲。又取
兩心差之倍度截直徑於
丙。自丙出線至圓周。如丙
折半作垂線。如癸。所抵圓
徑之點即橢圓界。如辛。依
法逐度作點連之。即成橢
圓周。以此發明橢圓之理。
最為精巧。故附於此。
又設太陽在壬。壬甲己角

- 一 半徑 一
- 二 甲角正弦 〇八六六〇二五四
- 三 丙甲邊 〇〇三三八〇〇
- 四 丙癸垂線 〇〇一九二七六九五



為實行距最高後六十度。
求甲壬己分橢圓面積平
行若干度分。則以半徑一
十萬為一率。甲角六十度
之正。弦八六六〇二五四
為二率。丙甲三三八〇〇
〇為三率。求得四率二九
二七一六。小餘五九為丙癸垂
線。又以半徑一十萬為一

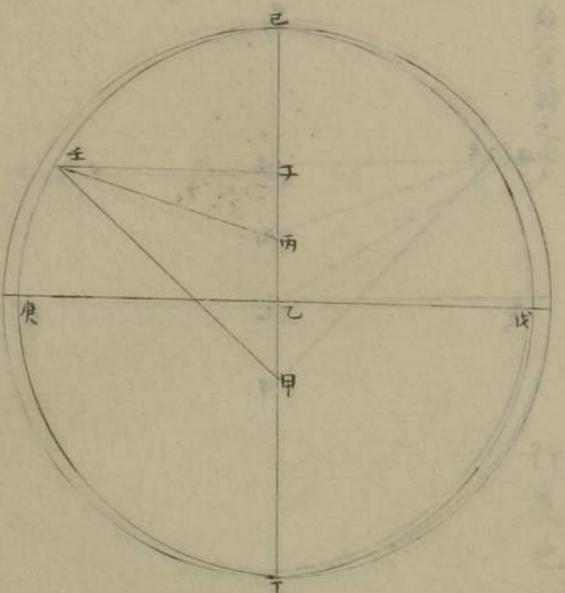
- 一 半徑 一
- 二 甲角餘弦 〇五〇〇〇〇〇
- 三 丙甲邊 〇〇三二八〇〇
- 四 甲癸邊 〇〇一六九〇〇



甲壬與丙壬和二千方內減甲癸〇〇六九〇〇餘一九八一
 〇〇〇為九又亥和為法
 丙癸勾中
 〇〇〇八五八三〇〇二〇六三三八六
 亥亥和
 一九八三〇〇〇

率。甲角六十度之餘弦五
 〇〇〇〇〇〇〇為二率。丙
 甲邊為三率。求得四率一
 六九〇〇〇〇為甲癸分邊。
 次以丙癸為勾。自乘。以甲
 癸與甲壬。丙壬兩邊和二
 千萬相減。餘一九八一
 〇〇〇為股弦和。除之得
 四三二〇。小餘六六。為股弦較。

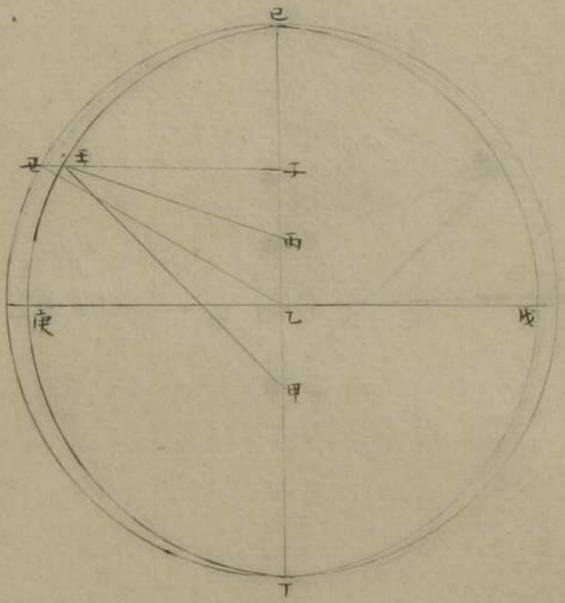
太陽距地心線一〇〇八三三三九七六即甲壬也



- 一 半徑 一
- 二 甲角正弦 〇八六六〇二五四
- 三 甲壬邊 一〇〇八三三三九七六
- 四 壬子邊 〇八七三一五六二五

與股弦和相加。折半得九
 九一七六六〇。小餘三三。為丙
 壬邊。與二千萬相減。餘一
 〇〇八三三三九。小餘六六。為
 甲壬邊。即太陽距地心線。
 次以半徑一千萬為一率。
 甲角六十度之正弦八六
 六〇二五四為二率。甲壬
 邊為三率。求得四率八七

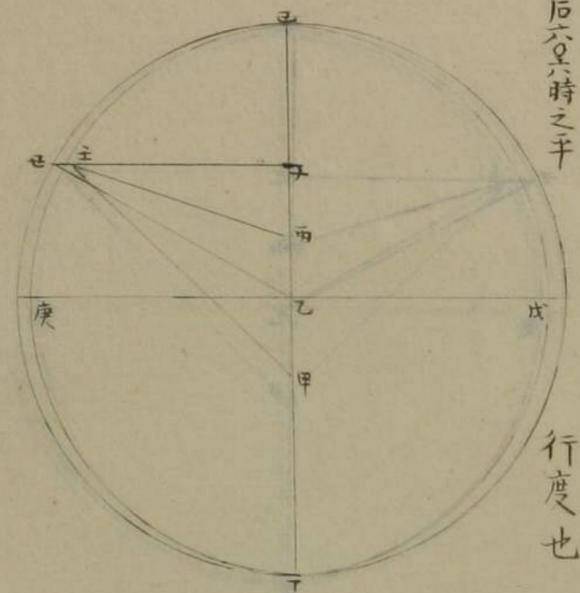
- 一 橢圓小徑 〇九九八五七五
- 二 同大徑 一
- 三 壬子邊 〇八七三一五六二
- 四 丑子邊 〇八七三二八〇九四



- 一 半周天化秒 六四八〇〇秒
- 二 半周率 三二四二五九二六〇五
- 三 乙角化秒 一一九〇三三秒
- 四 己丑弧線秒 一〇六一八九六二六

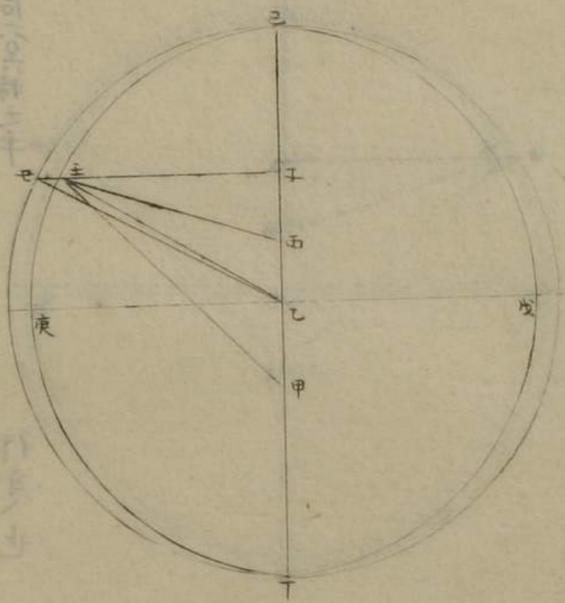
三 一五六二。小餘 二五。即壬子邊。次以橢圓小徑九九九八五七一。小餘 八五。為一率。大徑一千萬為二率。壬子邊為三率。求得四率八七三二八〇九。小餘 四二。即丑子邊。檢正弦得六十度五十分三十二秒。小餘 八三。即乙角度。亦即己丑弧度。次以半周

己丑弧線與半徑二千方相乘折半為乙丑已分半周面積五三〇九四八三三〇五五九依法收之得六度四分五秒五微乃實行距最高后六〇六時之半行度也



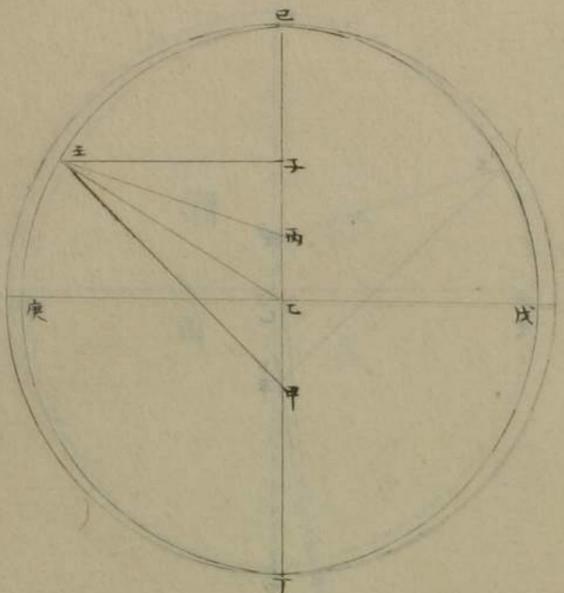
天一百八十度。化作六十萬八千秒為一率。半周率三一四一五九二六。小餘 五。為二率。乙角度分化作二十一萬九千零三十一秒。小餘 八三。為三率。求得四率一〇六一八九六二。小餘 七六。六。為己丑弧線。與己乙半徑一千萬相乘。折半

一 楮田大徑
 二 同 小徑
 三 乙丑已積 五三〇九四八二八二〇五五九
 四 乙壬已積 五三〇八七三三〇九四七三 楮田面積也



甲乙迎〇〇一六九〇〇〇壬子迎〇八七三二五六一
 相乘折半得〇〇七三七八一七〇〇二五為壬子甲
 積以加乙壬已積得五三〇八七三三〇九四七即甲壬已

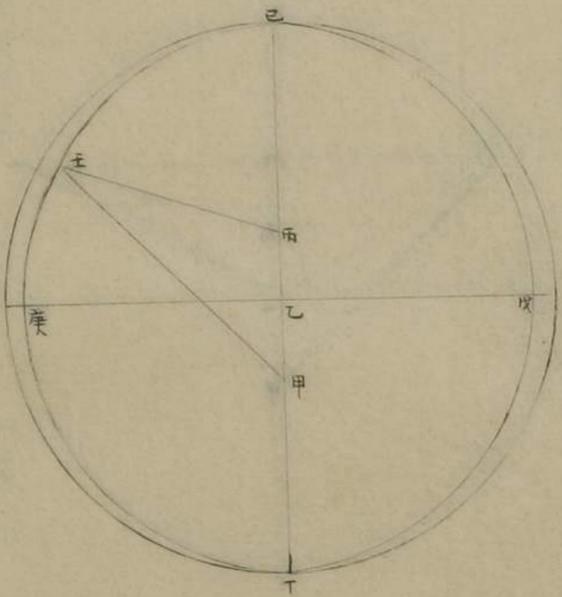
分楮田面積以一度之面積定率八七三三九
 九九五三九除之得六二度六八七七收作得
 六二度四一分一五秒五微乃實行距日康高
 後六〇度時之平行度也



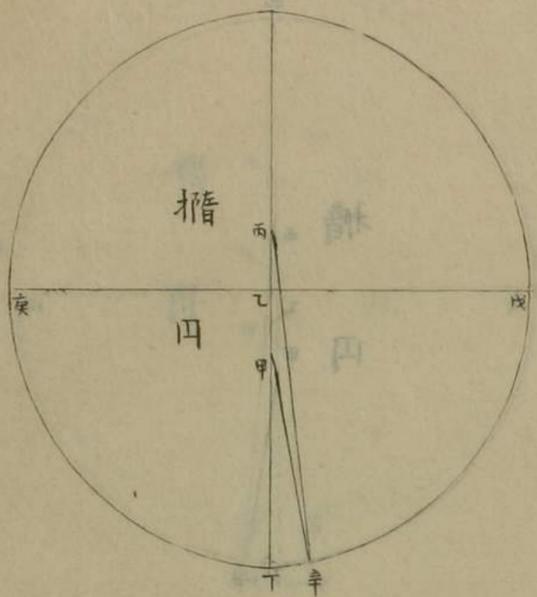
得五三〇九四八一三八
 三〇五五九為乙丑已分

平圓面積。次以楮田大徑
 一千萬為一率。小徑九九
 九八五七一小餘為二率。
 乙丑已積為三率。求得四
 率五三〇八七三三一〇
 九四七二二。為乙壬已分
 楮田面積。次以甲乙一六

九〇〇〇與壬子八七三
 一五六二小餘相乘。折半
 得七三七八一七〇一〇
 一二五。為壬乙甲三角積。
 與乙壬已積相加。得五三
 八二五〇四八一〇四八
 四七。即甲壬已分楮田面
 積。以一度之面積定率八
 七二五三九九九五二二

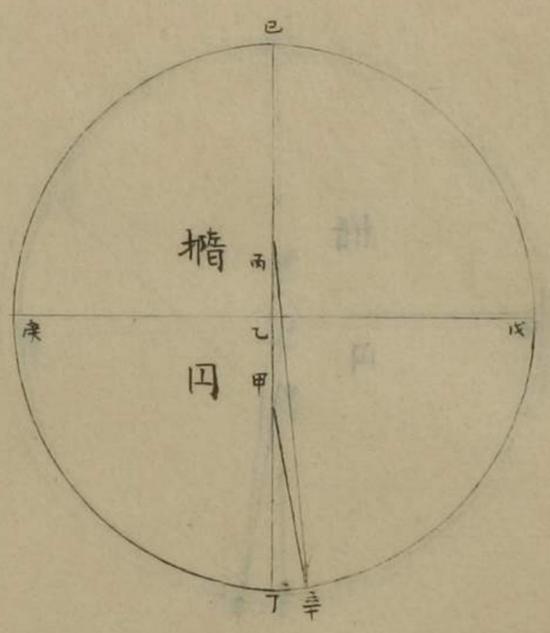


九除之。得六十一度六八
 七七。小餘。收作六十一度
 四十一分一十五秒五十
 八微。即實行距最高後六
 十度時之平行度也。若設
 平行求實行。亦可以所得
 之平行轉相比例。然必累
 求累較方得恰合。一率兩
較。二率兩設實行較。三率
 今設平行較。四率。今求實

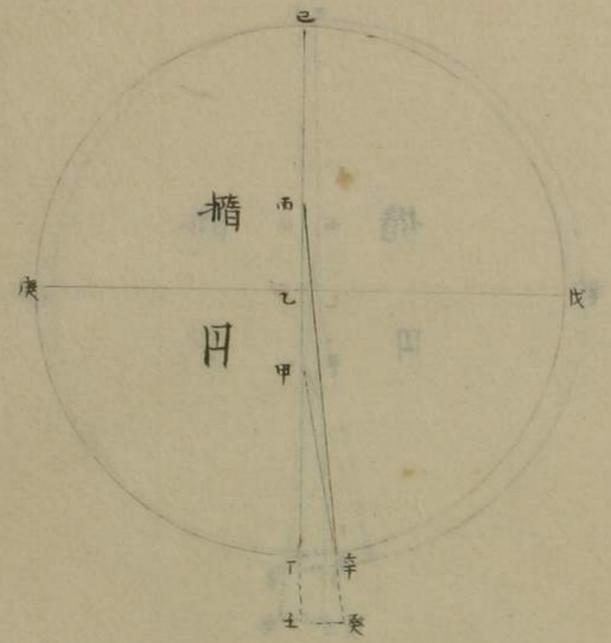


行法屬敏難。故茲不載。
 次設以積求角之法。如太
 陽在辛。甲辛丁分橢圓面
 積為平行距最卑後一度。
 求甲角實行若干度分法。
 以甲丁最卑距地心九八
 三一〇〇〇。乙丁一千萬
減甲乙兩心
 差一六九〇。自乘得九六
 〇〇。餘甲丁。
 六四八五六一〇〇〇〇

- 一 甲丁最卑距地心九六六四八五六一〇〇〇〇〇〇
- 二 中率半徑中 九九九八五七八四八一六一
- 三 中三十三度之面積〇〇八七二五三九九五三二九
- 四 甲角實行面積〇〇九〇二六六七七四二〇二九

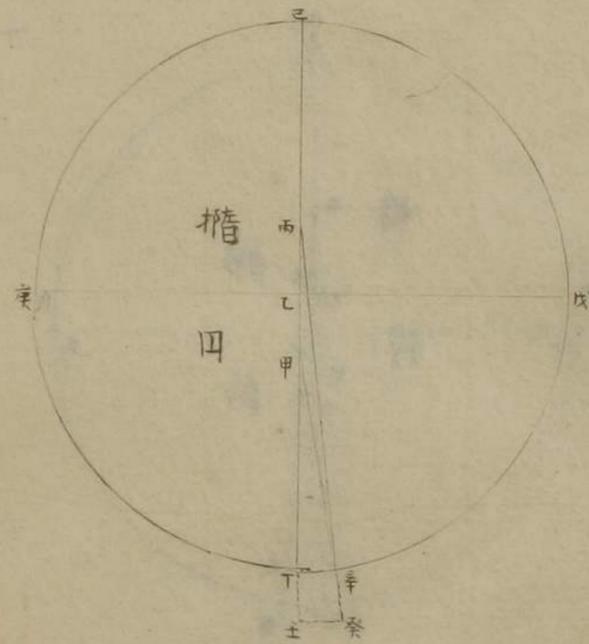


〇〇為一率。中率半徑九
九九九二八六。自乘得九
九九八五七一八四八〇
一九一 即大徑與小
徑相乘之數 為二
率。甲辛丁一度之面積八
七二五三九九五二二
九為三率。求得四率九〇
二六六七七七四二〇〇三。
以一度之面積八七二五

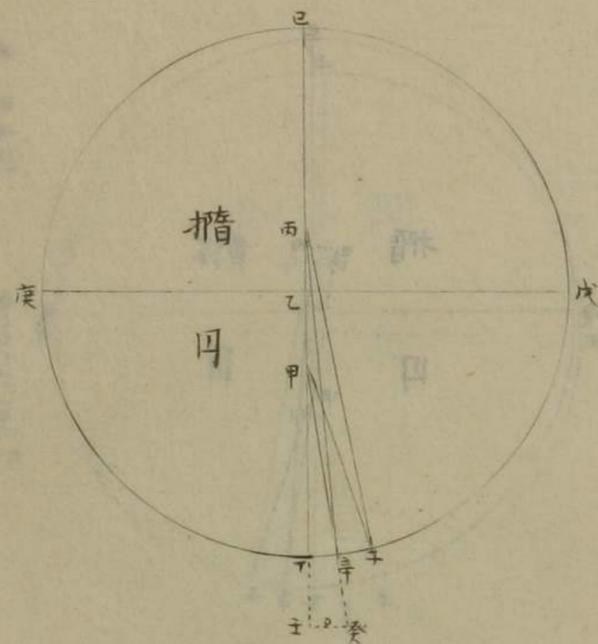


三九九九五二二九除之。
得一度二分四秒。小餘三〇。為
甲角度。即平行距最卑後
一度時之實行度也。蓋以
甲為心。以中率為半徑。作
弧。將甲丁線引長至壬。甲
辛線引長至癸。則甲壬甲
癸皆為中率。甲壬癸分平
圓面積與一度之面積為

辛

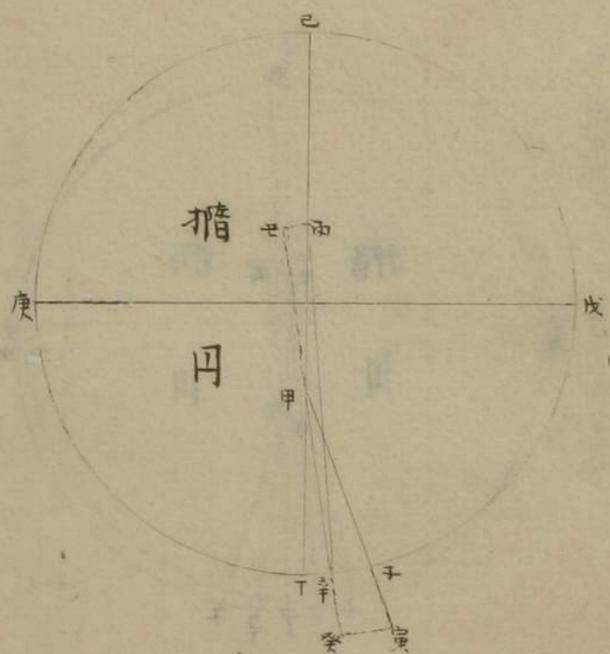


比例。即得甲角。而甲辛丁
 分。橢圓面與甲壬癸分平
 圓面為同式形。甲辛長於
甲丁。然為
 數無多。故以甲丁自乘正
 方積與甲壬自乘正方形積
 之比。即同於甲辛丁積與
 甲壬癸積之比。凡同式形
比。同於相當界所作立方
形之比。見幾何原本八卷
第九節。故先比例得甲壬癸



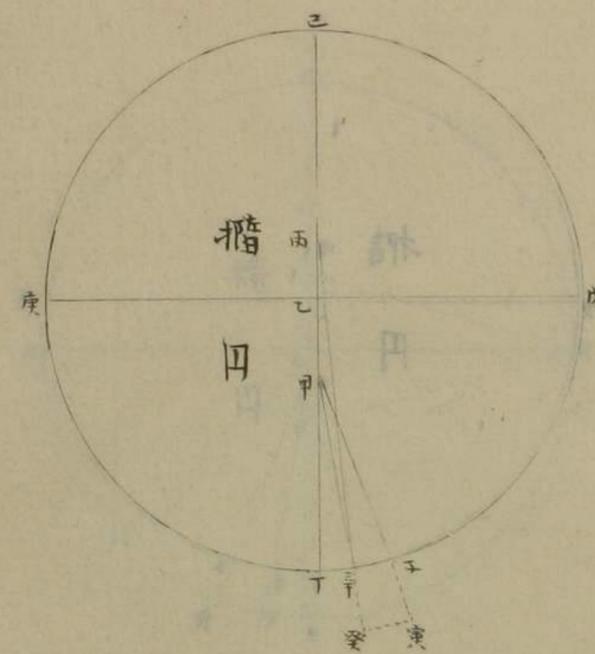
積。以一度之面積除之。而
 得甲角也。捷法以甲丁自
乘方積除甲壬
自乘方積。即得甲角。蓋以
一度面積為三。率與二。率
相乘。又以一度面積除。今
省一乘。則并省一除也。
 又如太陽在子。甲子丁分
 橢圓面積為平行距最卑
 後二度。求子甲丁角實行
 若干度分。則先求平行距
 最卑後一度時。日距地心

甲辛線太陽距地心〇五八三一〇二六六

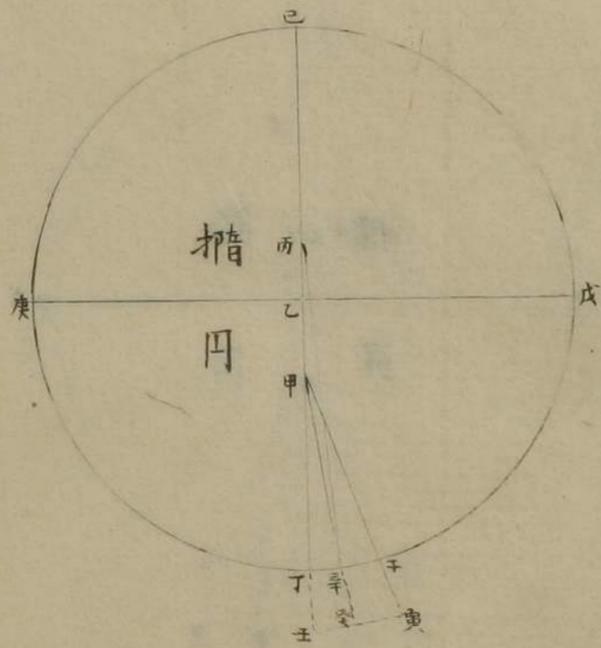


九爲股弦和。除之得一餘
 八爲股弦較。與股弦和相
 加。折半得一〇一六八九
 七三。爲辛丙弦。與丙
 辛。甲辛兩邊和二十萬相
 減。餘九八三一〇二六餘
 六爲甲辛日距地心線。次
 三爲甲辛子形與甲癸寅形
 以甲辛子形與甲癸寅形
 爲比例。以甲辛邊自乘。得

- 一 甲辛迎巾 九六六四九〇八四五九七六九
- 二 甲癸中率巾 九九八五七二八四八〇一九二
- 三 甲子辛一度面積 〇〇八七二五三九九五三二九
- 四 甲癸寅平圓面積 〇〇九〇二六六二八五二七九

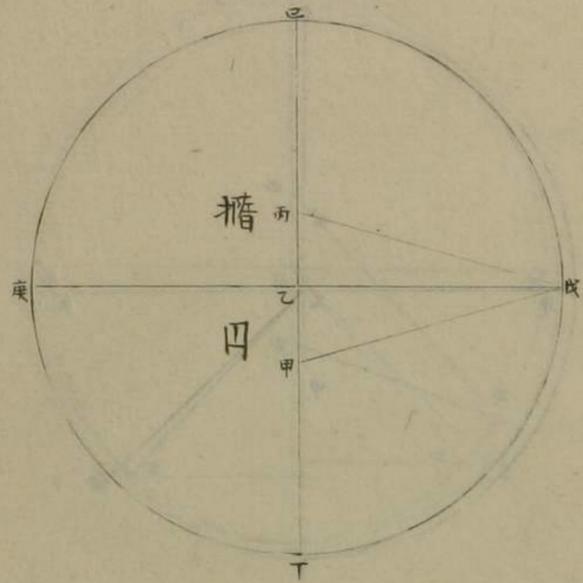


九六六四九〇八四五九
 九七六九爲一率。甲癸中
 率自乘。得九九八五七
 一八四八〇一九一爲二
 率。甲子辛一度之面積八
 七二五三九九五二二
 九爲三率。求得四率九〇
 二六六二八五一七六九。
 爲甲癸寅分平圓面積。以

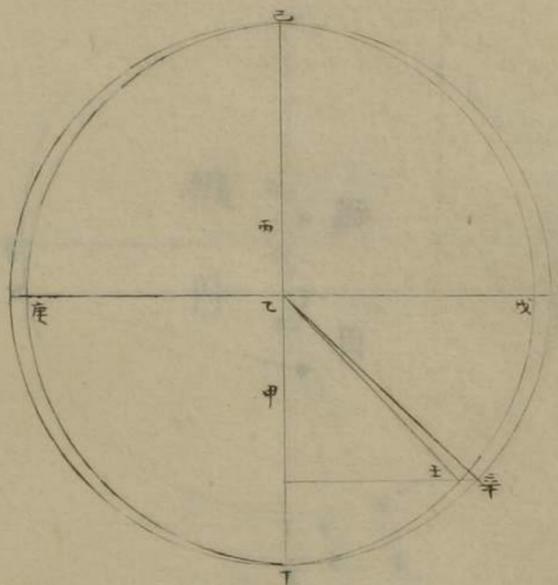


此圖係用圓心距地心之距離為一單位之橢圓其長軸為二單位其短軸為一單位其面積為π單位平方

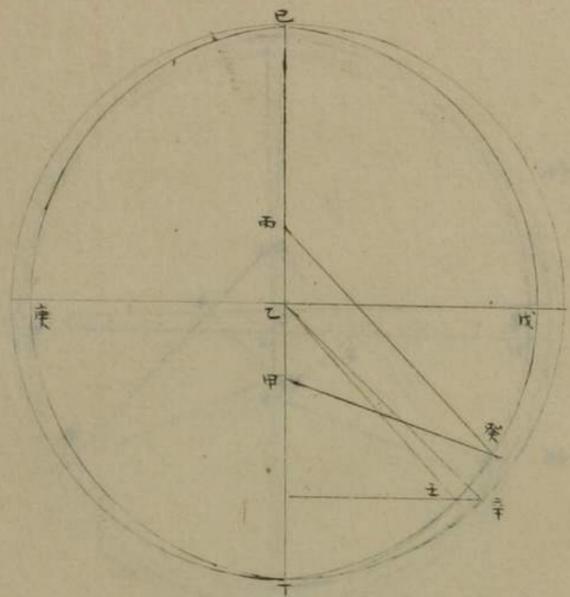
一度之面積積除之得一度
 二分四秒小餘八即癸甲寅
 角與先得之癸甲子角一
 度二分四秒小餘三〇相加得
 二度四分八秒小餘五八為子
 甲丁角即平行距最卑後
 二度時之實行度也此所
 求之實行用求積法及求
 之少半秒強因日距地心



線自最卑丁以漸而長中
 距戊為適中至最高己而
 止今所用一率微小故所
 得四率微小若每分遞算
 自得密合然須逐一先求
 日距地心線若積度多者
 則須合前法而兼用之故
 又設後法
 次設借積求積之法如平

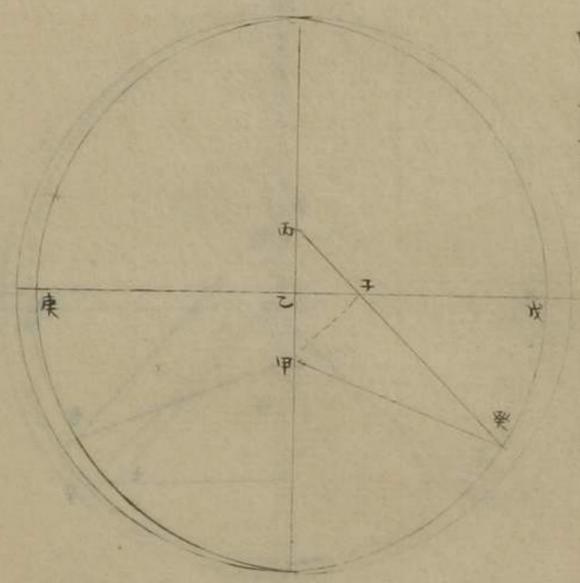


行距最卑後四十五度求
 實行若干度分。先從本天
 心設辛乙丁角為四十五
 度。則乙壬丁積。即為分摺
 圓四十五度之面積。三九
 二六四二九九七八五二
 九二。將橢圓全積八分
 之得乙壬丁積數。求
 得壬乙丁角。為四十四度
 五十九分四十五秒。小餘
二十七。



法見前。次與乙壬平行作丙
 癸線。候丙角與壬乙丁角
 等。自甲至癸作甲癸線。此
 甲癸線所截甲癸丁分摺
 圓面積。若與乙壬丁積等。
 則癸甲丁角。即為平行距
 最卑後四十五度之實行
 度。乃用甲丙癸三角形求
 癸甲丁角。以半徑一千萬

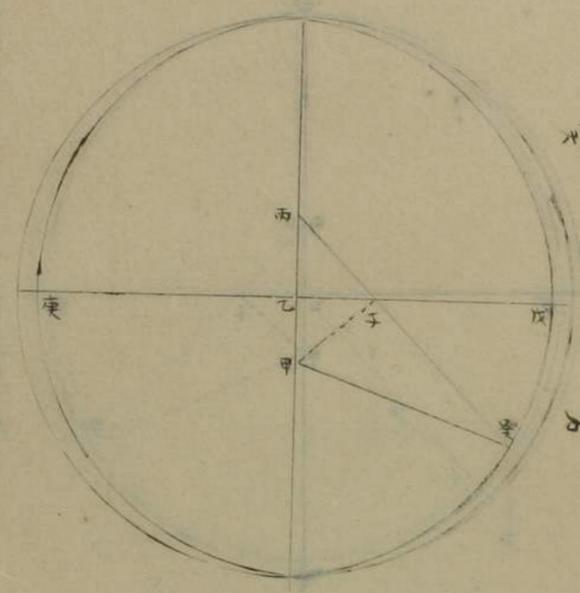
一 半徑 一
 二 丙角正弦 〇七〇七〇五五七
 三 甲丙邊 〇〇三三八〇〇〇
 四 甲子垂線 〇〇三三八九五〇



一 半徑 一
 二 丙角餘弦 〇七〇七一五七二
 三 甲丙邊 〇〇三三八〇〇〇
 四 丙子邊 〇〇三三九〇一九六

爲一率。丙角正弦七〇七
 〇五六二小餘爲二率。甲
 丙三三八〇〇〇爲三率。
 求得四率二三八九八五。
小餘爲甲子垂線。又以半
 徑一千萬爲一率。丙角餘
 弦七〇七一五七二小餘
 爲二率。甲丙邊爲三率。求
 得四率二三九〇一九小餘

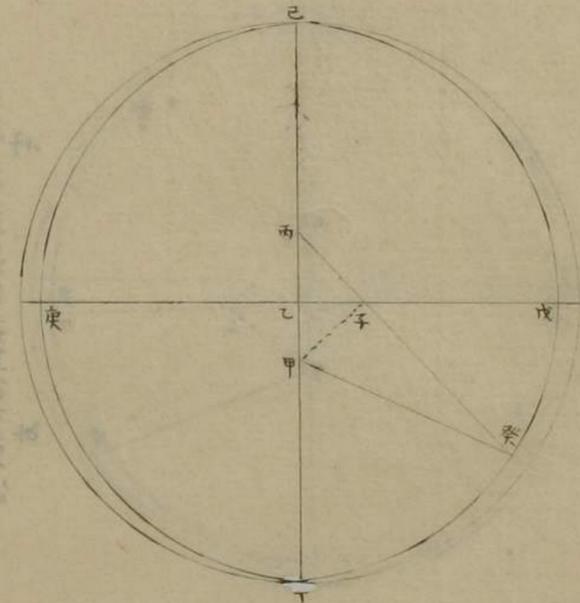
丙癸與甲癸和至方內減丙子〇〇三三九五餘爲股弦和
 甲子勾中 丙又玄和
 〇〇〇〇五七二三八三九七八四〇〇〇
 一九七六〇九八〇八四



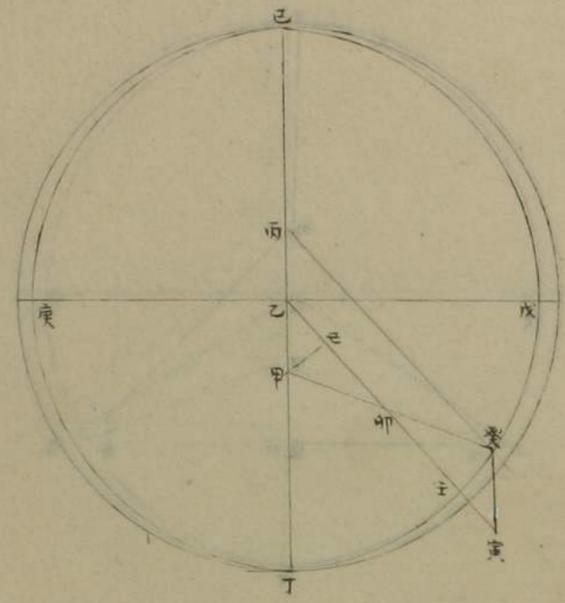
甲癸太陽距地心線〇九八八一九三五四五

一 爲丙子分邊。以甲子
 爲勾。自乘。以丙子與丙癸
 甲癸兩邊和二千萬相減。
 餘一九七六〇九八〇小餘
 八爲股弦和。除之得二八
 九〇小餘。爲股弦較。與股
 弦和相加。得一九七六三
 八七一〇小餘。折半得九八
 八一九三五小餘。爲甲癸

一 甲癸邊 〇九八一九三五
 二 甲子切 〇〇二五八八五二〇
 三 半徑 一
 四 癸角正弦 〇〇二四一八四〇九二



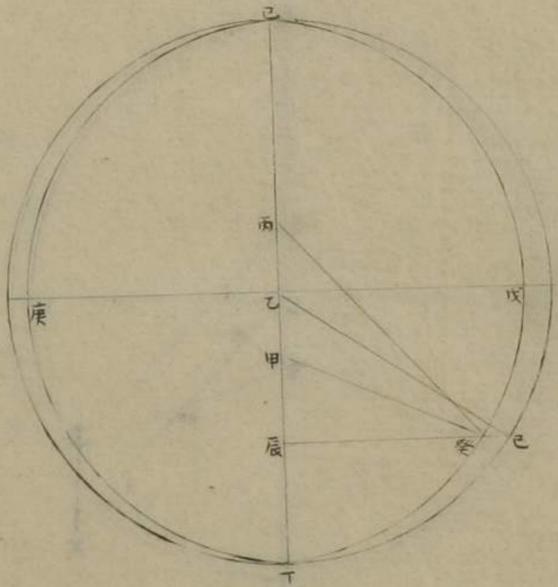
邊。次以甲癸邊為一率。甲
 子垂線為二率。半徑一千
 萬為三率。求得四率二四
 一八四〇。小餘二九。檢正弦得
 一度二十三分八秒。小餘七九
 即癸角度與丙角相加得
 四十六度二十二分五十
 四秒。小餘〇六。即癸甲丁角度。
 用切線分角法。得數較
 捷。因癸角度小。比例得甲



癸線。難得確率。然甲癸線
 故用垂線法。所截甲癸丁分橢圓面積。
 此所設乙壬丁四十五度
 之面積。小一甲乙丑積。與
 寅壬癸積等。甲癸丁積比
 乙壬丁積多
 一卯壬癸積。少一甲乙卯
 積。而甲乙與寅癸等。甲卯
 與卯癸等。乙卯與卯寅等。
 卯壬與卯丑等。故甲乙卯
 積與寅癸卯積等。卯壬癸
 積與卯甲丑積等。以多神
 少尚少一甲乙丑積。乃用
 與寅壬癸積相等也。

一 半徑
二 甲角正弦
三 甲癸邊
四 癸辰邊

一
〇七三九五三六
〇九八一九三五
〇七五四〇四〇
〇七五四〇四〇



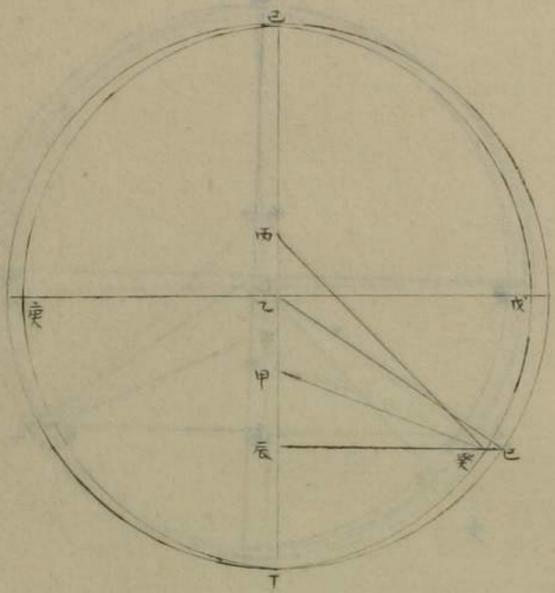
一 橢圓小半徑
二 同 大半徑
三 癸辰邊
四 己辰邊

一
〇九九八五七五
〇七五四〇四〇
〇七五四〇四〇
〇七五五〇六二

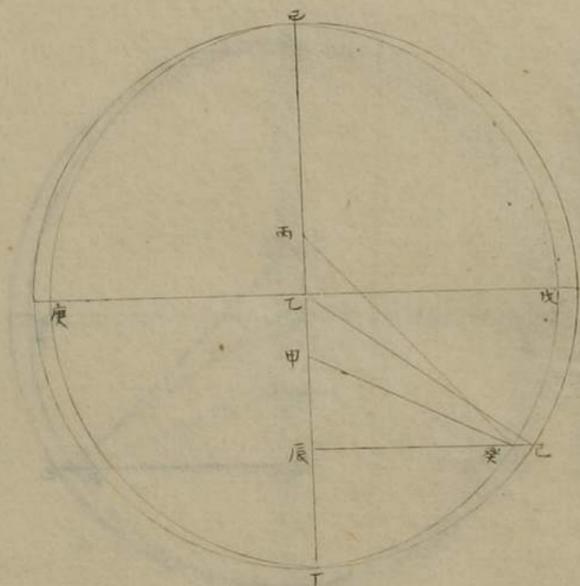
前角求積法。以半徑一千
萬為一率。甲角四十六度
二十二分五十四秒小餘〇六
之正弦七二三九五小餘
六〇小餘為二率。甲癸邊為三
率。求得四率七一五四〇
四〇小餘六七。即癸辰邊。次以
橢圓小半徑九九九八五
七一小餘八五為一率。大半徑

一 半周天化秒
二 半周率
三 己丁弧化秒
四 己丁弧線秒

六四八〇〇〇秒
三一四一五九二六〇
一六四四六四九
〇七九七三四八五七四八三

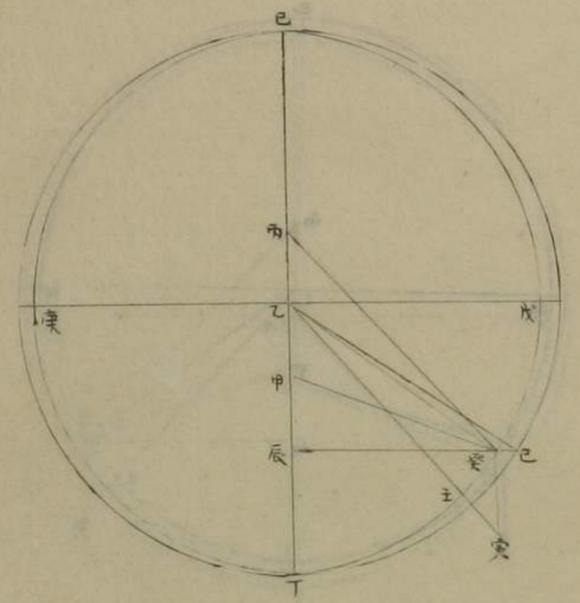


一千萬為二率。癸辰邊為
三率。求得四率七一五五
〇六二小餘五二。即己辰邊。檢
正弦得四十五度四十一
分四秒小餘九四。即己乙丁角
度。亦即己丁弧度。次以半
周一天一百八十度。化作六
十四萬八千秒為一率。半
周率三一四一五九二六

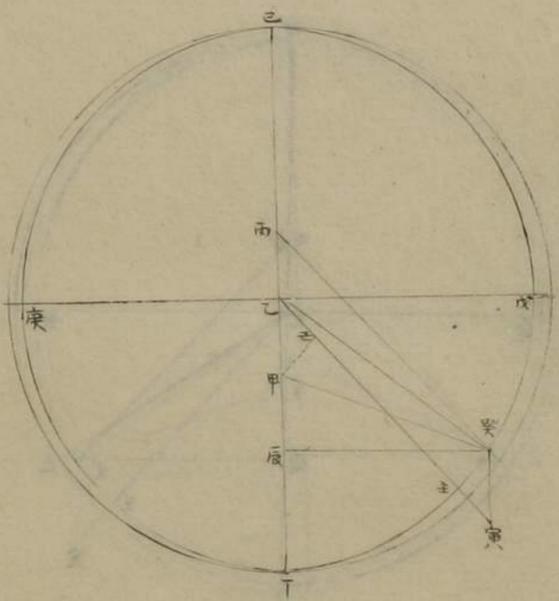


小餘 爲二率。己丁弧度分。
 五 化作一十六萬四千四百
 六十四秒。小餘 爲三率。求
 得四率七九七三四八五。
 小餘二八八。爲己丁弧線。
 三七四八。與半徑一千萬相乘。折半
 得三九八六七四二六四
 四一八七四。爲乙己丁分
 平圓面積。次以橢圓大半

一 橢圓大半徑 一
 二 同 十半徑 〇九九八五七一八
 三 乙己丁分平圓面積 三九六六四四一八七四
 四 乙癸丁分橢圓面積 三九六六三三三三三三三三

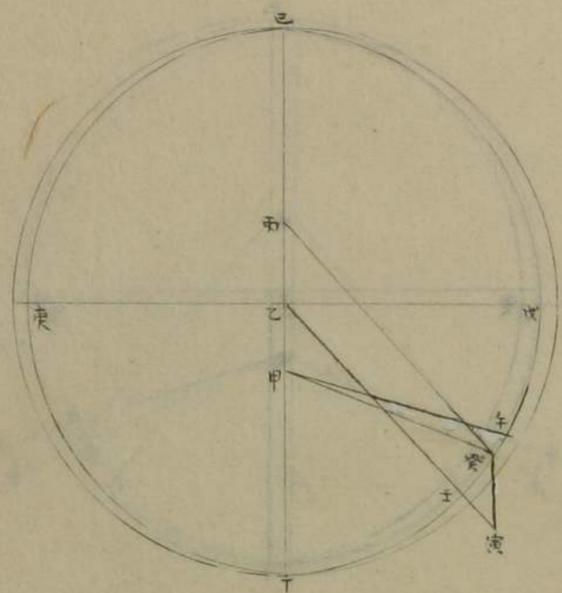


徑一千萬。爲一率。小半徑
 九九九八五七一八。小餘 爲
 二率。乙己丁分平圓面積
 爲三率。求得四率三九八
 六一七三二七七五三六
 七。爲乙癸丁分橢圓面積。
 內減所設乙壬丁分橢圓
 四十五度之面積。餘五九
 七四三二九九〇〇七五。

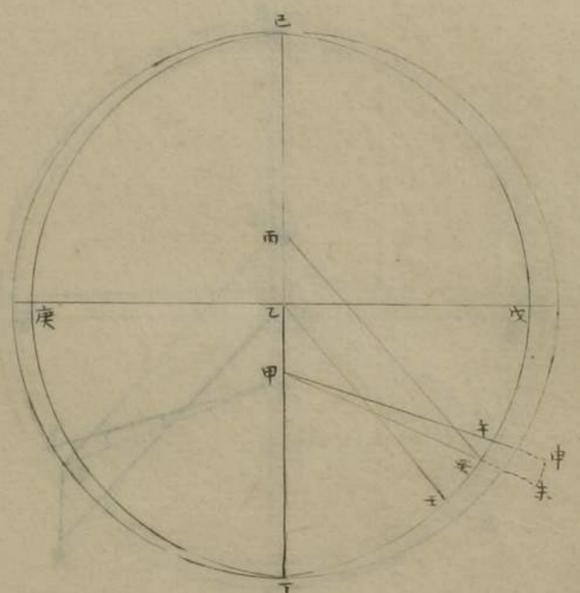


四
三
二
一

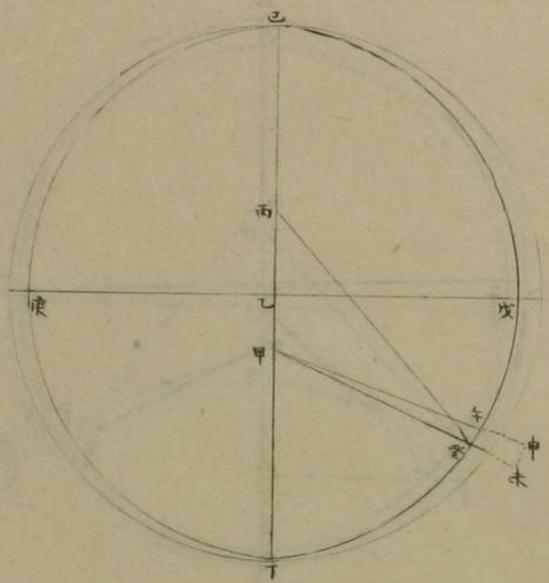
爲乙癸壬積。次以癸辰邊
 七一五四〇四〇小餘與
 癸寅邊一六九〇〇〇相
 乘。折半得六〇四五一六
 四三六六一五。爲乙癸寅
 積。內減乙癸壬積。餘七〇
 八三四四六五四〇。爲寅
 壬癸積。與甲乙丑積等。卽
 甲癸丁積。小於乙壬丁積



之較。或於乙癸丁積內先
 減甲乙癸積。得甲癸
 丁積。再與乙壬丁
 積相減。得數亦同。夫甲癸
 丁積既小於乙壬丁積。則
 是甲癸丁積。不足四十五
 度。而平行距最卑後四十
 五度時。太陽必仍在癸點
 之前。如午。則甲癸午積與
 寅壬癸積等。甲午丁爲分
 橢圓四十五度之面積。與

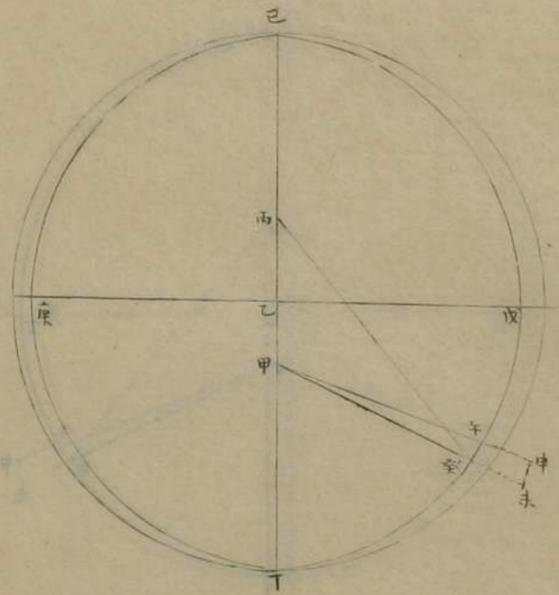


乙壬丁積等。實行午甲丁角。比癸甲丁角。尚大丁午甲癸角。乃用前積求角法。將甲癸線引長至未。甲午線引長至申。甲未甲申皆為中率半徑。成甲未申分平圓面。與甲癸午為同式形。以甲癸自乘。得九七六五二六五〇〇一六七一



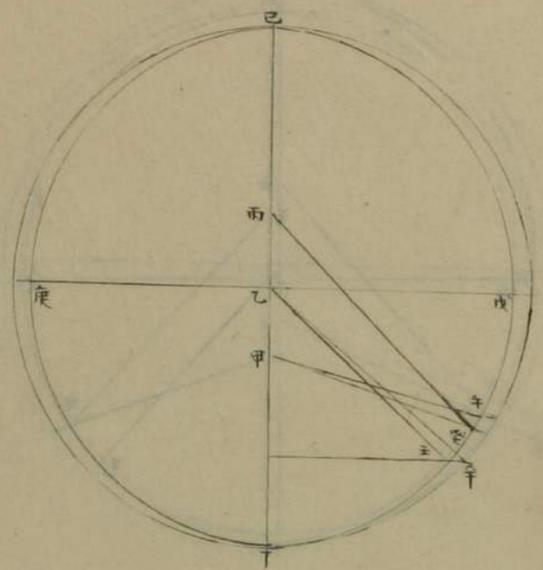
- 一 甲癸迎巾 九七六五二六五〇〇一六七一五
- 二 甲未迎巾 九九九八五七八四八〇一九
- 三 甲癸午積 〇〇〇〇七〇八二四六五四〇
- 四 甲未甲積 〇〇〇〇三二五二六八〇七六

五為一率。甲未中率自乘。得九九九八五七八四八〇一九。一〇一九一為二率。甲癸午積七〇八三四四六五四〇為三率。求得甲率七二五二六八〇七一六。為甲未申積。以橢圓一秒之面積二四二三七二二二一除之。得二十九秒。小餘九二。

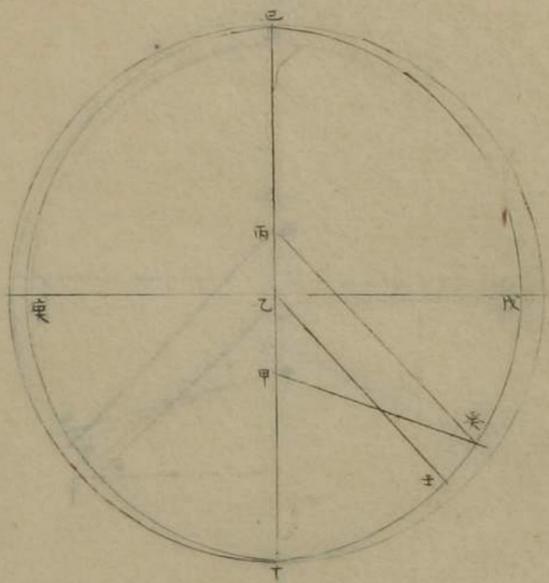


一
二
三
四
五
六
七
八
九
十

爲未甲申角。即癸甲午角。與癸甲丁角四十六度二十二分五十四秒。小餘六。相加得四十六度二十三分二十三秒。小餘九。爲午甲丁角。即平行距最卑後四十五度時之實行度也。此法乃合前二法。而兼角之面。午甲癸角止三十秒。甲癸甲午

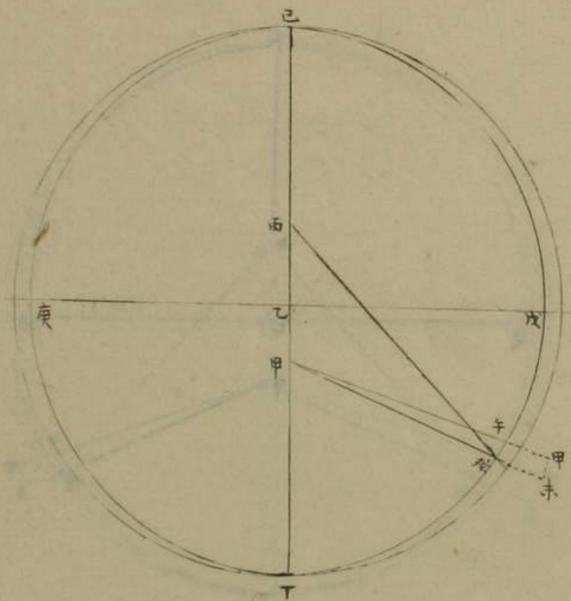


二線相差無多。得數爲密。其所以先設辛乙丁角爲四十五度。而求壬乙丁角。以爲丙角者。第借積以此其大小耳。究之橢圓面積逐度皆有成數。原不待求。且先求壬乙丁角爲丙角。而求甲癸丁積。又與所設之



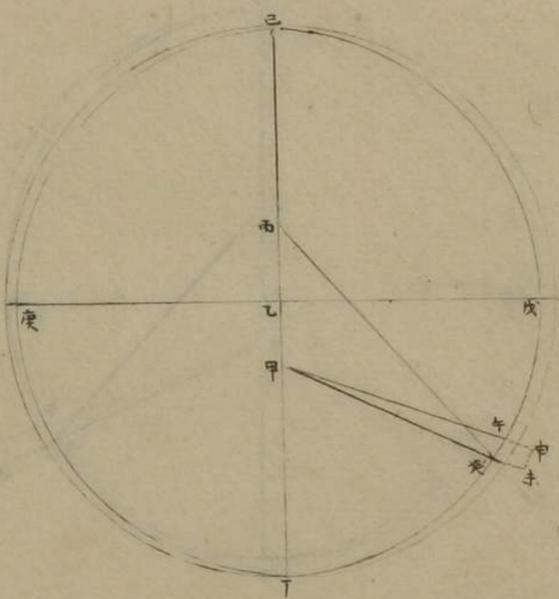
乙壬丁積相差_{不遠}。則併
先求_{壬乙丁角}。亦屬_{可省}
詳後法。

又法_{選設}丙角為四十五
度。依前法求得甲癸線九
八八一九四四。_{小餘}癸甲
丁角四十六度二十三_分
九_秒。_{小餘}甲癸丁積三九
二六〇七九四六七九三

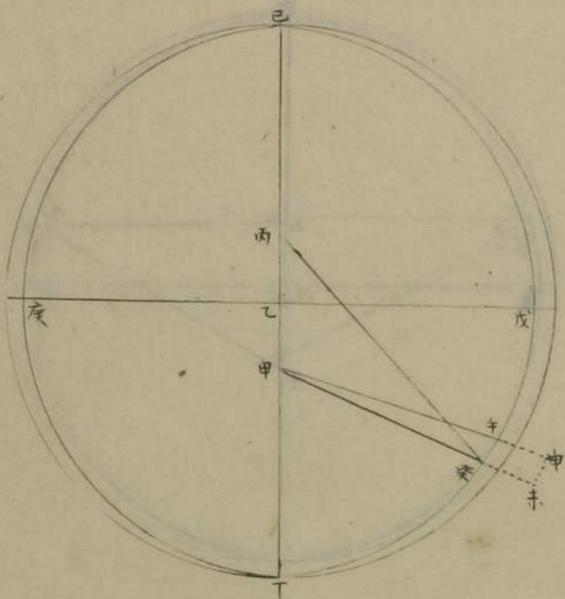


四八。與四十五度_{摺圓積}
三九二六四二九九七八
五二九二相減。餘三五〇
五一〇五九四四。為甲癸
丁積。小於四十五度_{平行}
積之較。即知_{平行}四十五
度時。太陽在癸點之前如
午。乃以甲癸自乘。得九七
六五二八二二七五三〇

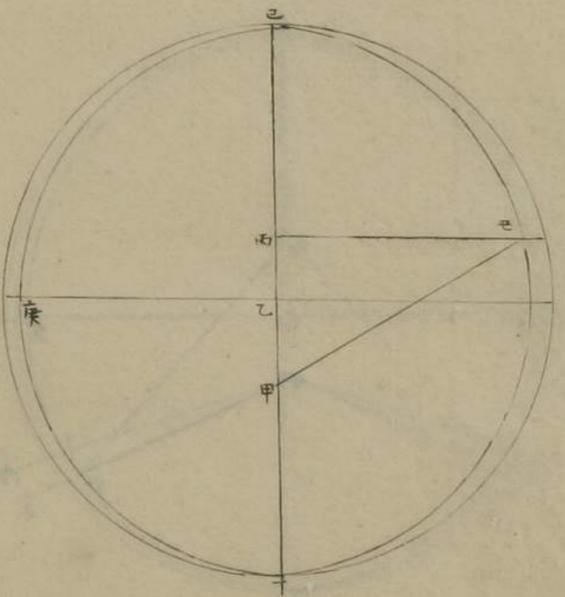
一 甲癸迎巾 九七六五二八二七五三〇三五
 二 中率巾 九九八五七八四八〇一九一
 三 甲癸午積 〇〇〇〇三五〇五〇五九四四
 四 甲未申分平圓面積 〇〇〇〇三五八八四一八四一



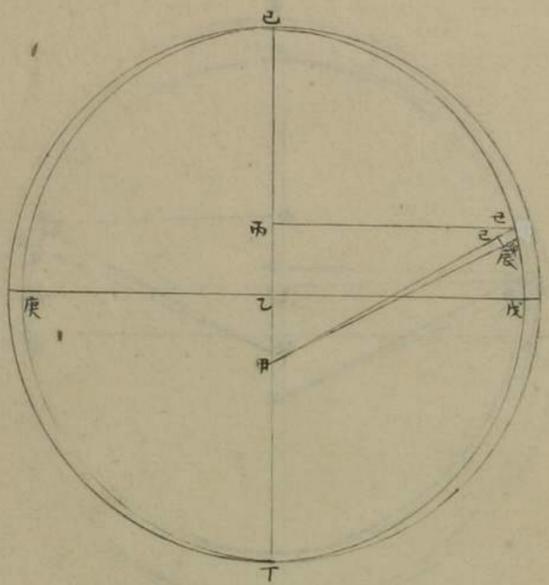
二五為一率。中率自乘器
 九九九八五七一八四八
 〇一九一為二率。積較為
 三率。即甲癸午積求得四率三
 五八八八四一八四一。為
 甲未申分平圓面積。以一
 秒之面積二四二三七二
 二二一除之。得一十四秒
 小餘。為未甲申角。即癸甲
 八一



與癸甲丁角四十六度二
 十三分九秒。小餘。相。加。得
 午甲丁角為四十六度二
 十三分二十三秒。小餘。即
 平行距最卑後四十五度
 時之實行度。此法得數與
 前同。而即以平行積度為
 丙角。較前法為省便也。
 又如平行距最卑後九十

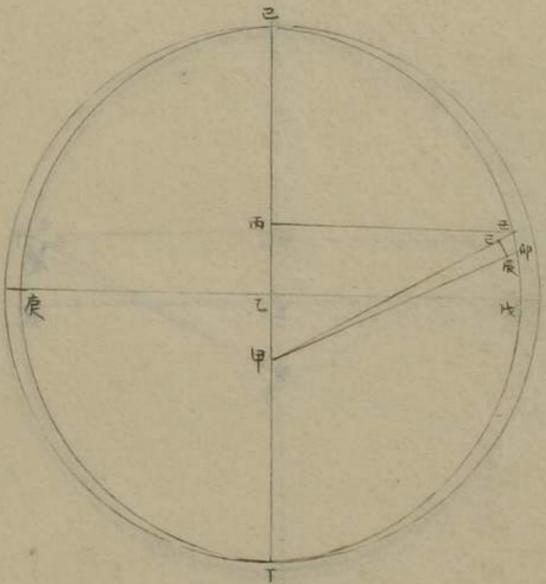


度求實行若干度分。則先
 設丙角為九十度。作丙丑
 甲丑二線。成甲丙丑角股
 形。依法求得甲丑線一〇
 〇〇二八五六。小餘丑甲
 丁角九十一度五一分
 一十一秒。小餘甲丑丁積
 七八五二八七六〇一八
 三六九五。與九十度積圓

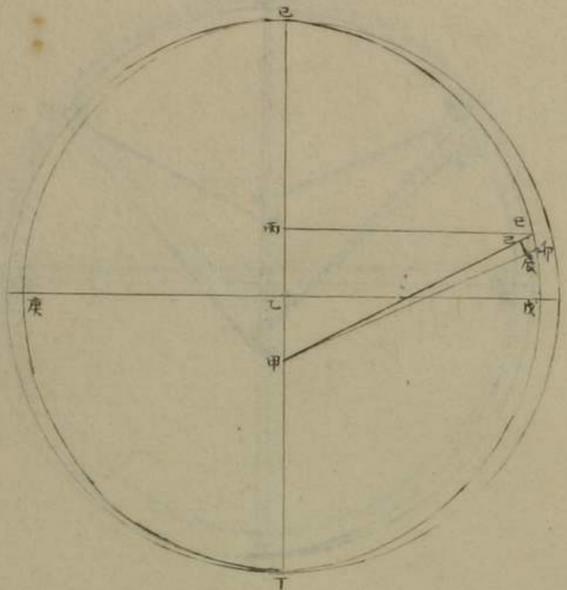


積七八五二八五九九五
 七〇五八四相減。餘一六
 〇六一三一。為甲丑
 丁積大於九十度平行積
 之較。即知平行九十度時
 太陽在丑點之後如卯。乃
 依中率半徑截甲卯線於
 辰。截甲丑線於巳。成甲辰
 巳分平圓面。與甲卯丑為

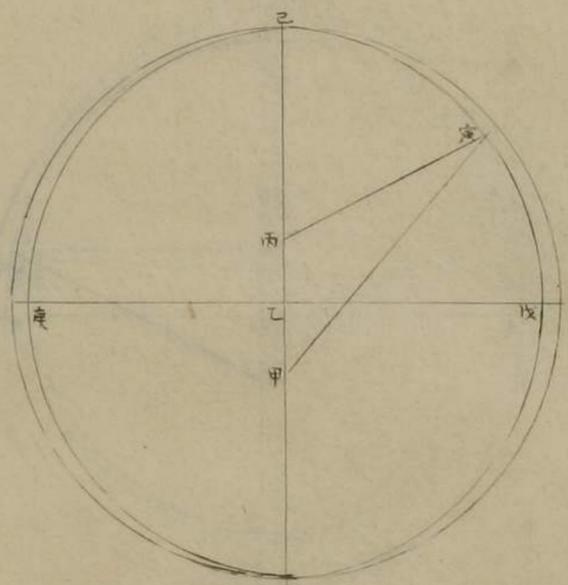
- 一 甲丑邊中 100057230257307
- 二 中率中 99985728480291
- 三 積較卯積 000002606311
- 四 甲辰已分平圓面積 000002606311



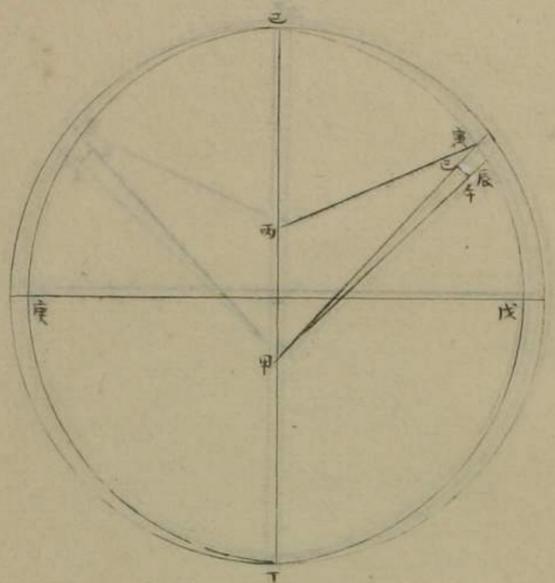
同式形。以甲丑自乘。得一
 〇〇〇五七一三〇一五
 七三〇七為丁率。中率自
 乘。得九九九八五七一八
 四八〇一九一為二率。積
 較為三率。即卯積。求得四
 率一六〇四九八四八〇。
 為甲辰已分平圓面積。以
 一抄之面積二四二三七



二二二一除之。得百分秒
 之六六。為辰甲己角。即乙
 角。與丑甲丁角九十一度
 五十六分一十一秒。小餘
 相減。餘九十一度五十六
 分一十秒。小餘為卯甲丁
 角。即平行距最卑後九十
 度時之實行度也。
 又如平行距最卑後一百

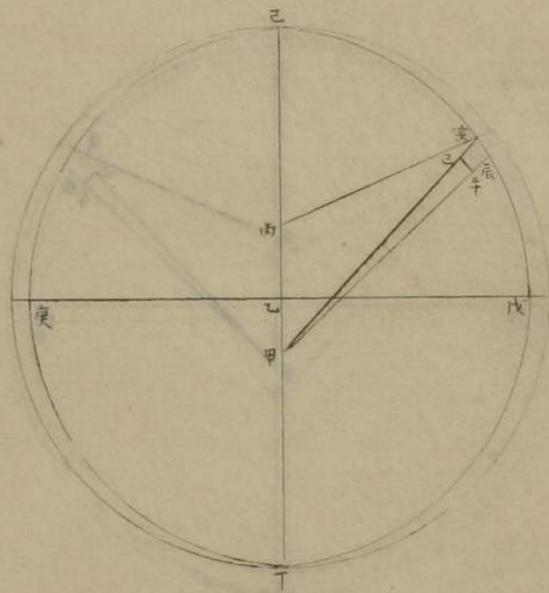


二十度求實行若干度分。
 則先設丙角為一百二十
 度。作丙寅甲寅二線成甲
 丙寅三角形。依法求得甲
 寅線一〇〇八六六二四。
 小餘寅甲丁角一百二十
 三。一度三十九分四十六秒。
 小餘甲寅丁積一〇四七
 六九。甲寅丁積一〇四七
 〇七九九〇六四九五〇

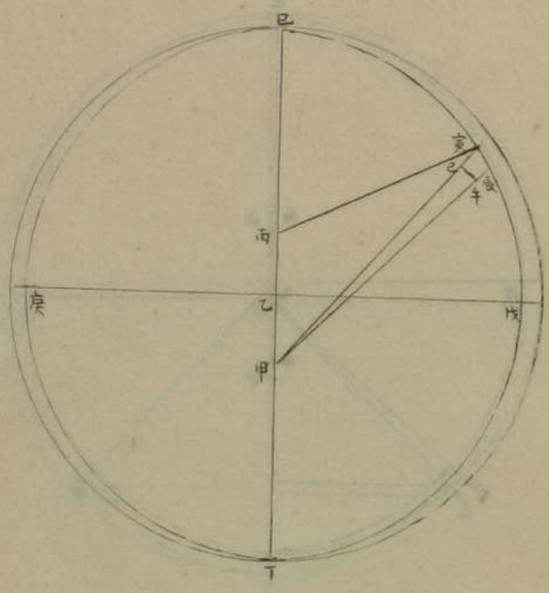


六。與一百二十度之橢圓
 積一〇四七〇四七九九
 四二七四四六相減。餘三
 一九一二二二〇六〇。為
 甲寅辰積大於一百二十
 度平行積之較。即知平行
 一百二十度時。太陽在寅
 點之後如辰。乃依中率半
 徑截甲寅線於己。截甲辰

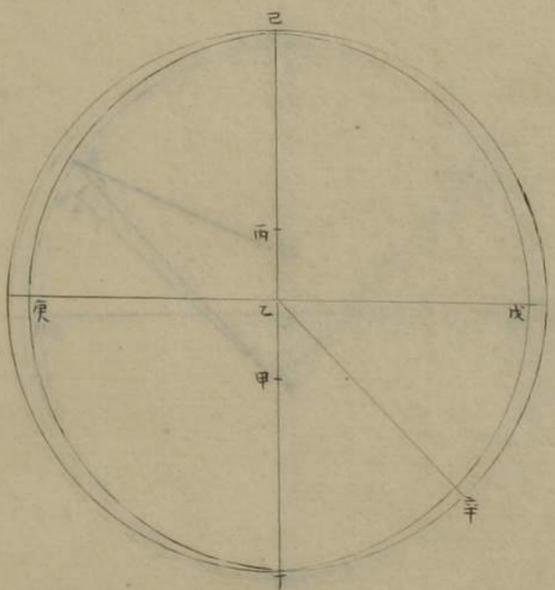
- 一 甲寅邊巾 一〇七三九九八六三三九八八
- 二 中率巾 〇九九八五七一八四〇一九一
- 三 積較辰積 〇〇〇〇三九三二二〇六〇
- 四 甲巳午分平山面積 〇〇〇〇三三六二九七八九一



線於午。成甲巳午分平圓面。與甲寅辰爲同式形。以甲寅邊自乘。得一〇一七三九九八六三三九八八。中率自乘。得九九八五七一八四〇一九一。積較爲三九三二二〇六〇。甲巳午分平山面積。爲三三六二九七八九一。求得四率三一三六一九七八九一。爲甲

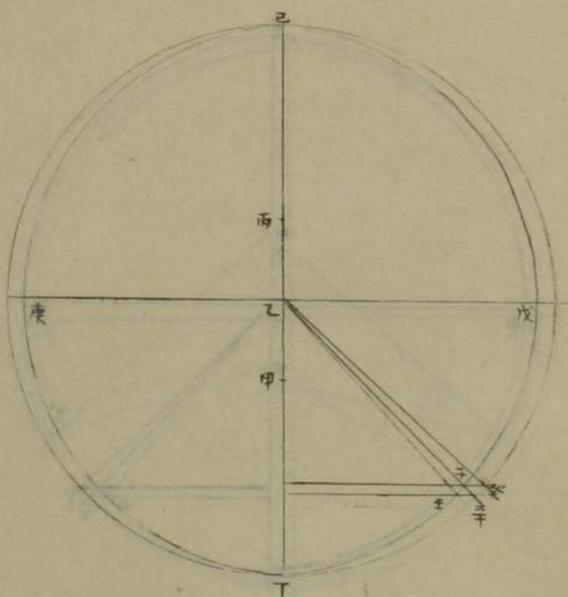


巳午積。以一秒之面積二四二三七二二一除之。得一十二秒。爲甲寅辰角。與寅甲丁角。一百二十一度三十九分四十六秒。相減。餘一百二十一度三十九分十三秒。爲辰甲丁角。即平行距最卑後一百二



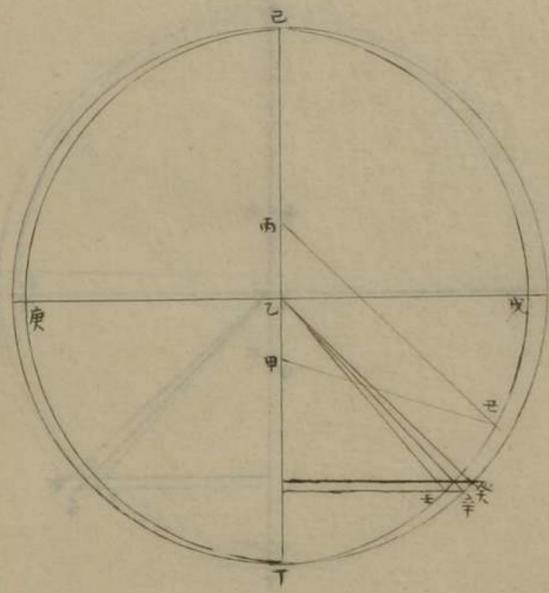
十度時之實行度也。右借積求積之法。最為精密。而理亦易曉。然須乘除比例十數次推算。則屬繁難。故又設後法。

次設借角求角之法。如太陽平行距最卑後四十五度求實行若干度分。先從本天心設丁乙辛角為四

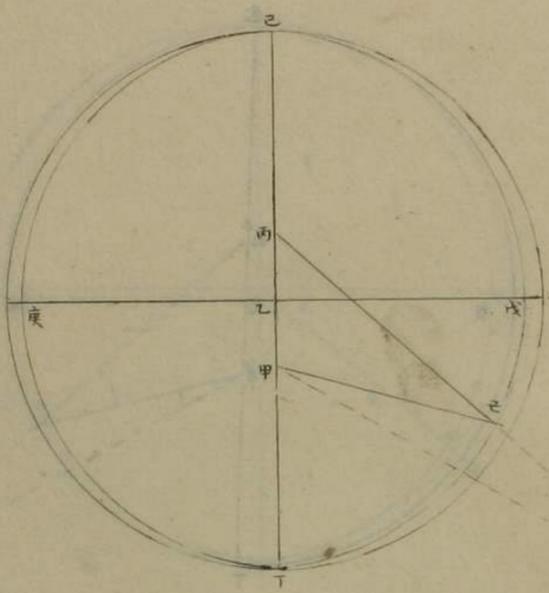


一 橢圓小半徑 〇九九八五七一八
 二 同 大半徑 一
 三 丁乙辛角正切 一
 四 丁乙癸角正切 一〇〇〇四二八三
 五

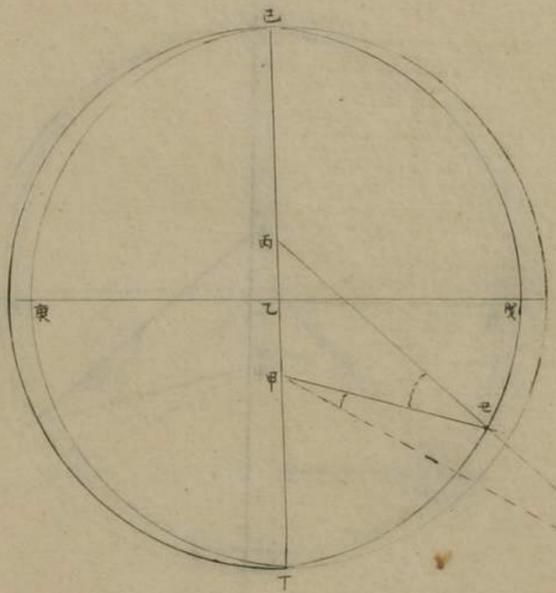
十五度。則乙壬丁分橢圓面積亦為四十五度。次將丁乙辛角加癸乙子橢圓差角。九十度以內大。一橢圓差角。九十度以外小。一橢圓差角。解見後。以橢圓小平徑九九八五七一八小餘八五為一率。大半徑一十萬為二率。所設丁乙辛角四十五度之正切一十萬為三



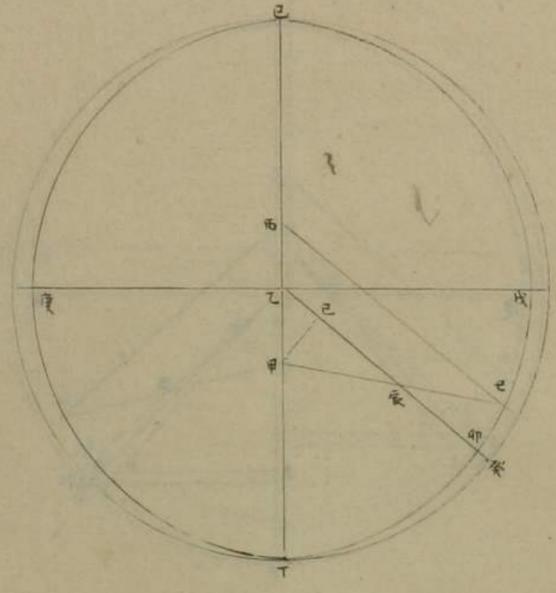
率求得四率一〇〇〇一
 四二八小餘三五為丁乙癸角
 之正切檢表得四十五度
 〇分一十四秒小餘七三即丁
 乙癸角度。次與乙癸平行
 作丙丑線。自甲作甲丑線。
 則丙角與丁乙癸角等。而
 甲丑丁積為分楮圓四十
 五度之面積。與乙壬丁積



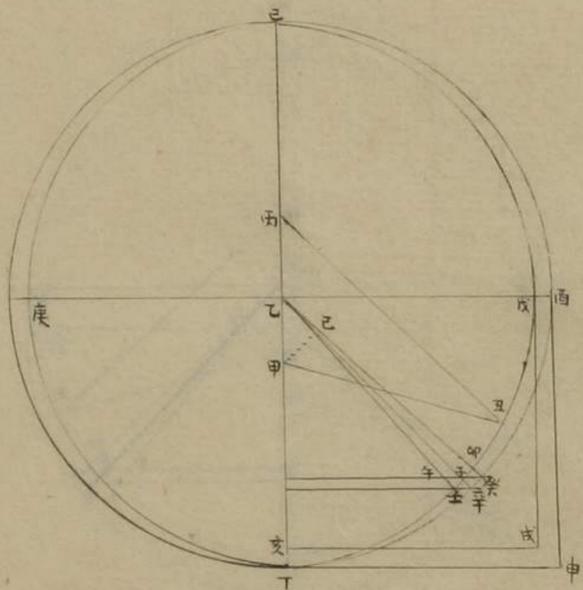
等。是為平行。丑甲丁角即
 為實行。乃將丙丑線引長
 至寅。使丑寅與甲丑等。則
 丙寅為二十萬。甲丑丙丑
 共二十萬
 丑寅既與甲丑等。
 故丙寅亦二十萬。又自甲
 至寅作甲寅線。成甲寅丙
 三角形。用切線分外角法
 求得寅角四十一分三十
 四秒。小餘七四倍之得一度二



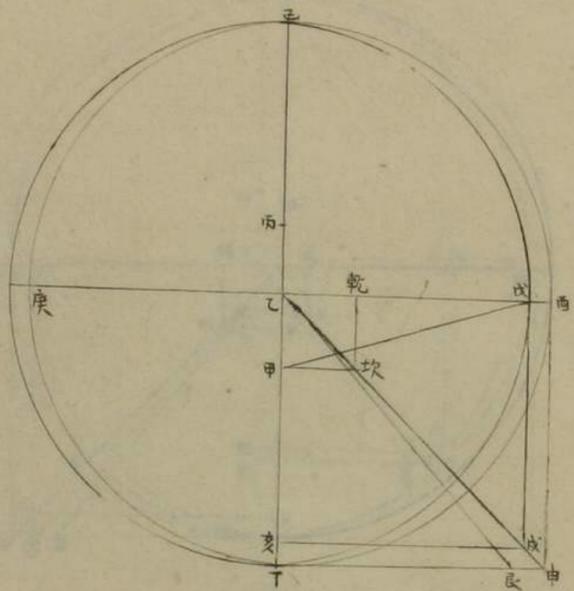
十三分九秒。四九。即甲丙
 丑形之丑角度。甲丑寅形
 甲丑丙角為外角。與甲寅
 二內角等。丑寅既與甲丑
 等。則甲角必與寅角等。故
 倍寅角即得甲丑丙角。
 與丙角四十五度。分一
 十四秒。七三。相加得四十
 六度二十三分二十四秒。
 小餘。為丑甲丁角度。丑甲
 丁角。為丑丙角之外角。與丙
 丑二內角和等。故以丑角與



丙角相加。得
 丑甲丁角。即平行距離最
 卑後四十五度時之實行
 度也。然則借以設丙角比
 平行積度大一橢圓差角。
 而甲丑丁積即與平行積
 度相等也。蓋與丙丑平行
 之乙癸線。截本天於卯。所
 截之乙卯丁積。比甲丑丁
 積多一甲乙己形。乙卯丁
 積。比甲

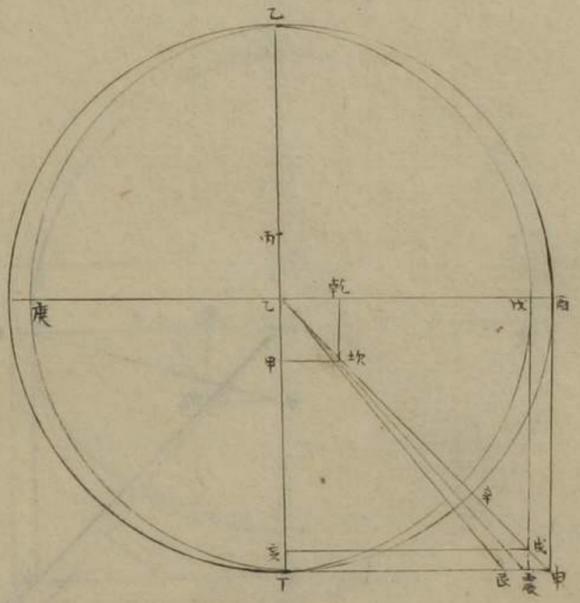


圓差角。丑丙丁角又原與
 癸乙丁角等。故設丙角比
 平行積大一措圓差角。而
 甲丑線所截橢圓積。即與
 平行積相等也。然則又何
 以知甲乙巳積與乙癸午
 積相等也。試以乙丁大半
 徑作乙丁申酉正方形。又
 以乙戊小半徑作乙戊戌

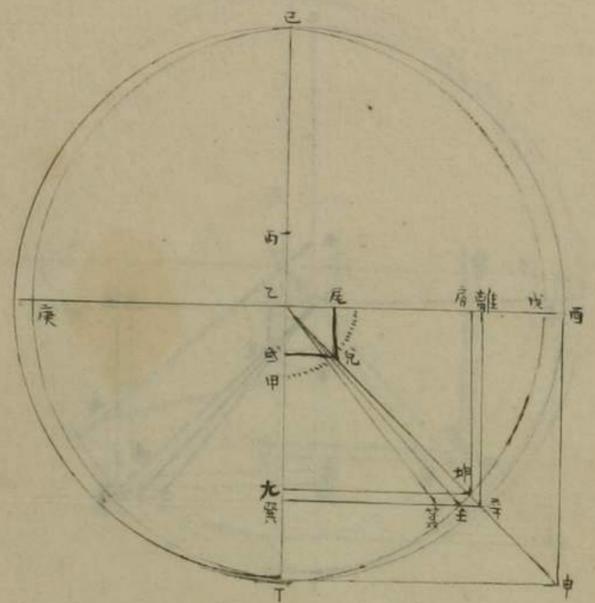


亥正方形。兩積相減。餘酉
 申丁亥戌戊磬折形積。與
 兩心差自乘之甲乙乾坎
 正方形積等。乙丁與甲戌等。
 甲乙為句。股弦兩
 幂相減與句幂等。斜分而
 半之。則乙甲坎句股積。即
 與酉申戌戊斜尖長方積
 等。而申良倍橢圓差與酉
 申相乘。折半之乙申良三

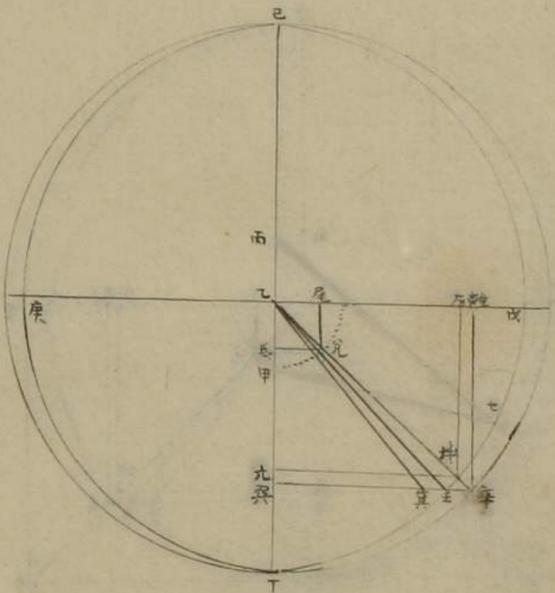
四五度之正弦餘
弦同散故形正



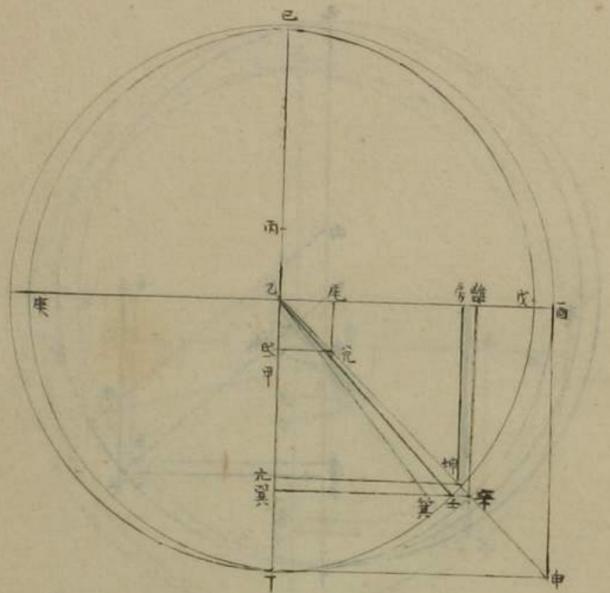
角積。原與酉申震戌長方形積等。乙申艮三角形與酉申震戌長方形同。以酉申為高。而申艮為申震之一倍。以申艮與酉申相乘。折半得乙申艮三角形積。故與酉申震戌長方形積等。此酉申戌戌斜尖長方形積。僅多申震戌一小角積。則借乙申艮三角形積為與乙甲坎句股積相等可也。又以方為斜。截丁辛弧為



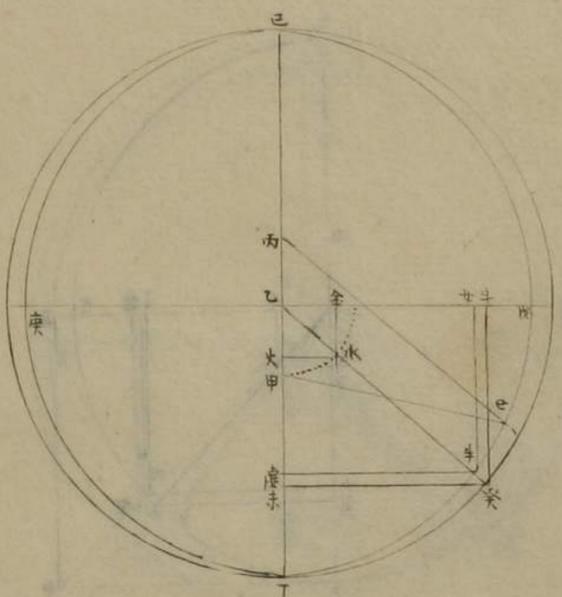
四十五度。乙辛與乙丁等。辛巽為四十五度之正弦。巽離為四十五度之餘弦。依乙戌小徑。截乙辛線於坤。依乙甲酉心。差截乙辛線於兌。與辛巽平行作坤。兌。兌。兌。二線。與辛離平行作坤。房。兌。尾。二線。所成正方。各為前圖正方積之一。



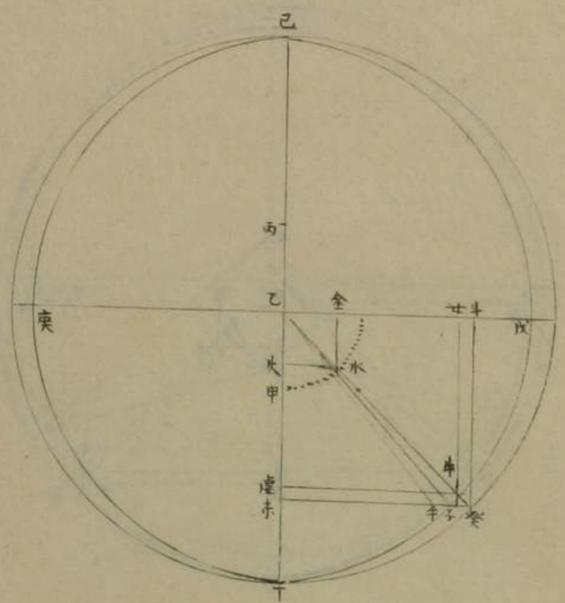
半。則於離辛巽乙正方形
 內減房坤亢乙正方形餘
 離辛巽亢坤房磬折形積。
 亦與乙尾兌底正方形積等。
 乙兌底句收積亦與離辛
 坤房斜尖長方積等。而辛
 箕倍楷圖差乘辛離餘弦。
 折半之乙辛箕三角積原
 與離辛壬房長方積等。
辛壬



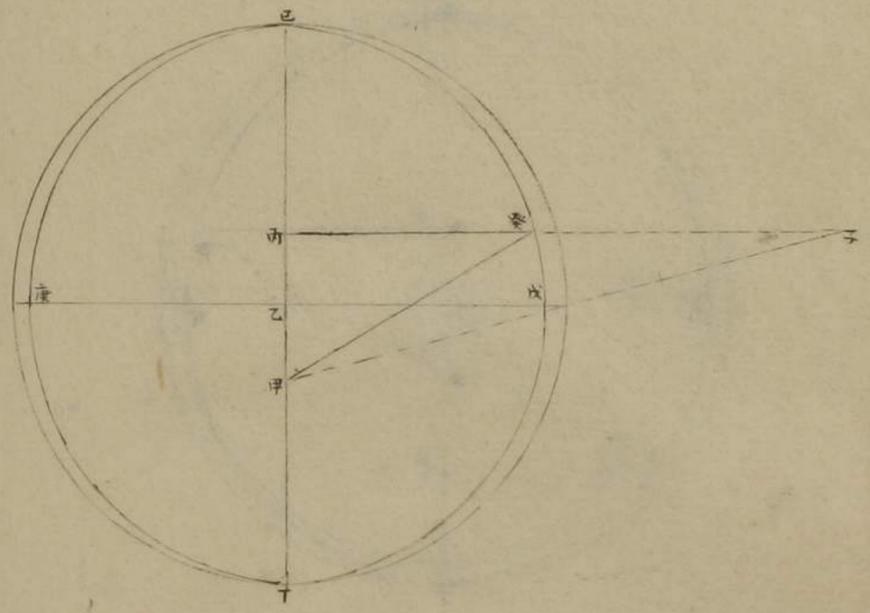
為四十五度之楷圖差辛
 箕為倍差與辛離餘弦相
 乘折半得乙辛箕積。故
 與離辛壬房長方積等。此
 離辛坤房斜尖長方積。僅
 多辛壬坤一小句股積。則
 借乙辛箕三角積為與乙
 兌底句股積相等亦可也。
 由此推之。逐度之正弦餘
 弦所成之句股。雖非正方。
 而斜弦不改。則各數比例



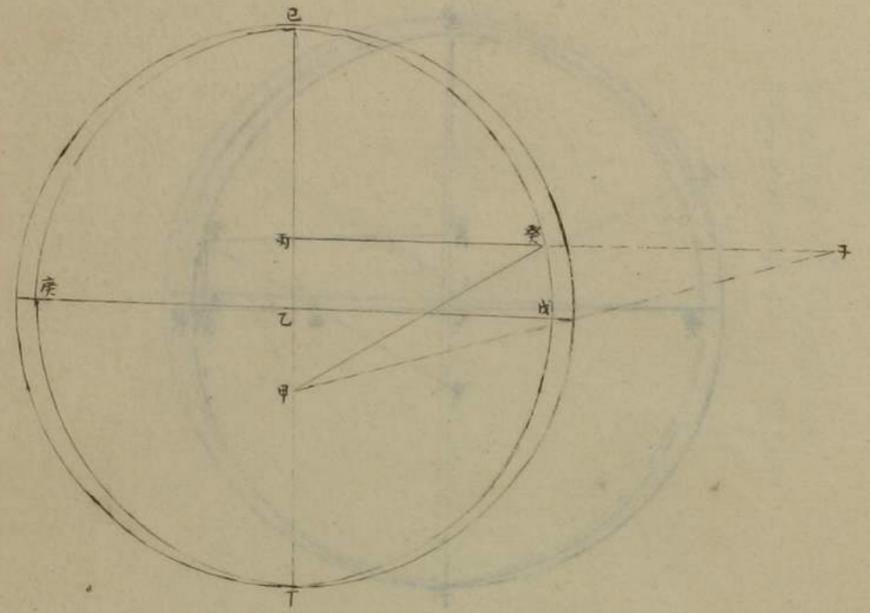
皆同。試自與丙丑平行之
 乙癸線所截之癸點作癸
 未正弦癸斗餘弦。又依乙
 戊小徑截乙癸線於牛作
 牛女。牛虛二線。又依甲乙
 兩心差截乙癸線於水作
 水火。水金二線。皆相平行。
 則於斗癸未乙長方形內
 減去女牛虛乙長方形。餘



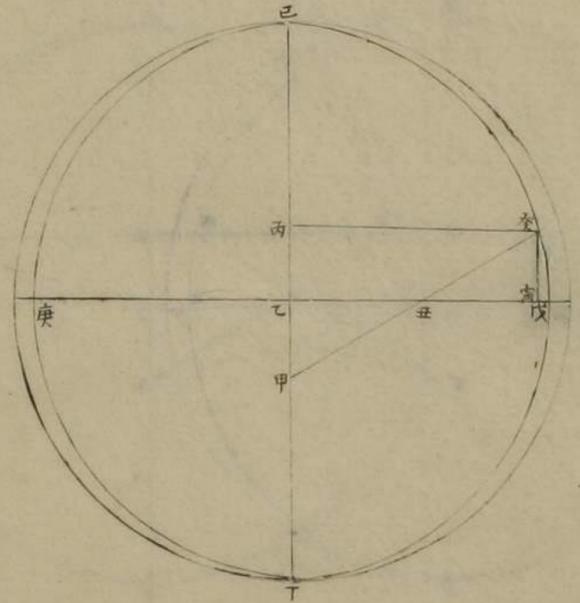
斗癸未虛牛女磬折形積。
 亦與金水火乙長方形積等。
 乙水火句股積。亦與斗癸
 牛女斜尖長方形積等。而癸
 午倍橢圓差乘癸斗餘弦。
 與乙未等。折半之乙癸午三角
 積。原與斗癸子。女長方形積
 等。癸子為橢圓差。癸牛為
 倍差。與癸斗餘弦相乘。
 折半得乙癸午積。故與此
 斗癸子。女長方形積等。



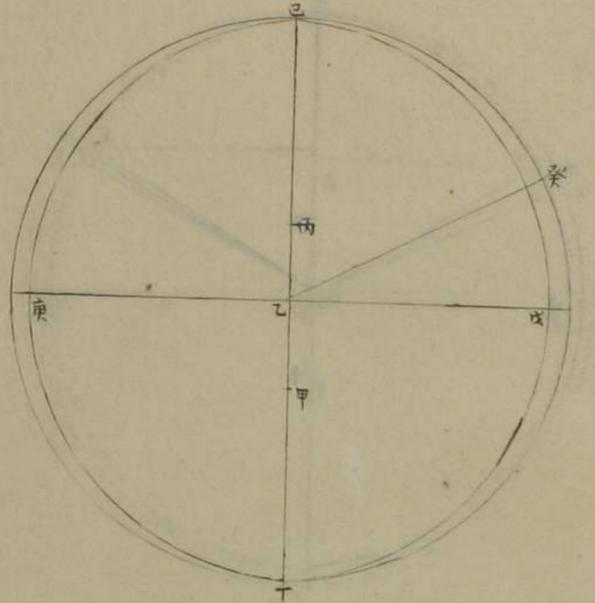
爲平行。癸甲丁角卽爲實
 行。乃將丙癸線引長至子。
 使癸子與甲癸等。則丙子
 爲二十萬。又自甲至子作
 甲子線成甲丙子三角形。
 求得子角五十八分五秒。
 小餘五。倍之得一度五十六
 分一十一秒。小餘一。卽甲丙
 癸形之癸角度。與丙角九



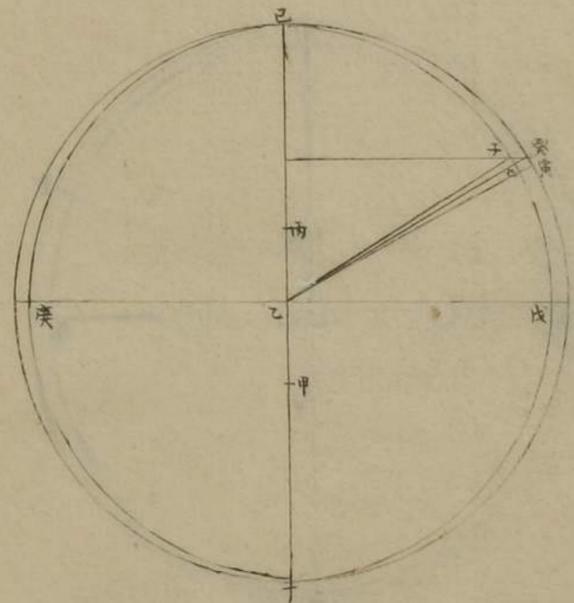
十度相如。得九十一度五
 十六分一十一秒。小餘爲
 癸甲丁角度。卽平行距最
 卑後九十度時之實行度
 也。蓋乙戊丁爲橢圓四分
 之一。其積爲九十度。戊乙
 丁角亦九十度。積度與角
 線。故無橢圓差。丙角既與乙角等。
 甲癸丁積又與乙戊丁積



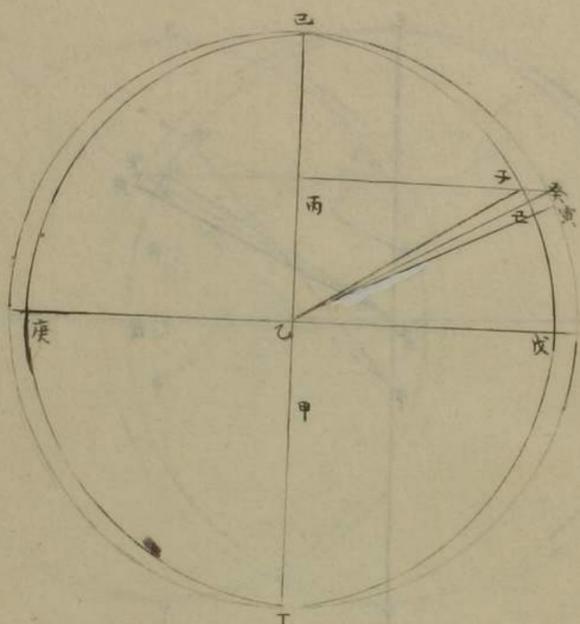
等。甲癸丁積比乙戊丁積多一丑癸戊形。少一甲乙丑形。而甲乙丑積與丑癸寅積等。是丑癸戊形比甲乙丑形。僅多癸戊寅一小弧矢積。故謂丑癸戊積與甲乙丑積等。而甲癸丁積亦謂與乙戊丁積等。故即以平行積度為丙角。而求甲角為實行度也。此法所得實行較前法多百分秒之六十七。蓋甲癸丁積比乙戊丁積多癸戊寅



弧矢積九十度稍大。故實行亦稍大。又丙角至九十度。則弧矢之癸寅半弦與甲乙兩心差相等。是為最長積亦最大。故所差最多。過此則所差又漸少矣。又如太陽平行距最卑後一百二十度。實行若干度分。先從本天心設丁乙

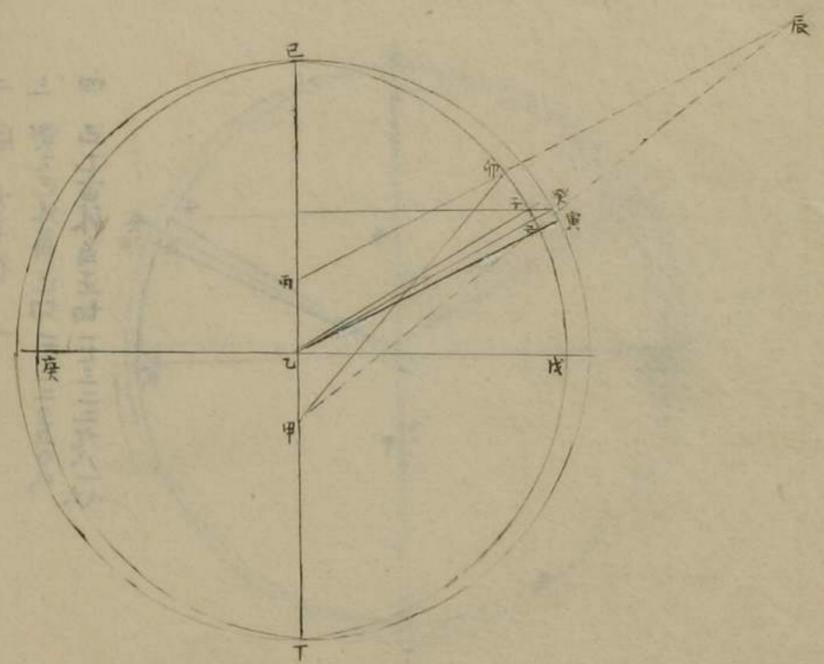
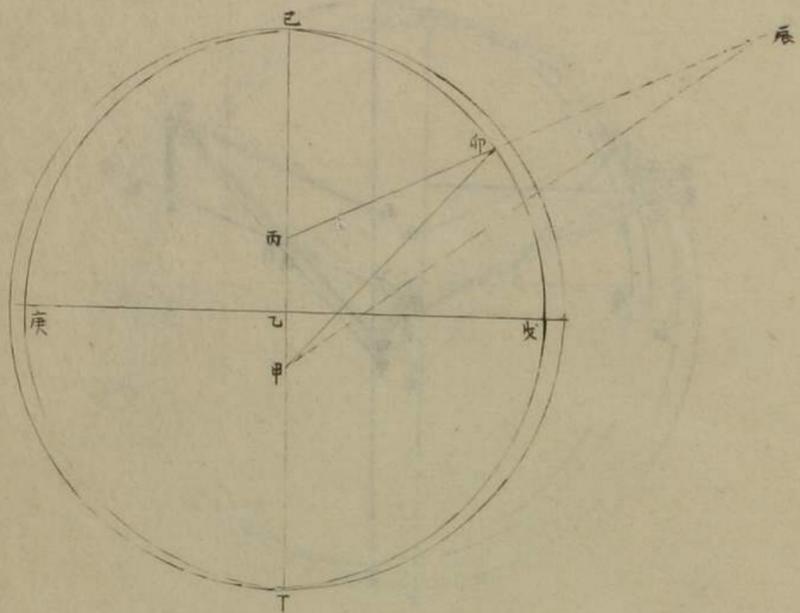


癸角一百二十度。則乙子
 丁分。橢圓面積亦為一百
 二十度。次將丁乙癸角減
 丑乙寅橢圓差角。九十度以外小
 一橢圓差角。故減。則癸乙巳外角
 大一橢圓差角。以橢圓小
 半徑九九九八五七一餘小
 五為一率。大半徑一千萬
 為二率。所設癸乙巳外角



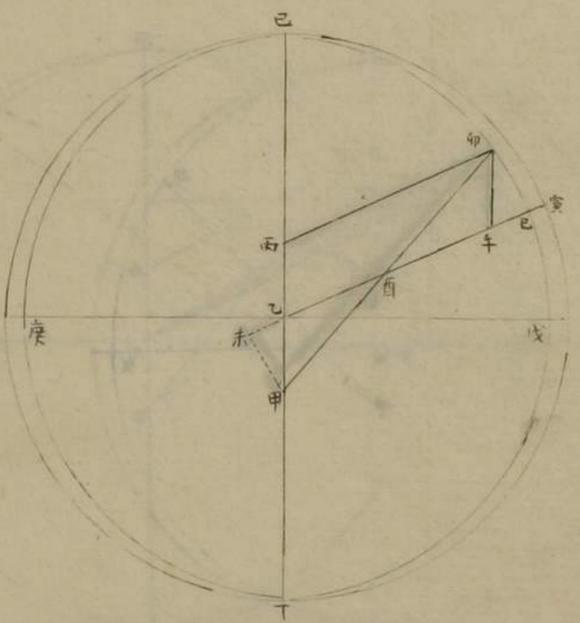
- 一 橢圓小半徑 〇九九八五七五八
- 二 同 大半徑 一
- 三 癸乙巳外角正切 七三三二〇五〇八
- 四 己乙寅外角正切 七三三二九八二八

六十度之正切一七三二
 〇五〇八為三率。求得四
 率一七三二二九八一餘小
 九。為己乙寅外角之正切。
 檢表得六十度〇分一十
 二秒。小餘七六。即己乙寅外角
 度。與一百八十度相減。餘
 一百一十九度五十九分
 四十七秒。小餘二四。即寅乙丁

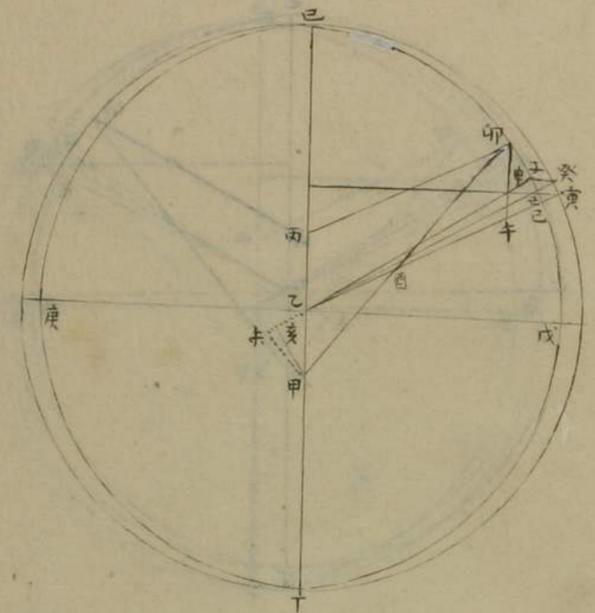


內角度。次與乙寅平行作
丙卯線。自甲作甲卯線。則
丙角與寅乙丁角等。甲卯
丁積為分楮圓一百二十
度之面積。與乙子丁積等。
是為平行。卯甲丁角即為
實行。乃將丙卯線引長至
辰。使卯辰與甲卯等。則丙
辰為二千萬。又自甲至辰

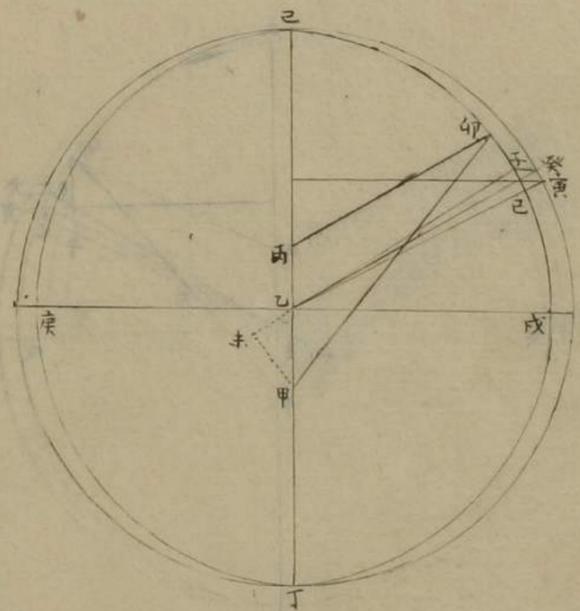
作甲辰線成甲丙辰三角
形。求得辰角四十九分五
十三秒。小餘四六。倍之得一度
三十九分四十六秒。小餘九二
即甲丙卯形之卯角度。與
丙內角一百一十九度五
十九分四十七秒。小餘二四相
加。得一百二十一度三十
九分三十四秒。小餘一六為卯



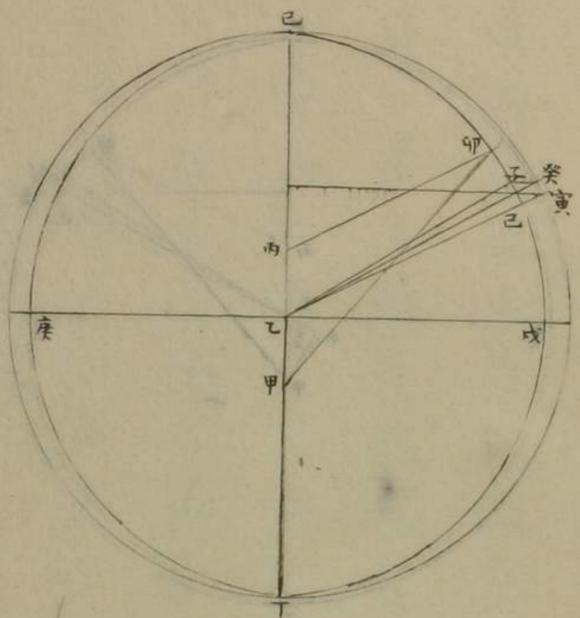
甲丁角度。即平行距最卑
 後一百二十度時之實行
 度也。蓋與丙卯平行之乙
 寅線截本天於己所截之
 乙己丁積。比甲卯丁積少
 一卯己午形。與甲乙未形
 等。乙己丁積。比甲卯丁積
 少一卯己酉形。多一甲
 乙酉形。而甲乙酉形與卯
 午酉形等。以多補少。仍少
 一卯己午形。又將乙己線
 引長至未。使酉未與酉己



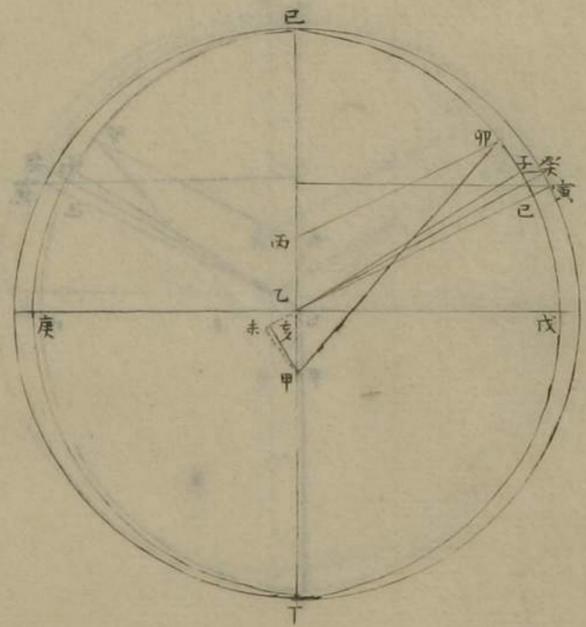
等。而酉甲原與酉卯等。卯
 午原與甲乙等。故作甲未
 與甲乙未積等。此甲乙
 未形之積與寅申倍橢圓
 差乘乙戌餘弦。折半之乙
 寅申三角形積等。寅申癸
 圓差。而癸子微小於寅申。
 丑申又微小於癸子。然為
 數無多。故謂寅申為倍差
 與乙戌餘弦相乘。折半得
 積。與甲乙亥句股積等。比
 甲乙未積。僅小甲未亥一
 小弧矢積。故借甲乙未
 積為與乙寅申積等。亦



即與乙子巳積等。與前法
 乙子巳積比乙子丁積積小
 一甲乙未積。甲乙未積既
 與乙子巳積等。則甲卯丁
 積必與乙子丁積等。而乙
 子丁為分橢圓一百二十
 度之面積。癸乙丁角為一
 百二十度之角。寅乙丁角



比癸乙丁角。原小一橢圓
 差角。卯丙丁角又原與寅
 乙丁角等。故於平行一百
 二十度內減一橢圓差角。
 為丙角。其甲卯線所截橢
 圓積。即與平行度相等。而
 求得甲角為實行度也。此
 法所得實行較之前法。多
 百分秒之四十一。蓋乙巳



丁積比乙子丁積少乙子
 巳積僅與甲乙亥積等而
 比甲卯丁積則少甲乙未
 積是甲卯丁積比乙子丁
 一百二十度積為稍大故
 所得實行卯甲丁角亦稍
 大然所差最大者不過半
 秒有奇不為正密而法最
 為簡便故日躔求實行用

此法也。

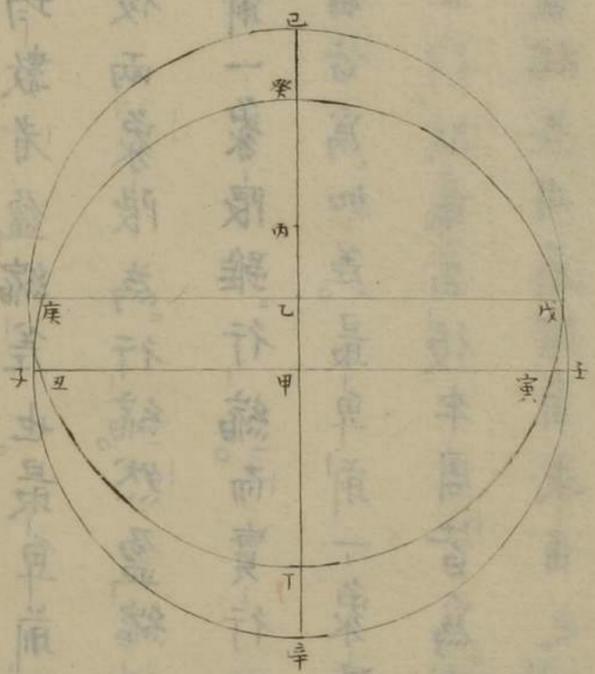
求均數

均數者盈縮之差也。最年則後兩度最前
 後兩度限為行結。然盈縮之差自是年最高起算最高
 前一家段推行結為實行仍大於平行故也。* 畢後不
 因皆為如左。最年則一象限推行盈而實行仍小於
 平行故也。最年則半象限為最高起算上編言之詳矣。今求
 盈縮之差。其法與前法同。其法與前法同。其法與前法同。

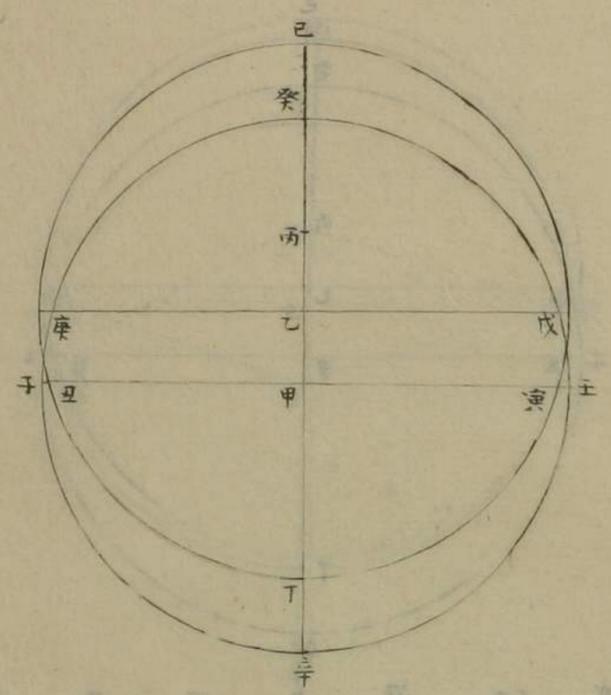
求均數

均數者盈縮差也。最卑前後兩象限為行盈。最高前後兩象限為行縮。然乃盈縮差自最卑最高起算。最高前一象限雖行縮。而實行仍大於平行。故最卑後半周皆為加差。最卑前一象限雖行盈。而實行仍小於平行。故最高後半周皆為減差。上編言之詳矣。今求盈縮差用前借角求角之法。與不同心天之法畧同。俱多一橢圓差耳。故先以平行求得對倍兩心差之角。又以平行求得橢圓差角。與對倍兩心差之角相

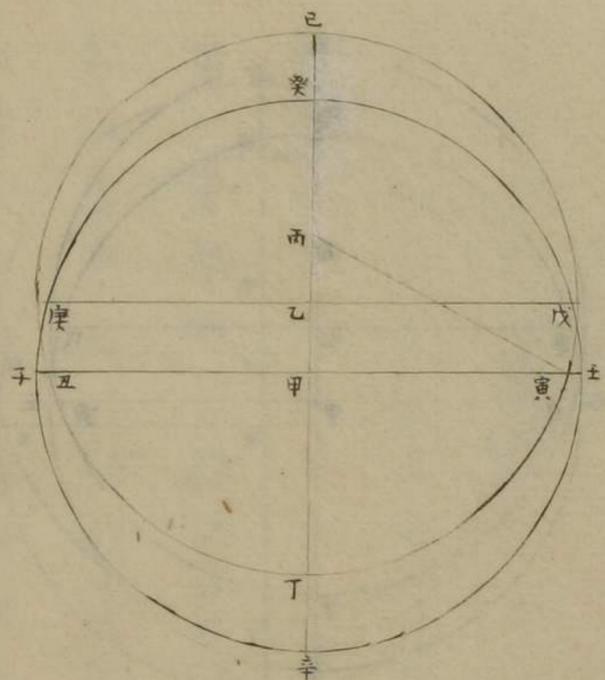
加減而得均數加減之法。具詳於左。



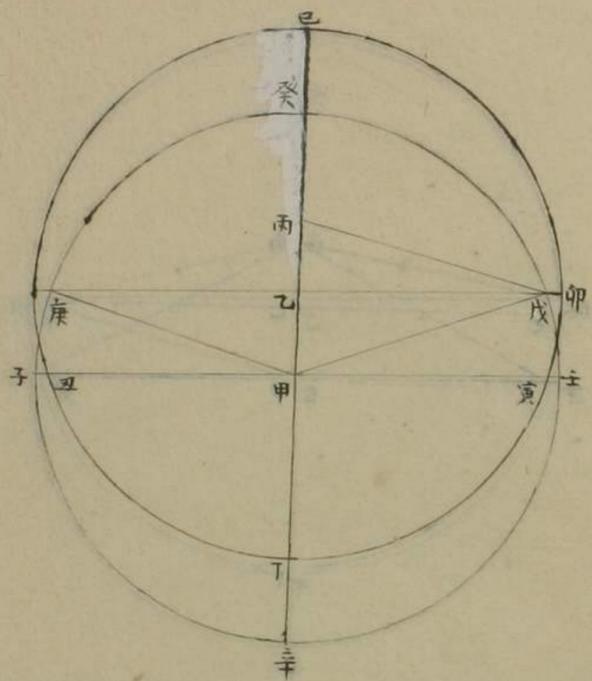
如圖甲為地心。乙為本天
心。甲乙為兩心差。甲丙為
倍差。丁戊己庚為本天辛
壬癸子為黃道。以行度言
之。太陽在最卑前後當子
辛。辛壬西象限。其本天平
行丑甲寅丁面積未及半
周。而以黃道度計之。已見



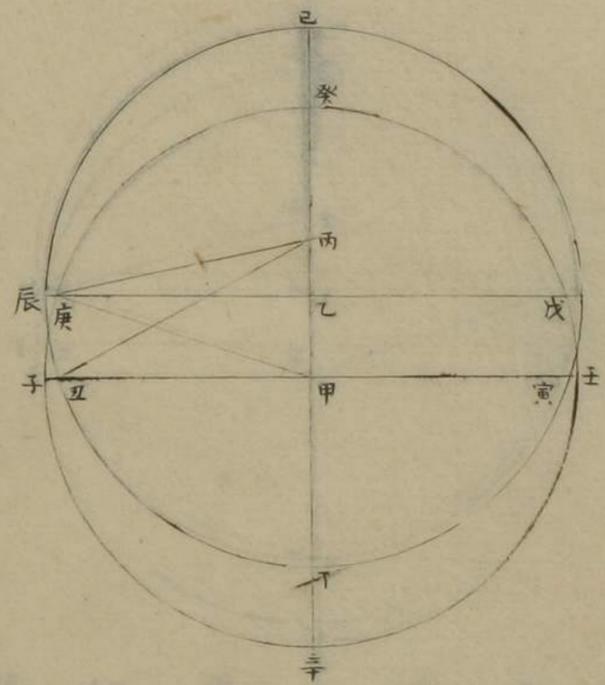
自子行至壬。故為行盈。太
陽在最高前後當壬癸。癸
子兩象限。其本天平行寅
甲丑己面積已過半周。而
以黃道度計之。止見自壬
行至子。故為行縮。以盈縮
差言之。太陽在最卑丁。是
為初宮初度。當黃道之辛。
甲丁辛成一垂直線。無盈縮



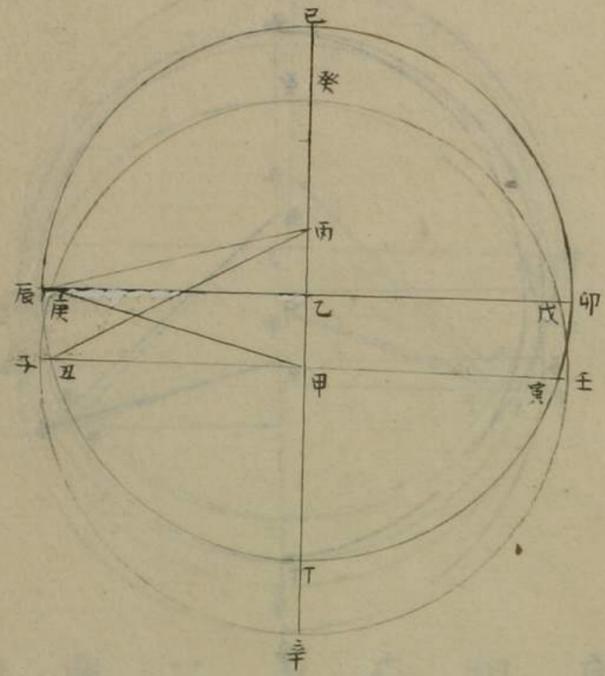
差。太陽在最高巳。是為六
 宮初度。當黃道之癸。甲癸
 已成一直線。亦無盈縮差。
 而自最卑後行丁寅戊巳
 半周。實行皆大於平行。如
 平行至寅。所截甲寅丁平
 行積度。畧與寅丙丁角度
 等。辛丁 橢圓差。自地心甲
 視之。巳當黃道之壬。壬甲



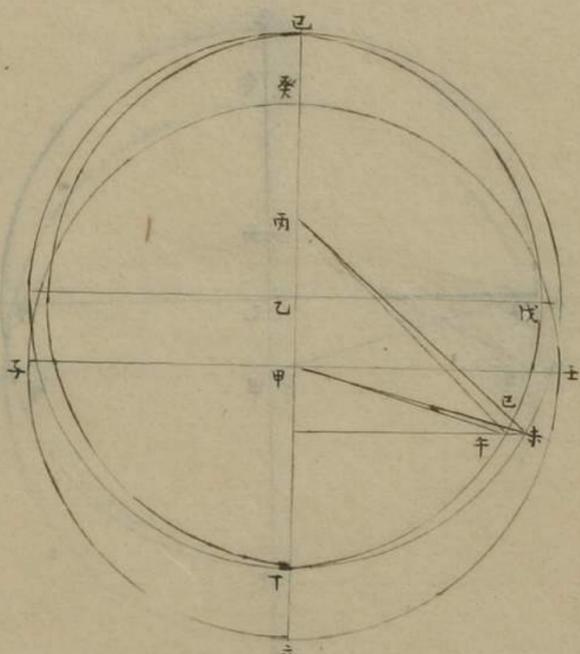
辛角必大於寅丙丁角。又
 如平行至戊。所截之甲戊
 丁平行積度。畧與戊丙丁
 角度等。自地心甲視之。巳
 當黃道之卯。卯甲辛角必
 大於戊丙丁角。故皆為加
 差。自最高後行巳庚丑丁
 半周。實行皆小於平行。如
 平行至庚。所截甲庚巳平



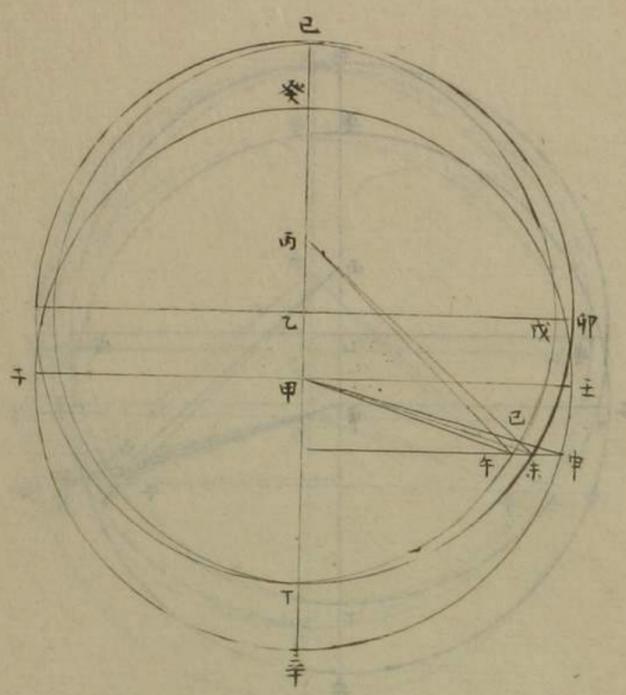
行積度。畧與庚丙角度
 等。自地心甲視之。方當黃
 道之辰。辰甲癸角必小於
 庚丙己角。又如平行至丑。
 所截甲丑己平行積度。畧
 與丑丙己角度等。自地心
 甲視之。方當黃道之子。子
 甲癸角必小於丑丙己角。
 故皆為減差。此盈縮之理



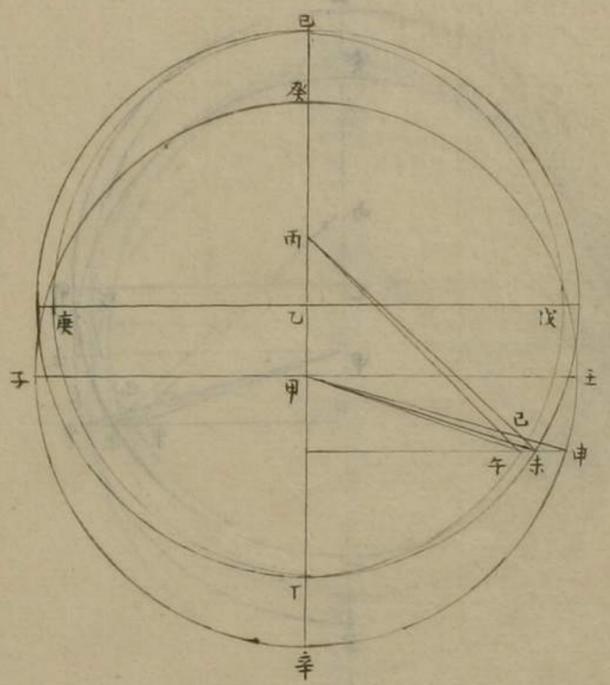
與不同心天之理同。至求
 盈縮差之法。當先以平行
 積度加減橢圓差角。九十
 內。大一橢圓差角則加。九
 十度以外。小一橢圓差角
 則減。正九十度。為所設之
 無差角。解是前。為所設之
 丙角。而求對倍差之角。與
 所設之丙角相加。得實行。
 以平行與實行相減。乃為
 均數。解是前借然其數奇



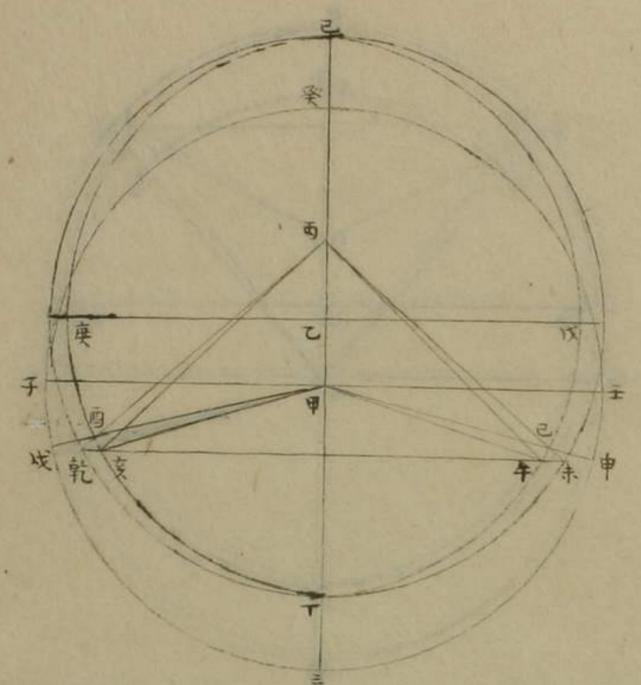
零。不便立算。故先以平行
求得對倍差之角。而後加
減橢圓差角為尤便也。如
設太陽在巳。甲巳丁分橢
圓面積。為平行距最卑。後
六十度。知巳丙甲角度比
所設之甲巳丁平行積度。
大一橢圓差角。則於巳丙
甲角內。減去丙午橢圓差



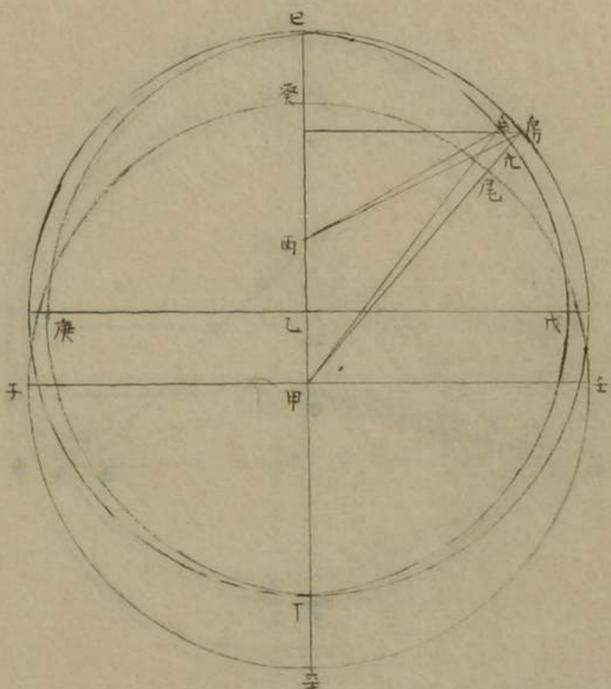
角。餘午丙甲角必為六十
度。而與甲巳丁平行積度
相等。故先設午丙甲角為
六十度。用甲丙午三角。形
求得對甲丙倍差之午角
一度四十一分二十九秒。
與平行午丙甲角相加。則
得午甲丁角。然太陽原在
巳當黃道之申。實行申甲



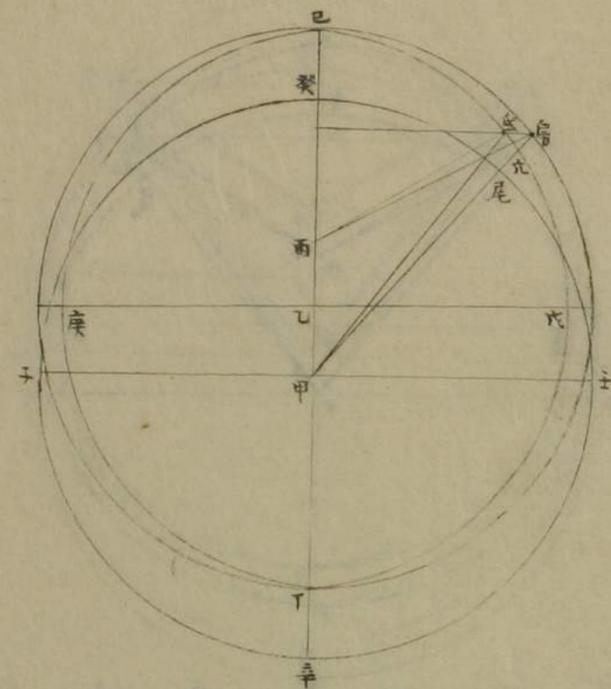
辛角 申 卽 辛 申 弧 比 午 甲 丁 角 尚
 大 一 巳 甲 午 角 故 又 求 得
 未 丙 午 橢 圓 差 角 一 十 三
 秒 與 巳 甲 午 角 等 巳 甲 午
 兩 午 角 同 當 巳 午 弧 而 甲
 午 線 短 於 丙 午 則 角 畧 大
 然 所 差 尚 微 與 午 角 相 加
 故 為 相 等 與 午 角 相 加
 九 十 度 以 內 大 一 得 一 度
 橢 圓 差 角 故 加 一 得 一 度
 四 十 一 分 四 十 二 秒 是 為
 均 數 為 加 差 以 加 於 平 行



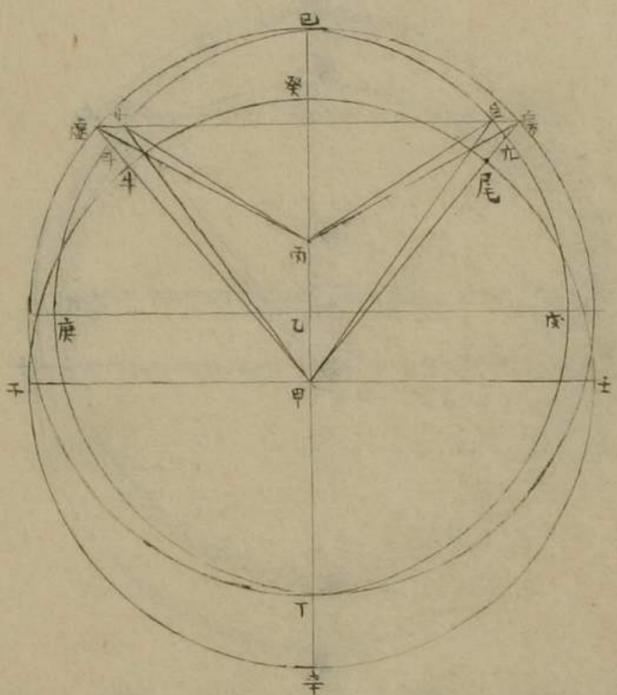
而 得 實 行 也 若 太 陽 在 酉
 當 黃 道 之 戌 甲 酉 巳 分 橢
 圓 面 積 為 平 行 距 最 高 後
 一 百 二 十 度 而 距 最 卑 前
 六 十 度 則 對 甲 丙 倍 差 之
 亥 角 與 午 角 等 乾 丙 亥 橢
 圓 差 角 亦 與 未 丙 午 角 等
 但 其 均 數 為 減 差 以 減 於
 平 行 而 得 實 行 也



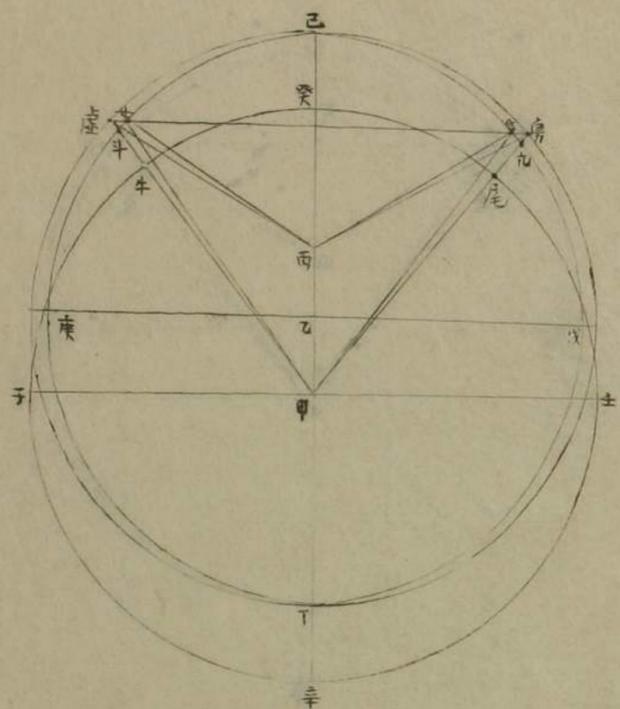
如設太陽在元。甲元丁分。橢圓面積為平行距最卑。後一百二十度。知元丙甲。角度比所設之甲元丁。平行積度。小一橢圓差角。則於元丙甲角。如房丙戌。橢圓差角。得戌丙甲角。必為一百二十度。而與甲元丁。平行積度相等。故先設戌



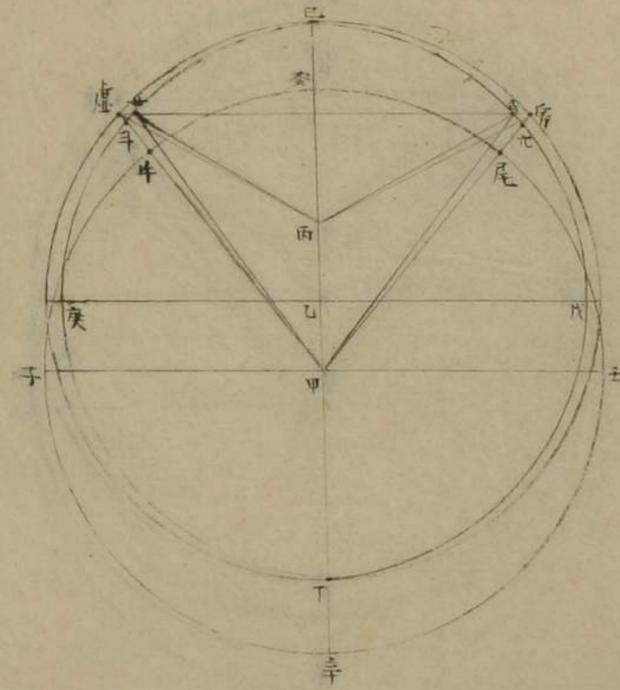
丙甲角為一百二十度。用甲丙戌三角。形求得對甲丙倍差之戌角。一度三十九分四十七秒。與平行戌丙甲角相加。則得戌甲丁角。然太陽原在元。當黃道之尾。實行尾甲辛角。即辛尾弧。比戌甲丁角。尚小一戌甲元角。故又求得房丙戌。橢



圓差角一十三秒。與氏甲
 亢角等。氏甲亢角與房丙
 而甲氏線長二千丙氏則角
 略小。然所差甚微。故為相
 等。與氏角相減。外。小一楮
 圖差角。餘一度三十九分
 故減。三十四秒。是為均數。為加
 差。以加於平行而得實行
 也。若太陽在斗當黃道之
 牛。甲斗已分楮圓面積為



平行距最高後六十度。則
 對甲丙倍差之女角。與氏
 角等。女丙虛楮圓差角亦
 與房丙氏角等。但其均數
 為減差。以減於平行而得
 實行也。用此法求得最高
 後半周之加差。即得最高
 後半周之減差。列為表。此
 法與以丙為心作不同心



天之法畧同。但多一橈圓
 差。又平圓之半徑為一千
 萬。橈圓則自甲丙兩心出
 線合於圓界。共為二十萬
 耳。而太陽距地高卑之差
 止及兩心差之半。與均輪
 之法不謀而合。故橈圓之
 法。止所以合不同心天與
 本輪均輪而一之也。

