川北朝鄰編輯

幾何學原礎例題解式

二

駿河川北朝鄰編輯

幾何學原礎例題解式

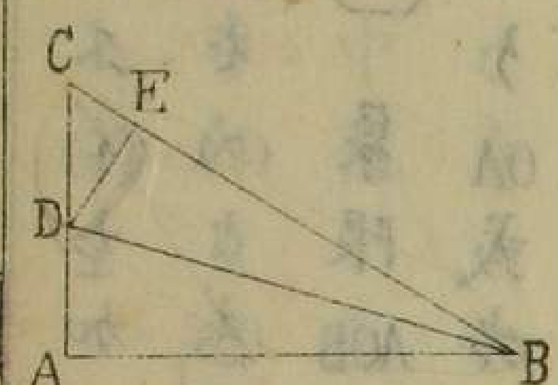
明治十五年七月出版

靜岡文林堂上梓

幾何學原礎卷二例題解式

駿河　川北朝鄰　編

（二）ABCを直三角ニ命しACの邊をDニ於て二等分しDよりBCニ垂線DEを画きれむBC弦の分線BE，EC各の上の方の差ハ他一邊ABの上の方ニ等き者なり

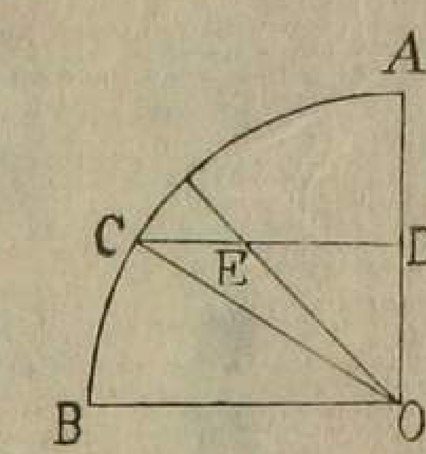


$$AD = CD \quad (1)$$
$$BD^2 = BE^2 + ED^2 \quad (2)$$
$$ED^2 = CD^2 - CE^2 \quad (3)$$
$$BD^2 = BE^2 + CD^2 - CE^2 \quad (4)$$
$$AB^2 = BD^2 - AD^2 \quad (5)$$
$$\left.\begin{array}{l} BD^2 + AB^2 = BE^2 + \\ CD^2 - CE^2 + BD^2 - AD^2 \end{array}\right\} (6)$$
$$AB^2 = BE^2 - CE^2 \quad (7)$$

［證］(1)の如く定め(1.47)ニ因て(2)(3)を得故ニ(4)なり(1.47)ニ因て(5)なる

故に(4)を加へ(6)なり此兩邊よりBD^2を減しAD.CDを去れは(7)となる依て直角三角の一邊云云

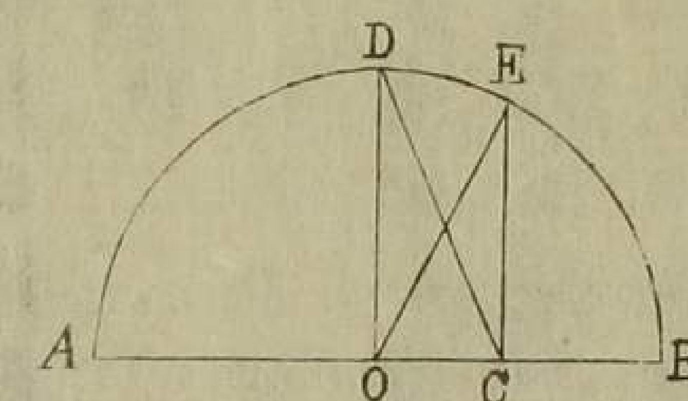
〔三〕象限AOBの中心は0なり其弧線中の或るC点よりOA或はOBへ垂線CDを引きAOBの角を等分する所の半徑とE点に於て截合時はCD.DE上の方の和はAO上の方に等き事を詳解すへし



$$\llcorner DOE = \llcorner BOE = \tfrac{1}{2}\llcorner R \quad (1)$$
$$\llcorner BOE = \llcorner DEO \quad (2)$$
$$\llcorner DEO = \llcorner DOE \quad (3)$$
$$DO = DE \quad (4)$$
$$DO^2 + DC^2 = OC^2 \quad (5)$$
$$CD^2 + DE^2 = AO^2 \quad (6)$$

〔證〕今C点はABの弧中Bに近き者とす然らはCよりOAに垂線を画せれはAOBの角を等分する線はEに於て會せへし〔若しC点Aに近き時はC点よりOBに垂線を画せされはAOB角の等分線に會さゞるなり〕AOB角は直角なる故に(1)なり(1.29)に因て(2)故に(3)なり(1.6)に因て(4)なり(1.47)に因て(5)を得OC.AOは共に半徑なる故是れを變して(6)を得る依て象限AOBの中心云云

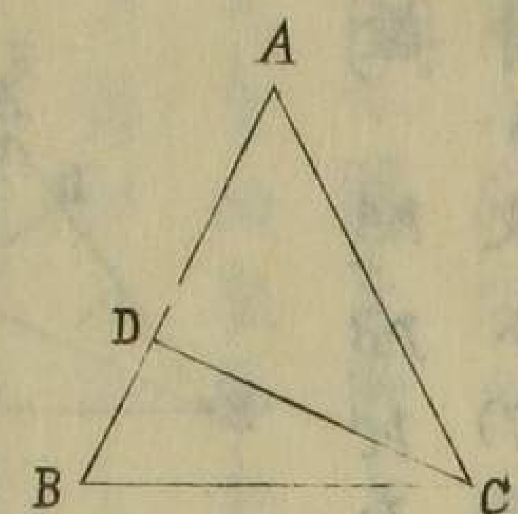
〔三〕AOBを中徑とし0を中心として半圓を画しAOB中Cある一点よりDに於て弧を等分するCD線及ひ中徑に垂直にしてEに於て弧に會するCE線を画せれはCD.CE二線上の方の和は半径上の方の二倍に等し



$$OD = OE \qquad (1)$$
$$CD^2 = OD^2 + CO^2 \qquad (2)$$
$$CE^2 + CO^2 = EO^2 \qquad (3)$$
$$CE^2 + CO^2 = OD^2 \qquad (4)$$
$$CD^2 + CE^2 + CO^2 = OD^2 + CO^2 + OD^2 \qquad (5)$$
$$CD^2 + CE^2 = 2.OD^2 \qquad (6)$$

〔證〕中心OよりOD.OEを結合すれバ(1)の如くして各半徑なりCDハ半圓周を等分する故にODハ中徑に垂直なり(1.47)に因て(2)(3)を得る即ち(4)なり(2)を加へ(5)兩邊よりCO^2を減して(6)を得る依て若半圓の徑に於る云云

〔四〕ABCの二等邊三角の頂角ハAなり若ABへ垂線CDを引時ハ其三邊上の方の和ハBD上の方とAD上の方二段とCD上の方三段の和に等きなり

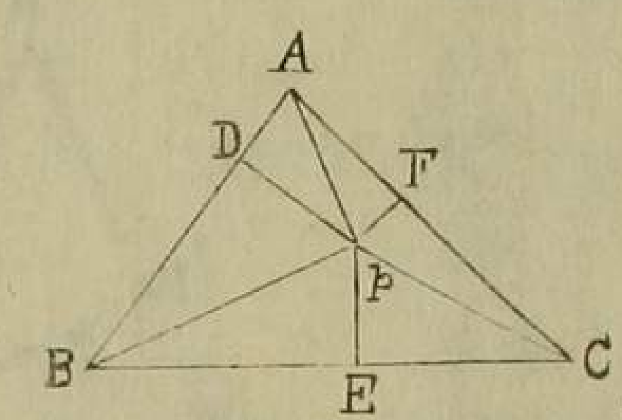


$$AB^2 + AC^2 = 2.AC^2 \qquad (1)$$
$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \qquad (2)$$
$$BC^2 = BD^2 + CD^2 \qquad (3)$$
$$\left.\begin{aligned} AB^2 + AC^2 + BC^2 &= \\ 2.AD^2 + 2.CD^2 + BD^2 + CD^2 & \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$
$$\left.\begin{aligned} AB^2 + AC^2 + BC^2 &= \\ BD^2 + 2.AD^2 + 3.CD^2 & \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

〔證〕(1.47)に因て(2)(3)を得(1)(3)相併て之を解き(4)なり故に(5)を得る依てABCの二等邊三角の頂角云云

〔五〕ABCの三角を直線圖に命しPを一点となし此点よりAB.BC.ACの各邊上へ垂線PD.PE.PFを画きれバ各邊を二部に分つ其分線AD.BE.CFの上の方の和ハBD.

CE.AFの上の方の和に等しかるべし

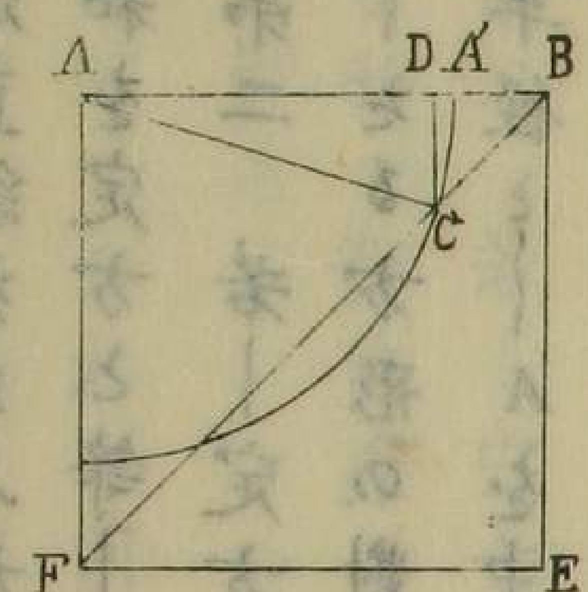


$$AD^2+DP^2=AP^2 \qquad (1)$$
$$AF^2+FP^2=AP^2 \qquad (2)$$
$$BE^2+EP^2=BP^2 \qquad (3)$$
$$BD^2+DP^2=BP^2 \qquad (4)$$
$$CF^2+FP^2=CP^2 \qquad (5)$$
$$CE^2+EP^2=CP^2 \qquad (6)$$
$$AD^2+DP^2=AF^2+FP^2 \qquad (7)$$
$$BE^2+EP^2=BD^2+DP^2 \qquad (8)$$
$$CF^2+FP^2=CE^2+EP^2 \qquad (9)$$
$$\left.\begin{array}{l}AD^2+DP^2+BE^2+EP^2+CF^2\\+FP^2=AF^2+FP^2+BD^2\\+DP^2+CE^2+EP^2\end{array}\right\}(10)$$
$$AD^2+BE^2+CF^2=AF^2+BD^2+CE^2 \qquad (11)$$

〔證〕PA.PB.PCを結合せしむ(1.47)に因て(1)(2)(3)(4)(5)(6)を得る故に(7)(8)(9)あり相併せて(10)を得同しき者を両邊より省き(11)を得る依て或る一点より直線圖云云

〔六〕第一ABを定直線に命し其各の分線上の方の和を定方と等しからしむる事を求む

ABの一端Bより直角の半に等きABFなる角を造りAB中に定方の一邊AA'を認め之を半徑としAを中心として圓を画しBFにCに於て交らしむAA'Bに垂直にCよりCDを画しDに於て會せしむしむDは求むる所の一点なり



$$AA' = AC \qquad (1)$$
$$\angle ABF = \tfrac{1}{2}\angle R \qquad (2)$$
$$BD = CD \qquad (3)$$
$$AC^2 = AD^2+CD^2 \qquad (4)$$
$$AA'^2 = AD^2+BD^2 \qquad (5)$$

〔證〕A.Cを結合して(1)(2)は先知にして(2)なる故(3)を得(1.47)に因て(4)あり變して(5)あり依てABの

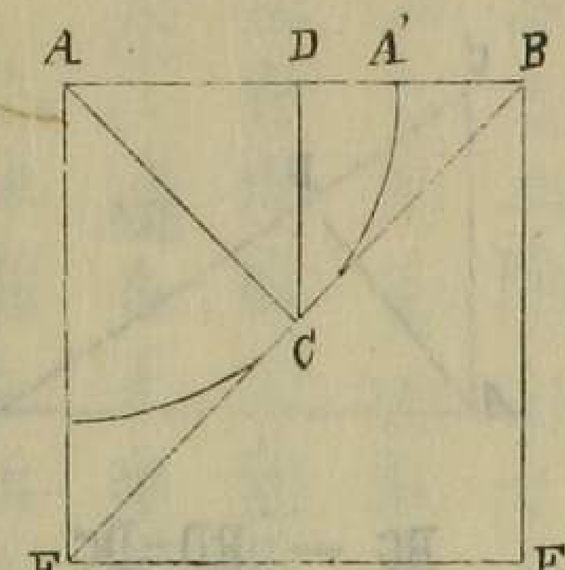
定直線をDに於て分ち其各の分線AD.DBの上の方の和を定方と等しからしめたり

第二　若し定方の一邊AA'を定直線ABを以て一邊としたる方形の對角線の半に等しくAB中に認め之を半徑としAを中心として圓を画きもてBFにCに於て觸切すべし而してAA'Bに垂直にCよりCDを画きればDに於てABを二等分すべし而してDは求むる所の一点なり

〔證〕(1)(2)は先知なる故に(3)よりして亦(4)の如く(5)(6)なる故に(7)(8)(9)なり(1.47)に因て(10)なる故に變して(11)なり

第三　若し定方の一邊定直線を以て一邊としたる方形の對角線の半より小なる時は本題は成立難きなり

如何となれば前條の方法に於て画したる圓周はBFに交る能はず亦觸切する能はざるなり然る時は本

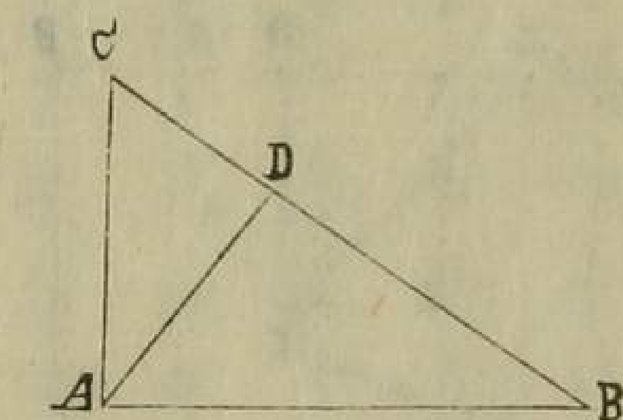


$$BC = AA' \quad (1)$$
$$AA' = AC \quad (2)$$
$$AC = BC \quad (3)$$
$$\angle ACB = \angle R \quad (4)$$
$$\angle ACD = \angle BCD = \tfrac{1}{2}\angle R \quad (5)$$
$$\angle ABC = \tfrac{1}{2}\angle R \quad (6)$$
$$BD = DC \quad (7)$$
$$DC = AD \quad (8)$$
$$AD = BD \quad (9)$$
$$AC^2 = AD^2 + DC^2 \quad (10)$$
$$AA'^2 = AD^2 + BD^2 = 2.AD^2 \quad (11)$$

題の成し能ハざる事明かなり

〔七〕直角三角ABCの頂角Aより底に垂線ADを引く時はBC・BD、BC・CD、BD・CD各の矩形はAB、AC、AD各の上の方に夫々に等き者なり

〔證〕



$$BC = BD + DC \quad (1)$$
$$BC^2 = BD^2 + 2.BD.DC + DC^2 \quad (2)$$
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad (3)$$
$$BD^2 + 2.BD.DC + DC^2 = AB^2 + AC^2 \quad (4)$$
$$2\,BD.DC = AB^2 - BD^2 + AC^2 - DC^2 \quad (5)$$
$$AD^2 = AB^2 - BD^2 \quad (6)$$
$$AD^2 = AC^2 - DC^2 \quad (7)$$
$$2\,BD.DC = 2.AD^2 \quad (8)$$
$$BD.DC = AD^2 \quad (9)$$
$$BC.BD = BD^2 + BD.DC \quad (10)$$
$$BC.BD = BD^2 + AD^2 \quad (11)$$
$$AB^2 = BD^2 + AD^2 \quad (12)$$
$$BC.BD = AB^2 \quad (13)$$
$$BC.CD = AC^2 \quad (14)$$

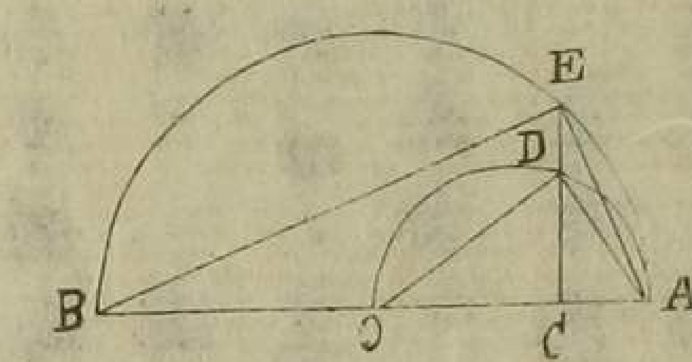
---

(1)なる故に之を自乗して(2)なり(1.47)に因て(3)を得(4)とし(5)を得(1.47)に因て(6)(7)なる故(5)を變し(3)となる二除して(9)なり(1)にBDを乗し(10)變して(11)なり(1.47)に因て(12)なる故に(11)を變し(13)を得る此理に因て(14)を得依て直角三角ABCの頂角云云

〔八〕AOBを大半圓の中徑Oを中心とし此半徑AO上に小半圓を畫きAO中のOより垂線を畫きれEに於て大圓周を切る此点とABの端Aとを結合されぞAEの上の方はCEの小圓周を切りたる点DとAを結合したるADの上の方の二倍に等きなり

〔證〕(1)は先知にして(7)に因て(2)を得る變して(3)なり亦(7)に因て(4)を得(3)を變して(5)なり依て若大圓

の半徑上云云



$AB = 2.AO$ (1)

$AE^2 = AB.AC$ (2)

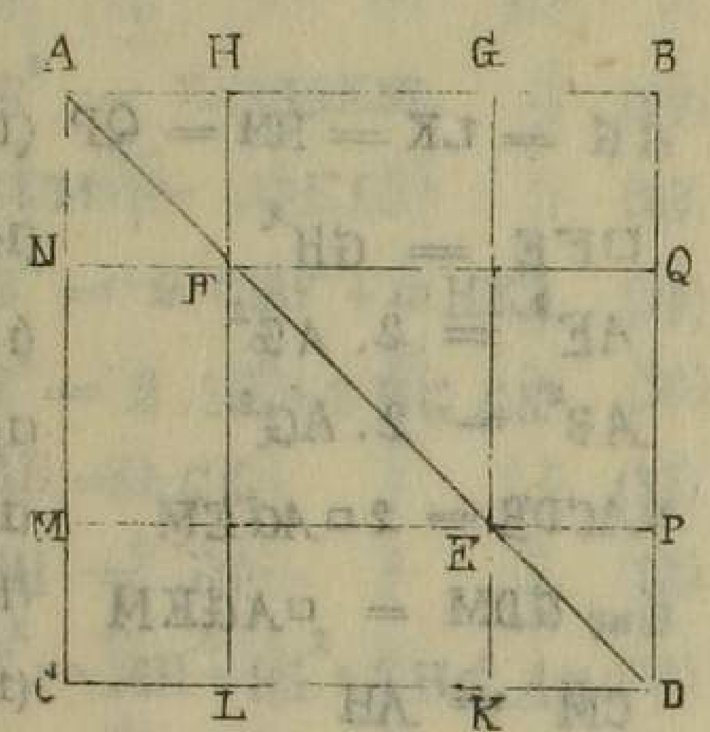
$AE^2 = 2.AO.AC$ (3)

$AD^2 = AO.AC$ (4)

$AE^2 = 2.AD^2$ (5)

〔九〕第一　ABを定直線ふ命し此両端より中央ふ向て等き距離ふ二点を取て三直線ふ分つ其中央ふる分線上の方を両端の分線上の方の和ふ等くそるを求む

AB上ふACDBある正方形を画しADを結合しAD中ABふ等きAEを取り又DA中ふABふ等しきDFを取る而してE. Fふ通してACふ平行なるGEK. HELある二線を画しG. HふABふ會しK. Lふ於てCDふ會せしむ尚亦E. Fを通してACる平行ふMEP. NFQある二線を画しM. Nふ於



$AB = AC = CD = BD$ (1)

$AE = AB$ (2)

$DF = AB$ (3)

$DE = AF$ (4)

$AH = NF$ (5)

$AN = NF$ (6)

$AH = AN$ (7)

$GB = BQ$ (8)

$KD = DP$ (9)

$CL = CM$ (10)

$\square AF = \square GQ = \square LM = \square KP$ (11)

$AH^2 = BG^2 = CL^2 = DK^2$ (12)

$$HG = LK = HM = QP \quad (13)$$
$$\square FE = GH^2 \quad (14)$$
$$AE^2 = 2.AG^2 \quad (15)$$
$$AB^2 = 2.AG^2 \quad (16)$$
$$\square ACDB = 2\square AGEM \quad (17)$$
$$\text{Gno}\ GDM = \square AGEM \quad (18)$$
$$CM = AH \quad (19)$$
$$CK = AM \quad (20)$$
$$CM.CK = AH.AM \quad (21)$$
$$\square MK = \square HM \quad (22)$$
$$\square QE = \square FG \quad (23)$$
$$\left.\begin{array}{l}\text{Gno}\ GDM - \square MK - \square QE \\ = \square AGEM - \square HM - \square FG\end{array}\right\} \quad (24)$$
$$\square GQ - \square KP = \square EF \quad (25)$$
$$AH^2 - BG^2 = GH^2 \quad (26)$$

てACにP.Qに於てBDに會せしむAB中G.H.も両端より等き距離にして其中央HGなる分線上の方即ちHG²も両端の分線AH.GB上の方の和即ちAH².GB²の和に等きなり

〔證〕(1)(2)(3)(4)の如く定めたる故に(1.33)に因て(5)(6)なり而してAHNF直線圖も各角直にしてADの徑に着く故に(24)〔系證〕に因て(7)なり同理に因て(8)(9)(10)を得(4)なる故に(11)を得即ち(12)なり亦(13)にして(14)を得(1.47)に因て(15)を得變して(16)なり故に(17)とある(18)の如し亦(19)(20)なる故に(21)を得(22)(23)なる故に(21)より減し(24)即ち(25)を得之を變して(26)を得るなり

第二 AB全線上の方も両端の分線AH BG上の方の和と尚AB、HGの矩形二段を集る者に等し

$$AB^2 = 2\square AGEM \quad (27)$$
$$\square FM = \square EL \quad (28)$$
$$AB^2 = 2(\square AF + \square HK) \quad (29)$$
$$AB^2 = 2AH + 2HG.GK \quad (30)$$
$$AB = GK \quad (31)$$
$$AH = BG \quad (32)$$
$$AB^2 = AH^2 + BG^2 + 2HG.AB \quad (33)$$

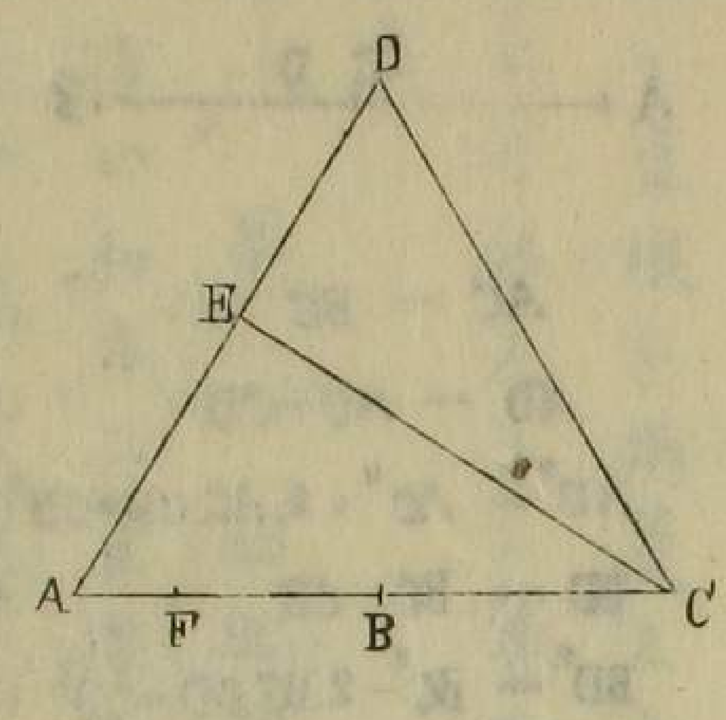
〔證〕(16)を變して(27)を得(28)の如き故に變して(29)を得依て(30)なり(31)(32)なる故に(33)を得る依て両直線の両端より中

央云云

〔十〕第一 ABを定直線に命し之を兩分し其全線ABの上の方と一分線上の方の和を他の分線上の方の二倍に等しうせるを求む

ABをCまで引長しBCをしてABに等しからしめ而してACの上に之を一邊として等邊三角ACDを画しADに垂直にCEを画してEに於てADに會せしむCよりCEの長さにCA上にCFを取るF者即ち求むる所の一点なり

〔證〕(1)(2)(3)(4)の如く定め〔補五〕に因て(5)を得(2.9)に因て(6)を得る之を變して(7)亦(8)を得るなり



$$AB = BC \qquad (1)$$
$$AC = 2.AB \qquad (2)$$
$$AC = AD = CD \qquad (3)$$
$$CE = CF \qquad (4)$$
$$CE^2 = \frac{3}{4}AC^2 = 3.AB^2 \qquad (5)$$
$$CF^2 + FA^2 = 2.BC^2 + 2.BF^2 \qquad (6)$$
$$3.AB^2 + FA^2 = 2.AB^2 + 2.BF^2 \qquad (7)$$
$$AB^2 + FA^2 = 2.BF^2 \qquad (8)$$

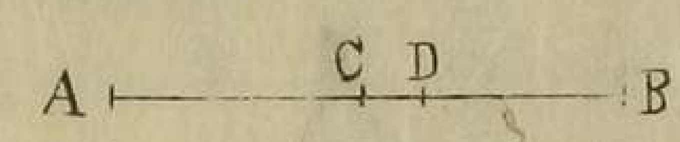
$$AB^2 + FA^2 = 2.AB.AF + BF^2 \qquad (9)$$
$$2.BF^2 = 2.AB.AF + BF^2 \qquad (10)$$
$$BF^2 = 2.AB.AF \qquad (11)$$

第二 大なる分線BF上の方と全線ABと小なる分線AFに因て成る矩形二倍に等きなり

〔證〕(2.7)に因て(9)を得る(8)に因て(10)を得故に(11)なり

依て定直線を兩隻となし云云

〔十一〕AB を定直線に命し之を両分し其各分線上の方の和を最小ならしめん事を求む
AB を C に於て二等分すれば AC.BC の上の方の和を以て最小なる者とす



$$AC = BC \quad (1)$$
$$AD = AC + CD \quad (2)$$
$$AD^2 = AC^2 + 2.AC.CD + CD^2 \quad (3)$$
$$BD = BC - CD \quad (4)$$
$$BD^2 = BC^2 - 2.BC.CD + CD^2 \quad (5)$$
$$BD^2 = AC^2 - 2.AC.CD + CD^2 \quad (6)$$
$$AD^2 + BD^2 = 2.AC^2 + 2.CD^2 \quad (7)$$

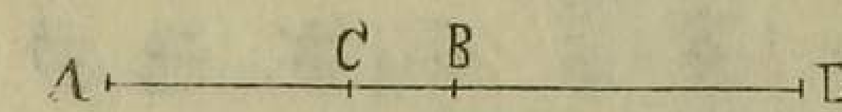
〔證〕(1)の如く定め而して AB 線中 D に於て分つ者とすれば (2) なる故に自乗して (3).(4) なる故に自乗して (5) なり變して (6) 故に (3)(6) 相併て (7) を得是に於て CD を最小なる者とする時は D 点 AB の等分点なる C に相合し AD.BD は共に AC に等しきを知る依て直線を両隻となし其各分線上の方の和を最小ならしめんには等分せし線の上の方の和を以て可なり

〔十二〕第一 AB.BC を二直線に命し此二線各の上の方の和は二直線に因て成る矩形二倍より決して小ならざるべし

〔證〕(27) に因て (1) を得る故に二直線の上の方の和は二直線の矩形二倍より二直線の差の上の方丈け大なる事明らかなり依て (2) の如し

第二 二直線の上の方の差は二直線の和と差の矩

形に等きなり

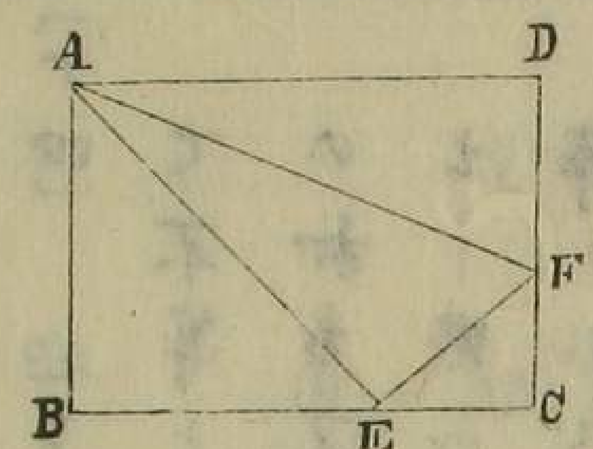


$$AB^2+BC^2 = 2.AB.BC+AC^2 \quad (1)$$
$$AB^2+BC^2 > 2.AB.BC \quad (2)$$

$$AB = BD \quad (3)$$
$$DC.CA + BC^2 = AB^2 \quad (4)$$
$$AB^2-BC^2 = DC.CA \quad (5)$$
$$DC = AB+BC \quad (6)$$
$$CA = AB-BC \quad (7)$$
$$DC.CA = (AB+BC)(AB-BC) \quad (8)$$
$$AB^2-BC^2 = (AB+BC)(AB-BC) \quad (9)$$

(證)(3)の如く定め(2.5)に因て(4)を得る因て(5)なり圖に據て(6)(7)なる故相乘して(8)を得る故に(5)を變し(9)なり依て二直線各の上の方の和云云

〔十三〕ABCDの矩形のBC中にE点を設けCD中にF点を設る時はABCDの矩形はAFEの三角の二倍へBE. DFの矩形を加ふる者に等き事を詳解せへし



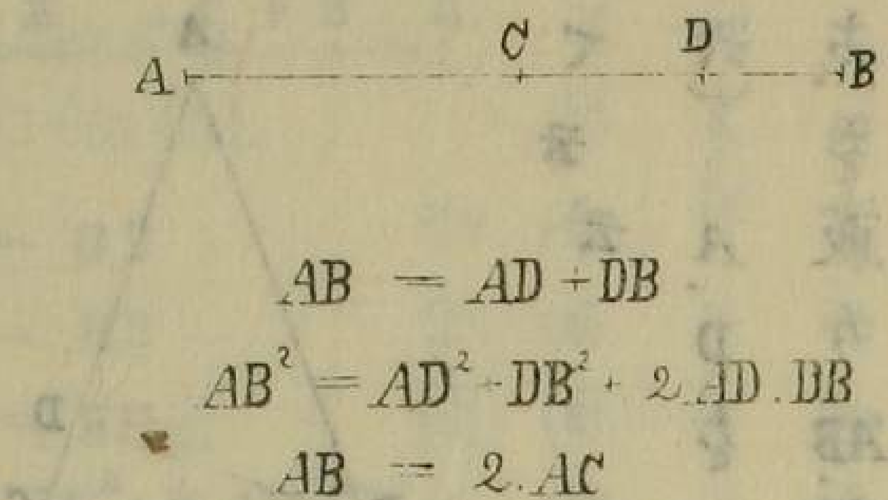
$$AB = CD \quad (1)$$
$$AD = BC \quad (2)$$
$$\triangle ABE = \tfrac{1}{2}AB.BE \quad (3)$$
$$\triangle ADF = \tfrac{1}{2}AD.DF \quad (4)$$
$$\triangle ECF = \tfrac{1}{2}EC.CF \quad (5)$$
$$\square ABCD = \triangle AEF+\triangle ABE+\triangle ADF+\triangle ECF \quad (6)$$
$$\square ABCD = \triangle AEF+\tfrac{1}{2}(DC.BE+BC.DF+EC.CF) \quad (7)$$
$$DC = DF+CF \quad (8)$$
$$DF = DC-CF \quad (9)$$
$$EC = BC-BE \quad (10)$$
$$\left.\begin{aligned}\square ABCD = \triangle AEF+\tfrac{1}{2}(&DF.BE+CF.BE+BC.DC-BC.CF\\&+BC.CF-BE.CF)\end{aligned}\right\} \quad (11)$$
$$\square ABCD = \triangle AEF+\tfrac{1}{2}(DF.BE+BC.DC) \quad (12)$$
$$2\square ABCD = 2\triangle AEF+DF.BE+\square ABCD \quad (13)$$
$$\square ABCD = 2\triangle AEF+DF.BE \quad (14)$$

〔證〕AE.AF.EFを結合し(1)(2)(3)(4)(5)を先知とし(6)なる故は(7)となる(8)(9)(10)なる故に(7)を變し(11)亦(12)となり(13)を得(14)の如し依てABCDの矩形のBC中云云

〔十四〕ABを直線とし之をCに於て等分し亦Dに於て不等となるも其不等分なるAD.DBなる各線上の方の和も不等分なるAD.DBに因て成る矩形二倍と分ちし點の間なるCD線上の方の四倍を加ふる者に等しかるべし

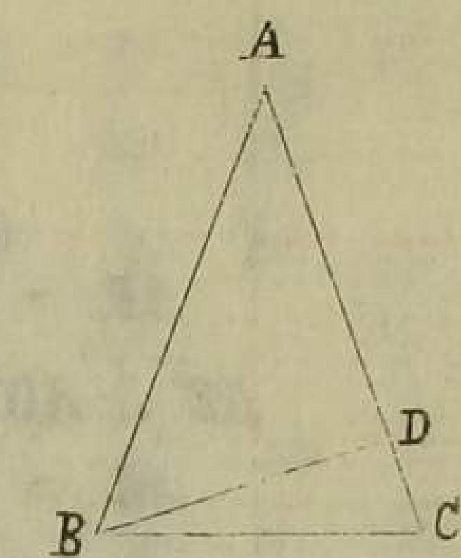
〔證〕(1)なる故に自乗して(2)なり(3)なる故に(4)とし(2.9)に因て(5)を得(6)とし(4)に因て(7)を得る故に(8)の如し依て直線を等分し云云

〔十五〕ABCを二等邊三角に命しAB.ACを等邊とし底角の一端Bより等邊ACに垂線BDを画せる時はDに於てACを分割し底邊BCと垂線BDの間なる分線CD



$$AB = AD + DB \qquad (1)$$
$$AB^2 = AD^2 + DB^2 + 2.AD.DB \qquad (2)$$
$$AB = 2.AC \qquad (3)$$
$$4.AC^2 = AD^2 + DB^2 + 2.AD.DB \qquad (4)$$
$$AD^2 + DB^2 = 2.AC^2 + 2.CD^2 \qquad (5)$$
$$4.AC^2 = 2.AD^2 + 2.DB^2 - 4.CD^2 \qquad (6)$$
$$AD^2 + BD^2 + 2.AD.DB = 2.AD^2 + 2.DB^2 - 4.CD^2 \qquad (7)$$
$$AD^2 + DB^2 = 2\,AD.DB + 4.CD^2 \qquad (8)$$

と等邊ACに因て成る矩形は底邊BC上の方の半なり

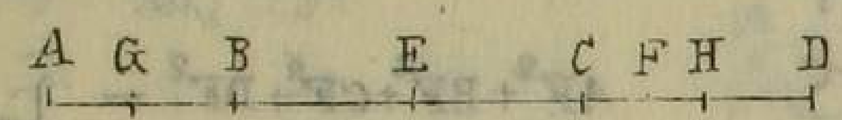


$$AB = BC \quad (1)$$
$$AC^2\ BC^2 = 2.AC.CD + AB^2 \quad (2)$$
$$BC^2 = 2\,AC.CD \quad (3)$$
$$AC.CD = \tfrac{1}{2}BC^2 \quad (4)$$

〔證〕(1)は先知にして(2.13)に因て(2)を得る即ち(3)なり之を二分して(4)を得るに依て二等邊三角に於て云云

〔十六〕A.Dを一直線の兩端とし其中に隨意にB.C点を取りAB.CDの中央にG.H点を認め此二点より等距離にE点を設け又假りにCD中にF点を設く

然らばAF.BF.CF.DF各の上の方の和はAE.BE.CE.DE各の上の方の和より大なる事EFの上の方の四倍なるべし



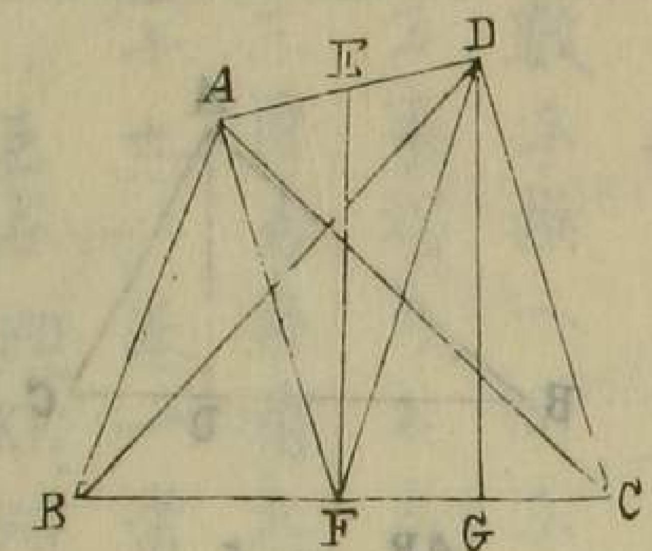
$$AG = GB \quad (1)$$
$$CH = HD \quad (2)$$
$$GE = EH \quad (3)$$
$$AF^2 = AF^2 + EF^2 + 2\,AE.EF \quad (4)$$
$$BF^2 = BE^2 + EF^2 + 2.BE.EF \quad (5)$$
$$CF^2 = CE^2 + EF^2 - 2.CE.EF \quad (6)$$
$$DF^2 = DE^2 + EF^2 - 2.DE.EF \quad (7)$$
$$\left.\begin{array}{l} AF^2 + BF^2 + CF^2 + DF^2 = AE^2 + EF^2 + \\ 2.AE.EF + BE^2 + EF^2 + 2.BE.EF + \\ CE^2 + EF^2 - 2CE.EF + DE^2 + EF^2 - 2.DE.EF \end{array}\right\} (8)$$
$$\left.\begin{array}{l} AF^2 + BF^2 + CF^2 + DF^2 = AE^2 + BE^2 + \\ CE^2 + DE^2 + 4.EF^2 + 2EF(AE + BE - CE - DE) \end{array}\right\} (9)$$
$$GE = GB + BE \quad (10)$$
$$GE = AG + BE \quad (11)$$
$$2\,GE = GB + AG + 2.BE \quad (12)$$
$$AE = AG + GB + BE \quad (13)$$
$$2.GE = AE + BE \quad (14)$$
$$2.HE = CE + DE \quad (15)$$
$$\left.\begin{array}{l} AF^2 + BF^2 + CF^2 + DF^2 = AE^2 + BE^2 + \\ CE^2 + DE^2 + 4EF^2 + 2EF(2GE - 2HE) \end{array}\right\} (16)$$

$$\left.\begin{array}{l}AF^2+BF^2+CF^2+DF^2 = \\ AE^2+BF^2+CE^2+DE^2+4.EF\end{array}\right\}\tag{17}$$

〔證〕(1)(2)(3)を先知にして(2.4)に因て(4)(5)(2.7)に因て(6)(7)を得相併せて(8)又(9)なり(10)(11)に因て(12)を得る(13)なる故に(14)を得る同理に因て(15)を得以て(9)を變して(16)なり(3)に因て(17)となる依て一直線中A.B.C.D云云

〔十七〕四邊圖のABCDの相對せる邊AD.BCをE.F点に於て等分せる時はAB^2.DC^2、AC^2.BD^2の和はEF^2四倍とBC^2.AD^2の和に等き事を詳解せべし

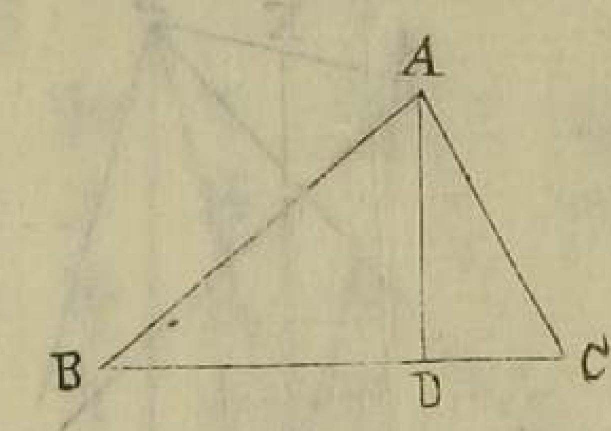
〔證〕(1)(2)は先知にしてEF.AF.DFを結合しBCにDより垂線DGを画きさむ(2.13)に因て(3)(4)を得(4)を四倍して(5)なり(2)に因て之を變し(6)なり之を(3)の二倍より減して(7)を得る同方法に因て(8)を得相併せて(9)なり二除して(10)(11)の如し又(7)を得る如き方法に因て



$$AE = ED = \frac{1}{2}AD \tag{1}$$
$$BF = FC = \frac{1}{2}BC \tag{2}$$
$$BC^2+CD^2 = 2.BC.CG+BD^2 \tag{3}$$
$$CF^2+CD^2 = 2.CF.CG+FD^2 \tag{4}$$
$$4.CF^2+4.CD^2 = 8.CF.CG+4.FD^2 \tag{5}$$
$$BC^2+4.CD^2 = 4.BC.CG+4.FD^2 \tag{6}$$
$$BC^2-2.CD^2 = 2.BD^2-4.FD^2 \tag{7}$$
$$BC^2-2.AB^2 = 2.AC^2-4.AF^2 \tag{8}$$
$$\left.\begin{array}{l}2.BC^2-2.CD^2-2.AB^2 = 2.BD^2-2AC^2 \\ -4.FD^2-4.AF^2\end{array}\right\}\tag{9}$$
$$BC^2-CD^2-AB^2 = BD^2+AC^2-2.FD^2-2AF^2 \tag{10}$$
$$BC^2+2.FD^2+2.AF^2 = AB^2+CD^2+BD^2+AC^2 \tag{11}$$
$$AD^2-2AF^2 = 2FD^2-4EF^2 \tag{12}$$
$$4.EF^2+AD^2 = 2FD^2+2AF^2 \tag{13}$$
$$4.EF^2+AD^2+BC^2 = BC^2+2FD^2+2AF^2 \tag{14}$$
$$AB^2+CD^2+BD^2+AC^2 = 4EF^2+AD^2+BC^2 \tag{15}$$

(12)を得(13)とし此兩邊にBC^2を加へ(14)を得る(11)に因て(15)を得る依て四邊圖のABCDの相對する云云

〔十八〕三角の各邊二、四、五の如くなる時は鋭角三角歟或は鈍角歟を詳明すべし



$$\left.\begin{array}{l} AB = 5 \\ BC = 4 \\ AC = 2 \end{array}\right\} \quad (1)$$

$$AB^2 = 2.BC.BD + AC^2 - BC^2 \quad (2)$$

$$25 = 2.4.BD + 4 - 16 \quad (3)$$

$$25 = 8.BD - 12 \quad (4)$$

$$37 = 8.BD \quad (5)$$

$$BD = \frac{37}{8} = 4\frac{5}{8} \quad (6)$$

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 \quad (7)$$

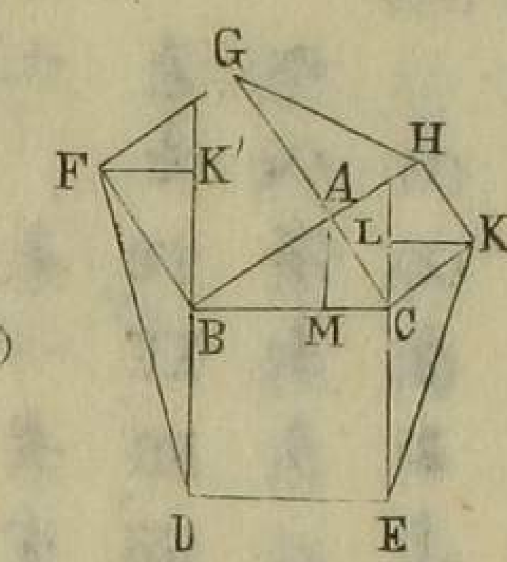
$$25 = 16 + 4 \quad (8)$$

$$25 > 20 \quad (9)$$

〔證〕(1)の如く定め鋭角三角と見做し(2.13)に因て(2)を得數に換へ(3)(4)(5)となり因て(6)を得る故にBDはBCより大にして本題に反も依て鋭角三角ならざる事明らかなり又直角三角と見る時は(1.47)に因て(7)なる故に數に換へ(8)にして(9)の如し故に又直角三角ならざる事明らかなり然らば即ち二、四、五なる各邊を有つ三角は鈍角三角なる事明らかなり

〔十九〕巻一考定第四十七圖を用ひFD、GH、KEを結合せばFD、KE、FG、GH、HK、DE各の上の方の和はBC弦上の方の八倍なり

〔證〕(1)(2)(3)にして(4)なる故(5)の如し因て(6)を得る又(7)なる故に(8)なり(9)なる故に(10)なり(2.12)に因て(11)を得るを變して(12)となる(2.12)に因て(13)を得る故に



$BC = BD = DE$ (1)

$AB = BF = FG$ (2)

$AC = CK = HK$ (3)

$\llcorner AMB = \llcorner BK'F = \llcorner R$ (4)

$\triangle FBK' = \triangle ABM$ (5)

$BK' = BM$ (6)

$\triangle AGH = \triangle ABC$ (7)

$BC = GH$ (8)

$\triangle KCL = \triangle ACM$ (9)

$CL = CM$ (10)

$FD^2 = BF^2 + BD^2 + 2.BD.BK$ (11)

$FD^2 = AB^2 + BC^2 + 2.BC.BM$ (12)

$KE^2 = AC^2 + BC^2 + 2.BC.CM$ (13)

$$\left.\begin{array}{l} FD^2 + KE^2 + FG^2 + GH^2 + \\ HK^2 + DE^2 = AB^2 + \\ BC^2 + 2.BC.BM + AC^2 + \\ BC^2 + 2.BC.CM + AB^2 + \\ BC^2 + AC^2 + BC^2 = \\ 2.AB^2 + 4.BC^2 + 2.BC(BM+CM) \end{array}\right\} (14)$$

$AB^2 + AC^2 = BC^2$ (15)

$BC = BM + CM$ (16)

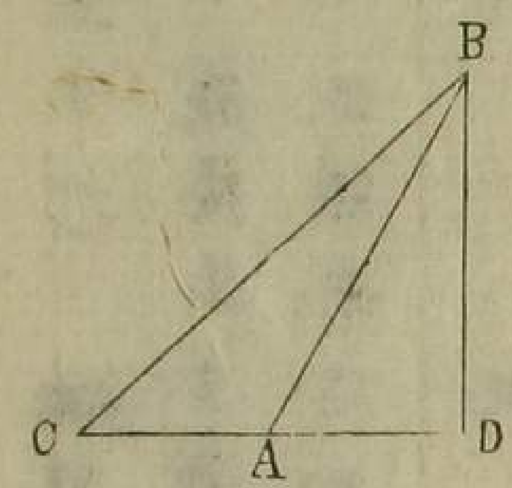
$$\left.\begin{array}{l} FD^2 + KE^2 + FG^2 + GH^2 + \\ HK^2 + DE^2 = 4.BC^2 + \\ 2(AB^2 + AC^2) + 2.BC(BM+CM) \\ = 4.BC^2 + 2.BC^2 + 2.BC^2 \\ = 8.BC^2 \end{array}\right\} (17)$$

---

(14)となし(1.47)に因て(15)(16)なるが故に(14)を變して(17)を得る依て本題を證明せ

り

〔三十〕ABCを三角に命し此一角Aをして直角の三分四なる時は此角に對する邊BCの上の方は此角を挾むAB、AC各邊上の方と尚此二邊に因て成る矩形の和に等きなり



$\llcorner BAC = \frac{4}{3}\llcorner R$ (1)

$\llcorner BAD = \frac{2}{3}\llcorner R$ (2)

$AD = \frac{1}{2}AB$ (3)

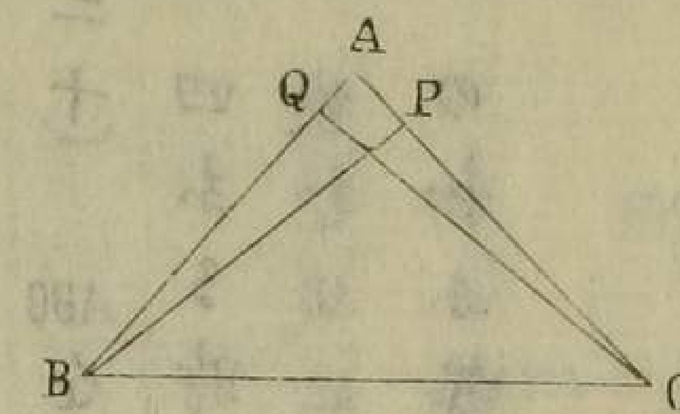
$BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AC.AD$ (4)

$BC^2 = AB^2 + AC^2 + AB.AC$ (5)

〔證〕(1)は先知にしてBよりCA引長部に垂線BDを畫されば(2)の如し故に(1.10)に因て(3)なり(2.12)に因て(4)を得之を變

して(5)を得る依て三角の一角若直角云云

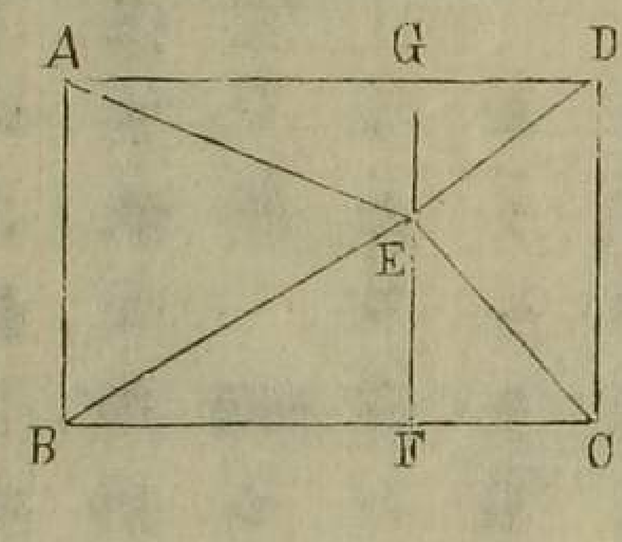
〔三十二〕ABCの三角に於てBP、CQをAC、ABへ垂線に引〔若鈍角なる時は其邊を引延き〕時はBC上の方はAB、BQの矩形とAC、CP矩形の和に等しかるべし



$$AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2.AB.BQ \quad (1)$$
$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2.AC.CP \quad (2)$$
$$\left.\begin{array}{l} AC^2 + AB^2 = BC^2 + AB^2 - 2.AB.BQ \\ + BC^2 + AC^2 - 2.AC.CP \end{array}\right\} (3)$$
$$2.BC^2 = 2.AB.BQ + 2.AC.CP \quad (4)$$
$$BC^2 = AB.BQ + AC.CP \quad (5)$$

〔證〕(2.13)に因て(1)(2)を得相併して(3)なり因て(4)を得二分して(5)を得る依てABCの三角に於て云云

〔三十三〕ABCDを矩形に命しEを形内の一点とせ此点より凡ての角点A、B、C、Dに直線を引く時は相對せる角に引たる二線AE、ECの上の方の和はBE、EDの上の方の和に等しかるべし



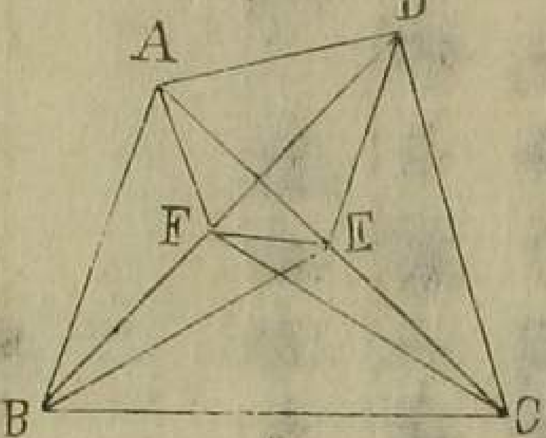
$$AB = GF \quad (1)$$
$$AG = BF \quad (2)$$
$$GD = FC \quad (3)$$
$$AE^2 = AG^2 + EG^2 \quad (4)$$
$$EC^2 = EF^2 + FC^2 \quad (5)$$
$$AE^2 + EC^2 = AG^2 + EG^2 + EF^2 + GD^2 \quad (6)$$
$$BD^2 = BF^2 + EF^2 \quad (7)$$
$$ED^2 = EG^2 + GD^2 \quad (8)$$
$$BE^2 + ED^2 = AG^2 + EF^2 + EG^2 + GD^2 \quad (9)$$
$$AE^2 + EC^2 = BE^2 + ED^2 \quad (10)$$

〔證〕Eに通してABに平行にGFを画せば矩形なる故に(1)(2)(3)の如く(1.47)に因て(4)(5)を得相併せてFCを變し

(6)なり又(1.47)に因て(7)(8)を得相併せてBFを變し(9)なり之に依て(6)(9)の右邊を視るに相同しき故に(10)を得る依て矩形内に隨意の一点云云

〔三十三〕ABCDを四邊圖に命しΔB、BDを斜線とせしむ各の上の方の和とAB、BC、CD、DAの四邊各の上の方の和より少き事AC、BDの中央点E、Fを結合するEF線上の方四倍なり

〔證〕AC、BDの中央にE、Fを取りAF、CF、BE、DE、EF各を結合せしむ(1)(2)にして〔用法第四〕に因て(3)(4)を得る相併せて(5)なり又〔用法第四〕に因て(6)なる故に(5)を變して(7)を得る(8)(9)なる故に(7)を變して(10)を得る依て四邊圖の斜線云云



$$AE = EC \quad (1)$$

$$BF = FD \quad (2)$$

$$AB^2 + BC^2 = 2.AE^2 + 2.BE^2 \quad (3)$$

$$DC^2 + DA^2 = 2.AE^2 + 2.DE^2 \quad (4)$$

$$AB^2 + BC^2 + DC^2 + DA^2 = 4.AE^2 + 2BE^2 + 2DE^2 \quad (5)$$

$$BE^2 + ED^2 = 2.BF^2 + 2.EF^2 \quad (6)$$

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = 4.AE^2 + 4BF^2 + 4EF^2 \quad (7)$$

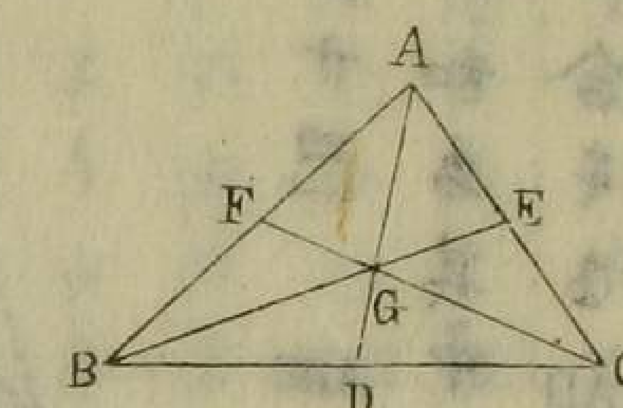
$$AC = 2.AE \quad (8)$$

$$BD = 2.BF \quad (9)$$

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2 + 4EF^2 \quad (10)$$

〔三十四〕ABCを三角に命しBC、AC、ABの各邊の上の方の和と其中央に設けたるD、E、F点を各對角点に結合するAD、BE、CF線の相會する一点Gまて即ちAG、BG、CGの上の方の和の三倍に等しきなり

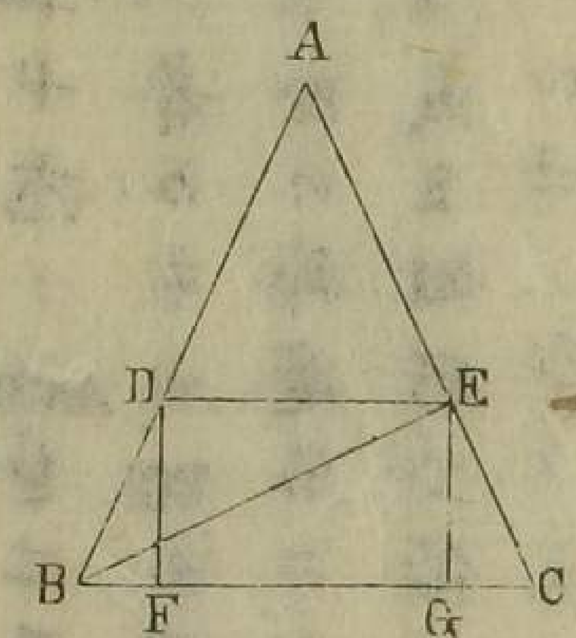
〔證〕(1)(2)(3)は先知にして〔用法第四〕に因て(4)を得(5)の如く〔巻一補三十九〕に因て(6)の如き故に(4)を變して(7)なり同方法に因て(8)(9)を得各相併せて(10)なり之を二倍して兩邊より同數を減去し(11)を得三除し



$$BD = DC \quad (1)$$
$$AF = FB \quad (2)$$
$$AE = EC \quad (3)$$
$$AB^2+AC^2 = 2.BD^2+2.AD^2 \quad (4)$$
$$BC = 2.BD \quad (5)$$
$$2.AD = 3.AG \quad (6)$$
$$AB^2+AC^2 = \tfrac{1}{2}BC^2+\tfrac{9}{2}AG^2 \quad (7)$$
$$AB^2+BC^2 = \tfrac{1}{2}AC^2+\tfrac{9}{2}BG^2 \quad (8)$$
$$AC^2+BC^2 = \tfrac{1}{2}AB^2+\tfrac{9}{2}CG^2 \quad (9)$$
$$\left.\begin{aligned} 2.AB^2+2.AC^2+2.BC^2 &= \tfrac{1}{2}BC^2+\tfrac{9}{2}AG^2 \\ &+\tfrac{1}{2}AC^2+\tfrac{9}{2}BG^2+\tfrac{1}{2}AB^2+\tfrac{9}{2}CG^2 \end{aligned}\right\} (10)$$
$$3.AB^2+3.AC^2+3.BC^2 = 9.AG^2+9.BG^2+9.CG^2 \quad (11)$$
$$AB^2+AC^2+BC^2 = 3(AG^2+BG^2+CG^2) \quad (12)$$

て(12)を得る依て三角の各邊上の方の和云云

〔三十五〕二等邊三角ABCの底線BCに平行せるDEを引時はBE上の方はBC、EDの矩形とCE上の方の和に等しき者なり

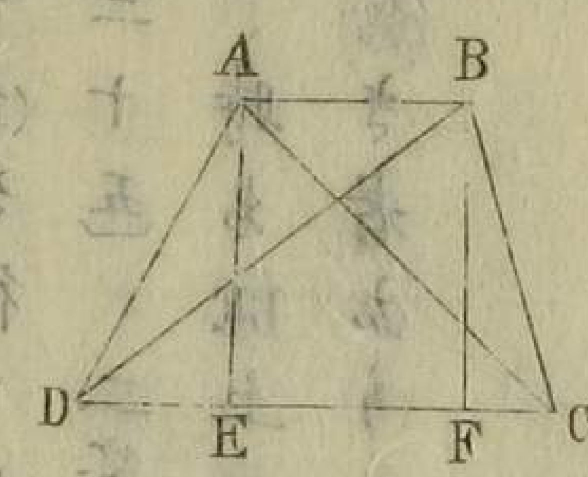


$$CG = BF \quad (1)$$
$$BE^2 = EC^2+BC^2-2.BC.CG \quad (2)$$
$$\left.\begin{aligned} DE &= BC-(CG+BF) \\ &= BC-2.CG \end{aligned}\right\} (3)$$
$$\left.\begin{aligned} BE^2 &= EC^2+BC(BC-2.CG) \\ &= EC^2+BC.DE \end{aligned}\right\} (4)$$

〔證〕D、EよりBCに垂直にDF、EGを画せれば(1)の如しB、Eを結合せ(2.13)に因て(2)を得る又(3)なる故に之を變して(4)を得る依

て二等邊三角ABC云云

〔二十六〕ABCDを二平行四邊形ニ命しAB、CDを平行せる者ともAC、BDを對角線ニして各の上の方の和をADBCの斜邊各の上の方の和と其平行邊AB、CDニ因て成る矩形二倍の和ニ等きなり



$$AE = BF \quad (1)$$

$$AB = EF \quad (2)$$

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \pm 2CD.DE \quad (3)$$

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2CD.CF \quad (4)$$

$$\left.\begin{array}{l} AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2 + 2CD^2 \\ -2CD.DE - 2CD.CF \end{array}\right\} (5)$$

$$\left.\begin{array}{l} AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2 \\ +2CD(CD - DE - CF) \end{array}\right\} (6)$$

$$EF = CD - DE - CF \quad (7)$$

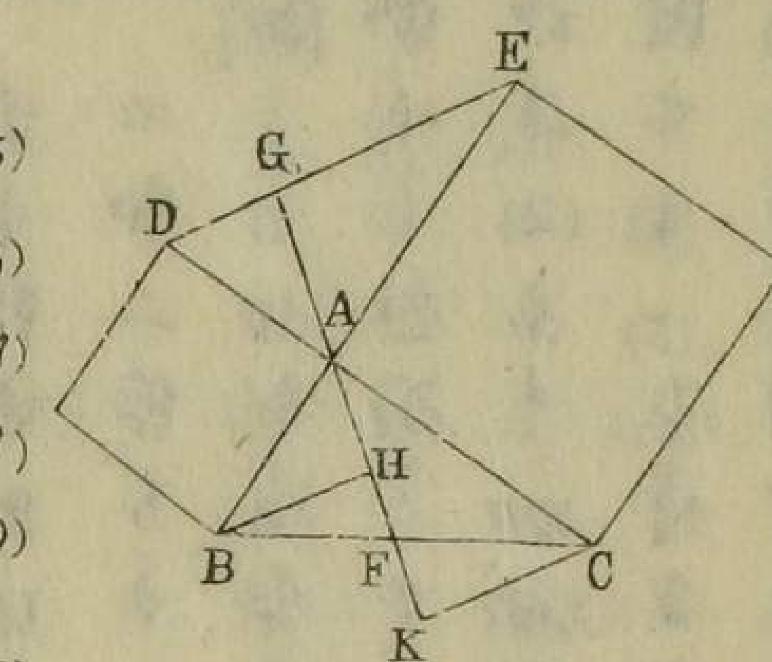
$$AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2 + 2CD.AB \quad (8)$$

〔證〕A、BよりDCニ垂線AE、BFを画きまとむ此二線を平行し

且つAB、DCを平行なる故ニ(1)(2)の如し(2.13)ニ因て(3)(4)を得る相併せて(5)之を括り(6)なり(7)の如き故ニ(2)ニ因て(6)を變し(8)を得依て二平行四邊形云云

〔二十七〕ABCの三角ニ於てAB、AC邊上の方形をBD、CEと為せる時はBC、DE各の上の方の和をAB、AC各の上の方の和二倍なり

〔證〕DEを結合し之ニ垂線GAFを画しFニ於てBCニ會せしむ而して此線ニ垂線BH、CKを画きれば(1)なる故ニ(2)なりADG、ABHを直角三角ニして(3)なる故ニ(2)ニ因て(4)(5)を得る又(6)なる故(1.26)ニ因て(7)なり故ニ(8)(9)を得る同方法ニ據て(10)を得故ニ(11)(12)(13)を得(14)(15)



$\angle BAD = \angle R$ (1)

$\angle BAH + \angle DAG = \angle R$ (2)

$\angle AHB = \angle AGD = \angle R$ (3)

$\angle BAH = \angle ADG$ (4)

$\angle ABH = \angle DAG$ (5)

$AB = AD$ (6)

$\triangle BAH = \triangle ADG$ (7)

$DG = AH$ (8)

$AG = BH$ (9)

$\triangle CAK = \triangle AEG$ (10)

$EG = AK$ (11)

$AG = CK$ (12)

$BH = CK$ (13)

$\angle BHF = \angle FKC = \angle R$ (14)

$\angle BFH = \angle KFC$ (15)

$\angle FBH = \angle FCK$ (16)

$\triangle BFH = \triangle FKC$ (17)

$BF = FC$ (18)

$FH = FK$ (19)

$\left.\begin{aligned} DE &= DG + EG \\ &= AH + AK \end{aligned}\right\}$ (20)

$\left.\begin{aligned} AH+AK &= 2AH+FH \\ +FK &= 2AH+2FK \end{aligned}\right\}$ (21)

$AF = AH + FH$ (22)

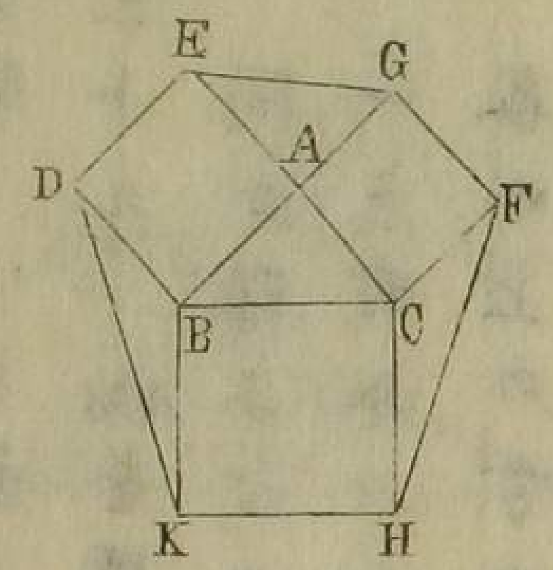
$\left.\begin{aligned} DE &= 2(AH+FH) \\ &= 2\,AF \end{aligned}\right\}$ (23)

$BC = 2.BF$ (24)

$\left.\begin{aligned} BC^2 - DE^2 &= 4\,BF^2 + \\ 4\,AF^2 &= 2\,AB^2 + 2AC^2 \end{aligned}\right\}$ (25)

故(16)なる故(1.26)に因て(17)なり故に(18)(19)を得又(20)なる故に(21)(22)を以て之を變し(23)を得(18)に因て(24)なる故に(25)を得る依てABCの三角に於て云云

(三十八)ABCを三角まと命し各邊の上に画く方の角点を結びDEGFHK六邊形の圖と為す其各邊の上の方の和は三角の各邊の上に画く方の和の四倍に等しかる可し



$AB = DE$ (1)

$AC = GF$ (2)

$BC = KH$ (3)

$BC^2 + EG^2 = 2.AB^2 + 2.AC^2$ (4)

$AB^2 + FH^2 = 2.AC^2 + 2.BC^2$ (5)

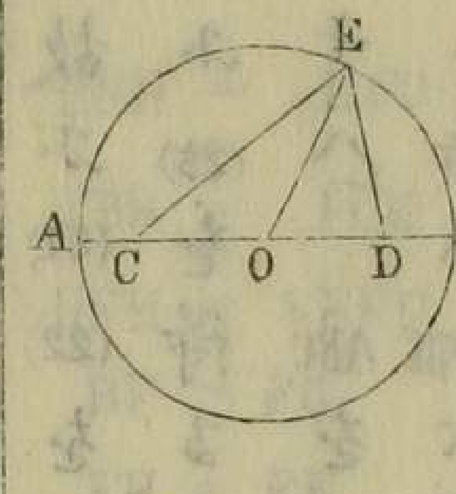
$AC^2 + DK^2 = 2.AB^2 + 2.BC^2$ (6)

$\left.\begin{aligned} KH^2 + EG^2 + DG^2 + FH^2 + GF^2 + DK^2 \\ = 4\,AB^2 + 4.AC^2 + 4.BC^2 \end{aligned}\right\}$ (7)

〔證〕(1)(2)(3)の如く定め(27)に因て(4)(5)(6)を得る相併せて之

を變し(7)を得る依て或る三角の三邊云云

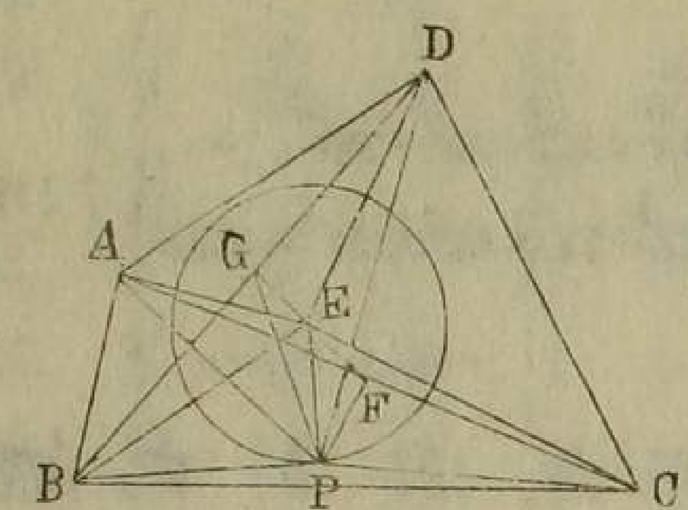
〔三十九〕AOBを圏の中径に命し0を中心とせ之より同距離にC、D二点を設け此二点より周中の或る一点假令バEへCE、DE二直線を引く時は此二直線各の上の方の和は圏周中の一点其周中に於て何れへ位置を變せるとも異なることなり



$$CE^2+DE^2=2.OC^2+2.OE^2 \qquad (1)$$

〔證〕(用法第四)に因て(1)を得る然るにE点周中の何れへ位置を變せるも皆(1)の如き式を得て相變せる無き事明らかなり依て本題を證明し得べし

〔三十〕ABCDの四邊圖の對角線各の中央を結ぶ直線をE点に於て等分し此E点を中心となし随意の半徑を以て圏を画き圏周のP点へ角点各より引く直線即ち$PA^2+PB^2+PC^2+PD^2$はP点周中に於て何れへ位置を變せるとも異なる事なきを詳解すべし



$$GE = EF \qquad (1)$$
$$BG = GD \qquad (2)$$
$$AF = FC \qquad (3)$$
$$PA^2+PC^2 = 2.AF^2+2.PF^2 \qquad (4)$$
$$PB^2+PD^2 = 2.BG^2+2.PG^2 \qquad (5)$$
$$PF^2+PG^2 = 2.EF^2+2.PE^2 \qquad (6)$$
$$2PF^2+2PG^2 = 4EF^2+4PE^2 \qquad (7)$$
$$\left.\begin{array}{l} PA^2+PC^2+PB^2+PD^2 = \\ 2.AF^2+2.PF^2+2BG^2+2PG^2 \end{array}\right\} \qquad (8)$$
$$\left.\begin{array}{l} PA^2+PC^2+PB^2+PD^2 = \\ 2AF^2+2BG^2+4EF^2+4PE^2 \end{array}\right\} \qquad (9)$$
$$AE^2+CE^2 = 2AF^2+2EF^2 \qquad (10)$$
$$BE^2+DE^2 = 2BG^2+2EF^2 \qquad (11)$$
$$\left.\begin{array}{l} AE^2+CE^2+BE^2+DE^2 = \\ 2AF^2+4EF^2+2BG^2 \end{array}\right\} \qquad (12)$$

$$\left.\begin{array}{l} PA^2+PC^2+PB^2+PD^2 = \\ AE^2+CE^2+BE^2+DE^2+4EF^2 \end{array}\right\} \quad (13)$$

〔證〕AE、BE、CE、DE、PE、PF、PG を連結せ(1)(2)(3)は先知にして〔用法第四〕に因て(4)(5)(6)を得る(6)を二倍して(7)となる(4)(5)相併せて(8)を得る之を變して(9)を得る〔用法第四〕に因て(10)(11)を得相併せて(12)となる以て(9)を變し(12)を得る此式はP点圏周の何れに在るも變せる事なし依て本題を證明せり

卷二例題補遺

第一　直角三角の鋭角の一個より相對せる邊を二等分し畫く直線上の方形は弦の上の方形より小なる事二分せし邊の半の上の方形の三倍なり

第二　或る三角に於て頂角より底に垂線を畫く時は二邊上の方形の差ヶ底の分線上の方形の差に等きなり

第三　直角三角の鋭角の一個より相對せる邊に迄畫く直線上の方と其邊上の方の和は弦上の方と直角に隣たる分線上の方の和に等きなり

第四　定二方の差に等き方を画く求む

第五　ABCの等邊三角の一邊ACの中点DよりDEをBCに垂線に畫く而してBD上の方はBC上の方の四分三なり又直線BEはBCの四分三なり

第六　定線を引延し其引延したる全線と引延せ所の線に因て有つ矩形を定方形に等しからしむるを求む

第七　$(a+x)(a-x)+x^2=a^2$, $(a+x)^2+(a-x)^2=2a^2+2x^2$ 此二個の方程式は考定第五第六の象ち及び考定第九第十の象ちなる事を詳解すべし

第八　圓の弦より是に平行する中徑に随意の点を設け此点より弦の兩端に畫く線の上の方の和は徑の分線上の方の和に等しき者なり

第九　二等邊三角ABCに於て若ADが頂角より底に於る或る点に畫く時はAB、AD各の上の方の差はBD、CDの矩形に等しき事を詳解すべし

第十　若ABCの三角のB、C角の各がA角の二倍なる時はAB上の方はBC上の方とAB、BCの矩形の和に等しきなり

第十一　本巻例題第十五の題に於て垂線上の方は垂線と等角の間の線上の方に邊の分線の矩形二倍を加ふる者に等しきなり

第十二　直角三角の直角より弦上の方の相對する

角に画く二線各の上の方の差は三角の二邊各の上の方の差に等きなり

第十三　不等邊三角の一邊を引延し此線と引延せし部分に因て成る矩形を他の二邊各の上の方の差に等しからしめん事を求む

第十四　若ABCの三角の一邊ACを直線BDのD点に於て二分すべく畫きAより底線に近垂線AEを画く時はBDの上の方はE点がBC上にある歟或はBCを引延したる上にある歟に隨てBC、BEの矩形とACの半分の上の方との和或は差に等き事を詳解すべし

第十五　矩形は其二邊各の上の方の斜線に因て成る矩形の半分なり

第十六　平行邊形の斜線各の上の方の和は四邊各の上の方の和に等きなり

第十七　四邊圖の對角線各の上の方の和は相對せる邊の中央を結ぶ二線各の上の方の和の二倍なり

第十八　若四邊圖の相對せる二邊を等分せる時は他の二邊各の上の方と斜邊各の上の方との和は二分せし邊各の上の方と二分の点を結ぶ直線上の方四倍の和に等きなり

第十九　ABCの直角三角の弦ABをD、E点に於て三等分しCD、CEを結ぶ時はCDEの各邊上の方の和は弦の上の方の三分二なる事詳解すべし

第二十　定直線を二部に分ち此分線に因て有つ矩形を定方形に等しからしむるを求む又定めたる線と方との大小に因て出来せざる事をも詳解すべし

第二十一　方形と三角と其積等き時は三角の周圍は方形の周圍より大なる者なり

第二十二　二等邊三角の底線中の一点より他の二邊へ画する垂線の和は一点何こへ位置を變するとも異なる事無きを詳解すべし

第二十三　矩形内に於て各邊其對角線に平行する四邊圖を作る事を得べし而して此四邊圖の周圍は矩形の對角線二倍なる事を詳解すべし

第二十四　三角の二邊の中央点を結合する一線は底邊に平行し且つ其半に相等し

第二十五　三角の一角を若干に等分せし線各を以て其對邊を分割せば各部不等なるべし而して垂線に近き部は遠き部より小なるべし

幾何學原礎巻二例題解式終

5年5月

版權免許 明治十五年五月十七日
明治十五年七月廿四日出版
定價金二十錢
者 静岡縣士族 川北朝鄰 東京麹町區富士見町二丁目廿八番地
人 同 平民 廣瀨市藏 駿河國有渡郡静岡江川町十二番地

版權免許 明治十五年五月十七日

明治十五年七月廿四日出版

定價金二十錢

編輯者 静岡縣士族 川北朝鄰
東京麹町區冨士見町二丁目廿八番地

出板人 同 平民 廣瀬市藏
駿河國有渡郡静岡江川町十二番地