洋算例題微分篇

洋算例題續々篇巻之四

陸軍大尉福田半編輯

消失分數

○$\frac{p}{q}$なる分數の極限$x-a$の如き通常因數を含むときはaをxの同數とすれば$x-a$は0に等しくして分數$\frac{0}{0}$の形を得る此の如き分數を消失分數と名く

○消失分數あるものは函數の因變數に依て或數を求むる法にして續編巻之四に記載したる極限式と同一の技なり

○分母子共に約し得べき式は微分を用ひずして其或數を知ると雖も若し約すべからざるものは微分に非ざれば其或數を知る能はず

○左ニ二三例ヲ示シ後ニ設題數條ヲ擧ク

一例

$$u=\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^3-1}$$

ナル式アリ $x=1$ ト為レハ u ノ極限幾何

$p=x^3+2x^2-x-2 \qquad Q=x^3-1$

$$\frac{\partial p}{\partial x}=3x^2+4x-1$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x}=3x^2$$

$$u=\frac{p}{Q}=\frac{0}{0}=\frac{6}{3}=2$$

即チ u ノ極限ハ二ナリ

二例

$$u=\frac{e^x-e^{\sin x}}{x-\sin x}$$

ナル式アリ $x=0$ トナレハ u ノ極限幾何

$p=e^x-e^{\sin x} \qquad Q=x-\sin x$

$$\frac{\partial p}{\partial x}=e^x-e^{\sin x}.\cos x=1-1=0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x}=1-\cos x=1-1=0$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}=e^x-e^{\sin x}(-\sin x)-\cos x.e^{\sin x}=0$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}=\sin x=0$$

$$\frac{\partial^3 p}{\partial x^3}=e^x+e^{\sin x}.\cos x+\sin x.e^{\sin x}.\cos x-$$
$$-\cos x.e^{\sin}.\cos x+e^{\sin x}2\cos x\sin x=$$
$$=1+1+0-1+0=1$$

$$\frac{\partial^3 Q}{\partial x^3}=\cos x=1 \qquad u=\frac{p}{Q}=\frac{0}{0}=\frac{1}{1}=1$$

三

例

$u=(1-x)\tan\frac{\pi x}{2}$ なる式あり $x=1$ とおけば u の極限幾何なるや試

$$u=(1-x)\tan\frac{\pi x}{2}=\frac{1-x}{\cot\frac{\pi x}{2}}$$

$$p=1-x \qquad q=\cot\frac{\pi}{2}x$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}=-1$$

$$\frac{\partial q}{\partial x}=-\frac{\frac{\pi}{2}}{\sin^2\frac{\pi x}{2}}=-\frac{\frac{\pi}{2}}{1}=-\frac{\pi}{2}$$

$$u=0\times\infty=\frac{0}{0}=\frac{2}{\pi}$$

設題

一ノ 今 $u=\frac{a-(a^2-x^2)^{\frac{1}{2}}}{x^2}$ なる式あり $x=0$ とおけば u の極限幾何なるや試

二ノ 今 $u=\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{1+\sqrt{a^2+ax+x^2}}$ なる式あり $x=a$ とおけば u の極限幾何なるや試

三ノ 今 $u=\frac{x^4-x^3+x^2-1}{x^4-2x^3+2x^2-1}$ なる式あり $x=1$ とおけば u の極限幾何なるや試

四才

今 $u=\frac{1-\sin x+\cos x}{\sin x+\cos x-1}$ なる式あり $x=\frac{\pi}{2}$ となれば u の極限幾何なる哉

五才

今 $u=\frac{x^3-3x+2}{x^4-6x^2+8x-3}$ なる式あり $x=1$ となれば u の極限幾何なる哉

六才

今 $u=\frac{1-x^m}{1-x}$ なる式あり $x=1$ となれば u の極限幾何なる哉

七才

今 $u=\frac{\cos x-\cos mx}{\cos x-\cos nx}$ なる式あり $x=0$ となれば u の極限幾何なる哉

八才

今 $u=\frac{x^3-x^2-8x+12}{x^4-9x^2+4x+12}$ なる式あり $x=2$ となれば u の極限幾何なる哉

九才

今 $u=\frac{ax^2-2acx+ac^2}{bx^2-2bcx+bc^2}$ なる式あり $x=c$ となれば u の極限幾何なる哉

十才

今 $u=\frac{x^2-a^{\frac{3}{2}}x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{ax}-a}$ なる式あり $x=c$ となれば u の極限幾何なる哉

一十

今 $u=\frac{x^3-a^2x-ax^2+a^3}{x^2-a^2}$ なる式あり $x=a$ となれば u の極限幾何なる哉

十二

今 $u=\frac{x^2-2x}{x^4-4x^3+8x-16}$ なる式あり $x=2$ とすれば u の極限數何なる哉

十三

今 $u=\frac{\cot x+\operatorname{cosec} x-1}{\cot x-\operatorname{cosec} x+1}$ なる式あり $x=\frac{\pi}{2}$ とすれば u の極限數何なる哉

十四

今 $u=\frac{x\sin x-\frac{\pi}{2}}{\cos x}$ なる式あり $x=\frac{\pi}{2}$ とすれば u の極限數何なる哉

十五

今 $u=\frac{(x-a)^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{2}}}{(x^2-a^2)^{\frac{1}{2}}}$ なる式あり $x=a$ とすれば u の極限數何なる哉

十六

今 $ye^{y}-x=0$ なる式あり x を無究數とすれば y の極限を零と成す證如何

十七

今 $u=\frac{x^n}{1+x^n}\frac{1-x^n}{1-x^n}$ なる式あり $x=1$ とすれば u の極限數何なる哉

十八

今 $u=\frac{\sec x(e^{2x}+e^{-2x}-2)}{x^2}$ なる式あり $x=0$ とすれば u の極限數何なる哉

十九

今 $u=\frac{e^x-e^{-x}}{\log(1+x)}$ なる式あり $x=0$ とすれば u の極限數何なる哉

二十

今 $u=\frac{\tan\pi x-\pi x}{2x^2\tan\pi x}$ なる式あり $x=0$ となれば u の極限数何なる哉

廿一

今 $u=\frac{\cot^{-1}(1-x)}{\sqrt{2x-x^2}}$ なる式あり $x=0$ となれば u の極限数何なる哉

廿二

今 $u=\frac{a^{\log x}-x}{\log x}$ なる式あり $x=1$ となれば u の極限数何なる哉

廿三

今 $u=\frac{x-a+\sqrt{2ax-2a^2}}{\sqrt{x^2-a^2}}$ なる式あり $x=a$ となれば u の極限数何なる哉

廿四

今 $u=\frac{x^n}{e^x}$ なる式あり $x=\infty$ となれば u の極限数何なる哉

廿五

今 $u=\frac{\log(1-x)}{x-1-x\log x}$ なる式あり $x=1$ となれば u の極限数何なる哉

廿六

今 $u=x^2e^{-x}$ なる式あり $x=\infty$ となれば u の極限数何なる哉

廿七

今 $u=\frac{\frac{1}{4}\frac{\pi}{x}}{\cot\frac{\pi x}{2}}$ なる式あり $x=c$ となれば u の極限数何なる哉

廿八

今 $u=\frac{\log(\tan 2x)}{\log(\tan x)}$ なる式あり $x=c$ となれば u の極限数何なる哉

廿九

今

$u=\frac{(x^2+a^2)(x-a)}{x^n-a^n}$

ある式ありx=aとすれはu
の極限数何なる哉

三十

今

$u=\frac{x^2-a^2}{x^2}\tan\frac{\pi x}{2a}$

ある式ありx=aとすれはu
の極限数何なる哉

卅一

今

$u=\frac{e^{mx}-e^{ma}}{x-a}$

ある式ありx=aとすれはu
の極限数何なる哉

卅二

今

$u=e^{\frac{\log(1+nx)}{x}}$

ある式ありx=0とすれはu
の極限数何なる哉

卅三

今

$u=\frac{\sin^2x\cos x}{1-\cos x}$

ある式ありx=cとすれはu
の極限数何なる哉

卅四

今

$u=\frac{1}{f(x)}-\frac{1}{\varphi(x)}$

ある分数式ありx=aなる時
∞−∞の形ちと成るときは
此形∞−∞を$\frac{0}{0}$なる形と同
しと云其證如何

卅五

今

$u=\frac{x-\sin^{-1}x}{\sin^3x}$

ある式ありx=0とすれはu
の極限数何なる哉

卅六

今

$u=\frac{e^x-2\sin x-e^{-x}}{x-\sin x}$

ある式ありx=0とすれはu
の極限数何なる哉

※ 文の誤

卅七

今 $u=\frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^{2n}}$ なる式あり $x=0$ とされを u の極限幾何なる哉

卅八

今 $u=\frac{1-x+\log x}{1-\sqrt{2x-x^2}}$ なる式あり $x=1$ とされを u の極限幾何なる哉

卅九

今 $u=\left(\frac{a_1^{nx}+a_2^{nx}+a_3^{nx}+\cdots\cdots+a_4^{nx}}{n}\right)^{\frac{1}{x}}$ なる式あり $x=0$ とされを u の極限幾何なる哉

四十

今 $u=\frac{x^{\frac{3}{2}}-1+(x-1)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x^2-1}}$ なる式あり $x=1$ とされを u の極限幾何なる哉

四十一

今 $u=2^x\cdot\sin\frac{a}{2^x}$ なる式あり $x=\infty$ とされを u の極限幾何なる哉

四十二

今 $u=\frac{x^2}{1-\cos nx}$ なる式あり $x=0$ とされを u の極限幾何なる哉

四十三

今 $u=\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ なる式あり $x=0$ とされを u の極限幾何なる哉

四十四

今 $u=\frac{1-x^m}{1-x^n}$ なる式あり $x=1$ とされを u の極限幾何なる哉

四十五

今 $v=\frac{e^x-e^a}{x-a}$ なる式あり $x=a$ とすれば v 極限幾何なる歟

四十六

今 $v=\frac{a^x-b^x}{x}$ なる式あり $x=0$ とすれば v 極限幾何なる歟

四十七

今 $v=\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$ なる式あり $x=0$ とすれば v 極限幾何なる歟

四十八

今 $v=\frac{x-\sin x}{x^3}$ なる式あり $x=0$ とすれば v 極限幾何なる歟

四十九

今 $v=\frac{\tan x-\sin x}{x-\sin x}$ なる式あり $x=0$ とすれば v 極限幾何なる歟

五十

今 $v=\frac{x^x-x}{1+\log x-x}$ なる式あり $x=1$ とすれば v の極限幾何なる歟

五十一

今 $v=\frac{\log \cot x}{\log x}$ なる式あり $x=0$ とすれば v の極限幾何なる歟

五十二

今 $v=\frac{\cos ax-\cos bx}{\cos cx-\cos dx}$ なる式あり $x=0$ とすれば v の極限幾何なる歟

五十三

今 $v=\frac{2}{1-x^2}-\frac{1}{1-x}$ なる式あり $x=1$ とすれば v の極限幾何なる歟

五十四

今 $v=x\log x$ なる式あり $x=0$ とすれば v の極限幾何なる歟

五十五

今 $u=e^{-x}\log x$ ある式あり $x=\infty$ とすれは u の極限數何なる哉

五十六

今 $u=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{\log x}$ ある式あり $x=1$ とすれは u の極限數何なる哉

五十七

今 $u=\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{x^2}$ ある式あり $x=0$ とすれは u の極限數何なる哉

五十八

今 $u=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x\tan x}$ ある式あり $x=0$ とすれは u の極限數何なる哉

五十九

今 $u=x^{\sin x}$ ある式あり $x=0$ とすれは u の極限數何なる哉

六十

今 $u=(\cot x)^{\sin x}$ ある式あり $x=0$ とすれは u の極限數何なる哉

六十一

今 $u=x^{\frac{1}{\log mx}}$ ある式あり $x=\infty$ とすれは u の極限數何なる哉

六十二

今 $u=(1+mx)^{\frac{1}{x}}$ ある式あり $x=0$ とすれは u の極限數何なる哉

六十三

今 $u=x^{\frac{1}{1-x}}$ ある式あり $x=1$ とすれは u の極限數何なる哉

六十四

今 $u=\frac{e^x-e^{\sin x}}{x-\sin x}$ ある式あり $x=0$ とすれは u の極限數何なる哉

六十五

今

$$u=\frac{\tan x-\sin x}{(\sin x)^3}$$

なる式あり $x=0$ とすれば u の極限幾何なる哉

六十六

今

$$u=\frac{1-(n+1)x^n+nx^{n+1}}{(1-x)^2}$$

なる式あり $x=1$ とすれば u の極限幾何なる哉

六十七

今

$$u=\frac{x^4-5x^3+9x^2-7x+2}{x^4-6x^3+12x^2-10x+3}$$

なる式あり $x=1$ とすれば u の極限幾何なる哉

六十八

今

$$u=\frac{\sin^{-1}x-x}{(\sin x)^3}$$

なる式あり $x=0$ とすれば u の極限幾何なる哉

六十九

今

$$u=\frac{e^x-e^{-x}}{\log(1+x)}$$

なる式あり $x=0$ とすれば u の極限幾何なる哉

七十

今

$$u=\frac{a-x-a\log\left(\frac{a}{x}\right)}{a-\sqrt{a^2-(a-x)^2}}$$

なる式あり $x=a$ とすれば u の極限幾何なる哉

七十一

今

$$u=(1-x)\tan\frac{\pi x}{2}$$

なる式あり $x=1$ とすれば u の極限幾何なる哉

七十二

令 $u=(1-x)\log(1-x)$ なる式なり $x=1$ とすれば u の極限幾何なる數

七十三

令 $u=\dfrac{\sqrt{2a^3x-x^4}-a\sqrt[3]{a^2x}}{a-\sqrt[4]{ax^3}}$ なる式あり $x=a$ とすれば u の極限幾何なる數

七十四

令 $u=\dfrac{1-\cos x}{\sin^2 x}$ なる式あり $x=0$ とすれば u の極限幾何なる數

七十五

令 $u=\dfrac{1+x-x^2-x^3}{1+2x+2x^2+2x^3+x^4}$ なる式あり $x=1$ とすれば u の極限幾何なる數

七十六

令 $u=\dfrac{x^4+3x^3-7x^2-27x-18}{x^4-3x^3-7x^2+27x-18}$ なる式あり $x=-3$ とすれば u の極限幾何なる數

七十七

令 $u=\dfrac{xe^{2x}+1-e^{2x}-x}{e^{2x}-1}$ なる式あり $x=0$ とすれば u の極限幾何なる數

七十八

今 $v = \frac{x^3 - 4ax^2 + 7a^2x - 2a^3 - 2a^2\sqrt{2ax - a^2}}{x^2 - 2ax - a^2 + 2a\sqrt{2ax - x^2}}$ なる式あり $x=a$ と為れは v の極限幾何なる歟

七十九

今 $v = \frac{x}{x-1} - \frac{x}{\log x}$ なる式あり $x=1$ と為れは v の極限幾何なる歟

八十

今 $v = \frac{a^{\log x} - x}{\log x}$ なる式あり $x=1$ と為れは v の極限幾何なる歟

八十一

今 $v = \frac{\pi}{4x} \tan \frac{\pi x}{2}$ なる式あり $x=0$ と為れは v の極限幾何なる歟

八十二

今 $v^4 - 96a^2v^2 + 100a^2x^2 - x^4 = 0$ なる式あり若し $x=0$ と為れは $\frac{\partial v}{\partial x} = \pm \frac{5}{4}\sqrt{\frac{x}{3}}$ となる其證如何

八十三

今 $v = \frac{1-x^2}{2x} \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ なる式あり $x=0$ と為れは v の極限幾何なる歟

八十四

今 $v=\dfrac{\log\tan x}{\log\tan 2x}$ なる式あり $x=0$ とすれば v の極限幾何なる哉

八十五

今 $v=\sqrt{a^2-x^2}\cdot\cot\left(\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{a-x}{a+x}}\right)$ なる式あり $x=a$ とすれば v の極限幾何なる哉

八十六

今 $v=\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{a}+\sqrt{ax-x^2}}{\sqrt{x^2-a^2}+\sqrt{2a^2-3ax+x^2}}$ なる式あり $x=a$ とすれば v の極限幾何なる哉

八十七

今 $v=\dfrac{(x-a)\sqrt{x-c}+\sqrt{x-a}}{\sqrt{2a}-\sqrt{x+a}+\sqrt{x-a}}$ なる式あり $x=a$ とすれば v の極限幾何なる哉

八十八

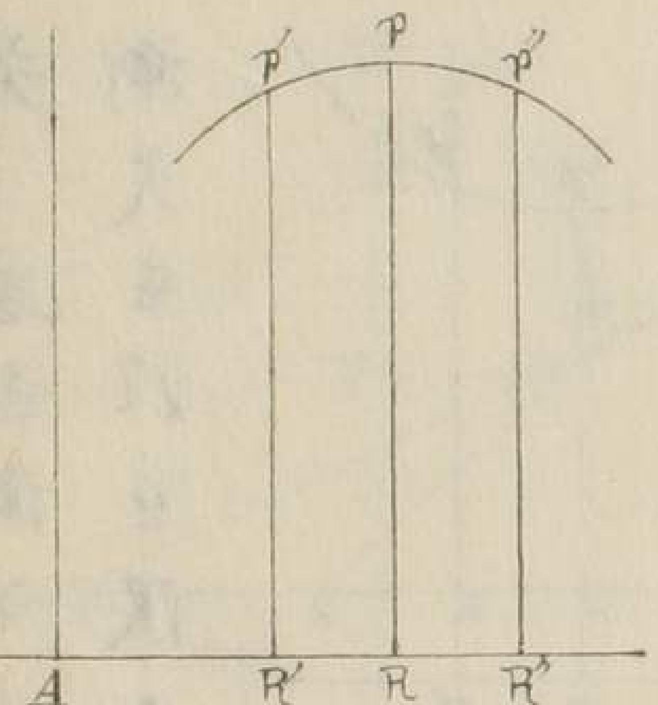
今 $v=\dfrac{\sqrt{x^2-a^2}+a-\sqrt{2ax-x^2}}{\sqrt[3]{x^3-a^3}-\sqrt{x^2-a^2}}$ なる式あり $x=a$ とすれば v の極限幾何なる哉

洋算例題續々篇巻之五

陸軍大尉福田半編輯

函数極大極小の理を論ず

○獨変数の函数極大の時あり又極小の時あり若し変数漸大して限に至り限を過ぎて復漸小となれば限に當る時を極大とす



$x'=AR'$

$x=AR$

$x''=AR''$

$y'=P'R'$

$y=PR$

$y''=P''R''$

即ちPRは極大なり

若し変数漸小にして限に至り限を過るの後ち復た漸大となれば限に当るときは極小とす

$y=f(x)$ を極数とすれば

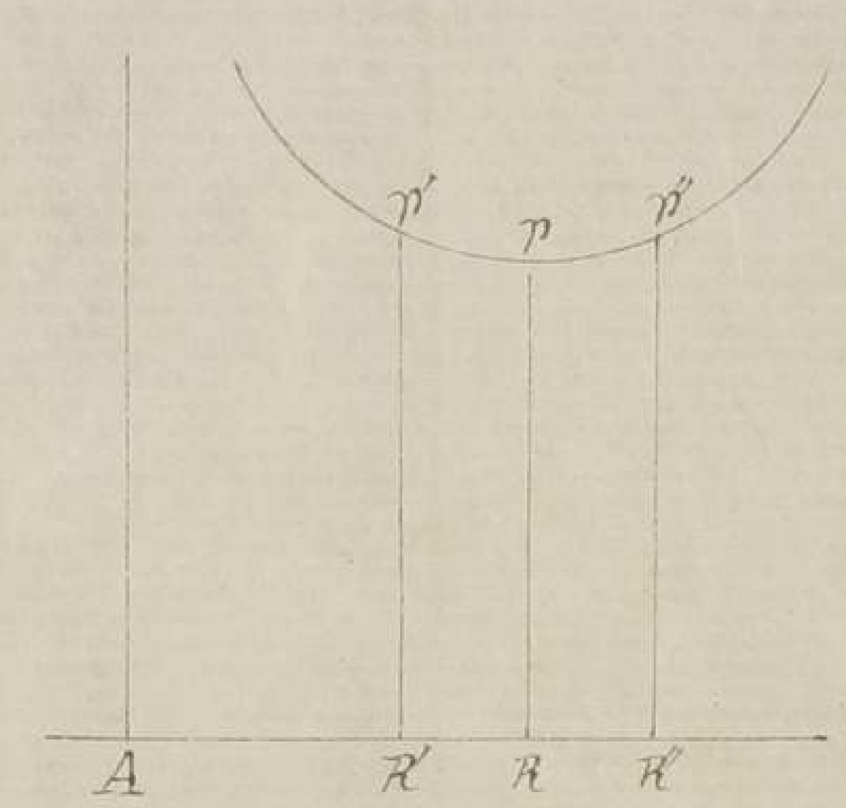
其前を

$y'=f(x+\Delta x)$

なり其後を

$y''=f(x+\Delta x)$

なり



$x'=AR'$ $y'=P'R'$

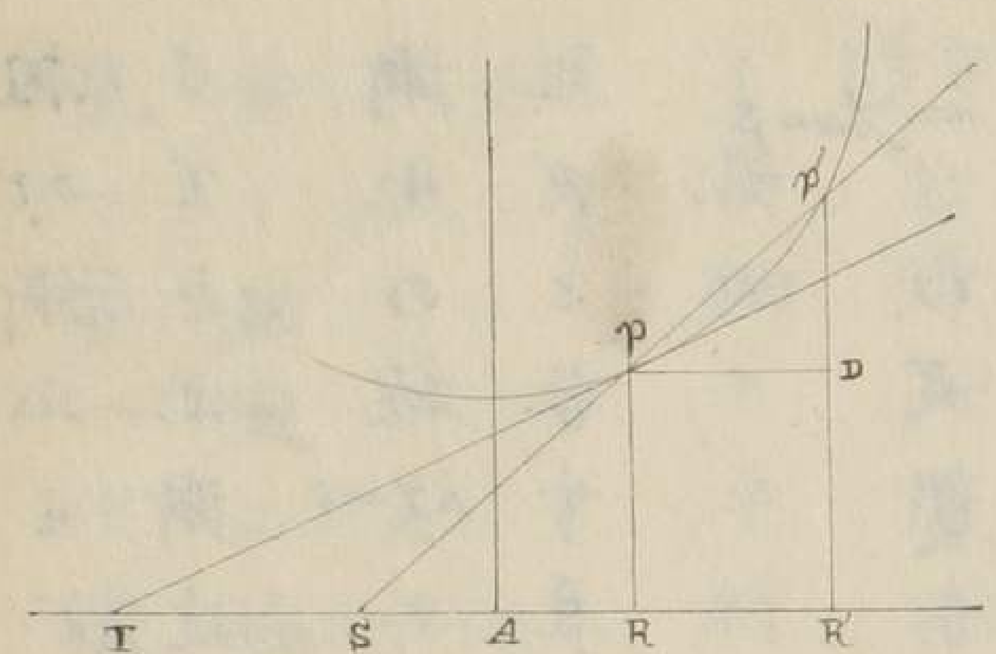
$x=AR$ $y=PR$

$x''=AR''$ $y''=P''R''$

即ちPRは極小なり

而して若し y が $y'y''$ より大なれば極大なり $y'y''$ より小なれば極小なり

曲線内何点に於ても其切線と横軸の交角の正切は縦線の第一次微係数に等し



$AR=x$ $AR'=x'$

$RP=y$ $R'P'=y'$

$RR'=PD=\Delta x$

$P'D=\Delta y$

$\triangle PDP'$ ニ於テ

$\angle PSR=S$ $\angle PTR=T$

$PD : P'D :: 1 : \tan S$

$\Delta x : \Delta y :: 1 : \tan S$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\tan S$$

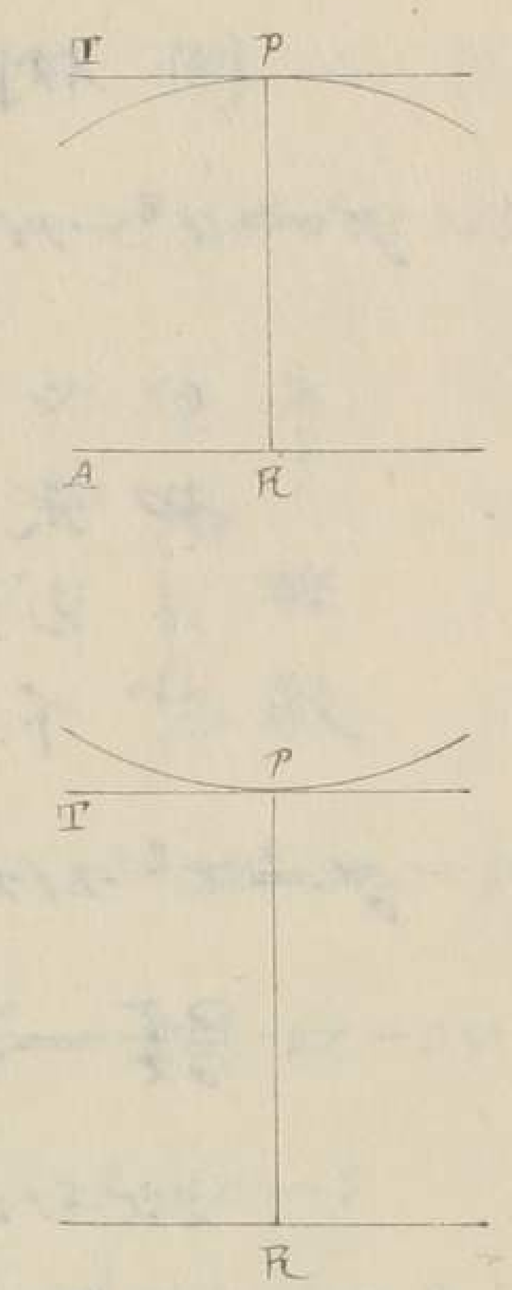
故にΔx漸小なれはΔy又漸小し之に依てPP'漸近し
PT'も亦漸近せ
漸小の極$\Delta x=0$となれは$\Delta y=0$となり而して漸近の極P
もP'と合しPもT'と合するに至る

左図のPRを極大と為れはTPなる切線と横
軸と平行して角を成さ能さ

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\tan\theta$$

の式変して

$$\frac{dy}{dx}=\tan\theta$$



$\frac{dy}{dx}=0$を得る所以なり若極小と為れはTPなる切線
と横軸と平行して角を為能さ故に亦$\frac{dy}{dx}=0$を得る所
以なり乃P点を切線横軸と平行しPを曲線の極
大点にしさも必す極小点にうりぬと明なり
若し函数に極大極小有哉否を考察せんと欲せは
先つ第一次微係数を求め而して$\frac{dy}{dx}$を0に等しし

と定め以てxの同数を求めaとし$a-p$及び$a+p$を以て原式中のxに代へ得る所の数倶にaより小なれば必ず函数に極大あり若し二数倶にaより大なれば必ず函数に極小あるなり

一例

$y=x^2-16x+70$ あり極数を求む下の如し

$$y=x^2-16x+70$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}=2x-16$$

$$2x-16=0$$

$$x=8$$

$$a-p=7$$

$$a=8$$

$$a+p=9$$

$$y=7^2-16\times7+70=7$$

$$y=8^2-16\times8+70=6 \quad \text{極小}$$

$$y=9^2-16\times9+70=7$$

二例

$y=x^3-3x^2-24x+85$ あり極数を求む左の如し

$$y=x^3-3x^2-24x+85$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}=3x^2-6x-24$$

$$x^2-2x=8$$

$$x^2-2x+1=9$$

$$x-1=\pm3$$

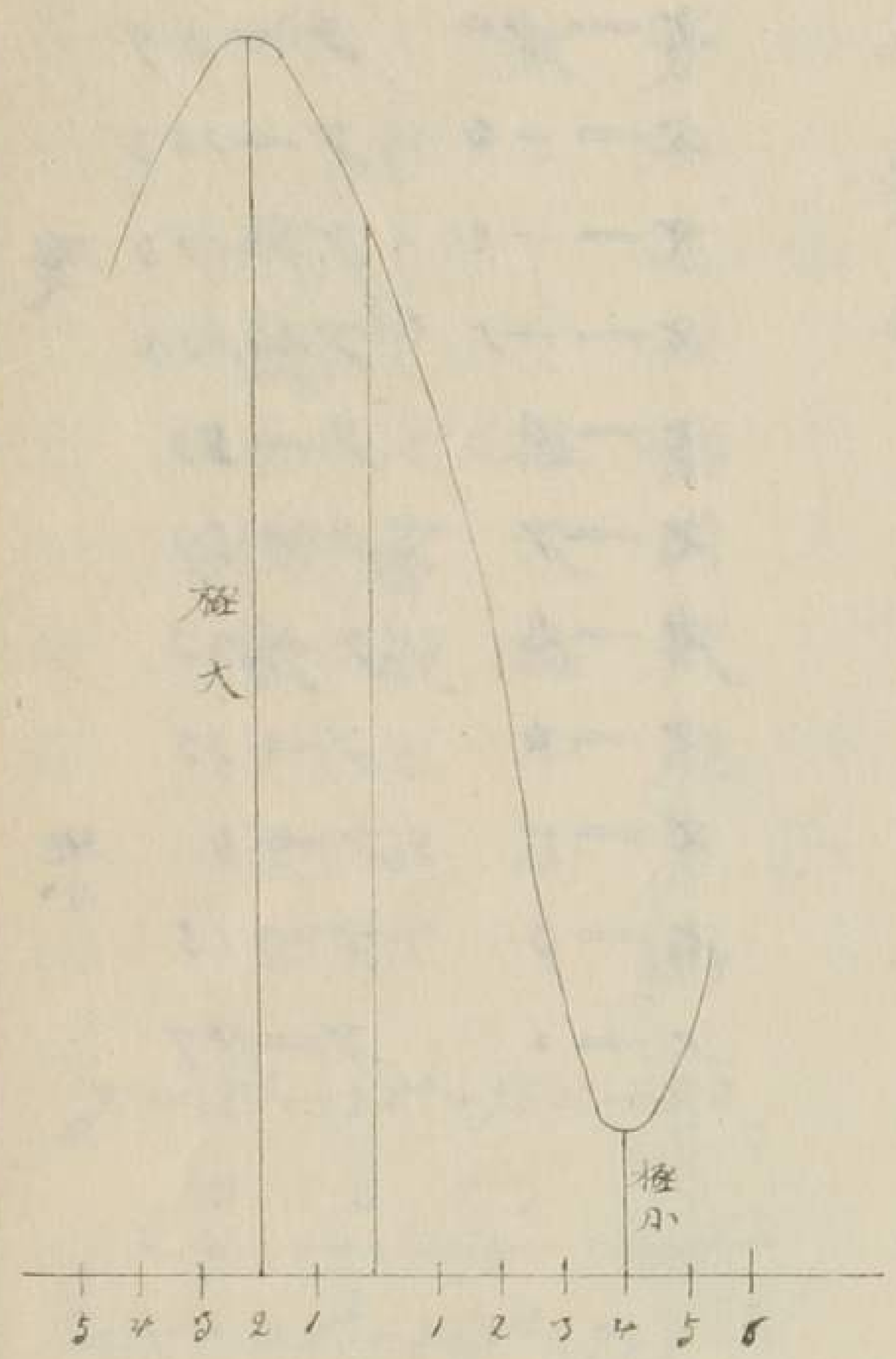
$$x=4 \quad \text{or} \; -2$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=6x-6=18 \quad \text{or} \; -18$$

$$y=4^3-3\times4^2-24\times4+85=5$$

$$y=-2^3-3\,2^2+24\times2+85=113$$

5 極小　113 極大



xの諸同数を本式中に用ひ術理を示を

$x=-4$	$y=69$	
$x=-3$	$y=103$	
$x=-2$	$y=113$	極大
$x=-1$	$y=105$	
$x=0$	$y=85$	
$x=1$	$y=59$	
$x=2$	$y=33$	
$x=3$	$y=13$	
$x=4$	$y=5$	極小
$x=5$	$y=13$	
$x=6$	$y=49$	

函數の極大極小を求むる捷法三例を擧く

第一ヱの諸同數能く函數をして極大極小ならしめ又常數ゟて乗除し得る所の數をして極大極小ならしむ故に之を極大極小を求むるに當ては函數を乗除する常數を去て用ひざるも可し

$$y=\frac{5}{7}(3x-x^3)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}=\frac{15}{7}-\frac{15}{7}x$$

$$\frac{15}{7}-\frac{15}{7}x^2=0$$

$$15x^2=15$$

$$x^2=1 \quad x=\pm 1$$

又

$$y=3x-x^3$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}=3-3x^2$$

$$3-3x^2=0$$

$$x^2=1 \quad x=\pm 1$$

第二ヱの諸同數能く函數をして極大極小ならしむるときは常數を去てヱの次數を係數に乗ずべし

$$y=x^3-18x^2+96x-20$$
$$\quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$$

$$\partial y=3x^3-36x^2+96x-0$$

$$3x^2-36x+96$$

$$x^2-12x+32=0$$

$$x^2-12x+36-4=0$$

$$x-6\pm 2=0$$

$$x=4 \text{ or } 8$$

第三xの諸同数能く函数をして極大極小ならしむ時を実廉相乗四段と法冪と相消を致し

実　法　廉

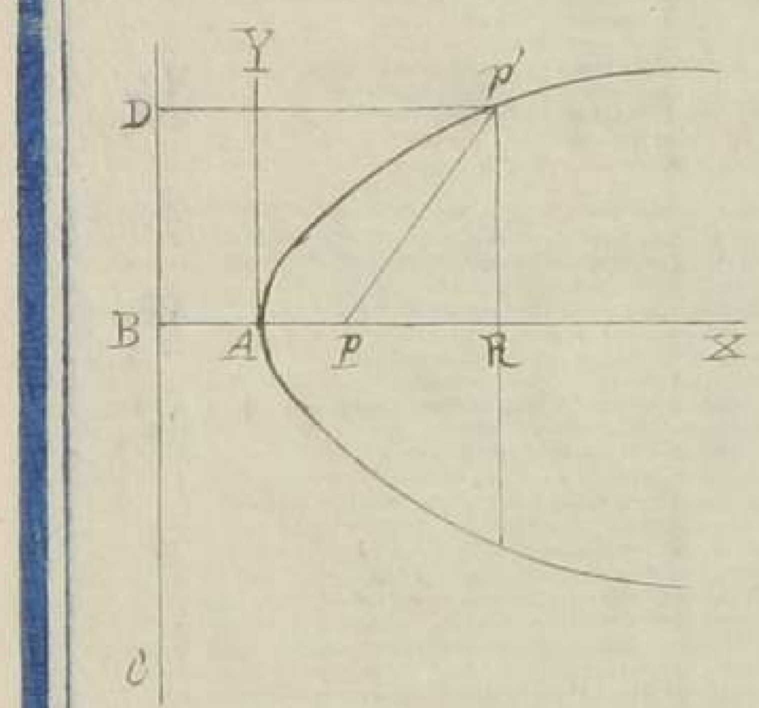
$$2y - ax + 5x^2 = 0$$

$$40yx^2 = a^2x^2$$

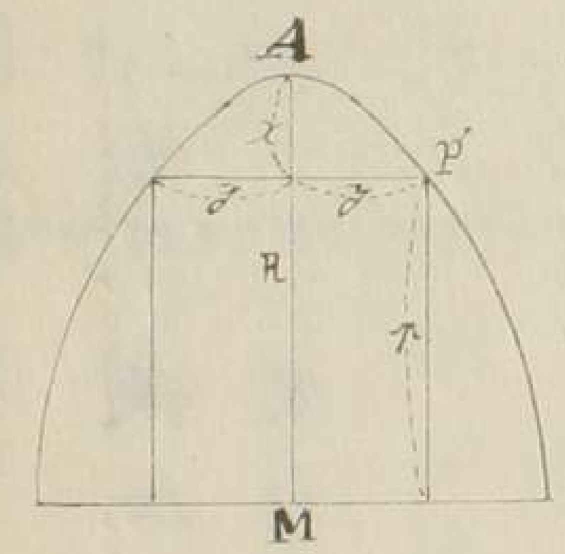
$$40y = a^2$$

$$a = 2\sqrt{10y}$$

三例　抛物線面あり中径aを題し容る所の最大矩形の高さを求む如何



圖の如くPを曲線の心としCDを準線としAXを横軸とし原点Aに在てBPを平分さ



上図の如きAMを題とする所の中径aにして最大矩形の積をRとし求むる所の高さをxとし術路を解左の如し

$BP = p \qquad AP = \frac{1}{2}p$

$AR = x \qquad PR = y$

$P'P = z$

$z = P'D = AR + AB = x + \frac{1}{2}p$

$PR = x - \frac{1}{2}p$

$y^2 + PR^2 = z^2$

$y^2 + \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2$

$y^2 = 2px$

$y = \sqrt{2px}$

$$2y(a+x)=S$$

$$4y^2(a-x)^2=S^2$$

$$8a^2px-16apx^2+8px^3=S^2$$

微分を求む

$$8a^2p-32apx+24px^2=0$$

$$a^2-4ax+3x^2=0$$

$$a^2-4ax+4x^2=x^2$$

$$a-2x=x$$

$$a=3x$$

$$x=\frac{a}{3}$$

故に

$$p=a-x$$

$$p=\frac{2}{3}a$$

四例 今

$$u=\frac{\sin x}{1+\tan x}$$

なる式ありuの極大なると記xの同數如何

$$u=\frac{\sin x}{1+\tan x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\cos x-\sin x\tan^2 x}{(1+\tan x)^2}$$

$$\therefore \cos x=\sin x\tan^2 x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x}\tan^2 x=1$$

$$\tan^3 x=1 \quad \therefore x=45$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=-\frac{3}{4}\sqrt{2}$$

$$\therefore u=\frac{1}{4}\sqrt{2} \quad maximum$$

設題

第一 今抛物線面あり其横線九．倍縱線十六．容る所の最大矩形の高及ひ廣幾何なる哉

第二 今一線ありaと名く分つて大小の二分とし大分の立方積に小分を乘し其積極大數に至る時其大小各幾何なる哉

第三 今一線あり弦として最大なる勾股を作らんと欲す勾股の比例如何

第四 $u=x^{\frac{1}{x}}$ なる式ありuの同數極大なると記xの同數幾何

第五 今酒若干升あり盛るに円柱形の器を用ふ但し器

の内曲面積と底面積の和極小なる時高と底径の
比例如何
第六 今立円體あり其内に円錐を作り其曲面をして最
大ならしめんと欲す然る時ハ高と球径の比例如
何
第七 今象限形あり其二半径及ひ其切線を引長して勾
股形を形り其最小面積を求む勾股の比例如何
第八 今平円あり容る所の最大矩形を求む其毎辺何
程なる哉
第九 今一尺立方の水あり円柱形の器に盛らんと欲す
器の内底蓋曲面の和積最小ならしめんと欲す底

の半径と高との比例如何
第十 今直三角形あり中勾と短玄との差至て多からしめ
んと欲す只云股十寸勾幾何

洋算例題續々篇巻之六

陸軍大尉福田半編輯

多元極數

二個以上の自變數を有する函數の極大極小を求むる法を多元極數と号す
其法は扵篇第五巻に記載しある一元極數と大同小異にして偏微係を求め其正負に因て極大或は極小なるを知るなり

假令

(1) $u=xy$

の式中 $x+h$ $y+k$ 及ひ $x-h$ $y-k$ とすれは(1)式變して

$$u(\overline{x+h},\overline{y+k})-u(x,y)$$

及ひ

$$u(\overline{x-h},\overline{y-k})-u(x,y)$$

とある所の此両式共に正或は負にあらざれは極大或は極小を為さゞる

若し

$$u(\overline{x\pm h},\overline{y\pm k})<u(x,y)$$

なれは極大なり

$$u(\overline{x\pm h},\overline{y\pm k})>u(x,y)$$

なれは極小なり

又(1)式に於てu極大或は極小を為すにはx y共に極大或は極小のあらざれは為す能はず今偏微分に於てxを極大或は極小とすれは(2) $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ yを極大或は極小とすれは(3) $\frac{\partial u}{\partial y}=0$なり故に(2)(3)の両式を求めて$u$の極大極小を知るべし

左に二三例を示し后数件の設題を挙く

一例假令

$$u=x^4+y^4-4axy^2$$

の如き式ありu極大或は極小なるときx及ひyの同数は如何

$$u = x^4 + y^4 - 4axy^2$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 4x^3 - 4ay^2 = 0 \qquad \frac{\partial u}{\partial x} = 4y^3 - 8axy = 0$$

$$\therefore x^3 = ay^2 \qquad y^2 = 2ax$$

$$x^3 = 2a^2x \qquad y^2 = 2a^2\sqrt{2}$$

$$x^2 = 2a^2 \qquad y = a\sqrt[4]{8}$$

$$x = a\sqrt{2}$$

二次微係を求め極大極小数試む

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 12x^2 = 24a^2$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 12y^2 - 8ax = 12^2\sqrt{8} - 8a^2\sqrt{2} = 16a^2\sqrt{2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = -8ay = -8a^2\sqrt[4]{8}$$

$$\therefore \frac{\partial^2 u}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} > \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \cdot \partial y}\right)^2$$

而して $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 及び $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ の代数記号共に正なり故に u は極小なり「代数記号負なれば極大なり」若し x 及び y をして 0 とならしむれは $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$ $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ となるなり又三次微係数を求め

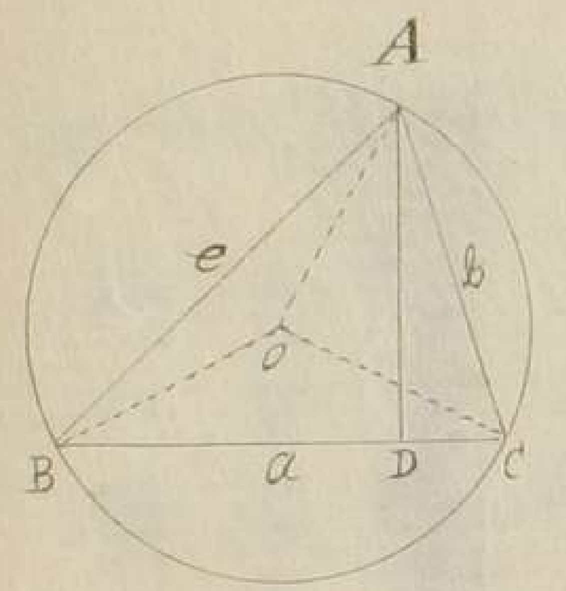
なれは

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 24x = 0$$

$$\frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = 24y = 0$$

故に u は極小なり

二例 円内に最大の三角形を画かんと欲す其頂角幾何



図に依て

$$AO = BO = CO = R$$

$$\angle B = x$$

$$\angle C = y$$

$$u=\frac{bc}{2}\cdot\sin A=\frac{bc}{2}\cdot\sin(x+y)$$

$$b=2R\cdot\sin x \qquad c=2R\cdot\sin y$$

$$\therefore u=2R^2\cdot\sin x\cdot\sin y\cdot\sin(x+y)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=2R^2\left\{\cos x\cdot\sin(x+y)+\sin x\cdot\cos(x+y)\right\}\sin y$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}=2R^2\left\{\cos y\cdot\sin(x+y)+\sin y\cdot\cos(x+y)\right\}\sin x$$

$$\therefore \cos y\cdot\sin(x+y)+\sin x\cdot\cos(x+y)=\sin(2y+x)$$

$$\cos x\cdot\sin(x+y)+\sin x\cdot\cos(x+y)=\sin(2x+y)$$

$$\sin(2x+y)=0=\sin\pi \qquad \sin(2y+x)=0=\sin\pi$$

$$2x+y=2y+x=\pi$$

$$x-y=0$$

$$x=y$$

$$2y+x=\pi$$

$$3x=\pi$$

$$x=\tfrac{1}{3}\pi$$

$$y=\tfrac{1}{3}\pi$$

$$\therefore A=\tfrac{1}{3}\pi$$

即ち円内に画く所の三角形は等辺なり

設題

第一

$$u=x^2y^2(a-x-y)$$

の式ありu極大或は極小なるときx及びyの同数如何

第二

$$u=x^3+y^3-3axy$$

の式ありu極大或は極小なるときx及びyの同数幾何

第三

$$u = x^4 + y^4 - 2(x-y)^2$$

ある式ありu極大或ハ極小の時x及ひyの同数幾何

第四

$$u = a\{\sin x + \sin y + \sin(x+y)\}$$

ある式ありu極大或ハ極小の時x及ひyの同数幾何

第五

$$u = x^3 - 3axy + y^3 + a^3$$

ある式ありu極大或ハ極小の時x及yの同数幾何

第六

$$u = ax^3 - bx^2y + y^2$$

ある式ありu極大或ハ極小の時x及ひyの同数幾何

第七

$$u = ax^2y - x^3y + y^2$$

ある式ありu極大或ハ極小の時x及ひyの同数幾何

第八

今四辺形の各辺を知て其積をして最大ならしめんと欲せは其形如何なる哉

第九

今円錐の傍高を知て最大の立方形を容るへき頂角如何

第十

今円壔形の花器あり容積を知り洞積器の体積を云最も小ならしめんと欲せは底半径及ひ深を問ふ

第十一

今斜三角形内に一点を設け其点より各角点に三

線を引き其自乗の和をして最大ならしめんと欲せば其点の位置如何

十二 今已知の円を容るゝ[illegible]三角形の周囲をして最小なるものの形如何

十三 今 $u = ax + by + cz$ 及び $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ なる両式ありて u 極大或は極小なる時 x y 及 z の同数幾何

十四 今 $u = (x+1)(y+1)(z+2)$ 及び $A = a^x b^y c^z$ なる両式ありて u 極大なる時其の同数幾何

洋算例題續々篇巻之六

陸軍大尉福田半編輯

消去法

凡そ正負の号を以て函数に連着せる所の定数は自ら微係数に於て消失し易し然れども定数若し函数或は其式の項の項数たれは微係数の同数中に猶其定数顕在し易し

故に若し $v=0$ を定数 a を有せる x 及び y の函数とせれは即ち $v=0$ 及び $dv=0$ 共に a を有すべし然れども此二式を以て其 a を消失し而して a を有せざる一式を得べし即ち之を微分方程式と云ふ

故に $y = ax^2$ となれば $\frac{\partial y}{\partial x} = 2ax = \frac{2y}{x}$ なり

是れ即ち定数 a を消去したる所の式なり

不尽数及び越数に於ても亦微分し消去なるを得

然し

$$y = (a^2+x^2)^{\frac{m}{n}}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 2x\frac{m}{n}(a^2+x^2)^{\frac{m}{n}-1}$$

$$= \frac{2mx(a^2+x^2)^{\frac{m}{n}}}{n(a^2+x^2)}$$

$$= \frac{2mxy}{n(a^2+x^2)}$$

なり

若し $y=\psi(x)$ 式中 a 及び b の二定数を有する時は $v=0$ $\partial v=0$ 及び $\partial^2 v=0$ なる三式を以て消去するを得べし

第一例 $y = a\cos mx + b\sin mx$ なる式に於て a 及び b を消去せんと欲せば

$$y = a\cos mx + b\sin mx$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -m\cdot a\cdot\sin mx + mb\cos mx$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -m^2 a\cos mx - m^2 b\sin mx = -m^2(a\cos mx + b\sin mx) = -m^2 y$$

$$\therefore \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m^2 y = 0$$

第二例 $u = y - ax^2 - bx = 0$ なる式に於て a 及び b を消去せんと欲せば

$$v=y-ax^2-bx=0$$

即ち

$$y=ax^2+bx$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}=2ax+b$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=2a$$

$$b=\frac{\partial y}{\partial x}-x\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$y=\frac{x^2}{2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-x\frac{\partial y}{\partial x}+\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}x^2=0$$

$$\therefore \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-\frac{2}{x}\frac{\partial y}{\partial x}+\frac{2y}{x^2}=0$$

若し $v=\phi(xyz)$ 或は $z=\phi(xy)$ なれを偏微係数 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 及ひ $\frac{\partial z}{\partial x}$ の方法に依て $z=\phi(xy)$ 式より二個の分量を消去し得へし而して第二微分に至ては $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ $\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$ 及ひ $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ に應する三個の他式を得之に依て五個の分量を消去することを得然し

第三例 $z=\phi(ax+by)$ なる式に於て任意の函数を消去せんと欲せは

$$z=\phi(ax+by)$$

$$ax+by=u \qquad \therefore z=\phi(u)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} \qquad \frac{\partial z}{\partial u}=\phi'(u) \qquad \frac{\partial u}{\partial x}=a$$

$$\therefore \frac{\partial z}{\partial x}=a\phi'(u) \qquad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y}=\phi'(u).b$$

$$b\frac{\partial z}{\partial x}=ab\phi'(u) \qquad a\frac{\partial z}{\partial y}=a.b.\phi'(u)$$

$$\therefore b\frac{\partial z}{\partial x}-a\frac{\partial z}{\partial y}=0$$

$$bp-aq=0$$

第四例 $z=(x+y)^m\varphi(x^2-y^2)$ なる式に於て函數を消去せんことを欲す

前例に準じ p q の同數を求めてろの維乗に依て次の如くなるを得る

$$z=(x+y)^m\varphi(x^2-y^2)$$

$$p=m(x+y)^{m-1}\varphi(x^2-y^2)+2(x+y)^m\varphi'(x^2-y^2)x \quad\cdots\cdots(1)$$

$$q=m(x+y)^{m-1}\varphi(x^2-y^2)-2(x+y)^m\varphi'(x^2-y^2)y \quad\cdots\cdots(2)$$

$$\therefore yp+xq=m(x+y)^m\varphi(x^2-y^2)=mz$$

設題

第一 假令 $y-ax^2+b=0$ なる式に於て a b を消去しこる式を求む

第二 假令 $y^2=ax+bx^2$ なる式に於て a 及び b を消去すれば如何なる式を得る哉

第三 假令 $y=a\sin x+b\sin 2x$ なる式に於て a 及び b を消去すれば如何

第四 假令 $y=ae^{2x}\sin(3x+b)$ なる式に於て a 及び b を消去すれば如何

第五 假令 $y=x^2+ae^{mx}$ なる式あり a を消去すれば如何なる式を得る哉

第六 假令 $y = mx^2$ なる式に於て m を消去せんと欲せば如何

第七 假令 $y = \sqrt{mx+n}$ なる式に於て m 及び n を消去せば如何

第八 假令 $a + c(cx - y) = 0$ なる式に於て c を消去せば如何なる式を得る哉

第九 假令 $z = \phi(y+ax) + \psi(y-ax)$ なる式に於て随意の函數を消去せば如何

第十 假令 $zx = \phi\left(\frac{y}{x}\right)$ なる式に於て函數を消去せば如何なる式を得る哉

十一 假令 $x^2 + \frac{b^2}{a^2}y^2 = \frac{c}{a}$ なる式に於て a b c の三常數を消去せば如何

十二 假令 $(a-1)(x+y) - xy + a = 0$ なる式に於て a を消去せば如何なる哉

十三 假令 $c\tan mx - y\sec(mx+a) = 0$ なる式に於て a 及び c を消去せば如何

十四 假令 $y = e^x \cos x$ なる式に於て指數を消去せば如何なる式を得る哉

十五 假令 $y = n\cos(nx+a)$ なる式に於て a と n を消去したる式を求む

十六 假令 $y = \sin(\log x)$ なる式に於て函數を消去したる式を求む

十七 假令 $y=\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ なる式に於て指数を消去したる式を求む

十八 假令 $\frac{z}{x+y^2}=\phi(x^2-y^2)$ なる式に於て函数ϕを消去したる式を求む

十九 假令 $\frac{y}{x}=\phi\left(\frac{z}{x}\right)$ なる式に於て函数ϕを消去したる式を求む

二十 假令 $z=ax+by+c$ なる式に於てa b cの三数を消去したる式求む

洋算例題續々篇巻之六終

洋算例題續々篇巻之七

陸軍大尉福田半編輯

混淆問題

第一 今 $u=\sin x$ なる式ありn次微係数を求む

第二 今 $u=(\sin x)^x$ なる式あり一次微係数を求む

第三 今 $u=\sin^{-1}\frac{x}{a}$ なる式あり一次微係数を求む

第四 今 $u=\cos^{-1}\frac{x}{a}$ なる式あり求むること前に同し

第五 今 $u=\sin 3x$ なる式あり求むること前に同し

第六 今 $u=\cos(ax+b)$ なる式あり求むること前に同し

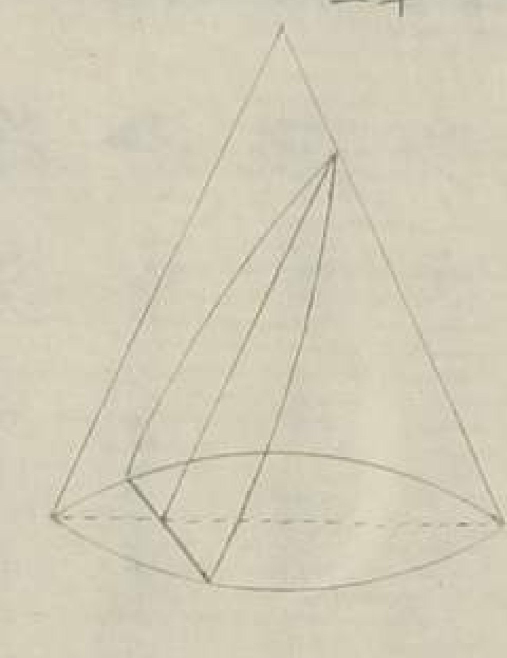
第七 今 $u=\log(\log x)$ なる式あり求むること前に同し

第八 今 $u^2x-u+x^2-a=0$ なる式あり求むること前に同し

九十 今 $u^3-3ux^2+x^3=0$ なる式あり求むることも前におなし

十十 今 $2ux+au^2-bx^2=0$ なる式あり求むることも前におなし

一十



今図の如く円錐體あり底径 a 傍高 b を題して其最大なる拋物線の中径を求むる術如何

二十 今 $u=\log\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$ なる式あり一次微係數を求むることも前に同じ

三十 今 $u=(\cos x+\sqrt{-1}\,\sin x)$ なる式あり求むることも前に同じ

四十 今 $u=e^x(x^4-4x^3+12x^2-24x+24)$ なる式あり求むることも前に同じ

五十 今 $u=\sin^3 x.\cos x$ なる式あり求むることも前に同じ

六十 今 $u=\frac{\cos x}{\cos 2x}$ なる式あり求むることも前に同じ

七十 今 $u=e^x\cos x$ なる式あり求むることも前に同じ

八十 今 $u=\sin^{-1}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ なる式あり求むることも前に同じ

九十 今 $u=\sin^{-1}(3x-4x^3)$ なる式あり求むる前におなし

廿 今 $u=\cos^{-1}(4x^3-3x)$ なる式あり求むる前におなし

一廿 今 $u=\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$ なる式あり求むる前におなし

廿二 今 $u=\sin^{-1}(2x-1)$ なる式あり求むる前に同し

廿三 今 $u=\log\sqrt{\frac{1-\cos x}{1-\cos x}}$ なる式あり求むる前に同し

廿四 今 $u=(\sin x)^x$ なる式あり求むる前に同し

廿五 今 $u=\tan^{-1}(\sqrt{1+x^2}-x)$ なる式あり求むる前に同し

廿六 今 $u=\log\sqrt{\sin x}+\log\sqrt{\cos x}$ なる式あり求むる前に同し

廿七 今 $u=a(\sin x-\cos x)$ なる式あり求むる前に同し

但し右式中正餘諸線の顯されたるを要す

廿八 今 $u=\sin(\log x)$ なる式あり求むる前に同し

廿九 今 $u=\log\sqrt[4]{\frac{1+x}{1-x}}+\frac{1}{2}\tan^{-1}x$ なる式あり求る前に同し

三十 今 $u=-\frac{1}{3}\frac{\sin x}{(\sin x)^2}-\frac{2}{3}\cot 2x$ なる式あり求むるとき

前に同し

卅一 今 $u=\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$ なる式あり求むる前に同し

卅二 今 $u=\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1-x^{\frac{1}{2}}}}-x\sin^{-1}x^{\frac{1}{2}}$ なる式あり求むるとき

も前に同し

卅三 今 $y=x^2\log x$ なる式なり三次微係數を求む

卅四 今 $y=x^2\log x$ なる式なり四次微係數を求む

卅五 今 $y=x^{n-1}\log x$ なる式なり n 次微係數を求む

卅六 第一圖の如く三角形あり中に内接して容る所

の最大矩形の高を求る術如何

廿七　第二図の如く円錐體あり正高アを題し容る所の最大円柱の高さを求む術如何

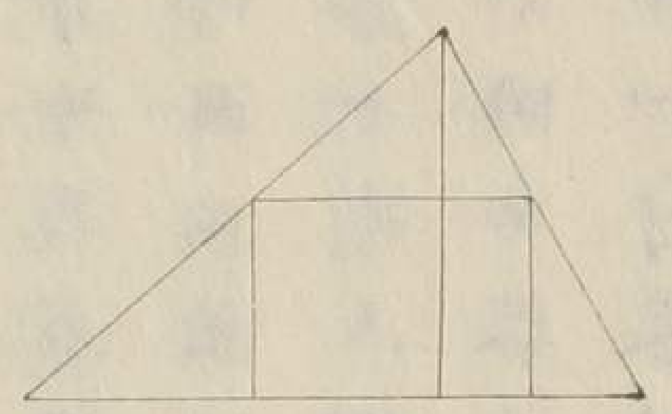
廿八　第三図の如く直形内に等円二個を容るあり其外積至多ならしめんと欲す只云平aを題し容円の半径及外積を求む術如何

廿九　第四図の如く勾股形あり弦cを題しQ積至て多からしめんと欲す勾を求む術如何

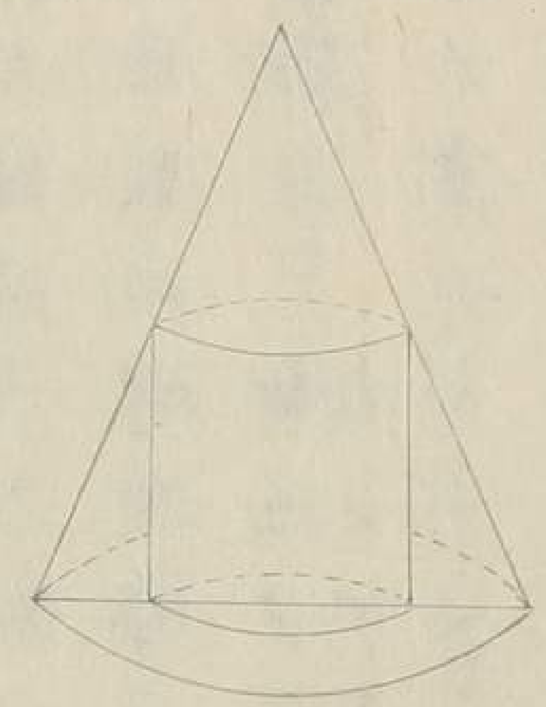
四十　第五図の如く勾股田あり勾六間股八間中眞直田至て多からしめんと欲す長及平を求む術如何

四十一　第六図の如く円あり只云円径dを題し至て多き弦矢の差を求む術如何

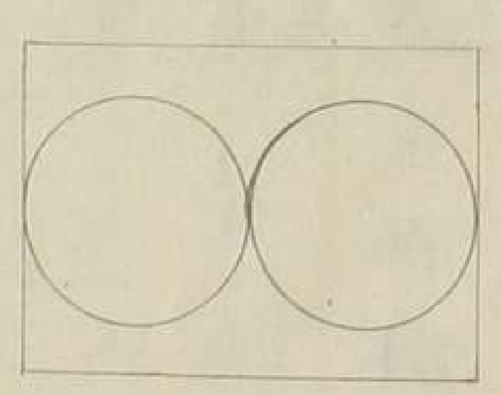
第一図



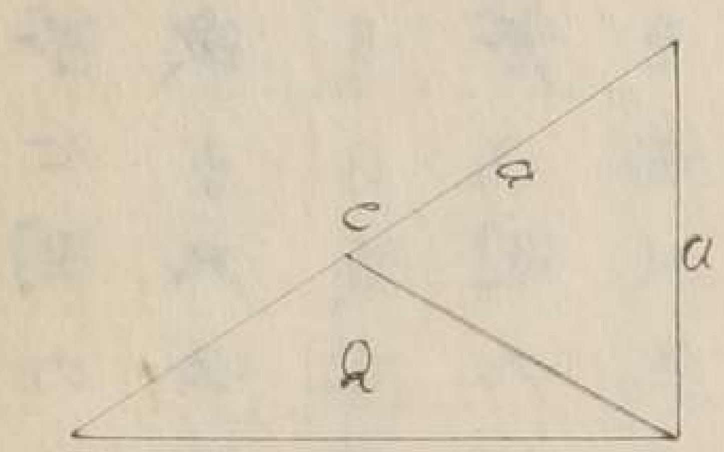
第二図



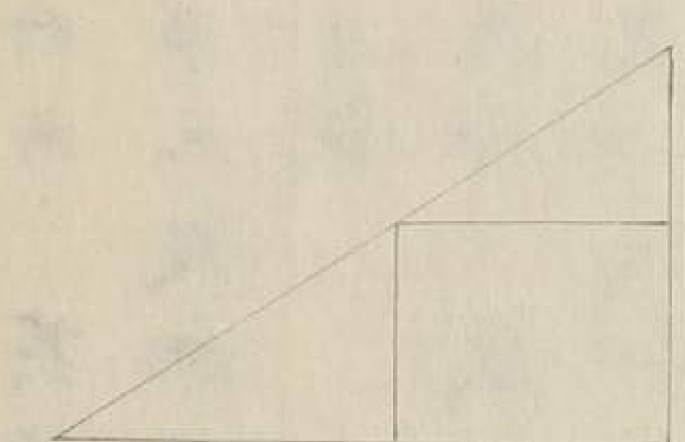
第三図



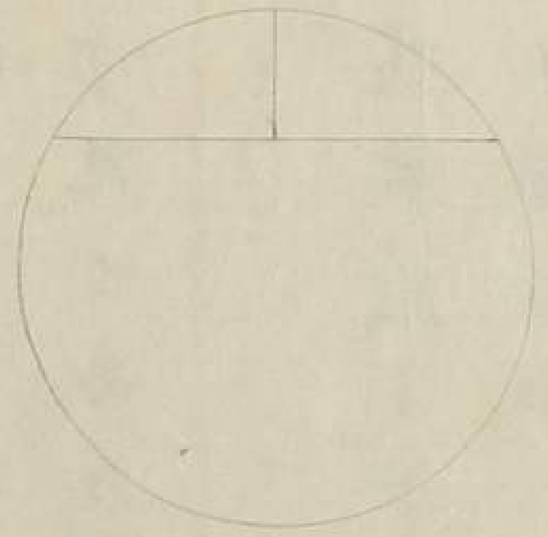
第四図



第五図



第六図



四十二
第七図の如く直形あり其積至て多からしめんと欲す只云長二段平三段相併十二寸至て多き積及云長平幾何なる哉

四十三
第八図の如く箱を作り米を入るに其米最も多きを要す只云縦横差一尺四寸七分又云横深和六尺九寸三分各幾何なる哉

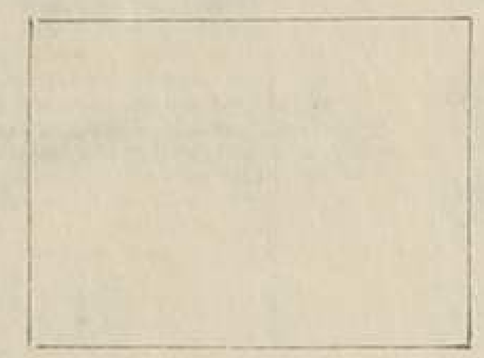
四十四
第九図の如く等脚三角あり上斜aを顛し容る所の円径至て大なるを求む術如何

四十五
第十図の如く不等斜あり（斜数多少に拘らず假に四斜を画く）内に円を容る外積至て多からしめんと欲す各斜の和四寸容円の半径幾何なる哉

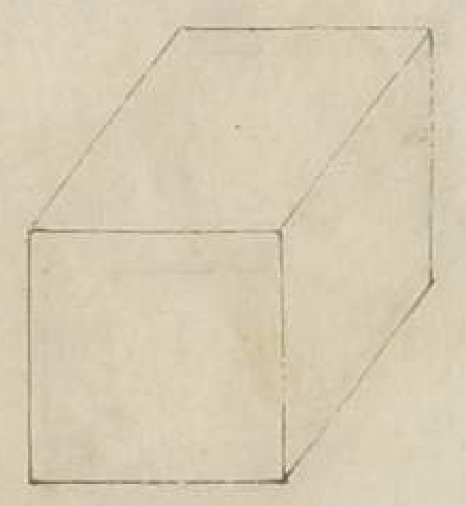
四十六
第十一図の如く三斜形の田地ありabとbcとの和百六十間acの辺八十間なり至て短かきbd辺及ひ總田地幾何なる哉

四十七
第十二図の如く三斜形あり其積至て多し只云c十寸d幾何なる哉

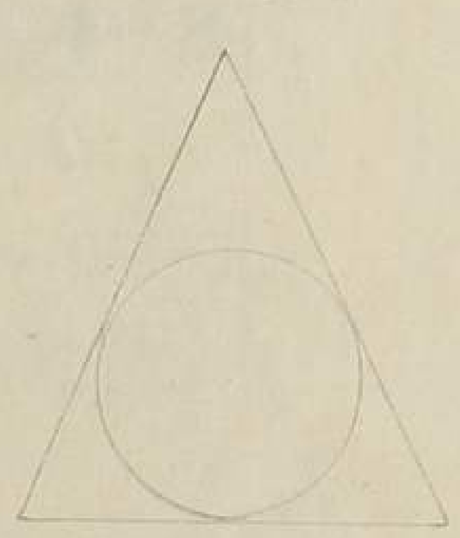
第七図



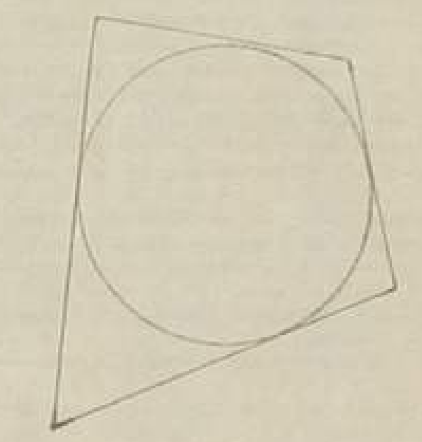
第八図



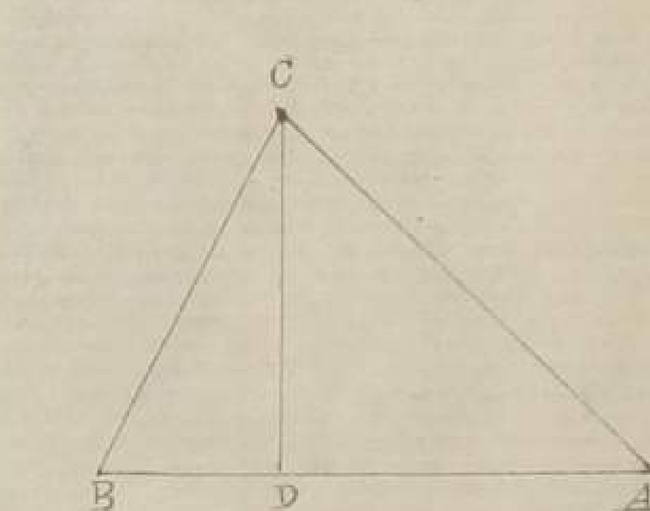
第九図



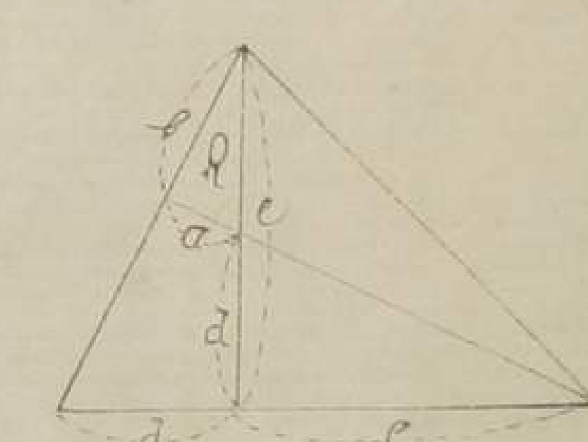
第十図



第十一図



第十二図



四十八 第十三図の如く勾股形あり其内に円池を挟む勾股弦相併へ若干寸あり外積最とも多からんと欲す外積及ひ円の半径幾何なる哉

四十九 第十四図の如く円錐あり其積至て多からんことを欲す傍高若干處の半径及ひ積を得る術如何

五十 第十五図の如く等脚三角内に方を容るあり下斜アを題し其積至て多からんことを欲す方辺及ひ其積を得る術如何

五十一 今円と方と相接するあり其和一尺両積の和至て多からんことを欲す円径及等辺幾何なる哉

但し第十六図を見よ

五十二 第十七図の如く直内に円を容るあり a b c 三和十寸至て多き直積幾何なる哉

五十三 今

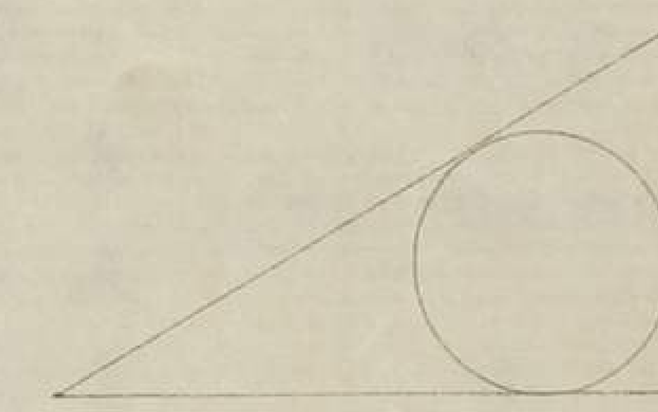
$$u=\sin^{-1}(x^2y)$$

なる式なり

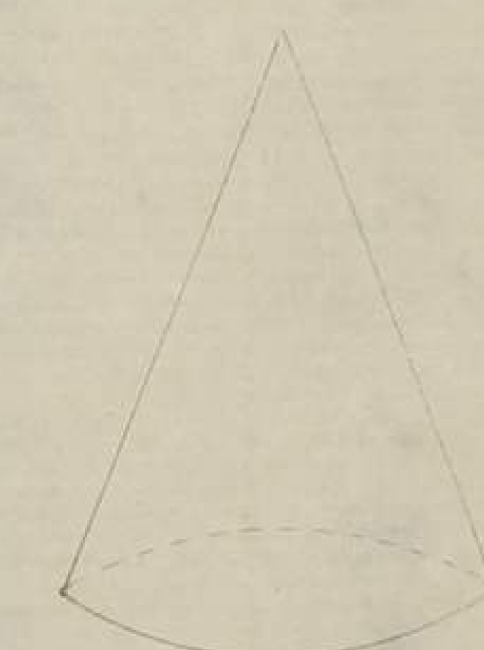
$$\frac{d^2u}{dx.dy}$$

の函数を求む如何

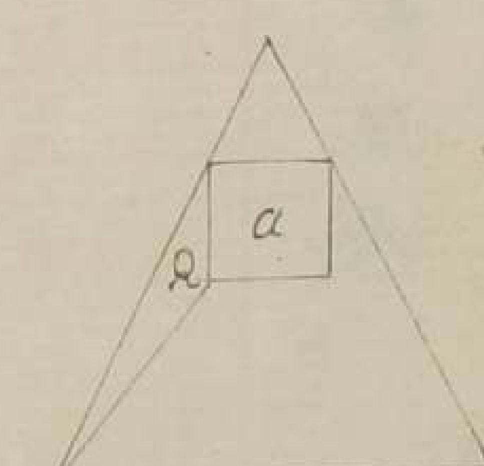
第十三図



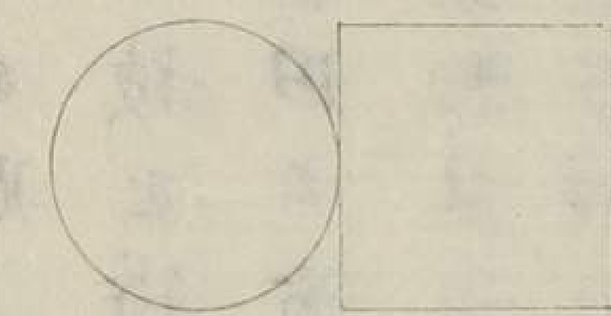
第十四図



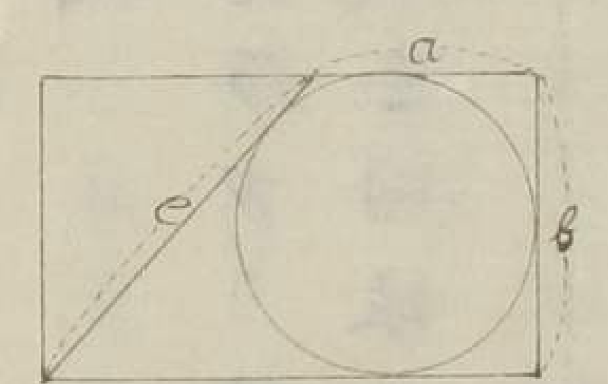
第十五図



第十六図



第十七図



五十四

第十八図の如く勾股内に方辺を容るありア乙両積の差至て多かりしめんと欲す只云股十寸勾幾何ある哉

五十五

第十九図如く勾股内に方辺を容るあり又積至して至て多かりしめんと欲す只云弦十寸勾幾何ある哉

五十六

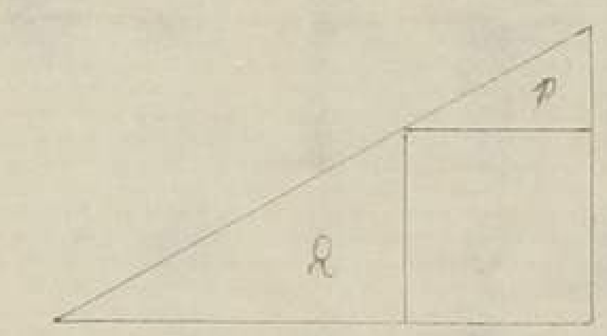
第二十図の如く等脚三角の内に方辺を容るあり又積至て多かりしめんと欲す只云上斜三寸方辺幾何ある哉

五十七

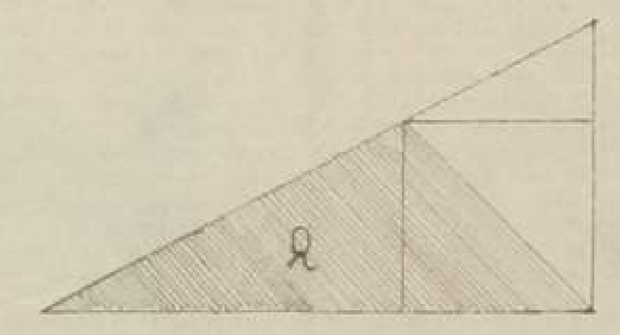
第廿一図の如く三斜の内に中勾を備てa b円を容る所り只云a円径三寸b円径二寸三斜の積至

て多からしめんと欲す中勾幾何なる哉

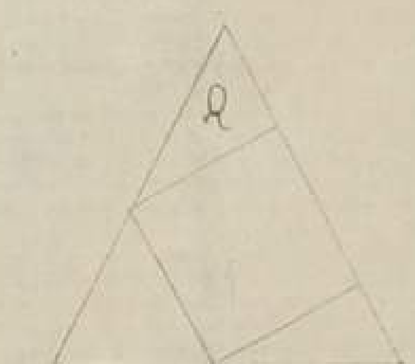
第十八図



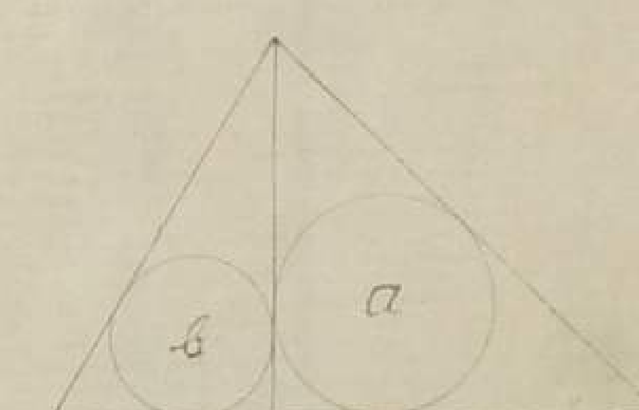
第十九図



第二十図



第廿一図



五十八

今紙八十枚を以て正方の袋を作るに其容量至て多からしめんと欲す紙幅一尺令五分長一尺七寸五分あり方辺及び深さ幾何なる哉

五十九

今円木あり下径三尺上径一尺平長二十尺之を以て円柱を作り其積をして最大ならしめんと欲す其長及び円径各幾何なる哉

六十〇

第廿二図の如く方辺の内に斜を隔て小方辺及び至て多き黒積を容るあり只云外方辺十寸小方辺幾何なる哉

六十一

第廿三図の如く円内に斜を隔て四円を容るあり只云外円径十寸等円径至て多からしめんと欲す其円径幾何なる哉

六十二

第廿四図の如く直三角内に楕円を容るあり其積至て多き勾七十寸短径幾何なる哉

六十三

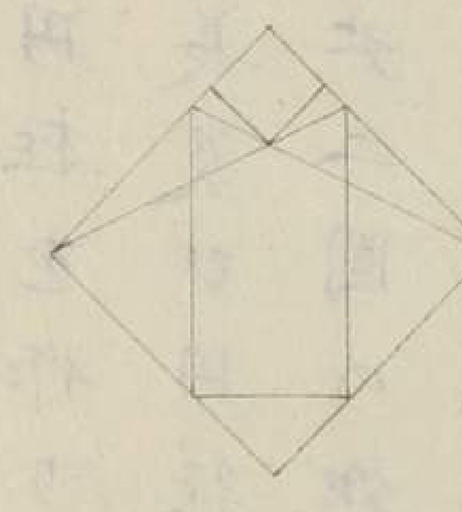
第廿五図の如く斜截しうる円壔あり是を正截す

六十四 る面積して多からしめんと欲す墻の半径二寸截矢幾何ある哉

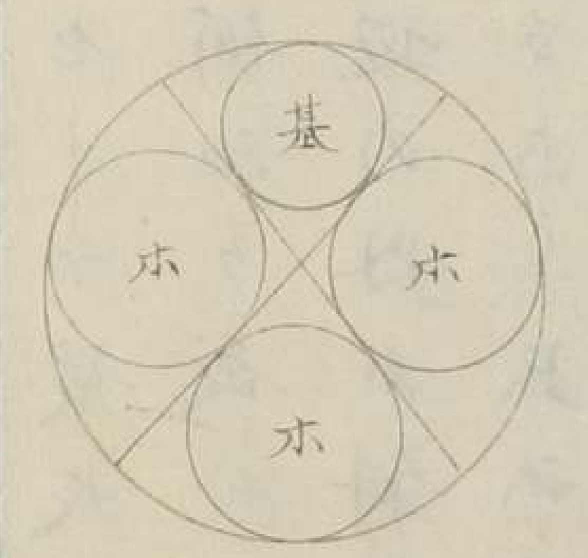
六十五 第廿六図の如く半円の擶形を正截する面積して多し及径二寸脊の厚を一寸截る面積幾何ある哉

第廿七図の如く勾股内a円及ひ中勾を隔てbcの二円截容るありb円二段c円の差して多からしめんと欲すa半径五寸b半径幾何

第廿二図

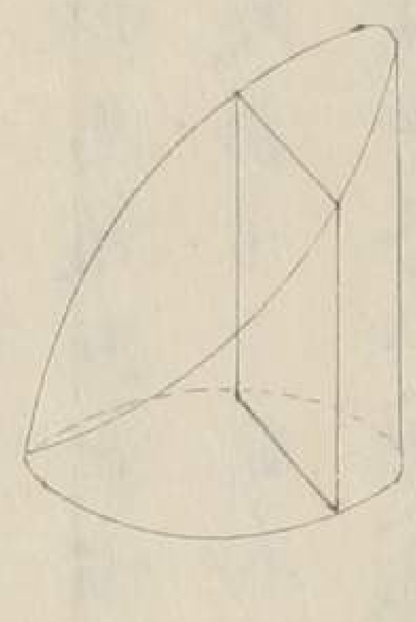


第廿三図

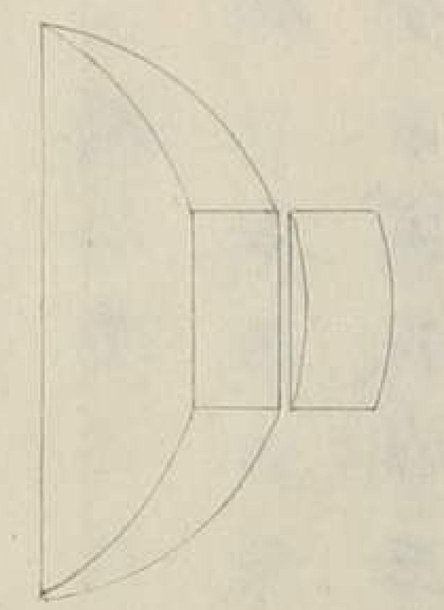


第廿四図

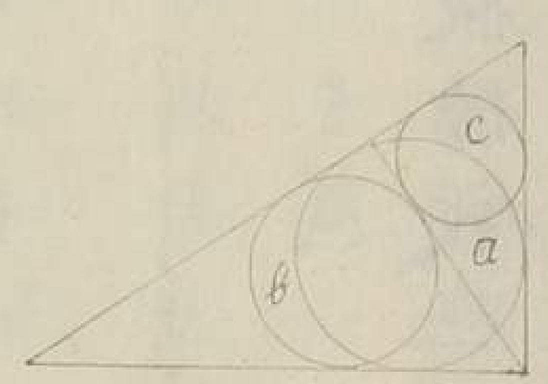
第廿五図



第廿六図



第廿七図



六十六 今 $u=\tan^{-1}x$ ある式あり級数を詳にを如何

六十七 今 $u=\log(1+x)$ ある式あり級数を詳にを如何

六十八 今 $u=e^{x}$ ある式あり級数を詳にを如何

六十九 今 $u=xyz$ ある式あり三次微分を求む

七十 今 $u=\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ ある式あり $\frac{d^2u}{dxdy}$ の同数を求む如何

七十一 今 $u=x^2y^2$ ある式あり $\frac{d^2u}{dxdy}$ の同数を求む如何

七十二 今 $u=\frac{x^5}{y^3}$ なる式あり du の同數を求む如何

七十三 今 $u=\sin^{-1}\frac{x}{y}$ なる式あり $\frac{d^2u}{dxdy}$ の同數を求む如何

七十四 今 $u=\frac{x^2y}{a^2-y^2}$ なる式あり $\frac{d^3u}{dxdydz}$ の同數を求む如何

七十五 今 $u=x^y$ なる式あり du の同數を求む如何

七十六 今 $u=y\sin x+x\sin y$ なる式あり $\frac{d^2u}{dxdy}$ の同數如何

七十七 今 $u=\sin^{-1}(x^2y)$ なる式あり $\frac{d^2u}{dxdy}$ の同數如何

七十八 今紅木板あり下廣四尺上廣二尺長十尺之をして最大ならしめんと欲す長廣各幾何なる哉

七十九 今 $y=(x^2+a^2)\tan^{-1}\frac{x}{a}$ なる式なり三次微係數を求む

八十 今黄白の木綿あり黄木綿代四十九匁白木綿代六十四匁なり黄白一端の相場合して十五匁なり端數を少くし其極上品の物を求むると云各端價幾何

八十一 今桃と柿を買ふに柿の價百文桃の價六十四匁にして其數二十四本あり今又柿二百五十六本桃十六本を買ふに其代至て少く揃はんと云各幾何

八十二 a b の両隊に與ふる銀あり a 銀高九百貫目 b 四百貫目なり a b の人各受る所の銀合して八十目なり總るに人數を随分少くして與ふる所の銀高を多きを要す故に両隊の人數合して至て少なきを問ふ

八十三
今 $u=\frac{\log^{-1}x}{1+x}$ ある式より一次微係数を求む

八十四
今 $u=3x-\cos x(3\sin x+2\sin^2 x)$ ある式より求前に同し

八十五
今 $x\sin u-u\sin x=1$ ある式より求前に同し

八十六
今 $u=\sqrt{\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}}$ ある式より求むる前に同し

八十七
今 $xe^u-u+1=0$ ある式より求むる前に同し

八十八
今 $u=\tan^{-1}x+\frac{1}{x}$ ある式より求むる前に同し

八十九
今 $u=\mathrm{versine}(\pi-x)\cdot\mathrm{versine}(\pi+x)$ ある式より求むるに
と前に同し

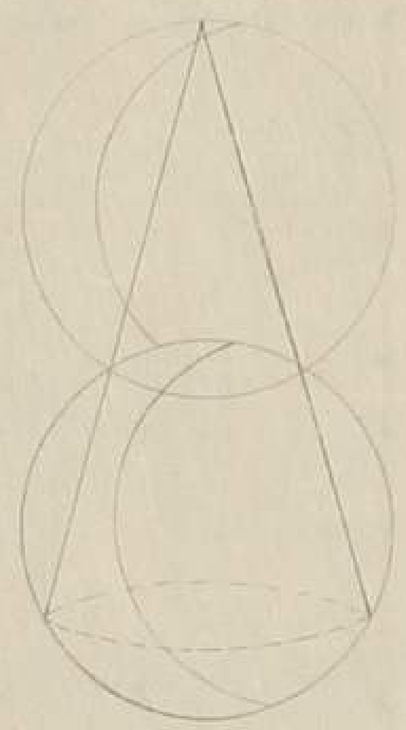
九十
今 $u=e^{mx}$ ある式あり九次微係数を求む

九十一
今 $u=a\log x$ ある式あり一次微係数を求む

九十二
今 $u=\mathrm{versin}\,x$ ある式あり求むる前に同し

九十三
今 $u=\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$ ある式あり求むる前に同し

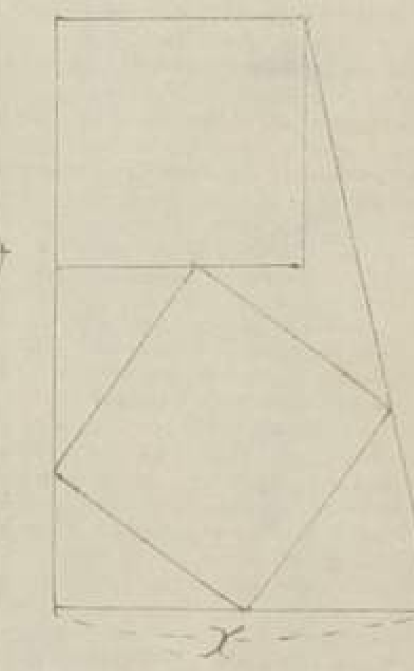
九十四
今 $u=\tan x+\cot x$ ある式あり求むる前に同し

九十五


今図の如く等球相累ね内に円錐を容れ其積最大より只云等球の半径を題して錐の正高を得る術如何

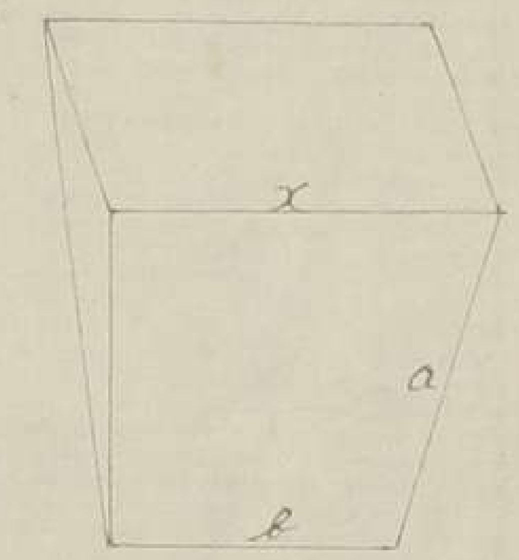
九十六
今 $y=e^{-x}\cos x$ ある式あり四次微係数を求む

九十七



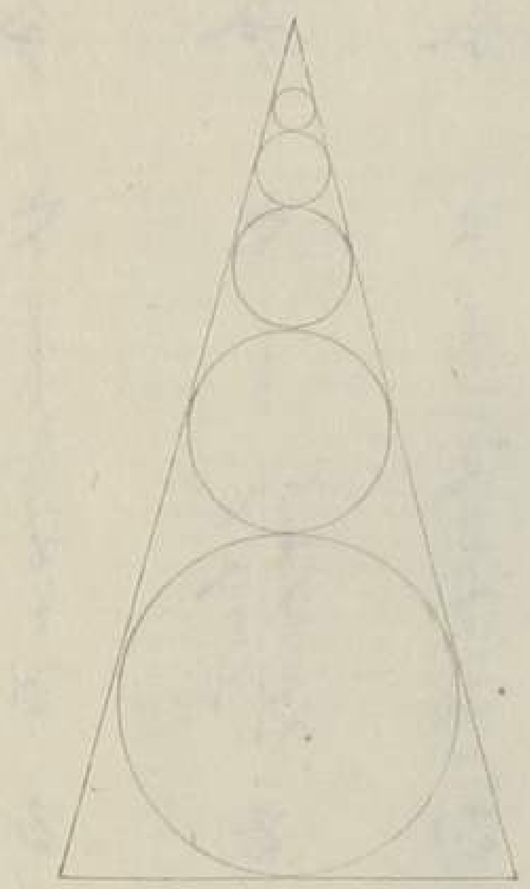
今図の如く半梯形内に等方二個を容るあり等辺一寸至て長さx幾何なる哉

九十八



今図の如く斤及楔上角より下角に至るをaと名くa三ヒート下及b四ヒート積至て要切らんと欲す幅幾何なる哉

九十九



今図の如く等脚三角形内に累円を容るあり求円至て多切らんと欲す上斜aを題して累円の個数に随て下斜を得る術如何

百〇〇

今勾股形あり毎秒中中勾変大一寸弦変大二寸中勾二十四寸弦五十寸に至る時面積の変比例何程なる哉

百〇一

今円壔あり毎秒中其高変小二寸径変大一寸高十五寸径八寸に至ると其壔積の変比例幾何

百〇二

今 $y=\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$ なる式あり一次微係数を求む

百〇三

今 $y=\cos x+x\sin x$ なる式あり求むる前におなし

百〇四

今 $y=(2+3\cos^2 x)\sin^3 x$ なる式あり求むる前に同じ

百〇五

今 $y=3x-3\tan x+\tan^3 x$ なる式あり求むる前に同じ

百〇六

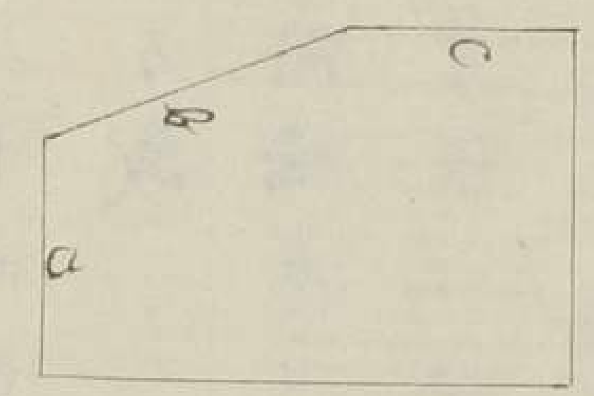
今 $y=\sin^{-1}\sqrt{\sin x}$ なる式あり求むる前におなし

百〇七 今 $y=e^{\tan^{-1}x}$ なる式あり求むるもの前に同し

百〇八 今 $z=\frac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}\cdot\cos^{-1}\left(\frac{b+a\cos x}{a+b\cos x}\right)$ なる式あり求前に同し

百〇九 今 $y=x^{\sin^{-1}x}$ なる式あり求むるもの前に同し

百十〇



今図の如く矩形の一隅を截るあり其残積をして最も多からしめんと欲れ a 一寸 b 二寸 c 一寸八分長幾何なる截