



田中周平編輯

代數學說明全

東京 三陽堂梓

代數學說明

第一章

凡例

第一 代數ノ目的

一款 抑モ代數學ハ公法ヲ以テ數ニ係ハル問ヲ解ス
 ルヲ目的トス故ニ代數ハ唯々一問ノ特別解法ニ
 満足セズシテ尚ホ苟クモ同種ノ凡百問題ニ普通
 スル解法ヲ求ムル學ナリ
 是レカ爲メニ文字ヲ以テ未知或ハ已知ノ幾何ヲ
 記シ問意ニ從ヒ各幾何ノ間ニ生スル相關ハ簡略

門二
九九

明治三十八年八月六日

田中周平 編輯

記號ヲ以テ之ヲ記ス而ノ代數學ニ規則アリ此相
關ヲ他ノ尚ホ簡單ニシテ最モ所設ノ目的ニ適フ
タル相関ニ變化ス斯クノ如ク逐次困難ヲ移去
テ漸ク之ヲ減少シ終ヒニ之ヲ解ス此クノ如クシ
テ各未知幾何ノ同數ヲ與フベキ公式ヲ得タル上
ハ只タ各文字ニ其相當數ヲ替ヘ示サレタル計算
ヲ遂果スベシ斯クノ如キ公式之ヲ名ケテ代數定
式ト曰フ

二款 兩數アリ其和十七ニシテ其差五ナリ問フ兩數
如何シ
兩數ノ差五ナル故ニ大數ハ小數ニ五ヲ増ス者

ニ等シ故ニ兩數ノ和ハ小數ニ五ヲ増ス者且ツ
小數ニ等シ或ハ二段小數且ツ五ニ等シ然レ
此和固ト十七ナレバ小數ノ二倍且ツ五ハ必ズ
十七ナルベシ因テ小數ノ二倍ハ十七ヨリ五ヲ
減スル者即チ十二ニ等シ故ニ小數ハ十二ノ半
或ハ六ナリ從テ大數ハ六且ツ五即チ十一ニ等
シ
是レ乃チ算術ノ解法ニシテ小數大數増ス且ツ減
スル等ノ語ヲ用テルヲ數次其迂且ツ錯雜知ルベ
カラス
今マ是書方ヲ略セン為メニ一ノ約束ヲ取結フ仮

令バ x ヲ以テ小數ヲ命シ y ヲ大數ニ代ヘ増或ハ
且ノ語ヲ(十)記號ニ替ヘ減ヲ(一)號トナシ等ヲ二ト
ナセバ右ノ解法左ノ如シ

$y - x = 5;$
故ニ然レ
 $y = x + 5$
然レ
 $y + x = 17;$
故ニ
 $x + 5 + x = 17;$
或ハ
 $2x + 5 = 17.$
因テ
 $2x = 17 - 5 = 12;$
故ニ

$x = \frac{12}{2}$
或ハ
 $x = 6.$
從テ
 $y = 6 + 5 = 11$

是ニ由テ之ヲ觀ルニ右解法ノ各行必ズ前算術解
法ノ各論說ニ合ス右ノ兩法何レカ便何レカ單ナ
ル得テ知ルベシ

三款

其比四五六七ノ如シ四數各如何

a 數ノ比四ニ某數ヲ乘シタルモノハ a 數ニシテ
 b 數ノ比五ニ某數ヲ乘シタルモノハ b 數ナリ又
 c 數ノ比六ニ某數ヲ乘シタルモノハ c 數ニシテ
 d 數ノ比七ニ某數ヲ乘シタルモノハ d 數ナリ故
ニ a b c d ノ比四五六七ノ總和ニ其數ヲ乘シタ
ルモノハ a b c d 四數ノ總和六十六ナリ或ハ二
十二ニ某數ヲ乘シタルモノハ四數ノ總和六十六
ナリ故ニ二十二ヲ以テ六十六ヲ除シ某數三ナル
ヲ知ル因テ a 數ノ比四ヲ三倍スレハ十二ヲ得

数ノ比五ヲ三倍スレハ十五ヲ得C数ノ比六ヲ三
 倍スレハ十八ヲ得d数ノ比七ヲ三倍スレハ二十
 一ヲ得ルナリ

今此書方ヲ略スレハ尤ノ如シ

$$\begin{aligned}
 4x &= a \\
 5x &= b \\
 6x &= c \\
 7x &= d \\
 \text{故} &= \\
 4x + 5x + 6x + 7x &= 66 \\
 \text{或} &= \\
 22x &= 66 \\
 \text{故} &= \\
 x &= 3 \\
 \text{因} &= \\
 4x &= 4 \times 3 = 12 \\
 5x &= 5 \times 3 = 15 \\
 6x &= 6 \times 3 = 18 \\
 7x &= 7 \times 3 = 21
 \end{aligned}$$

四款

斯ノ如クシテxナル未知数ヲ求ムレハ容易ニ其
 各数ヲ知り得ヘシ即チxハ等数ナルヲ以テ之レ
 ヲ各数ノ比四五六七ニ乗スレハa十二b十五c
 十八d二十一ナリ之ヲ証スルニ此四数ヲ総和シ
 テ六十六ヲ得ヘク又此各数ヲ除スルニ等数三ヲ
 以テスレハ其比四五六七ヲ得ベシ
 兩数アリ其和三十一ニシテ其差十三ナリ問フ
 兩数如何
 兩数ノ差十三ナル故ニ大数ハ小数ニ十三ヲ増ス
 者ニ等シ故ニ兩数ノ和ハ小数ニ十三ヲ増スモカ
 且ツ小数ニ等シ或ハ二段小数且ツ十三ニ等シ然

レ此此和固ト三十一ナル故ニ小数ノ二倍且ツ十
 三ハ必ス三十一ナルヘシ因テ小数ノ二倍ハ三十
 一ヨリ十三ヲ減スルモノ即チ十八ニ等シ故ニ小
 数ハ十八ノ半或ハ九ナリ從テ大数ハ九且ツ十三
 即チ二十二ニ等シ
 今此書方ヲ略スル一ニ款ニ同シ即チ九ノ如シ

$$y = 9 + 13$$

$$y = 22$$

$$y - x = 13$$

$$y = x + 13$$

然レニ

$$y + x = 31$$

$$x + 13 + x = 31$$

或

$$2x + 13 = 31$$

因テ

$$2x = 31 - 13 = 18$$

$$x = \frac{18}{2}$$

或ハ

$$x = 9$$

從テ

即チ小数ハ九ニシテ大数ハ二十二ナル之ヲ證ス
 八款ルニ二十ニヨリ九ヲ減シテ十三ヲ得又タ二十二
 九ヲ加ヘ三十一ヲ得ベシ

五款右ニ解ク所ノ問假令ニ單ナリト虫モ亦タ代数
 書方ノ長短ニ拘ラズ公法ニ由テ題ヲ馭シ又タ其
 答ヲ得ルニ法如何ヲ示スニ足ルベシ

又タ三款ノ等式(4)(5)(6)(7)ハ乃チ一未知幾何及
 六款若干已知幾何ノ相關ヨリ此未知幾何ノ同数ヨ與
 フル他ノ相關ヲ推出スベキ變化ノ例トナスニ足
 ル
 斯クノ如ク代数ノ目的己ニ明白ナレバ今ヨリ代

数ノ簡記號及ヒ代数計算ノ規則ヲ述ントス

第二 代数記號

六款

余レ今マ茲ニ代数ニ用ユル所ノ諸記號ヲ解ニ
ト欲ス其目的ハ學生或ハ一記號ノ義ヲ忘レ其説
名ヲ時々求ムル煩勞ヲ避ニ為ナリ

七款

(+)號ハ「^正」ト呼ビ兩幾何ノ間ニ在ルキハ其兩幾
何相加ルヲ示ス $x+y$ ハ x ト y ト相加ヘ
ヒ y ノ相加ルヲ示ス如シ

八款

(-)號ハ「^負」ト稱シ其兩幾何ノ間ニ在ルキハ其兩
幾何ノ差或ハ兩幾何相減スルヲ示ス $x-y$ ハ x 及ヒ

九款

\times ノ差或ハ又 x ヨリ y ヲ減スルヲ示シ $x-y$ ハ x
ヨリ y ヲ減シ又 x ヲ減スルヲ示ス如シ
(\times) 號ハ「^乘」ト呼ビ兩幾何ノ間ニ在テ其相乘
ヲ指ス xy ハ x ヲ以テ $x = 乘$ スルヲ示シ xyx ハ三因
子 x 及ヒ y ノ積ヲ示ス如シ

或時ハ一點 (.) ヲ以テ \times 號ニ代ユ乃チ axb ノ代リ
= ab ト記スル如シ

又タ多クハ数因子ヲ並書シ更ニ記號ヲ用キズ
然レモ是レ唯タ一ノ真数因子アルキニ限り其
因子常ニ他者ノ前ニ在リ乃チ xyx ノ代リ = xax 或
ハ唯ダ sax ト書スル如シ

斯クノ如ク文字因子ニ先カツ所ノ数字因子之ヲ名ケテ倍数ト謂フ

十款

凡ソ積多等因子アルハ唯タ其一因子ヲ書シ其右角上ニ総因子ノ次数ヲ記ス此数名ケテ方指数ト謂フ
例 $5x^2$ 代リニ 5^2
 $xxxxx$ 代リニ x^5 ト書スル如シ

多等因子ノ積ハ乃チ其一因子ノ乗方ニシテ其次数ハ乃チ方指数ナリ乃チ a^3 ハ a ノ二乗方又 a^3 ハ a ノ三乗方ニシテ其他皆ナ斯クノ如シ凡ソ因子其方指数ナキ者ハ乃チ一乗方ナリ
代数式 $5a^2b^3c$ ハ真数因子 5 、三等因子 a 、二等因子 b

及ビ一因子 x ノ積ナリ或ハ又 $5a$ ノ三乗方 b ノ二乗方及ビ x ノ一乗方ノ積ナリ

十一款

(:) 號ハ $\frac{a}{b}$ 呼ビ兩幾何ノ間ニ在リ乙幾何ヲ以テ甲ヲ除スルヲ指ス x^3 ハ 5 ヲ以テ x ヲ除スルヲ示ス如シ

又タ高ヲ分数形ニ記シテ除法ヲ示ス即チ分子ニ實ヲ置キ分母ニ法ヲ處ク仮令ハ x^3 ト記シ或ハ $\frac{x^3}{1}$ ト書スベシ

十二款

凡ソ $\sqrt{\quad}$ 號ハ其幾何ノ平方根或ハ自乗シテ其幾何ヲ再生スベキ幾何ヲ指ス
例 $\sqrt{49}$ ハ 49 ノ平方根或ハ自乗シテ 49 ヲ與フベキ数ヲ示ス

又タ[√]號ハ某幾何ノ立方根、或ハ二度自乗シテ某幾何ヲ生ズベキ幾何ヲ指ス乃チ[√]ハ⁶⁴ノ立方根、或ハ二度自乗シテ⁶⁴ヲ生ズベキ數ヲ示ス

[√]等亦タ某幾何ノ四方根、五方根、或ハ三度、四度自乗シテ其積ニ某幾何ヲ與フベキ幾何ヲ指ス此號之レヲ根號ト謂フ而メ其左角ニ在ル小数名ケテ根指數ト曰フ

十三款 括弧^()ハ其内ニ在ル幾何ヲ計算シタル結果ヲ指ス而メ括弧ニ前後スル所ノ記号ハ右ノ結果ト計算スベキヲ示ス

乃チ^(a+b)ハ^aヨリ^bヲ減シ其結果ヲ^aヨリ減ス

ベキヲ示ス $(x+y)xa$ ハ^x及ヒ^yノ和ヲナシ之レニ^aヲ乘スルヲ示ス

猶ホ又^{(x+y)(x-z)}ハ^x及ヒ^yヲ相加シ其和ノ三乗方ヲ作り^x及ヒ^zニノ差ノ二乗方ヲ以テ之ヲ除スルヲ示ス

十四款 (一) 號ハ[√]ト呼ビ代数式或ハ真數ノ間ニ在ル[√]ハ其兩邊ノ數相等シキヲ謂フ

(二) 號ハ尚大ナルノ意ニシテ其兩幾何ノ間ニ在ル[√]ハ甲幾何ハ乙ヨリ大ナルヲ示ス乃チ[√]ハ^xヲ以テ代ヘタル數^yヨリ大ナルヲ謂フ

(C) 號ハ尚ホトトギス小ナルノ意ニシテ其兩幾何ノ間ニ在ル
キハ甲幾何乙ヨリ小ナルヲ示ス乃チ x^2 ハ x 元
ヨリ小ナルノ意ナリ

十五款 一問ニ若干幾何アリ文字ヲ以テ之ヲ記スルニ
同類幾何ハ同文字ヲ以テ之ヲ記シ荷スルニ一箇
或ハ多クノアクセント音符ヲ以テシ以テ其次第ヲ順ス乃チ
 $a a' a'' a'''$ ノ如シ
右解ク所ノ諸記號學生之ヲ用ユルニ從ヒ自ラ其
意ヲ諳記スベケン

第三 諸代數式

十六款 代數式中、最モ簡ナル者ハ則チ已知或ハ未知ノ
幾何ヲ記スベキ二十六箇ノ字母アルファベットナリ而メ其幾何
ニ代ユルノ例、一般起首ノ字母 $a b c d$ 等ヲ以テ
已知ノ數ニ代エ最後ノ字母 $x y z$ 等ヲ以テ未知
ノ數ニ代ユ

十七款 一般代數式ハ前條ニ述ヘタル諸記號ヲ以テ連
合シタル文字或ハ眞數ノ幾何ヲ謂フ

乃チ 如キハ一ノ代數式ナリ
 $15a^3b(x+y) \cdot \sqrt{a-b}$
凡ソ代數式更ニ根號ヲ含マザル者之ヲ有理ラショナルト謂

ヒ又タ之ヲ含ムキハ無理^{イラヨク}ト謂フ
 代数式中一ノ除法アラザルキハ之ヲ整ト謂ヒ否
 ザレバ分ト謂フ
 余レ先ツ有理且ツ整代数式ヲ説ント欲ス其式

乃チノ如シ

$$5a^3x + 4a^2x^2 + 16ax^3$$

十八款 括弧ナキ所ノ有理且ツ整代数式中(+)或ハ(-)號
 = 由テ分界サレタル部分之ヲ名ケテ式ノ諸項ト
 曰フ右ノ式中 $5a^3x$ 或ハ $-4a^2x^2$ 或ハ $+16ax^3$ ノ如シ
 代数式只タ一項アル者之ヲ獨項式ト謂フ

其二項アル者之ヲ二項式ト謂フ
 其三項アル者之ヲ三項式ト謂フ
 一般其數項アル者之ヲ多項式ト謂フ
 十九款 凡ソ一項式之ヲ分テ四部トス

第一 前頭ニ在ル所ノ(+)或(-)號ナリ其(+)號アル者
 之ヲ正式ト謂ヒ其(-)號アル者之ヲ負式ト謂フ
 而メ正負ノ號ナキ者亦タ正式トナス

第二 倍数ト名ケレ所ノ真數因子ナリ式ニ倍数ナ
 ケレバ其倍数ヲ一トナス

第三 文字因子ナリ
 第四 其文字ノ方指數アリ

乃チ ax^3 式中、記號 (一) 倍数四文字 a 及ヒ x = シテ
方指數ハ二及ヒ三ナリ

二款 一項式ノ度ハ其文字因子ノ方指數ノ和ヲ謂フ

乃チ式 $5a^3b^{2x}$ ノ度ハ $3+2+1$ 或ハ六ナリ

二十款 凡ソ幾箇ノ獨項式、或ハ多項式中其若干項相同

フシテ異ナル所ハ記號、倍数 = 過ギザル者之ヲ同類項ト謂フ

乃チ $15a^3b^2x - 6a^2b^2x^2 + 10a^3b^2x + 7a^2b^2x^2 - 9a^3b^2x - 10a^2b^2x$ 式中、四同類
項アリ、輒チ $15a^3b^2x + 10a^3b^2x - 9a^3b^2x$ 及ヒ $-10a^2b^2x$ ナリ

凡ソ同類項、多少トナク常ニ減縮シテ一トナスベ

シ、惟フニ前式中、 a^2b^2x ノ真數値如何ヲ論ゼズ、必ズ之
ヲ十五度ニ其レヲ八度加ヘ次ニ之ヲ九度減シ、又
タ之ヲ四度減スルヲ要ス、是レ乃チ此 15 或ハ二十
三度ヨリ其 10 或ハ十三度ヲ減スルニ同シ、即チ其
十度ヲ得、故ニ前四項ノ結果 $10a^2b^2x$ トナルベシ
若シ負項ノ聚合、正項ノ總計ヨリ大ナレバ結果從
テ負數タルベシ

右ノ例ニ頼リ次ノ規則ヲ得

幾箇ノ同類項ヲ減縮セント欲セバ先ツ正倍数、負
倍数ヲ各相加シ、大和ヨリ小和ヲ減シテ其殘ニ大
和ノ記號ヲ與ヘ、其次ニ文字因子ヲ書スベシ

二十二款 凡ソ多項式其各項同度ナルヤハ之ヲ名ケテ
 同性式ト謂フ乃チ $5a^2b^3 - 6a^3b^2c^2$ ノ如クニシテ其各項共ニ六
 度ナリ

二十三款 凡ソ多項式其諸項ヲ記スルニ一ノ同文字ノ
 方指数始メヨリ終リニ至リ常ニ益マス大ナリ或
 ハ愈ヨ小ナルヤハ之ヲ稱シテ多項式ヲ序スルト
 曰フ而メ其文字ノ方指数愈ヨ増セバ多項式此文
 字ノ増乗方ニ序セラルト曰ヒ若シ愈ヨ減スレバ
 同式其減乗方ニ序セラルト謂フ
 仮令 $a^3b^2c^3 - 6a^2b^2c^2 + 8a^4bc$ 如キ多項式ハ此ノ増乗方
 ニ序セラレ而メ又タ此ノ減乗方ニ序セラルト

謂フベシ

二十四款 右ノ如ク多項式ヲ序スルハ代数計算ニ於テ最
 モ緊要ニシテ其計算ヲ容易ニスル測カラレズ斯
 クノ如クシテ正負項位置ノ變スル如何ナルモ式
 ノ値依然タルベシ是レ此値固ト諸正項ノ真数值
 ヨリ諸負項ノ真数值ヲ減シタル者ナレバナリ

第二章

起首四法及ヒ分數式

二十五款 余レ本章及ヒ次章ニ於テハ惟タ有理代數式ヲ解キ其整式ヨリ始ント欲ス且ツ解ント欲スル所ノ代數式其正項ノ聚合、眞値ニ於テハ常ニ負項ノ總計ヨリ大ナル者ト假想ス

第一 加法

二十六款 若シ加ベキ式、同類獨項式ナレバ先ツ倍數ヲ相加シ其次ニ共有文字ヲ書ス假令ヘバ兩式 $5a^2x^3$ 及

二十六款

$2ax^3$

和

$7a^2x^2$

ナリ

同類

獨項式

ナレバ

先ツ

倍數ヲ

若シ相加フベキ數不同類獨項式ナレバ甲式ノ次ニ乙式ヲ書シ(+號ヲ以テ之ヲ間ツベシ假令

ハ兩式

$5a^2x^3$

及ヒ

$7a^2x^2$

ノ和

$5a^2x^3 + 7a^2x^2$

ナリ

二十七款

相加フベキ數ヲ多項式ト做シ仮リニ $a-b = c-d$

ヲ加ヘント欲ス

若シ $a-b$

ノ次ニ(+號ト共ニ

$c-d$ ノ首項ヲ書シ

$a-b+c$ ト

ナセバ

$a-b = c-d$ ヲ以テス

結果亦タ d ヲ多キト必セリ故ニ眞結果

故ニ結果亦タ d ヲ多キト必セリ故ニ眞結果

必ス

ナルベシ

此ニ由テ之ヲ觀ルニ惟タ $a-b$ ノ次ニ $c-d$ ノ各項ヲ書
 シ先ズルニ其固有記號ヲ以テスベシ何ントナレ
 バ首項 C ハ更ニ記號ナシト雖モ十九款ニ述フル
 如ク (+) 号アル者ト見做スベケレバナリ
 假令ヒ幾項ノ多項式ト雖モ相加ノ例前法ト同一
 ナルベシ因テ一般ノ規則ヲ造ル乃チ兩多項式ヲ
 相加セント欲セバ乙式ヲ甲式ノ次ニ書スベシ而
 メ各項ノ記号更ニ寔ゼズ

注意 獨項式ニ多項式ヲ加フルモ其則固ヨリ同

二十八款 若シ得タル所ノ和同類項アレバ宜シク其減縮

ヲ行ヒ結果ヲ簡約スヘシ

假令バ
 $4ax^2 - 6ax^2 + 7ax^2 - 9x^2$
 $=$
 $5a^2x^2 + 2ax^2 - 11ax^2 + 10x^2$
 ヲ加ヘ
 $9ax^2 - 4ax^2 - 4ax^2 + x^2$
 ヲ得、又
 $a^2b + 3ab^2 - 4b^3$
 $=$
 $5a^2b - 3ab^2 + b^3$
 ヲ加ヘ

第二 減法

二十九款 相減スベキ式若シ同類獨項式ナレバ甲ノ倍
 数ヨリ乙ノ倍数ヲ減シ差ノ次ニ共有文字ヲ書ス
 ベシ假令バ $7abx$ 及ヒ $4abx$ ノ差 $3abx$ ナリ

若シ相減式、不同類式ナレバ甲ノ次ニ乙ヲ書シ
 (一) 號ヲ以テ之ヲ間ツベシ乃チ $5ax^4$ 及ヒ $3ax^3$ ノ差
 ナリ $5ax^4 - 3ax^3$

三十款

今相減スベキ式ヲ多項式ト做シ仮リニ $a-b$ ヨリ
 $c-d$ ヲ減ゼント欲ス

若シ $a-b$ ノ次ニ c ヲ書シ $a-b-c$ トナセバ必ず d ダケ

多キ幾何ヲ減ズ故ニ結果必ず d ダケ少ナシ故

ニ其真値必ず $a-b-c+d$ ナルベシ

右ノ例ニ由テ考ルニ c 項ハ初メ (+) 号ヲ有シ結果

ニ於テ (一) = 變シ d 項ハ (一) ヨリ (+) = 變ス

幾項ノ多項式ヲ相減スルモ其意號ノ例皆ナ同フ

シテ減スベキ式 (一) 式ノ (一) ノ記號初メ (+) ナレバ後

チ (一) トナリ (一) ナレバ (+) トナル是ニ由リ規則ヲ設

ク

一多項式ヲ他式ヨリ減スルキハ之ヲ他式ノ次

ニ書シ其諸項ノ記號ヲ變スベシ

斯クノ如クシテ得タル所ノ差若シ同類項アレバ

必ず其減縮ヲ行ヒ結果ヲ簡畧スベシ

一例 $9ax^3 - 4bx^2 - 4ax^4 + x^5$ ヨリ $9ax^3 - 6ax^2 + 7ax^4 - 9x^5$ ヲ減シ先

ニ $9ax^3 - 4bx^2 - 4ax^4 + x^5$ ヲ得縮メテ

$5ax^3 + 2ax^2 - 11ax^4 + 10x^5$ ヲ得

二例 $a^2 + 2ab + b^2$ ヨリ $a^2 + 2ab + b^2$ ヲ減シ $a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2$ 或ハ

縮メテ Tab ヲ得

三十一款

時アリ一多項式ヲ分岐シ兩多項式ノ和或差
 如ク見做スリ利アリ然ルキハ括弧ヲ以テ加減
 先ニシ減ズベキキハ(一)號ヲ前置ス而メ二十七款
 三十款ニ述タル多項式ノ加減法ニ則トリ若シ括
 弧ノ前ニ(十)号ヲ置ケバ括弧内ノ諸項ニ其固有記
 號ヲ存ス若シ(一)號ヲ前置スルキハ諸項ヲ括弧ニ
 入ル、片之ヲ反號ス
 又タ諸項ヲ括弧ヨリ出タス片若シ前ニ在ル記号
 (十)ナレバ諸項ノ記號更ニ變ゼズ而メ前置記号(一)

ナレバ必ス諸項ノ記号ヲ變ズベシ斯クノ如クス
 レバ前後共ニ必ズ以前ノ全多項式ヲ再生スベシ

反令ハ式

$$a+b-c+d-e+f-g+h$$

$$a+(b-c+d-e+f-g+h),$$

$$a+b(c-d+e-f+g-h),$$

$$a+b-c+(d-e+f-g+h),$$

$$a+b-c+d-(e-f+g-h)$$

等ノ形ニ書スベシ而

括弧ヲ去レバ以前ノ式

$$a+b-c+d-e+f-g+h$$

ヲ復得スベシ

第三 乘法

三十二款

リ = $5a^2bx = 3c^2by^2$ フ乗ゼントス

先ツ乘スル所ノ両因子ヲ獨項式ト假想シ仮
唯フニ第一獨項式ハ三等因子 a ニ 5 ヲ乘シテ
此第一積ニ二等因子 b ヲ乘シ又タ此第二積ニ
 x ヲ乘シテ得タル所ノ結果ナリ扱テ算術乘法
ニ大本アリ曰ク一數ニ多因子ノ積ヲ乘スル法
即チ逐次各因子ヲ以テ其數ヲ乘スベシト此大
本代數式ニ於テモ亦タ適ス故ニ獨項式 $5a^2bx$ ハ

$5xaxaxaxbx$ ト書スベシ又タ式 $3c^2by^2$ 全書スベシ而テ前

ノ大本ニ頼リ第二式ノ各因子ヲ以テ逐次第一
式ヲ乘シ所求ノ積ヲ得ヘシ

乃チ $5xaxaxaxbx$ ナリ然レモ多因子ノ積其因子ノ順ヲ變

スルモ其積變ゼズ故ニ右ノ積トナルベシ

$5x3xaxaxaxaxbx$

3ヲ5ニ乗シ15ヲ得此数ニ五等因子 a ヲ逐乘
 スルヲ要ス或ハ $15a^5$ トリ亦タ三等因子 b 或ハ b^3
 ヲ以テ $15 \times a^5 =$ 乗シトナス斯クノ如ク $x^2 y^2$ ヲ逐
 乘シ終ニ所求積或ハ記号ヲ去リ $15a^5 b^3 x y^2$ ヲ得
 右ノ例ヲ觀ルニ第一積ノ倍数15ハ兩獨項式ノ倍
 数5及ヒ3ノ積ナリ第二各式ニ在ル所ノ文字皆
 異ク積ニアリ第三 a ノ方指数5ハ其兩式ニ在
 テ持ツ所ノ了及ヒ之ノ和ナリ第四 b ノ方指数3

ハ其兩式ニ在テ有テシ 2 及ヒ 1 ノ和ナリ第五 x
 ハ只タ實式ニ在リシ故ニ其方指数前ニ同シ第六
 y^2 ハ惟タ法式ニアリシ故ニ其方指数亦ク依然タ
 リ是ニ由リ次ノ規則ヲ得
 兩整獨項式ヲ相乘スル法先ツ兩倍数ヲ相乘シ
 其次ニ兩式ニ在ル所ノ總文字ヲ記シ各文字ノ
 方指数ニ其兩式ニアル方指数ノ和ヲ付スヘシ

例
 $7a^5 b^3 c d^2$
 及ヒ
 $4a b^2 d x^3$
 ノ積
 $28a^6 b^5 c d^3 x^3$
 ナリ

注意 乘法ノ規則ニ由レバ積ノ度ハ其兩式ノ總

度ナリ乃チ $5a^3bx$ ノ度六ニシテ $3aby^2$ ノ度五ナルヲ以

テ其積 $15a^5b^3xy^2$ ノ度ハ $6+5$ 或ハ十一ナリ又タ $7a^5b^3cd^2$ ノ度十

一ニシテ $4ab^2dx^3$ ノ度七ナルヲ以テ其積 $28a^6b^5cd^3x^3$ ノ度 $11+7$ 或

ハ十八ナリ

三十三款 一獨項式ヲ以テ一多項式ヲ乘シ仮リニ abc =

m ヲ乘セント欲ス

文字 $a b c m$ ハ整或ハ分ノ真数值ヲ代名ス今マ

茲ニ思考ヲ確定シ言論ヲ容易ニセン爲メ法式 m

= 真値ヲ與フレハ乘法ハ其實式ノ a ヲ取ルヲ

目的トス若シ此實式 $a+b$ ナレバ所求ノ積ハ則チ a

ノ a 及ヒ b ノ a 或ハ $ambm$ ナリ然レハ斯クノ如クス

ルキハ c ダテ多キ多項式ノ a ヲ取ルナリ何トナ

レバ固ト $a+b$ = 乘スルニ非ズシテ abc = 乘ズベケレ

バナリ是故ニ上積 $ambm$ ハ真積ヨリ c ノ a 或ハ cm ダ

ケ多シ故ニ真積即チ所求積必ズ $ambmcm$ ナルベシ

此ニ由テ考ルニ一獨項式ヲ以テ一多項式ヲ乘ズ

ル宜ク法式ヲ以テ實式ノ毎項ヲ一々乘シ積ノ毎

項ニ其實式ノ記號ヲ付スベシ

三十四款

今多項式 = 多項式ヲ乘シ仮リ = $c-d$ ヲ以テ $a-b$

ヲ乘ゼント欲ス

先ツ前ノ規則ニ從ヒ $a-b = c$ ヲ乘ズレバ $ac-bc$ ヲ得

斯クノ如クスレバ實式ヲ乘ズルニ必ズ d タケ

多キ幾何ヲ以テス何ントナレバ法式固ト $c =$

非ズシテ $c-d$ ナレバナリ是故ニ結果亦タ必ズ d

及ヒ $a-b$ ノ相乘積即チ $ad-bd$ ダケ多シ故ニ真積ハ前

積ヨリ $ad-bd$ ヲ減セシ者或ハ $ac-bc-ad+bd$ ナルベシ

右ノ結果ヲ熟視スルニ實式ノ毎項ニ法式ノ毎項
ヲ偏乘シタル者ナリ其記號ニ至テハ a 及ビ c 項

一例

$$5ax^2 + 3a^2x + a^3$$

$$= 6a^2bx$$

ヲ乘シ

$$30a^3bx^3 + 18a^4bx^2 - 24a^5bx$$

ヲ得ベシ

二例

$$3a^3b - 2a^2b^2 + 5ab^3 - b^4$$

$$= 4ab^2c$$

ヲ乘シテ積

$$12a^4b^3c - 8a^3b^4c + 20a^2b^5c - 4ab^6c$$

ヲ得

初メ (+) 号ヲ有シ結果 ac 亦タ (+) 有ス b 及 c 項
 一ハ (-) 一ハ (+) 有シ積 bc 負數タリ a 及 c 項一
 ハ負號一ハ正號ニシテ其積 ad (-) 号ヲ受ク而シテ
 及 b 項共 (-) 号ヲ持チシガ其結果 bd 正數タリ
 之ヲ約スルニ兩項同号ナレバ正號ノ積ヲ生シ異
 号ナルハ負積ヲ結果シタリ
 此說之レヲ他ノ多項式ノ相乘法ニ試ムルニ右ノ
 記號規則常ニ同一轍ナリ故ニ次ノ規則ヲ推出ス
 同號數相乘スレバ其積常ニ正ニシテ異號數相
 乘スレハ其積負數タリ

三十五款

設シ

$$5ax^3 - 3ax^2 - 4ax + a^4$$

$$= 6a^2 - 2ax + 3a^3$$

ヲ乘ゼント欲ヒハ其草算

實法

$$5ax^3 - 3ax^2 - 4ax + a^4$$

$$6a^2 - 2ax + 3a^3$$

第一積 $30ax^3 - 18ax^2 - 24ax^3 + 6a^4x^2$

第二積 $-10ax^4 + 6ax^3 + 12ax^2 - 2ax$

第三積 $+15ax^3 - 9ax^2 - 12ax + 3a^7$

全積 $30ax^3 - 28ax^2 - 3ax + 14ax^2 - 14ax + 3a^7$

ナリ先ツ法ノ首項ヲ以テ實ノ各項

= 乘シ第一積ヲ得次ニ法ノ次項ヲ以テ實ノ各項
 = 乘シ第二積ヲ得又タ法ノ末項ヲ以テ實項ヲ偏
 乘シ未積ヲ得此三積ヲ合併シテ全積乃チ所求ノ
 積ヲ得尤モ同類項若干アルヲ以テ之ヲ減縮セシ
 先キニ二十三款ニ述タル如ク實式及ヒ法式ヲ序
 シテ乘法ノ計算ヲ容易ニスベシ又タ各分積ノ各
 項ヲ記スル必ズ其同類項ヲ同柱ニ書シ其減縮ヲ
 簡單ノベシ斯クノ如クスレバ所求ノ積ヲ序スル
 亦タ隨テ容易ナルベシ

三十六款 今マ茲コニ論ズル者ハ代数ニ於テ数次用ヒ
 計算ノ定理トナルベキ三箇ノ乘法ナリ、

一
$$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+ab \\ +ab+b^2 \\ \hline a^2+2ab+b^2 \end{array}$$
 此乘法ニ賴レバ兩幾何ノ和ノ自

乘數ハ其首幾何ノ自乘數加兩幾何ノ二倍積加
 末幾何ノ自乘數ニ等シキヲ觀ルベシ

二
$$\begin{array}{r} a-b \\ a-b \\ \hline a^2-ab \\ -ab+b^2 \\ \hline a^2-2ab+b^2 \end{array}$$
 此乘法兩幾何ノ差ノ自乘數ハ其

首幾何ノ自乘數減兩幾何ノ二倍積加末幾何ノ
 自乘數ニ等シキヲ示ス

三
 $a+b$
 $a-b$
 a^2+ab
 $-ab-b^2$
 a^2 $-b^2$
 此乘法ヲ熟視スレバ兩幾何ノ和

= 其差ヲ乘ズレバ所得ノ積兩幾何自乘ノ差ニ
 等シキヲ知ルベシ

右ノ三定理之ヲ代数方ニ書スル左ノ如シ

一 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 二 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 三 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

三十七款 第一注意 若シ實及ビ法式共ニ同性式ナレ

バ其積亦タ同性式ナリ何ントナレバ積ノ各項固
 ト實ノ一項ニ法ノ一項ヲ乘シ得タル者ナレバ其
 項ノ度必ス實項及ビ法項ノ度ノ和ナルベシ而シテ
 實ノ各項及ビ法ノ各項ノ度並ニ相同シ是レ實及
 ビ法共ニ同性式ナレバナリ故ニ積ノ諸項共ニ同
 度ニシテ積亦タ同性式ナリ
 猶ホ又タ積ノ度ハ其兩相乘式ノ度ノ和ニ等シ看
 ヲ三十五款ニ實四度法三度ニシテ並ニ同性式ナ
 ルヲ以テ積亦タ同性式ニシテ其度数七度ナリ乃
 チ四度三度ノ和ナリシヲ

三十八款 第二注意 苟モ同類項ハ之ヲ減縮スルニ因

リ積ノ若干項或ハ消失シ盡ク、乃チ三十六款ノ第
 三例ニ見ル如シ然レモ消失セザル者少ナクモ常
 ニ二項アリ實及ヒ法式共ニ一同文字ノ乗方ニ序
 セラルレバ彼ノ消失セザル二項一ハ實法ノ各首
 項ノ積ニシテ尚ホ一ハ實法ノ各末項ノ積ナリ
 之ヲ證スルニ若シ思考ヲ確定セン爲メ所設ノ兩
 相乘式一同文字ノ減乗方ニ序セラルト假想セバ
 實法ノ各首項其方指数并ニ他項ノ方指数ヨリ大
 ナルヲ以テ積ノ首項ノ方指数亦タ其末項ノ方指
 数ヨリ大ナリ故ニ之ヲ他項ト合縮スル能ハザル
 必セリ亦タ實法ノ各末項其方指数並ニ他項ノ方

指数ヨリ小ナル故ニ積ノ末項ノ方指数其他項ヨ
 リ小ナリ故ニ亦タ他項ト合縮スルヲ得ズ是レ積
 ノ諸項如何ニ減縮スルモ常ニ二項ヲ余マス所以
 ナリ委シキハ次ノ例ニ由テ知ルベシ

例

$$\begin{array}{r}
 a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4 \\
 a - b \\
 \hline
 a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4 \\
 -a^3b - a^2b^2 - ab^3 - b^4 \\
 \hline
 a^4 \qquad \qquad \qquad -b^4
 \end{array}$$

第四 除法

三十九款 先ツ一獨項式ヲ以テ一獨項式ヲ除シ仮リニ

$$5a^3b^2x \div 15a^5b^3xy^2$$

三十二款ニ論シタル如ク實ノ倍数ハ法ノ倍数ニ高ノ未知倍数ヲ乘シ得タル者ナレハ此未知倍数ハ5ヲ以テ5ヲ除シテ得ベシ即チ了トリ實ノ文字 a ノ方指数5ハ必ズ法ノ a ノ方指数3及ヒ高ノ a ノ未知方指数ノ和ナリ故ニ此未知方指数ハ5ヨリ了ヲ減シテ得ベシ即チ 2 、而シテ高ノ一因子 a^2 ナリ又タ實ノ文字 b ノ指数3ハ法ノ指数2及ヒ高ノ未知指数ノ和ナレ

バ3ヨリ了ヲ減シテ此未知指数ノ得而シテ高ノ二因子 b 或ハ b ナリ文字 x ハ實及ヒ法ニ在テ其指数同シケレバ高ニ入ル能ハザル必セリ文字 y ハ法ニ在ラザルヲ以テ必ズ實ト同指数ニ以テ高ニ入ラザルヲ得ズ故ニ所求ノ高式 $3a^2by^2$ ナリ而シテ證スル爲ニ $3a^2by^2$ ヲ以テ $5a^3b^2x$ ヲ乘ズレバ果シテ能ク $15a^5b^3xy^2$ ヲ再得スベシ

是ニ由リ次ノ規則ヲ得、
 兩獨項式ヲ相除スル法、法ノ倍数ヲ以テ實ノ倍数ヲ除シテ高ノ倍数ヲ得、實ノ各文字ヲ熟視シ

其實法 = 公共 = シテ實字ノ指数法字ヨリ大ナ
 レバ其文字ヲ高ニ記シ付ス = 實法ノ指数ノ差
 ヲ以テス若シ指数両方共 = 同一ナレバ散テ之
 ヲ高ニ記セズ若シ惟ダ實ノミニ在ル者ハ其指
 數ヲ以テ之ヲ書ス

例

$$7a^5b^2c^2d^{12} \div 28a^6b^5c^3d^3 = 4a^{-1}b^{-3}d^9$$

四十款 第一注意 除法ヲ行フ能ハザル時三アリ第
 一其實ニ在ラザル文字其法ニアルキ第二法ノ或
 ル文字實ニ在ルヨリ大ナル指数ヲ有スルキ第三

實ノ倍数法ノ倍数ヲ以テ殘リナシ之ヲ除スル
 能ハザルキナリ
 第二注意 若シ或ル文字ノ方指数實法中ニ同シ
 キキ之レニ一般ノ規則ヲ當テ行ハバ必ズ其實法
 ノ方指数ノ差即チ令ヲ以テ此文字ヲ書スルヲ要
 ス乃チ $3a^2b$ ヲ以テ $13a^2b^2$ ヲ除スレバ高 $5abx$ ヲ得扱テ先キ
 = 其高 $5bx$ タルベキヲ見ル然ラバ則チ因子 a^0 ハ積
 = 無關係ノ因子即チフヲ名代スルナルベシ
 斯クノ如キ信文サボール人屢バ之ヲ用ヒ實ノ或ル因子高
 = 至テ消失スル所ノ跡ヲ存ス然レモ a^0 ノ如キ信
 文常ニフニ等シキヲ記念セザルベカラズ

四十一款

今一獨項式ヲ以テ一多項式ヲ除シ仮リニ

ヲ以テヲ除セントス

$$30a^3bx^3 + 18a^4bx^2 - 24a^5bx$$

兩獨項式ノ積亦タ獨項式ナルニ由リ今所求ノ高必ズ一多項式ナリ扱テ三十三款ニ迷タル如ク一獨項式ヲ以テ一多項式ヲ乘スレバ其積亦タ多項式ニシテ項數記號前ニ同シ而シテ其之ヲ得ルノ法法式ヲ以テ一々實ノ各項ヲ偏乘ス故實ニ所求ノ高ハ法式ヲ以テ實ノ各項ヲ除シ付ス

ルニ實項ノ記號ヲ以テシテ之ヲ得ベシ

故ニ $6a^2bx$ ヲ以テ $30a^3bx^3$ ヲ除シ $5ax^2$ ヲ得之ヲ高位ニ書ス

同法ヲ以テ $18a^4bx^2$ ヲ除シ $3ax$ ヲ得之ヲ高ノ第二項ト

シ (+) 號ヲ付ス又タ同法ヲ以テ $24a^5bx$ ヲ除シ $4a^3$ ヲ得

之ヲ高ノ末項トシ (-) 號ヲ付ス乃チ所求ノ高 $5ax^2 + 3ax - 4a^3$ 得

是ニ由リ一獨項式ヲ以テ一多項式ヲ除セント欲

セバ法式ヲ以テ實ノ各項ヲ除シ高ノ各項ニ其實
項ノ記號ヲ付スベシ

乃チ $4abc^2$ ヲ以テ
ヲ除シ
ヲ得

$$12a^2b^2c - 8a^3bc + 20a^2bc - 4abc^2$$
$$3a^3b - 2a^2b^2 + 5ab^3 - b^4$$

注意 若シ法式ヲ以テ實ノ一項ヲ殘リナシニ除
スル能ハズンバ其除法亦タ行フ能ハズ

四十二款 一多項式ノ諸項若シ一因子ヲ共有セバ之ヲ
公共因子トナスル屢バ係要ナリ然ルルハ前多項

式ヲ分テ二部トシ一ハ公共獨項因子一ハ此公共
因子ヲ以テ前多項式ヲ除シタル高ナリ此高多項
式括弧ヲ以テ之ヲ包ム

一例
ヲ分チ
トナスベシ

$$30a^3bx^3 + 18a^2bx^2 - 27a^5bx$$
$$(5ax^2 + 3a^2x - 4a^3)6a^2bx$$

實

$$\begin{array}{r}
 30a^2x^5 - 28a^3x^4 + 3a^4x^3 + 5a^5x^2 - 14a^6x + 3a^7 \\
 - 30a^2x^5 + 18a^3x^4 + 24a^4x^3 - 6a^5x^2 \\
 \hline
 \text{第一殘} \dots -10a^3x^4 + 10a^4x^3 - a^5x^2 - 14a^6x + 3a^7 \\
 + 10a^5x^2 - 6a^6x^3 - 8a^7x^2 + 2a^8x \\
 \hline
 \text{第二殘} \dots +15a^4x^3 - 9a^5x^2 - 12a^6x + 3a^7 \\
 - 15a^4x^3 + 9a^5x^2 + 12a^6x - 3a^7 \\
 \hline
 \text{第三殘} \dots 0
 \end{array}$$

法

$$\begin{array}{r}
 5ax^3 - 3ax^2 - 4ax + a^4 \\
 6ax^2 - 2a^2x + 3a^3 \text{ 高}
 \end{array}$$

此除法、實法共ニXノ減乘方ニ序セララルヲ以テ未知高亦タXノ減乘方ニ序セララルヲ預知スベシ固ト實式ハ法及ヒ高ノ積ナルヲ以テ法及ヒ高ノ各首項ノ積必ズ實ノ首項ナルベシ何ントナレバ先キニ三八款ニ此積決シテ他者ト合縮スベカラサルヲ論ゼリ故ニ高ノ首項ハ法ノ首

四十三款

今多項式

$$5ax^3 - 3ax^2 - 4ax + a^4$$

ヲ以テ多項式

$$30a^2x^5 - 28a^3x^4 - 3a^4x^3 + 5a^5x^2 - 14a^6x + 3a^7$$

ヲ除サントス其

草算左ノ如シ

二例

$$12a^4b^2c - 8a^3b^2c + 20a^2b^2c - 4ab^2c$$

ヲ二分シ

$$4ab^2c(3a^2 - 2ab + 5ab^2 - b^3)$$

トナスベシ

項ヲ以テ實ノ首項ヲ除シ之ヲ得然レ其茲コニ着目スベキハ記號ナリ何ントナレバ實法兩式ヲ序スルニ從ヒ其首項或ハ正タリ又タ或ハ負タラザルヲ得ズ扱テ乘法ノ記號規則ニ隨ヘハ兩項同號ナレバ其積正ニシテ異號ナレバ負積ヲ生ズ是ニ由テ除法ノ記號規則ヲ製スル左ノ如シ

同號數相除スレバ其高正數異號數相除スレバ其高負數タリ

右ノ例ニ於テハ實法ノ首項并ニ正數ナレハ高ノ首項必ズ正數ナリ故ニ $5ax^3$ ヲ以テ $30ax^5$ ヲ除シ $6ax^2$ ヲ得之ヲ高位ニ書ス之ヲ以テ法ヲ乘シ其積ヲ實ヨリ

減スレバ得ル所ノ殘已ニ只タ法及ヒ高ノ余項ノ積ヲ含ム故ニ之ヲ第二實トナシ前ノ如ク除算ス右ノ計算左ノ如シ

$$\begin{array}{r}
 +6ax^2 \quad \text{ヲ} \\
 +5ax^3 = \text{乗シ} \\
 +30ax^5 \quad \text{ヲ得減スル爲メ} \\
 -30ax^5 \quad \text{トナシ實} \\
 \hline
 +6ax^2 \quad \text{ヲ} \\
 +3ax^3 = \text{乘シ} \\
 +6ax^2 \quad \text{ヲ} \\
 -3ax^3 = \text{乘シ} \\
 \hline
 +6ax^2 \quad \text{ヲ} \\
 -6ax^2 = \text{乘シ} \\
 \hline
 +6ax^2 \quad \text{ヲ} \\
 -4ax^3 = \text{乘シ} \\
 \hline
 +6ax^2 \quad \text{ヲ} \\
 -18ax^4 = \text{乘シ} \\
 \hline
 +6ax^2 \quad \text{ヲ} \\
 -24ax^3 = \text{乘シ}
 \end{array}$$

ノ首項ノ下ニ書ス
ヲ變シ實ノ第二項ノ下ニ書ス
ヲ變シ實ノ第三項ノ下ニ書ス
ヲ變シ實ノ第四項ノ下ニ書ス

ヲ得其記號ヲ變シ實ノ第三項ノ下ニ書ス終ニ
 $+6ax^2$
ヲ
 $+a^4$
ニ乘シ
 $+6ax^2$
ヲ得之ヲ
 $-6ax^2$
トナシ實ノ第四項

ノ下ニ書ス、而メ減ズベキ多項式ノ下ニ一横線

ヲ引キ同類項ノ減縮ヲ行ヒ第一残ニ

$$-10ax^4 + 21a^2x^3 - a^2x^2 - 17a^2x + 3a^7$$

第一残固ト法ニ高ノ未知項ヲ乘シ得タル者ナ

レバ其首項必ズ法ノ首項ニ高ノ未知項ノ首項

ヲ乘シタル積ナリ故ニ高ノ第二項ハ法ノ首項

ヲ以テ第一残ノ首項ヲ除シ之ヲ得ベシ故ニ

此ヲ以テ除シ之ヲ得之ヲ高ノ第二項トス此

第二項ヲ以テ法ノ諸項ヲ徧乘シ其積ヲ第一残

ヨリ減ズレバ第二残ヲ得其法前ノ如シ此第

$$+15a^2x^3 - 9a^2x^2 - 12a^2x + 3a^7$$

二残高ノ未知項ヲ法ニ乘シタル積ナレバ其首

項必ズ法ノ首項ニ高ノ未知項ノ首項ヲ乘シタ

ル者ナリ故ニ高ノ第三項ハ法ノ首項ヲ以テ第

二残ノ首項ヲ除シ之ヲ得ベシ故ニ

此ヲ以テ除シ之ヲ得之ヲ高ノ第三項トス此第三項

法ノ諸項ニ徧乘シ其積ヲ第二殘ヨリ減シ殘アレバ其殘必ズ法ニ高ノ未知項ヲ乘ゼシ者ナリ前ノ法ニ從ヒ減法ヲ行ヒ第三殘ニ零ヲ得是レ則チ除シ盡クスノ兆ニシテ乃チ所求ノ全高

$$6ax^2 - 2ax + 3a^3$$

ナリ右ノ例ニ隨ヒ次ノ規則ヲ作ル
 兩多項式ヲ相除スル法先ツ兩式ヲ一同文字ノ乗方ニ序シ次キニ法ノ首項ヲ以テ實ノ首項ヲ除シ高ノ首項ヲ得此首項ヲ法ニ乘シ其積ヲ實ヨリ減シ第一殘ヲ得法ノ首項ヲ以テ此第一殘

ノ首項ヲ除シ高ノ第二項ヲ得此第二項ヲ法ニ乘シ其積ヲ第一殘ヨリ減シ第二殘ヲ得斯クノ如ク一々除法ヲ行ヘバ亦タ從テ高ノ余項ヲ逐得スベシ而メ實若シ法及ヒ一ノ整多項式ノ正積ナレバ必ズ末殘ニ零ヲ得テ除法ヲ終ハルベシ

四卜四款

第一注意

除法ヲ行フ能ハザルキ五アリ第

- 一、其法實ニ在ラザル文字ヲ含ムキ、第二法ニアル
- 或ル文字ノ方指數其實ノ方指數ヨリ大ナルキ、第
- 三、實法ヲ或ル文字ノ或ル乗方増乗方カニ序シタ減減乗方カニ序シタル後チ實ノ首項法ノ首項ヲ以テ殘リナシニ除セ

ラレザル片、第四又夕實ノ末項法ハ末項ヲ以テ殘
 リナシニ除セラレザル片、第五、除約中或殘ノ首項
 法ノ首項ヲ以テ殘ナシニ之ヲ除スル能ハザル片
 ナリ

第二注意 除約中一殘出デ、除法ヲ行フ能ハザ

ル片ハ此殘ヲ名ケテ除法ノ殘ト曰フ而メ高ニ得
 タル諸項ニ法ヲ乘シ其積ニ右ノ殘ヲ加ノレバ必

ズ實式ヲ再得スベシ候令バ

$$4ax^2 + 5ax - 6a^2$$

$$3ax - 2a^2$$

$$\frac{4ax^2 + 5ax - 6a^2}{3ax - 2a^2}$$

其草算左ノ如シ

$$\frac{12ax^3 + 7a^3x^2 - 8a^4x + 2a^5}{-12ax^3 - 15a^3x^2 + 8a^4x}$$

$$\frac{4ax^2 + 5ax - 6a^2}{3ax - 2a^2}$$

$$\begin{array}{r} \text{第一殘} \dots\dots\dots = 8a^3x^2 + 10a^4x + 2a^5 \\ \phantom{\text{第一殘}} \dots\dots\dots + 8a^3x^2 + 10a^4x - 12a^5 \\ \text{第二殘} \dots\dots\dots + 20a^4x - 10a^5 \end{array}$$

者ニ等シ之ヲ證スル蓋シ難キニアラス

先ツ高ノ兩項 $3ax$ 及ヒ $-2a^2$ ヲ得次キ
 = 第二殘 = $20a^4x - 10a^5$ ヲ得、其首項ノ x ノ
 方指数法ヨリ小ナレバ法ノ首項
 ヲ以テ此第二殘ノ首項ヲ除スル
 能ハズ是レニ由テ正シク除法ヲ
 終ハルヲ得ズ而レモ實ハ法及ヒ
 $3ax - 2a^2$ ノ相乘積 = 除法ノ殘
 $20a^4x - 10a^5$ ヲ増ス

第五 代数分数

四十五款 凡ソ除法之ヲ行フ能ハザルキハ惟タ之ヲ示
スノミ是レガ爲ノニ實ノ下ニ法ヲ書シ間々ツル
= 除法ノ棒ト名クル一横線ヲ以テス即チ前款ノ

例中殘

$$\frac{20a^2x - 10a^5}{4ax^2 + 5a^2x - 6a^3}$$

ヲ得テ除シ盡クス可カラザルヲ以テ之
形ニ書シ已ニ得タル高項ノ右ニ記シ所求

ノ高ヲ完全ス

斯クノ如キ形ノ式之ヲ名ケテ代数分数ト曰フ然

レ此茲コニ論ズル分数ノ意決シテ算術分数ト同

一ナラズ夫レ算術ニ於テハ分数ノ母子必ズ整数

ナラザルヲ得ザレバ代数分数ハ何数(整、分、正、負、数、ノ、差、別、ナシ)

ヲ論ゼズ皆ナ其母子タルヲ得ベシ故ニ代数分数

ノ意ハ則チ除法ノ實式分子ノ名ヲ取り法式分母

ノ位ニ在ル所ノ一高ニ外ナラズ

然レバ代数分数ノ計算概ネ算術分数ニ類似ス

四十六款 凡ソ分数同数ヲ以テ其母子ヲ乘シ或ハ除ス

ルキハ其值更ニ變ゼズ

之ヲ證セン爲メ假リニ分数ニ入ル所ノ文字ニ其
 同数ヲ代エレバ分子ヲトナリ分母ヲトナル然ル
 ルハ分数ノ値ハ右ノ兩分数式ノ高即チ $\frac{6 \times 11}{5 \times 7}$ ナルニ
 シ若シ其母子ノ及ヒ分ニ一同数ヲ乘ズレバ分
 子 $\frac{6 \times 11}{5 \times 7}$ トナリ分母 $\frac{7 \times 4}{11 \times 3}$ トナル故ニ兩式ノ高
 同シ或ハ公共因子ヲ及ヒテ母子ヨリ去レバ $\frac{6 \times 11}{5 \times 7}$
 トナリ即チ高ノ値更ニ變ゼズ
 分数ノ母子ヲ同数ニテ除スルモ其値變ズルナキ
 ヲ證ル亦タ斯クノ如シ
 乃チ $\frac{2a}{3b}$ $\frac{4a^2}{6ab}$ $\frac{4a^2 - 2ab}{6ab - 3b^2}$ ハ其ニ同値分数ナリ何トナレハ

第二式ハ第一式ノ母子ニ $2a$ ヲ乘シ第三式ハ第
 一式ノ母子ニ $2a - b$ ヲ乘シ得タル者ナリ之ヲ天地
 スレバ $2a$ ヲ以テ第二式ノ母子ヲ除シテ第一式
 ヲ得或ハ第一式ハ $2a - b$ ヲ以テ第三式ノ母子ヲ除
 シ之ヲ得ベシ
 四十七款 分数ヲ約セント欲セバ其母子ノ公共因子ヲ
 去ルベシ若シ母子共ニ獨項式ナレバ此因子ヲ見
 出スノ難キニ非ズ

仮令バ分数 $\frac{48a^3b^2x^4}{60a^2b^2x^4}$ アリ其母子 $12a^2bx^4$ ヲ以テ之ヲ除スベ
 キ故ニ除法ヲ行ヒ $\frac{4ab}{5x^2}$ ヲ得

若シ母子共ニ多項式ナレバ各式ノ諸項ニ共有
 スル因子ヲ求メ之ヲ各式ノ公共因子トナスベ
 シ然ルハ母子ニ共有スル獨項因子ヲ容易ニ
 幾見スベシ括弧内ノ多項式亦タ或ハ單ナル多
 項因子ニ小分シ其内ヨリ亦タ分数母子ニ共有
 スル多項因子ヲ求得スベシ

仮令バ分数

$$\frac{36a^4b^2 - 36a^3b^4}{54a^4b^3 - 108a^3b^4 + 54a^2b^5}$$

アリ其分子

$$36a^3b^2(a^2 - b^2)$$

或ハ

$$36a^3b^2(a+b)(a-b)$$

トナリ其

分母

$$54a^2b^3(a^2 - 2ab + b^2)$$

或ハ

$$54a^2b^3(a-b)(a-b)$$

トナリ

ルニ故ニ

所設ノ分数

$$\frac{36a^3b^2(a+b)(a-b)}{54a^2b^3(a-b)(a-b)}$$

$$\frac{2a(a+b)}{3b(a-b)}$$

トナリ得ベシ此分数ヲ觀ルニ其母子

$$18a^2b^2$$

$$(a-b)$$

ヲ以テ之ヲ除スベシ即チ此公共因子ヲ去リ

或ハ $\frac{2a^2+2ab}{3a^2-3b^2}$ ヲ余マス斯クノ如キ變形ノ練習代数計

算ニ於テハ頗ル大助ナリ

四十八款

一分数若シ一整幾何ニ連ラナルアレバ之ヲ

縮メテ一分数式トナスベシ其法算術ノ法ト相同
 シ夫レ分数ノ分母ヲ以テ整幾何ヲ乗シ並ニ除ス
 レバ更ニ整幾何ノ値ヲ變ゼザルベシ乃チ同分母
 ノ兩分数式ヲ得故ニ其分子ノ和ニ公共分母ヲ付
 シ之ヲ一式ニ合縮スベシ何ントナレバ凡ソ幾箇
 幾何ノ和ヲ除スル其各幾何ヲ除シ得ル所ノ高ヲ
 相加フルニ同ジケレバナリ

仮令バ式 $4b + \frac{a-b^2}{a}$ 或ハ $4b + \frac{a^2-2ab+b^2}{a}$
 アレバ乃チ $\frac{4ab+a^2-2ab+b^2}{a}$ 或ハ $\frac{a^2+2ab+b^2}{a}$
 又タ或ハ $\frac{(a+b)^2}{a}$ ヲ得ベシ

又タ反テ一分数式ノ母子一同文字ノ乗方ニ序
 セラレ分子ノ首項正シク分母ノ首項ヲ以テ之
 ヲ除スベキキハ多少ノ除法ヲ行ヒ整高ヲ求メ
 一分数ヲ作テ整高ヲ完全ス此分数其分子ハ除
 法ノ殘ニシテ其分母ハ所設分数ノ分母ナリ
 仮令バ分数 $\frac{(a-b)^2}{a-2b}$ 或ハ $\frac{a^2-2ab+b^2}{a-2b}$ アリ除法ヲ行ヘバ商
 a 殘 b^2 ヲ得故ニ所設ノ分数ヲ $a + \frac{b^2}{a-2b}$ トナスベシ
 右ニ論スル数種ノ變形代数中最モ繁用ノ者ニシ
 テ或ハ問題ノ解法ニ用ヒ或ハ計算ノ定理ヲ解ク
 爲ノニ需ユ豈ニ不練ニシテ可ナランヤ

四十九款

加法

相加フベキ分数同分母ナレバ唯ダ分

子ヲ相加ヘ其和ニ公共分母ヲ與フベシ

若シ相加フベキ分数異分母ナレバ各分数ノ母

子ニ他分数ノ分母ノ積ヲ乗シ之ヲ齊同通分ス

仮令バ分数 $\frac{a^2-ab}{a+b}$ $\frac{ab+ab^2}{a-b}$ $\frac{a^2-b^2}{a}$ ヲ相加フルキハ甲分数ノ

母子 = ab 及ヒ a ヲ乗シ乙ノ母子 = ab 及ヒ a ヲ

乗シ丙ノ母子 = ab 及ヒ a^2 ヲ乗シ

三分子ヲ相加シ其和ニ公共分母ヲ付シ同類項ヲ

合縮スレバ $\frac{3a^2+ab^2}{a^2-ab^2}$ トナルベシ

若シ所設分数ノ分母并ニ公因子ヲ有スルキハ

最小同分母ヲ求ム其方算術ト同一ニシテ各分

母ヲ其最單因子ニ小分シ其方指数ノ最大ナル

者ヲ擇ンデ之ヲ相乗スレバ普通分母ヲ得ベシ

又タ各分数ノ新分子ハ其分母ヲ以テ此普通分

母ヲ除シ商ニ其旧分子ヲ乗スレバ之ヲ得斯ク

ノ如ク同分母ヲ求メシ後チハ前ノ如ク之ヲ加

五十款

減法

兩分数式ヲ相減スル先ツ其同分母ヲ求

メ次キニ甲分子ヨリ乙分子ヲ減シ其差ニ同分母

ヲ與フ

仮令バ $\frac{a+b}{a-b}$ ヲリ分数 $\frac{a-b}{a+b}$ ヲ減セントス此兩分數ヲ

通分シ $\frac{a+2ab+b^2}{a^2-b^2}$ 及ヒ $\frac{a-2ab+b^2}{a^2-b^2}$ トナシ甲分子ヨリ乙ヲ減ズ
 レバ $4ab$ ヲ余マス此差ニ同分母ヲ與ヘ $\frac{4ab}{a^2-b^2}$ トナシ
 之ヲ減得ノ式トナス

五十一款

整幾何ヲ以テ分子ニ乗ズベシ

乘法 一分数及ヒ一整幾何ヲ相乗スル唯タ
 分数ノ各文字ニ其同数ヲ代ヘ分子分母ヲト
 ナリ整幾何ヲナリト假想セバ今数值ハ $\frac{5}{3}$ ヲ以
 テ $\frac{5 \times 4}{3 \times 7}$ ヲ除シタル者即チ $\frac{5 \times 4}{3 \times 7}$ トナリ之ニ $\frac{5}{3}$ ヲ乘シ
 $\frac{5 \times 4 \times 2}{3 \times 7 \times 9}$ ヲ得ベシ
 今マ分子 $\frac{5}{3}$ ニ $\frac{2}{9}$ ヲ乘ズレバ其積 $\frac{5 \times 2}{3 \times 9}$ トナル若シ

其分母ニ $\frac{5}{3}$ ヲ與フレバ得ル所ノ結果 $\frac{5}{3}$ ヲ以テ
 $\frac{5 \times 2}{3 \times 9}$ ヲ除シタル者即チ $\frac{5 \times 2 \times 3}{3 \times 9 \times 7}$ ナルベシ此結果前者ニ
 異ナル只ダ因子ノ順ニ過ギズ是レ先キノ規則
 ノ証ナリ

仮令バ $\frac{ab}{a^2-b^2} = a-b$ ヲ乘シ積 $\frac{ab(a-b)}{a^2-b^2}$ 或ハ $\frac{ab(a-b)}{(a+b)(a-b)}$ 又タ或ハ $\frac{ab}{a+b}$ ヲ
 得ベシ

又タ整幾何ヲ以テ今数ノ分子ヲ乘ゼズシテ其
 分母ヲ除スルモ亦ク同結果ヲ得ベシ其証前ノ
 如シ

注意 凡ソ今数其分母ニ等シキ数ヲ以テ之ヲ乘
 ゼント欲セハ唯ダ其分母ヲ去ルベシ乃チ簡單ヲ

要スル爲メ分數ヲ $\frac{a}{b}$ トナシ之ニ b ヲ乘ズレバ先
 キノ規則ニ從ヒ ab ヲ得此分數之ヲ約スレバ a ト
 ナル是レ只ダ前分數ノ分母ヲ去リタル者ニ等シ
 五十二款 兩分數式ヲ相乘スルキハ兩分子ヲ相乘シ又
 タ兩分母ヲ相乘スベシ

若シ甲分數ノ分子値ヲ $\frac{5}{7}$ 分母ヲ $\frac{2}{9}$ トナシ又タ
 乙分數ノ分子ヲ $\frac{3}{4}$ 其分母ヲ $\frac{1}{11}$ トナセハ甲分數
 値ハ $\frac{5}{7}$ ヲ以テ $\frac{3}{4}$ ヲ除シタル者即チ $\frac{5 \times 3}{7 \times 4} = \frac{15}{28}$ 等シク
 乙分數値ハ $\frac{11}{9}$ ヲ以テ $\frac{2}{9}$ ヲ除シタル者即チ $\frac{2 \times 11}{9 \times 9} = \frac{22}{81}$
 等シ故ニ兩分數ノ積ハ $\frac{15 \times 22}{28 \times 81} = \frac{330}{2268}$ ナリ

今マ若シ所設分數ノ兩分子 $\frac{3}{4}$ 及ヒ $\frac{2}{9}$ ヲ相乘ス
 レバ其積 $\frac{3 \times 2}{4 \times 9} = \frac{6}{36}$ ヲ得又タ其兩分母 $\frac{7}{8}$ 及ヒ $\frac{11}{8}$ ヲ相乘
 スレバ其積 $\frac{7 \times 11}{8 \times 8} = \frac{77}{64}$ ナリ故ニ所求ノ新分數ハ $\frac{6}{36} \times \frac{77}{64}$ ヲ以
 テ $\frac{3 \times 2 \times 7 \times 11}{3 \times 4 \times 9 \times 8}$ ニ等シ此分數前分數
 = 異ナル只ダ其因子ノ順ニ過ギズ是レ本款規
 則ノ證ナリ

仮令ハ $\frac{6ab}{a^2-b^2} = \frac{a+b}{2a}$ ヲ乘ズレバ其積 $\frac{6ab(a+b)}{2a(a^2-b^2)}$
 或ハ $\frac{6ab(a+b)}{2a(a+b)(a-b)}$ 又タ或
 ハ $\frac{3b}{a-b}$ ナリ

相乘ノ分數式幾箇アルモ其規則亦タ同一ナリ

五十三款 除法 一 整幾何ヲ以テ一分数式ヲ除スルハ

ハ此整幾何ヲ分数ノ分母ニ乗ズベシ又タ除スベケレバ整幾何ヲ以テ其分子ヲ除スベシ

例 $a-b$ ヲ以テ $\frac{a^2-b^2}{2a}$ ヲ除スレハ其高 $\frac{a^2-b^2}{2a(a-b)}$ 或ハ $\frac{(a+b)(a-b)}{2a(a-b)}$ 又タ

一分数ヲ以テ一 整幾何ヲ除スルキハ法分数ノ母子ヲ倒置シ以テ整幾何ヲ乗ズベシ

例 $\frac{(a-b)2a}{b}$ 又タ 或ハ $\frac{a^2-b^2}{2a}$ ヲ除スレバ其高 $\frac{(a^2-b^2)2a}{a^2-b^2}$ 或ハ $\frac{(a+b)(a-b)2a}{(a+b)b}$ 又タ

兩分数式ヲ相除スルハ法分数ノ母子ヲ倒置シ之ヲ實分数ニ乗ズベシ

例 $\frac{4ab^2-4b^3}{15ax}$ ヲ以テ $\frac{2ax-2b^2x}{5ab}$ ヲ除スレバ其高 $\frac{(2ax-2b^2x)15ax}{5ab(4ab^2-4b^3)}$ 或ハ $\frac{22.5ax^2(a+b)(a-b)}{22.5a^2b(a-b)}$ 又タ

右ノ三則之ヲ證スル法皆ナ乗法規則ノ如シ
五十四款 若シ帶分数式ヲ相乗除スルキハ先ツ整幾何及ヒ分数ヲ一式ニ合縮シ次キニ常分数式ノ如ク相乗除スベシ

