幾何學原礎

一

幾何學原礎巻之一

亞國格拉克(クラーク)先生口授

山本正至
川北朝鄰　譯

考定第一問題

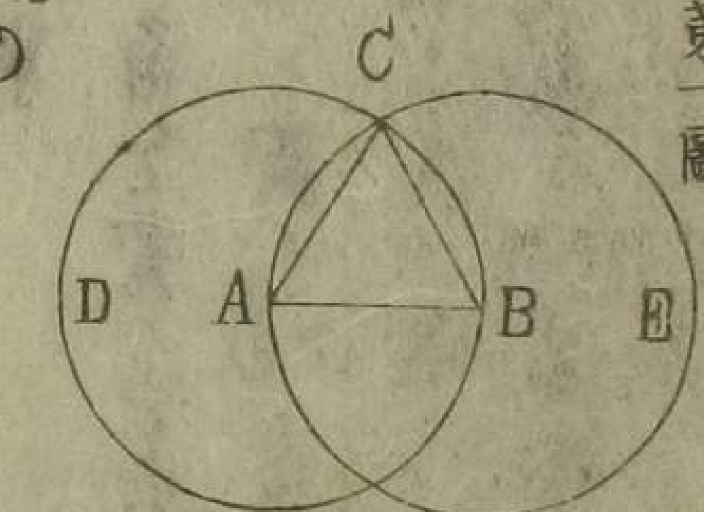
限りある定直線上ヿ等辺三角形を畫く事

定直線ふABを命し、其ABの上ふ等辺三角を畫くを求む、
Aを中心となし、ABの距離ふて、BCDの圏を畫く(P3)又Bを
中心となし、BAの距離ふてACEの圏を畫き、其二圏乃交
点CよりAB孖点迄CA CB乃二直線を畫く(P1)其ABC乃
三角の等面なる應し

(證)A点はBCD乃圏の中心なる故、(D15)に因て(1)あり、又B点はACEの圏の中心ある故(2)なり、今AC BC乃各はABに等しく、且等き物に等き物は互に等し(A1)(3)なり、夫故にABCの三角は等辺なり、而して定直線ABの上に畫き得より

$$AC = AB \quad (1)$$
$$BC = BA \quad (2)$$
$$CA = AB = BC \quad (3)$$

第一圖



考定第二問題

定直線に等き直線を定点より畫く事

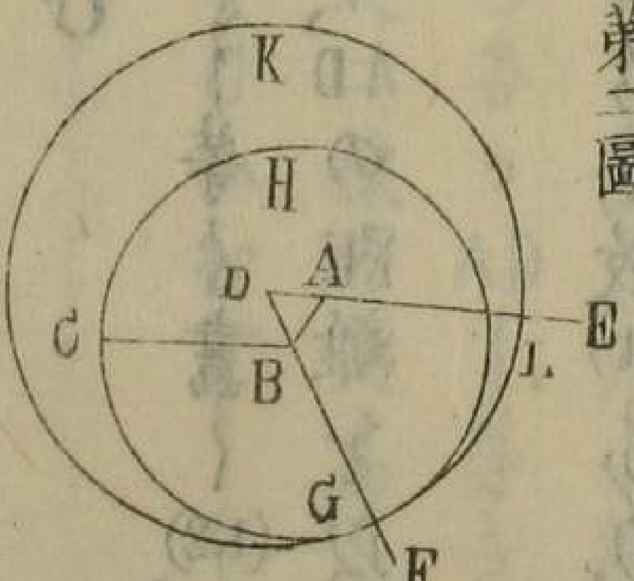
定点はAと命し、定直線にBCを命もて、今BCに等き直線をA点より畫くを求む

A点より直線BCのB点迄直線ABを畫き、而してABの上より等辺三角DAB形を畫く、(1.1) DA DBをEFに引延し、(P2) Bを中心としてBCの距離を以て、CGHの圏を畫き、而してDを中心としてDG形距離を以て、GKLの圏形畫く時はALはBCと等かる應し

(證)BはCGHの圏の中心なる故、(1)あり、又DはGKL乃圏形中心ある故(2)なり、其一分隻は(3)なり、(2)より(3)を減し其残りは(A.3)に因て(4)あり、併BCのBGに等きは(1)にて已に顯たる故に、AL BCの

$$BC = BG \quad (1)$$
$$DL = DG \quad (2)$$
$$DA = DB \quad (3)$$
$$AL = BG \quad (4)$$
$$AL = BC \quad (5)$$

第二圖



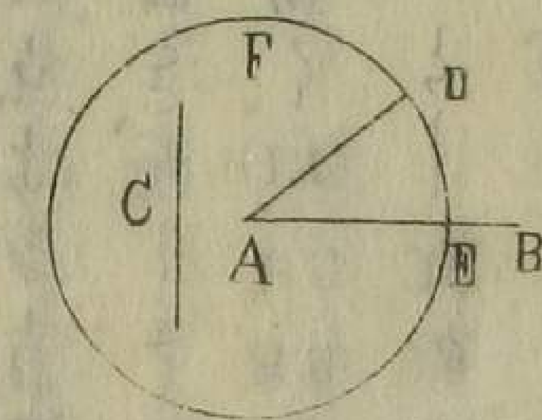
各〻BGに等きなり、而して等き物に等れ物ハ互に等きに因て(5)なり、夫故に定点Aより直線ALヽ定直線BCヿ等く畫き得たり

考定第三問題

定二直線の大なる線より小なる線に等き部分を切事

定二直線にAB及Cを命し、ABを大なる線とし、今大なるABより小なるCに等き部分を切る事を求む

第三圖



A点より直線ADをCヿ等く畫く(1.2)、而して、Aを中心とし、ADの距離を以てDEFの圏を畫く

(證)AヽDEFの圏乃中心なる故(1)あり、且直線ADをCに等く畫きたる故(2)あり、今AE及C乃各〻ADヿ等き故(3)あり、而して定二線の大なるABより、其分隻AEをCに和しく切得たり

$$AE = AD \quad (1)$$

$$C = AD \quad (2)$$

$$\therefore AE = C \quad (3)$$

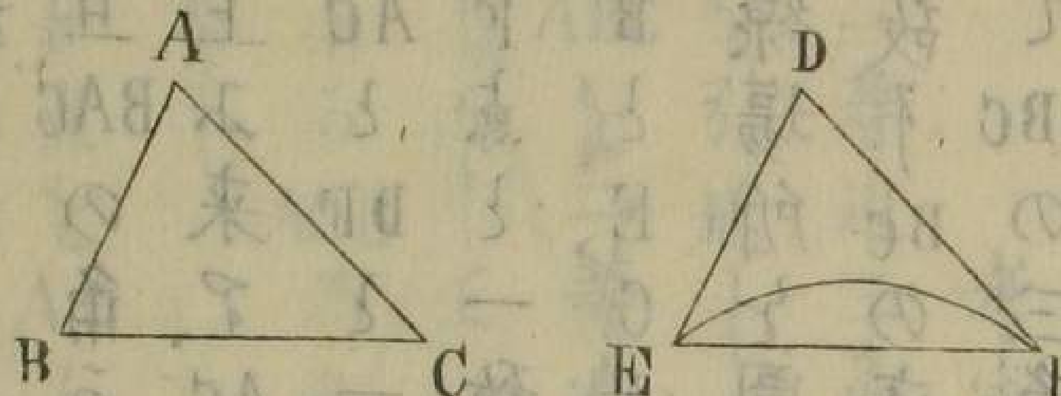
考定第四定理

若二ツの三角ありて其第一の三角形二辺各第二の三角乃二邊各〻等く、而して互ヿ等き邊に有きる角等き時ハ、其底も等く、此二ツの三角ハ同形あり、而して等

き辺り對きる他の角ハ、又等かるへし

ABC DEFを二ッの三角ふ命し、其AB AC乃二邊各、DE DFの二邊各ふ等く、即ABハDEふ等く ACハDFふ等し、而して BACの角ハEDF乃角ふ等き時ハ、BCの底EF乃底ふ等くして ABCの三角、恰もDEFの三角と同形なり、而して等き辺ふ對きる他の角も、又等かるへし即ABC乃角ハDEFの角ふ亦等しく、ACB乃角ハDFE乃角ふ等しかるへし

第四圖



先知
$$\left.\begin{array}{rcll} AB &=& DE & (1) \\ AC &=& DF & (2) \\ BA+AC &=& ED+DF & (3) \\ \angle BAC &=& \angle EDF & (4) \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{rcll} BC &=& EF & (5) \\ \triangle ABC &=& \triangle DEF & (6) \\ \angle ABC &=& \angle DEF & (7) \\ \angle ACB &=& \angle DFE & (8) \end{array}$$

(證) ABCの三角をDEFの三角ヿ重ろ時ハ、A点ハD点の上

に来る、而して AB は DE に等き故に、AB の直線は DE の直線乃上に来り、B点も E点と一致し、AB と DE と一致すべし、且 BAC の角は EDF の角に等きを先知なる故に、AC は DF の上に来る、AC は DF に等きを以て C点も F点と一致し、AC と DF と一致すを屆し、今 B点と E点と一致し、C点も F点と一致する時は、BC と EF と一致せざるを得ず若 B と E、C と F 一致して、BC と EF と一致せざれば、二直線場所を圍むに當まり(A.10)に因て夫は出来難きなり故に BC の底は EF の底と一致するを以て(5)なり、而して ABC の三角と DEF の三角と全く一致する故(A 8)に因て(6)なり而して他の角皆一致せざるを得ず、故に(7)(8)なるを知る夫故に若二ッの三角有て云ゝ

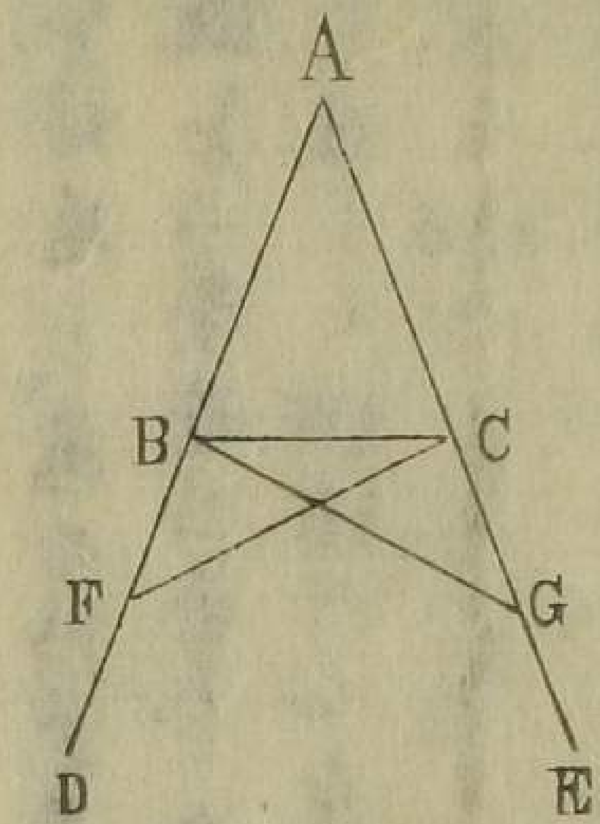
考定第五定理

二等辺三角乃底角は、互に等しかる屆し、且二等辺を引延し、底の外方乃角も、互に等しかる屆し

ABC を二等邊三角に命し、其 AB の辺並 AC 乃邊と相等し、而して AB AC 乃二直線を、D、E に引延せしと紀へ ABC の角は ACB 乃角に等く、又 CBD の角は BCE 乃角に等しかる屆し

F点を AD に設け、而して大なる AF より AG を、小なる AF に等しく切る(1.3) FC GB を結ぶ

第五圖



先知
$$AF = AG \quad (1)$$
$$AC = AB \quad (2)$$
$$FA + AC = GA + AB \quad (3)$$
$$\angle FAC = \angle GAB \quad (4)$$
(1.4)

$$FC = GB \quad (5)$$
$$\triangle AFC = \triangle AGB \quad (6)$$
$$\angle ACF = \angle ABG \quad (7)$$
$$\angle AFC = \angle AGB \quad (8)$$

（證）(1)(2)(3)を先知として、FAGの角をAFC AGBの二ッの三角に

先知
$$BF = CG \quad (9)$$
$$FC = GB \quad (5)$$
$$BF + FC = CG + GB \quad (10)$$
$$\angle BFC = \angle CGB \quad (8)$$
(1.4)

$$\triangle BFC = \triangle CGB \quad (11)$$
$$\angle FBC = \angle GCB \quad (12)$$
$$\angle BCF = \angle CBG \quad (13)$$

$$\angle ABG = \angle ACF \quad (7)$$
$$\angle CBG = \angle BCF \quad (13)$$
$$\angle ABC = \angle ACB \quad (14)$$

普通なる故に(4)あり、(1.4)に因て底の等きも(5)二ッの三角同形にて(6)等き辺に對せる角皆等し即(7)(8)なり、且全線AFに全線AGに等く、其分隻線ABとAC又等き(1)(2)に顕したり、今(1)より(2)を減し残る(9)あり、而して(9)(5)(10)(8)を先知ある故(1.4)に因て(11)(12)(13)を知る「底Bcも BFC CGB乃二ッの三角に普通なるが故に是を載せど」又(7)より其部分なる(13)残減をさべ、二等辺三角の底角ABCとACB互に等きを知る(14)なり、而してFBCの角とGCBの角互に等きも(12)に於て已に顕したり、是底の外方に於る角なり、夫故に二等邊三角云々

系證　等辺三角も其角皆等き事明なり

考定第六定理

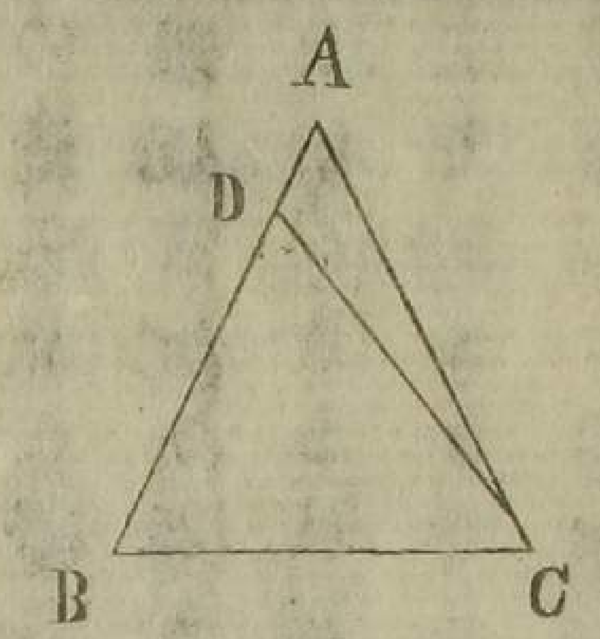
若三角の二角互に等き時ハ、其等き角に對せる辺も又互に等かるべし

ABCを三角に命し、其ABCの角とACB乃角、互に等き時ハABの邊とACの邊に等かるべし

若ABとACを等からずとせバ其一辺ハ他の辺より大ならざるを得ず、今ABを大なりとして而して、それよりDBをACに等く切り、CDを結ぶ

第六圖

(1.4)(證)DBC ABCの二ッの三角に於て(1)(2)(3)(4)ハ先知なる故に、(1.4)に因て底乃等きハ(5)にして、二ッの三角同形なる



先知

$$DB = AC \qquad (1)$$

$$BC = BC \qquad (2)$$

$$DB + BC = AC + CB \qquad (3)$$

$$\angle DBC = \angle ACB \qquad (4)$$

(1.4)

$$DC = AB \qquad (5)$$

$$\triangle DBC = \triangle ACB \qquad (6)$$

$$\triangle DBC < \triangle ACB \qquad (7)$$

(6)なり、志かるに圖による時ハ(7)にして不同なり、小の大に等きハ理に於てあらさるなり、故にABとACとハ等からざるにあらず、即等きなり、夫故に若三角形二角云々

(系證)等角の三角ハ等辺なる事明なり

考定第七定理

一底線の一方に、等き二ッ乃三角ハ、畫き能ハざるなり、即右辺ハ右辺等くして、底の右端に終り、左辺ハ左辺と等くして、底乃左端終る所乃者をいふなり

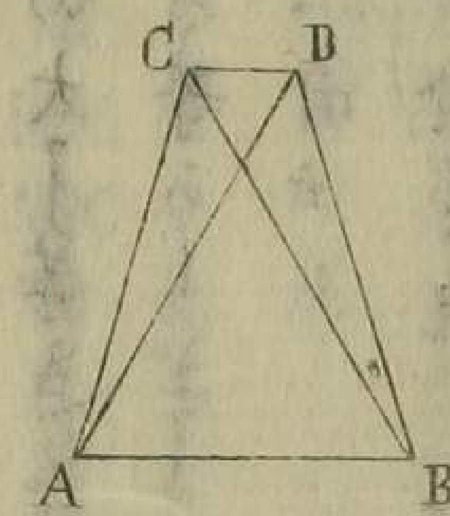
若夫を畫か之能ふ如くおもへバ、一底線ABの一方

に於てACB ADBの二ッの三角乃、CA DAの等き二辺共ゟ一底線のA端に終り、又其CB DBの等き二邉共ゟ、一底線のB端に終る扁く畫く扁し

爰に於て三角の項点の各ゥ、他の三角の外にあるべし、

而しゝCD結ふ

第七圖



先知 $AC = AD$ (1)

(1.5)

$\angle ACD = \angle ADC$ (2)

$\angle ACD > \angle BCD$ (3)

(A.9)

$\angle ADC > \angle BCD$ (4)

$\angle BDC > \angle BCD$ (5)

先知 $BD = BC$ (6)

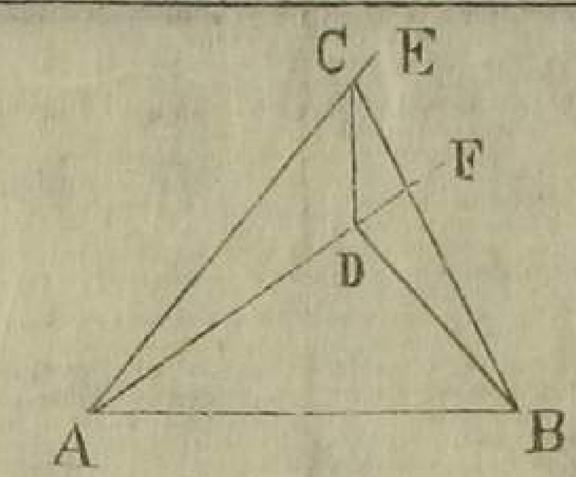
(1.5)

$\angle BDC = \angle BCD$ (7)

(證)(1)は先知なる故ゟ、(1.5)に因ゝ(2)を得、圖ゟ因れば(3)あり、(A.9)に因ゝ(4)を知る、且圖に因まそBDCの角ゥADC乃角より大なり、故に(5)なる事判然たり、又(6)は先知なる故ゟ、(1.5)因まそBDCの角はBCD乃角に等き(7)あり、併(5)に於ゝBDCの角ゥBCDの角より大なる戕顯なり、夫は出来せさるなり

然と雖も、若ABDの三角の項角DゥABCの内に有る時は畫ゟ能ふと思もゟACADをEFゟ引延しCDを結ぶ

(證)ACDの三角に於て、ACはADゟ等き故に、(1.5)に因まそ、底線CDの外方に於る角、互に等き(2)あり、併圖ゟ因まそ(3)なる故に(4)ある明あり、又圖ゟ因まそFDCの角より



$$\mathrm{AC}=\mathrm{AD} \qquad (1)$$

(1.5)

$$\angle \mathrm{ECD}=\angle \mathrm{FDC} \qquad (2)$$

$$\angle \mathrm{ECD}>\angle \mathrm{BCD} \qquad (3)$$

$$\angle \mathrm{FDC}>\angle \mathrm{BCD} \qquad (4)$$

$$\angle \mathrm{BDC}>\angle \mathrm{BCD} \qquad (5)$$

$$\mathrm{BD}=\mathrm{BC} \qquad (6)$$

(1.5)

$$\angle \mathrm{BDC}=\angle \mathrm{BCD} \qquad (7)$$

大なる故に(5)なる事明なり、且(6)は先知なる故、(1.5)に因て(7)なるを知る、(5)と(7)を比較するに、(5)に於ては不等にして、(7)に於ては相等し、是理にあらざる所なり、故に出来せざる也

且二角の頂角は、他の三角乃辺の上にある者は、嘗て試に及ざるなり、夫故に一底線の一方に云々

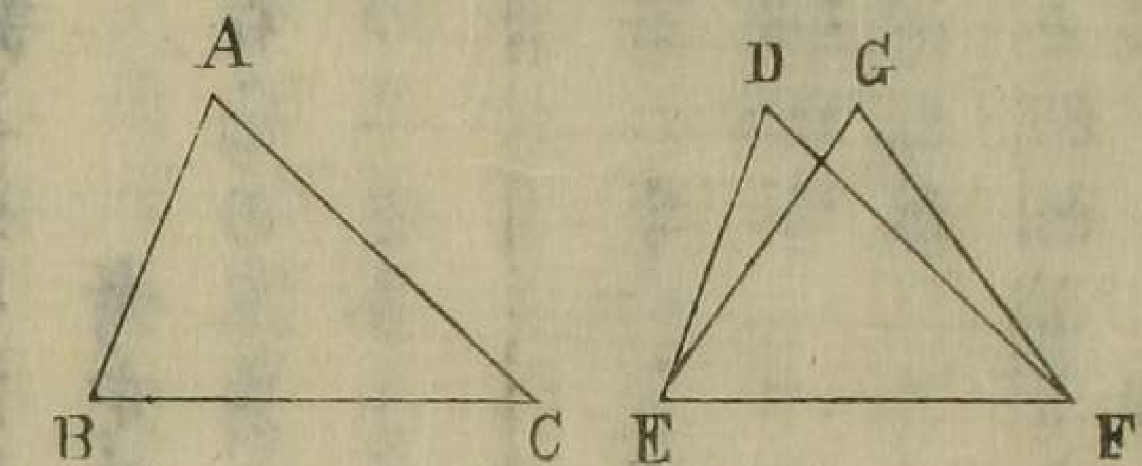
考定第八定理

若二ッの三角に於て、第一の三角乃二辺各、第二の三角の二辺各に等く、且其底も等き時は、第一の三角の二邊に有する角、第二の三角は夫に等き二邊に有する角に等かるべし、

ABC DEF を二ッの三角に命し、其第一の三角のAB AC乃二辺各、第二乃三角のDE DFの二辺各に等し、即ABとDE ACとDF相等きなり、而して底線BCは底線EFに等き時は、BACの角はEDFの角に等かるべし

(證) ABCの三角をDEFの三角に重る時は、B点はE点への

第八圖



$$\text{先知}\left\{\begin{array}{lr} AB=DE & (1)\\ AC=DF & (2)\\ BA+AC=ED+DF & (3)\\ BC=EF & (4)\end{array}\right.$$

$$\llcorner BAC=\llcorner EDF \quad (5)$$

上ゟ来り、BCハEFと重り、BC EF等きを以て、C点ハ又F点と一致し、BCハEFと一致する故ニ又BA ACハED DFと一致すべし、若底線BCハ底線EFと一致して、BA CAの二邊ハED FDの二辺と一致せざる時ハ、EG FGの如く輻輳すべし、然る時ハ一底線EFの一方ニ於て、EDF EGFの二ッ乃三角、即右辺と右辺等くして、底の右端ニ終り、左辺と左辺等くして底の左端ニ終る所の者を、畫くニ當る爲し、(1.7)ニ因て夫ハ出来せざるを證せり、是を以て底線EF BC一致する時ハBA ACの二辺ハ、ED DFの二辺ト、一致せざる能ハざるなり、故ニ(1)(2)(3)(4)先知なれバ、BACの角ハEDFの角ト一致するを以て(5)あるを知る夫故ニ若二ッ乃三角ニ於ても云し

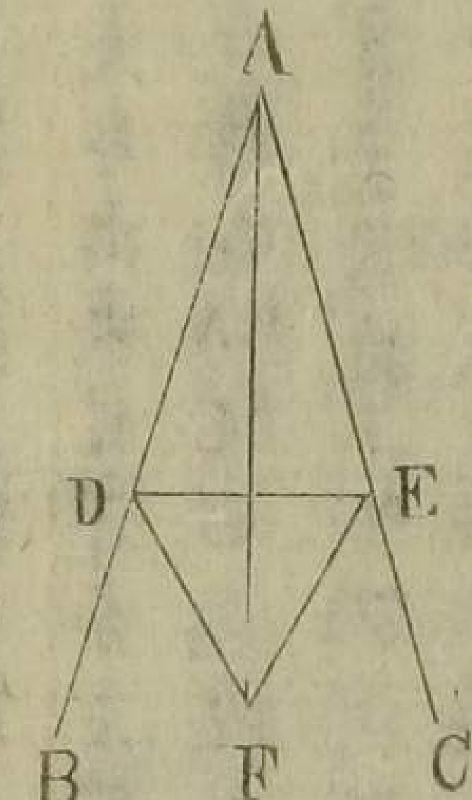
考定第九問題

定直線角を等分する事

ABCを定直線角ニ命し、是を等分する事を求む

AB線中ニ随意ニD点を設け(1.3)ニ因てAEをADニ等く切りDEを結ぶ、而して(1.1)ニ因て、DEの上よりA角ニ反對してDEFの等辺三角を畫き、AFを結ぶ爰ニ於て直線AFハBAC乃角を等分すべし

第九圖



(證) ADハAEニ等く、AFハDAF EAFの二ッの三角に普通なる故ニ、DA AFの二辺各ハ、EA AF乃

$$\text{先知}\left\{\begin{array}{ll} AD=AE & (1)\\ AF=AF & (2)\\ DA+AF=EA+AF & (3)\\ DF=EF & (4)\end{array}\right.$$

(1.3)

$$\angle DAF=\angle EAF \qquad (5)$$

二辺各に等く、及び底線DFハ底線EFニ等し、即(1)(2)(3)(4)ハ先知なる故ニ、(1.8)ニ因れバ、DAF乃角ハEAFの角ニ等きを知る(5)なり夫故ニ定直線角BACを直線AFニ因て等分するを得たり

考定第十問題

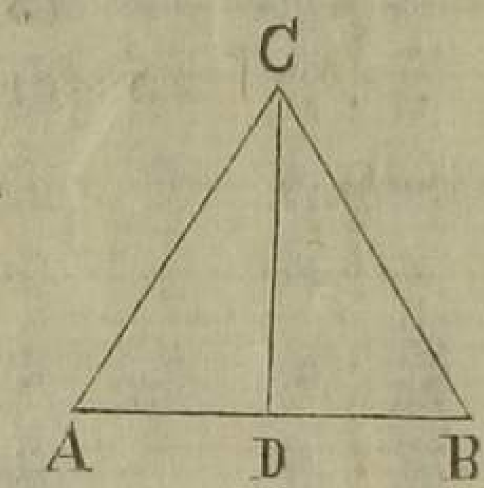
限りある定直線を等分する事

ABを定直線ニ命し、是を等分する事を求む

ABの上ニ(1.1)ニ因て、ABCの等辺三角を畫き、而して(1.9)ニ因てACBの角をCDニ因て等分する時ハ、直線ABをD点ニ於て等分し得べし

(證) ACハCBニ等く、及びCDハACD BCDの二ッの三角ニ普通ニ

第十圖



先知

$AC=CB$ (1)

$CD=CD$ (2)

$AC+CD=BC+CD$ (3)

$\angle ACD=\angle BCD$ (4)

(1.4)

$AD=BD$ (5)

る故ニ、AC CDの二辺各、BC CD乃二辺各ニ等く、且ACDの角をBCDの角ニ等く組立たり、即(1)(2)(3)(4)ハ先知ニる故ニ、(1.4)ニ因て底線ADハ、底線BDニ等きを知る、(5)なり、夫故ニ直線ABをD点ニ於て等分せり

考定第十一問題

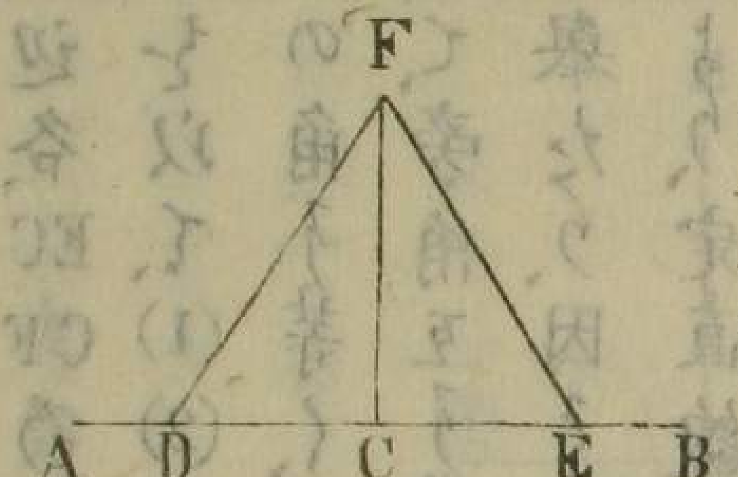
定直線ヲ直角ニ、定点より直線を畫く事

ABを定直線ヲ命し、Cを夫ニ於る定点ヲ命じ、而して

ABに直角ニ、C点より直線を畫く事を求む

ACヲ随意ニD点を設け、(1.3)ニ因てCEをCDニ等くと、而して

第十一圖



先知

$DC=CE$ (1)

$CF=CF$ (2)

$DC+CF=EC+CF$ (3)

$DF=EF$ (4)

(1.8)

$\angle DCF=\angle ECF$ (5)

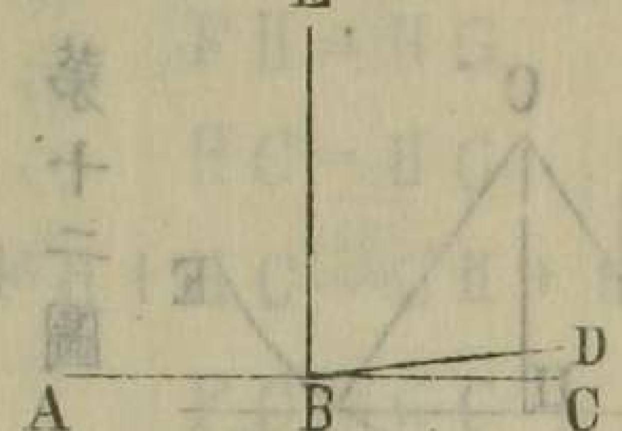
DEの上ヲ等辺三角形畫き、CFを結ぶ、是ニ於て直線CFハ、定直線ABヲ直角に、定点Cより画き得たる

(證) DCハCEニ等く、

及びCFはDCF ECFの二ッの三角は普通なる故り、DC CF乃二辺各、EC CF乃二邊各は等しく、底線DFは底線EFに等しきを以て、(1)(2)(3)(4)を先知なきて、(1.8)に因てDCFの角はECFの角り等く、且旁角なり、若直線は他の直線の上に立て、旁角互り等き時は、其角の各を直角と名付く、(D.10)に舉たり、因てDCF ECF乃角の各は直角なり、夫故は定点Cより、定直線ABは直角に、直線CFを画き得たり

(系證)此問題に因て、二直線普通の分線を持、能はざるを明なり

若二直線に普通の分線を有せる事出来ると思はゞ二直線ABC ABDは普通の分線ABを有せしめ而してB点よりBEを、ABに直角に畫く



$\angle CBE = \angle EBA$ (1)

$\angle DBE = \angle EBA$ (2)

$\therefore \angle DBE = \angle CBE$ (3)

$\angle DBE < \angle CBE$ (4)

(證)ABCは直線なる故り、(D.10)に因て(1)なり、又ABDは直線なる故は(2)なり、(1)(2)に因て(3)を得、小の大に等しといふ、是理はあらざるなり、夫故り二直線普通の分線を持能はざるなり

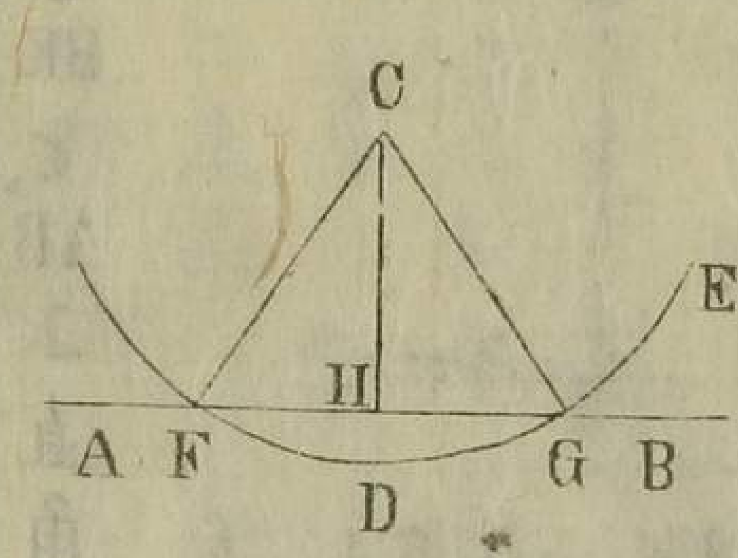
考定第十二問題

限りなき長さの定直線り、垂線を其外方乃、定点より

畫く事

AB线或る長さに迄、両方に引延能ふ所の、定直線に命し、Cを夫の外方ある定点に命を、而してC点よりABに、垂線を畫く事を求む

第十二圖



C点よりABを越て、D点を設け、CDの距離を以て、F Gに於てABに會を逢き、EGFの圏を畫き、(1.10)に因てFGをHに於て等分し、CF CH CGを結ぶ、然る時は直線CHは、定直線ABに垂線に、定点Cより畫き得たり

(證) FHはHGに等く、且HCはFHC GHCの二ツ

先知
$$FH = HG \quad (1)$$
$$HC = HC \quad (2)$$
$$FH + HC = GH + HC \quad (3)$$
$$FC = GC \quad (4)$$

(1.8)

$$\llcorner FHC = \llcorner GHC \quad (5)$$

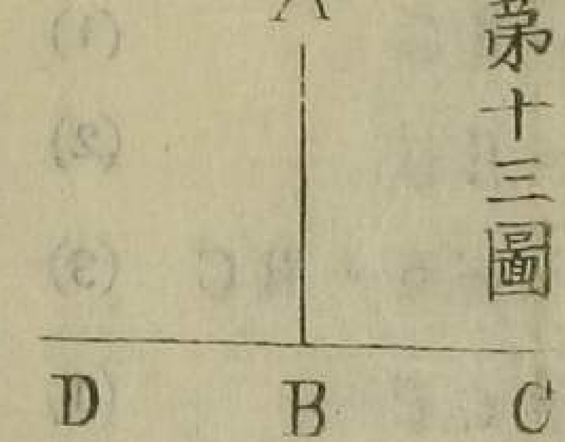
の三角は普通ある故に、FH HCは二辺各、GH HCの二辺各に等く、底線CFは底線CGに等きを以て、(1)(2)(3)(4)は先知なる故に(1.8)に因て、FHCの角はGHCの角に等きを知る(5)なり、而して此角は旁角なり、若直線は他の直線の上に立て、旁角互に等き時は、其角の各を直角なりと名付而して他の上に立ッ所の直線を、夫に垂線と命を、(D.10)なり、是に因てCHはABに垂線なり、夫故に外方の定点Cより、CHを定直線ABに垂線に畫き得たり

考定第十三定理

直線は、他の直線の一方に會して、二角をなせば、其角の各は直角なり、或は是を集れば、二直角に等きなり

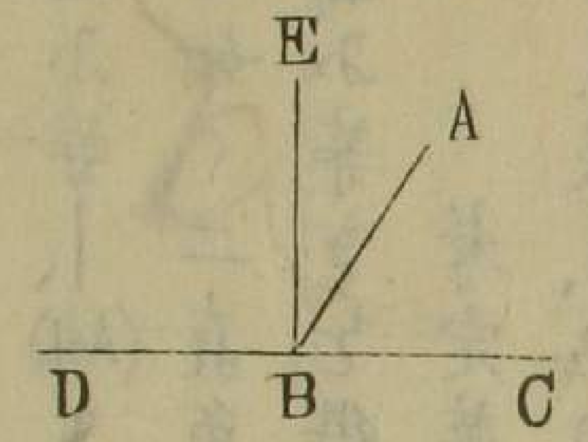
直線ABは、直線CDの一方に會して、CBA ABDの二角をなせば、其角の各は直角なり、或は是を集れば、二直角に等きなり

第十三圖



$$\angle CBA=\angle ABD \quad (1)$$

(證) 若(1)の如く、CBAの角はABDの角に等き時は、(D.10)に因て其角の各は直角なり、然れども若等からざる時は、(1.11)に因てB点よりBEをCDに直角に畫て、爰に於てCBE EBDの二角を集て、二直角に等きなり、而してCBEの角はCBA ABEの二角に等き(2)なり、其等き各にEBDの角を加ふれば、(A.2)に因て(3)を得、又DBA



$$\angle CBE=\angle CBA+\angle ABE \quad (2)$$

$$\angle CBE+\angle EBD=\angle CBA+\angle ABE+\angle EBD \quad (3)$$

$$\angle DBA=\angle DBE+\angle EBA \quad (4)$$

$$\angle DBA+\angle ABC=\angle DBE+\angle EBA+\angle ABC \quad (5)$$

$$\angle CBE+\angle EBD=\angle DBA+\angle ABC \quad (6)$$

$$\angle CBE+\angle EBD=2R \quad (7)$$

$$\angle DBA+\angle ABC=2R \quad (8)$$

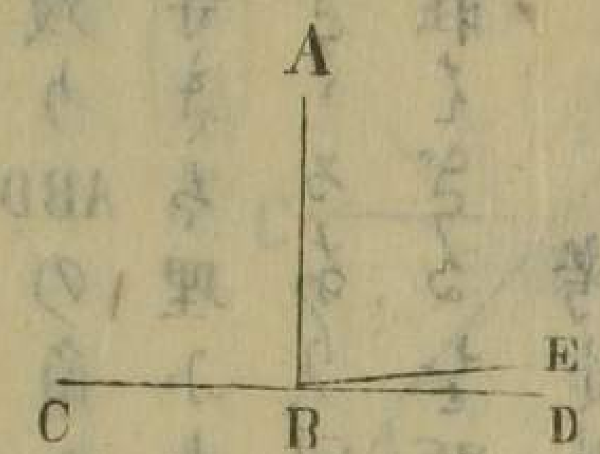
の角ハDBE EBA乃二角ふ等き(4)あり、其等き各ふABCの角を加ふ時ハ(5)あり、併(3)ニ於てCBE EBDの二角ハ、同し三ッの角に等き事を顯したり、而して等き物ふ等き物ハ互ふ等し、(A.1)ニ擧たり故ニ(6)あり、且CBE EBDハ前ふ擧たる如く二直角なるニ因て(7)ふして、DBA ABCを集て、二直角ふ等きを得る(8)なり、夫故ニ直線ハ他の直線云云

考定第十四定理

若直線ハ他の二直線と、一点ふ會して、其相對せる一方ふ於て、旁角を集めて、二直角ふ等からしめバ、此二直線ハ、一直線をなすべし

直線ABハ、二直線BC BDと、B点ふ會して、ABふ相對せる方ふ於て、旁角ABC ABDを集めて、二直角ふ等からしめバ、BDとBCハ一直線をなすべし

第十四圖



$\angle CBA + \angle ABE = 2R$ (1.13) (1)

$\angle CBA + \angle ABD = 2R$ (2)

先和

$\angle CBA + \angle ABE = \angle CBA + \angle ABD$ (3)

$\angle ABE = \angle ABD$ (4)

$\angle ABE < \angle ABD$ (5)

(證)若BDとBCハ一直線をなさずと思ハバBEを夫と一直線と思ふ方へ引べし、爰ふ於て(1.13)ふ因れバ、直線ABハ直線CBEの一方ふ會してCBA ABEの二角をなせ是を集めて二直角ふ等とせ(1)あり、且CBA ABD乃

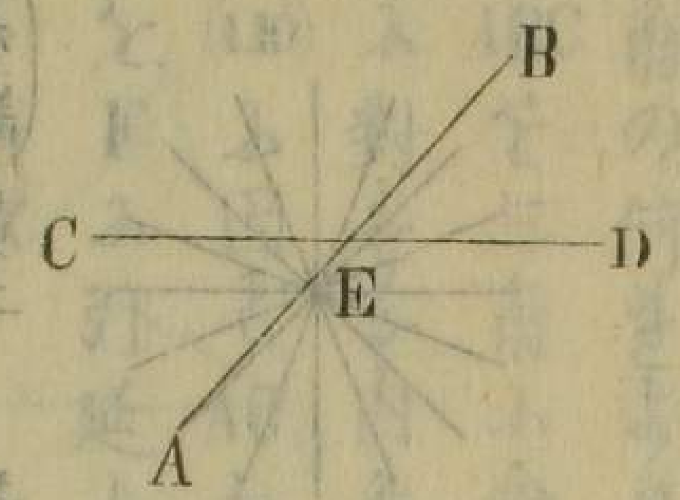
二角を集めて、二直角に等しき先知にして(2)なり、故に CBA ABE の二角ハ、CBA ABD の二角に等しき(3)なり、(A.3)に因りて、其等しき各より、普通なる CBA の角を減し、殘り ABE の角ハ殘り ABD の角に等しき(4)なり、圖に因て(5)なり、小の大に等しきは理にあらざるなり、故に BE は BC と一直線をなさざるなり、同法を以て BD の他は、BC と一直線をなすを能はざるを顯し得べし、夫故に若直線ハ、他ノ二直線 云云

考定第十五定理

若二直線互に切合時は、相對する角互に等しかるべし

AB CD の二直線、E点に於て互に切合時は、AEC の角ハ BED の角に等しく、AED の角ハ BEC の角に等しかるべし

第十五圖



$\angle AEC + \angle AED = 2R$　(1.13)　(1)

$\angle AED + \angle BED = 2R$　〃　(2)

$\angle AED + \angle BED = \angle AEC + \angle AED$　(3)

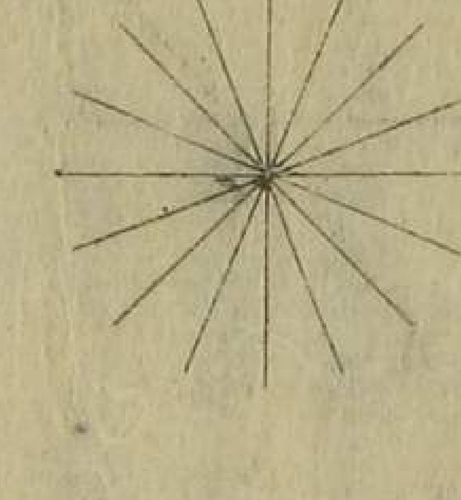
$\angle BED = \angle AEC$　(4)

證 (1.13)に因りて、直線 AE ハ CD と會して、AEC AED の角をなすを是を集めて二直角に等しとす(1)なり、又直線 DE ハ AB と會して、AED BED の角をなすも、是を集めて二直角に等しとす(2)なり、(1)(2)共に二直角に等しきを以て、AED BED の二角ハ、AEC AED に等しき残得る(3)なり、其等しき各に普通なる、AED の角を減し、殘り BED の角ハ、AEC の角

に等きを知る(4)なり、而して同法を以て、AEDの角はBECの角に等しき、證を顯し得べし、夫故に若二直線云々

（系證）第一　若二直線互に切合時は、其切合所の点に於ける、四角を集むれバ、四直角に等しき事明なり

（系證）第二　若一点より會する、許多の直線に、因てなる総角を集むれば、四直角にひとしき者なり



圖の如く許多乃直線（仮に十六個を画く）一点に集る時は此總角（十六個の角）を集る時は四直角なり

考定第十六定理

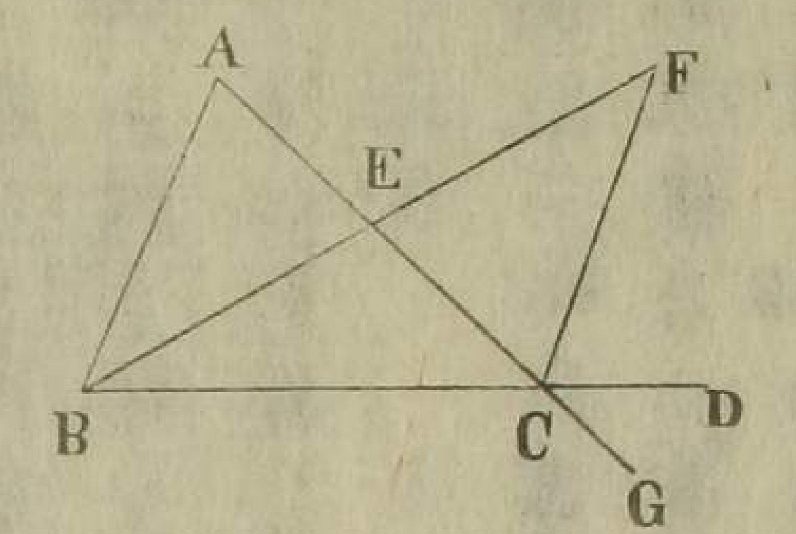
若三角の一邊を、引延ぶ時は、其外角は、是に對する内角の、何れよりも、大なるべし

ABCを三角に命じ、其一辺BCをDに引延し、外角ACDは、是に對する内角、CBA BACの何れよりも大なり

(1.10)に因てACをE点に於て等分し、BEを結ぶ、而してBEをFに引延し、(1.3)に因てEFをBEに等しくなし而してFCを結ぶ

（證）AEはECに等しく、BEはEFに等しき故に、AE EB二邊各、CE EFの二邊各に等しく、且AEB CEFは相對する頂角なる故に、(1.15)に因てAEBの角は、CEF乃角に等し、即(1)(2)(3)(4)は先知なる故に、(1.4)に因れば、底線等しく(5)、二ッの三角同形なる

第十六圖



$$\left.\begin{array}{lr} AE = EC & (1) \\ BE = EF & (2) \\ AE + EB = CE + EF & (3) \\ \angle AEB = \angle CEF \ (1.15) & (4) \end{array}\right\} 先知$$

(1.4)

$$AB = CF \quad (5)$$

$$\triangle AEB = \triangle CEF \quad (6)$$

$$\angle BAE = \angle ECF \quad (7)$$

$$\angle ECD > \angle ECF \quad (8)$$

$$\angle ACD > \angle BAE \text{ or } \angle BAC \quad (9)$$

(6)にして等き邊に對せる角は各々各に等きを知る故に(7)を得、且圖に因て(8)なる故、ACDの角は、BAE或はBACの角より大なるを知る(9)なり、而して同法に因てACをGに引延し、BCを等分する時は、(1.15)に因てBCGの角はACDの角に等くして、ABCの角より大なる事を顯し得應し、夫故に若三角は一邊云云

考定第十七定理

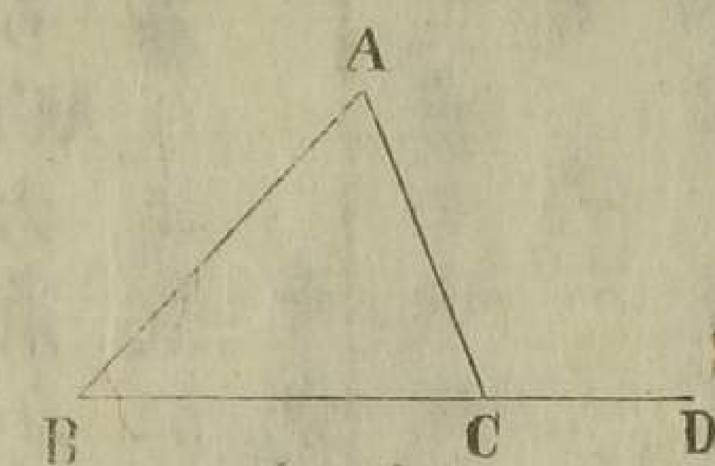
三角の内、何れの二角を集むるとも、二直角より小なり

ABC於三角と命し、其何れの二角を集むるとも、二直角より小なり

(證)BCをDまて引延せる時は、ACDはABCの三角の外角なる故、(1.16)に因て、ACDの角は是に對する内角ABCより大なる

(1)なり、(A.4)に因れバ、其異る各に ACB の角を加へて、ACD ACB の角を集めて、ABC ACB の角を集めし者より大なるを(2)なり、併(1.13)に因れバ、ACD ACB の角を集むる時ハ二直角に等しき故に(3)なり是に因て ABC ACB を集むれバ、二直角より小なるを知る(4)なり、而して同法に於て BAC ACB の角、又 CAB ABC の角を集めて、二直角より小なる事を

第十七圖



(1.16)

$\angle ACD > \angle ABC$　(1)

$\angle ACD + \angle ACB > \angle ABC + \angle ACB$　(2)

$\angle ACD + \angle ACB = 2R$　(1.13)　(3)

$\angle ABC + \angle ACB < 2R$　(4)

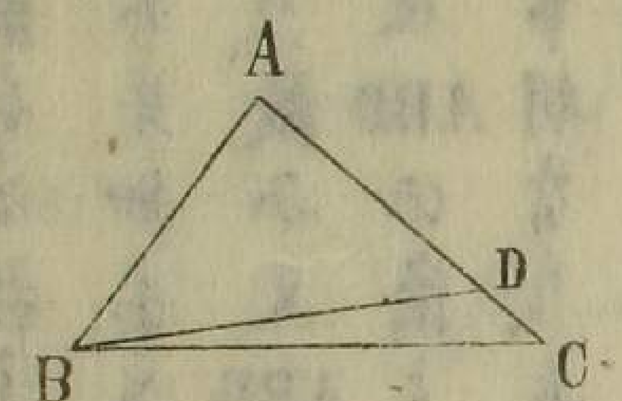
證し得べし夫故に三角の何れの云云

考定第十八定理

凡て三角の大なる邊は、大なる角に對せる者なり

ABC を三角に命し、其 AC の辺は、AB の辺より大なる時は、ABC の角は、又 ACB の角より大なる者なり

第十八圖



先知

$ADB > DCB$　(1.16)　(1)

$AB = AB$　(2)

(1.5)

$\angle ADB = \angle ABD$　(3)

$\therefore \angle ABD > \angle ACB$　(4)

$\angle ABC > \angle ACB$　(5)

AC は AB より大なる故に、AC より AD を AB に等く切り、BD を結ぶ

(證)(1.16)に因れバ ADB の角は、BDC の三角の外

角なる故なり、是に對せる内角DCBより大なり(1)とし、(2)を先知なる故、(1.5)に因てADBの角はABDの角に等き(3)なり、故に又ABDの角はACBの角より大なるを知る(4)なり、且ABDの角より尚大なるABCの角はACBの角より大なる事明なり、夫故に凡そ三角の大なる邊云云

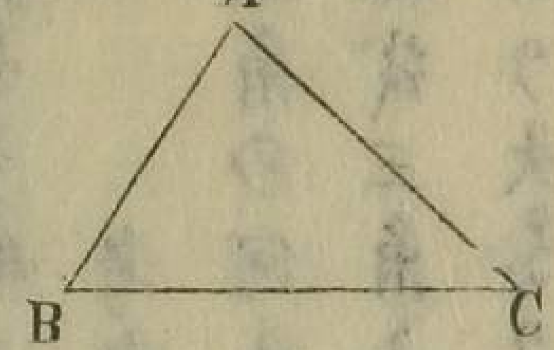
考定第十九定理

凡そ三角形大なる角は邊の大なるに因て廣し、即夫に對して、大なる辺を有せる者なり

ABCを三角に命し、其ABCの角はACBの角より大なる時は、ACの辺はABの辺より大なる者なり

(證)若ABCの角はACBの角より大にして、ACの邊はABの邊より大ならずといふ時は、夫と等きもの、或は夫より小ならざるを得ず、併ACとABは等からず、若(1)の如く等き時は、(1.5)に因て、(2)の如くABCの角はACBの角に等かるべし、夫は(3)の如く等からざる故に、ACとABは等からざる事判然なり、或は(4)の如く、夫より小なりとせる時は、(1.18)に因て、大なる邊は大なる角に對せる故に、ABCの

第十九圖



$$AC = AB \quad (1)$$
(1.5)
$$\llcorner ABC = \llcorner ACB \quad (2)$$
先知 $$\llcorner ABC > \llcorner ACB \quad (3)$$

$$AC < AB \quad (4)$$
(1.18)
$$\llcorner ABC < \llcorner ACB \quad (5)$$
先知 $$\llcorner ABC > \llcorner ACB \quad (6)$$

角ハACBの角より小なるべし、併夫ハ(3)の如く小ならざるなり、是より因てACをABより小なるを得ず、且夫と等からざることを前ニ擧たれバ、故ニACをABより大なり、夫故に凡て三角の大なる角云云

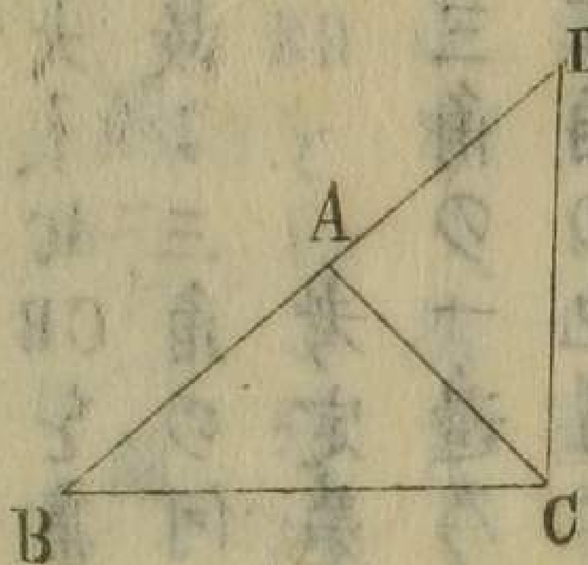
考定第二十定理

三角の何れ二辺を集むるとも、残る一辺より大なり

ABC然三角ヲ命し、其何れ乃二辺を集むるとも、残る一邊より大なり、即BA ACを集むれバ、BCより大なり、AB BCを集むれバ、ACより大なり、又AC CBを集むれバ、ABより大なり

BAをDより引延し、(1.3)ニ因て、ADをACニ等くなし、DCを結ぶ

第二十圖



$$AD = AC \quad (1)$$

(1.5)

$$\angle ADC = \angle ACD \quad (2)$$

$$\angle BCD > \angle ADC \quad (3)$$

$$\therefore \angle BCD > \angle BDC \quad (4)$$

(1.19)

$$BD > BC \quad (5)$$

$$BD = BA + AC \quad (6)$$

$$\therefore BA + AC > BC \quad (7)$$

(證)(1)の如く、ADをACニ等くなしたる故ニ、(1.5)ニ因てADCの角ハ、ACD乃角ニ等しき(2)なり、圖ニ因れバ、(3)の如くBCDの角ハ、ACDの角より大なり、故ニ又BCDの角ハ、BDCの角より大なるを知る(4)なり、且BCDの三角乃BCDの角ハ、同し

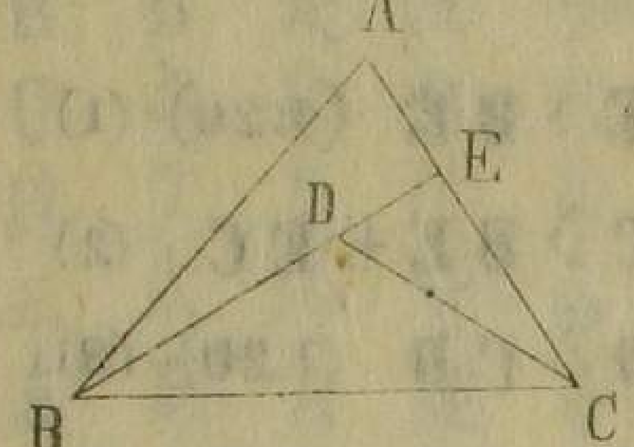
三角のBDC乃角より大なり而して(1.19)に因れバ、大なる
角ハ、大なる辺ニ對す故ニ、BDの邊ハBC乃邊より大な
るを知る(5)なり、併BDハ、BAとACを集むる者より等し(6)
なり、是ハ因て(7)にして、BA AC統集むれバ、BCより大な
るを知る、而して同法に因て、AB BCを集むれバ、ACより
大にて、AC CBを集むれバ、ABより大なる、證を顯得べし、夫
故ハ三角の何れの二辺云云

考定第二十一定理

三角の一邊乃兩端より、三角内の点へ、畫く二直線ハ、
三角の他乃二邊より、小なるべし、然れとも大なる角
を有つべし

二直線BD CDを、ABCの三角乃一邊、BCの兩端B Cより、其
内点Dへ畫く時ハ、BD DCハ、三角の他の二邊BA ACより
小なり、然れとも BDCの角ハ、BACの角より大なり

BDをEに引延そ



第二十一圖

(證)(1.20)に因れバ、三角の何れの二邊を
集むるとも、残る一邊より大なり、即
(1)乃如く ABEの三角の、BA AEの二邊ハ、
BEより大なり、其各へECを加ふる故
に、(2)の如く BA ACの二邊ハ、BE ECより
大なり、次ハ又(1.20)に因て、(3)の如く CED
の三角のCE EDの二邊ハ、CDより大なり

$$BA+AE>BE \quad (1.20) \quad (1)$$
$$BA+AC>BE+EC \quad (2)$$
$$CE+ED>CD \quad (1.20) \quad (3)$$
$$CE+EB>CD+DB \quad (4)$$
$$BA+AC>BD+DC \quad (5)$$

$$\llcorner BDC>\llcorner CED \quad (1.16) \quad (6)$$
$$\llcorner CEB>\llcorner BAE \;《 \quad (7)$$
$$\llcorner BDC>BAC \quad (8)$$

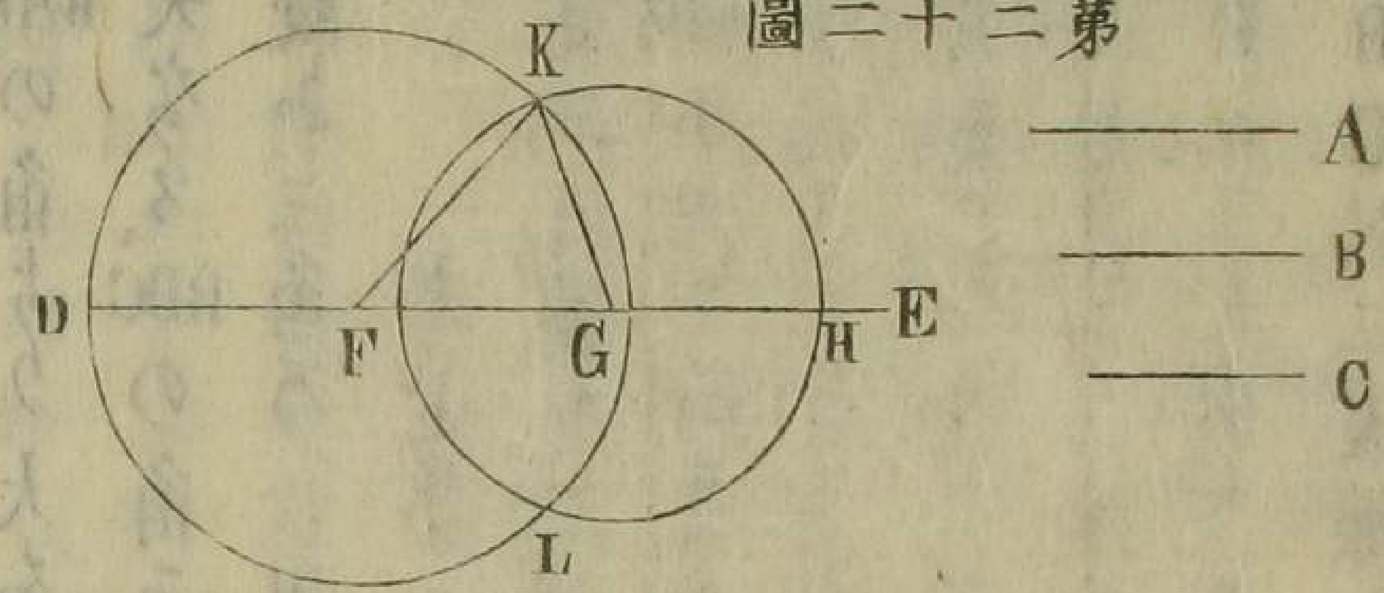
その各にDBを加へて、CE EBハCD DBより大なるを知る(4)なり、然る時ハ大なる者より大なる所の、BA ACの二邊ハ、BD DCより大なるを知る(5)なり、且(1.16)に因れバ、三角の外角ハ、是に對する內角の、何れよりも大なり、即CDEの三角の外角BDCハ、是に對する、內角CEDより大なり、(6)とし、同理に因て(7)の如く、ABEの三角の外角CEBハ、是に對する、內角BAEの角より大なり、(6)(7)比較する時ハ、大なる角より大なる、BDCの角ハ、BACの角より大なるを知る(8)なり、夫故に三角の一辺の両端云云

考定第二十二問題

定三直線を、三邊となして、三角を畫く事、然と雖とも(1.20)に因る時ハ、其定二直線を集めて、残る定一直線より大ならざるべからず

ABCを定三直線に命し、其二直線ハ、残る一直線より大なり、即ABを集めて、Cより大なり、ACを集めて、Bより大なり、及ひBCを集めて、Aより大なり、此ABCハ三直線を、三辺となして、三角を畫く事を求む、

第二十二圖



D点を設け、DよりEの方へ、不定長乃一直線DEを畫き、(1.3)より因てDFをAょ等く、FGをBふ等く、GHをCふ等くあし、而してFを中心となし、FDの距離を以て、DKLの圏を畫き、又Gを中心となし、GHの距離を以て、HLKの圏を畫く、而してKF KGを結ぶ、爰ふ於てKFGの三角ハ、ABC乃三直線ふ等き、三辺を有つ爲し

$FD = FK$ (1)

$FD = A$ (2)

$\therefore FK = A$ (3)

$GH = GK$ (4)

$GH = C$ (5)

$GK = C$ (6)

$FG = B$ (7)

(證)F点ハ、圏の中心なる故ふ、FDハFKふ等し(1)あり、令FDをAょ等くなせ(2)あり、故よ(3)ふして、FKハAふ等きを知る、次ふG点ハ、HKLの圏の中心ある故よ、(4)の如くGHハGKふ等し、併GHをCふ等くなせ(5)あり、故ふGKハCふ等きを知る(6)あり、而してFGをBよ等くなしたる故ふ(7)と俱ふ、爰ふ於て、KF FG GKの三直線ハ、ABC乃三直線ふ等き、(3)(6)(7)よ於て明あり、夫故ふKFGの三角の三邊KF FG GKハ、定三直線ABCふ等く畫き得たり

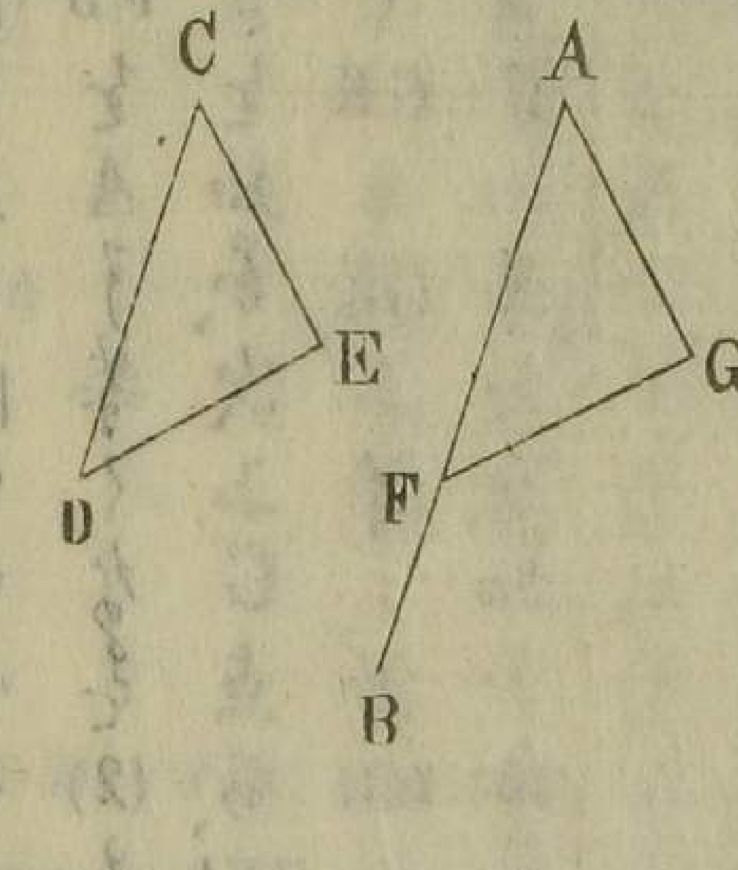
考定第二十三問題

定直線の端ふ、定直線角ふ等き直線角を畫く事

ABを定直線よ命し、Aを其定点とし、而してDCEを定直

線角に命も、其定直線角DCEぶ等れ角を、定直線ABのA点ろ畫くあとを求む

第二十三圖



CD CEぶ或ゑ点D Eを取り、DEを結ぶ、而して(1.22)ゟ因て、CD DE ECの三直線ろ、其三邊を同しうもる、AFGの三角を畫く時ゐ、即AFとCD、AGとCE、及FGとDE、等くして、FAGの角ゐ、DCEの角ゟ、等かゑ應し

(證)各辺等きを(1)(2)(3)、底線等きを(4)ぶして、皆先知ある故ぶ

$$AF = CD \quad (1)$$

$$AG = CE \quad (2)$$

$$FA + AG = DC + CE \quad (3)$$

$$FG = DE \quad (4)$$

(1.8)

$$\angle FAG = \angle DCE \quad (5)$$

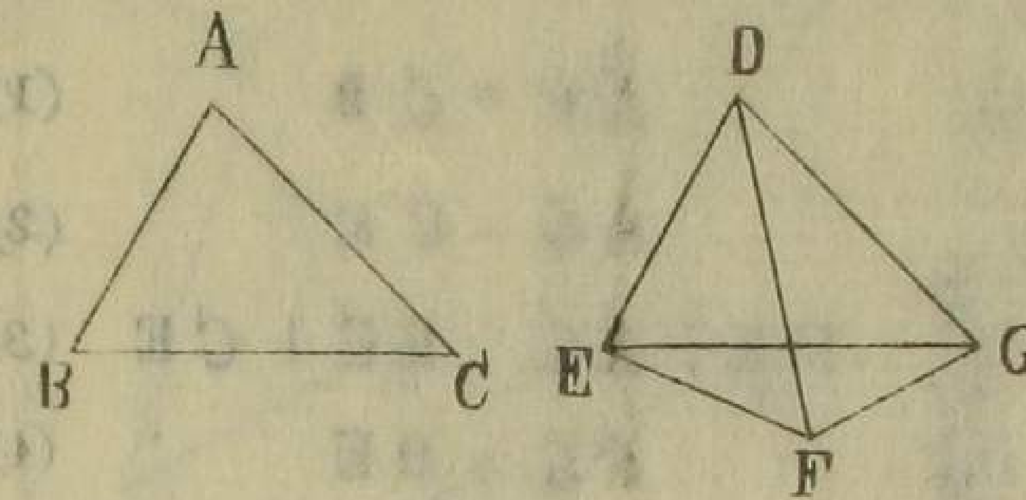
(1.8)ゟ因て、DCEの角ゐ、FAGの角ゟ等きなり、夫故ゟ定直線ABろA点ぶ於て、FACの角ゐ、定直線角DCEゟ等く、畫き得たり

考定第二十四定理

若二ッの三角ありて、第一の三角ぶ二邊各、第二の三角の二邊各ゟ等く、且第一の二邊ぶ有もる角、第二の夫ぶ等き二邊ぶ有もる角より、大ある時ゐ、其大なる角

を有する所乃、其底線は、第二の底線より、大なるべし
ABC DEFを二ツの三角に命し其ABCの三角形ABACの二邊各
DEFの三角乃DE DFの二辺各り等し即
ABはDEに、ACはDFに等くしてBAC乃角
はEDF乃角より大なる時は底線BCは
又底線EFより大なるべし

第二十四圖



DE DFの二辺何れか大ならざるやを
察し而してDEの辺をDF乃邊より大なら
むと看定する時は(1.23)に因て直線DEの
D点に於てEDGの角をBACの角に等くなし
而してDGをAC或はDFに等くなしEG GF
をむすぶ、

先知

$$AB = DE \quad (1)$$
$$AC = DG \quad (2)$$
$$BA + AC = ED + DG \quad (3)$$
$$\angle BAC = \angle EDG \quad (4)$$

(1.4)

$$BC = EG \quad (5)$$

先知

$$DF = DG \quad (6)$$

(1.5)

$$\angle DFG = \angle DGF \quad (7)$$
$$\angle DGF > \angle EGF \quad (8)$$
$$\angle DFG > \angle EGF \quad (9)$$
$$\angle EFG > \angle EGF \quad (10)$$

(1.19)

$$EG > EF \quad (11)$$
$$BC = EG \quad (5)$$
$$BC > EF \quad (12)$$

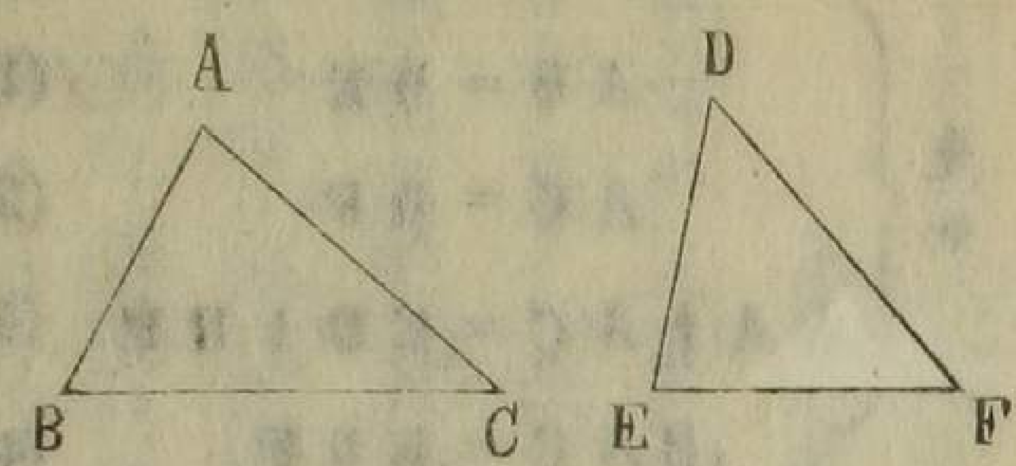
(證) ABはDEに等く、ACはDGに等く、BA ACの二邊各、ED DG乃二辺各々等く、而してBACの角は、EDG乃角に等し、即(1)(2)

(3)(4)を先知なる故に、(1.4)に因て、底線BCハ、底線EGに等しき(5)なり、且DFハDGに等しきハ、先知なる故に、(1.5)に因れバ、DFG乃角ハDGFに等き(7)なり、而して圖に因れバ(8)の如くDGFの角ハEGFの角より大なり、故にDFGの角も、EGFの角より大なる(9)なり、大なる角より尚大なる、EFG乃角ハEGFの角より大なるを知る(10)なり、爰に於て、EFG乃三角の、EFGの角ハ、EGFの角より大なり、(1.19)に因れバ、大なる角ハ大なる辺に對する故にEGの辺ハ、EF乃辺より大なるを知る(11)なり、又BCハEGに等きハ(5)に挙たり、是を比較して、BCハEFより大なるを知る(12)なり、夫故に若二の三角云云

考定第二十五定理

若二ツの三角ありて、第一の三角の二邊各、第二の三角の二邊各り等しく、然と雖とも、第一の底線ハ、第二乃底線より大なる時ハ、大なる底線を持所の二邊に有せる角ハ、他乃夫に等き二邊に有せる角より、大なるべし

第二十五圖



ABC DEFを二ツの三角と命し、其ABCの三角のAB ACの二邊各、DEFの三角乃DE DFの二邊各り等く、即ABとDE ACとDF等くして、底線BCハ、底線EFより大なる時ハ、BACの角ハ、EDFの角より大なるべし

先知
$$AB = DE \quad (1)$$
$$AC = DF \quad (2)$$
$$BA + AC = ED + DF \quad (3)$$
$$\angle BAC = \angle EDF \quad (4)$$
(1.4)
$$BC = EF \quad (5)$$
先知
$$BC > EF \quad (6)$$
$$\angle BAC < \angle EDF \quad (7)$$
(1.24)
$$BC < EF \quad (8)$$
先知
$$BC > EF \quad (6)$$

(證)若夫を大ならずといふ時は、夫に等きハ、或ハ夫より小ならざる㕝能ハず、然れとも、BACの角は、EDF乃角に等からず、若等とせれバ、(1)(2)(3)ハ先知なる故、(1.4)に因て、BCはEFに等き(5)なり、併夫は(6)の如く等からざるハ先知なり、夫故にBACの角は、EDFの角に等からざる明なり、或ハ(7)の如く夫より小なりとせれバ、(1.24)に因て、(8)の如く底線BCは、底線EFより小なるべし、然れども(6)の如く、夫は小ならざるなり、夫故にBACの角はEDFの角より小ならざる明なり、而して夫と等からざる證は前に擧たり、爰に於てBACの角はEDFの角より大なり、夫故に若二ッの三角有て云々

考定第二十六定理

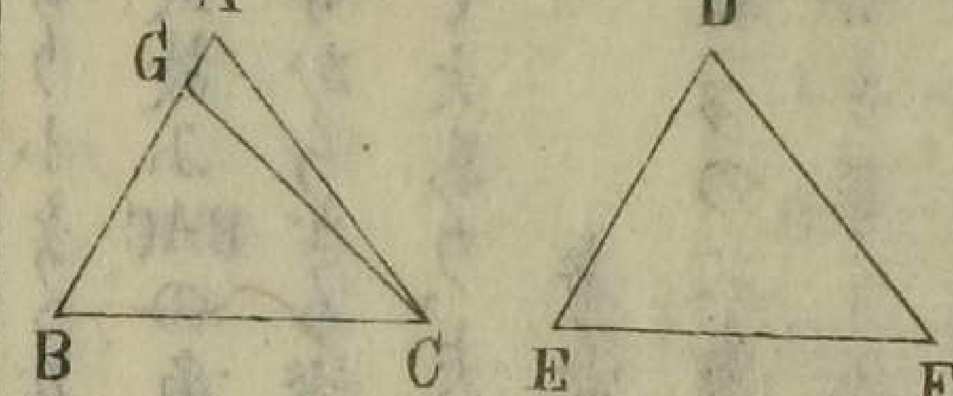
若二ッの三角有て、第一の三角の二角各、第二の三角の二角各〻等く、而して其一邊ハ、一辺も等く、即等き角の各に隣たる辺、或は等き角の各に對する辺、等き時は他の辺の各ハ、各に等く而して、又第一の残る一角は、第二乃残る一角に等かるべし

ABC DEFを二ッの三角に命し、其有する ABC ACBの角の各々、DEF DFE

の角の各に等し、即ABCハDEFに、ACBハDFEに等く而して、又其一辺ハ、一辺に等し、且始に二ツの三角に於て、等き角に隣たる辺をして等からしむ、即BCハEFに等しとする時ハ、

他の辺の各ハ、各に等かる可し、即ABハDEに、ACハDFに等く、而して残る一角BACハ、残る一角EDFに等かる可し

第二十六圖



若ABハDEに等からずといふ時ハ、其何れかの一辺ハ他の一辺より大ならざるを得ず、今ABを大なりとして、BGをDEに等くなし、GCをむすぶ

(證)(1)(2)(3)(4)ハ先知なる故に(1.4)に因て底

先知

$$BG = DE \quad (1)$$
$$BC = EF \quad (2)$$
$$GB + BC = DE + EF \quad (3)$$
$$\angle GBC = \angle DEF \quad (4)$$

(1.4)

$$GC = DF \quad (5)$$
$$\triangle GBC = \triangle DEF \quad (6)$$
$$\angle GCB = \angle DFE \quad (7)$$

先知

$$\angle DFE = \angle ACB \quad (8)$$
$$\angle GCB = \angle ACB \quad (9)$$
$$\angle GCB < \angle ACB \quad (10)$$

線GCハ、底線DFに等き(5)なり、GBCの三角とDEFの三角と同形なり(6)なり、而して等き辺に對する、他の角の各ハ、各に等き故に、GCBの角ハ、DFEの角に等き(7)なり、併(8)の如く、DFEの角ハACBの角に等きハ先知

先知

$$AB = DE \tag{11}$$

$$BC = EF \tag{12}$$

$$AB + BC = DE + EF \tag{13}$$

$$\angle ABC = \angle DEF \tag{14}$$

(1.4)

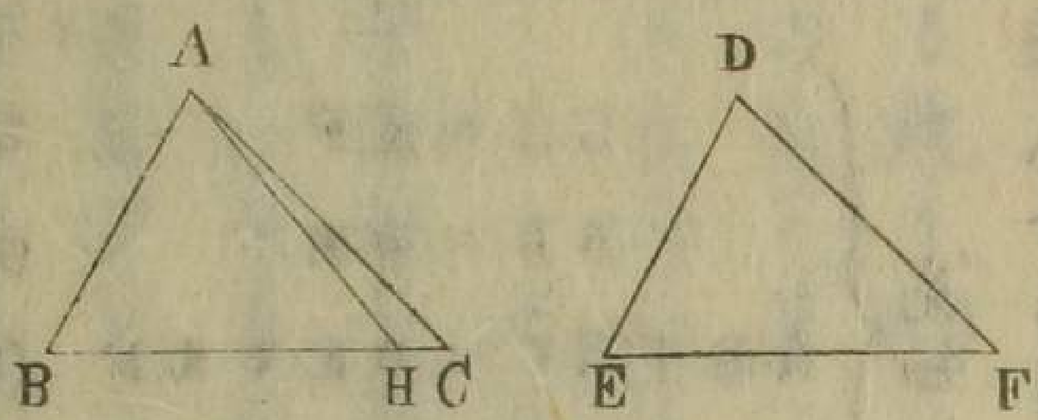
$$AC = DF \tag{15}$$

$$\triangle ABC = \triangle DEF \tag{16}$$

$$\angle BAC = \angle EDF \tag{17}$$

なる故(9)に於てGCBの角とACBの角と等しとせば、圖に因れば(10)なる故に小の大に等しき、理に於てあらざるなり、故にABはDEに等しからざるにあらず、即相等しとせば(11)なり、而して(12)(13)(14)は先知なる故に、(1.4)に因て底線ACは、底線DFに等しく、ABCの三角と、DEFの三角と、同形なるを以て、ABCの角は、DEFの角に等しき我知る、(15)(16)(17)なり

次に各の三角に於て、等しき角に對する辺をして等からしむ、即ABはDEに等しきを先知とし、爰に於て他の辺の各々、各に等しかるべし、即BCとEF、ACとDF等しくして、第一の残る角BACと、第二の残る角EDFも、又等しかるべし



$$BH = EF \tag{1}$$

$$AB = DE \tag{2}$$

$$AB + BH = DE + EF \tag{3}$$

$$\angle ABH = \angle DEF \tag{4}$$

(1.4)

$$AH = DF \tag{5}$$

$$\triangle ABH = \triangle DEF \tag{6}$$

$$\angle AHB = \angle DFE \tag{7}$$

先知 $$\angle DFE = \angle ACB \tag{8}$$

$$\angle AHB = \angle ACB \tag{9}$$

$$\angle AHB > ACB \quad (1.16) \tag{10}$$

若BCはEFに等からずと云時は其何れか大ならざるを得ず、今BCを大なりとして、BHをEFに等からしめ、AHを結ぶ

先知
$$BC = EF \quad (11)$$
$$AB = DE \quad (12)$$
$$AB + BC = DE + EF \quad (13)$$
$$\angle ABC = \angle DEF \quad (14)$$
(1.4)
$$AC = DF \quad (15)$$
$$\angle BAC = \angle EDF \quad (16)$$

證(1)(2)(3)(4)先知なる故に(1.4)に因れば底線AHは、底線DFに等く、而してABHの三角はDEFの三角と同形にして、等き辺に對する他の角の各は、各に等かる可し、即AHBの角は、DFE角に等きを知る、(5)(6)(7)なり、且DFEの角は、ACBの角に等きは、先知にして、(8)なり、(7)(8)交換して、AHBの角は、ACBの角に等きを得る(9)なり、是を見るにAHBの角は、AHCの三角形の外角なる故、(1.16)に因れば、是に對する内角ACBに等かる能はざるなり、是を以てBCと、EFは、等からざるを得ず、即相等き(11)なり、且(12)(13)(14)は先知なる故り、(1.4)に因て底線ACは、底線DFに等く、第一の残るBACの角は、第二の残るEDFの角に等きを知る、(15)(16)なり、夫故に若二ツの三角云云

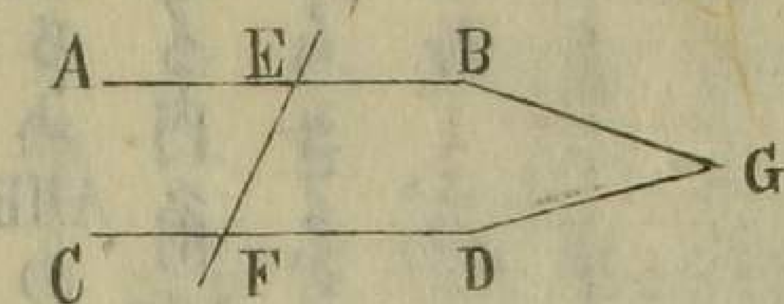
考定第二十七定理

若直線を、他の二直線の上に落し、代る角をして、互に等からしむれば、此二直線は平行す可し

直線EFを、二直線AB、CDの上に落し、代る角AEF、EFDをして、互に等からしむれば、ABはCDと平行す可し

若夫ゥ平行せざる時ハ、AB及ひCDを遥ふ引延せバ終ふ
BD或ハACの方ふ於て會を爲し、今是をBDの方ふ引
延し、G点ふ於て會せしむ

第二十七圖



$\llcorner AEF > \llcorner EFG$ (1.16) (1)

先知 $\llcorner AEF = \llcorner EFD$ (2)

(證)直線AB CDハ、G点ふ於て會を爲す時
ハ、GEFの三角形をなせ、(1.16)ふ因りて、
其外角、AEFハ、是ふ對せる、内角EFGよ
り大なり、併其相等きハ先知なり
故ニAEFの角ハ、EFGの角より、大なる
能ハざるなり、是ふ因てAB CDを、B
Dの方ふ引延と雖とも、會せざる
明なり、同法ふ因てACの方ニ引

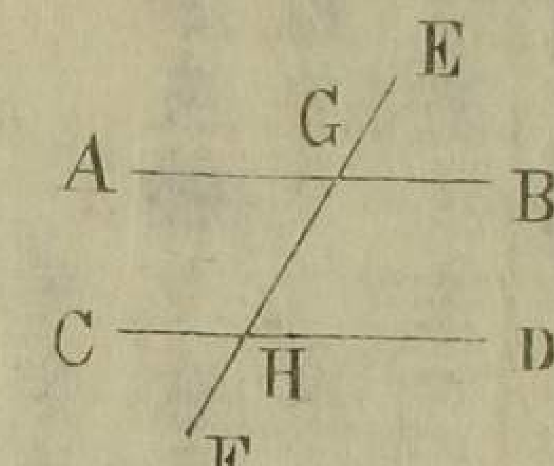
延とも、會せざる證をなし得べし、且、(D.35)ふ因る時ハ、如何
遥ふ引延と雖とも、決して會せざる所の直線ハ、互ふ
平行せるを擧たり、因てABハCDふ平行なり、夫故ふ若
直線を他の二直線云云

考定第二十八定理

若直線を、他の二直線の上ふ落し、其直線の一方ふ於て、外
角をして、是ふ對せる内角ふ、等からしめ、或ハ一方ふ於て、
内角を集めて、二直角に等からしめバ、此二直線ハ互ふ平
行を爲し

直線EFを、二直線AB CDの上ふ落し、其EFの一方ふ於て、外
角EGBをして、是ふ對せる内角GHDふ、等からしめ、或ハ一方ふ

第二十八圖



先知
$$\angle EGB = \angle GHD \qquad (1)$$
$$\angle EGB = \angle AGH \ (1.15) \qquad (2)$$
$$\angle AGH = \angle GHD \qquad (3)$$

先知
$$\angle BGH + \angle GHD = 2R \qquad (4)$$
$$\angle AGH + \angle BGH = 2R \ (1.13) \qquad (5)$$
$$\angle AGH + \angle BGH = \angle BGH + \angle GHD \qquad (6)$$
$$\angle AGH = \angle GHD \qquad (7)$$

於て、內角BGH GHDを集めて、二直角に等からしめバ、ABハCDと平行なるべし

(證) EGBの角ハ、GHDの角に等きハ、先知(1)なり(1.15)に因れバEGBの角ハAGH角に等き(2)なり、故にAGHの角ハ、GHDの角に等き(3)なり即代る角なるを以て(1.27)に因れバABハCDと平行なり

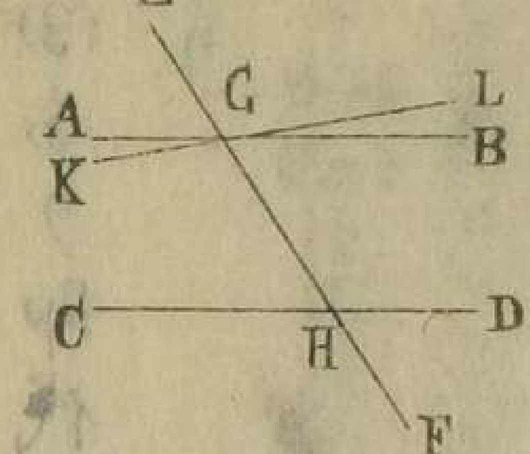
次にBGH GHDの角を集めて、二直角に等しき(4)なり、(1.13)に因れバ、AGH BGHの角を集めて、二直角に等き(5)なり、故に(6)を得今(6)より普通の角、BGHを消去して、AGHの角ハ、GHDの角に等きを知るなり即代る角なるを以て、(1.27)に因れバ、ABハCDに平行なり、夫故に若直線云云

考定第二十九定理

若直線を、平行なる二直線の上より落せし時ハ、其代る角、互に相等く、而して直線の一方に於て、外角ハ、是に對せる

る、内角に等しく、又一方に於て、二ッの内角を集めて、二直角に等しかるべし

第二十九圖



$\angle AGH = \angle GHD$ (1)

$\angle ACH = \angle EGB$ (1.15) (2)

$\angle EGB = \angle GHD$ (8)

$\angle EGB + \angle BGH = \angle BGH + \angle GHD$ (4)

$\angle EGB + \angle BGH = \angle 2R$ (1.13) (5)

$\therefore \angle BGH + \angle GHD = \angle 2R$ (6)

直線EFをして、平行なる二直線、AB CDの上に落さしむる時は、其代る角AGH GHDは、互に相等く、而してEFの一方に於て、外角EGBは、是に對する内角GHDに等しく、又一方に於て、二ッの内角BGH GHDを集むれば、二直角に等かるべし

(證)若AGHの角は、GHDの角に等からずと思はゞ、別にGHDの角に等しき角KGHを設け、直線KGをLに引延ばして、於て代る角KGH GHDを等しとする故に、(1.27)に因て直線KLはCDと平行をなし、併ながらAB CDの二直線、平行なるは先知なる故なり、AB KLの二直線共に、G点を通して、CDに平行するは論を待たずして、平行する能はざるなり、故にKLとCDを平行ならしめば、KGHの角も又GHDの角に等からざるを以て、AGHの角は、GHDの角に等しき事明なり、且(1.15)に因れば、AGHの角は、代るEGBの角に等しき(2)なり、故に又外角EGBは是に對する内角GHDに等しき(3)なり、其等しき各に、BGHの角加ふ(4)なり、(1.13)に因れば、EGB BGHの二角を集めて

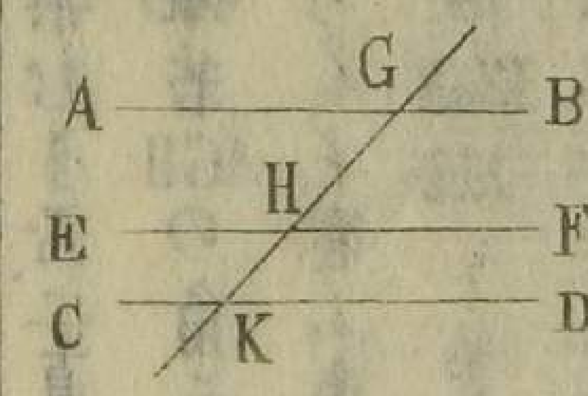
二直角に等き(5)あり、故に又二ッの内角BGH GHDを集めて、二直角に等きを知る(6)なり、夫故に若直線を平行する云云

考定第三十定理

同一直線に、平行する所の直線ハ、互に平行する者あり

直線AB CDの各ゝ、直線EFに平行する時ハ、ABハCDに平行する者あり

第三十圖



$\angle AGH = \angle GHF$ (1.29) (1)

$\angle GHF = \angle GKD$ 〃 (2)

$\therefore \angle AGK = \angle GKD$ (3)

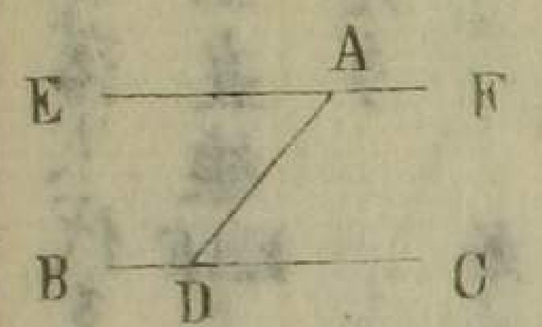
(證)直線GHKをAB EF CDの上に落して、然る時に、GHKハ平行直線AB EF乃上に落る故に、(1.29)に因れバ、AGHの角ハGHFの角に等し(1)あり、又直線GHKハ平行直線EF CDの上に落る故に、(1.29)に因れバ、GHFの角ゝGKDの角に等し(2)あり、(1)(2)より(3)を得、即代る角AGK GKDゝ等きを以て、(1.27)に因れバ、ABゝCDに平行す、夫故に同一直線に云云

考定第三十一問題

定点を通して、定直線に平行する直線を畫く事

Aを定点に、BCを定直線に命し、今A点を通して、BCに平行する直線を畫く事を求む

第三十一圖



$\angle EAD = \angle ADC$ (1)

BC中に、随意にD点を設け、ADを結び、直線ADのA点に、(1.23)に因て、DAEの角を、ADCの角に等くなし、而して直線EAをFに迄引延もて

(證)(1.27)に因れバ、直線ADを二直線EF BCの上

ニ落し、代る角EADを、ADCニ等からしむれバ、EFハBCニ平行なり、夫故ニ直線EAFハ、定点Aを通して定直線BCニ平行して畫き得たり

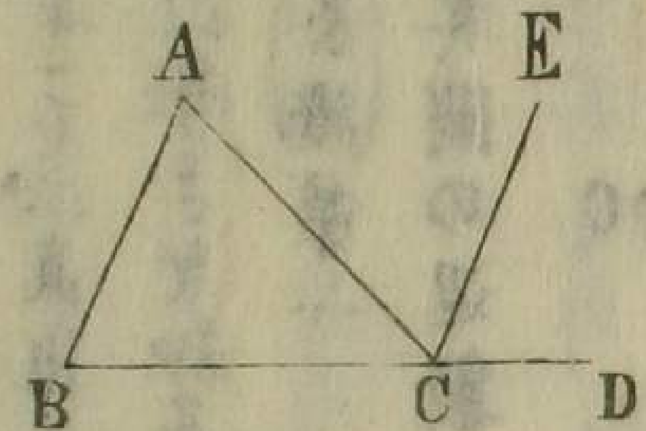
考定第三十二定理

若三角の或る一辺を延す時ハ、其外角ハ是ニ對する二ッの内角ニ等く、且凡そ三角の内角總計ハ二直角ニ等きなり、

ABCを三角ニ命し、其一辺BCを、Dニ引延す時ハ、外角ACDハ、是ニ對する二ッの内角CAB ABCニ等かるべし、而して三角の内角BAC ACB CBAを集むれバ、二直角ニ等しかるべし、

(1.31)ニ因て、直線ABニ平行ニC点を通して直線CEを畫く、

第三十二圖



$\angle ACE = \angle BAC$ (1.29) (1)

$\angle DCE = \angle CBA$ 〃 (2)

$\angle ACD = \angle BAC + \angle CBA$ (3)

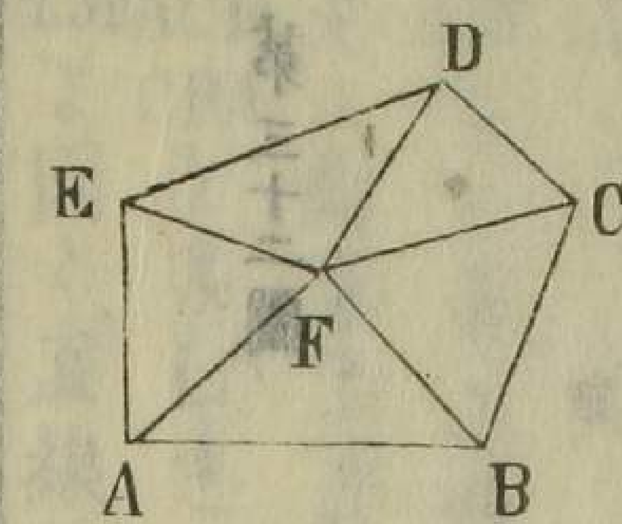
$\angle ACD + \angle ACB = \angle BAC + \angle ACB + \angle CBA$ (4)

$\angle ACD + \angle ACB = 2R$ (1.13) (5)

$\angle BAC + \angle ACB + \angle CBA = 2R$ (6)

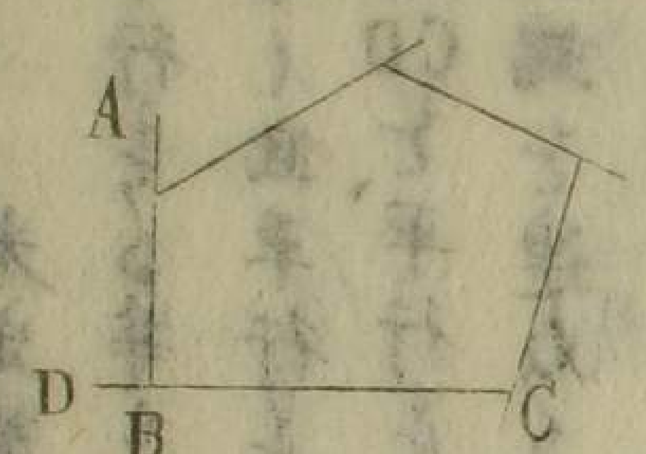
(證) AB、ハCEニ平行して、ACハ夫ニ會するを以て、(1.29)ニ因れバ代る角ACEハBACニ等し(1)なり、又ABハCEニ平行して、BDハ夫ニ會するを故ニ、(1.29)ニ因れバ外角DCEハ是ニ對する内角CBAニ等し(2)なり、(1)(2)相加へ(3)を得、即ABC

の三角の外角ACDハ是ニ對する二ッの内角 BAC CBA ニ等きこを知る、其等き各ニ、ACBの角を加へて(4)を得、(1.13)ニ因きバ、ACD ACB の二角を集むきこで二直角ニ等き(5)あり、故ニ BAC ACB CBA の三ッの内角ハ二直角に等きを知る(6)あり、夫故ニ若三角の或る一辺云云



系證第一　或る直線圖の内角總計ニ四直角をかふまこバ、其圖の辺數二倍の直角ニ等し

或る ABCDE の直線圖の内点Fより角の各ニ辿直線を画く時ハ圖の辺數丈けの三角ニ分ち能ふ今此考定の解ニ因て凡三角の内角總計ハ二直角ニ等き故ニ圖の辺數丈の三角の内角總計ハ又辺數丈けの二倍の直角ニ等し、併圖の内角總計と、Dニ於る角、「(1.15)系證第二ニ因る」即四直角とを集めて圖の辺數丈けの三角の内角總計ニ等きあり、夫故ニ圖の内角總計ニ四直角を加へて圖の辺數丈けの直角二倍ニ等きあり、



系證第二　直線圖の外角總計ハ四直角ニ等きあり、

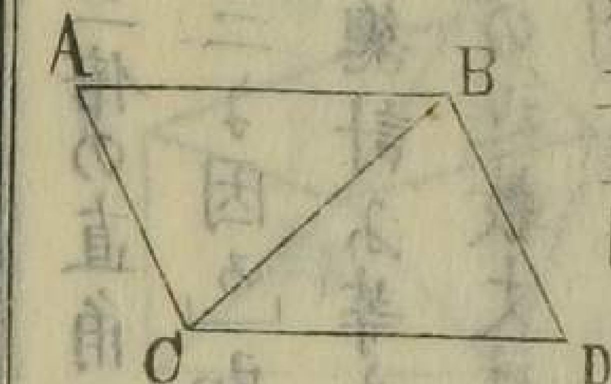
(1.13)ニ因きバ内角の一ッ ABC と其隣る外角 ABD とを集めて二直角ニ等きを以て圖の内角總計ハ外角總計加へて圖の辺數丈けの直角二倍ニ等し、即前の系證ニ於て圖の内角總計ニ四直角を加ふる者ニ等し、夫故ニ外角總計ハ四直角ニ等きあり

考定第三十三定理

平行なる等き二直線の両端を連ぬる直線ハ、又自然に等く且平行なるへし

ABCDを、平行なる等き二直線と命し、其ABCDの二直線の、両端を連ぬる、ACBDの二直線ハ自然に等く且平行なるを、

BCを結ぶ



第三十三圖

(證)ABCDの二直線ハ平行しなれハ、BCハ夫ニ會す故に(1.29)ニ因まバ代る角ABC BCDハ互に等し、且ABCDの等きを先知にしなて、BCハABC DCBの二ツの三角ニ普通なるに因て、(1)(2)(3)(4)を先知とせる時ハ、(1.4)に因て底線ACハ底

線BDに等く、ABC DCBの二ツの三角ハ同形にして等き辺に對するに所の他の角ハ各この各に等きを知る故にACBの角ハCBDの角に等き、即(5)(6)(7)なり、而して直線BCを直線ACBDの上に落し、代る角ACB CBDをして互に等からしむるを、(1.27)に因て、ACのBDに平行なるて且其等き事を(5)に顕され、夫故に

平行なる等き二直線云云

$$AB = CD \quad (1)$$

$$CB = CB \quad (2)$$

$$AB + BC = DC + CB \quad (3)$$

$$\angle ABC = \angle DCB \quad (1.29) \quad (4)$$

(1.4)

$$AC = BD \quad (5)$$

$$\triangle ABC = \triangle DCB \quad (6)$$

$$\angle ACB = \angle CBD \quad (7)$$

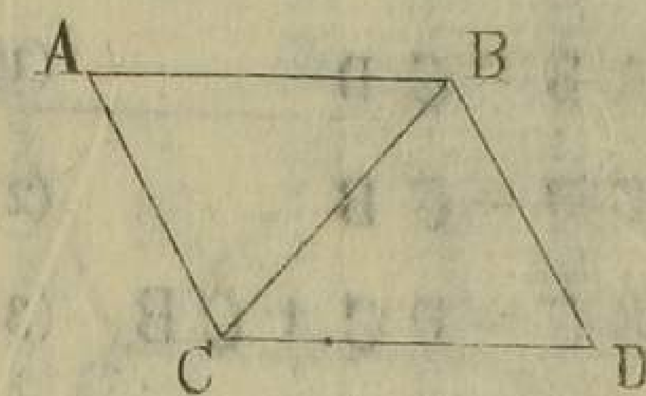
考定第三十四定理

平行辺形の、相對せる辺、及ひ角ハ互ニ等きものなり、且徑ハ斜線と云ふ、夫を等く分つ者なり

解 平行辺形ハ相對せる辺、平行せる所の四辺圖なり、且徑或ハ斜線ハ其相對せる角を結ぶ直線なり

ABCDを平行辺形ニ命し其經ハBCなり、圖の相對せる辺、

第三十四圖



$$\angle ABC = \angle BCD \quad (1.29) \quad (1)$$
$$\angle ACB = \angle CBD \quad 〃 \quad (2)$$
$$BC = CB \quad (3)$$
(1.26)
$$AB = CD \quad (4)$$
$$AC = BD \quad (5)$$
$$\angle BAC = \angle BDC \quad (6)$$
$$\angle ABD = \angle ACD \quad (7)$$

先知
$$AB = CD \quad (4)$$
$$BC = CB \quad (3)$$
$$AB + BC = DC + CB \quad (8)$$
$$\angle ABC = \angle DCB \quad (1)$$

$$\triangle ABC = \triangle DCB \quad (1.4) \quad (9)$$

及ひ角、相互ニ等くして、徑BCハ夫を等分する者なり、

(證) ABとCDハ平行して、BCハ夫ニ會せ故ニ(1.29)ニ因れは、代る角ABC BCDハ、互ニ等し(1)なり、而して、ACとBDハ平行して、BCハ夫ニ會せ故ニ代る角ACB CBDハ互ニ等し(2)なり、今ABCの三角ニ於て、ABC ACBの二角各ハ、BCDの三角ニ於る、BCD CBDの二角各ニ等く、且BCの一辺ハABC BCDの二ッの三角ニ普通なる故ニ、(1.26)ニ因ては他の辺の各ハ、各ニ等く及ひ残る一角ハ残る一角ニ等く即(4)(5)(6)なり然るに時ニABCの角ニの、BCDの角ニ等く、CBDの角ハ、ACBの角ニ等きものハ(1)(2)ニ擧たる故ニ、全角ABDハ全角ACDニ等き(7)なり、且BAC BDCの角の等きもの(6)ニ擧たり、是ニ因て、平

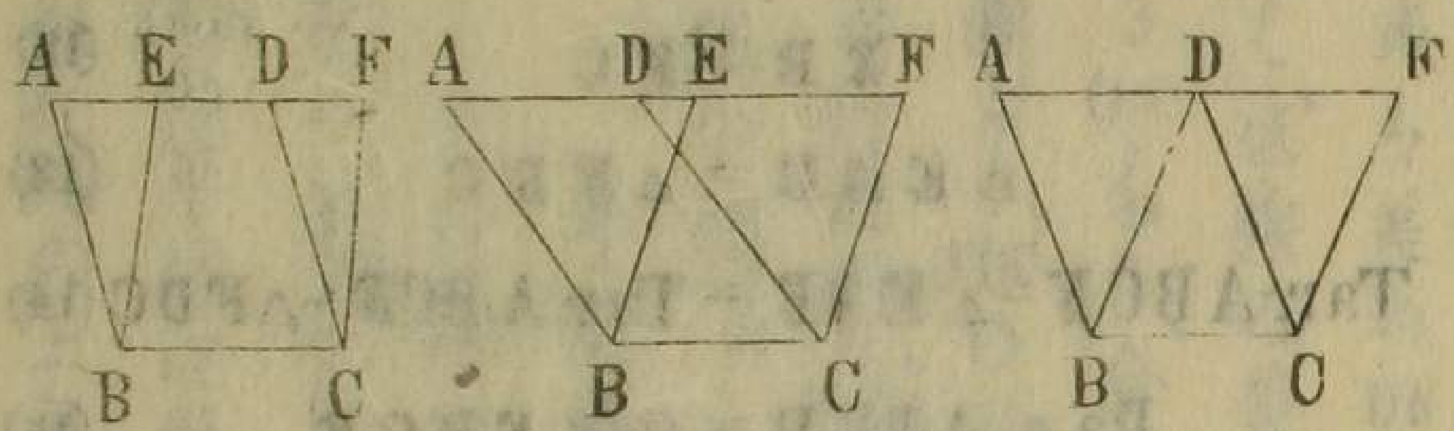
行辺形の、相對する辺及ひ角等きを知るあり、又徑ヶ夫を等分もて(4)(3)(8)(1)を先知なる故ゟ、(1.4)よ因りて ABC の三角ふの、DCB の三角ふ等きあり、爰ふ於て BC の、ACDB の平行辺形を等く分つを知る、夫故ふ平行辺形の、相對云云

考定第三十五定理

同一平行線の間ふ何あ一底線上の平行辺形を、互ふ等き者あり

ABCD EBCF の平行辺形をして同一平行線 AF、BC の間よあつて、BC の一底線上ふあらしめぞ、ABCD の平行辺形ちて、EBCF の平行辺形ふ、等かあ屋し、

第三十五圖



$$\mathrm{Par.}ABCD = 2\triangle BDC \quad (1.34) \quad (1)$$

$$\mathrm{Par.}DBCF = 2\triangle BDC \quad 〃 \quad (2)$$

$$\mathrm{Par.}ABCD = \mathrm{Par.}DBCF \quad (3)$$

$$AD = BC \quad (1.34) \quad (4)$$

$$EF = BC \quad 〃 \quad (5)$$

$$AD = EF \quad (6)$$

$$AD \pm DE = \pm DE + EF \quad (7)$$

先知

$$AE = DF \quad (8)$$

$$AB = DC \quad 〃 \quad (9)$$

$$EA + AB = FD + DC \quad (10)$$

$$\angle EAB = \angle FDC \quad (1.29) \quad (11)$$

(1.4)

$$EB = FC \qquad (12)$$

$$\triangle EAB = \triangle FDC \qquad (13)$$

$$\text{Tar.}ABCF - \triangle EAB = \text{Tar.}ABCF - \triangle FDC \qquad (14)$$

$$\text{Par.}ABCD = \text{Par.}EBCF \qquad (15)$$

(證)若第一の圖の如く、DE点に一致する時は、(1.34)に因て、ABCD DBCFの平行辺形の各々、BDCの三角の二倍なる事明らかなる(1)(2)の如し、故に(3)にして二ツの平行辺形互に等きを知るなり

然れとも若第二第三の圖の如く、DE点に一致せざる時は、ABCDは平行辺形なる故に、(1.34)に因て(4)なり同理に因て(5)なり故に(6)を得、第二の圖に於ては、(6)の両節へDEを加へ、第三の圖に於ては、(6)の両節よりDEを減ずれば、然る時は和或は差のAEは、和或は差のDFに等く及ひ(9)(10)(11)は先知なる故に、(1.4)に因て底線の等き(12)にして、EABの三角は、FDCの三角に等きを知る(13)なり、今ABCFの四辺圖より、EABの三角を減し、又同し四辺圖より、FDCの三角を減ず(14)なり其残り互に等きを以て、ABCDの平行辺形は、EBCFの平行辺形に等き(15)なり夫故に同し平行線の間云云

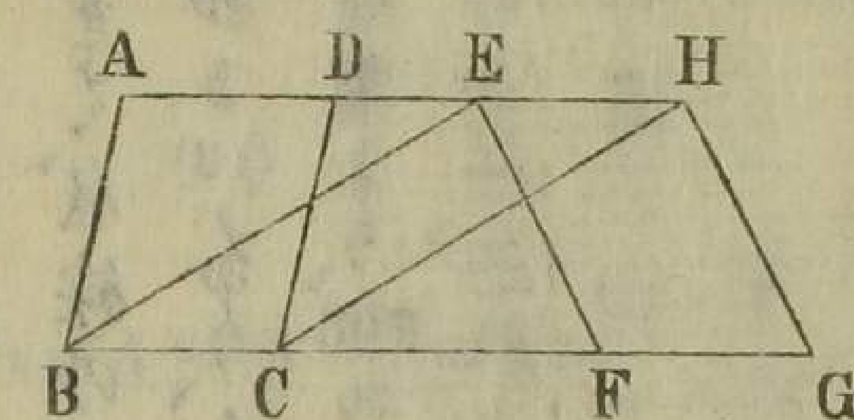
考定第三十六定理

同し平行線の間にありて等き底線上の平行辺形は、互に等き者なり

ABCD EFGHの平行辺形をして同し平行線AH BGの間にありて、等き底線BC FGの上にあらしむれば、ABCDの平行辺形は、EFGHの平行辺

形に等しかるべし
BE CHを結ぶ

第三十六圖



先知 BC = FG (1)

FG = EH (1.34) (2)

BC = EH (3)

EB = CH (1.33) (4)

Par. EBCH = Par. ABCD (5)

Par. EFGH = Par. EBCH (6)

Par. ABCD = Par. EFGH (7)

(證) (1)は先知なり、(1.34)に因まで平行辺形の相對する辺等き故に(2)なり、因て(3)を得、今BC EHは平行して而して直線BE CHに因て同方を結ぶ且(1.33)に因まで等き平行二直線の両端を結ぶ二

直線は、自然に等く平行する故に、EB CHは等く且平行する(4)なり、爰に於て、FBCHは平行辺形なる明なり而してABCDの平行辺形と共に、平行線BG AHの間にありて一底線BC上にある故に、に因まで(5)なり、同理に因て(6)を得故にABCDの平行辺形は、EFGH(1.35)乃平行辺形に等きを知る(7)なり、夫故に同し平行線乃間
云云

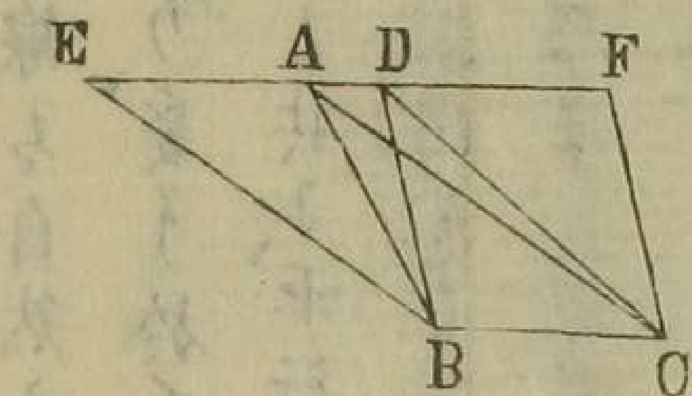
考定第三十七定理

同し平行線の間にある、一底線上の三角は、互に等き者なり

ABC DBCの三角をして、同し平行線AD BCの間にありて、一底線BC上にあらしむまで、ABCの三角は、DBCの三角と等かるべし

ADを両方に引延し、而して(1.31)に因てBよりBEを、CAに平行に畫き、又CよりCFを、BDに平行に畫く

第三十七圖



$$\mathrm{Par.}EBCA = \mathrm{Par.}DBCF \quad (1.35) \quad (1)$$

$$\tfrac{1}{2}\mathrm{Par.}EBCA = \triangle ABC \quad (1.34) \quad (2)$$

$$\tfrac{1}{2}\mathrm{Par.}DBCF = \triangle DBC \quad 〃 \quad (3)$$

$$\triangle ABC = \triangle DBC \quad (4)$$

(證) EBCA DBCFの各々平行辺形あり、而して同じ平行線BC EFの間にあつて一底線BC上にあるを以て、(1.35)に因れば(1)なり、且EBCAの平行辺形を其徑ABに等分せる故に、(1.34)に因れば(2)なり、又DBCFの平行辺形を其徑DCに等分せる故なり(3)なり、併(A.7)に因れば等き物の半ハ、

等きあり、故にABCの三角ハ、DBCの三角に等きを知る(4)なり、

夫故に同じ平行線の間 云云

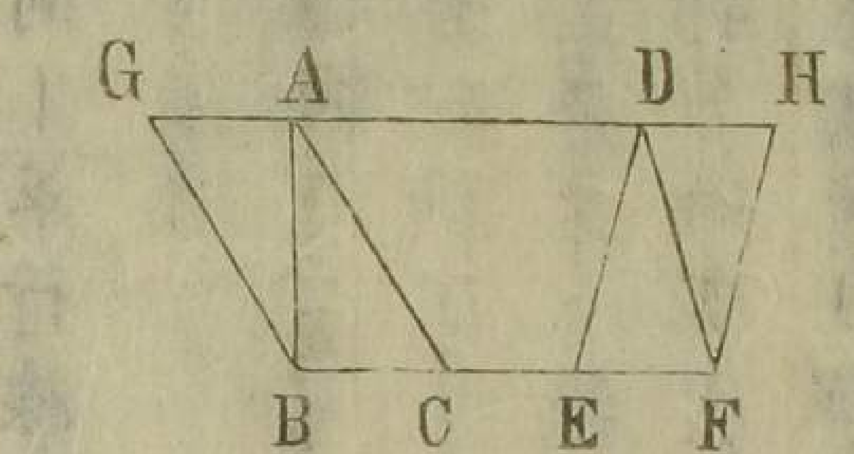
考定第三十八定理

同じ平行線の間にあつて等き底線上の三角ハ、互に等きあり

ABC DEFの三角をして同じ平行線BF ADの間にあつて等き底線BC EF上にあらしむれば、ABCの三角ハ、DEFの三角と等かるべし

ADを両方に引延し、(1.31)に因てBよりBGをCAに平行に畫き、FよりFHをEDに平行に畫く

第三十八圖



$$\text{Par.}GBCA = \text{Par.}DEFH \quad (1.36) \quad (1)$$

$$\triangle ABC = \tfrac{1}{2}\text{Par.}GBCA \quad (1.34) \quad (2)$$

$$\triangle DEF = \tfrac{1}{2}\text{Par.}DEFH \quad 〃 \quad (3)$$

$$\triangle ABC = \triangle DEF \quad (4)$$

（證）GBCA DEFHの圖の各々平行辺形なり而して同じ平行線BF GHの間にありて等き底線BC EF上にあるが故に(1.36)に因て(1)なり且GBCAの平行辺形を其經ABにて等分する故に(1.34)に因ては(2)なり又DEFHの平行辺形を、其徑DFが等分する故に(3)なり併等き物の半なるは等きなり是に因てABCの三角はDEFの三角と等きを知る(4)なり夫故に同じ平行線の間云々

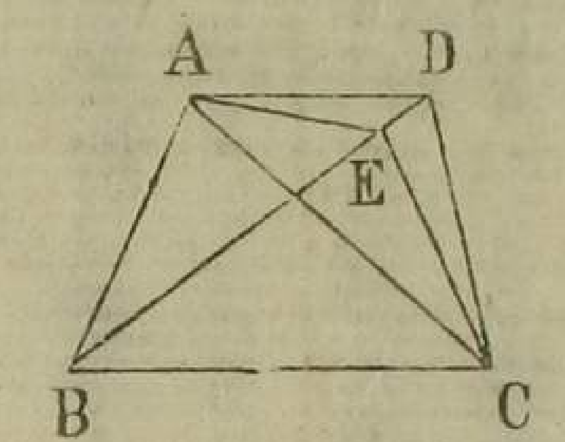
考定第三十九定理

一底線の一方に於て等き三角は同じ平行線の間にある者なり

ABC DBCの等き三角を一底線BCの一方にあらしむれば此二ツの三角は同じ平行線の間にあるべし

ADを結ぶ爰に於てADはBCに平行なり然れとも若平行せずとせばAよりAEをBCに平行に畫きECを結ぶ

（證）(1.37)に因る時はABC EBCの二ツの三角は同じ平行線BC AEの間に有て一底線BCの一方にある故に(1)なり且ABCの三角はDBCの三角と等きを先知にして(2)なり故に又DBCの三角はEBCの三角に等きを知る(3)なり大の小に等きは理に於



第三十九圖

$\triangle ABC = \triangle EBC$ (I.37)(1)

先知 $\triangle ABC = \triangle DBC$ (2)

$\triangle DBC = \triangle EBC$ (3)

$\triangle DBC > \triangle EBC$ (4)

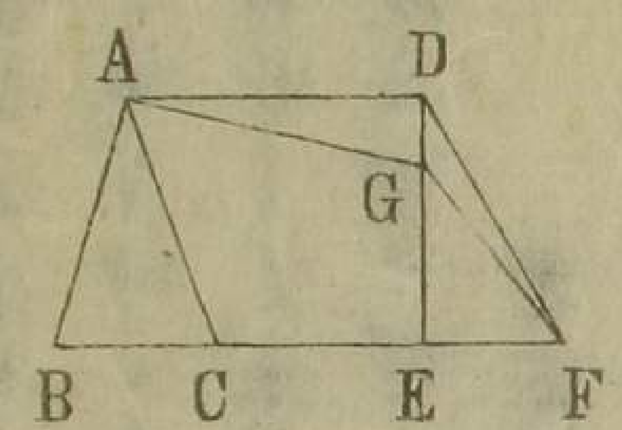
てあらざるなり是は因て AE か BC に平行ならざるなり同法に於て凡て他の線の BC か平行ならざる證を立ることを得べし故に只 AD のみ BC に平行なるなり因て AD の BC と平行なり夫故に一底線の一方に於る云云

考定第四十定理

一直線の一方に於て等き底線上の等き三角は同し平行線の間にある者なり

一直線 BF の一方に於て等き底線 BC EF 上の等き三角 ABC DEF は同し平行線の間にある者なり

第四十圖



AD を結ぶ㕝に於て AD か BF と平行なり然らざれば若平行せじと思はゞ A より AG を BF は平行に畫くべし而して GF を結ぶ

$\triangle ABC = \triangle GEF$ (I.38) (1)

先知 $\triangle ABC = \triangle DEF$ (2)

$\triangle DEF = \triangle GEF$ (3)

$\triangle DEF > \triangle GEF$

(證)(I.38)は因る時は ABC GEF の二ツの三角は同し平線線 BF AG の間にあつて等き底線 BC EF 上にあるを以て(1)なり且 ABC の三角は DEF の三角に

等きは先知なる故(2)なり、是に因てDEFの三角は、GEFの三角に等き(3)なり、大の小に等きは理に於てあらざるなり、故にAGはBFと平行せざるなり、同法に於て只ADのみBFに平行して、他の線は決て平行せざる適證を得べし

故にADはBFに平行す、夫故に一直線の一方に於て云云

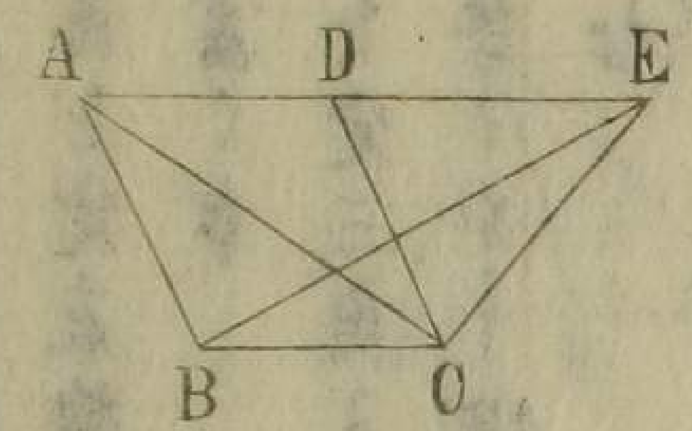
考定第四十一定理

若同一平行線の間に於て、平行辺形及ひ三角が共に一底線上にある時は、平行辺形は三角の二倍なるべし

ABCDの平行辺形及ひEBCの三角をして、同一平行線BC AEの間に於て、一底線BC上にあらしむれば、ABCDの平行辺形は、EBCの三角の二倍なるべし

ACを結ぶ

第四十一圖



$\triangle ABC = \triangle EBC$ (1.37) (1)

Par. $ABCD = 2\triangle ABC$ (1.34) (2)

Par. $ABCD = 2\triangle EBC$ (3)

(證)(1.37)に因る時は、ABC EBCの二ツの三角は、平行線BC AEの間に於て、一底線BC上にある故に(1)なり、又(1.34)に因れば、ABCDの平行辺形を其徑ACが等分する故に、ABC ACDの二ッの三角は互に等きに因て、ABC ACDの二ッの三角を集むれば、ABCの三角の二倍を得るを以て(2)なり、爰に於て、ABCDの平行辺形が、EBCの三角の二倍

を知るなり(3)なり、夫故ニ若同し平行線云云

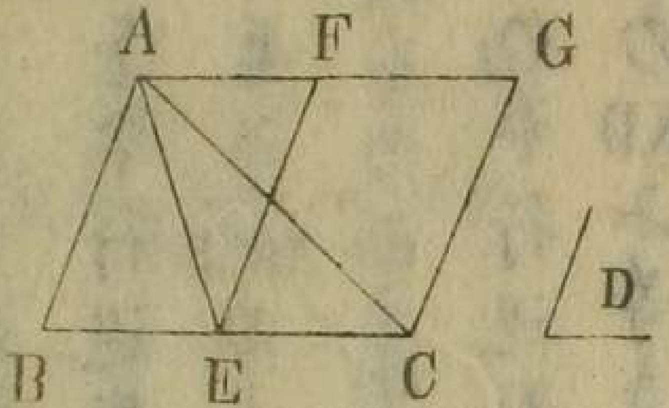
考定第四十二問題

一角を定直線角に等くなし、定三角ニ等き平行辺形を畫く事

ABCを定三角ニ命し、Dを定直線角に命せ今一角をDニ等くなし、ABCの定三角ニ等き平行辺形を畫く事を求む

(1.10)ニ因て、BCをEニ於て等分し、AEを結び、(1.23)ニ因て直線CEのE点ニ於て、CEFの角をD角ニ等くなし、(1.31)ニ因てAよりAGをFCニ平行ニ畫き、CよりCG线EFニ平行ニ畫く

第四十二圖



先知 BE = EC (1)

$\triangle ABE = \triangle AEC$ (1.38) (2)

$\triangle ABC = 2\triangle AEC$ (3)

Par. $FECG = 2\triangle AEC$ (1.41) (4)

Par. $FECG = \triangle ABC$ (5)

(證) FECGハ平行辺形なり、且(1)ハ先知なる故ニ(1.38)ニ因りて、同し平行線BC AGの間ニあつて等き底線BE EC上の三角ハ互ニ等し、故ニ(2)なり、又(3)なるコトハ明なり、(1.41)ニ因りて、同し平行線の間ニ於て、平行辺形及び三角の共ニ一底線上ニある時ハ、平行辺形ハ三角ニ二倍なるを以て(4)を得、(3)(4)相消して、FECGの平行辺形の、ABCの三角ニ等きを知る

(5)なり夫故ふFECGの平行辺形ヶ定三角ABCふ等く、且其CEFの一角を定角Dふ等く畫き得たり

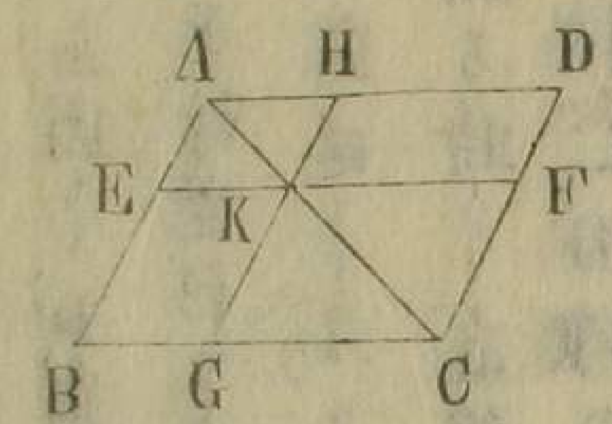
考定第四十三定理

或る平行辺形の徑ふ着くて、其上に成立所の二ッの平行辺形の餘りハ互に等きなり

ABCDを平行辺形ふ命し、其徑をACなり、EH FGの平行辺形ヶACふ着くて、ABCDの上ふ成立、即ACの二ッの平行辺形を通過するを謂なり而して BK KDハ全圖ABCDの上に成立所の平行辺形の、他の平行辺形なる故ふ、餘りと名付而して餘りのBKヶ餘りのKDふ等きなり、

(證)(1.34)ふ因てハ、ABCDハ平行辺形ふして、其徑ACハ是を等分する

第四十三圖



$$\triangle ABC = \triangle ADC \quad (1.34) \quad (1)$$

$$\triangle AEK = \triangle AHK \quad 〃 \quad (2)$$

$$\triangle KGC = \triangle KFC \quad 〃 \quad (3)$$

$$\triangle AEK + \triangle KGC = \triangle AHK + \triangle KFC \quad (4)$$

$$\mathrm{Com}.BK = \mathrm{Com}.KD \quad (5)$$

故ふ(1)なり及ひAEKHハ平行辺形ふして其徑AKハ是を等分する故ふ(2)なり同理ふ因て(3)なり(2)(3)を集めて(4)なり今(1)より(4)を減する時ハ、餘りのBKヶ餘りのKDふ等きを知る(5)なり、夫故ふ或る平行辺形の徑ふ着云云

考定第四十四問題

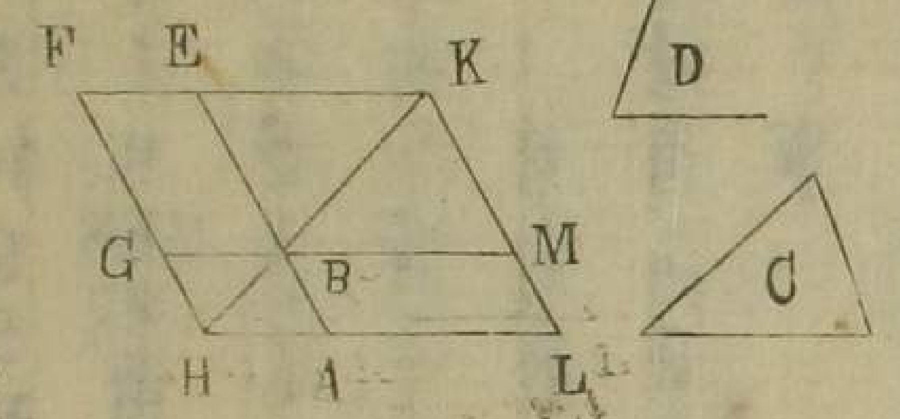
定直線を一辺となし定直線角ふ等き一角を有なしめ定

三角に等しき平行辺形を畫く事

ABを定直線に、Cを定三角に及びDを定直線角に命じ、而して直線ABを一辺となし、Dに等しき角を有たしめ、三角Cに等しき平行辺形を畫くことを求む

(1.42)に因て、D角に等しきEBGの角を有つて、三角Cに等しきBEFGの平行辺形を畫く、而してBEとABを一直線ならしめ、FGをHに引延し、AよりAHをBG或はEFに平行に畫き、HBを結ぶ、然る時は直線HFは、平行直線AH EFの上に落る故に、(1.29)に因て、AHF HFEの角を集めて二直角に等し、故にBHF HFEの角を集めて、二直角より小なり、若直線を二直線の上に落し、其直線の一方に於て、相對する二ッの内角をなせる是を集めて二直角より小なる時は、二直線の小なる角の方を引延す時は、終に會すべし(A.12)に準なり、故にHB FEを引延す時は、終に會すべし、因てこれを引延し其會する所をKと名付け、KよりKLを、EA或はFHに平行に畫き、HA GBをLMの点に迄引延す

第四十四圖



Com. LB = Com. BF (1.43) (1)

Par. BF = △C (2)

Par. LB = △C (3)

(證) HLKFは平行辺形なり、其径はHKなり、而してLB BFは餘なり、故に(1.43)に因れば(1)なり、

(2)ゟ先知なる故に(3)を得、而して(1.15)に因てGBEの角とABMの角に等しく且GBEの角をD角に等しく組立たるを以て、ABMの角一つ、D角に等しきあり、夫故に直線ABを一辺となし、D角に等しきABMの角を有て、三角Cに等しき、LBの平行辺形を書き得たり・

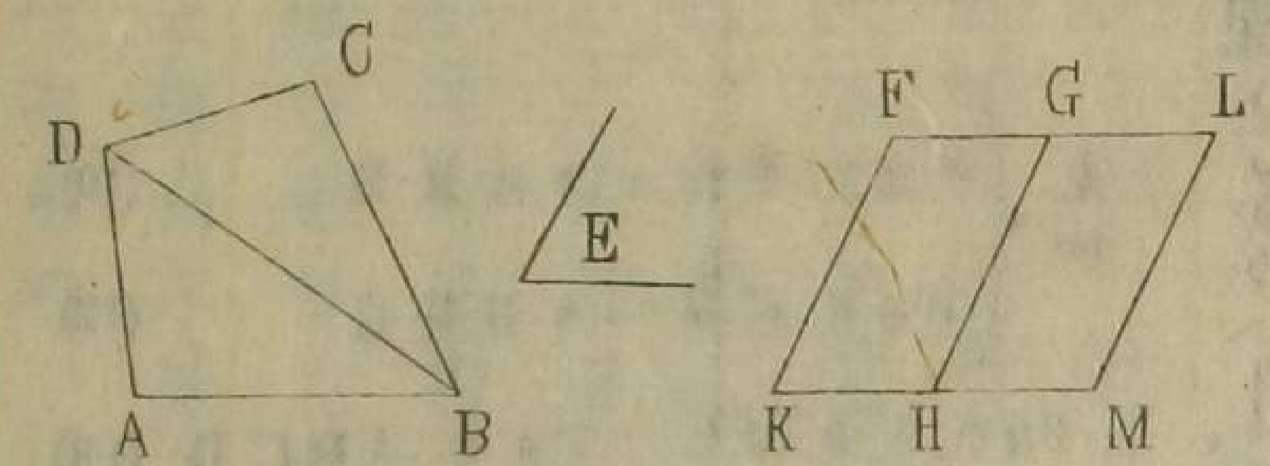
考定第四十五問題

定直線角に等しき角を有つ、定直線圖に等しき、平行辺形を書く事

ABCDを定直線圖に命し、Eを定直線角に命し今E角に等しき角を有つ、ABCDに等しき平行辺形を画く事を求む

DBを結ぶ而して(1.42)に因てE角に等しき、HKFの角を有つ、ABDの三角に等しき、FHの平行辺形を画く又(1.44)に因て直線GHを一辺と

第四十五圖



先知
$$\angle FKH = \angle E \qquad (1)$$
$$\angle GHM = \angle E \qquad (2)$$
$$\angle FKH = \angle GHM \qquad (3)$$
$$\angle FKH + \angle KHG = \angle KHG + \angle GHM \qquad (4)$$
$$\angle FKH + \angle KHG = 2R \quad (1.29) \qquad (5)$$
$$\therefore \angle KHG + \angle GHM = 2R \qquad (6)$$

$$\angle FGH = \angle GHM \quad (1.27) \qquad (7)$$
$$\angle FGH + \angle HGL = \angle LGH + \angle GHM \qquad (8)$$
$$\angle LGH + \angle GHM = 2R \quad (1.29) \qquad (9)$$
$$\angle FGH + \angle HGL = 2R \qquad (10)$$

先知 $\begin{cases} Par.FH = \triangle ABD & (10) \\ Par.GM = \triangle DBC & (12) \end{cases}$

$Par.FKML = Tar.ABCD$ (13)

なし、E角に等しき GHM の角を有つて DBC の三角に等しき、GM の平行辺形を畫く

(證) (1)(2)は先知なる故に(3)を得、(3)の両節に KHG 乃角を加へて(4)となる、(1.29)に因れば(5)なる故は、KHG GHM の角を集めて、二直角は等しき(6)なり、(1.14)に因れバ直線 GH の、二直線 KH HM と H 点に會し、GH に對するに方りおゐて、隣角を集めて、二直角に等からしむ、故に KH と HM と一直線となるべし、次に(1.27)に因れバ、直線 GH の平行直線 FG KM に會し代る角相等き(7)なり、(7)の両节へ、HGL の角を加へ(8)なり、(1.29)に因れば(9)なり、故に LGH GHM の角を集めて、二直角は等しき(10)なり、(1.14)に因れば、FG と GL と直線となるべし、而して FK の GH は、CH 及 LM に平行に組立たる故に(1.30)に因れば FK も LM に平行なり、而して FL KM の平行もる故に、FKML も平行辺形なり、(11)(12)も先知なる故なり、FKML の平行辺形は ABCD の四辺圖に等しき(1.3)なり、夫故に FKML の平行辺形の定角 E に等しき、FKM の角を有つて定直線圖 ABCD に等しく畫き得たり

(系證) 定直線角を有つ、定直線圖に等しき平行辺形を、定直線に付合せる事も前法に因て明なり、題中一辺を定直線に等しくなる件ある時も、定直線角に等き角を持しめたる最初の三角 ABD は等き平行辺形の一辺を定直線に等からしめて付合せるべし、即(1.44)

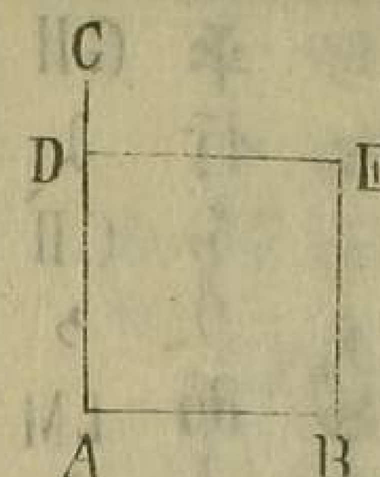
ニ因テ施シ得ベシ

考定第四十六問題

定直線上ニ方ヲ畫ク事

ABヲ定直線ニ命シ、夫ノ上ニ方ヲ畫ク事ヲ求ム

第四十六圖



$AB = DE$	(1.34)	(1)
$AD = BE$	〃	(2)
$AB = AD$		(3)
$\angle BAD + \angle ADE = 2R$	(1.29)	(4)
$\angle BAD = R$		(5)
$\therefore \angle ADE = R$		(6)
$\angle ABE = R$	(1.34)	(7)
$\angle BED = R$	〃	(8)

(1.11)ニ因テ、A点ヨリACヲABニ直角ニ畫キ、ADヲABニ等クナシ、而シテD点ヨリDEヲABニ平行ニ畫キ、B点ヨリBEヲADニ平行ニ畫ク

(證) ADEBハ平行辺形ナル故ニ(1.34)ニ因テ(1)(2)アリ、又(3)ハ先知ナル故ニ、AB DE AD BEノ四直線互ニ等キニ因テ、ADEBノ平行辺形ハ等面ナリ、而シテ(1.29)ニ因テ直線ADガ平行二直線AB DEノ上ニ落ル故ニ(4)アリ、(5)ハ先知ナル故(6)ヲ得、(1.34)ニ因ル時ハ平行辺形ノ相對セル角ハ等キナリ、故ニ(7)(8)ヲ得爰ニ於テ∠BAD ∠ADE ∠ABE ∠BEDノ各ハ直角ナルニ因テ、ABEDノ圖ハ矩形ナリ、且其等面ナルコト前ニ擧タリ、(D.30)ニ因テ方形ナリ而シテ定直線AB上ニ畫キ得タリ

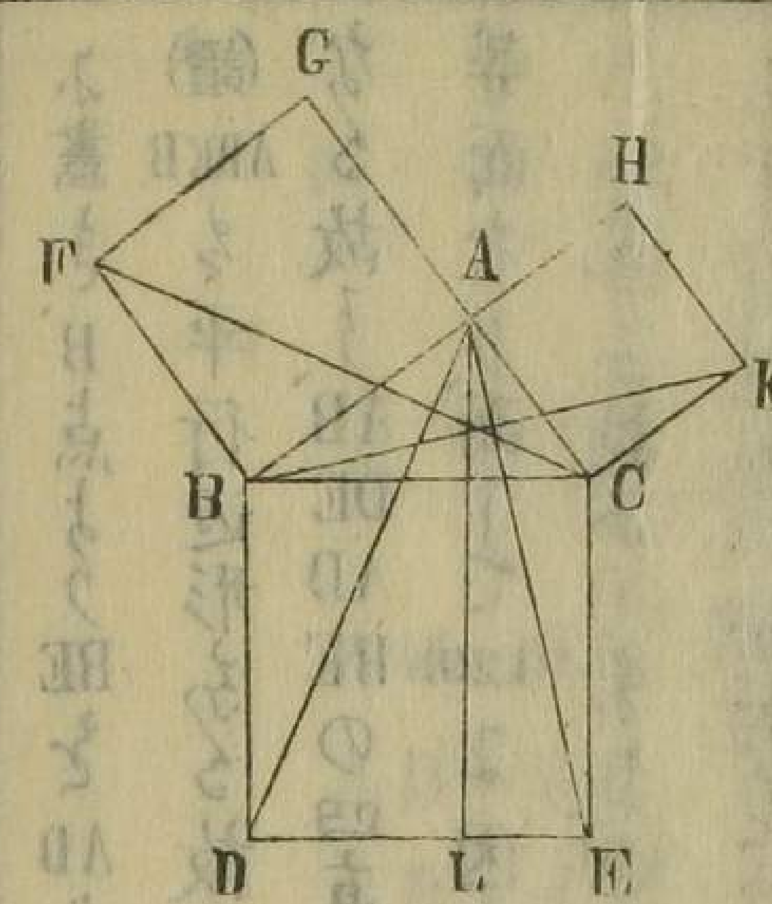
(系證) 一直角ヲ持平行辺形ハ其角皆直角ナリ

考定第四十七定理

或る直角三角ニ於て直角ニ對する辺上の方ハ直角を有する二辺各の上ニ畫く方の和ニ等しきなり

ABC を直角三角ニ命し BAC の直角を有つ BC 上ニ画く方ハ BA AC 各の上ニ画く方の和ニ等しきなり

第四十七圖



$$\angle DBC = \angle FBA \qquad (1)$$

$$\angle DBA = \angle FBC \qquad (2)$$

$$AB = BF \qquad (3)$$

$$BD = BC \qquad (4)$$

$$AB + BD = FB + BC \qquad (5)$$

(1.4)

$$AD = FC \qquad (6)$$

$$\triangle ABD = \triangle FBC \qquad (7)$$

$$\text{Par.}BL = 2\triangle ABD \ (1.41) \qquad (8)$$

$$\square GB = 2\triangle FBC \qquad (9)$$

$$\text{Par.}BL = \square GB \qquad (10)$$

$$\text{Par.}CL = \square HC \qquad (11)$$

$$\therefore \square BDEC = \square GB + \square HC \qquad (12)$$

(1.46) ニ因て BC 上ニ BDEC の方を畫き及ひ BA AC 各の上ニ GB HC の方を画き而して A 点より AL を BD 或ハ CE ニ平行ニ画き AD FC を結ぶ

(證) BAC BAD の角の各ゝ直角なる故ニ二直線 AC AG ハ直線 AB と共ニ A 点ニ會し AB ニ對する方ニ於て隣角を集めて二直角ニ等しき故ニ (1.14) ニ因りて CA と AG ハ一直線となる同理ニ因て AB と AH ハ一直線となる而して DBC FBA の角の各ゝ直角なる故ニ (1) なり (1) の両節エ ABC の角を加ふる時ハ (2) を得且 (3) (4) (5) ハ先知なる故ニ (1.4) ニ因れハ底線の等しき (6) ハ二ツの三角同形なる (7) なり且 BL の平行辺形及ひ ABD の

三角は、平行線BD ALの間に於て一底線BDの上にあるが故に、(1.41)に因まで(8)なり又GBの方及びFBCの三角は平行線FB GCの間に於て一底線FBの上にある故に(9)なり而して等き物の二倍は互に等き故に(10)を得同法に於てAE BKを結び(11)を顕し得處し爰に於てBDECの全方はBLの矩形とCLの矩形の和なる故にGB HCの二方の和り等きを知る(12)なり併BDECの方は直線BC上に畫きし方なりGB HCの二方は直線BA AC各の上に畫きし方なる故にBC辺上の方へBA AC各の上の方の和り等きなり夫故に或る直角三角に於て云云

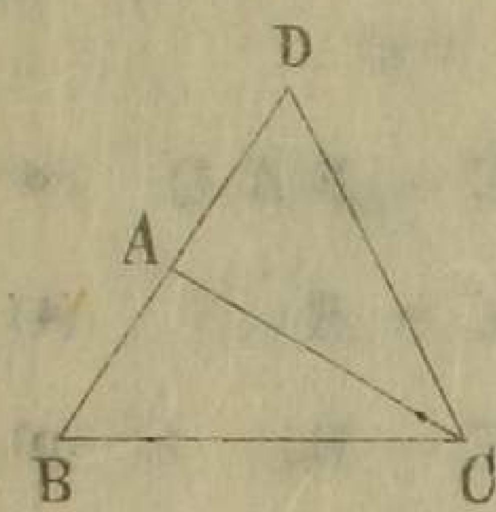
考定第四十八定理

若三角の一辺の上に畫く方この他の二辺各の上に畫く方の和と等き時は其二辺に因て有つ角は直角なり、

ABCの三角の一辺BCの上に畫く方この他の辺BA AC各の上に畫く方の和と等き時はBACの角は直角なる處し

(1.11)に因てA点よりADをACに直角に畫きADをABに等くなし、DCを結ぶ

第四十八圖



先知 $AD = AB$ (1)

$AD^2 = AB^2$ (2)

$DA^2 + AC^2 = BA^2 + AC^2$ (3)

先知 $\angle DAC = R$ (4)

(1.47)

$DC^2 = DA^2 + AC^2$ (5)

先知 $BC^2 = BA^2 + AC^2$ (6)

$DC^2 = BC^2$ (7)

$DC = BC$ (8)

$DA = BA$ (1)

$DA + AC = BA + AC$ (9)

$DC = BC$ (8)

(證)(1)は先知なるふ故り、其各の上ふ畫く方も相等き(2)なり、其両節へACの上の方を加へ(3)を得、且DACの角を直角り組立たる故(4)なり、(1.47)ふ因て(5)を得、又(6)は先知なるふ故(3)(5)(6)を考定して(7)を得、故ふ(8)なる事明なり、

(1.8)

$\angle DAC=\angle BAC$ (10)

$\angle DAC=R$ (4)

$\angle BAC=R$ (11)

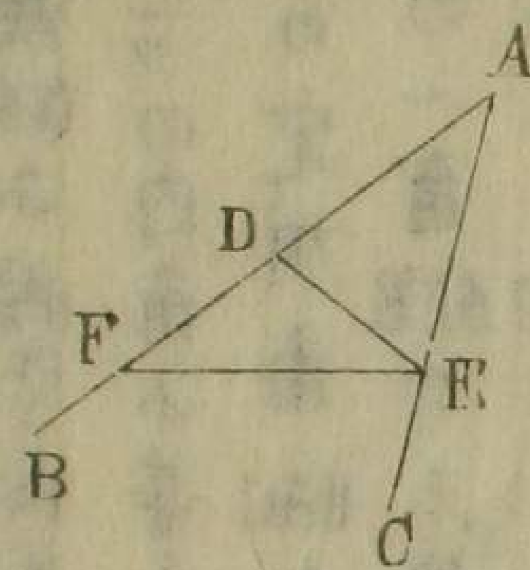
(1)(9)(8)を知ふとなれは(1.8)ふ因て(10)を得(4)を以て交換して、BACの角も直角なるを知る(11)なり、夫故ふ若三角の一邊云云

第一

第一巻用法

定頂角を有せる、三角を畫き、其底角の一ッを、他の底角の三倍と為ん事を欲せ

ABCを定角ふ命し、AB中ふD点を設け、ACより、AEを、ADふ等く切り、DEを結び、DBより、DFを、DEふ等く切り、FEを結ぶ、爰ふおゐて、AFEの三角ハ、欲せる所の三角なり



$AD=AE$ (1)

(1.5)

$\angle ADE=\angle AED$ (2)

$FD=DE$ (3)

$\angle DFE=\angle DEF$ (4)

(1.32)

$\angle DFE+\angle DEF=\angle ADE$ (5)

$\angle DFE+\angle DEF=\angle AED$ (6)

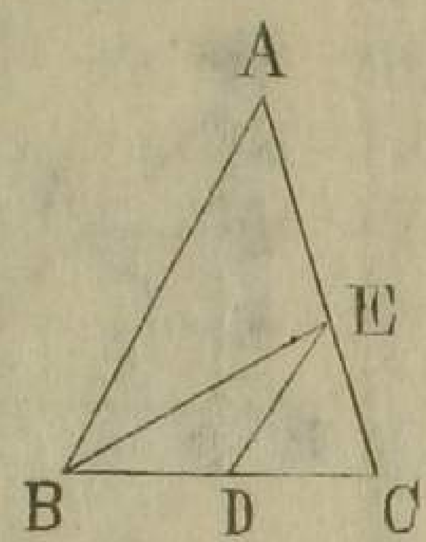
$2\angle DFE=\angle AED$ (7)

$3\angle DFE=\angle AEF$ (8)

(證)(1)を先知なる故ふ、(1.5)ゟ因て(2)を得、(3)を先知なる故、(1.5)ふ因て(4)を得又、(1.32)ゟ因れバ三角の外角ハ是ふ對せる二ッの内角ふ等きを以(5)を得追て(6)(7)(8)を得AFEの三角ハ定頂角BACを有して、FEの底ふ於て、其一角AEFハ、他の一角AFEの三倍を得あり

第二 ABCの三角乃底線BCう於てD点を設け、DEをACふ逆AB、ゟ平行ゟ畫き、BDゟ等く為を欲せ Bより ABCの角を等分し、Eふ於てACう會せ處き直線BEを畫き、又ABふ平行して、Dふ於てBCゟ會せ所の、EDを畫く時をBDハDEふ等かる處し

(證)ABとDEを平行ふ畫きたる故ふ、(1.27)ふ因まバ代る角相等き故ふ(1)あり、(2)を先知ある故ゟ(3)を得、(1.6)ふ因まバ三角の底角等しき時ハ二等辺あり故(4)あるを知る



$\angle ABE = \angle DEB$ (1)

先知 $\angle ABE = \angle DBE$ (2)

$\angle DEB = \angle DBE$ (3)

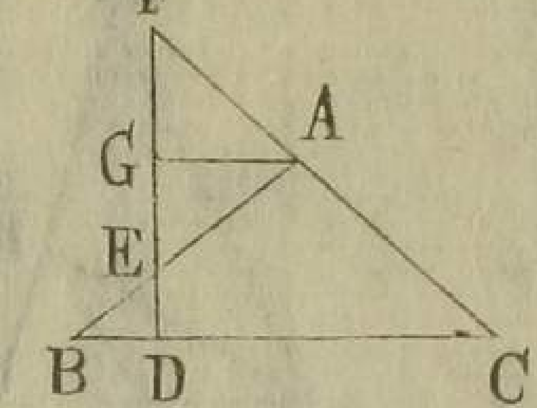
(1.6)

$DE = DB$ (4)

第三 二等辺三角の底線BDCふ、垂線FDを畫き而してAB辺をEふ於て切り、CA辺をFふ迄引延せ、然る時をEAFの三

角は、二等辺なるを詳解すべし

FD線に迄、AGをBCに平行に畫く

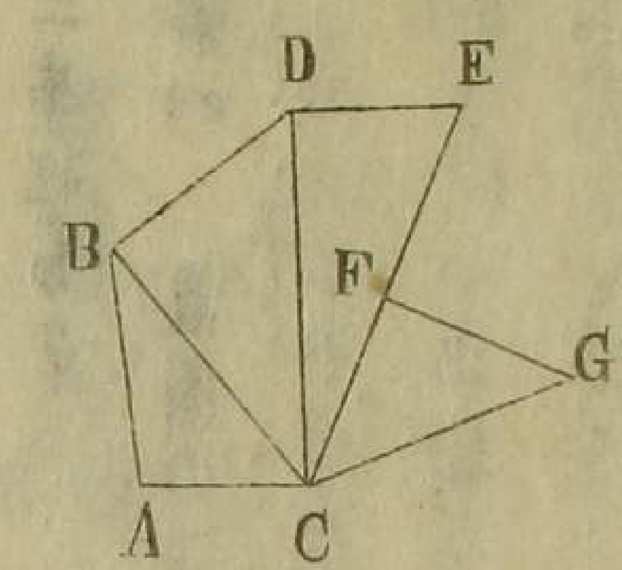


$$\angle FGA = \angle FDC \ (1.29) \quad (1)$$
$$\angle FGA = R \quad (2)$$
$$\angle EGA = R \quad (3)$$
$$\angle GAE = \angle ABC \ 〃 \quad (4)$$
$$\angle GAF = \angle BCA \ 〃 \quad (5)$$
$$\angle GAE = \angle GAF \quad (6)$$
$$(1.26)$$
$$AF = AE \quad (7)$$

(證) AG BCは平行線なり、FD之に會す故に内角外角相等き(1)なり、FDCは直角なる故に(2)(3)を得又平行線へABが會すを故に代る角等き(4)なり、平行線へFCが會すを故に内角外角に等き(5)なり、二等辺三角の底角等き故に(6)なり、今FGA EGAの二ツの三角に於て、AG線は普通なり、(2)(3)(6)を先知とする時は、即二ツの三角に於て二角一辺各相等し、故に(1.26)より因て他の辺各々、各に等きを知る(7)なり、爰を以てEAFの三角は二等辺なり

第四　直角の二等辺三角を畫く、其三辺各の自乗の和を定三角ABCの、各辺自乗の和に、等からしめん事を欲す

BDをBCに垂線に畫き、ABに等くなし、CDを結ぶ、又DEをCDに垂線に畫き、ACに等くなし、CEを結び、CEをFに於て等分し、FGをCEに垂線に畫き、CFに等くなし、CGを結ぶ爰に於てCFGが、望む所の三角なるべし



$$AB^2+BC^2=BD^2+BC^2=CD^2 \quad (1.47) \quad (1)$$

$$AB^2+BC^2+AC^2=CD^2+DE^2=CE^2 \quad (2)$$

$$CE^2=4CF^2=CF^2+FG^2+CG^2 \quad (3)$$

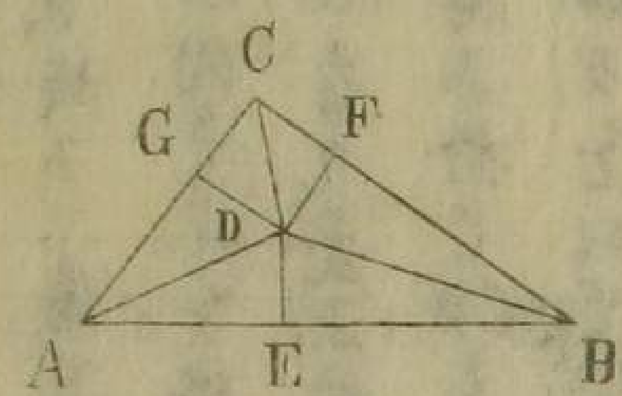
$$AB^2+BC^2+AC^2=CF^2+FG^2+CG^2 \quad (4)$$

(證)ABはBDと等き故に(1.47)に因て(1)ありACはDEと等き故に(2)ありCEをFに於て二分せし故に(3)あり(2)(3)交換して(4)を得即直角の二等辺三角の各辺上の方の和はABCの三角の各辺上の方の和に等きなり

第五　三角の角を等分する所の直線は凡て一点に會する者なり

ABCを三角に命しA及びBに於る角を直線AD BDに因て等分する時は、Dに於て會し、而してCDを結ぶ處に於てCDは又ACBの角を等分を爲し

DよりDE DF DGを、AB BC CAに垂線に畫く



$$\angle EBD=\angle FBD \quad (1)$$

$$\angle DEB=\angle DFB \quad (2)$$

(1.26)

$$DE=DF \quad (3)$$

$$DE=DG \quad (4)$$

$$DF=DG \quad (5)$$

$$DF^2+FC^2=CD^2 \quad (1.47) \quad (6)$$

$$DG^2+GC^2=CD^2 \quad 〃 \quad (7)$$

$$DF^2+FC^2=DG^2+GC^2 \quad (8)$$

$$FC=GC \quad (9)$$

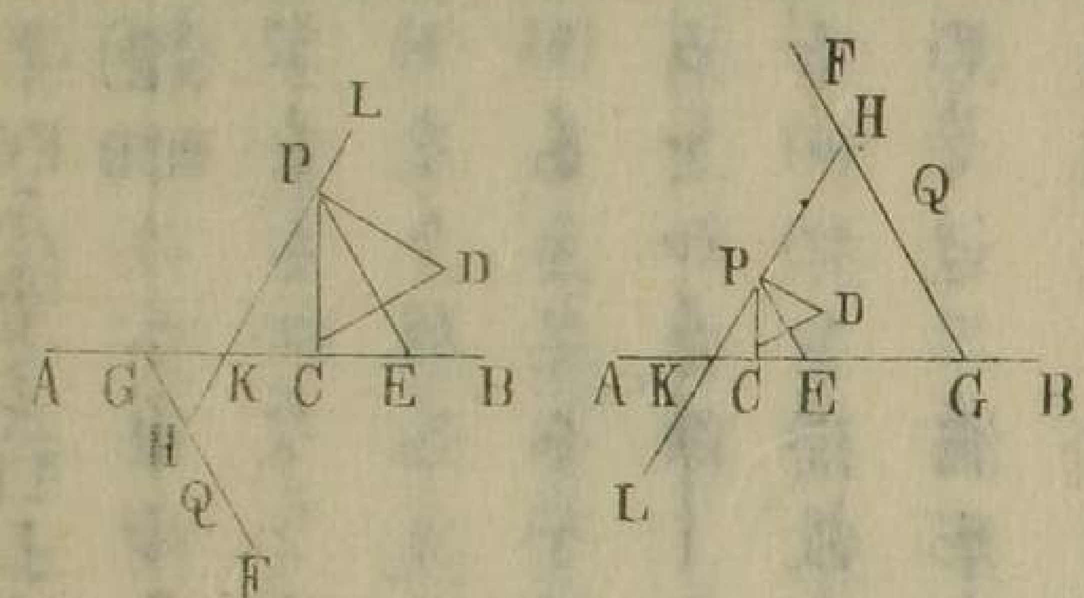
(1.8)

$$\angle FCD=\angle GCD \quad (10)$$

(證) BDE BDFの二ッ乃三角に於て、(1)(2)は先知にして、DB線は普通なり、故に二角一辺の各等きを知る時は、(1.26)に因すれば(3)を得、同法に因て(4)を得故に(5)なるに明なり、(1.47)に因すれ(6)(7)を得故に(8)なり、爰に於て(5)を知すれば(9)ならざるを得ず今CGD CFDの三角に於てCDは普通なり、(5)(9)を已に知る時は三辺皆等きを知るを以て、(1.8)に因すれば(10)を得、故に直線CDはACBの角を二分するなり、

第六　二定点を通して二直線を畫き、位置を定めし直線と、等辺三角形を為すを欲す

PQを二定点に命し、ABを位置を定めし直線に命すれば、PQを通して二直線を畫きABと等辺三角形を為すことを求む



PCをABより垂線に畫き、PCの上より、PDCの等邊三角を画き、而して直線PEに因て、CPDの角を等分し、ABにEに於て會せ、Qを通して直線FQGを、PEに平行に畫き、ABにGに於て會せ、Pを通して直線LPHを、PDに直角に畫き、Hに於

$\llcorner CPD = \frac{2}{3}R$　(1.32)　(1)

$\llcorner CPE = \frac{1}{3}R$　(2)

$\llcorner DPK = R$　(3)

$\llcorner KPE = \frac{2}{3}R$　(4)

$\llcorner CEP = \frac{2}{3}R$　(5)

$\llcorner HGK = \llcorner KEP$　(1.29)　(6)

$\llcorner GHK = \llcorner KPE$　〃　(7)

てFGに會を、LHおよびFGの求る所の直線なる應し
(證)PCDの三角の角の、互に等き故に、(1.32)に因て(1)なり、其半なる(2)なり、(3)も先知なり、因て(1)(2)(3)比較すれなり、(4)なる明なり、又PCEの直角三角におゐて(2)なる故に、(5)ならざるを得ず、今(4)(5)に因てKPEの三角も等面なるを知る、而してFGとPEも、平行するを以て、(1.29)に因きぬ(6)(7)を得、故にPQを通る二直線と、ABとに因て、GHKの等辺三角形を、為す事を得たり

第一巻例題

第一　定直線の上に、二等辺三角を畫き其等れ辺の各を、底線の二倍となさん欲す

第二　二圏互に切合時も其交点を結ぶ直線も其中心を結ぶ直線に因て直角に平分する者なり

第三　垂線も最短なる直線なり、定点より畫き得べし、且垂線に近き直線も遠き直線より次第に短なり、而して垂線の両邊に於て只二個の等き直線を畫き得る者なり

第四　定直線に迠定点より直線を畫き定直線角に等き角を為さん欲し

第五　二邊及び、其一邊に對する角を定むる時は、三角形書き得べし、併其定めある邊の長短に從て、書き能はざることあり　便解を看るべし

第六　中心を定直線に有て、二個の定点を通過する、圈を畫く法を求む

第七　定直線を斜線となし方を畫くを求む

第八　ABCの三角の、AC邊は直角にして、底線ABは、D点に於て會を為し、DCを畫き、DCより於てDEを、ACに等くなし、CEをFに於て等分せば、然る時は其DF BFを集めて「F点はABCの三角の内に畫かれ、D点は底を外る事なからしむ」AC BCより大なり

第九　三角の二邊の差は、殘る一邊より小なり

第十　ABをして、CDをBに於て直角に等分し、或るE点より、C点に近、ECを畫き是を引延し、ABはFに於て會せしむ、而して、EF DFの差は、AB線に於て會を為し、E及びDより畫く、或る他の二線の差よりも大なる事を解明すべし

第十一　四邊圖の斜線の和は、四邊の和より小なり

第十二　一邊と是に隣たる一角及他の二辺の和或は差を定めて、三角を畫くを求む

第十三　一点より、定三直線を（長不等なり）畫き其端の距離を互に等くなりて一線上にあらしめん事を求む

第十四　三角の頂角を等分する線か、又底線を等分する時は、此三角は二等辺なり

第十五　定点を通して、二個の定直線に會し、互に等き角をなさしめた直線を畫く事を求む

第十六　定点より畫く直線に、他の二個の定点より畫く垂線をして等からしめん事を求む

第十七　二個の底角、及び周圍を定めて三角を畫く事を求む

第十八　三角の邊を、直角に等分する直線は、凡て一点に會す

第十九　平行二直線の間に畫く直線の、平行線に會する時は、其線を等分せし点を通して、平行線に會する他の線は、又其点に因て等分となる者なり

第二十　平行辺形の斜線は、互に等分する者なり

第二十一　菱形は、平行辺形の斜線直角に等分する者なり

第二十二　袴腰形、或は梯形の、斜邊の中央の点を結ぶ線は、二個の平行線の和を、半斷する者に等し

第二十三　平行邊形の、斜線等しき者は、矩形なり

第二十四　二等邊三角より、是と底線を等分する、袴腰形を切て其三邊を等分せん事を欲す

第二十五　互に斜線に因て等分となる四邊圖は、平行辺

形なり

第二十六　ABCの三角の底線BCに平行にDE線を畫きDEに於てAB ACに會せて今DE線をしてBD CEの和或は差に等くなるを求む

第二十七　C点に於て折半なる直線ACBのA C Bより三個の平行線を畫きDFEに於て他の直線に會する時は直線ABCの一方或は相對せる方に於てCFはAD BEの和の折半或は差の折半に等しき者なり

第二十八　ABCDの平行辺形あり A点を通して随意に畫く直線へC点よりの距離 距離は垂線と等き者なり は其線より平行辺形の外或は内を通過するに随てBDよりの距離の

和或ハ差に等き事を詳解すへし

第二十九　許多の三角の頂角を共にし是に對して中央に位置せる点を各底線通過せる時は其点に因て二分となる底線は最小なり

第三十　方形の斜線を延し其端より方の一邊に平行に直線を畫き又他の一邊を延し是に會して三角をなせ此三角をして方形に等からしめん事を欲す

第三十一　考定第五圖に於てBG CFはHに於て切合FBG ABCの角相互に等き時はBHFの角はBACの角の二倍なり

第三十二　直角を三分することを求む

第三十三　直角三角の一鋭角を他の鋭角の三倍となさん

事を求む

第三十三　三等辺三角の底線を引延し二ッの外角の和ハ二直角より頂角丈け大なり

第三十四　二等邊三角と等辺三角と共ニ一底線上ニ有て其各の頂角点の距離頂角点と底角点との距離ニ等しき時ハ其底角ハ頂角の四分一或ハ二倍半なる可し

第三十五　或る三角ニ於て頂角を等分する一直線を画き又頂角より垂線を底線ニ迄畫く時ハ底角の差ハ頂角より画く二直線の間の角乃二倍なり

第三十六　二等辺三角の底線BC了D点を取りCAをEニ延しくCEをCDニ等くなしED ABヲFニ於て切合時ハAEFの角の三倍ハAFEの角丈け大なり

第三十七　多邊圖の代る辺を延して會せしめ此直線ニ有つ角の総計ハ尚八直角を加ふる時ハ其辺數丈けの二倍の直角に等き者なり

第三十八　ABCの三角ニ於てA角ハ直角ニしてB角ハC角の二倍なる時ハCBの辺ハABの辺の二倍なり

第三十九　方形の角点各より同距離ニ各辺ニ点を設けて是を結ぶ時ハ又新ニ方形をなす可し

第四十　ABCの直角三角の二辺上の方形をAD AEと命し弦BCを引延し是ニ垂線DF EGを畫く時ハBCハDF EGの和ニ等くABCの三角ハDBF ECGの三角の和ニ等き者なり

第四十一　平行邊形の、相對する邊を等分する点より、是に對する角を結ぶ線ハ、斜線を三分す

第四十二　頂角より底に迄の垂線と、二邊の差及底の分線の一ッを定めて、三角を畫く事

第四十三　ADを以して、ABCの三角の底線BCに、垂線に畫き、B角をC角の二倍となし、B角ハ直角より小、或ハ大に随て、ABを引延し、或ハABに於て、BEをBDに等く取り、而してEDFの直線を畫き「若B角ハ直角より大なる時ハEDFの直線ハDEFに變すべし」ACをFに於て切る、然る時ハFA FC FDハ互に等く、ABCの三角ハ、AEFの三角と等角なる者なり

第四十四　前第四十三の題に於て、B角ハ直角より大或ハ小に随て小なる邊ABハ、底の分線の和、或ハ差に等き事を詳解すべし

第四十五　定直線を平面三角の二辺に會せしめ、他の一辺に平行に畫くを求む

第四十六　平行辺形の斜線を等分する直線ハ邊に會する時ハ、平行邊形を等分すべし

第四十七　直角三角の直角より二直線を畫き、其一線ハ底線を等分し、一線ハ底線に垂線なり、此二直線の間の角ハ、三角の二鋭角の差に等しなり

第四十八　三角の底線に一点を求む、此点より二邊に平行せる、等き二直線を畫きて辺に止る者なり

第四十九　定直線の上に定三角に等しき二等辺三角を畫くを求む

第五十　二等辺三角の周圍は是に等しき底線を有する同積の凡ての三角の周圍より小なり

第五十一　同じ底同じ周圍を有する諸三角の最大なる者は二等辺三角なり

第五十二　ABCの三角のAB線にD点を設けABCの三角に等しきADEの三角を畫き其A角を等くせ

第五十三　或る四邊圖の辺を等分し而して等分せし点を結ぶ時は新に平行辺形をなして而して其積は原圖の積の半なり又相對する等分の点を結ぶ線は互に等分する

こと明なり

第五十四　三角の一辺上の定点より直線を畫き是を等分する事を求む

第五十五　平行邊形の徑の或る一点より角に迠二直線を畫く時は二雙の等しき三角に割得る者なり

第五十六　ABCDの野に十字にAC BDの繩を引きAC BDらCDと等しき角をなし而してAC ADとBC BDと等しき角をなせは之は因てAB らCDと平行なるを詳解すべし

第五十七　考定第四十七の圖に於てBG CHを結ぶ時は此二線は平行する事明なり

第五十八　同圖に於てDB ECをFG KHはMNに於て會せ

く引延せる時ハ、BFM CKNの三角ハ等角なり、而してABCの三角に等し

第五十九 同圖に於て GH KE FD を結ぶ時ハ各三角形をなしてABCの三角に等し

第六十 ABCの三角に於て、A点を通る線へ垂線BE CFを畫き、且Dを以てBCを等分する時ハ、DEをむすぶ線ハ、DFを結ぶ線に等しき者なり

幾何學原礎巻之一 終

明治五壬申歳四月

書肆

東京芝神明前 和泉屋市兵衛

同 大傳馬町三丁目 袋屋亀次郎

西京寺町四条上ル 田中治兵衛

大坂心斎橋南壹丁目 敦賀屋九兵衛

同所 秋田屋市兵衛

静岡江川町 本屋市蔵

發兌

二千五百三十三年

亞國 格拉克先生口授

幾何學原礎 二冊

山本正至
川北朝隣 譯

文林堂發兌