田邊善則編輯

幾何學階梯

巻上
全合冊

田邉善則編

幾何學階梯 全

明治十二年一月廿一日版權免許

鳩居堂蔵

幾何學階梯巻之上

田邉善則編

第一教

名義

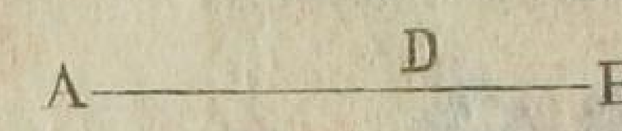
第一 宇内の一分を限まる者之を体といひ其体宇内と界接する處之を面と云

二面の交る處之が線といひ二線の交る處之が点と云

幾何學は体面及ひ線の性質を講究する者なり

第二 線に二種あり曰直線曰曲線

直線ハ一点より他一点に至る最短の線にして同じ二点間
に一線の他引く能ハず故に其線中の二点を他直線に合せ
ばハ両線全く相合すへし
点を表するに一字を以てし直線を表するに二字を以てす

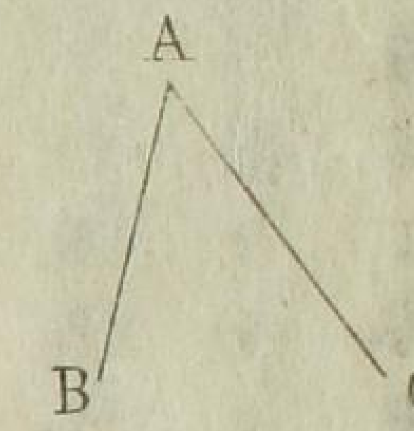


圖の如きABを直線にしてDを直線中の一点
なり

多直線の合成する線之を歪線と云
直線又は歪線に非ざる線之を曲線と云

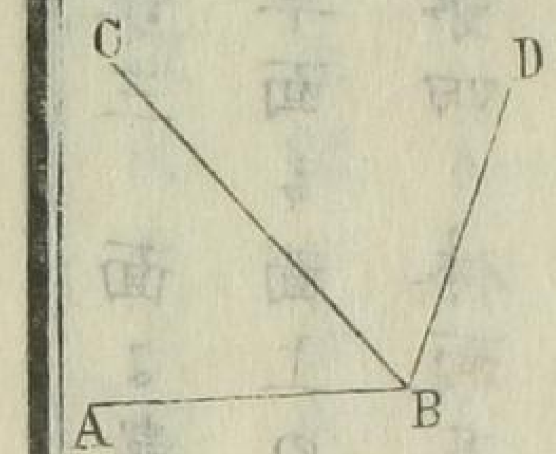
第三　面に數種あり其一を平面と云
平面ハ面上の二点に画する直線全く其面と合する者なり
第四　体面及ひ線が通稱して形といひ又其形平面にある
時ハ之を平形と云
一形を他一形に重ねて全く相合する者之を相等形と云
二形の大さ相等しく其形異なる者之を等積形と云
第五　両直線の一端相合する者之を角といひ其直線を股
といひ又其合する處を角点と云
角を表するに二種あり或ハ角点の一字を以てし或ハ此字
の左右に各股の一字を添ふる三字を以てす

圖の如きABACを股といひ此両股の合する處
のA角点といひ其角がA角といひ又BAC角
と云

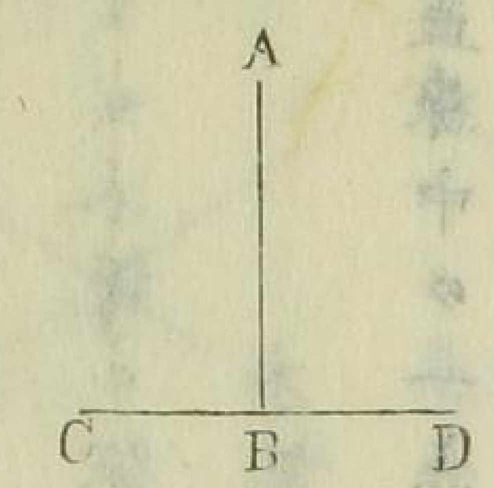


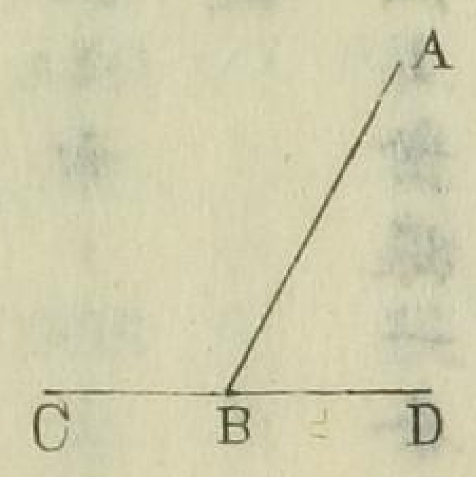
角の大小を股間の寛狭に依りて股の長短に関せず其大小
の度を先つ両股が相重ね一端が樞と為し他の一端が周に
為し一股を旋回せしを以て之が測るなり

二角の角点及ひ一股が公共にする者之を鄰角と云
圖の如きBC股を公共にしてABC角とCBD角とを
互に鄰角と云



直線中の一点に他直線が合するを即ち鄰角が為し而て
其二角相等しき時は此線が稱して彼線の垂線一名直立線といい
ひ等しからざる時は此線が彼線の斜線といひ又其合点が
趾点と云





上圖の如きAB線がCD線の垂線
いひB点を趾点と云下圖の如き
AB線がCD線の斜線と云

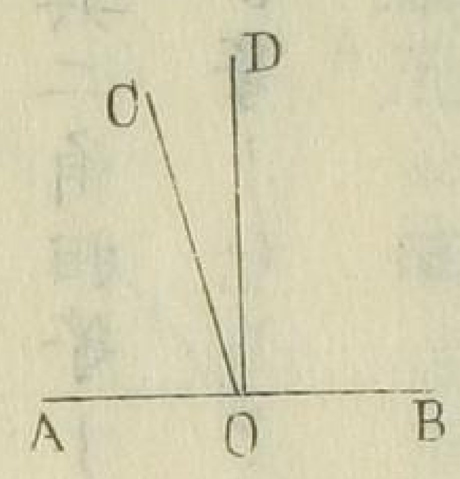
直線他直線に直立する時に成す處の角が稱して直角一名正角
と云

第六　本説を所説中の原理にして必らず是が明らかにする

が要す
本説に設想と判決の二種が有す設想を本説が造んか為に
設くる者にして判決を之が判する者なり又其判決が論す
るが本説の証と云

本説

直線中の一点に垂線一条のみ画するを得へし



AB線中のO点より垂線一条の他画するは得
ず

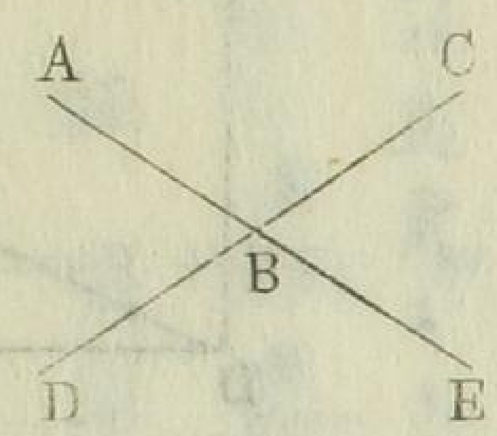
証

CO線がAB線の垂線なりとせよ名義第五に因りCOB
角をCOA角に等しかるべけれともCOB角をCOA角より大な
り故に垂線をDOの他画すを能はざるなり

第二教

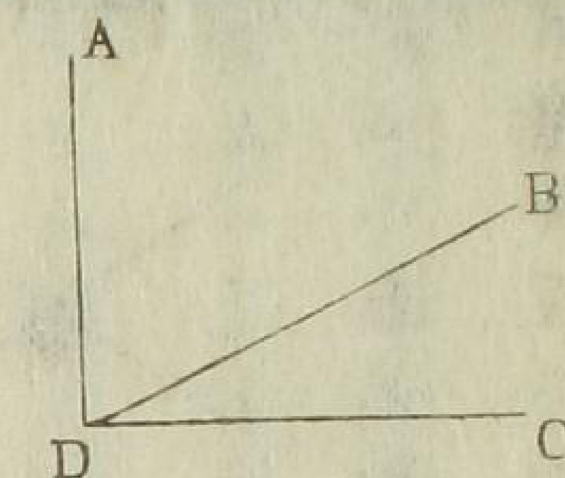
名義

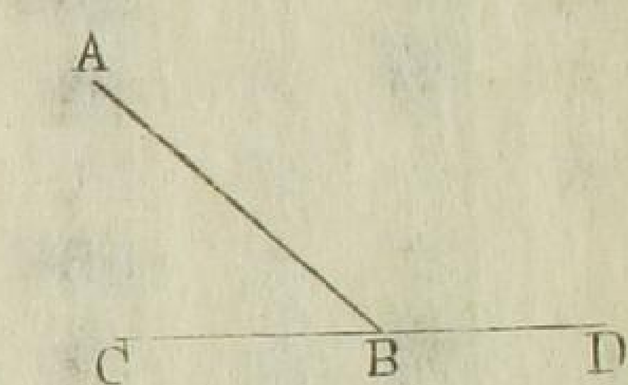
二角あり是二股彼二股の延伸より成る時を之が對角と云



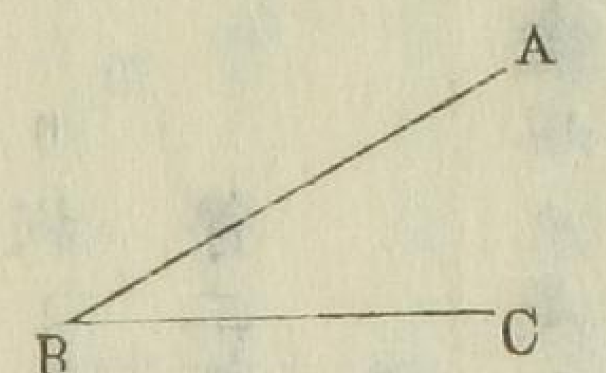
ABC角とDBE角又ABD角とCBE角とが對角と云

二角の和直角に等しき者を互に餘角といひ一直角に等し
き者を互に並角と云

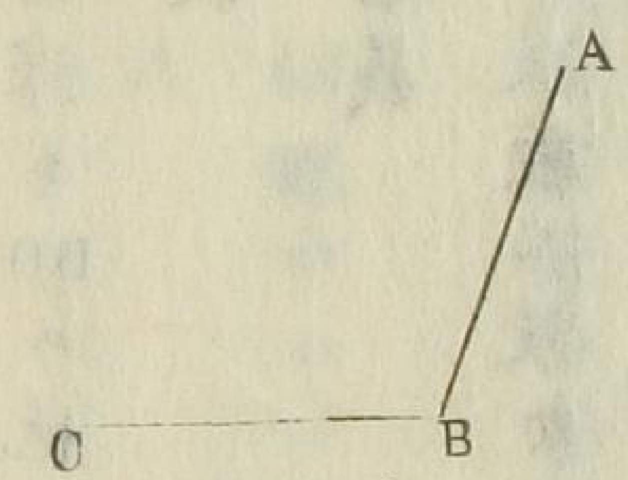




上圖ADB角は BDC角の餘角といひ BDC角は ADB角の餘角と云 下圖CBA角は ABD角の並角といひ ABD角を CBA角の並角と云



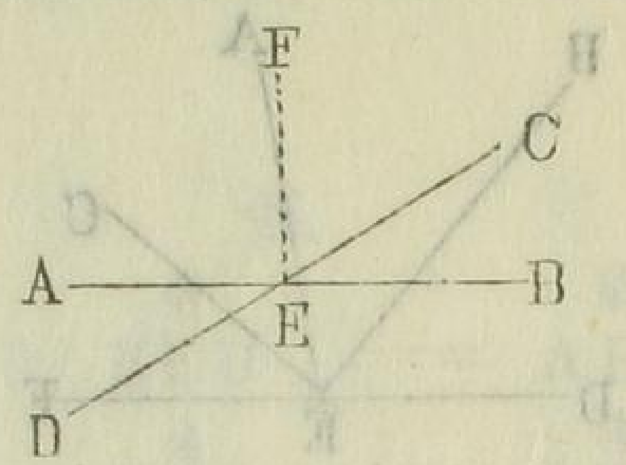
角の直角より狭き者は鋭角といひ寛き者は鈍角と云



上圖ABC角は鋭角といひ下圖ABC角は鈍角と云

第一本説

二直線交りて成る處の二鄰角の和は二直角に等し



AEC角とCEB角の和CEB角とBED角の和或はBED角とDEA角の和等は二直角に等し

証

角AEC ＝ R ＋ 角FEC　甲

角CEB ＝ R － 角FEC　乙

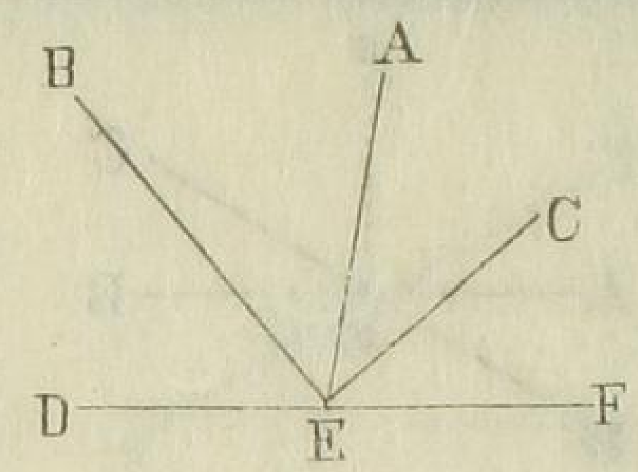
角AEC＋角CEB ＝ 2R　丙

交点EよりAB線に直立してEF線を画きは第一教名義第五に因りAEF角とFEB角とは各直角なり故にAEC角は直角にFEC角を加ふる者なる故以て甲式は得又CEB角は直角よりFEC角を減ずる者

なるを以て乙式を得此兩式を加ふれば丙式を得是れAEC角とCEB角の和は二直角なり

副説

直線中の一点に諸直線を合せれば一傍に在る諸角の和は二直角に等し



DF線中のE点にCE AE BE等の諸直線を合せれば成す處のCEF角AEC角BEA角DEB角等の諸角の和は二直角に等し

甲乙丙丁

AEB角とBED角とを加ふればAED角に等しきを以て甲式を得AEC角とCEF角を加ふればAEF角に等しきを以て乙式を得又本説に因りAED角とAEF角の二鄰角の和は二直角に等しきを以て丙式を得甲乙兩式を以て丙式を變すれば丁式を得是れ諸角の和は二直角に等しきことを証せり

証

$$\text{角}AEB+\text{角}BED=\text{角}AED$$

$$\text{角}AEC+\text{角}CEF=\text{角}AEF$$

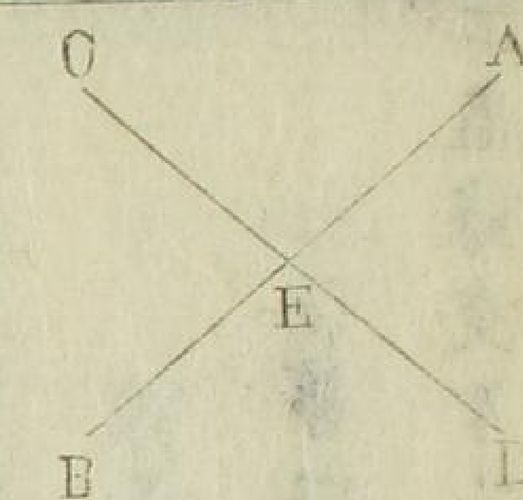
$$\text{角}AED+\text{角}AEF=2R$$

$$\text{角}BED+\text{角}BEA+\text{角}AEC+\text{角}CEF=2R$$

第二本説

二直線交りて成す處の二對角は相等し

鳥居堂梓



AB CDの二線交りて成すBEC角とAED角又FEC角とBED角の二對角は相等し

證

甲 $\overset{\text{角}}{AEC}+\overset{\text{角}}{AED}=2R$

乙 $\overset{\text{角}}{AED}+\overset{\text{角}}{DEB}=2R$

丙 $\overset{\text{角}}{AEC}=2R-\overset{\text{角}}{AED}$

丁 $\overset{\text{角}}{BED}=2R-\overset{\text{角}}{AED}$

戊 $\overset{\text{角}}{AEC}=\overset{\text{角}}{BED}$

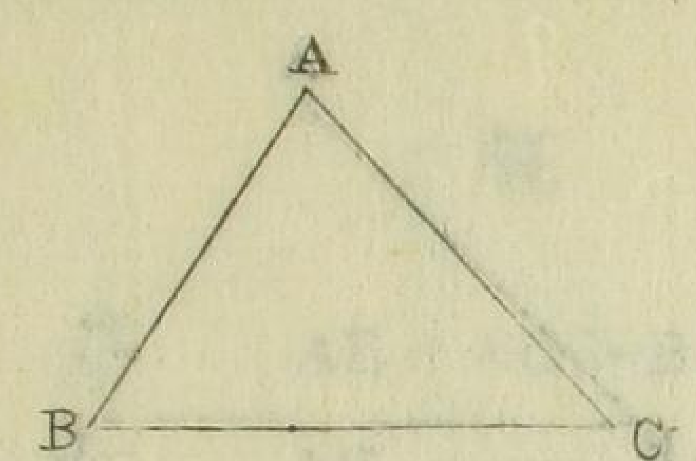
第一本説に因れは二直線交りて成す二鄰角の和は二直角に等しきを以て甲乙両式を得故にAEC角は二直角の内AED角を減する者に等しくBED角も又二直角の内AED角を減する者なるを以て丙丁の二式を得此両式右邊相等しきを以てAEC角はBED角と相等しきなり戊

三角式の如し此二邊の差より長し

第三教

名義

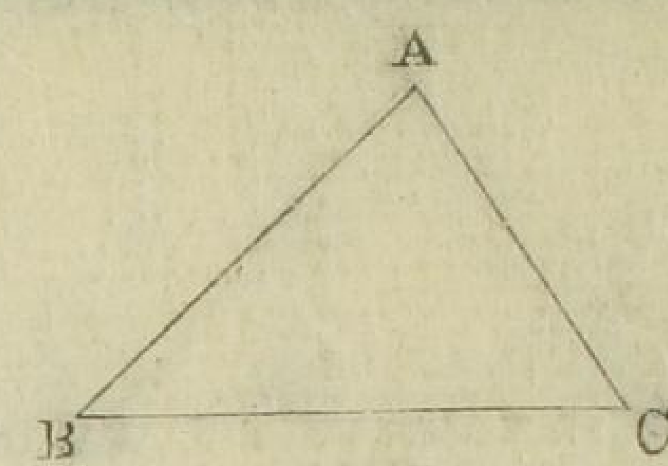
三直線相合して為す處の面之を三角形といひ其線を三角形の邊といひ又其角を三角形の角と云



圖の如きABCを三角形といひAB、AC、BCを三角形の邊といひABC角BAC角ACB角を三角形の角と云

第一本説

三角形の一邉を他二邉の和より短し

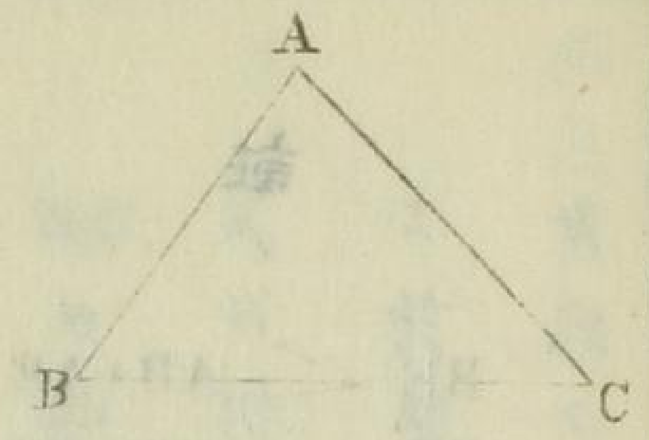


BC邉をAB AC二邉の和より短し

証　第一教名義第二ニ因ニ直線を二点より他一点ニ至る最短の線なる故以てB点よりC点ニ至るニハBA、AC二邉の和よりBC邉短きなり

副説

三角形の一邉を他二邉の差より長し



BC邉をAB AC二邉の差より長し

証

AB＋AC＞BC 甲

AC ＝ AC 乙

AB＞BC＝AC 丙

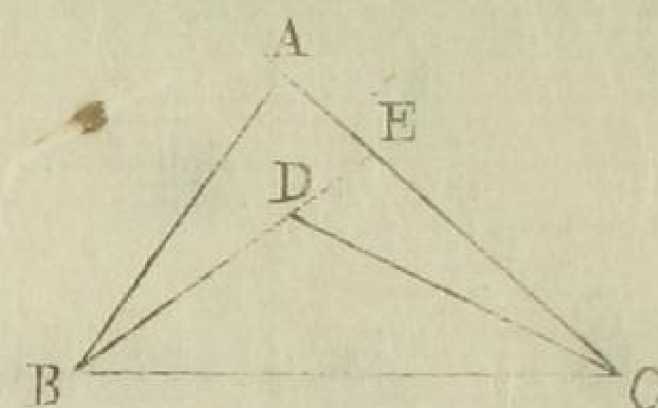
本説ニ因て甲なる不等式を得此両辺より乙なる相等式を減き去を大辺尚大なる故以て丙なる不等式を得是ニ二辺の差を一辺より小なり

第二本説

三角形内の一点より一辺の両端ニ至る二直線の和を他二

辺の和より短し

ABC三角形内のD点よりBC辺の両端に至るDB DC二直線の和をAB AC二辺の和より短し



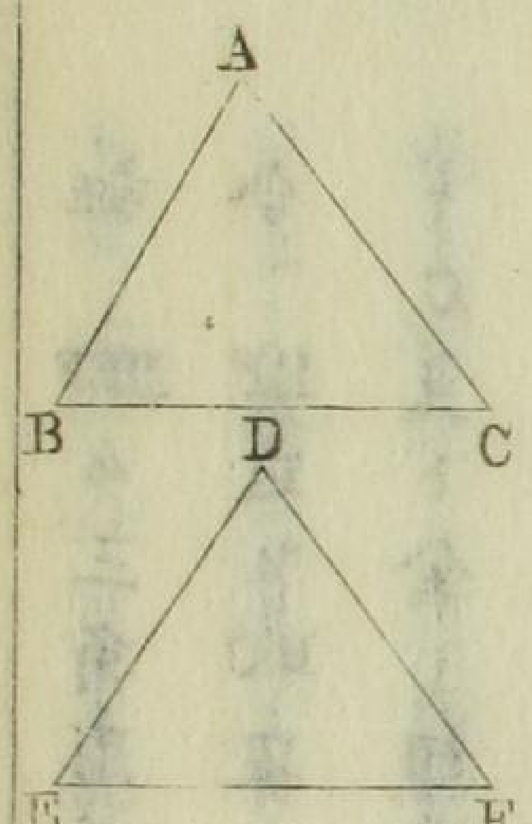
証

BE ＜ AB+AE 甲
BE ＝ BD+DE 乙
BD+DE ＜ AB+AE 丙
CD ＜ DE+EC 丁
BD+DE+CD＜AB+AE+DE+EC 戊
DE ＝ DE 己
BD+CD ＜ AB+AE+EC 庚
AE+EC ＝ AC 辛
BD+CD ＜ AB+AC 壬

BD線が延伸してAC辺に至らし其E点とせをABE EDCの両三角形が成をABE三角形に於て第一本説に因り甲式が得BEをBD DEの和なるが以て乙式が得以て甲式が變し丙式が得又DEC三角形に於て前本説に因り丁式が得丙丁両式が相加へ戊式が得此両辺より己なる相等式が減し庚式が得又AE ECの和をACなるが以て辛式が得以て庚式が變し壬式が得へし

第三本説

両三角形より一辺及ひ両傍角が等くせを両形亦相等し

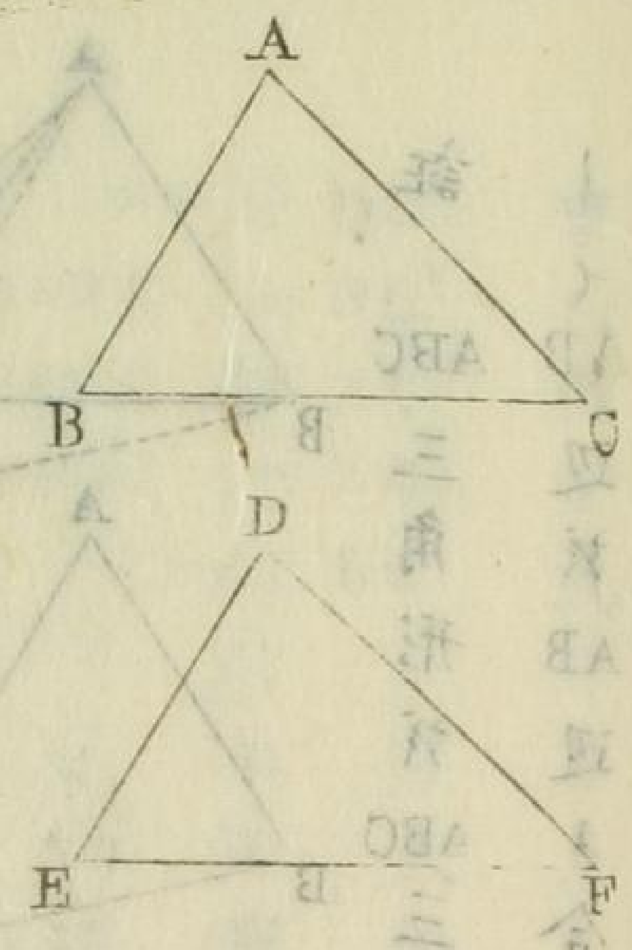


ABC DEF両三角形のBC辺とEF辺が等くABC角とDEF角又ACB角とDFE角が等くせを両形相等し

証　DEFの三角形がABC三角形の上に置きE点がB点に合しEF辺がBC辺に合するときは長さ相等しきが以てF点をC点と全く相合すべし而してBEの両角相等しきが以てDE辺をAB辺と方向が同ふし又CFの両角相等しきが以てDF辺をAC辺と方向が同ふしD点A点と相合すべし故に両形全く相合するが以て其形も相等しきなり

第四本説

両三角形あり二辺及び中間角が等ふせる両形亦相等し



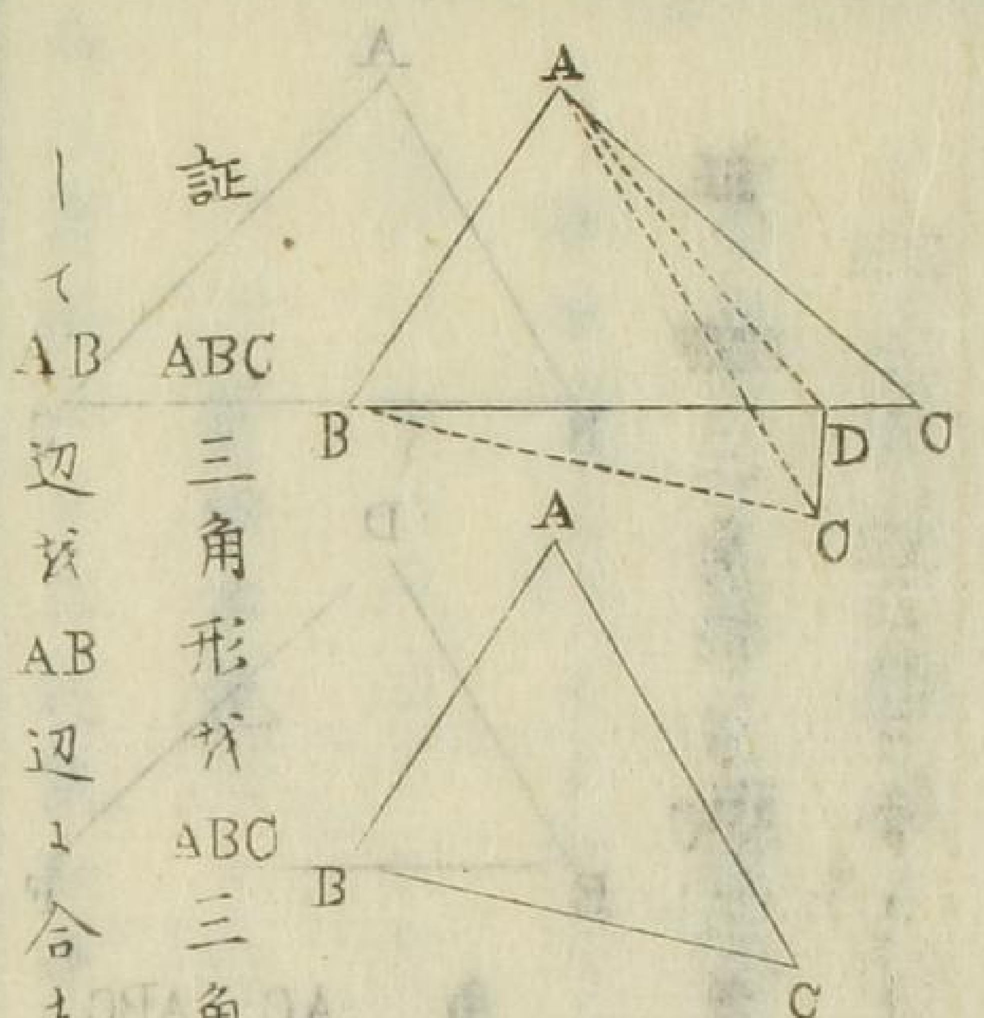
ABC DEF両三角形のAB辺とDE辺及びAC辺とDF辺相等しく又BAC角とEDF角相等しき時は両形相等し

証　DEF三角形がABC三角形の上に重ねD点がA点に合しDE辺がAB辺に合するときは長さ相等しきが以てE点をB点に合すべし而してBAC角とEDF角相等しきが以てDF辺をAC辺と方向が同ふし又其長相等しき故にF点をC点に合すべしEBの両点相合しFCの両点相合せるが以てEF辺をBC辺に自から相合すべし故に両形全く相

合して等しきまてなり

等五本説

両三角形にあり二辺相等ふして中間角不等なる時を他一辺を相等しからしむも其長短を對角の寛狭に應ずべし



ABC ABC両三角形のAB辺とAB辺と等しく又AC辺とAC辺と相等しき時BAC角BAC角より大なりせをBC辺BC辺より大なるべし

証 ABC三角形をABC三角形の上に重ねA点をA点に合してAB辺をAB辺に合せ是を長さ相等しきを以てB点

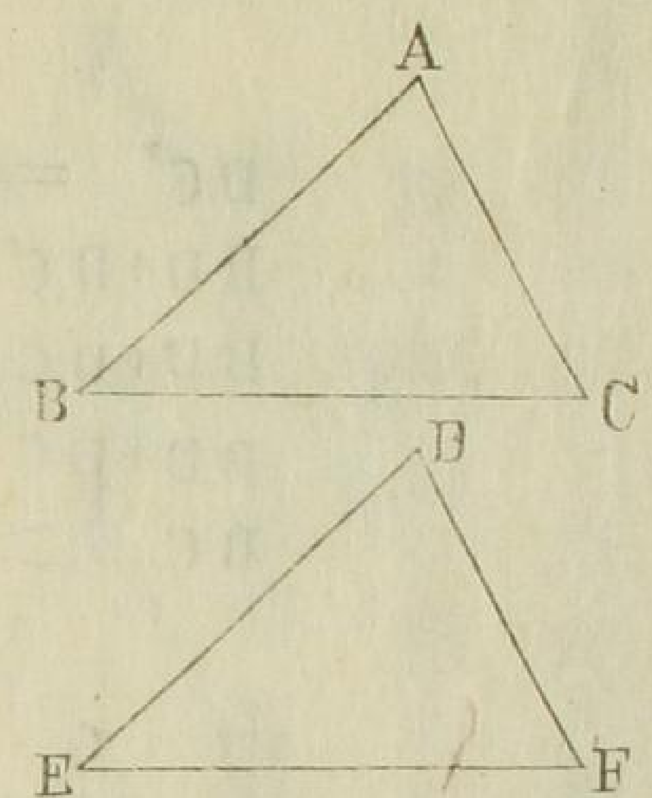
甲	$DC'' = DC$
乙	$BD+DC'' > BC''$
丙	$BD+DC > BC''$
丁	$BD+DC = BC$
戊	$BC > BC''$

B点と相合せへし而してBAC角をBAC''角より大なる故にAC辺をAC辺と方向を同ふせず図の如くなるべし今C''AC角を等分してAD線を画しDC''を結合せしめADC'' ADCの両三角形を得べし此両三角形に於てAC''辺をAC辺に等しくC''AD角をDAC角に等しくAD辺を公共なるを以て第四本説に因り甲式を得又BDC''三角形に於て第一本説に因り乙式を得甲式を以て乙式を變し丙式を得又BD DCの和をBCに等しき故に丁式を得以て。丙式を變し戊式を得BC''辺をB'C辺に等しく即ち大角に對せ

る辺小角に對する辺より長きなり

第六本説

両三角形あり三辺が等なれば両形亦相等し



ABC DEF 両三角形のAB辺とDE辺AC辺とDF辺及びBC辺とEF辺各相等しき時は両形亦相等し

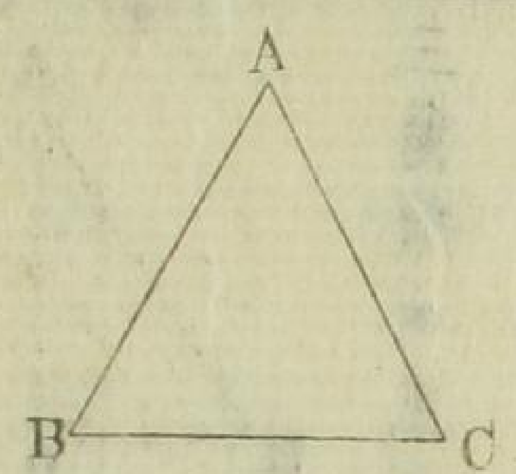
証 第五本説二辺相等しく中間角不等なる時は他一辺は對角の寛狭に應ずるに因て他一辺相等しき時は必ず其對角相等しきを知る然れば第四本説に因り両

形相等しきなり

第四教

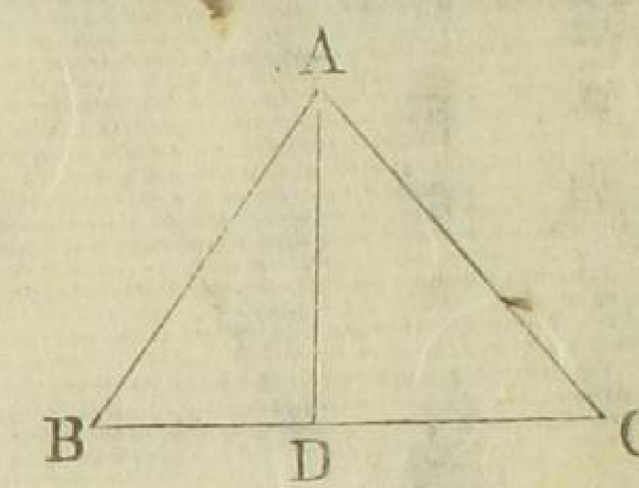
名義

三角形の二辺相等しき者之を両等辺三角形といひ等辺にあらざる一辺を底と云



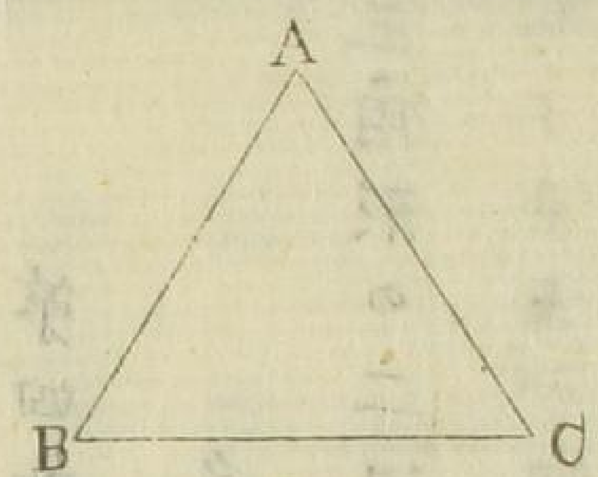
ABC三角形のAB辺とAC辺相等しき者を両等辺三角形といひBC辺を底と云

三角形の一角点より其對辺に画する垂線を高といひ其對辺を底と云



ABC三角形のA点よりBC辺ニ画せるADなる垂線が高といひBC辺が底と云

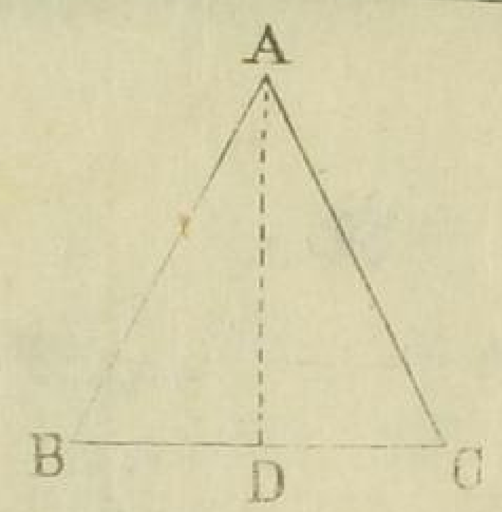
三角形の三辺相等しき者之が等辺三角形と云



ABC三角形のAB、AC、BCなる各辺相等しき者之が等辺三角形と云

第一本説

両等辺三角形の等辺ニ對せる二角ハ相等し

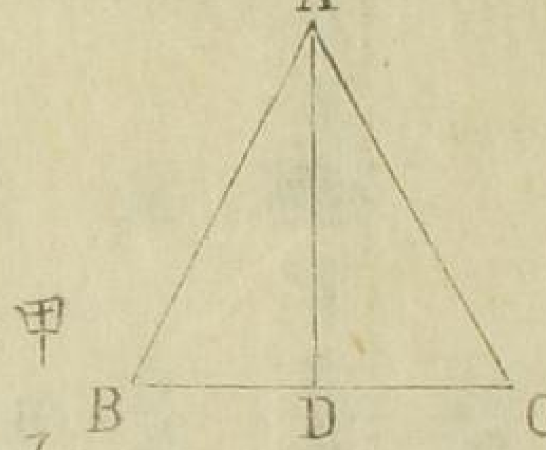


ABCなる両等辺三角形のAB辺ニ對せるACB角ハAC辺ニ對せるABC角と相等し

証　A点よりBC辺の中央ニ向ふてAD線が画そ達をADADCなる両三角形が得此両三角形ニ於てADを公共辺ニしてAB辺をAC辺ニ相等しく又DをBC辺の中央なるが以てBD辺をDC辺ニ相等し然ふも両三角形の三辺相等しきが以て第三教第六本説ニ因り両形相等しきが知る故ニACB角をABC角ニ等しけきてあり

副説

両等辺三角形の頂角点より底の中央に通ずる直線は頂角を等分し且つ底に垂線なり



ABCなる両等辺三角形のA点よりBC辺の中央に通ずるAD線はBAC角を等分し且つBC辺に垂線なり

証

甲 角BAD ＝ 角DAC

乙 角ADB ＝ 角ADC

丙 角ADB ＋ 角ADC ＝ 2R

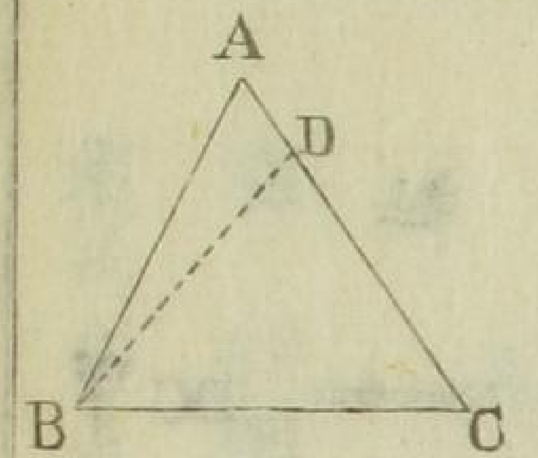
丁 2 角ADB ＝ 2R

戊 角ADB ＝ R

本説の証に因てABD ACDの両三角形相等しきを知る故に甲乙二式を得又第二教第一本説に因是を二直線交りて成る二鄰角の和は二直角に等しきを以て丙式を得乙式を以て丙式を變じて丁式を得之を二除して戊式を得甲式は頂角を等分するを証し戊式はADB角の直角なるを証すADB角の直角なるを知れは即ちAD線はBC辺に垂線なり

第二本説

三角形の二角不等なる時は大角に對する辺小角に對する辺より長し



ACB角よりABC角が大なりとせはAC辺AB辺より大なり

証

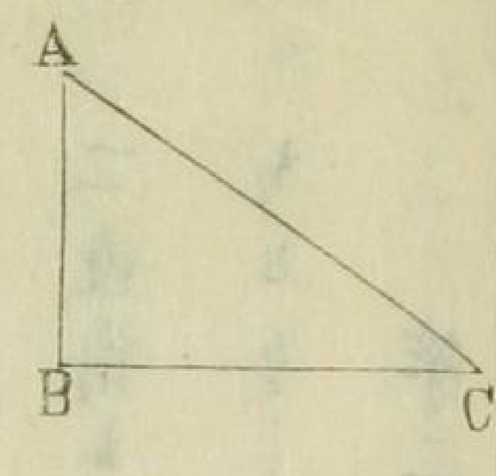
甲 BD $=$ DC
乙 BD $+$ DA $>$ AB
丙 DC $+$ DA $>$ AB
丁 DC $+$ DA $=$ AC
戊 AC $>$ AB

ACB角ニ等しくCBD角ヲ造リ第一本説ヲ反言せしを甲式ヲ得又ADB三角形ニ於て第三教第一本説ニ因リ乙式ヲ得甲式ヲ以て乙式ヲ變し丙式ヲ得又AD DCの和ハAC辺なるヲ以て丁式ヲ得以て丙式ヲ變し戊式ヲ得へし

第五教

名義

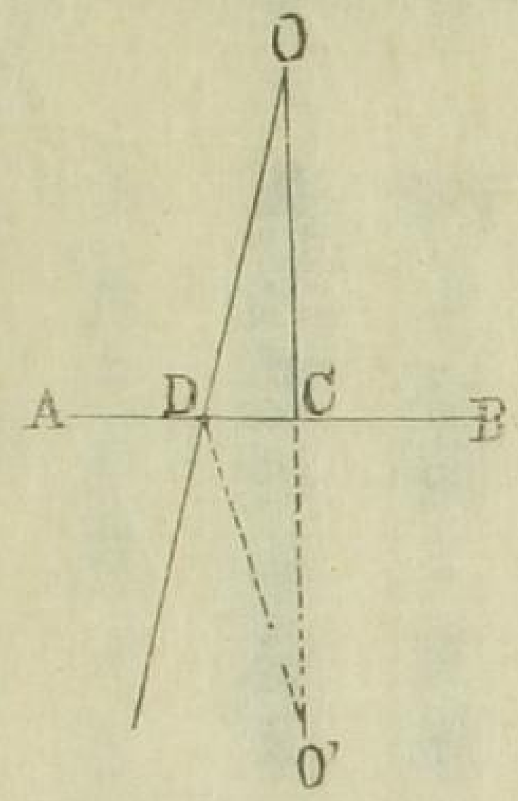
三角形の一角直なる者之ヲ直三角形といひ其直角の對辺ヲ斜辺と云



圖の如きABC角直角なる者を直三角形といひ其直角の對辺ACを斜線と云

第一本説

一点より一直線ニ向ふて垂線一条の他画する能はず



O点よりAB線ニ向ふて垂線一条の他画する能はず

証

AB線を軸となし平面を折て相重ねO点の合する處をO'点とし而して正面を起してOO'の直線を引きて

AB線C点に於て相交りて垂線をなすべし若しOD線を
画しAB線に垂線なりとせばODB角は直角なるべきなれど
も是は鋭角なり何となればDO'を詰合せばOCD DCO'の両
直三角形を成し此両直三角形に於てOCはCO'と等しく
DCを公共なるを以て第三教第四本説に因りODC角とCDO'
角相等し故にODO'角の半はODC角なり然るに第二教第一
本説の副説に因ればODO線は直線ならざるを以てODO角
二直角ならず故に其半は鋭角なるを以てAB線に斜線
なるべし故に垂線はOCの他引能はざるなり

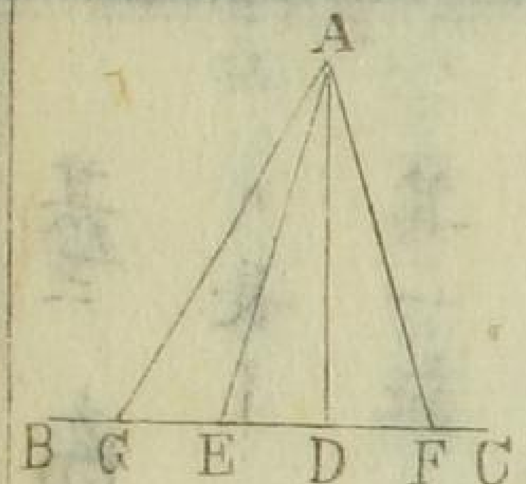
第二本説

一点より一直線に向ひて垂線及び斜線を画する時は次の
三件を生ず

其一 垂線は斜線より短し

其二 二斜線と垂線とに於る距点の距離相等しき時は二斜線亦相等し

其三 二斜線と垂線とに於る距点の距離彼は是より長き時は彼斜線亦是斜線より長し



其一 AD垂線はAE斜線より短し

其二 EDとDFの距離相等しき時はAE線又AF線と相等し

其三　GDの距離EDの距離より長き時をAG線亦AE線より長し
其一証　第一本説に因りAED角の鋭角なるを知るを第四教第二本説に因りて大角に對する辺小角に對する辺より長きを知る故にAE斜線をAD垂線より長きなり
其二証　ADE ADF両三角形に於てADE角をADF角に等しく又ED辺をDF辺に等しくADを公共辺なるを以て第三教第四本説に因り両形相等しきを知る故にAE斜線をAF斜線に等しきなり
其三証　AED角鋭なりせばAEG角を鈍なるが故に其一証と同理に因てAG斜線をAE斜線より長し

第一副説
一点より一直線に至るの距離を其間に画する垂線を以て之を測るべし
証　本説其一に因り垂線を一点より一直線に到る最短の線なるを以てなり

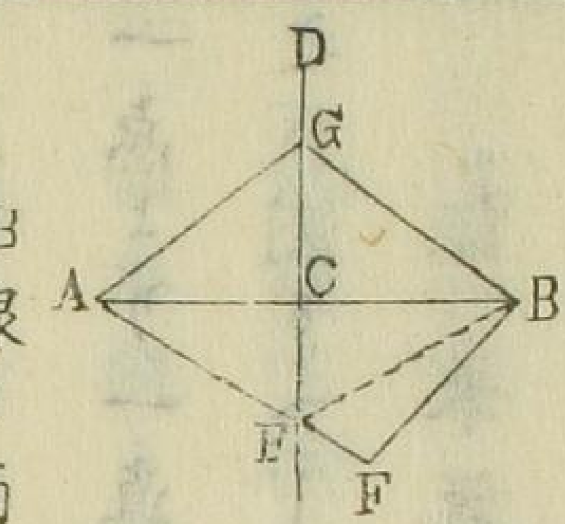
第二副説
一点より一直線に向ふて等しき斜線二条の他画する能はず
証　本説其二に因る

第三本説

一直線の中央より垂線を画きし時ハ次の二件を生ず

其一　垂線中の一点より原線の両端ニ至る距離相等し

其二　垂線外の一点より原線の両端ニ至る距離等しからず



其一　AB線の中央なるDC垂線中のG点よりAB線の両端ニ画きたるGA GB線を相等し

其二　AB線の中央なるGE垂線外のF点よりAB線の両端ニ画きたるFA FB線を等しからず

其一証　C点をAB線の中央なるが以て第二本説其二ニ斜線と垂線とニ於る其距離相等しき時ハ二斜線亦相等しきニ因りGA線とGB線とハ相等しきなり

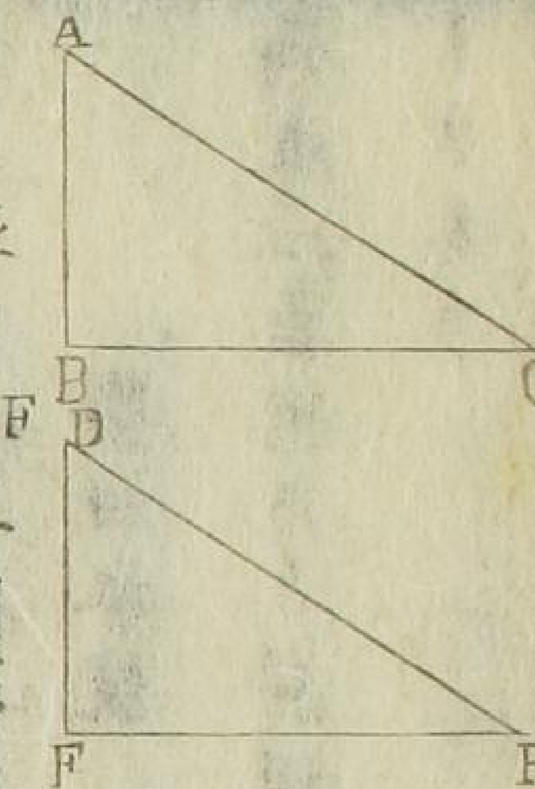
其二証　BEが結合をきを其一ニ因てEBをEAニ等し

又EFB三角形ニ於て第三教第一本説ニ因りEB EFの和をFBより長し然ればEBをEAニ等しき故ニEA EFの和即ちAFをFBより長きなり

第四本説

両直三角形あり斜辺及ひ一鋭角相等しき時ハ両形亦相等しきなり

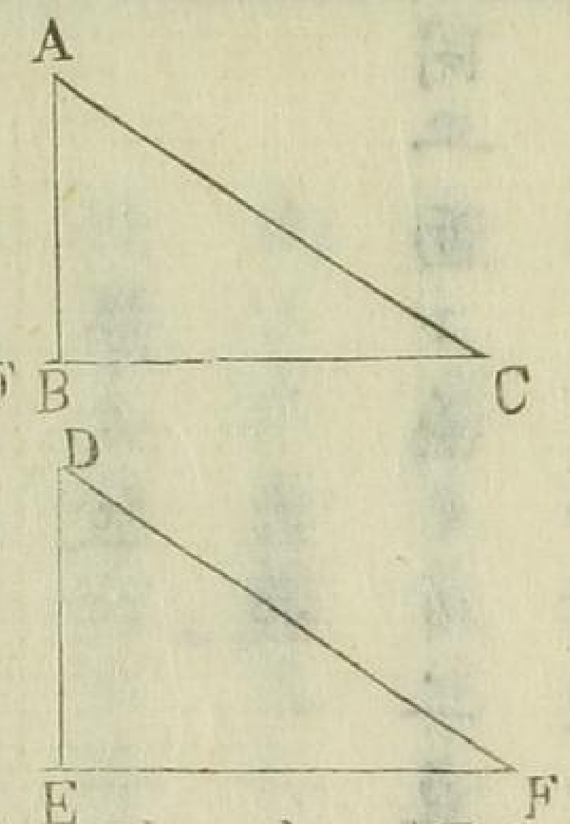
ABC DEF両直三角形のAC DFの二斜線相等しくACB角とDFE角と相等しき時ハ両形亦相等し



証 DEF三角形をABC三角形の上ニ重ねAD二点を相合しDF辺をAC辺ニ合せしむるまゝ其長相等しきを以てCF二点も自から相合せ而してACB角をDFE角ニ等しきか故ニFE辺をCB辺と方向を等ふし而してFEニ直立なるEDをCBニ直立なるBAニ相合せしめ何となれハ第一本説ニ因り一点より一直線ニ垂線一条の他画き能ハさるなり是を以て両形全く合ひ相等しきなり

第五本説

両直三角形ありて斜辺及ひ他一辺相等しき時ハ両形亦相等し



ABC DEF両直三角形のAC DFの二斜線相等しくAB DEの二直角辺相等しけれハ両形亦相等し

証 DEF三角形をABC三角形の上ニ重ねE点をB点ニ合しDE辺をAB辺ニ合せしむるまゝ其長相等しきを以てD点も自からA点と相合せへく又DEF角をABC角ニ相等しきを以てEF辺もBC辺と方向を等ふせへし而して第二本説

其二ニ因キテ二斜線ト垂線トニ於ル趾点ノ距離相等シキ時ハ二斜線亦相等シト之ニ依テ之ヲ反言スレハ二斜線相等シキ時ハ必ラスBCハEFニ相等シ故ニDFハACト相合スヘク即チ両形相等シキナリ

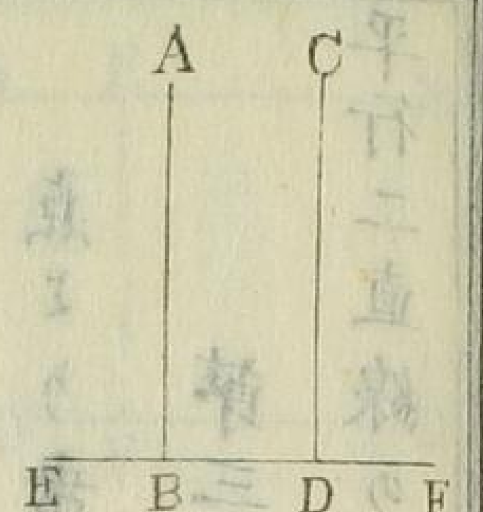
第六教

名義

同平面ニ画スル二直線ノ無窮ニ延伸スルトモ相交ル能ハサル者之ヲ平行線ト云

第一本説

二直線倶ニ他直線ニ直立スル時ハ両線平行ナリ

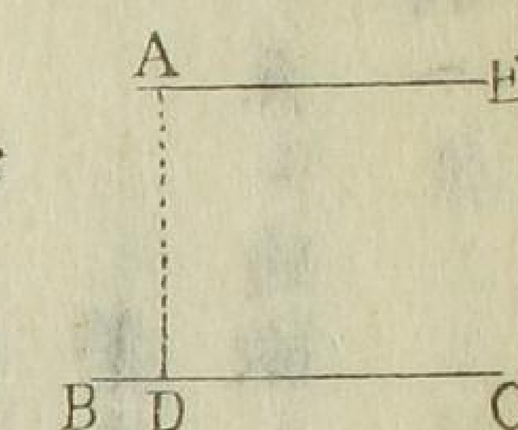


ABCDノ二直線倶ニEFニ直立スル時ハ両線平行ナリ

証 第五教第一本説ニ因キテACノ両点ヨリEF線ニ向ヒテ垂線各一条ノ他画スル能ハサルヲ以テABCDノ両線ハ方向ヲ等フスヘシ故ニ両線幾何延伸スルトモ相交ル能ハス即チ平行ナリ

第二本説

一点ニ通徹シテ一直線ニ平行スル直線一条ノミ画スルヲ得ヘシ

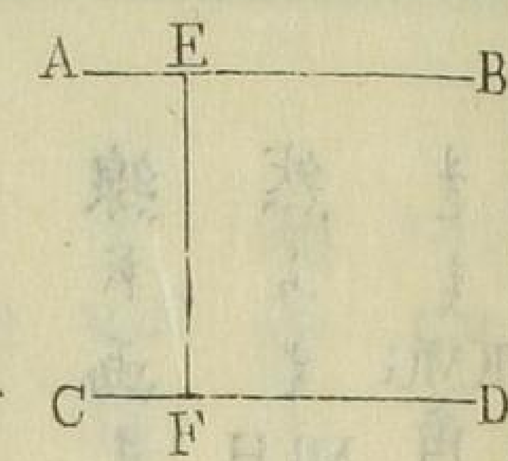


A点よりBC線に平行する直線一条の他画をる能はず

証　A点よりBC線に直立してAD線を画し而して又A点よりAD線に直立してAE線を画せしをAE、CDの両線倶にAD線に直立なるを以て第一本説に因りAEをBCに平行なるを知る又第一教第一本説に因れはAD線中のA点より垂線一条の他画を能はざるなり

第三本説

平行二直線の一条に直立する直線を他一条にも直立なり

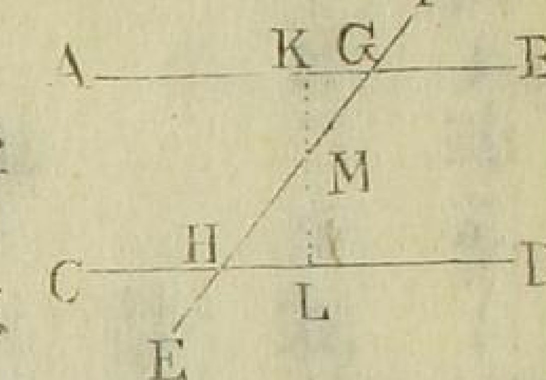


AB、CDなる平行二直線のAB線に直立するEF線をCD線にも亦直立なり

証　AB、EFの両線互に直立する時はEF線に直立してF点より一線を画すれはAB線に平行なるCD線と一致すること第一第二両本説に因て知るべし故に平行二直線の一条に直立せしを他の一条にも亦直立するなり

第四本説

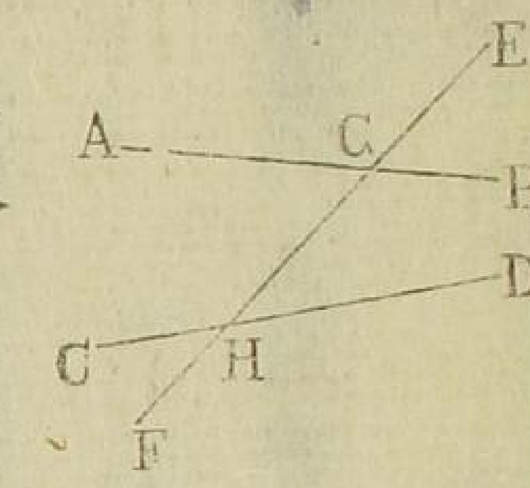
平行二直線に一斜線が交はりを成す處の四鋭角并に四鈍角を相等し



ABCDの平行二直線にEFなる斜線相交りて成る處のAGH角BGF角CHE角及ひDHG角は相等しく又AGF角BGH角CHG角及ひDHE角は相等し

証　第二教第二本説二直線交りて成る二對角は相等しきに因てはAGH角とBGF角は相等しく又CHE角とDHG角は相等しかるへし而してAGH角とGHD角の相等しきを証せんには先づGHの中央M点を通過してABに直立なるKL線が而もれば第三本説に因てCD線にも直立なるへし然らばMLH MKGの両直三角形に於て第二教第二本説に因れば KMG角とHML角は相等しく又MはGHの中央なるを以てGMはMHに相等しく即ち両直三角形の斜辺と一鋭角相等しき故第五教第四本説に因り両形相等しきが以てAGH角はDHG角に等しきが知る此両角の相等しき知れば AGH角はBGF角に等しくDHG角はCHE角に等しきは既に之が知るが以て四鋭角相等しきなり又一鋭角と一鈍角も互に並角なるが以て四鋭角の相等しきが知れば四鈍角も亦相等しきなり

備考　二直線に一斜線が交ふれば八角が為す其名義左の如し



AB、CD の二直線に EF なる斜線相交りて八角を爲す其名義次の如し

兩直線の内に在るを内角といひ外に在るを外角と云

AGH、BGH、CHG、DHG の四角を内角といひ AGE、BGE、CHF、DHF の四角を外角と云

二直線の内に在りて其錯相對する者を兩内錯角といひ外に在りて其錯相對する者を兩外錯角と云

AGH 角と DHG 角又 BGH 角と CHG 角を兩内錯角といひ AGE 角と DHF 角又 BGE 角と CHF 角を兩外錯角と云

斜線の同方兩直線の内に在るを同方兩内角といひ斜線の同方兩直線の外に在るを同方兩外角と云

AGH 角と CHG 角又 BGH 角と DHG 角を同方兩内角といひ AGE 角と CHF 角又 BGE 角と DHF 角を同方兩外角と云

斜線の同方兩直線の内外に在るを兩似角と云

AGE 角と CHG 角 AGH 角と CHF 角又 BGE 角と DHG 角 BGH 角と DHF 角とを兩似角と云

第五本説

二直線一斜線と相交りて左の五件の一に合する時を兩線平行なり

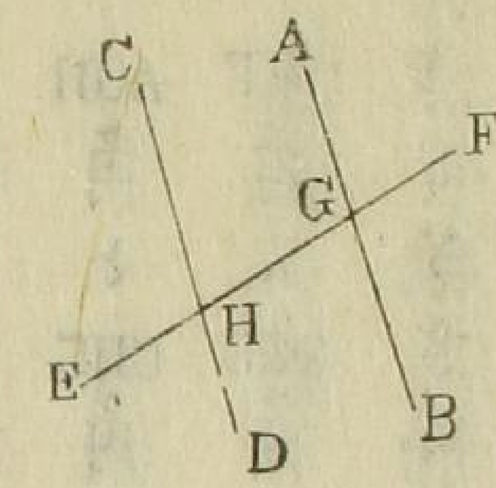
其一　兩内錯角相等し

其二　兩外錯角相等し

其三　兩似角相等し

其四　同方兩内角互に並角

其五　同方兩外角互に並角



其一　AB CD の二直線に EF なる斜線相交りて成す處の AGH DHG の内錯角相等しき時は AB CD の二直線を平行なり

證　第四本説に因れば AB CD の二直線平行なる時は AGH DHG の兩角相等し故に之が反言すれば AGH DHG の兩角相等

り　けれど必らも AB CD の二直線を平行なり他四件も亦同理に因る

第七教

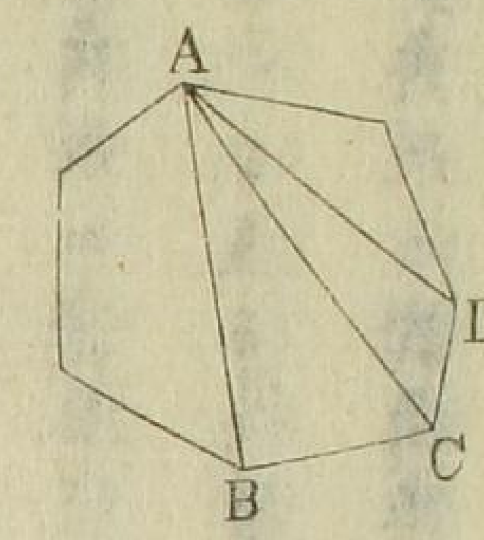
名義

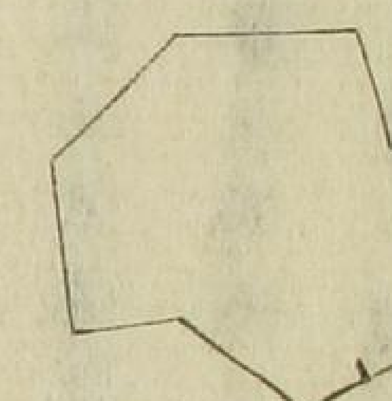
多直線相圍んで成す處の平形之を多角形といひ又其直線を多角形の邊と云

多角形の邊數三なる者を三角形といひ四なる者を四角形といひ五なる者を五角形と云逐次此の如し

多角形の諸角悉く内に向ふ者を凸多角形といひ内外交錯せる者を凹多角形と云又多角形の二角間に畫せる直線之

が對角線と云

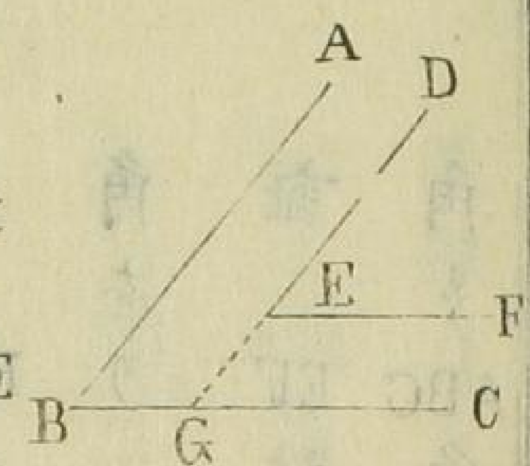




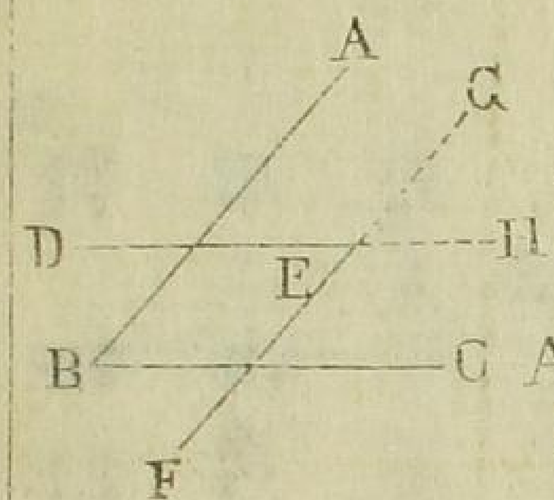
上圖の如きが凸多角形といひ
AB、AC等が對角線と云下圖の如
きが凹多角形と云

第一本説

兩角より兩股互に平行する時は次の三件が生す
其一　其股の方向兩々相等しき者は等角なり
其二　其股の方向兩々相反する者は等角なり
其三　其股の方向一は相等しく一は相反する者は並角な
り

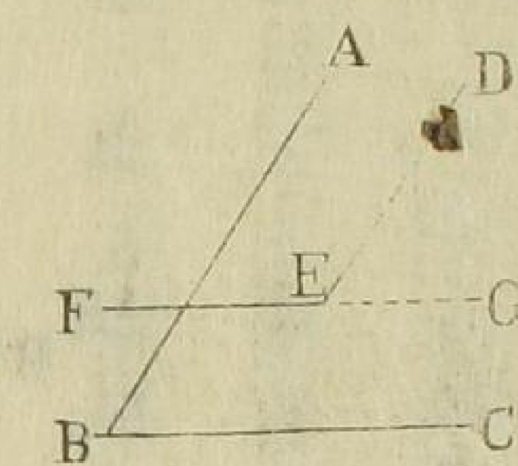


其一　ABC、DEFの兩角に於てAB股をDE股に平行
して方向が同ふし又BC股をEF股に平行して
方向が等しからざるをABC角をDEF角と相等し
証　DE股が延伸してBC股中G點に交らしむれば DGを
と平行しGCをEFと平行なるが以て第六教第四本説
に因りABC角をDGC角に等しく又DGC角をBEF角に等しきが
以てABC角をDEF角に等しきなり

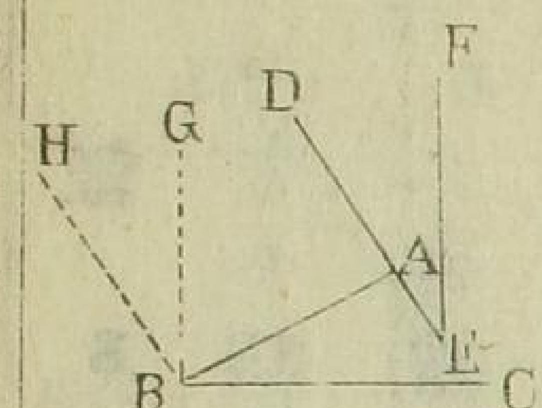


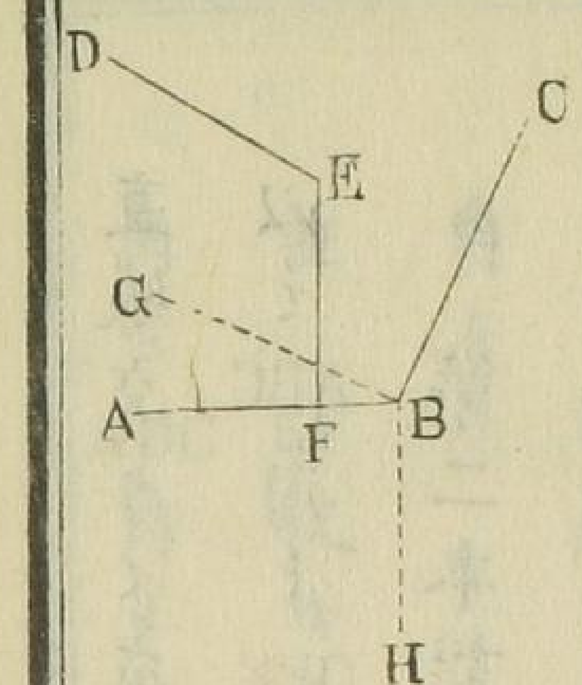
其二　ABC DEFの兩角に於てEF股をAB股に平行
して方向が反しDE股をBC股に平行して方向
が反するときをABC角をDEF角に相等し

証 DE、EF の両股を延伸して GEH 角をなさしむ其一の証は
因て ABC 角を GEH 角と相等しく而して第二教第二本説は
因まを二直線交りて成る處の二對角を相等しきを以
て GEH 角を DEF 角は相等し故に ABC 角を DEF 角と等しきなり
其三 ABC、DEF の両角に於て DF 股を AB 股と平
行して方向が等ふし EF 股を BC 股と平行し
て方向が反きを ABC 角と DEF 角とを互に並



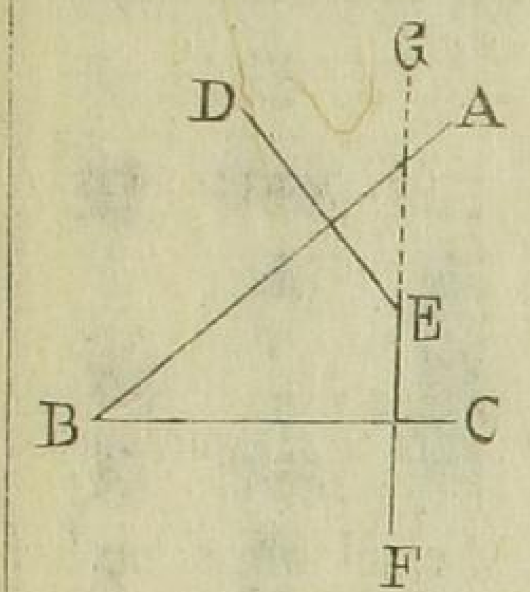
角なり
証 EF 股が延伸して DEG 角がなさしを其一の証は因て DEG
角を ABC 角と相等しく而して第二教第一本説は因まを二
直線交りて成る處の二鄰角の和を二直角に等しきを以
以て ABC 角と DEF 角を互に並角なり
第二本説 其二
両角なり両股互に直立する時を次の三件が生す
其一 其角両々鋭なる者を等角なり
其二 其角両々鈍なる者を等角なり
其三 其角一を鋭一を鈍なる者を並角なり
其一 ABC、DEF の両角各鋭角にして DE 股を AB 股
に直立し EF 股を BC 股に直立する時を ABC 角を
DEF 角と相等し





証　B点よりEF股に平行してGB線を画しDE股に平行してHB線を画し而して第六数第三本説に因るを平行二直線の一条に直立する直線を他一条にも直立なるを以てGBをBCに直立しHBをABに直立を然らばABC角を直角よりABC角を減ずる者なるへく又EBG角を直角よりGBA角を減ずる者なるを以てHBG角をABC角に等し此等しきを知るを第一本説其一により

其二　ABC、DEFの両角各鈍角にして両鋭角相等し　AB股に直立しDE股をBC股に直立する時をDEF角をABC角に相等し

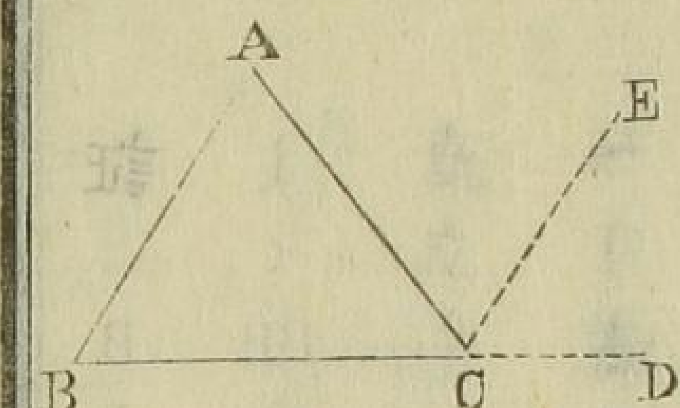


証　B点よりDE股に平行してBG線を画しEF股に平行してBH線を画されも其一の証と同理に因てBGをBCに直立しBHをABに直立を然らばABC角を直角にABG角を加へし者なる如く又GBH角も直角にABG角を加へし者なるを以てABC角とABH角を相等し此等しきを知るを第一本説其一に因りてDEF角とGBH角とを相等し故にABC角をDEF角に相等しきなり

其三　ABC、DEFの両角に於てDE股をAB股に直立しEF股をBC股に直立しABC角を鋭にしてDEF角を鈍なりせも此両角を互に並角なり

証　EF股を延伸してDEGなる鋭角をなさせ其一に因てDEG角をABC角と相等し而して第二教第一本説に因りて二直線交りて成る處の二鄰角の和を二直角に相等しきを以てABC角とDEF角とを互に並角なり

第三本説



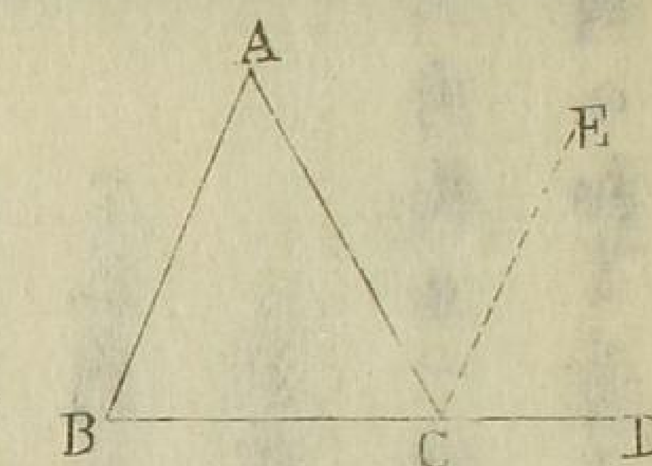
三角形三角の和を二直角に等し

ABC三角形のABC、BCA、CABの三角の和を二直角に等し

証　BCをD点に延伸しABに平行してCEを画きまを第六教第四本説に因り平行二直線に一斜線を交ゆるは成る處の四鋭角並に四鈍角相等しきを以てBAC、ACEの錯角相等しく又ABC、ECDの似角相等しきを知る而して第二教第一本説の副説に因りて一直線中の一点に諸直線交りて一傍に在る諸角の和を二直角に相等しきを以て三角の和を二直角に等しきなり

副説

三角形の一辺を延伸して成る處の外角を相鄰せさる二内角の和に等し

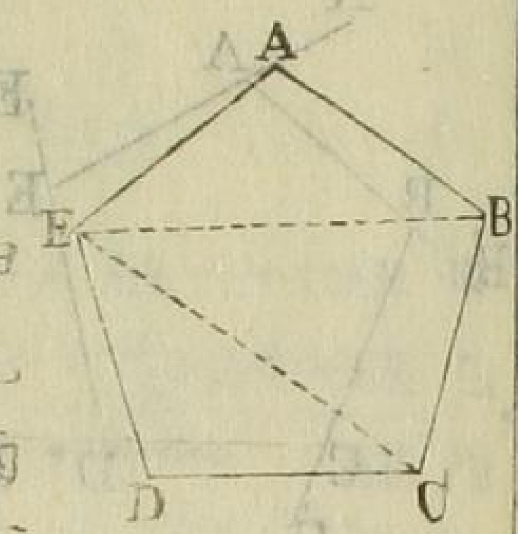


ABC三角形のBC辺を延伸してなせる處のACD角を相鄰せざるABC、BACの二角の和に等し

証　本説の証に因りACE角をBAC角に等しく又ABC角をDCE角に等しきを以てACE、DCE両角の和即ちACD角をBCD、ABCの二角の和に相等しきなり

第四本説

多角形諸角の和を辺數の内二を減し存する處の數を以て二直角に乗する者に等し



ABCDEの五角形等の如き五角の和を辺數五の内二を減し残る處の數に二直角を乗する者に等し

証

E点よりEB、ECの對角線を画きて五角形を分割せしまで三個の三角形となるへし而して第三本説に因ても三角形三角の和を二直角に等しきを以てABE三角形に於て甲式を得へくABCEの四角形に於てを三角形二個を有するを以て乙式を得へく又ABCDEの五角形に於てを三角形三個を有するを以

三角形三角の和＝$2R=(3-2)2R$ 甲

四角形四角の和＝$2\times2R=(4-2)2R$ 乙

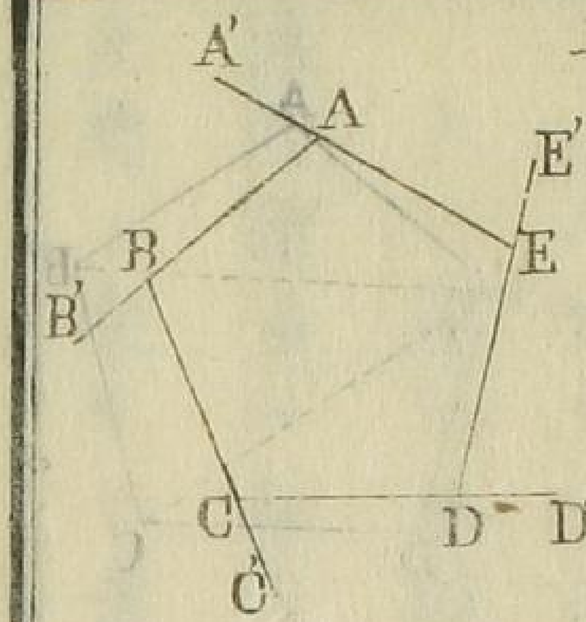
五角形五角の和＝$3\times2R=(5-2)2R$ 丙

n角形n角の和＝$(n-2)2R$ 丁

て丙式を得へし此の如く諸角形中二直角の數を辺數の内二を減したる者なるを以て今辺數をnとすれは其n角形n角の和をnの内二を減し其殘れる數ニ二直角を乘する者なるへし即ち丁式の如し

第五本説

多角形の各辺を延伸して成る處の諸外角の和を四直角に等し



ABCDE五角形の各辺を延伸してなる處のA'AB B'BC C'CD D'DE E'EA角の和を四直角に等し

証

五角形總内外角の和 $= 5 \times 2R = 10R$ 甲

五角形總内角の和 $= (5-2)2R = 6R$ 乙

五角形總外角の和 $= 4R$ 丙

n角形總内外角の和 $= n \times 2R = 2nR$ 戊

n角形總内角の和 $= (n-2)2R = 2nR-4R$ 己

n角形總外角の和 $= 4R$ 庚

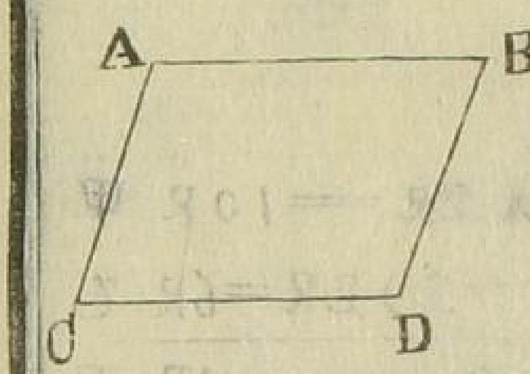
第二教第一本説に因り二直線交りて成る處の二鄰角の和ハ二直角に等しきか故に五角形總内外角の和ハ二直角の數五なるを以て甲式を得第四本説に因り五角形總内角の和の式を得て乙式とす甲式より乙式を減し丙式を得是ハ五角形總外角の和即四直角なり三角形總内外角の和ハ二直角の數三個を有し四角形總内外角の和ハ二直角の數四個を有するを以て今又辺數をnとすれは

鳥居堂梓

之れ角形總內外角の和を二直角の數ふられ个を有せ故に戊式を得第四本説に因りてれ角形總内角の和の式を得て己式とを戊より己を減し庚式を得之きは因て多角形の諸外角の和を四直角なるを証せへし

第八教

名義



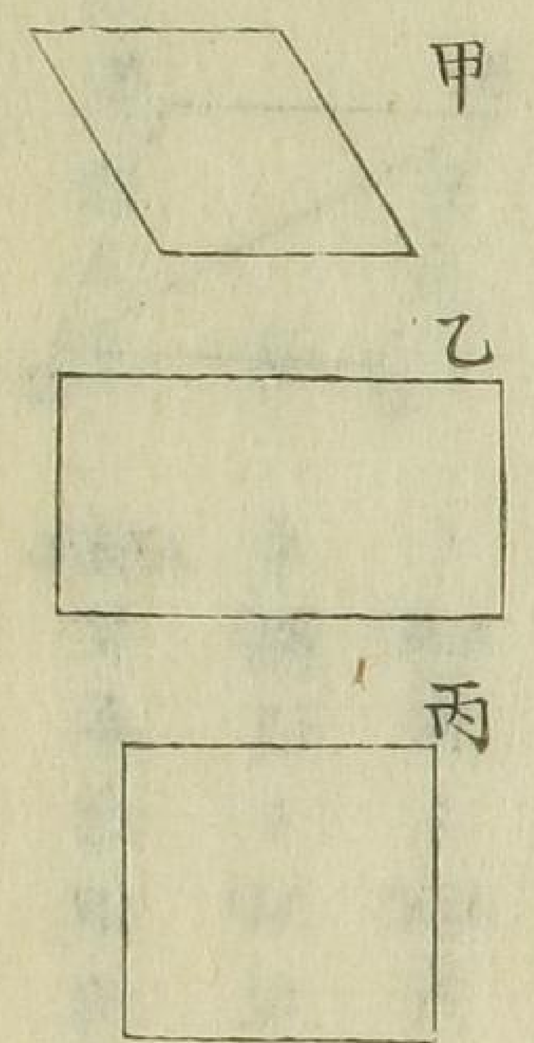
四角形の二對辺平行なる者之を平行四辺形と云

AB を CD に平行し BD を AC に平行なる者を平行四辺形と云

四角形の四辺倶に等しく其角直ならさる者之を斜方形と云

四角形の二對辺相等しく四角悉く直なる者之を長方形と云

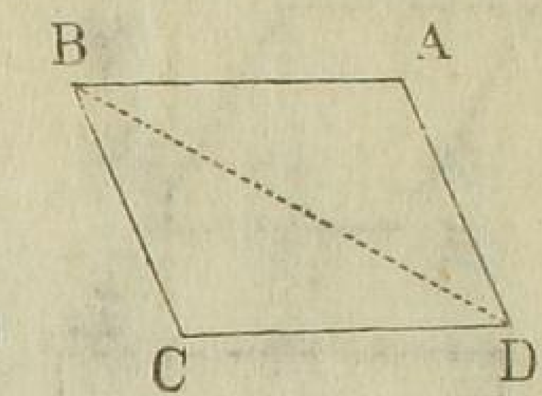
四角形の四辺倶に等しく四角悉く直なる者之を正方形と云



甲の如きを斜方形といひ乙の如きを長方形といひ丙の如きを正方形と云

第一本説

平行四辺形は二對辺相等しく又二對角も相等し



ABCDを平行四辺形とすれはAB辺はCB辺に等しくBC辺はAD辺に相等しく又BAD角はBCD角に等しくABC角はADC角に相等し

証　BDなる對角線を画きしはABはCDに平行しACはBCに平行なるを以て第六教第四本説に因れはABD角はBDC角に等しくADB角はDBC角に相等し然らはABD、BCDの両三角形に於てBD辺は公共なる故に第三教第三本説に因り両形相等しきを以てABはCDに等しくADはBCに等しく又BAD角はBCD角と相等しきなり今又ABC角とADC角の等しきを証せんにはABD角はBDC角に等しきを以て甲式を得又DBC角はBDA角に等しきを以て乙式を得甲乙両式を相加ふれは丙式を得ABD角とDBC角の和はABC角に等しくBDC角とBDA角の和はADC角に相等しきを以て丁式を得即ちABC角はADC角と相等しきなり

甲　角ABD ＝ 角BDC

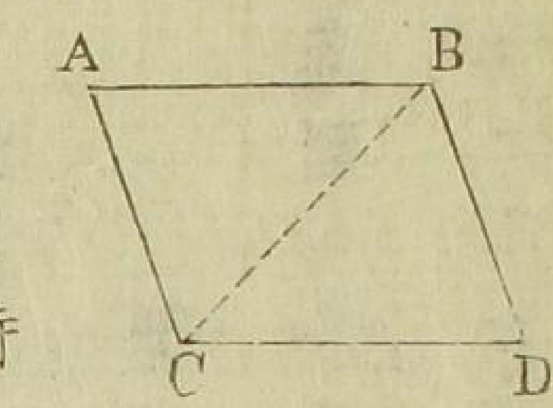
乙　角DBC ＝ 角BDA

丙　角ABD＋角DBC ＝ 角BDC＋角BDA

丁　角ABC ＝ 角ADC

第二本説

四角形の各二對辺或は各二對角相等しき者は平行四辺形なり



第一　ACDBの四角形に於てABはCDに等しくBDはACに等しき時は平行四辺なり

第二　CAB角はCDB角に等しくABD角はACD角に等しき時は平行四辺形なり

第一証　BCなる對角線を画けれはABC、BCDの両三角形を得此両三角形に於てABはCDに等しくBDはACに等しくBCは公共なるを以て第三教第六本説に因り両形相等しきを知る然らはABC角はBCD角に等しくACB角はCBD角と相等し此両内錯角の相等しきを知れは第六教第五本説に因りABはCDに平行しBDはACに平行なることを明なり

第二証　第七教第四本説に因り四角形四角の和の式

甲　四角形四角の和 $= (4-2)2R = 4R$

乙　角BAC＋角ACD＋角CDB＋角DBA $= 4R$

丙　2角BAC ＋ 2角ACD $= 4R$

丁　角BAC ＋ 角ACD $= 2R$

戊　2角BAC ＋ 2角DBA $= 4R$

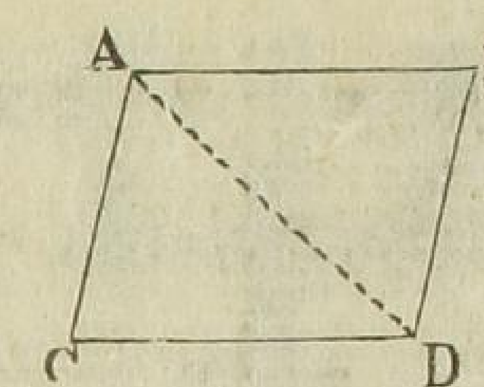
己　角BAC ＋ 角DBA $= 2R$

を得甲式とき甲式を變し乙式とき BAC角はCDB角に等しくACD角はDBA角に相等しきを以て乙式を變して丙式とし丙式を二除して丁式を得此式を見れハBAC、ACD二角の和は二直角に等し〆即ち互に並角なるを以て第六教第五本説に因りABはCDに平行なるを明なり今又BDのACに平行なるを証せんにも同理に因り乙式を變して戊式とし二除して己

式が得是せ又BAC、DBAの二角互ニ並角なるが以てACをBDニ平行なることが證せるなり

第三本説

四角形の二對辺相等しく且平行せる者を平行四辺形なり



ACDBの四角形ニ於てABをCDニ等しく且平行せる者を平行四辺形なり

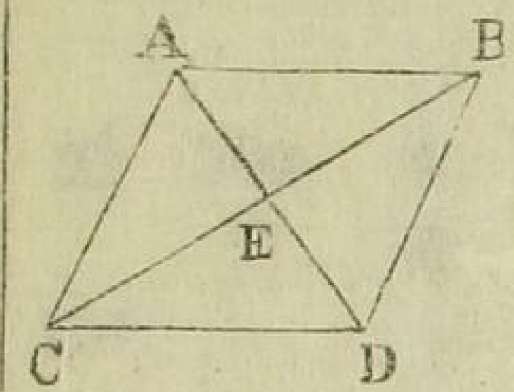
證

ADなる對角線が画きまれABD、ACDの両三角形が得此両三角形ニ於てADを公共ニしてABをCDニ相等しく又ABをCDニ平行なるが以て第六教第四本説ニ因りBAD角を

ADC角ニ相等しきも両三角形ニ於て二辺中間角相等しきが以て第三教第四本説ニ因り両形相等しきが知る故ニCAD角をADB角ニ相等しき此錯用の相等しきが知まを第六教第五本説ニ因りACをBDニ平行なるが以て平行四辺形なり

第四本説

平行四辺形の両對角線を交点ニ於て互ニ相平分に



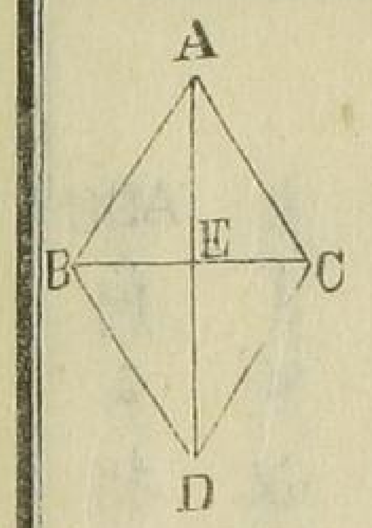
ACDP平行四辺形のAD BCなる両對角線をE点ニ於て互ニ相平分に

証　ABはDCに平行なる故以て第六教第四本説に因り
ABC角はBCD角に等しくDAD角はADC角に相等し而して第一
本説に因れは平行四辺形は二對辺相等しき故以てAB
はCDに相等し然らはAEB、CED両三角形に於て一辺両傍角
相等しきる故に第三教第三本説に因りAEはEDに等し
くBEはECに等しく即ちE点に於て相平分せるなり

副説

斜方形の両對角線は互に直立なり

ABDCの斜方形に於てAD、BCなる両對角線は互
に直立なり

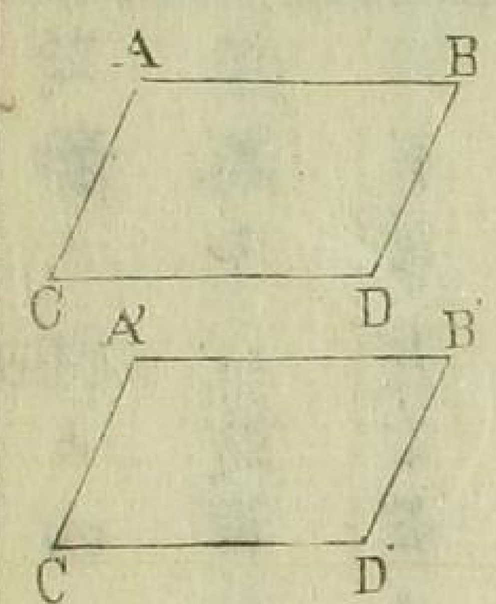


証　斜方形は各二對辺相等しき故以て第二本説に因
り平行四辺形なる故知り此本説に因て両對角線は交
点に於て相平分せる故知る然らはABはACに等しくE
はBCの中央なる故以て第四教第一本説の副説に因て
BC、ADの両對角線は互に直立なることを証すへし

第五本説

二個の平行四辺形なり二辺中間角等しき時は両形相等し

ACDB、A'C'D'B'二個の平行四辺形に於てAC辺はA'C'
辺に等しくCD辺はC'D'辺に等しく又ACD角
はA'C'D'角に等しき時は両形相等し



証A'C'D'B'の四辺形をACDB四辺形の上に重ねC点をC'点に合しA'C'辺をAC辺に合すときも其長相等しきを以てA'点はA点に自から相合すべくA'C'D'角はACD角と相等しきを以てC'D'はCDと方向を等ふし其長相等しきを以てD'点はD点と相合すべし而してABはCDに平行しA'B'はC'D'に平行なるを以てA'B'はABの方向に一致すべくBDはACに平行しB'D'はA'C'に平行なるを以てB'D'はBDの方向に一致すべし然らばB'点はB点に相合すべく是に於て両形全く相合す故に其形相等しきなり

幾何學階梯巻之上終

幾何學階梯巻之中

田邉善則 編

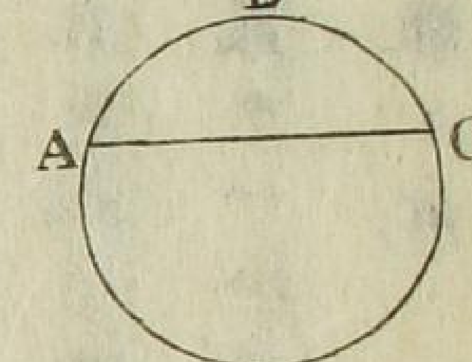
第九教 名義

平形の諸点各他一点に至るの距離相等しき者之を圏界といひ其一点を心点と云

圏界を以て圍める面之を圏形と云

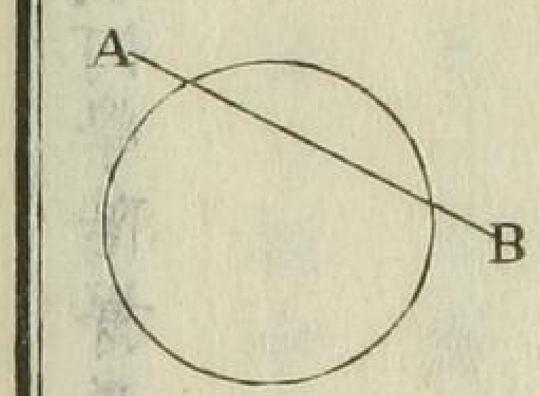
圏界の一分之を弧線といひ弧線の両端を結合する線之を弦線と云

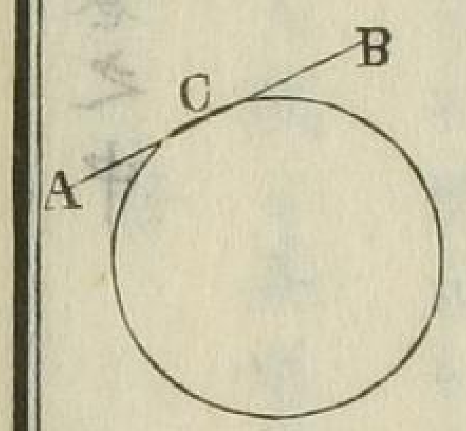
圜界の一点より心点が過きて圜界に到るの直線之が經線と云



ABCの如きが弧線といひACが弦線と云

直線圜界の二点に交る者之が割線といひ一点に交る者之が切線といひ其一点が切点と云

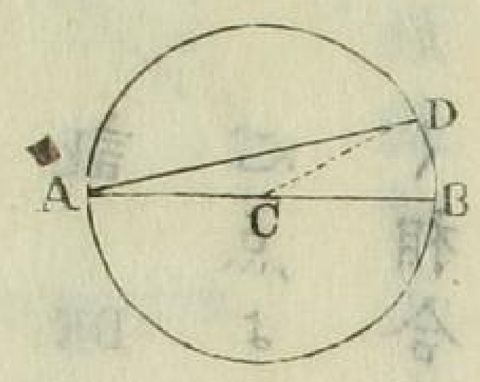




上圖ABの如きが割線といひ下圖ABの如きが切線といひCが切点と云

第一本説

径線を圜形の最大弦線なり

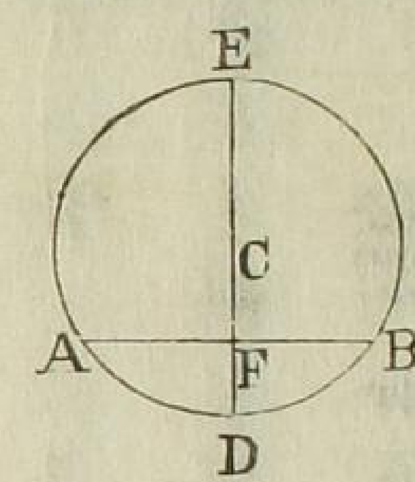


ABなる径線はADなる弦線より長し

証　心点CよりCDなる半径が画をきをCBをCDに相等し而して第三教第一本説に因きてACD三角形に於てAC CDの和をADより長きが以てAC CDの和をABなる径線に等しき故にABなる径線をADなる弦線より長きを明なり

第二本説

弦線に正交する半径は其弦線及ひ弧線を両等分す

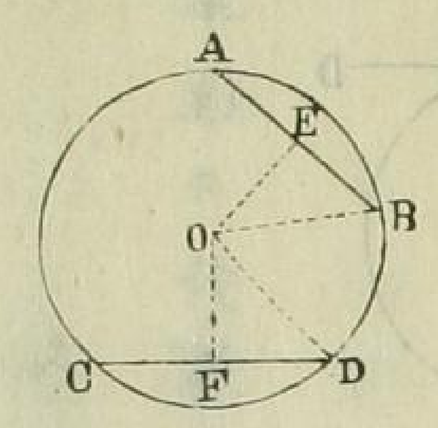


ABなる弦線に正交するCDなる半径は其弦線及ひ弧線を両等分に

証　DEなる径線を軸となし圜形を折て相重ぬる時は心点より圜界に至るの距離相等しきを以て半界圜全く相合す然らはCFA CFBなる二角各直角なる故にFBをFAと方向を等ふし共に圜界に至るを以てB点をA点に相合す故にABはFBに等しくAD弧はDB弧に相等しきなり

第三本説

二弦線相等しき時は各線より心点に到るの距離相等し



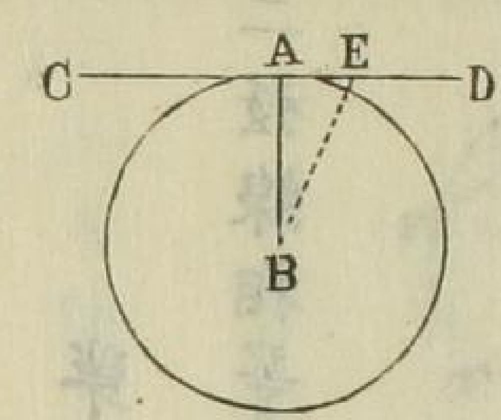
AB、CDなる二弦線相等しき時はOE、OFなる距離相等し

証　心点OよりAB、CDなる二弦線に向ふてOF、OEなる垂線を画すれは第二本説に因り弦線に正交する半径は其弦線を等分するを以てAEはEBに等しく又CFはFDに相等し然る時はABはCDに等しきを以てEBはFDに相等

し而して OB OD なる半径が画せきは BEO DFO なる両直三角形がなを此両直三角形に於て斜辺及ひ他一辺相等しきが以て第五教第五本説に因り両形相等しきが知る故に OF を OE に相等しきなり

第四本説

半径の外端に於て之に直立せる直線を此圜界の切線なり

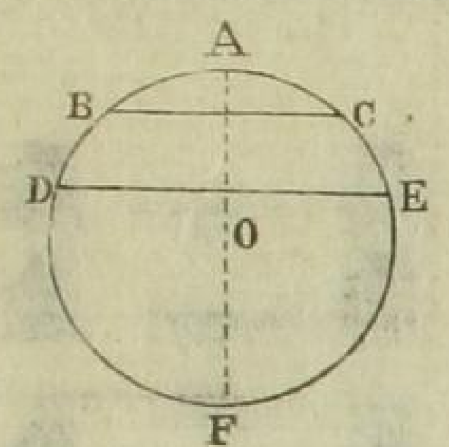


AB なる半径の外端A点に於て之に直立せる CD 線を此圜界の切線なり

証　BE 線が画し第五教第二本説其一に因きて垂線を斜線より短きが以てE点を圜界の外に在るを明なり然らてCD線中A点の他皆此の如くなるゝ故にCD線の圜界に切せる点を只A点のみ是を以てCD線を此圜界の切線なるを明なり

第五本説

平行両直線圜界と相交る時を其間に容る二弧線相等し



BC DE なる平行二直線圜界と相交る時を其間に容る BD CE なる二弧線相等し

証　BC 線に直立して AF なる径線が画せきを DE を BC に

甲乙丙平行なるを以て第六教第三本説に因これ DE にも又直立を一し然れハ第二本説に因り弦線に正交する半径ハ其弧線を等分す

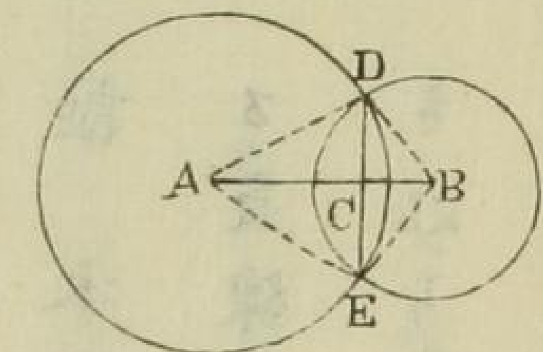
$$\text{弧}AE = \text{弧}AD$$
$$\text{弧}AC = \text{弧}AB$$
$$\text{弧}CE = \text{弧}BD$$

なるを以て AD 弧を AE 弧に等しく又 AB 弧を AC 弧に相等しきが故に甲乙両式を得甲式より乙式を減じて丙式を得是を以て BD 弧と CE 弧に相等しきを明かなり

第六本説

両圓界相交る時ハ其両心点を結合する直線ハ公弦線に正交し而して之を両等分す

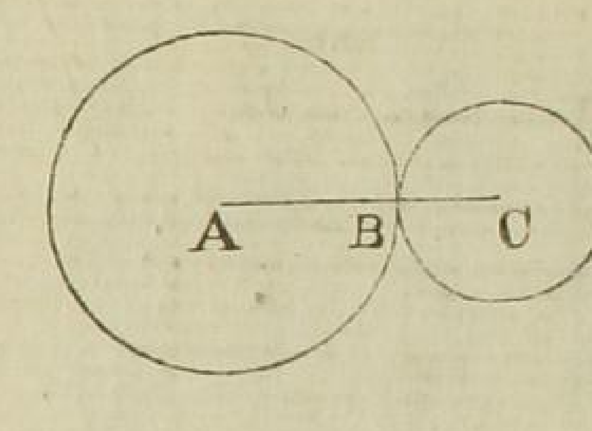
AD DB なる両圓界 D, E なる両点に於て相交る時ハ両心点を結合する AB 線ハ DE なる弦線に正交し而して之を両等分す



証　AD AE 及ひ BD BE なる半径を画きハ AD ハ AE に等しく BD ハ BE に相等しきを以て第五教第三本説其一に因り之を反言すれハ直線中の二点より原線の両端に至る距離相等しき故に必らん AB ハ DE に直立し且つ之を両等分するを明かなり

副説

両圏界相接する時は両心点が結合する直線其切点が貫通す



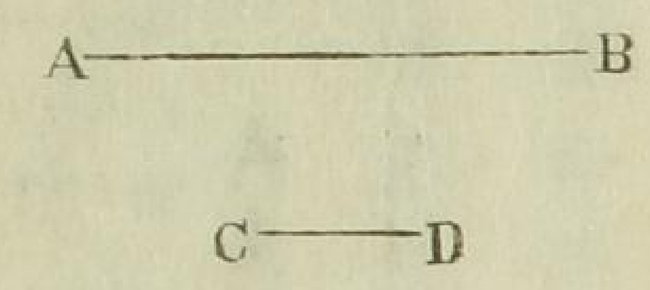
AB BC なる両圏界B点に於て相接する時は両心点が結合する AC なる直線B点が貫通す

証 本説に因ては両圏界相交る時は両心点が結合する直線を公弦線の中央に直立する故以て相接する時は必らず其中央なる切点が貫通するを明なり

第十款

名義

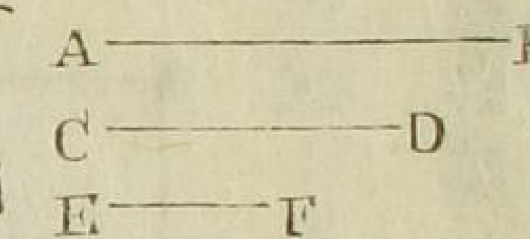
第一 某の大さあり他同種の大をが以て之に比し彼は此何倍或は何分なるを算する之が大を測ると云



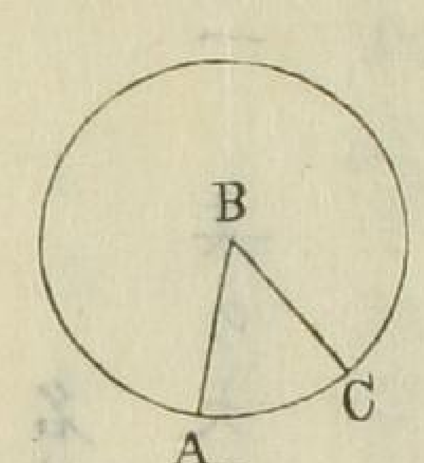
AB線は正しくCD線の五段に適する時はAB線をCD線の五倍或はCD線をAB線の五分一なるを算する之が大を測ると云

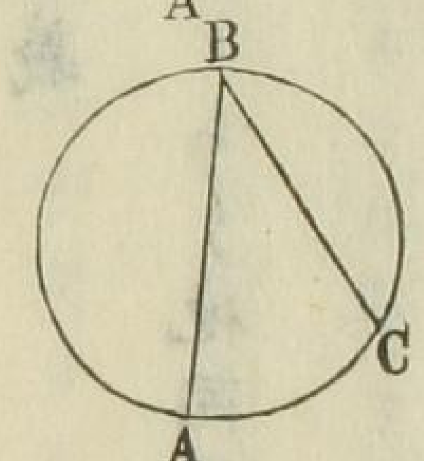
両同種の大をあり他同種の大をが以て各に比し倶に正しく此何倍なる時は之が彼の公度と云

AB線は正しくEF線の四段に適しCD線は正しくEF線の三段に適せる時はEF線はABCD両線の公度と云



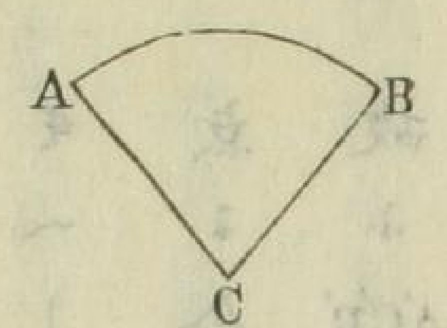
第二　角点圜心に在る時は其角を稱して心角といひ角点圜界に在りて両股倶に弦線なる時は其角を稱して圜内所函角と云

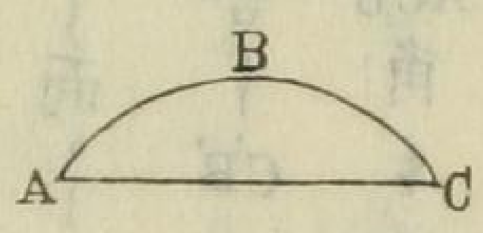




上圖の如きABC角を心角といひ下圖の如きABC角を圜内所函角と云

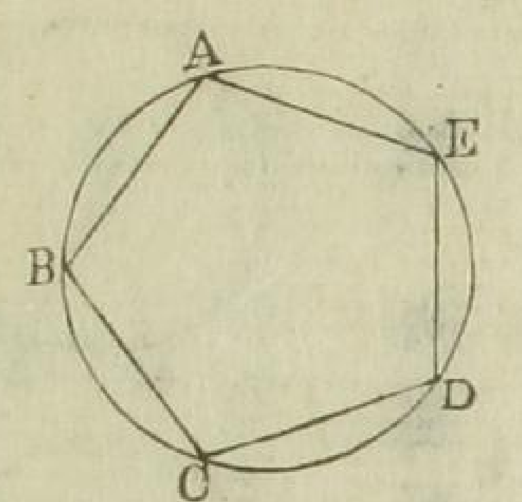
弧線と両半径とを以て圍める面之を分圜形といひ弧線と弦線とを以て圍める面之を分弧形と云





上圖ABCの如きを分圜形といひ下圖ABCの如きを分弧形と云

多角形の諸角点圜界に在る者之を圜内所函多角形と云

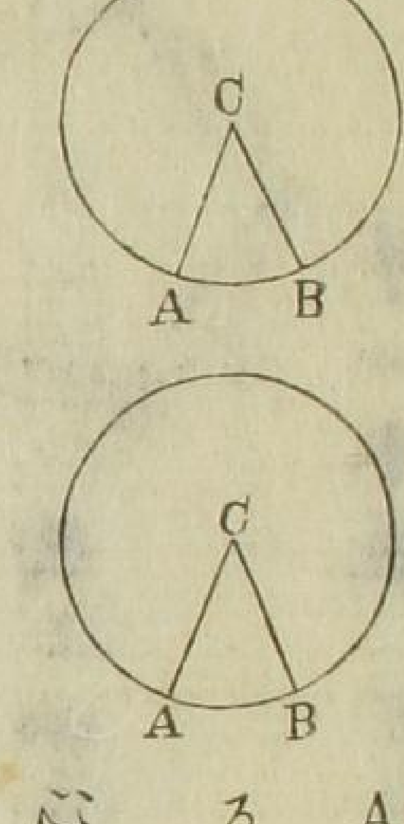


圖の如きABCDEを圜内所函五角形と云

第一本説

同圜或は等圜に於る両弧線相等しき時は之を容る両心角

亦相等し



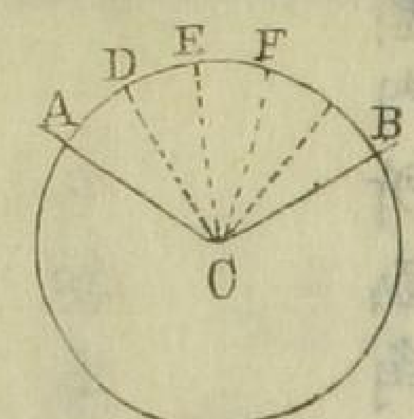
AC A'C'なる両圏形相等にしてAB A'B'なる両弧線相等しき時はACB A'C'B'なる両心角亦相等し

証 両圏形を相重ねC点をC点に合しCA C'A'なる両半径を合すれは両形相等しきを以てA'点はA点に相合すへし而してAB A'B'なる両弧相等しきか故にB'点はB点に合しC'B'なる半径はCBなる半径の方向に従ふへし。

故にA'C'B'角はACB角と相等しきなり

第二本説

角点を心として圏界を画する時は其角の測度は其間に容る弧線の測度に等し但し弧線の某長を以て弧の単位とにきは之を容るへき角を以て又角の単位とに



ACB角のC点を心点として圏界を画する時はACB角の測度は其間に容るAB弧の測度に相等し

証 假令はADを弧の単位となしAB弧中に其五倍を含める者とせは甲式を得甲式を変して乙式を得而してD、E、F、等の分点より心点に

甲 $5\overset{弧}{AD}=\overset{弧}{AB}$

乙 $5=\dfrac{\overset{弧}{AB}}{\overset{弧}{AD}}$

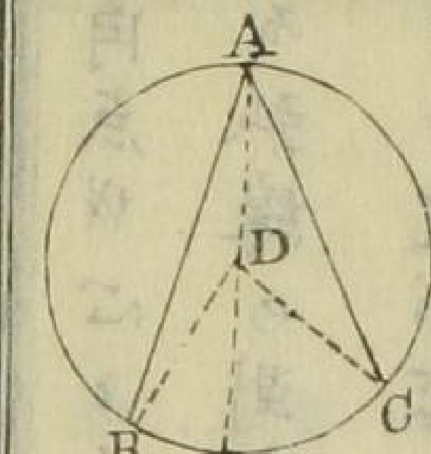
丙 $5\overset{角}{ACD}=\overset{角}{ACB}$

丁 $5=\dfrac{\overset{角}{ACB}}{\overset{角}{ACD}}$

戊 $\dfrac{\overset{弧}{AB}}{\overset{弧}{AD}}=\dfrac{\overset{角}{ACB}}{\overset{角}{ACD}}$

向ふて半径を画きまる弧線の諸部分相等しきを以て第一本説ニ因り成る處の諸心角亦相等し故ニ丙式を得丙式を變して丁式を得乙丁丙式左辺相等しきを以て戊式を得因てACB角の測度ハ其間ニ容るAB弧の測度ニ相等しきなり

第三本説



圏内所函角ハ其間ニ容る弧線の半を以て測度とに

BACなる圏内所函角ハ其間ニ容るBC弧の半を以て測度とに

証

甲 角BAD ＝ 角ABD

乙 角CAD ＝ 角ACD

丙 角BAD＋角ABD ＝ 角BDE

丁 角CAD＋角ACD ＝ 角CDE

戊 2角BAD ＝ 角BDE

己 2角CAD ＝ 角CDE

庚 角BDE ＝ 弧BE

辛 角CDE ＝ 弧CE

壬 2角BAD ＝ 弧BE

癸 2角CAD ＝ 弧CE

子 角BAD＋角CAD ＝ $\frac{1}{2}$(弧BE＋弧CE)

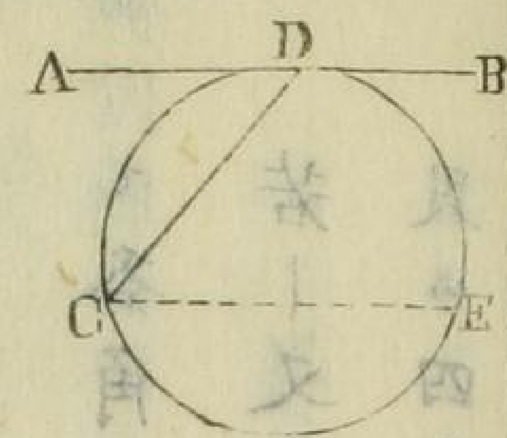
丑 角BAC ＝ $\frac{1}{2}$弧BC

A点より心点Dを通過してADEなる径線を画し又DB DCなる半径を画きまるをADB ADCなる両三角形を得此三角形ハ両等辺三角形なるを以て第四教第一本説ニ因り甲乙両式を得而して第七教第三本説の副説ニ因まる三角形の一辺を延伸して成る處の外角ハ相鄰せざる二内角の和ニ相等しきを

以て丙丁両式を得甲式を以て丙式を變し乙式を以て丁式を變し戊己両式を得又第二本説に因り庚辛両式を得戊式を以て庚式を變し己式を以て辛式を變して壬癸両式を得此壬癸両式を各二除して相加へ子式を得此子式に於て BAD CAD 二角の和を BAC 角に等しく BE EC 二弧の和を BC 弧に相等しきか故に丑式を得是を BAC 角の測度を其間に容る BC 弧の半なることを証せるなり

第一副説

切線弦線切点に相合て為る處の角を其間に容る弧線の半を以て測度とす

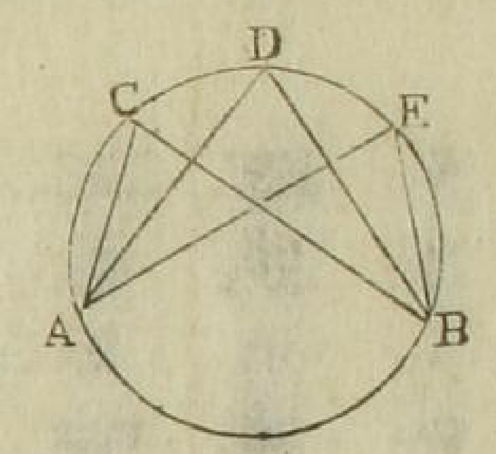


AB なる切線と CD なる弦線と切点 D に於て相合て為る處の ADC 角を其間に容る CD 弧の半を以て測度とす

証 C 点より AB に平行して CE 線を画きて第六教第四本説に因て ADC 角を DCE 角に相等しく又 AB CE なる平行両直線を圜界と相交るを以て第九教第五本説に因り DC 弧を DE 弧に相等し然らは本説に因り DCE 角の測度を DE 弧の半なるを以て ΔDC 角の測度を DC 弧の半なること明なり

第二副説

圜内に函まれて股間に同弧を挟容せる諸角は倶に相等し



ABなる同弧を挟容せるACB、ADB、AEBなる諸角は倶に等し

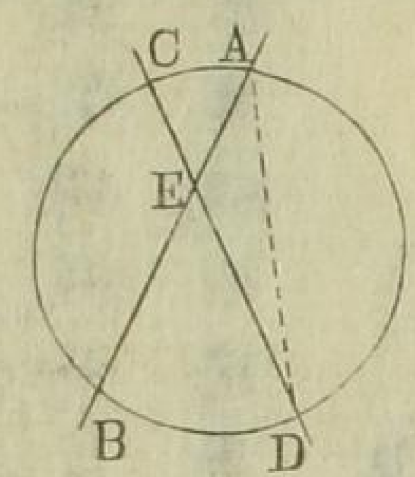
証　本説に因り諸角各AB弧の半を以て測度とせるが故に相等しきなり

若しAB弧半圜界なる時は其半即ち圜界の四分一を以て各角の測度となせるが故に諸角皆直なり

若し又AB弧半圜界より大或は小なる時は其半即ち圜界の四分一より大或は小なる者を以て各角の測度となせるが故に諸角皆鈍或は鋭なり

第四本説

両割線圜内に相交りて為せる處の角は其間に容る両弧線の和半を以て測度とし



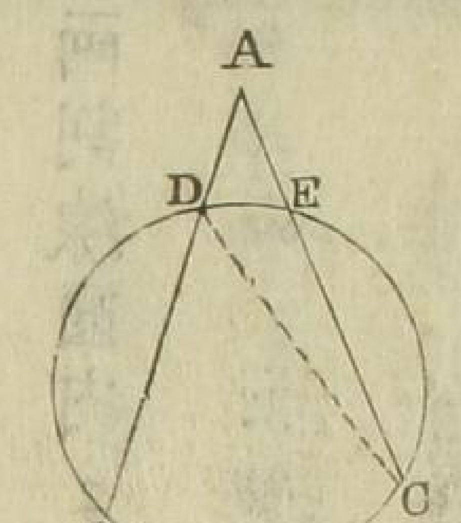
AB、CDなる両割線圜内E点に於て相交りて為せる所のBED角を其間に容るBD CA両弧の和半を以て測度とし

証　AD を結合せしめAEDなる三角形を得此三角形に於て第七教第三本説の副説に因りBED角をCDA、BADなる二角の和に等しく又第二本説に因りCDA角をAC弧の

半に等しく BAD 角を BD 弧の半に相等しきを以て BED 角を AC、BD 両弧の和半に等しと明なり

第五本説

両割線圏外に相合て為せ處の角を其間に容る両弧線の差半を以て測度とし



AB AC なる両割線圏外 A 点に相合て為せ處の BAC 角を其間に容る DE、BC 両弧の差半を以て測度とし

証 DC を詰合せきを ADC なる三角形を得此三角形に於て第七教第三本説の副説に因きを BDC 角を DAC、DCE なる

二角の和に相等しく然る時を BDC 角を BC 弧の半に等しく DCE 角を DE 弧の半に相等しきを以て DAC 角を BDC 角と DCE 角の差即ち BC、DE 両弧の差半に相等しきなり

第十一教

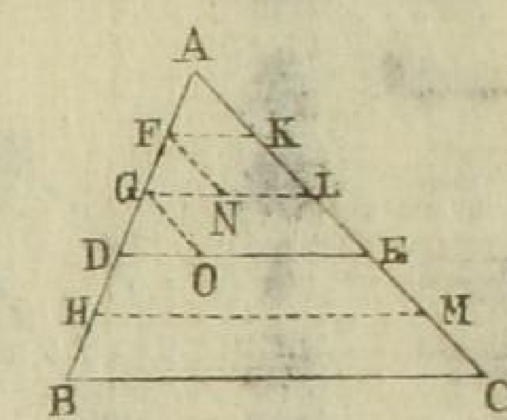
名義

一直線を已知二数の比例に分つべき者なり

仮令 AB 線を五と三との比例に分つ可き者とせきを先つ AB 線を八等分し五の處に C 点を記せ然る時を AC と CB とを五と三との如く比例せる者なり

第一本説

三角形の一辺に平行なる諸直線の為に他二辺分割せられて互に比例する者となる



ABCなる三角形のBC辺に平行してDE線を画きたる時はBDとADとをECとAEとの如く比例する者となる

証　ADをBDの二分の三と定むる時はABを五等分せらるへき者なり其等分点F、G、HよりBCに平行してHM、GL、FKなる諸線を画きたる此線猶AC辺を五等分すへし何となれはACに平行してFN、GOなる二線を画きたればFGN、GDOなる両三角形を得此三角形に於てGNはDOに平行しFNはGOに平行なるに故第六教第四本説に因りGDO角はFGN角に等しくGFN角はDGO角に相等し然らは一辺両傍角相等しきを以て第二教第三本説に因りFNはGOに相等し

$$\frac{EC}{AE} = \frac{2}{3} \quad \text{甲}$$

$$\frac{DB}{AD} = \frac{2}{3} \quad \text{乙}$$

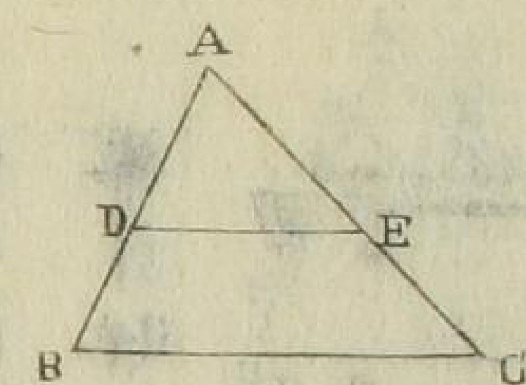
$$\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE} \quad \text{丙}$$

然る時はFKLN、GLEOは平行四辺形なるを以て第八教第一本説に因りFNはKLに等しくGOはLEに等しく即ちAC線を五等分するを明なり然る時はECの二分の三はAEなるを以て甲式を得同理に因て乙式を得此両式右辺相等しきを以て丙式を得是はDBとADとをECとAEとの如く比例

するを以証するなり

第一副説

三角形の一辺に平行する直線の為に他二辺各二部せられて其各一部と元二辺とに比例する者なり



ABCなる三角形のBC辺に平行せるDE線の為にABACの二辺各二部せられてADとABとはAEとACとの如く比例し又DBとABとはECとACとの如く比例する者なり

証 本説の証に因りADはDBの二分の三と定むれはAEはECの二分の三なるを以て甲乙両式を得此両式右辺

$\frac{AD}{AB} = \frac{3}{5}$ 甲

$\frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$ 乙

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ 丙

$\frac{DB}{AB} = \frac{2}{5}$ 丁

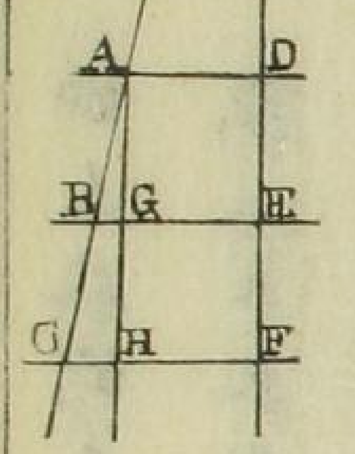
$\frac{EC}{AC} = \frac{2}{5}$ 戊

$\frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$ 己

相等しきは以て丙式を得又同理に因て丁戊両式を得此両式右辺相等しきを以て己式を得即ち丙己両式を以て各一部を元二辺と比例するを証するなり

第二副説

平行諸直線に交通せる二直線を諸線の為に截断せられて截部互に比例する者なり



AD、BE、CF等なる平行諸直線の為にAC、DFの二直線截断せられてBCとABとをEFとDEとの

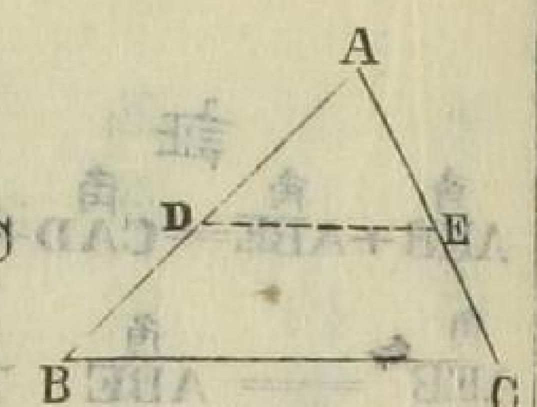
如く比例する者なり

証 A点より DF に平行して AH 線を画きて CAH なる三角形を得此三角形に於て BG を CH に平行なるが故に本説に因て BC と AB とを GH と AG との如く比例せしむ然る時は AGED、GHFE は平行四辺形なるを以て第八教第一本説に因り GH を EF に等しく AG を DE に相等し故に BC と AB とを EF と DE との如く比例するを明なり

第二本説

三角形の二辺截断せらるゝ各部此二辺と比例する時を截点を結合する直線を他一辺に平行なり

ABC 三角形の DE なる截点に於て AD と AB とを AE と AC との如く比例し又 DB と AB とを EC と AC との如く比例する時を D E を結合する直線を BC と平行なり

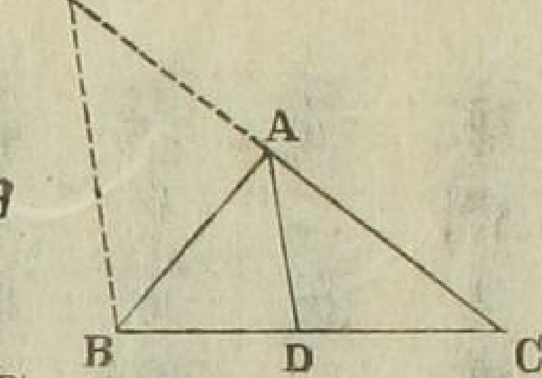


証 第一本説の第一副説に因まを三角形の一辺に平行する直線の為に他二辺各二分せらるて其各一部を元二辺と比例するを以て今是を反するも各部二辺と比例するも其截点を結合する直線を必らに他一辺と平行するへし

第三本説

三角形の一角の平方線は對辺を二部に分ち其各部は各傍辺と比例する者なり

ABCなる三角形のBAC角を等分するAD線の為にBC辺二分せられてBDとDCとはABとACとの如く比例する者なり



ACをABに等しくEに延伸しE、Bを結合すれば

證

甲 $\angle AEB + \angle ABE = \angle CAD + \angle DAB$

乙 $\angle AEB = \angle ABE$

丙 $\angle CAD = \angle DAB$

丁 $2\angle ABE = 2\angle DAB$

戊 $\angle ABE = \angle DAB$

己 $\frac{BD}{DC} = \frac{AE}{AC}$

庚 $AE = AB$

辛 $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

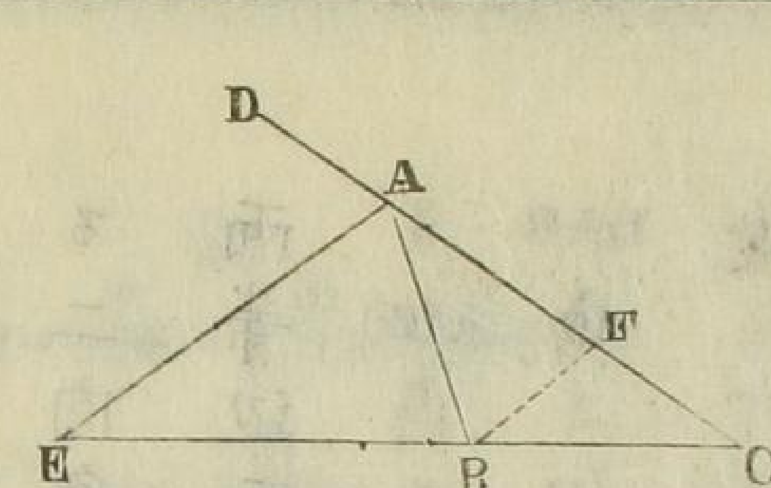
EBはADに平行す何となればAEB三角形に於て第七教第三本説の副説に因れば

は三角形の一辺を延伸して成る處の外角は相鄰せざる二内角の和に等しきを以て甲式を得又AEB三角形は兩等辺三角形なるを以て第四教第一本説に因りAEB角はABE角に等しくADはBAC角の等分線なるを以てCAD角はDAB角に相等し故に乙丙兩式を得此兩式を以て甲式を變し丁式を得二除して戊式を得此式に因てABE、DABなる錯角の相等しきを知れば第六教第五本説に因りEBはADに平行なること明なり然る時は第一本説に因て己式を得AEはABに等しきを以て庚式を得以て己式を變し辛式を即ちBDとDCとはABとACとの如く比例すること明

なり

第四本説

三角形の外角の平分線其對辺延伸部に於て相交る時は此点より延伸辺両端の距離は他二辺と比例する者なり



ABC三角形のBADなる外角が等分する時はAE線BC辺の延伸部E点に於て相交る時はECとEBとはACとABとの如く比例する者なり

証　AEに平行して BFが画きまた第一本説の第一副説に因て

$$
\begin{array}{ll}
\text{甲} & \dfrac{AC}{AF} = \dfrac{EC}{EB} \\
\text{乙} & \text{角}ABF = \text{角}EAB \\
\text{丙} & \text{角}AFB = \text{角}DAE \\
\text{丁} & \text{角}EAB = \text{角}DAE \\
\text{戊} & \text{角}AFB = \text{角}EAB \\
\text{己} & \text{角}AFB = \text{角}ABF \\
\text{庚} & AF = AB \\
\text{辛} & \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{EC}{EB}
\end{array}
$$

甲式が得而して BFはAEに平行なるが以て第六教第四本説に因り乙丙両式が得然る時はAEはDAB角の等分線なるが以て丁式が得以て丙式が變し戊式が得乙戊両式左辺相等しきが以て己式が得此式に因てABF三角形の二角相等しきが知るは第四教第一本説に因り庚式が得以て甲式が變して辛式が得てECとEBとはACとABとの如く比例するを証せし

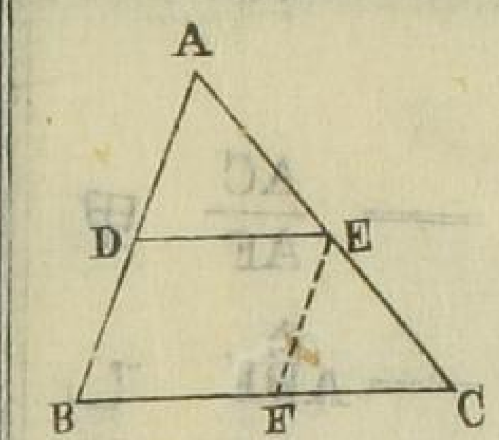
第十二教

名義

両多角形各角互に相等しく各辺互に比例せる者之を等式形といふ

第一本説

三角形の一辺に平行せる直線を画く時は此線を一辺とせる三角形と元形とは等式形なり



ABCなる三角形のBC辺に平行してDE線を画きは此線を一辺とせるADE三角形とABC三角形とは等式形なり

証 DEはBCに平行なるが以て第六教第四本説に因りADE角はABC角に等しくAED角はACB角に相等し然れはA角は公共なるが故に此両三角形の三角相等しきを知る而して第十一教第一副説に因りてDEはBCに平行なるが以て甲式を得又E点よりABに平行してEF線を画きまた同理に因て乙式を得然る時はBDEFは平行四辺形なるが故に第八教第一本説に因て丙式を得以て乙式を変じ丁式を得此甲丁両式に因て両三角形の各辺互に比例せるを知る然る時は三角

甲 $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$

乙 $\frac{AE}{AC}=\frac{BF}{BC}$

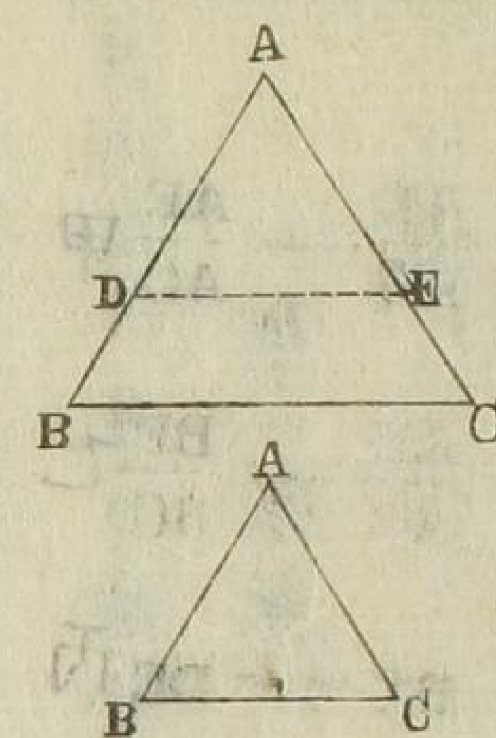
丙 $BF=DE$

丁 $\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

の等しきを既に知れるが以て等式形なるを明なり

第二本説

両三角形の各角互に相等しき時は等式形なり



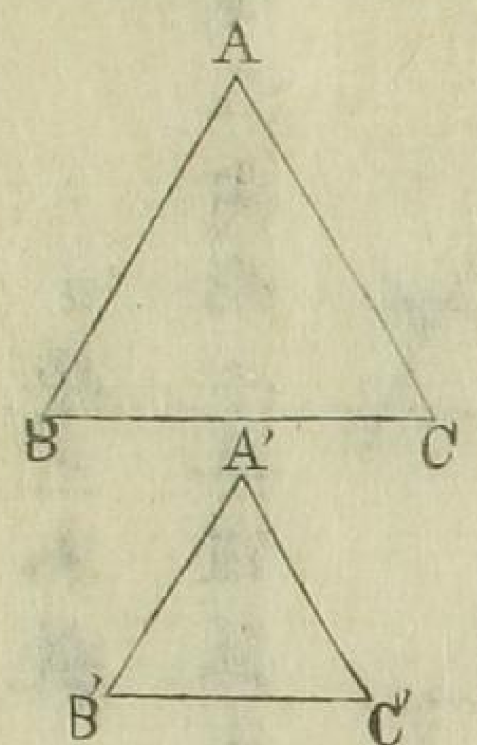
ABC A'B'C' なる両三角形に於て A角を A'角に等しく B角を B'角に等しく又 C角を C'角に等しき時は等式形なり

証 AD が A'B' に等しき一D点より BC に平行して DE 線が画きせし第六教第四本説に因り ADE 角を ABC 角に相等し然る時は此両三角形を三角相等しきが以て ADE 角を A'B'C' 角に相等しく此等しきが知れを ADE A'B'C' なる両三角形を一辺

両傍角相等しきが以て第三教第三本説に因り両形相等しきが知る然られ第一本説に因り等式形なるを明なり

副記

両三角形の二角相等しき時は等式形なり



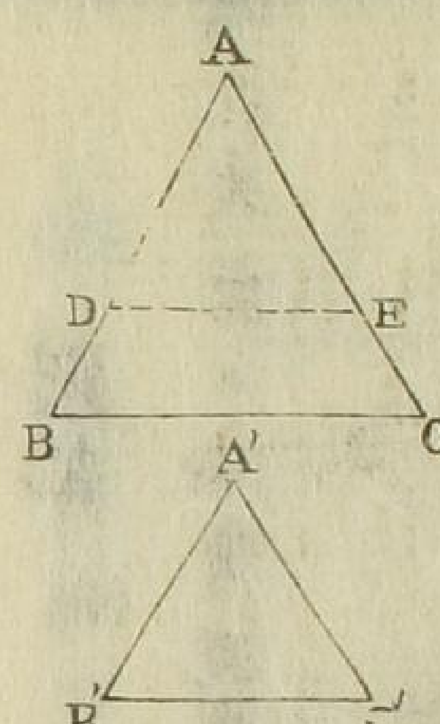
ABC A'B'C' なる両三角形の B角を B'角に等しく C角を C角に等しき時は等式形なり

証 第七教第三本説に因れを三角形三角の和を二直角に相等しきが以て両三角形の二角相等しき時は他

一角も又相等しきを知る然る時は本説に因て等式形なること明なり

第三本説

両三角形の二辺互に比例し間角相等しき時は等式形なり



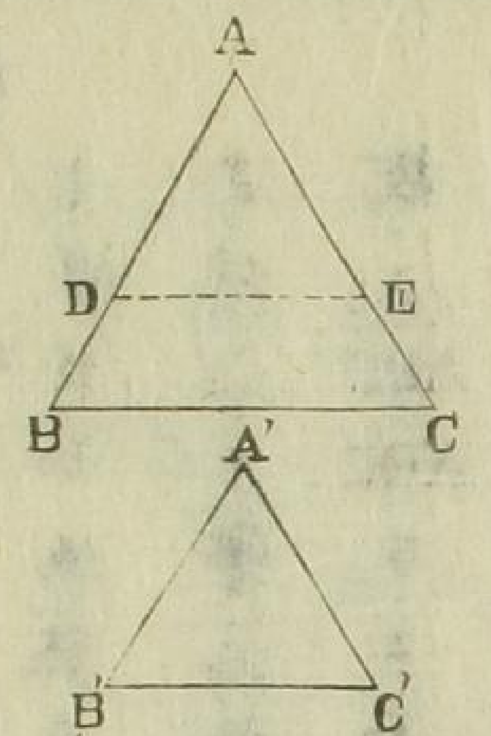
ABC A'B'C' なる両三角形の A'B' と AB とを A'C' と AC との如く比例し A角を A'角に相等しき時は等式形なり

証 AD が A'B' に等ふし AE が A'C' 等ふし DE 線が画きまを A 角を A'角と相等しきが故に ADE A'B'C' なる両三角形を二辺中間角相等しきが以て第三教第四本説に因て両形相

等しきを知る而して此二辺を互に比例せるが以て第十一教第二本説に因り DE を BC に平行せ故に第十本説に因り等式形なること明なり

第四本説

両三角形あり三辺互に比例せる時は等式形なり



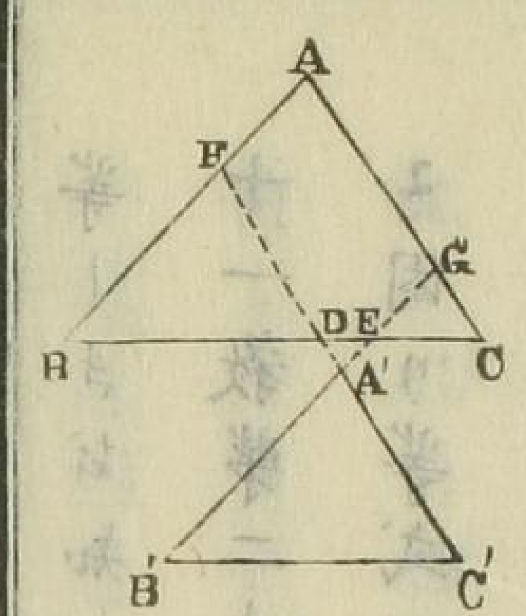
ABC A'B'C' なる両三角形に於て A'B' と AB とを A'C' と AC との如く比例し又 B'C' と BC との如く比例せる時を等式形なり

証 AD が A'B' に等ふし D点より BC に平行して DE 線が画きまを第一本説に因て ADE ABC なる両三角形を等式形な

り然るに ABC A′B′C′ なる両三角形を各辺互に比例をなし又
AD を A′B′ に等しきを以て DE を B′C′ に等しく AE を AC に相等
しきを以て知る然る時を ADE A′B′C′ なる両三角形を三辺相等し
きを以て第三教第六本説に因り両形相等しきを知る
故に ABC A′B′C′ なる両三角形を等式形なること明なり

第五本説

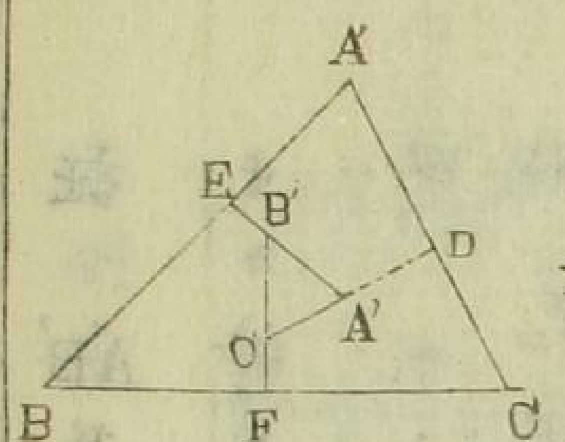
両三角形の各辺互に平行し或を直立する者を等式形なり



第一 ABC A′B′C′ 両三角形に於て A′B′ を AB に平
行し A′C′ を AC に平行し又 B′C′ を BC に平行せ
る時を等式形なり

証 A′B′ を G に延伸し A′C′ を F に延伸せしを此両三角形
を各辺互に平行なるを以て第六教第四本説に因り C′A′B′
角を C′FB 角に等しく C′FB 角を CAB 角に等しきを以て C′A′B′ 角を
CAB 角に相等し C′B′A′ 角を CEG 角に等しく CEG 角を CBA 角に等し
きを以て C′B′A′ 角を CBA 角と相等しく又 B′C′A′ 角を BDF 角に等し
く BDF 角を BCA 角に等しきを以て B′C′A′ 角を BCA 角に相等し然
る時を各角相等しき故第二本説に因て等式形なり

第二 ABC A′B′C′ なる両三角形に於て A′B′ を AB に直
立し A′C′ を AC に直立し又 B′C′ を BC に直せる時を
等式形なり



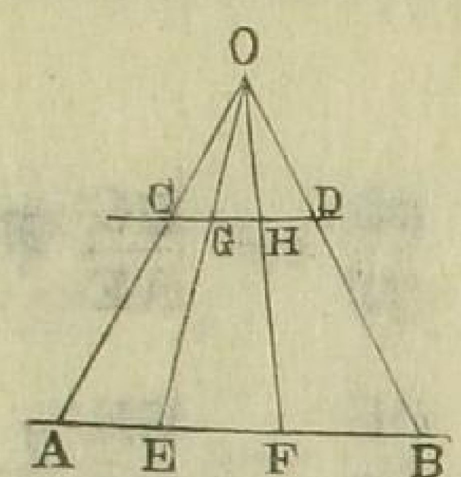
証 A'B' を E に延伸し B'C' を F に延伸し又 AC を D に延伸する時は AEA'D B'EBF C'FCD なる三個の四辺形を得此 B'EBF なる四辺形に於て第七数学四本説に因て甲式を得 B'EB BFB' なる二角を各直角なるを以て乙式を得甲式より乙式を減し丙式を得而して第二数学一本説に因るを F'BE A'BC' なる二鄰角の和は二直角に等しきを以て丁式を得丙丁両式右辺相等しきを以て戊式を得此両辺より F'BE 角を減し己式を得此式に因て B 角を B' 角に等しきことを証明せ

$$\angle FBE+\angle BEB+\angle EBF+\angle BFB=4R \quad 甲$$
$$\angle BEB+\angle BFB'=2R \quad 乙$$
$$\angle FBE+\angle EBF=2R \quad 丙$$
$$\angle FBE+\angle ABC=2R \quad 丁$$
$$\angle FBE+\angle EBF=\angle FBE+\angle ABC \quad 戊$$
$$\angle EBF=\angle A'B'C' \quad 己$$

り他二角も同理に因て等しきを証すへし然る時は両三角形の各角相等しきを以て第二本説に因り等式形なるを明なり

第六本説

一点より平行二直線に通過する諸直線の為に平行二直線分割せらるて互に比例する者となる



O なる一点より AB、CD なる平行二直線に通過する OA OE OF OB 等なる諸直線の為に平行二直線分割せられて CG と AE とを GH と EF との如く比例し又 HD と FB との如く比例する者なり

証 OAE なる三角形に於て CG は AE に平行なるを以て第一本説に因り甲式を得又 OEF なる三角形に於て GH は EF に平行なるを以て同説に因り乙式を得

甲 $\frac{OG}{OE}=\frac{CG}{AE}$

乙 $\frac{OG}{OE}=\frac{GH}{EF}$

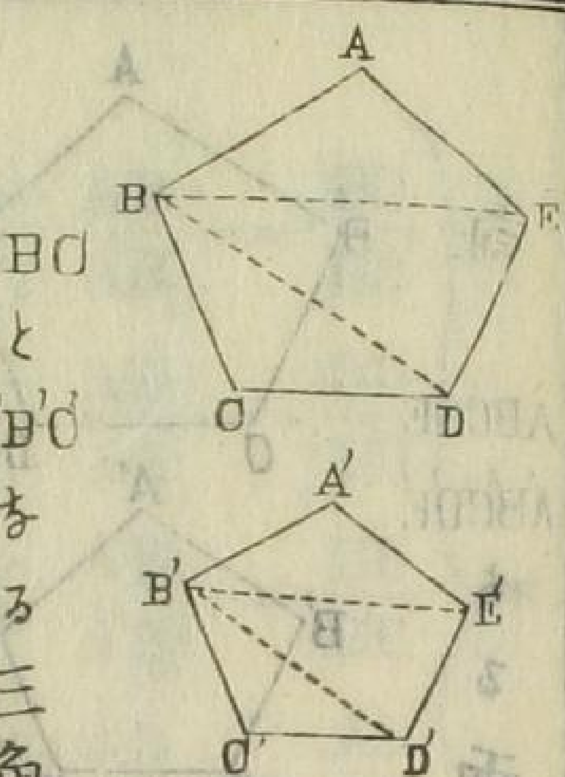
丙 $\frac{CG}{AE}=\frac{GH}{EF}$

丁 $\frac{GH}{EF}=\frac{HD}{FB}$

甲乙両式左辺相等しきを以て丙式を得同理に因て丁式を得此丙丁両式に因て CG と AE とは GH と EF との如く比例し又 HD と FB との如く比例するとを証すへし

第七本説

両等式多角形あり互に若干の等式三角形に分つとを得へし



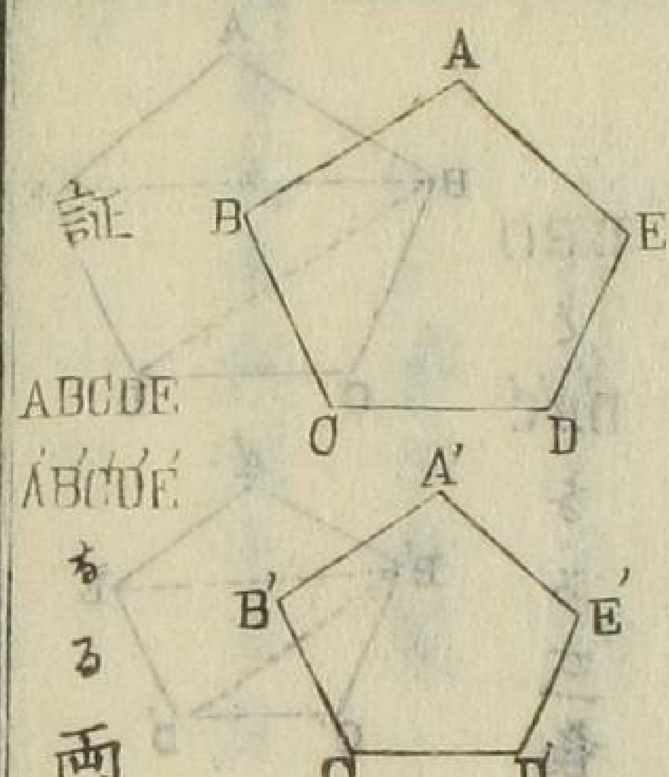
ABCDE A'B'C'D'E' なる両等式五角形の B 点より BE BD なる對角線を画し B' 点より B'E' B'D' なる對角線を画せる時は ADE と A'D'E'、EBD と E'B'D' DBC と D'B'C' なる三角形は互に等式形なり

証 両五角形は等式形なるか故に各辺互に比例せるを以て ABE A'B'E' なる両三角形に於て AB と AE とは A'B' と A'E' との如く比例し A 角は A' 角に相等しきを以て第三本説に因り等式形なるを知り BCD B'C'D' なる両三角形に於ても同理に因り等式形なるを知る然る時は BED B'E'D' なる両三角形に於て BED 角は AED 角の内 AEB 角を減したる者にして

正にAEDの内AEB角が減ずる者即ちBEDに相等しく又BEと
B'E'とをDEとD'E'との如く比例するが故に尚第三本説に
因て等式形なり然らば各三角形互に等式形なるを明
なり

第八本説

両等式多角形は其周圍と諸辺と比例すへし



ABCDE A'B'C'D'E' なる両等式五角形に於て ABCDE なる
周圍と A'B'C'D'E' なる周圍とを AB と A'B' との如
く比例すへし

証 ABCDE A'B'C'D'E' なる両五角形を等式形なるが以て甲なる諸

$$\left.\begin{aligned} \frac{AB}{A'B'} &= \frac{BC}{B'C'} \\ \frac{AB}{A'B'} &= \frac{CD}{C'D'} \\ \frac{AB}{A'B'} &= \frac{DE}{D'E'} \\ \frac{AB}{A'B'} &= \frac{AE}{A'E'} \\ \frac{AB}{A'B'} &= \frac{AB}{A'B'} \end{aligned}\right\} \text{甲}$$

$$\left.\begin{aligned} AB \times B'C' &= A'B' \times BC \\ AB \times C'D' &= A'B' \times CD \\ AB \times D'E' &= A'B' \times DE \\ AB \times A'E' &= A'B' \times AE \\ AB \times A'B' &= A'B' \times AB \end{aligned}\right\} \text{乙}$$

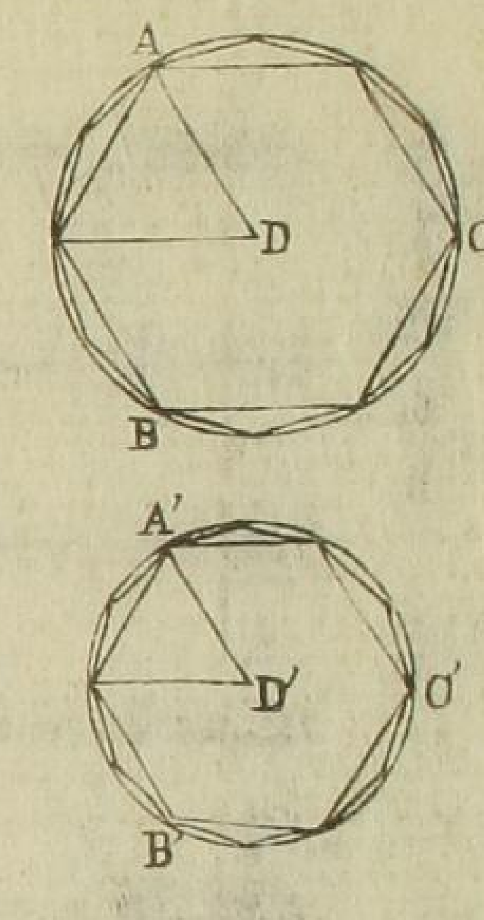
$$AB(B'C'+C'D'+D'E'+A'E'+A'B') = A'B'(BC+CD+DE+AE+AB) \quad \text{丙}$$

$$\frac{BC+CD+DE+AE+AB}{B'C'+C'D'+D'E'+A'E'+A'B'} = \frac{AB}{A'B'} \quad \text{丁}$$

式を得分母を乘じ
乙なる諸式を得此
諸式を相加へ丙式
を得丙式を變じて
丁式を得此式に因
て ABCDE なる周圍と A'B'C'D'E'
なる周圍とを AB と
A'B' との如く比例す
ること明なり

第九本説

両圜の圓周は其半径と比例すへし



ABCなる圓周とA'B'C'なる圓周とはADとA'D'との如く比例すへし

証 両圜内に整六角形を画すれは等式形にして其一辺の両端より心点を結合すれは尚等式三角形を得此等式形に於て第八本説の理に因れはABC圜内六角形の一辺或は周圜と半径とはA'B'C'圜内六角形の一辺或は周圜と半径との如く比例すへく同理に因て整十二角形を容るとも尚周圜と半径と比例すへし類推すれは無窮多角形圓周に至るも半径と比例するは明なり

副説

両圜の圓周は其中径と比例すへし

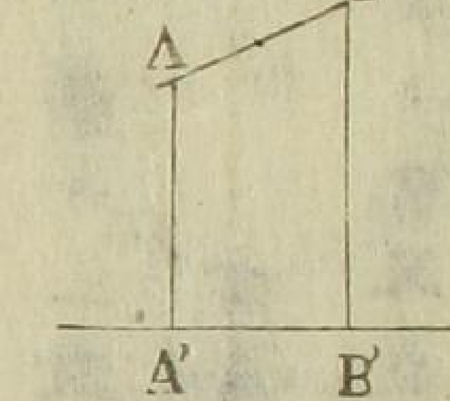
証 本説に因れは両圜の圓周と半径とは比例するを以て比例式の前一項或は後二項に同一數を乗するとも其比變せさるを以てなり

第十三教

名義

一点より無界直線に画する垂線の交る處即ち趾点は其点の影といひ又一直線の両端より無界直線上に画する垂線

の交る處即ち趾点の距離を此直線の影といふ



A′がA点の影といひB′がB点の影といひA′B′の距離がAB線の影といふ

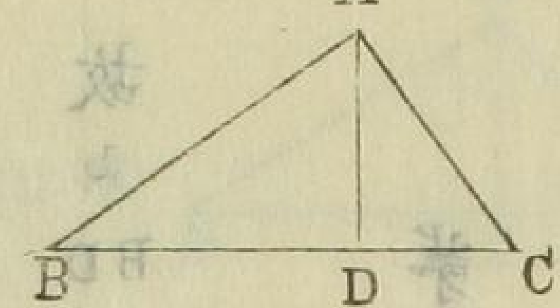
第一本說

直三角形の直角点より斜辺に向ふて垂線を画する時は次の二件が生ず

其一　斜辺と垂線との交点即ち趾点より斜辺の一端に至る距離と斜辺とは其一端に隣する正角辺と中比例をなす

其二　此趾点より斜辺両端の距離は其垂線と中比例をな

を



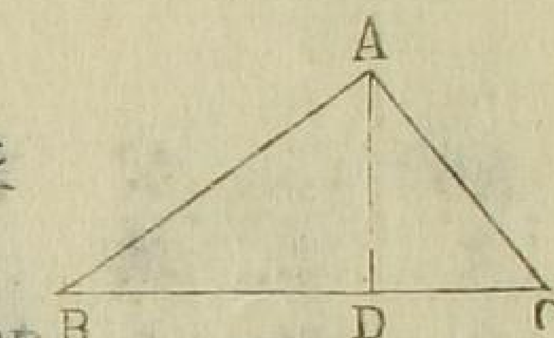
其一　ABCなる直三角形のAなる直角点よりBCに向ふてADなる垂線を画する時はBDとABとはABとBCとの如く比例し又DCとACとはACとBCとの如く比例を有す

証　ΛBC ABDなる両三角形は二形倶に直角が有しB角は公共なるが以て両三角形二角相等しき故第十二教学二本說の副說に因り等式形なるが知る然る時はBDとABとはABとBCとの如く比例をへく又ABC ADC両三角形に於ても同理に因てDCとACとはACとBCとの如く比例を

るを明なり

其二

ABCなて直三角形のAなる直角点よりBCに向ふてADなる垂線を画せる時をBDとADとをADとDCとの如く中比例ならん



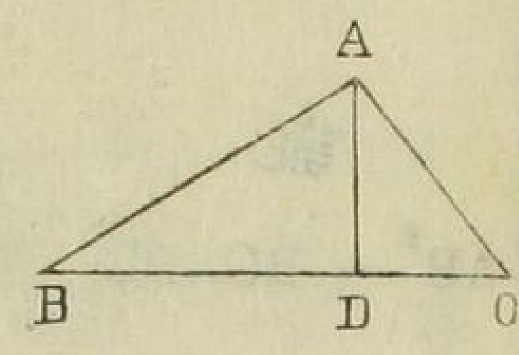
証

ABD ADCなる両三角形を其一の証に因りABC三角形と等式形なるを以てABD三角形をADC三角形と等式形なり

故にBDとADとをADとDCとの如く比例せるを明なり

第二本説

直三角形の斜辺の自乗を他二辺自乗の和に等し



ABCなる直三角形のBC辺の自乗をAB AC二辺自乗の和に等し

証

$AB^2 = BC \times BD$ 甲

$AC^2 = BC \times DC$ 乙

$AB^2 + AC^2 = BC(BD + DC)$ 丙

$AD + DC = BC$ 丁

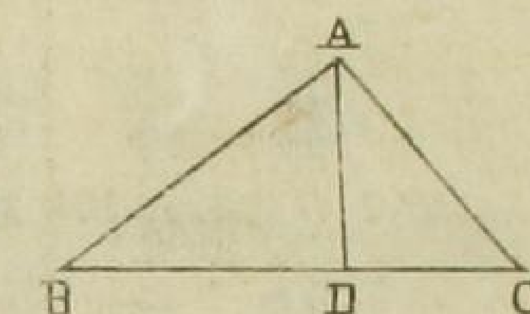
$AB^2 + AC^2 = BC^2$ 戊

Aなる直角点よりBCに向ふてADなる垂線を画きまた第一本説に因て甲乙両式を得此両式を相加へて丙式を得BD DCの和をBCに等しきを以て丁式を得以て丙式を變し戊式を得此式に因て斜辺の自乗を他二辺自乗の和に等しきことを証明せり

第一副説

直三角形の直角二辺自乗の比を斜辺に於る直角二辺の影と比例すへし

ABCなる直三角形に於てABの自乗とACの自乗とをBDとDCとの如く比例すへし



甲 $AB^2 = BC \times BD$

乙 $AC^2 = BC \times DC$

丙 $\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BD}{DC}$

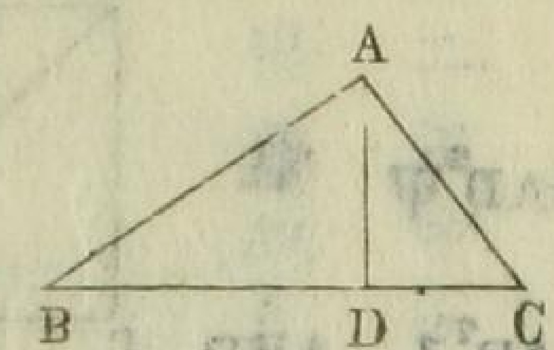
証

第一本説に因て甲乙二式を得乙式を以て甲式を除し丙式を得此式に因てABの自乗とACの自乗とをBDとDCとの如く比例すること明なり

第二副説

直三角形の一直角辺自乗と斜辺自乗とを此辺に於る其直角辺の影と斜辺との如く比例すへし

ABCなる直三角形のABの自乗とBCの自乗とをBDとBCとの如く比例すへし



甲 $AB^2 = BC \times BD$

乙 $\frac{AB^2}{BC^2} = \frac{BD}{BC}$

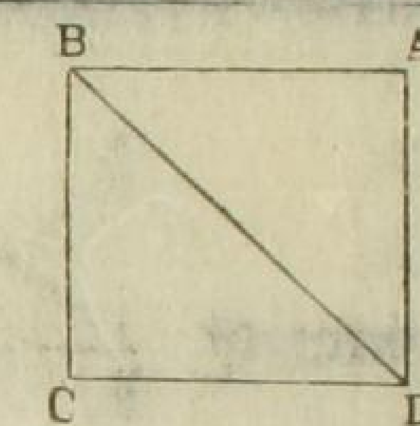
証

第一本説に因て甲式を得此両辺をBCの自乗にて除きまた乙式を得此式に因てABの自乗とBCの自乗とをBDとBCとの如く比例することを証すへし

第三副説

正方形の對角線と一辺との比は開方二と一との如し

ABCD なる正方形の BD と AB との比は開方二と一との如し



証

ABD なる三角形は直三角形なるを以て第二本説に因り甲式を得 AB は AD に等しきを以て甲式を變して乙式を得此両辺を AB の自乗にて除し丙式を得平方に開き丁式を得此式に因て對角線と

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \quad 甲$$

$$BD^2 = 2AB^2 \quad 乙$$

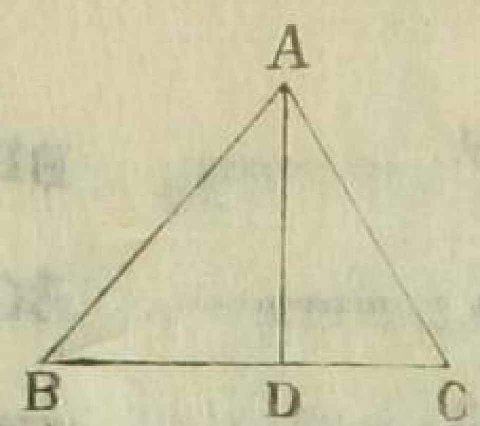
$$\frac{BD^2}{AB^2} = \frac{2}{1} \quad 丙$$

$$\frac{BD}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{1} \quad 丁$$

一辺との比は開方二と一との如くなることを証すへし

第三本説

三角形の鋭角に對する一辺の自乗は他二辺自乗の和より此二辺中の一辺に此辺上に於る他一辺の影を乗せし者の二倍を減する者に等し



ABC なる三角形の C 角に對する AB 辺の自乗は AC BC なる二辺自乗の和より BC に DC を乗せし者の二倍を減する者に等し

証

ABD なる三角形は直三角形なるを以て第二本説に因り甲式を得 BD は BC より DC を減する者なるを以て乙

甲 $BD^2+AD^2 = AB^2$

乙 $BC-DC = BD$

丙 $BD^2=BC^2+DC^2-2BC\times DC$

丁 $AB^2=AD^2+BC^2+DC^2-2BC\times DC$

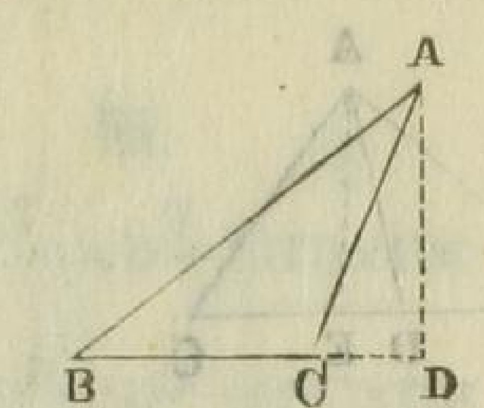
戊 $AD^2+DC^2 = AC^2$

己 $AB^2=BC^2+AC^2-2BC\times DC$

式を得自乗して丙式を得以て甲式を變し丁式を得ADC三角形も又直三角形なるを以て戊式を得以て丁式を變し己式を得即ちABの自乗はAC、BC二辺自乗の和よりBCにDCを乗せし者の二倍を減する者に等しきを証明せり

第四本説

三角形の鈍角に對する一辺の自乗は他二辺自乗の和に此二辺中の一辺と此辺上に於る他一辺の影とを相乗せし者の二倍を加ふる者に等し



ABCなる三角形のC角に對するAB辺の自乗はAC BC二辺自乗の和にBC CD相乗の二倍を加ふる者に等し

証

甲 $BD^2+AD^2 = AB^2$

乙 $BC+CD = BD$

丙 $BD^2=BC^2+CD^2+2BC\times CD$

丁 $AB^2=AD^2+BC^2+CD^2+2BC\times CD$

戊 $AD^2+CD^2 = AC^2$

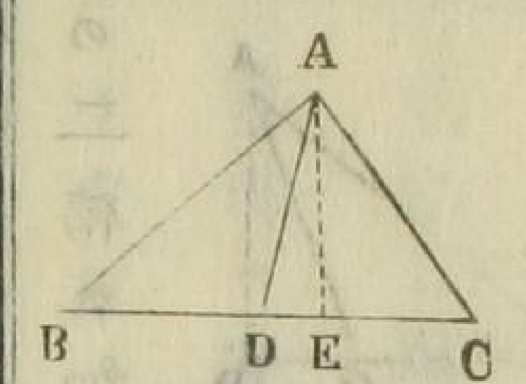
己 $AB^2=BC^2+AC^2+2BC\times CD$

ABDなる三角形は直三角形なるを以て第二本説に因り甲式を得BDはBCにCDを加ふる者なるを以て乙式を得自乗して丙式を得以て甲式を變し丁式を得ADC三角形も又直

三角形なるを以て戊式を得以て丁式を變し己式を得即ち鈍角に對する AB の自乘は AC BC 二辺自乘の和に BC CD 相乘の二倍を加ふる者に等しきを証明せり

第五本説

三角形の二辺自乘の和は他一辺の半の自乘と此辺の中央より對角点へ詰合する直線の自乘の和の二倍なる者に等



ABC なる三角形に於て D を BC 辺の中央点とせは AB AC 二辺自乘の和は AD BD 二線自乘の和の二倍なる者に等し

証

甲 $AB^2=BD^2+AD^2+2BD\times DE$

乙 $AC^2=DC^2+AD^2-2DC\times DE$

丙 $AC^2=BD^2+AD^2-2BD\times DE$

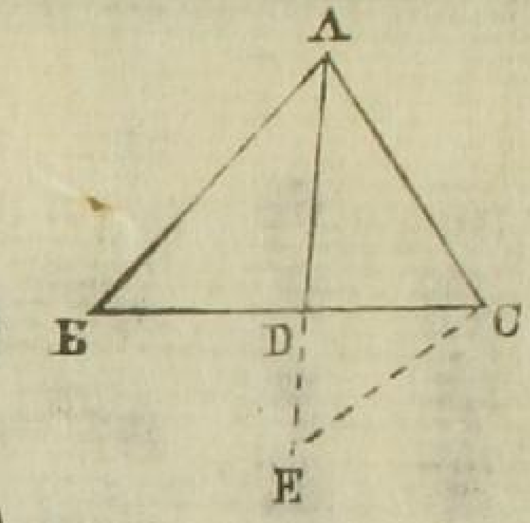
丁 $AB^2+AC^2=2(BD^2+AD^2)$

A なる角点より BC へ向ふて AE なる垂線を画し而して ADB 三角に於て第四本説に因り甲式を得又 ADC 三角形に於て第三本説に因り乙式を得然る時は D を BC 辺の中央点なるを以て DC を BD に等しき故乙式を變して丙式を得甲丙両式を相加へ丁式を得是を AB AC 二辺自乘の和は AD BD 二辺自乘の和の二倍に等しきなり

第六本説

三角形の一角を平分して對辺に至る直線の自乘を其直線

の為ニ對辺二部せられたる各部の相乗が他二辺の相乗よ
り減したる者ニ等し



ABC なる三角形の BAC 角が等分する AD 線の自乗
を AB AC 二辺の相乗より BD DC 二部の相乗が減
したる者ニ等し

証

甲 $\frac{DE}{DC} = \frac{BD}{DA}$

乙 $DE = \frac{BD \times DC}{DA}$

丙 $\frac{AB}{AD} = \frac{AD+DE}{AC}$

丁 $AB \times AC = AD^2 + AD \times DE$

戊 $AB \times AC = AD^2 + BD \times DC$

己 $AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$

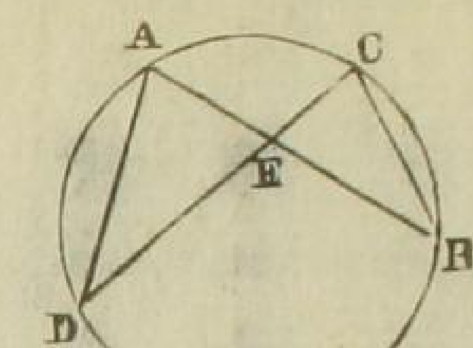
ACE 角が ADB 角ニ等ふし AD が E
ニ延伸さる時を ADB ACE なる両
三角形ニ於て BAD 角を EAC 角ニ
等しく ADB 角を ACE 角ニ等しき
が以て第十二款第二本説の

割説ニ因り等式形なるが知る然る時を ABD 角を DEC 角ニ
等しく ADB 角を CDE 角ニ等しきが以て ADB、CDE 両三角形ニ於
ても又同説ニ因り等式形なるが知る故ニ ADB、CDE 両三角
形ニ於て甲式が得變して乙式が得又 ADB ACE 両三角形ニ
於て丙式が得分母が乗して丁式が得乙式が以て丁式が
變し戊式が得變して己式が得此式ニ因て一角の平分
線の自乗を其線の為ニ二部せられたる各部の相乗が
他二辺の相乗より減せし者ニ等しきを明なり

第七本説

圏の内外ニ二割線相交る時を其交点より一割線の圏界ニ

至る距離の相乗を他一割線圏界に至る距離の相乗に相等
し



第一 AB CD なる両割線圏内E点に於て相交
る時を AE と EB との相乗を CE と ED との相乗に
相等し

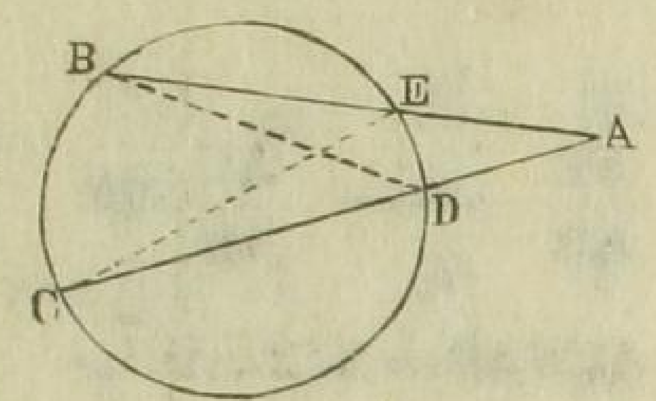
証 A D 及ひ C B が結合をなせ ADE、CBE なる二個の三角
形が得此両三角形に於て BCD 角と DAB 角とを股間に DB な
る同弧が挟容せるが以て第十教第三本説の第二副説
に因て相等しく又 CBA 角と ADC 角も同理に因て相等し然
る時を此両三角形を二角相等しきが以て第十二教第

甲 $\frac{AE}{CE} = \frac{DE}{BE}$

乙 $AE \times BE = DE \times CE$

第二本説の副説に因り等式形なる故に甲式
が得分母が乗し乙式が得此式は因て交点よ
り一割線圏界に至る距離の相乗を他一割線
圏界に至る距離の相乗に等しきを明なり

第二 AB AC なる両割線圏外A点に於て相交
る時を AD と AC との相乗を AE と AB との相乗に
相等し



証 B D 及ひ C E が結合をなせ ABD ACE なる二個の三角
形が得此両三角形に於て A 角を公共にして ABD 角と ACE

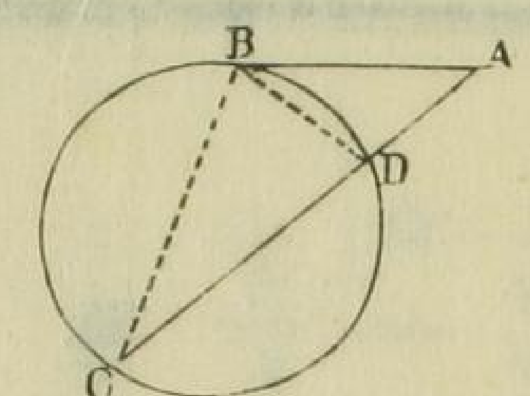
角とを股間にDEなる同弧が挟容さるるが以て第十教第三本説の第二副説に因て相等しく然る時を此両三角形を二角相等しきが以て第十二教第二本説の副説に因り等式形なるゆ故に甲式が得分母が乗し乙式が得此式に因て交点より一割線圏界に至る距離の相乗を他一割線圏界に至る距離の相乗に等しきこと明なり

甲 $\frac{AC}{AB}=\frac{AE}{AD}$

乙 $AE\times AB=AC\times AD$

第八本説

圏外の一点に於て切線割線相交る時を其交点より割線の圏界に至る距離の相乗を切線切点に至る距離の自乗に相等し



ABなる切線とACなる割線と圏外A点に於て相交る時をACとADとの相乗をABの自乗に相等し

証 BC及びBDが結合をきてABC ABDなる二個の三角形が得此両三角形に於てACB角を第十教第三本説に因りBD弧の半なるべく又ABD角も同本説の第一副説に因りBD弧の半なるが以て此両角を相等し然る時をBAD角を両三角形の公共なるゆ故に此両三角形を二角相等しきが以て第十

甲 $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AB}$

乙 $AC\times AD=AB^2$

二教苐二本説の副説ニ因リ等式形なり故ニ甲式が得
分母が乗し乙式が得即ち割線圜界ニ至る距離の相乗
を切線切点ニ至る距離の自乗ニ等しきを明なり

幾何學階梯巻之中終

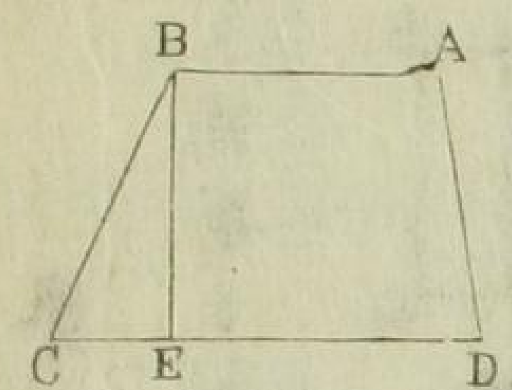
幾何學階梯巻之下

田邊善則　編

苐十四教

名義

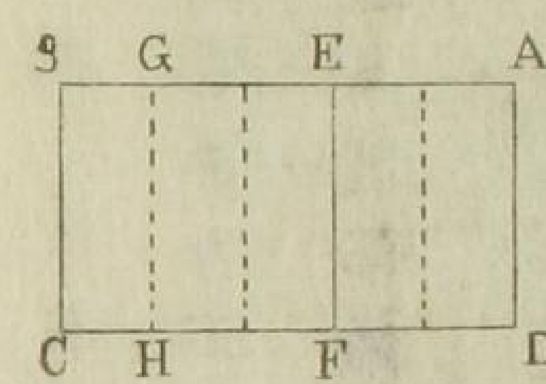
四辺形の二辺平行せる者之が両平行四辺形といひ又平行辺の近距離を其高と云



ABCDの如きが両平行四辺形といひBEの如きが其高と云

高さ同等なる長方形は其底と比例をへし

第一本説



ABCD なる長方形の積と EBCF なる長方形の積とを CD と CF との如く比例をへし

CD と CF とが五と三との如く定むる時は CD が五等分せる處の CH を CF の三分の一に等しきゆ故に等分点より BC に平行して諸線を画せる時を

証

甲 $\frac{CD}{CF}=\frac{5}{3}$

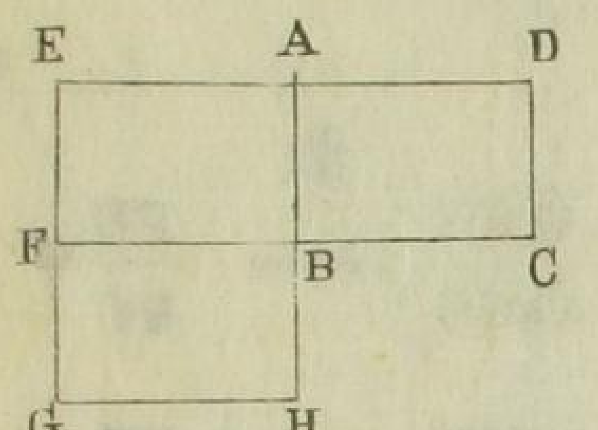
乙 $\frac{ABCD}{EBCF}=\frac{5}{3}$

丙 $\frac{ABCD}{EBCF}=\frac{DC}{FC}$

EBCF は GBCH の三倍なるへく ABCD は GBCH の五倍なるが以て ABCD と EBCF とを五と三との如く比例をへし故に甲乙二式が得此両式右辺相等しきが以て丙式が得此式に因て高さ同等なる長方形は其底と比例せるを明なり

第二本説

二個の長方形は其積を底と高さ相乗と比例をへし



BFGH なる長方形と ABCD なる長方形とを FB BH 相乗と BC BA 相乗と比例をへし

証

甲 $\frac{AEFB}{ABCD} = \frac{FB}{BC}$

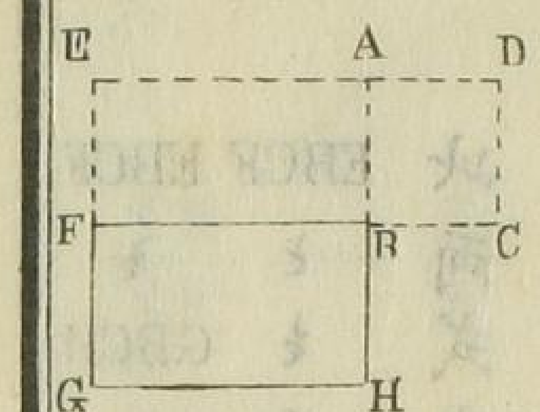
乙 $\frac{BFGH}{AEFB} = \frac{BH}{BA}$

丙 $\frac{BFGH}{ABCD} = \frac{FB \times BH}{BC \times BA}$

AEFBなる長方形とABCDなる長方形とは高さ相等しきを以て第一本説に因り甲式を得又BFGHなる長方形とAEFBなる長方形とも同理に因て乙式を得此両式を相乗し丙式を得て証明せり

第三本説

長方形の面積は其底と高さの相乗に相等し



BFGHなる長方形の積はFBにBHを乗せる者に相等し

証

甲 $\frac{BFGH}{ABCD} = \frac{FB \times BH}{BC \times BA}$

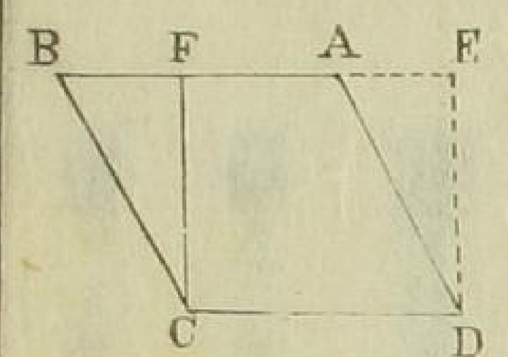
乙 $\frac{BFGH}{1} = \frac{FB \times BH}{1 \times 1}$

丙 $BFGH = FB \times BH$

第二本説に因て甲式を得而してABCDなる方形を高底共に一に等しき者とせば甲式を變して乙式を得乙式を變して丙式を得即ち長方形の積は高底相乗に相等しきなり

第四本説

平行四辺形の積は底と高さの相乗に相等し



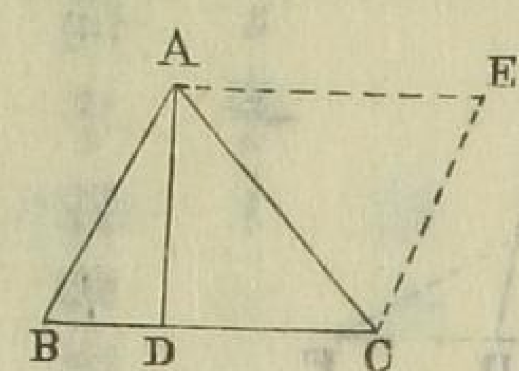
ABCDなる平行四辺形の積はCDなる底とCFなる高さの相乗に相等し

証　D点より CD に直立して DE 線を画し BA を E 点に延伸する時は CF は CD に直立なるを以て CDEF なる長方形を得此長方形は ABCD なる平行四辺形と其積相等し何となれば AD は BC に平行なるを以て第六教第四本説に因り EAD 角は FBC 角に相等しく又 BC は AD に相等しきが故に AED BFC なる両直三角形に於て斜辺と一鋭角相等しきを以て第五教第四本説に因り両形相等しきを知る然る時は CDEF なる長方形は ABCD なる平行四辺形と其積相等しきなり故に第三本説に因て CD なる底と CF なる高さの相乗に等しきこと明なり

第五本説

三角形の面積は其底と高さ相乗の半に等し

ABC なる三角形の面積は BC なる底と AD なる高さ相乗の半に等し

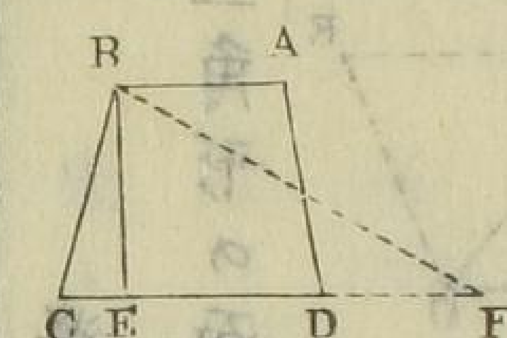


証　BC に平行して AE 線を画し AB に平行して CE 線を画すれば ABCE なる平行四辺形を得而して CEA なる三角形は ABC なる三角形と其積相等し何となれば ABCE は平行四辺形なるが故に此両三角形に於て AB は CE に等しく BC は AE に等しく又 AC は公共なるを以て三辺相等しきを知

る然る時は第三教第六本説に因て両形相等しきなり
故に ABCE なる平行四辺形の積は第四本説に因り BC と AD
の相乗に等しきを以て ABC なる三角形の積は其半なる
を明なり

第六本説

両平行四辺形の面積は平行二線の和に高を乗する者の半
に等し



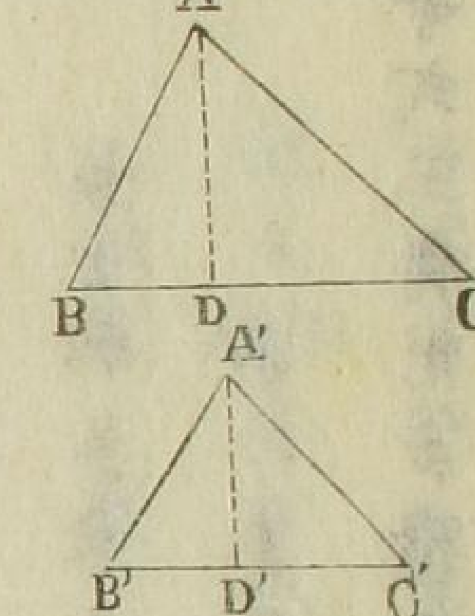
ABCD なる両平行四辺形の積は AB CD 二辺の和に BE なる高を乗する者の半に等し

証　CD を延伸して DF を AB と等しくし B F を結合せしめ AD
線中 G 点に於て相交りて ABG GDF なる二個の三角形を得
此両三角形に於て AB を DF に等しく又 AB を CF に平行なる
を以て第六教第四本説に因り ABG 角を GFD 角に等しく
BAG 角を GDF 角に相等し然る時は一辺両傍角相等しきを
以て第三教第三本説に因て両形相等しきを知る此等
しきを知る時は第五本説に因り其積を CF 即ち CD AB の
和に BE を乗する者の半なるを明なり

第七本説

等式三角形の積の比は同類辺自乗の比に相同し

ABC A'B'C' なる等式三角形に於てABC三角形の積と A'B'C' 三角形の積とをABの自乗とA'B'の自乗との如く比例すへし



証

ABC A'B'C' なる両三角形を等式形なるを以て甲式を得又両三角形の頂角点より底辺に向ふてAD A'D'なる垂線を画する時はADC A'D'C'なる両三角形に於ても二角相等しきを以て尚等式形なり故に乙式を得甲乙両式を相乗じて丙式を得即ち等式三角形の積の比を同類辺自乗の比に同じきを明なり類推

$$\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'} \quad 甲$$

$$\frac{AD}{A'D'}=\frac{AC}{A'C'} \quad 乙$$

$$\frac{BC\times AD}{B'C'\times A'D'}=\frac{AC^2}{A'C'^2} \quad 丙$$

ききも等式多角形の積も尚同類辺自乗と比例すへし

第十五教

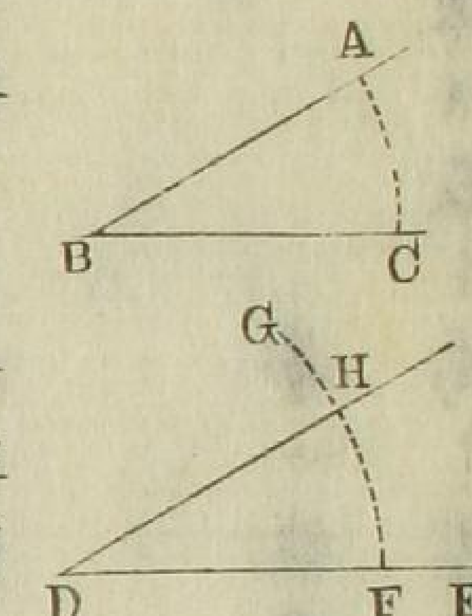
名義

第一 直線を画するの器之を定規といふ其質木類或は金類にして其形ち長方其辺正直なる者なり

第二 圏界を画するの器之を両脚規といふ其質金類にして其形ち二条の棹の一端相合て開閉自由ならしむる者なり

第一設問

一線を股と為し某角に等しき角を作る事

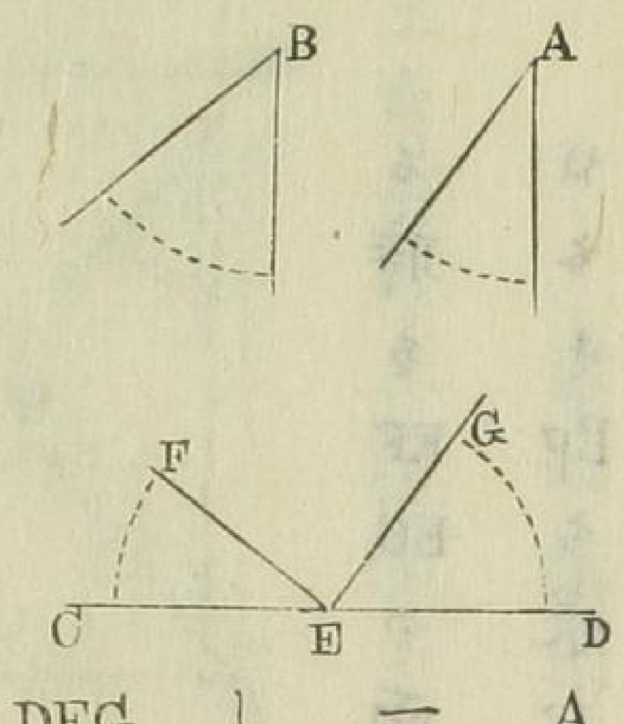


ABCは表題の一線なりDEは表題の一角
今之を一股としてABC角に等しき角を
作らんには先つB及びDを心点とし
等しき半径を以てAC FGなる両弧を画し而してCAに等
しき距離を以てFを心点としFG弧中にH点認めDH
に貫通して一股を画きたるを為る處のHDF角は求むる所
の一角なり

証　DFはBCに等しくFHはACに等しきを以て第十教第
一本説に因りHDF角はABC角に等しきを明なり

第二設問

三角形の二角を知りて他一角を作る事



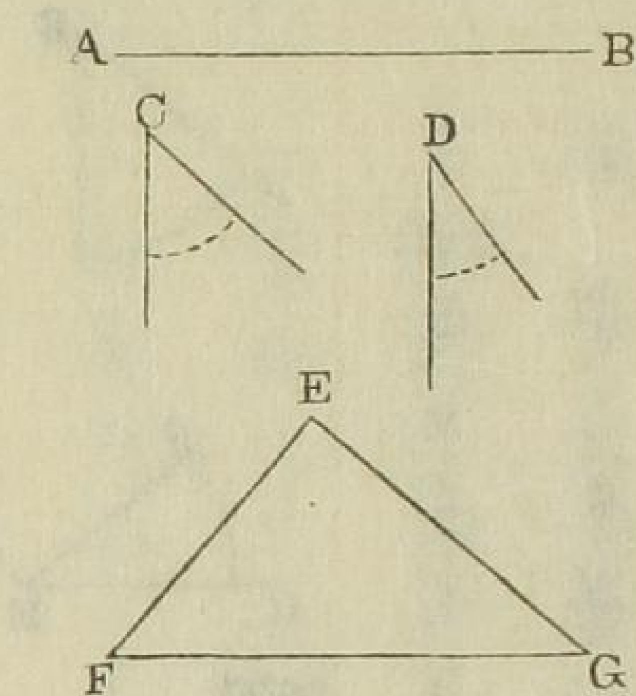
A Bは表題の二角なり此二角を以て他
一角を作らんには先つCDなる一線を画
し此線中Eを角点としてB角に等しき
DEG角を作りA角に等しきCEF角を作る時
は FEG角は求むる所の一角なり

証　第二教第一本説の副説に因れは直線中の一点に
諸直線を合せれは一傍にある諸角の和は二直角に等
しく又第七教第三本説に因れは三角形三角の和は二
直角に等しきか故にDEG角はB角に等しくCEF角はA角

に等しきが以てFEG角を他一角に等しきを明なり

第三設問

三角形の一辺両傍角が知り其形ちが作る事



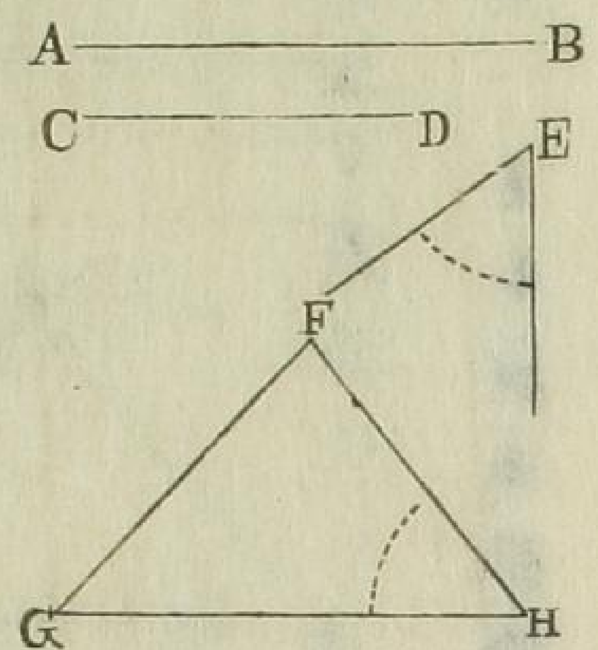
ABを表題の一辺CDを其両傍角なり先つABに等しきFG線が画しFが角点としてC角に等しきGFE角が作り又Gを角点としてD角に等しきFGE角が作る時にEF EGの両股E点に於て相交りて一個の三角形がなを即ち求むる所の三角形なり

証　第三教第三本説に因り一辺両傍角が等ふせを両

形相等しきが以てなり

第四設問

三角形の二辺及ひ其間角が知りて其形ちが画さる事

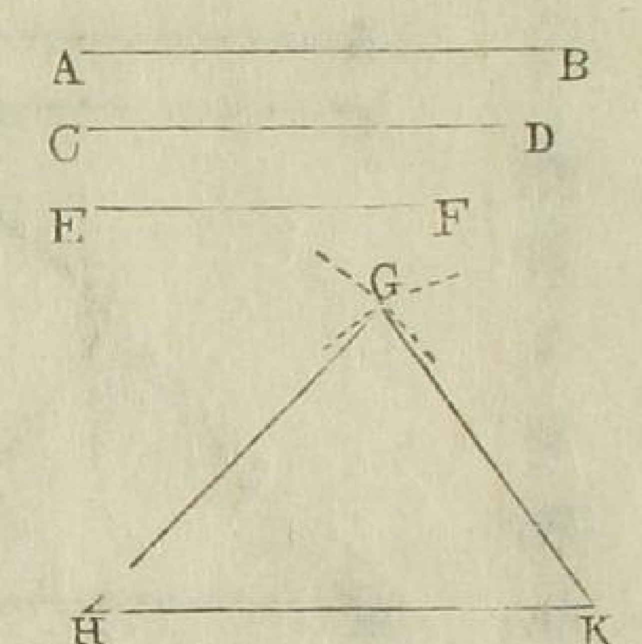


AB CDを表題の二辺Eを其間角なり先つABに等しきGH線が画しHが角点としてE角に等しきCHF角が作りFHがCDと等ふし而してF Gが詰合をもてFGHなる三角形がなを即ち求むる所の三角形なり

証　第三教第四本説に因り二辺中間角が等ふせを両形相等しきが以てなり

第五本說

三角形の三辺を知りて其形ちを作る事



AB CD EF を表題の三辺なり先つ AB に等しき HK 線を画し H を心点として CD に等しき半径を以て弧線を画し又 K を心点として EF に等しき半径を以て弧線を画せばを此両弧線 G 点に於て相交るへく此交点より H K の二点を結合する時ハ一個の三角形を成す即ち求むる所の三角形なり

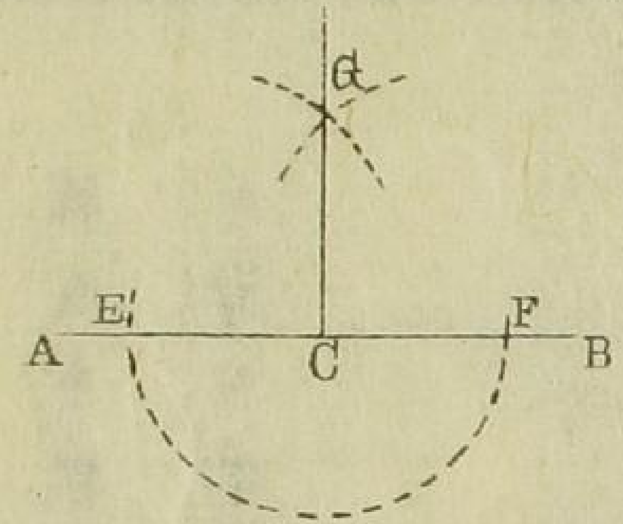
証 第二教第六本說に因り三辺を等ふせハ両形相等しきを以てなり

第六設問

一点より一直線に垂線を画する事

其一 直線中の一点より垂線を画する事

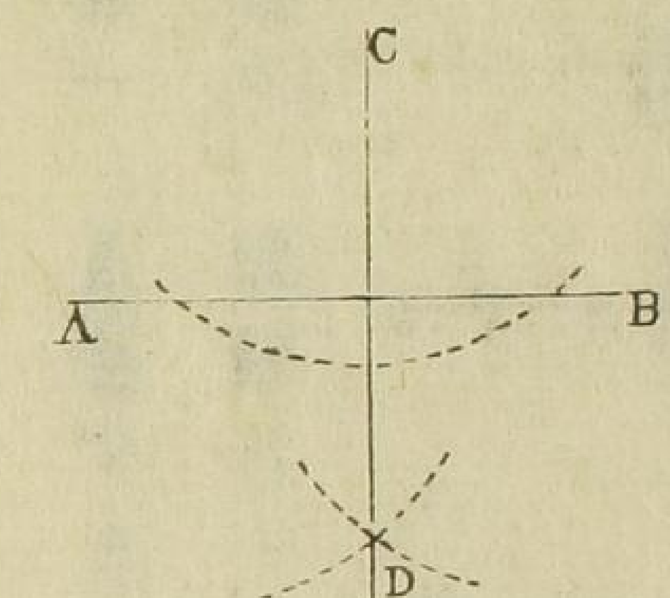
其二 直線外の一点より垂線を画する事



其一 AB を表題の直線 C を直線中の一点なり今 C 点より AB 線に垂線を画するにハ先つ C を心点とし随意の半径を以て弧線を画する時ハ AB 線中 E F 二点に於て相交るへく又此二点を心点とし随意なる等しき半径を以

て両弧線を画せる時は此両弧線相交りてGなる交点をなす然る時はGC二点に貫通して一直線を画せは即ち求むる所の垂線なり

其二 ABは表題の直線Cは直線外の一点なり今C点よりAB線に垂線を画せるには先つCを心点としAB線中二点に於て相交るへき半径を以て弧線を画し此両交点を心点とし随意なる等しき半径を以て両弧線を画せは二弧線相交りてDなる交点をなさん然る時はCD二点に貫通して一直線を画せは即ち求むる

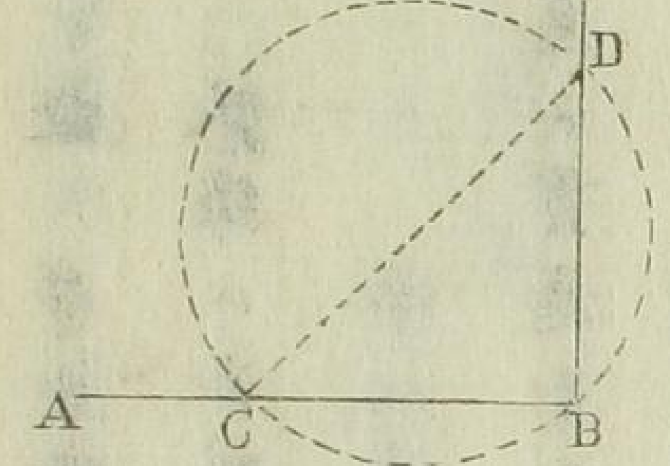


所の垂線なり

証 第五教第三本説に因り垂線中の一点より原線の両端に至る距離相等しきを以てなり

第七設問

一直線の末端に垂線を画せる事



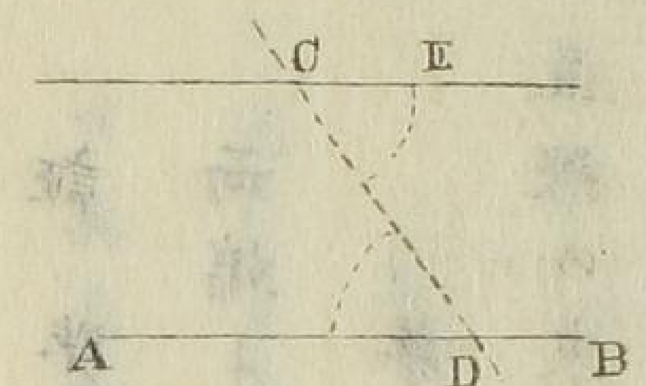
ABは表題の直線なり今B端より垂線を画せるには先つB点を通過してAB線に交るへき随意の半径を以て圏界を画し其交点Cより心点を通過してCDなる径線を画し而してDBを貫通して一直線を画せは即ち求むる

所の垂線なり

証　第十教第三本説に因り圏内所函角は其間に容る弧線の半を以て測度となるを以てなり

第八設問

一点に貫通して一直線に平行する直線を画する事

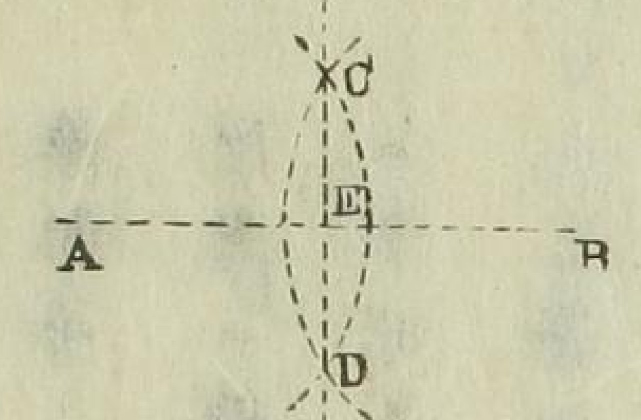


ABは表題の直線Cは表題の一点なり先つC点よりCDなる直線を画きこれをAB線に交りてCDA角をなるを此角に等しきDCE角を作りCEに貫通して一直線を画きまた即ち求むる所の平行線なり

証　第六教第五本説に因り内錐角相等しきを以てなり

第九設問

一直線を両等分する事

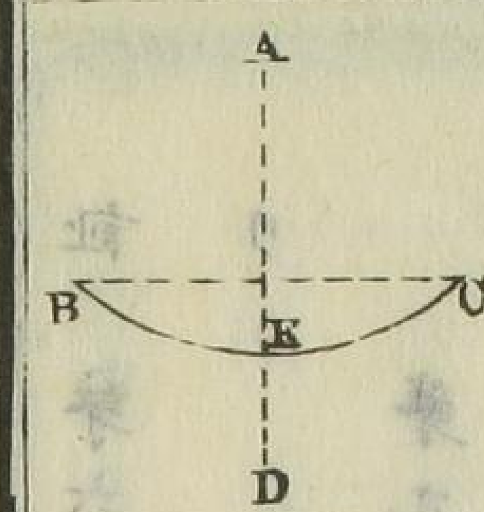


ABは等分せらるへき一線なり先つ此両端A及ひBを心点としAB線の半より大なる等しき半径を以て両弧線を画きまたCD二点に於て相交るへく而して此CDなる二点に貫通する直線を画きまたAB線中E点に於て相交る此交点Eは即ちAB線の等分点なり

証 第五教第三本説に因まて一直線の中央より垂線を画する時は垂線中の一点より原線の両端に至る距離相等しきを以て今是を反すれは垂線中の一点より原線の両端に至る距離相等しき故EはAB線の中央なるを明なり

第十設問

弧線を両等分する事



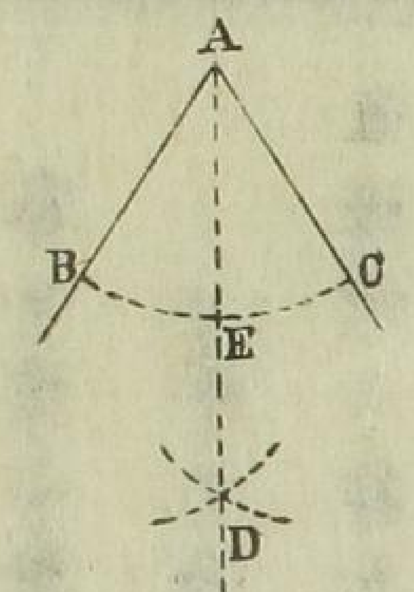
CEBは表題の弧線なり先つBCなる弦線を画し而して心点Aより弦線に直立してAD線を画しBC弧中E点に於て相交るへく其E点

即ち弧線の等分点なり

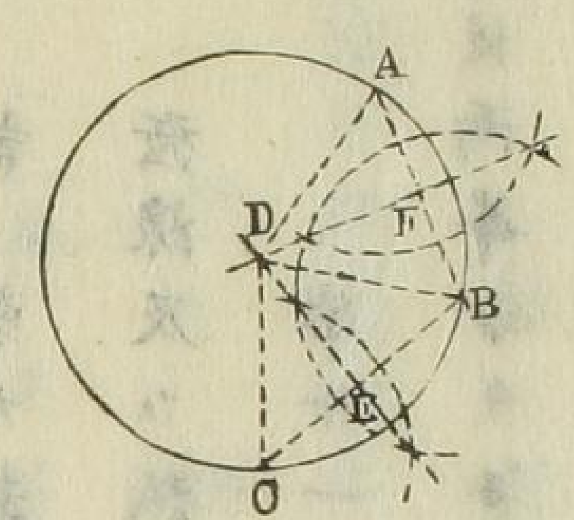
証 第九教第二本説に因り弦線に正交する半径を其弦線及ひ弧線を両等分するを以てなり

第十一設問

角を両等分する事



Aは表題の一角なり先つAを心点とし随意なる半径を以てBC弧を画し又B C両点を心点とし随意なる等しき半径を以て両弧を画すれは此二弧D点に於て相交るへく然る時はADに貫通して一直線を画すれはE点に於てBC弧を

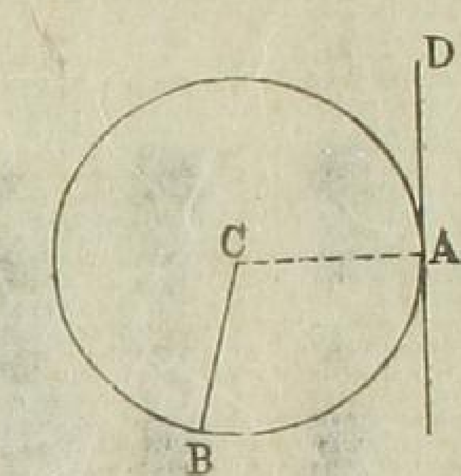
等分を即ちA角の等分線なり
証 第十教第一本説に因り両弧線相等しき時は之が容る両心角も亦相等しきが以てなり
第十二設問
一直線中に在らさる三点に貫通して圜界が画する事


ABCを表題の三点なりAB及ひBCが詰合し而してABの中央よりDFなる垂線が画し又CBの中央よりDEなる垂線が画する時を此二垂線D点に於て相交るへし然る時をD心点としDAに等しき半径が以て圜界が画せ
まてABCなる三点が貫通すへし
証 心点DよりA、B、C、の三点が結合する時をADB BDCなる二個の三角形が得此両三角形に於てDE DFを各一辺の中央より画する垂線なるが以て第五教第三本説に因まて直線の中央より垂線が画する時を垂線中の一点より原線の両端に至る距離相等しきか故にDAをDBに等しく又DBをDCに相等し然る時を心点よりA、B、C、なる三点に至る距離相等しきか故に圜界三点に貫通するを明なり
第十三設問

一点より圜界に切線を画する事

第一　圜界上の一点より切線を画する事

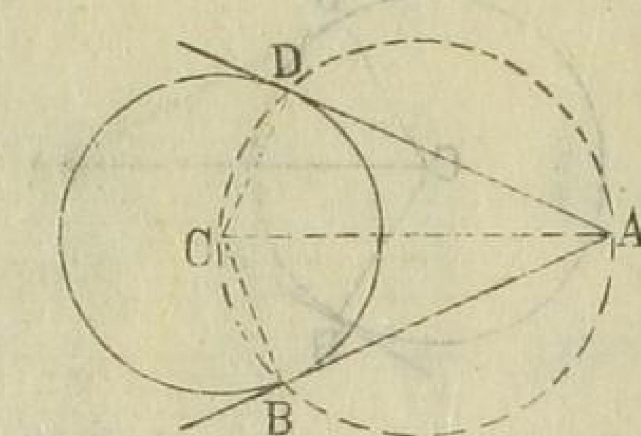
第二　圜外の一点より切線を画する事



第一　BCを表題の圜形にしてAを圜界の一点なり先つACを結合して半径を画し而してACなる半径に直立してADなる直線を画それも即ち求むる所の切線なり

証　第九教第四本説に因れは半径の外端に於て之に直立する直線を此圜界の切線なるを以てなり

第二　BCを表題の圜形にしてDを圜外の一点なり先つA、Cを詰合して一直線を画し而して此直線を中径として一圜を画する時は原圜の二点に於て相交るへし此交点なるBDを貫通してAB ADなる二直線を画すれは即ち求むる所の切線なり

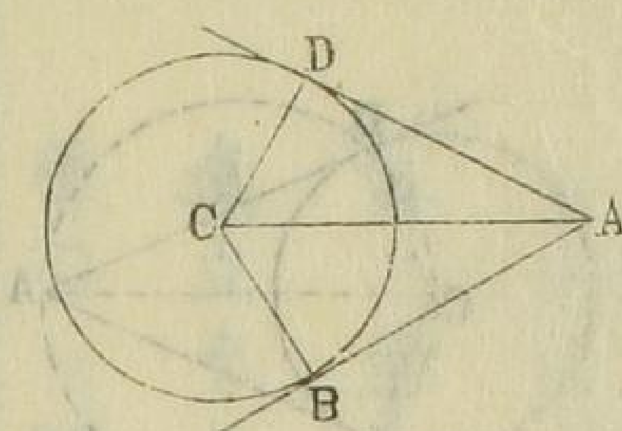


証　Cなる心点よりBD二点を詰合してCB、CDなる半径を画する時はABC、ADCなる二個の三角形に於てABC角及ひADC角を倶に股間に半圜界を挟容するを以て第十教第三本説の第二副説に因り直三角形なり然る時はABをCBに直立しADをCDに直立なるを以

て第九教第四本説に因り半径の外端に直立する直線
は此圏界の切線なるが以てなり

右の設問に基き次の一説が生す

圏外一点より圏界に向て切線二条の他画する能はす而し
て其長相等しく又原点と心点とが詰合する直線は二切線
の間角が両等分す



圏外のA点より圏界に向て AB AD なる二切線
の他画する能はす而して AB は AD に相等しく又
AC が詰合する直線は DAB 角が両等分す

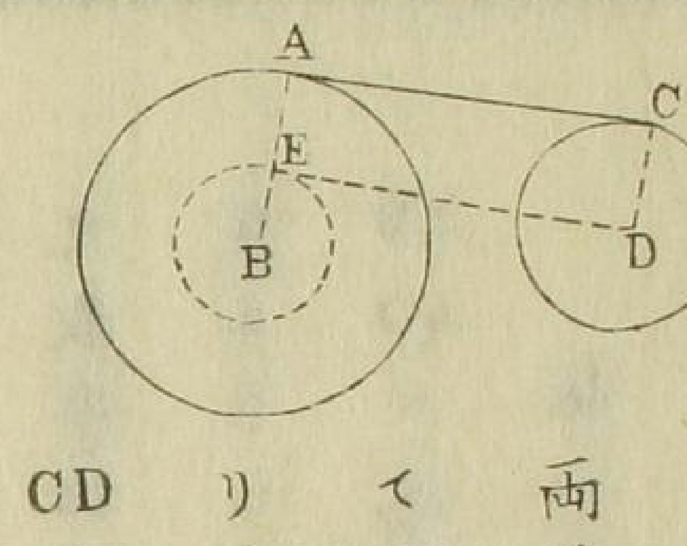
証　ABC ADC なる両三角形は直三角形にして BC は DC に等
しく AC は公共なるが以て第五教第五本説に因り両直
三角形の斜辺及ひ他一辺相等しき時は両形相等しき
が故に DAC 角は CAB 角に等しく AB 辺は AD 辺に相等しく又第
九教第四本説に因りて切線は半径の外端に直立する
者なるが故に A 点より半径の外端に直立する直線は
AB AD の他画すること能はさるなり

第十四設問

両圏界に公切線を画する事

第一　外方に公切線を画する事

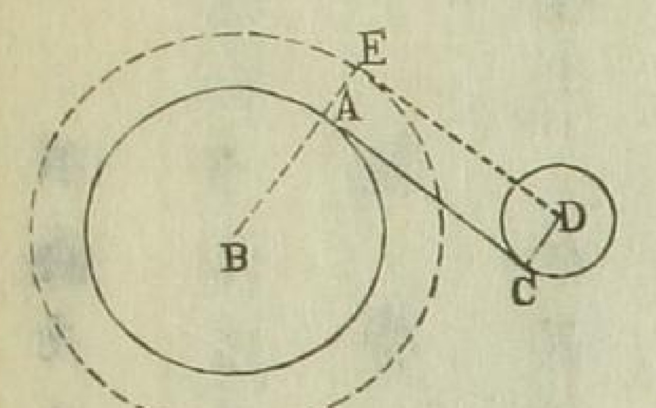
第二 内方に公切線を画せる事



第一 AB CDは表題の両圜形なり先つAB CDなる両半径の差に等しき半径を以てBを心点としてBEなる圜形を画し而して前法に因てD点より此圜界にDEなる切線を画し之に直立してAB CDなる両半径を画せる時はACを結合せる直線即ち公切線なり

証 AB CDを倶にDEに直立なるを以て第六教第一本説に因り二直線倶に他直線に直立せる時は両線平行なるが故にCDもABに平行なるを知る然る時はAEDCなる四

角形に於てCDをAEに等しく且つ平行せるを以て第八教第三本説に因り四角形の二對辺相等しく且つ平行せる者は平行四辺形なるが故にACをDEに平行なるを知る此平行なるを知る時は第六教第三本説に因り平行二直線の一条に直立せる直線は他一条にも又直立なる故にABを両圜界の外方公切線なると明なり



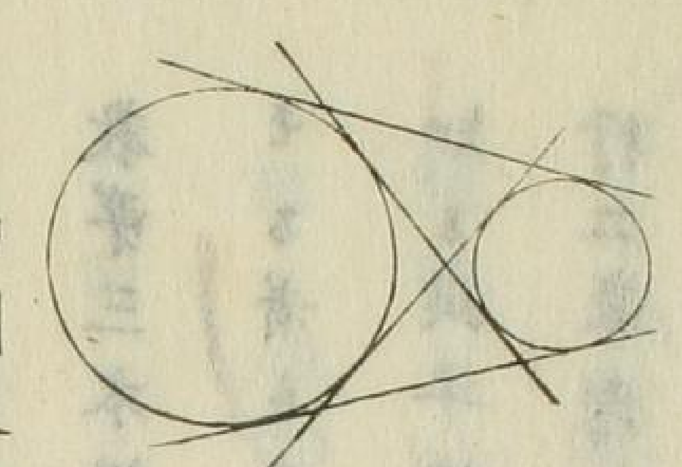
第二 AB CDを表題の両圜界なり先つAB CD両半径の和に等しき半径を以てBを心点としてBEなる圜界を画し而して前法に因てDEなる切線を画し之に直立してCD BEなる両半径

ヲ画スル時ハACヲ結合スル直線即チ内方公切線ナリ

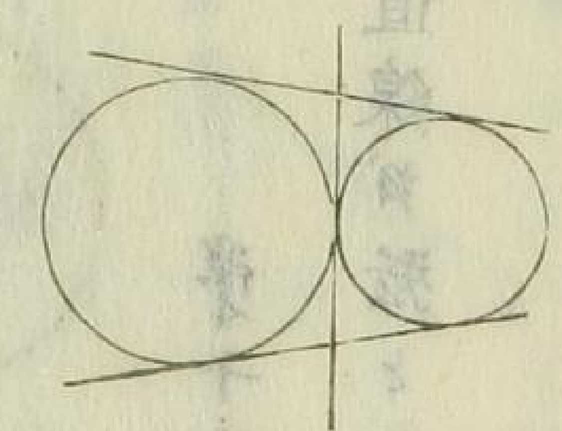
証　第一証ニ相同シ

備考　両圏界ノ置位ニ従テ次ノ五件ヲ生ス

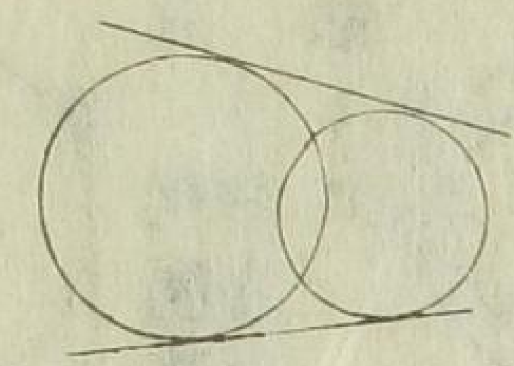
第一　両圏界相離ルヽ者ハ公切線四条ヲ画スルヲ得ヘシ



第二　両圏界相接スル者ハ公切線三条ヲ画スルヲ得ヘシ



第三　両圏界相交ル者ハ公切線二条ヲ画スルヲ得ヘシ

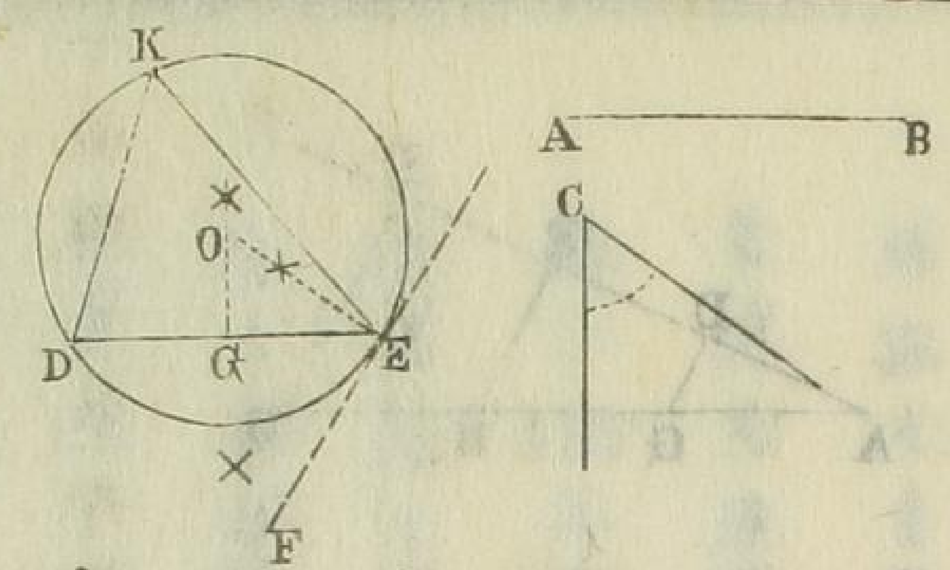


第四　両圏界相重リテ而シテ相接スル者ハ公切線一条ヲ画スルヲ得ヘシ

第五　両圏界相重りて而して相接せさる者ハ切線を画する能はず

第十五設問

一直線を弦とし而して其角を函むへき分弧形を画する事



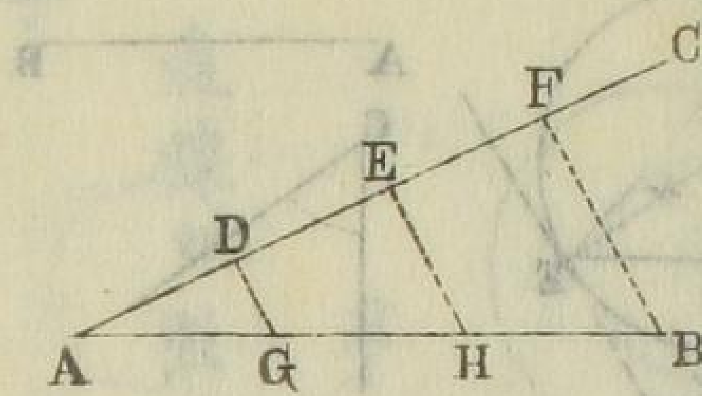
ABを表題の一線にしてCを既知角なり先つABに等しきDE線を画し而してC角に等しきDEF角を作りE点よりFEに直立してEO線を画し又DEの中央に直立してGO線を画すれは彼れ此二番線O点に於て相交るへく然る時は其交点Oを心点としてOEに等しき半径を以て圏界を画すれは即ちEKDを求むる所の分弧形なり

証　K点よりDE二点を詰合する時は成す所のDKE角はC角と相等し何となれは第十教第三本説に因れはDKE角はDE弧の半に等しく又其第一副説に因れはDEF角

もDE弧の半に等しきが以てDKE角はDEF角に相等し然る時はDEF角はC角に等しき故DKE角も又C角に等しきこと明なり

第十六設問

一直線が若干數に等分する事

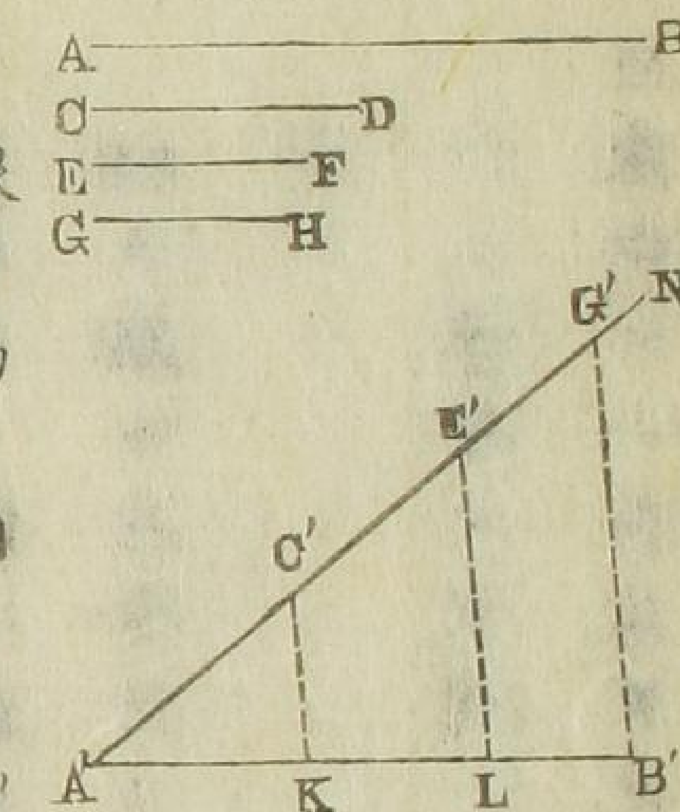


ABは表題の直線なり譬はAB線が三等分すへき者とする時は先つA端より随意の角が以て随意のAC線が画し而して随意の等距離が以てA端よりAC線上にD E Fなる諸点が認めF、Bが詰合し之に平行してEH DGなる二線が画せましもG Hなる二点に於てAB線が分切せへし是を求むる所の等分点なり

證 ABF三角形に於てDG EHなる二線はBFに平行なるが以て第十二数第一本説に因りAGD、AHE、ABFなる諸三角形は皆等式形なるが知る然る時はEFはAFの三分一なるが以てHBはABの三分一なるへく類推すれはAG及ひGHもABの三分一なること明なり

第十七設問

四直線中の一直線が他三直線の比例に分つ事

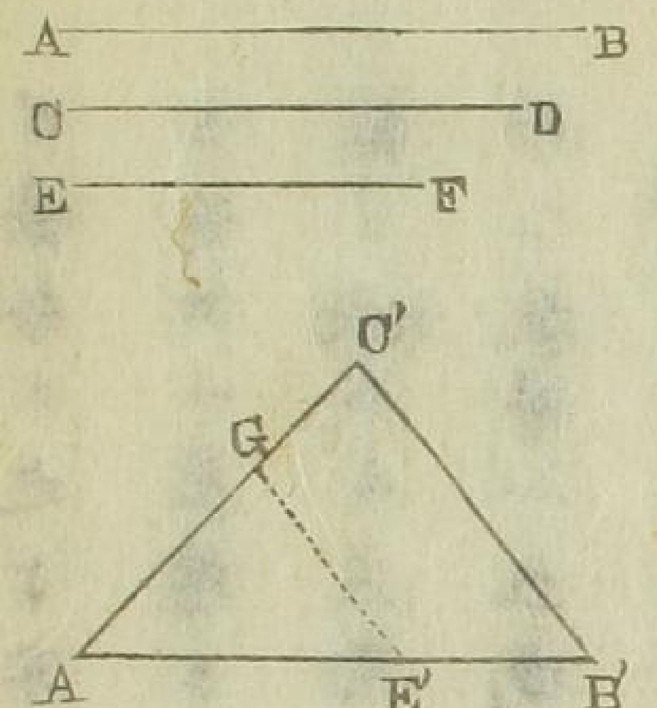


AB、CD、EF、GHを表題の四直線なり譬を
A'B'をCD、EF、GHの比に分つへき者とし
る時を先つABに等しきA'B'線を画し
A'端より随意の角を以て随意のA'N
線を画し而してA'点よりA'N股の上にCDに等しきA'C'を
認め推歩してEFに等しきC'E'を認め又GHに等しきE'G'を
認め次にG'B'を詰合し之に平行してE'L、C'Kなる二線を
画きてK、L二点に於てA'B'線を三部に分つへし是れ
皆三直線に比例して分ちたる線なり
証　B'A'G'なる三角形に於てC'K、E'Lなる二直線を倶にB'G'に

平行なるか故に第十一教第一本説に因り三角形の一
辺に平行なる諸直線の為に他二辺分割せられて互に
比例をなる者となるを以てなり

第十八設問

三直線より此直線を比例の三項と見做し第四項となるへ
き一直線を求むる事



AB、CD、EFを表題の三直線なり先つB'A'C'な
る随意の角を造りA'B'股をABに等ふし
A'C'股をCDに等ふし而してA'B'股中A'点
よりEFに等しきE'点を認め次にC'B

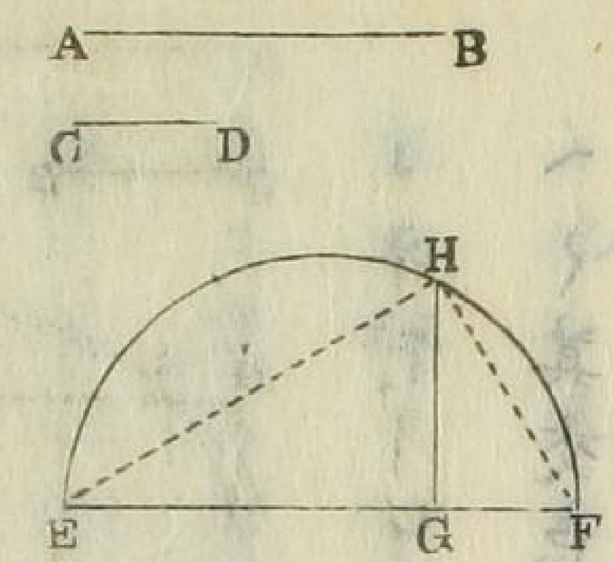
が詰合し之に平行して$E'G$線が画されたる即ち$A'G$に求むる所の一直線なり

証　$A'B'C'$なる三角形に於て$E'G$を$B'C'$に平行ならしむ故に第十二教第一本説に因り$A'B'C'$ $A'E'G$なる両三角形を等式形なるが以て甲式が得$A'B'$をABに等しく$A'C'$をCDに等しく又$A'E'$をEFに等しきなる故にABとCDとをEFと$A'G$との如く比例せるが以て$A'G$を比例の第四項たることを明なり

甲　$$\frac{A'B'}{A'C'}=\frac{A'E'}{A'G}$$

第十九設問

二直線より此直線が中比例の両端項と見なし中項となるべき一直線が求むる事



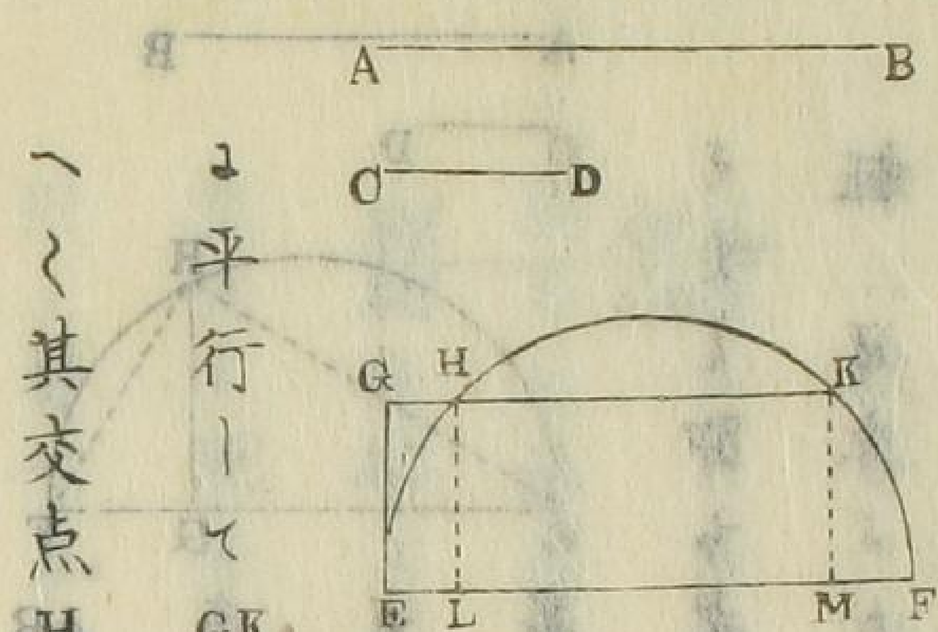
AB CDを表題の二直線なり先つAB CDなる二直線の和に等しきEFが中径として半圜形が画し而してEFなる径線中E点よりABに等しくG点が認めEFに直立してGH線が画されたる即ち求むる所の直線なり

証　H点よりE F二点が詰合されたるEHF角を股間に半圜形が挾容せるが以て第十教第三本説の第二副説に因り直三角形なるが知る然る時は第十三教第一本説に因りFGとGHとをGHとGFとの如く比例なるが以てGH

を中項となるへき一直線なるを明すなり

第十九設問

二直線の和及ひ其積の平方根か知りて各線か求むる事

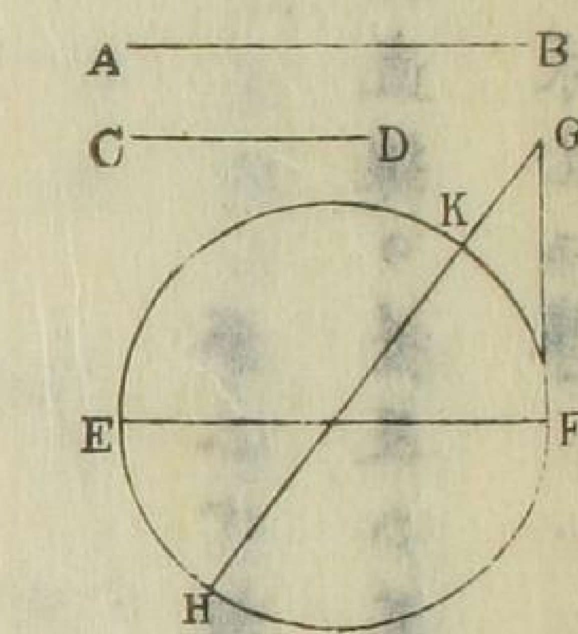


AB を二直線の和として CD を其積の平方根なり先つ AB に等しき EF か中径として CD 半圓形か画し E 点より EF に直立して EF に等しき GE 線か画し而して G 点より EF に平行して GK 線か画する時を圜界二点に於て相交るへく其交点 H K より EF に向ふて HL KM なる垂線か画きこれを其趾点 L M に於て EF 線か分つへし然る時を EL か一直線とをまた他一直線を LF 或を EM か一直線とをれを他一直線を MF なり

証 GK を EF に平行なるか以て HL KM を俱に GE に相等し然る時を前設問の証に因て EL LF の相乗を HL の自乗に等しく又 EM MF の相乗を KM の自乗に相等しく即ち CD の自乗に相等しきか以てなり

第二十設問

二直線の差及ひ其二直線の相乗積の平方根か知りて各線か求むる事

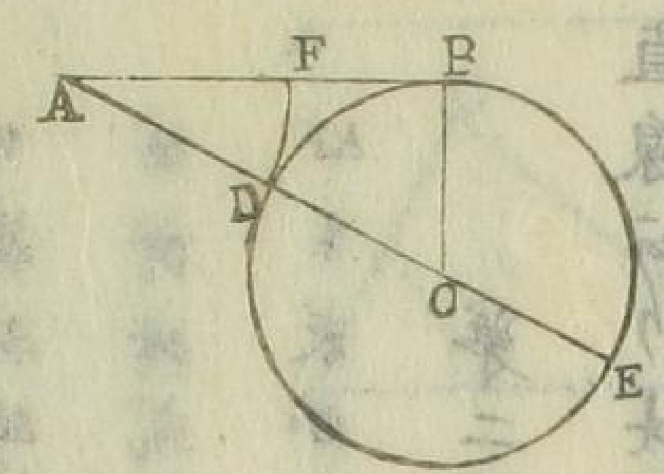


ABを二直線の差としてCDを其積の平方根なり先つABに等しきEFを中径として圜形を画しF点よりEFに直立してCDに等しきGFを画し而してG点より圜心を貫通してGH線を画すときは圜界K点に於て相交るへし然る時はGK及ひGHを求むる所の二直線なり

証　第十三教第八本説に因きはGK GHなる二線の相乗はGF即ちCDの自乗に相等しきを以てなり

第二十一設問

一直線を大小二部となして其小部と全部とを大部と中比例ならしむへき全部を以て大小二部を求むる事



ABを表題の一直線となり先つB点よりABに直立してABの半に等しきBC線を画しOを心点としてBCに等しき半径を以て圜形を画し而してA点より心点Oを貫通してAE線を画すへし然る時は此線D点に於て圜界に相交るへし然る時はAを心点としADに等しき半径を以て弧線を画きこれをAB線中F点に於て相交りて二部となすに即ちAFを求むる所の大部にしてFBを其小部なり

証　第十三教第八本説に因り甲式を得甲式を転換し

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AB}{AD+DE}$$ 甲

$$\frac{AB}{AD}=\frac{AD+DE}{AB}$$ 乙

$$\frac{AB-AD}{AD}=\frac{AD+DE-AB}{AB}$$ 丙

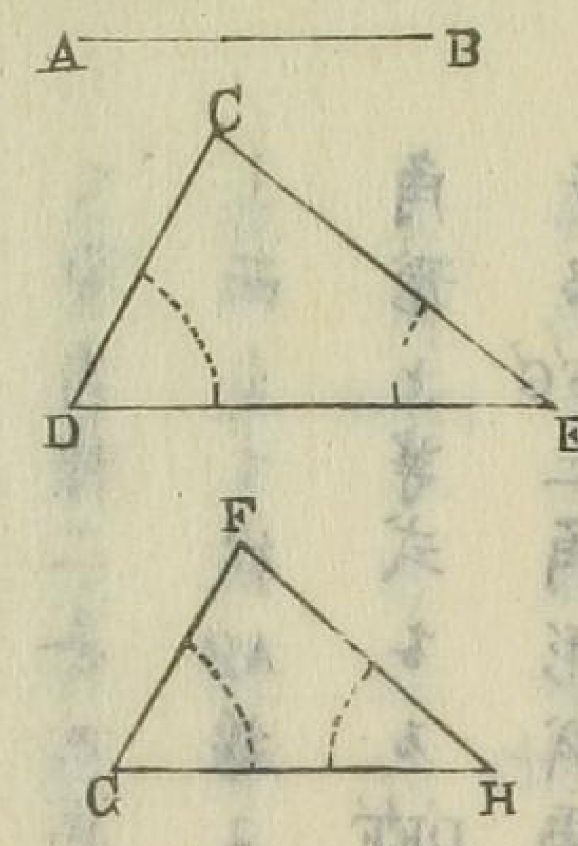
$$\frac{AB\ AF}{AF}=\frac{AD}{AB}$$ 丁

$$\frac{FB}{AF}=\frac{AF}{AB}$$ 戊

左右両辺より一個を減し乙式を得乙式を變し丙式を得ADをAFに等しくDEをABに等しきを以て丙式を變し丁式を得AB AFの差をFBに等しきを以て丁式を變して戊式を得此式に因てFBとABとをAFと中比例をなれを以てAFを求むる所の大部にしてFBを其小部なると明なり

第二十二設問

一直線により此直線を一辺として既知三角形に等式なる三角形を画する事

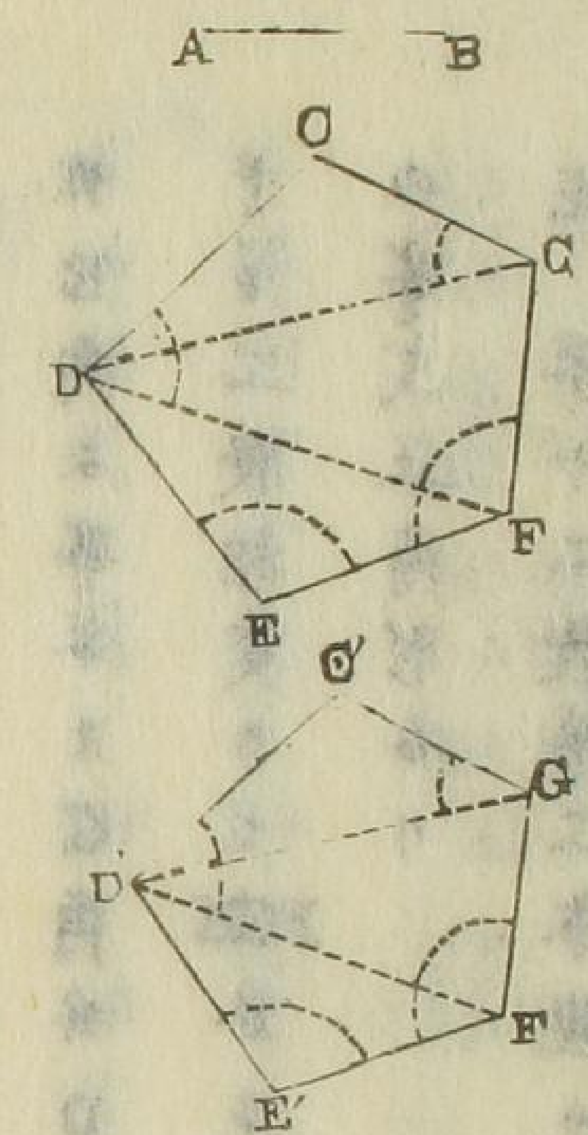


ABを表題の一直線にしてCDEを既知三角形なり而してAB線をCDEなる三角形のDE辺と同類なる辺とする時を先つABに等しきGH線を画しH角をE角に等ふしG角をD角に等ふせる時をGHに傍らせる二股相交りてFGHなる三角形をなせを即ち求むる所の等式三角形なり

証 第十二教第二本説の副説に因り両三角形の二角相等しきを以てなり

第二十三設問

一直線あり此直線を一辺となし既知多角形と等式なる多角形を画する事

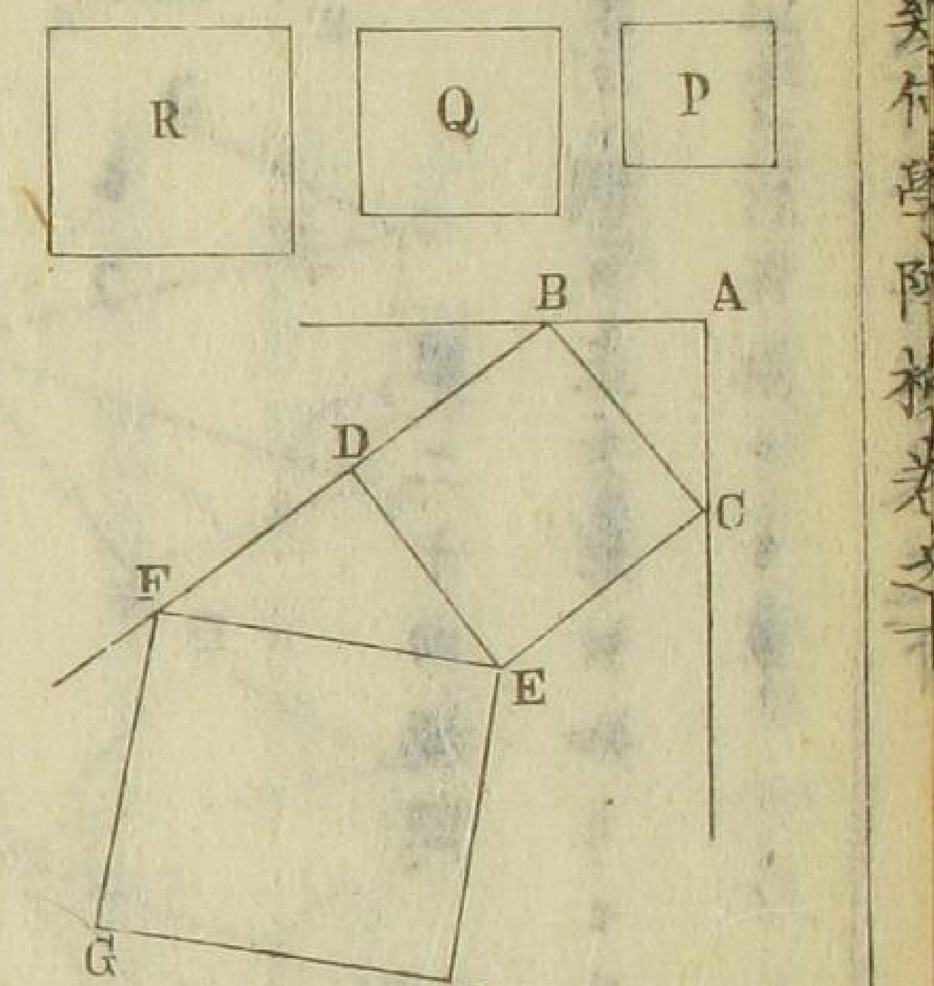


ABを表題の一直線にしてCDEFGを既知五角形なり而してABをEFと同類辺とする時を先つD点よりF C二点に向ふて對角線二条を画し五角形を分て三個の三角形となし而して後AB線に等しきEF線を画し前法に因てDEF三角形と等式なるD'E'F'三角形を画し次にDFG三角形と等式なるD'F'G'三角形を画し又DGC三角形と等式なるD'G'C'三角形を画する時はC'D'E'F'G'なる五角形を得即ち求むる所の等式五角形なり

証す第十二教第七本説に因きも等式多角形を互に若干の等式三角形に分つことを得るを以て之を反をきも若干の等式三角形よりなる多角形を等式形なることを明なり

第二十四設問

若干個の正方形を知りて其和に等しき積を有する一個の正方形を画する事

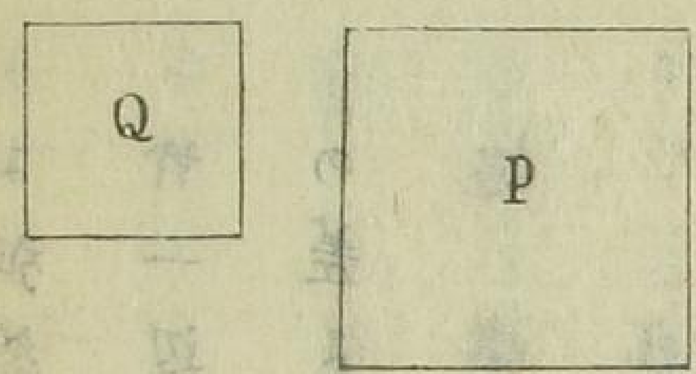


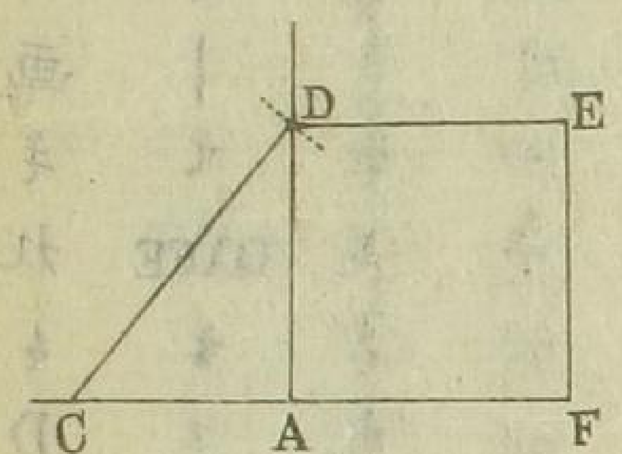
PQ及ひRを既知の正方形なり先つAが角点として直角が画しA点よりP辺に等しきB点が認め又A点よりQ辺に等しきC点が認め而してBCが結合し之が一辺としてBDECなる正方形が画されば此積をPQ二形の和に相等しきなり又BD辺が延伸しD点よりR辺に等しきFが認めFEが詰合し之が一辺としてFGHEなる正方形が画する時を此積をPQ及ひRなる三方形の和に相等しきなり

証　第十三教第二本説に因り斜辺の自乗を直角二辺自乗の和を相等しきが以てなり

第二十五設問

二個の正方形が知りて其差に等しき積が有する一個の正方形が画する事





P及ひQを俱に既知の方形なり先つAが角点として直角が画しき一股中にA点よりQ辺に等しきCが認め而してCが心点としP辺に等しき半径が以て他一股中

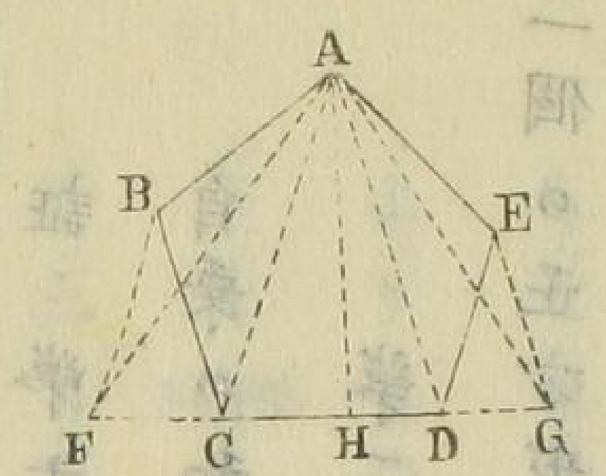
鳩居堂梓

に弧線か画きれをD点に於て相交るへし然る時をADか一辺としてDAFEなる正方形か画きれを即ち求むる所の差に等しき正方形なり

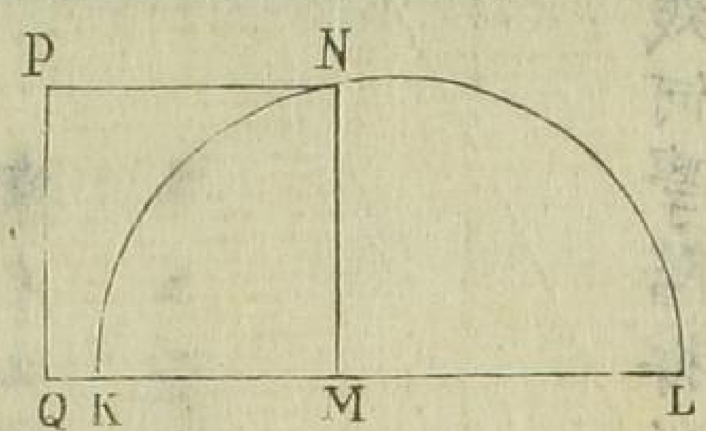
証　第二十四設問証と相同し

第二十六設問

五角形か知りて此積と等積なる正方形か画きる事



ABCDEを既知の五角形なり先つA点よりCD二点に向ふて對角線二条か画し次にE点よりABに平行してEG線か画し又B点よりACに平行してBF線か画し倶にCD辺の延伸部に相交らしめ而してA点よりFG線に向ふてAHなる垂線か画し此線にFG線の半か加ふる者に等しきKLなる中径か以て半圏形か画し中径上にL点よりAHに等しきM点か認めM点よりKLに直立してMN線か画し之か一辺としてMNPQなる正方形か画きれも即ち求むる所の五角形に等しき正方形なり



証　A点よりFG二点か詰合きれをAFGなる三角形かなす此三角形をABCDEなる五角形と其積相等し何となればBFをACに平行なるか以ABC三角形とAFC三角形を底辺

高さ倶ニ相等し然る時ハ第十四教第三本説ニ因て其積相等しく又 AED AGD 両三角形ニ於ても同理ニ因て其積相等し故ニ AFG 三角形と ABCDE 五角形ハ其積相等しきなり此等しきを知る時ハ三角形の面積ハ底辺と高さ相乗の半なるを以て AFG なる三角形の面積ハ FG の半ニ AH を乗せる者ニ相等し是を以て KM ニ ML を乗せる者即ち MNPQ なる正方形ニ等しきを明なり

幾何學階梯巻之下終

明治十一年十二月十二日出版御届
仝　十二年一月二十一日版権免許
仝　年二月十八日版権譲受御届

定價 金五拾錢

編輯人
廣島縣士族
田邊善則
兵庫縣下神戸區北長狹通五丁目壹番地寄留

出版人
兵庫縣平民
熊谷幸祐
兵庫縣下神戸區濱宇治野町貳番地