

428
71
3

東方學
標高平圖幾何學

算學教程講本卷六
標高平圖幾何學之部

第一教

平圖幾何學の本旨

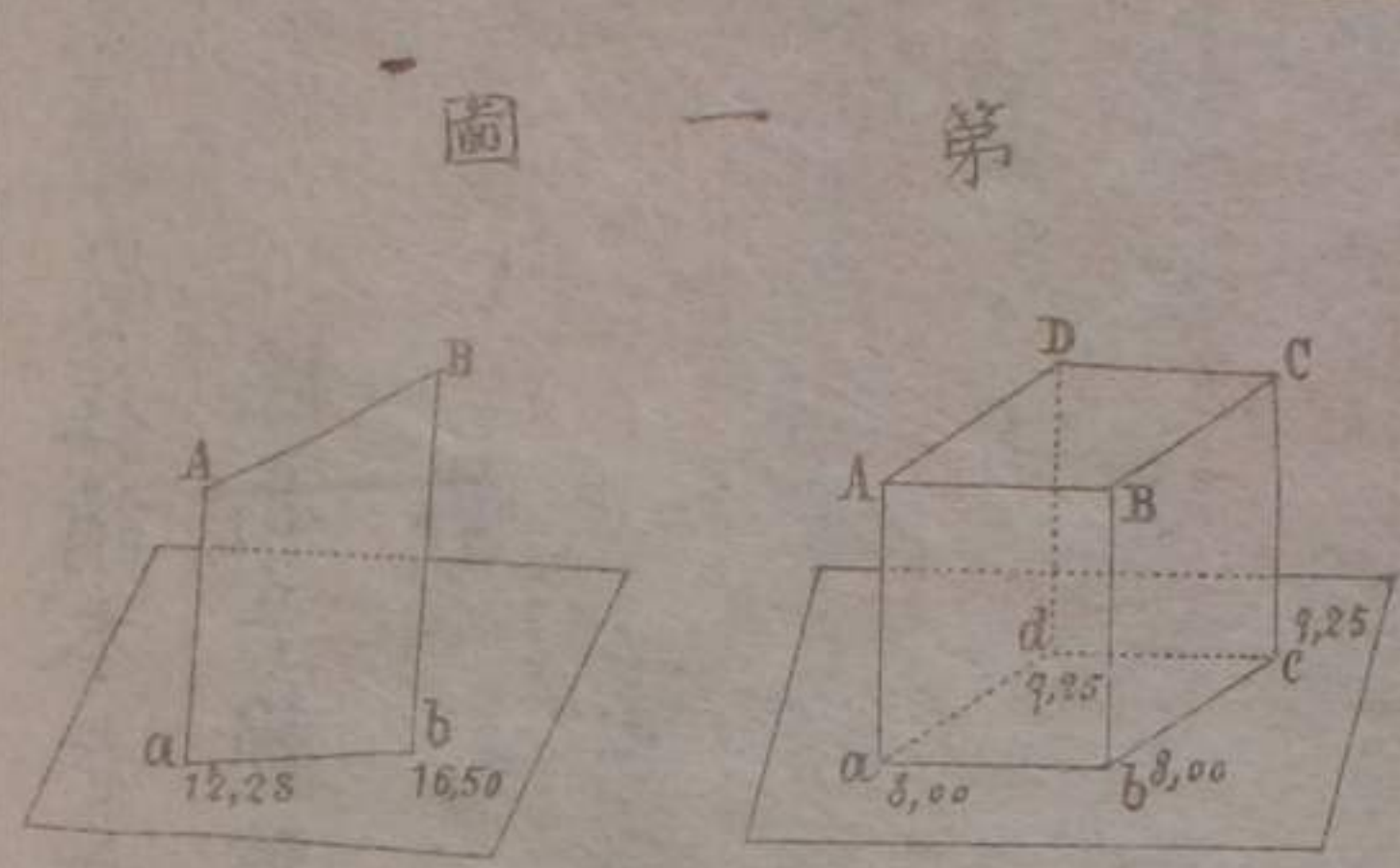
平圖幾何學を空際に於て三個の長度を有てる体を二個の
長度を有てる一平面上に頭とし而して此平面中に於ける
諸體圖に依り此體に關する諸設問を解くを旨とし
且て諸體及び其城の法に於ても幾何圖を用ひ一平面上
に物品の真圖を頭とし其體の諸性質を全し其真形を精
密に定むる事を得せしむ是れ平圖幾何學の要用なる所以
なり

畫形影の法

標高平圖幾何



平圖幾何學の本旨を遂げんとす畫形影を用ふ此法一々水
 平一々垂直なる直交せる二個の定平面上に於て体を寫影
 して以て其形狀を十分顯す事を得せしむるものなり之
 を二面平圖幾何學ト名く



又一寫影平面即ち水平面のみを用ひ
 諸体の畫形影の傍に於て此點の高さ
 を顯すに數を記す之を標高と名く
 故に(第一圖) a b c d を A B C D の畫
 形影を顯すし而して 8^m.00 の標高を A
 及び B の點を寫影平面上 7^m.25 及び
 C 及び D の點を 8^m.00 に在り又
 次の a b を A B の畫形影として寫影

第一圖

平面上 A 點を 12^m.25 B 點を 16^m.50
 何學と名く 畫形影の法を定むる幾何學の設論

平圖幾何學を了解せんは能く畫形影の法を定むる幾何
 學の設論を記憶せざるべからず其要用なる者を擧ぐ

設論

第一 平面と一直線中よりある三點或は相交截せる二
 直線或は平行せる二直線或は一點と一直線とに依て決定
 す
 第二 一直線平面に直立せるは其直線の底を過き且つ
 其平面上に在る二直線に直立せる時在り

第三 一點ヨリ平面上ニ下せる垂線を其點ヨリ其平面までの最近距離なり

第四 空際の一點Aヨリ平面上ニ垂線ABを下し其底Bヨリ其平面上ニ在るPQの某直線上ニ第二の垂線BCを作る時此A點をC點ニ聯接せる直線をPQの直線ニ直立し

第五 平行せる直線を同一平面上ニ直立す又之を反言せ

第六 一直線平面と平行せるよを其平面上ニ在る直線と平行せれも可なり

第七 一個の同一直線ニ直立せる二平面も互ニ平行せ又之を反言せ

第八 平行せる二平面と第三の平面との交線も相平行

而して其平行平面間ニ夾める平行せる各直線も相等し

第九 同一平面上ニ在らざる二角の各邊相平行して且つ同方向ニ向ける時も此二角も相等し而して其平面も相平行

定説

第十 一點ヨリ平面上ニ下せる垂線の底を其平面上ニ於ける此點の畫形影と名く

第十一 直線の平面上ニ於ける畫形影を其直線の諸點の其平面上ニ於ける畫形影の幾何地なり

設論

第十二 直線の平面上ニ於ける畫形影も亦直線なり是れを設くる所の直線を過ぎて寫影の平面と直角ニ作れる平

面即ち投影の平面と名くる者の寫影の平面上に於ける跡あり

第十三 二個の直線空際にて相平行する時を某平面上に於て此二線を投影する所の各平面及び此二線の畫形影も同しく相平行也

第十四 直線平面にて成す角を其直線其平面上に於ける其畫形影にて成す鋭角を以て測るなり

第十五 二平面の角を此二平面の交線の同一一点より此二平面上に建てたる二個の垂線にて成る角を以て測るなり

第十六 一直線平面に直立する時を此直線を過ぎて作れる凡ての平面を原平面に直立す

第十七 二個の平面互に直立する時を第一平面の某点より第二平面に直立せば凡ての直線は全く第一平面上に在り

第十八 某平面他の交截せず二平面に直立する時を此平面を此二平面の交線に直立す

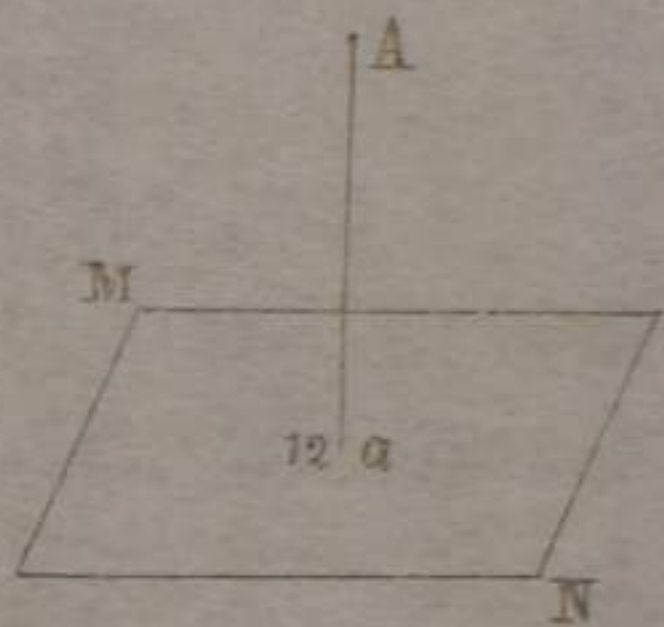
寫影平面

寫影平面を土地の各点の下方を過く不水平面あり而して寫圖せんと欲する土地或は物体の各點を此平面に直立せば各線即ち鉛線に依て寫影するあり而して此寫影平面と各点との間を在る此鉛線の長さを則ち此各点の標高を以て

點を寫圖する事

第二圖 空際のある一点を其水平影と此點より一定せず

第二圖



水平面MNまでの距離を標する所のAAの
標高とよ依て寫圖せるなり
水平影を空際^に於けふ一點の占位と一
き直立線を知らしむるのみよして標高

を以て全く此直立線中Aの一點の位置を定むるなり設使
をaの畫形影の傍に於て12の標高を記す時は此Aの直
立線中の一點の位置を定むる為めよ唯aの點より起り
此直立線中^に於て12^mを取きと可なり

同一畫形影を有てふ種々の點

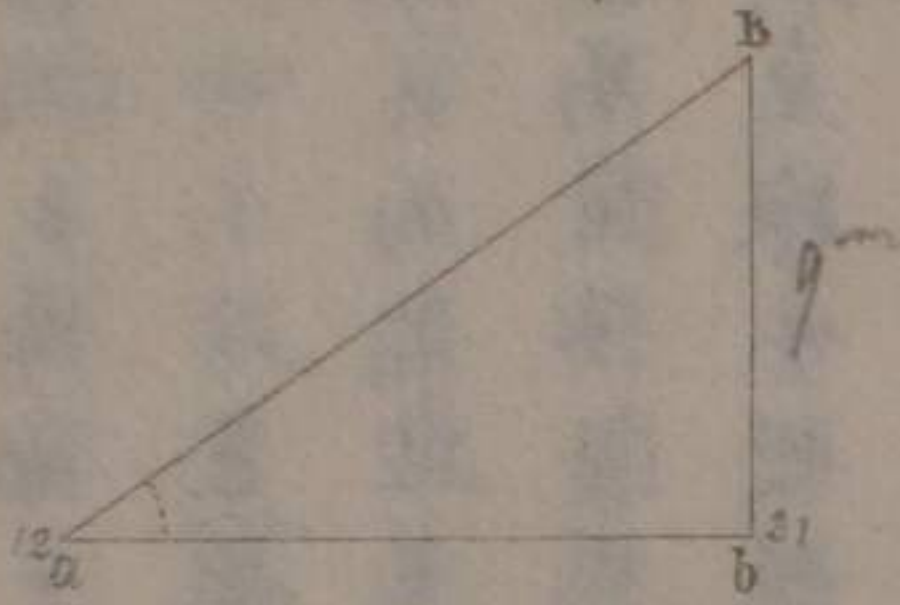
同一直立線中^に於て同一畫形影を有てふ數個の點を注意
し其全點を標示せんと欲する時は其單影の傍に於て其寫
影をへき點數丈けの標高を記すへし而して其最大ふ不

標高を其最高點に應するなり

直線を寫圖せる事

直線を其畫形影及^て其二點の標高に依て寫圖せるなり
空際の直線も確定せふ二點を有てる故直線を二點を以て
精密に決定する事を得へし

第三圖



故に(第三圖)設使を直線の二點の畫形影
a及^てbを12及^て21と標高せる者とす
而してa點を以てb點に聯接する時を
此直線の畫形影を得へし是れ即ち此寫
影せふ水平面と此直線を過くふ直立面
との交線なり此水平影abを此直線を過むへき直立面を決
定する者よして已知の兩標高を以て全く此直立面中直線

の位置を定むるあり
圖の紙面の廣狹不十分あるを以て各水平影を皆或不一定の梯尺に減縮せり然きとも其各標高を皆真數を記す

直線の真長

直線の兩端12及び21と標高せる者の水平影をabとあし12と標高せず最低點を過くず水平面上に於てabを樞錠とあし此直線を投影する直立面を折り反へして之を重ぬる時をaの點を止つて動りす而してbに寫影する一點を兩端の標高差即ち圖の梯尺に於て $bB=9^m$ の距離に於てabの直線の垂線中に重なるへし今又aBを联接する時を此直線を即ちabの畫形影を底としbBの標高差を高さとし是れ直角三角形の斜邊

よして其真長を以て重なるへし故に圖の梯尺に於てabを測り設使を 22^m とせきをa及びbに於て寫影する二點を联接したる空際れの直線の真長に於て $ab = \sqrt{22^2 + 9^2}$ を得るなり

直線の傾斜角

直線の水平との傾斜角即ち其水平面とて成す所の角を直線の傾斜角と名く此角を此直線其水平影或を此影の平行線とて成す所の角を以て測る事幾何學に於て已知る如し故に(第三圖)同一梯尺を以て底及び高さを測定せしれをabに寫影する直線の傾斜角をBabあり

直線の傾斜

直線の水平とて成す傾斜角の正切を此直線の傾斜と名

第三圖 bab の直三角形に於て此直線の水平とて成す所の鋭角 Bab の正切を其對邊と傍邊の比 Bb/ab 即ち其標高差と畫形影との比に等し故に梯尺に於て値せよ ab を以て 22^m とそれを ab に寫影せる直線の傾斜を $9/22$ あり然る時を之を其直線 $9/22$ に於て傾くとし ab あり而して高さ即ち標高差を底即ち畫形影の $9/22$ にして底を高さの $22/9$ ありとす意あり此傾斜を知る時を已知高即ち標高差に應せる底即ち畫形影を求め得へし而して又之を反言すへし

此傾斜をして常に一を分子とする分數に化し得へし故に

此傾斜設使を $9/22$ あり時も

$$\frac{9}{22} \times \frac{1}{22} = \frac{9}{484}$$

$$\frac{1}{22} \times \frac{1}{22} = \frac{1}{484}$$

$$\frac{9}{484} - \frac{1}{484} = \frac{8}{484} = \frac{2}{121}$$

を得へし

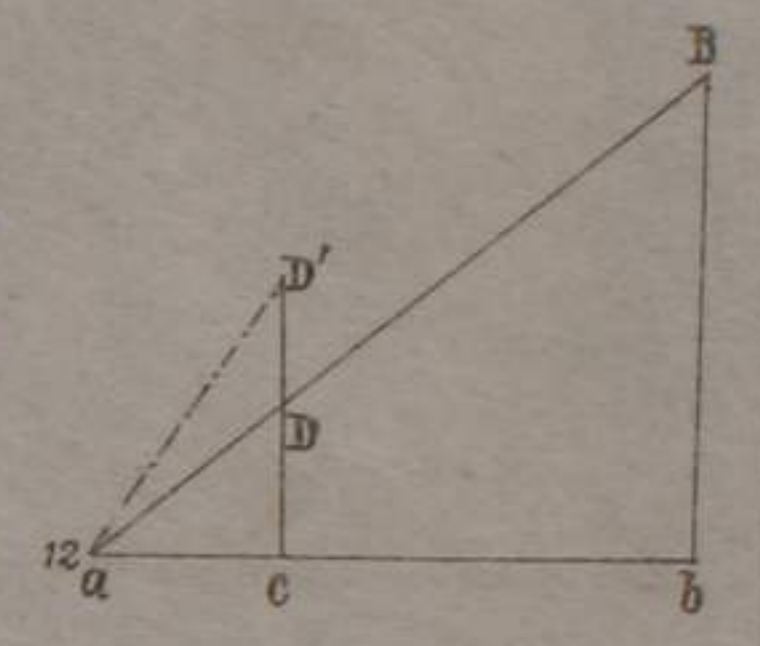
直線水平或を直立ある所の場合

水平線を其畫形影及び此線を含む所の水平面の標高即ち其畫形影の兩端に記せよ標高に依て寫圖せるあり此時に其真長を其畫形影に等し又直立線を其畫形影即ち其線の水平面に交じり單點に依て寫置せるあり而して其各點中或は二個の距離を標高差に依て之を知るあり

實際に於て三點一直線中に在る所の性質

第四圖 實際に於て三點一直線中に在り而して abc に於て寫影せよ若し考る時を此各點を联接せよ直線を以て最低點を過ぐる水平面上に重ぬる時を c 及び b に寫影せる二點を D 及び B に於て重なるへし而して Dac 及び Bab の相似

圖四第



三角形に於て
 $\frac{Dc}{ac} = \frac{Bb}{ab}$
 の比例式を得然るに

とaに寫影せる點の標高差なり故に空際に於て三點一直線中に在る時其各標高差を其各畫形影の距離と比例するあり又之を反言して同一直線中に寫影せる三點即ち同一直立面中に在る三點に於て若し此性質を合する時此三點を空際に於て一直線中に在るあり其故を若し此三點を函める直立面を以てabを樞鉸の如くにして最低點を過く不水平面上に重ね而して第四番の如くc及びbに寫影せる各點をD'及びBに於て重りたりとす此を設想に依て

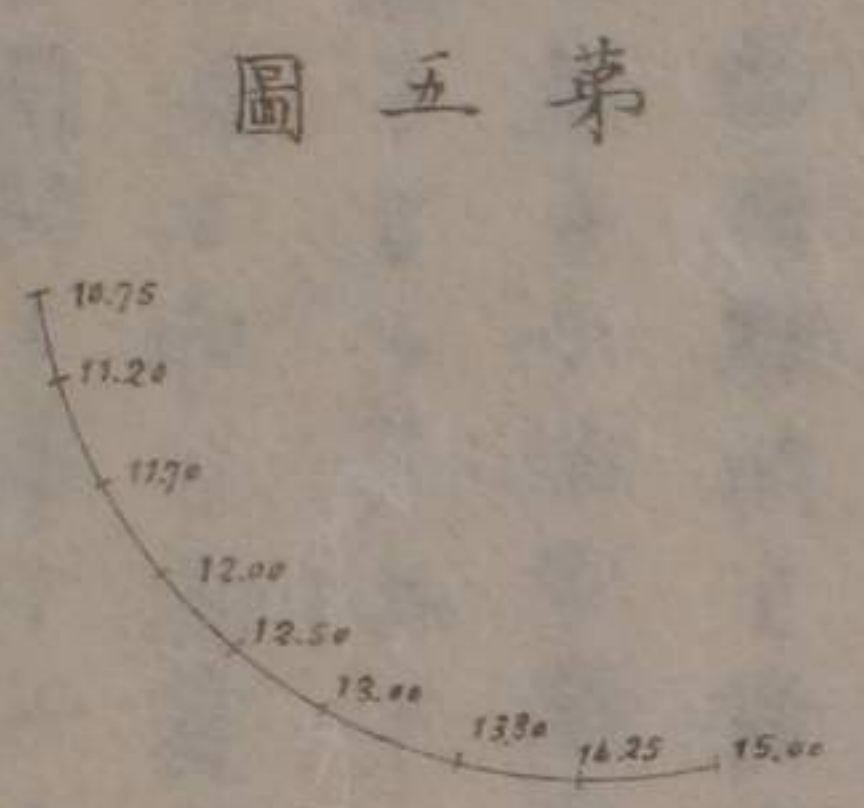
$\frac{D'c}{ac} = \frac{Bb}{ab}$
 を得る故にD'ac及びBabの三角形を比例を不二邊の間を等角を有て不故相似形あり而して

$\angle D'ac = \angle Bab$
 としてD點を全くD

點にしてaBの直線中に占位せしき者あり

曲線を寫圖を不事

曲線を直線の如く其水平影に依て寫圖を不あり但し第五番曲線の一點より一點まで直線と一様にあるべき為め十分接近せば諸點若干個の標高を得るを要す故に極多邊數の多角形を以て此曲線に代用すし而して設問中曲線に關する者を直線



圖五第

の設問に導くへし今若し此寫圖をへき曲線或不水平面上
に在る時を其畫形影及び此面の同標高を以て全く之を寫
圖するに足れり

曲線と平面曲線即ち其各點皆同一平面上に在るものと及び
凹凸曲線即ち前の性質に適當せざる者の二種を區分す幾
何學に於て曲線を極小邊の無窮多角形として考定せり而
して設くる所の一點の切線を此點を一分とせし直線状を
る一微分を以て雙方に引長せる者は異なるに又此切線は
直立せし凡ての線を以て法線と名く

平面○水平線○最大傾斜線

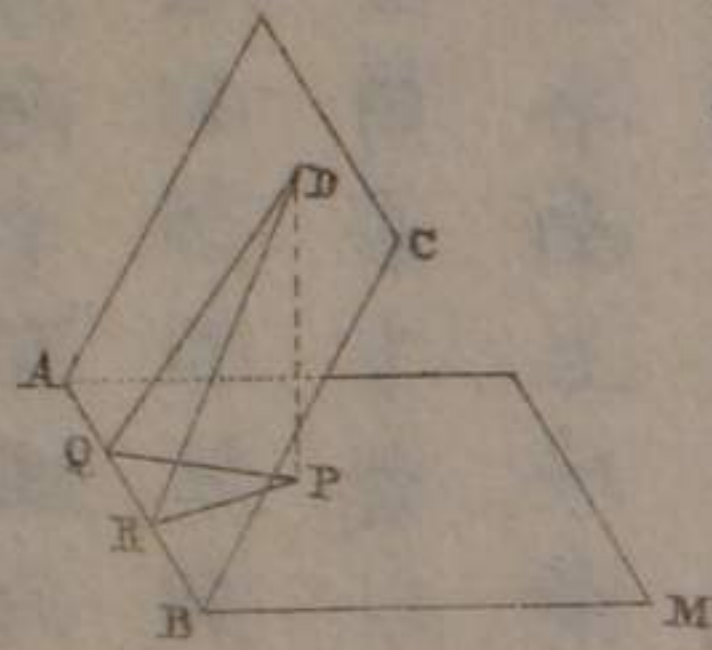
第六圖 平面の水平線と名くはABの直線は循てAMの水平面
を截りしるABCの某平面に於て若し此平面を許多の水平面

にて交截せると考ふれを其許多の交線を皆ABと平行せり
あり而して之はABCの平面の諸水平線と名く

平面中種々の點を過ぎて作れる各水平線との無線を此平
面の最大傾斜線と名く

ABCの平面中Dの一點水平面中Pに於て寫影せると考へ此
平面中ABの線との無線PQを作りDQを联接する時ハ則ち水
平線との無線を得へし而して此DQを即ち最大傾斜線あり

第六圖



蓋し此平面中此の如く作れる線を他の
諸線より最大なる傾斜を有てをあり設
使を今PRに於て寫影をふDRの某線を作

る時をDPQ及びDPRの直角三角形に於て

$$\text{tang} \theta = \frac{DP}{PQ}$$
$$\text{tang} \beta = \frac{DP}{PR}$$

を得而して此兩分數を同じ分子を有ち而して無線PQを斜線PRより小なる故DQの傾斜をDRの傾斜より大にしてR角をR角より大なり

故に平面上を滑下する体即ち水滴の如き者を常に此最大傾斜線に循て流下するあり

水平と平面との角

最大傾斜線と其畫形影とにて成す角を即ち水平面とABCの平面との角を測る者あり蓋し此角をABの交線に於て兩平面上に作れ各無線にて成れをあり故に平面の傾斜を即ち其面の最大傾斜線の傾斜に等し

水平線の畫形影及び最大傾斜線の畫形影に於ける關係

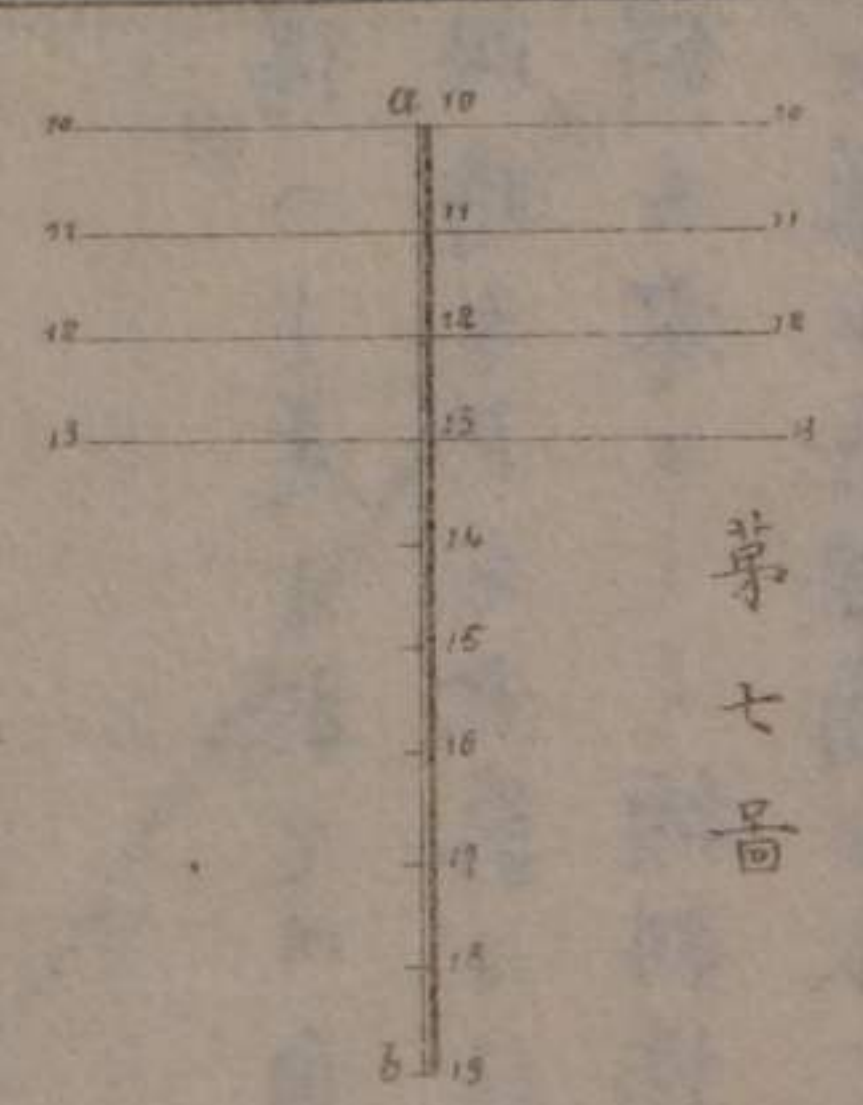
前より經見せる如く最大傾斜線の畫形影PQをABに直立すは故凡そ各最大傾斜線の畫形影を皆PQと平行し而して此平面のABの水平跡と平行せる各水平線の畫形影は直立す

平面を寫圖せる事○等距水平線○傾斜梯尺

二個の平行線を平面の位置を決定する故若し二個或を數個の水平線の標高及び其畫形影を得る時を此平面を則ち寫圖せる変を得へし然れとも諸平行線及び諸水平線の連列を必し同一平面中に在らざるを注意をへし故に此諸線の同一平面中に在る為を其諸線同一直線に依著するを要す而して此の如き性質を其水平影の距離其標高差と比例する時に於て成るへし此の如くせんを其各畫形影を等距離に作り又之を等距離の諸平面上に在りて其

各標高を等差級數を成る者と定む而して圖に於てを此平面の各水平線を多く整數を以て一米突毎に標高を有るあり
 (第七圖) 平面の各水平線の方向に直立せし直線 ab を作り此最大傾斜線の畫形影中に諸點を設く但し此諸點を各水平線の畫形影にて此 ab を截す所の點にして其各點を之を標高とするあり然る時を此 ab の直線を以て平面の傾斜梯尺と名く此梯尺を平面を寫圖する為めに十分あり者あり其故を此諸點に垂線を作くる時を隨意に若干數の水平線を求め得へけきをあり此傾斜梯尺を其名稱の如く直に平面の傾斜を定め得へし設使を若し二點の畫形影の距離を P とし其標高差を d とすれを此直線の傾斜を d/P として前より經見せし如く平面の傾斜と全く相等し故に幾何學に依り

第七圖



d を高さとし P 底とせし直角三角形を作り以て平面と水平との傾斜を得へし又此平面の傾斜梯尺を細線を以て之を記るし其傍に於て標高の各畫を記す而して通常他の粗線を以て之と並へ以て通常の直線と混せざらむ但し其方向を一定し其位置を隨意とするへし

前二法中此或を彼を用ゆる所の場合

平面を寫圖すべし二法を前已に經見せり即ち一を其諸水平線に依り一を其傾斜梯尺に依る者あり實用に於てを其場合より從ひ此二法中此或を彼を用申蓋し其實同一に歸すれとあり

水平面及び無直面

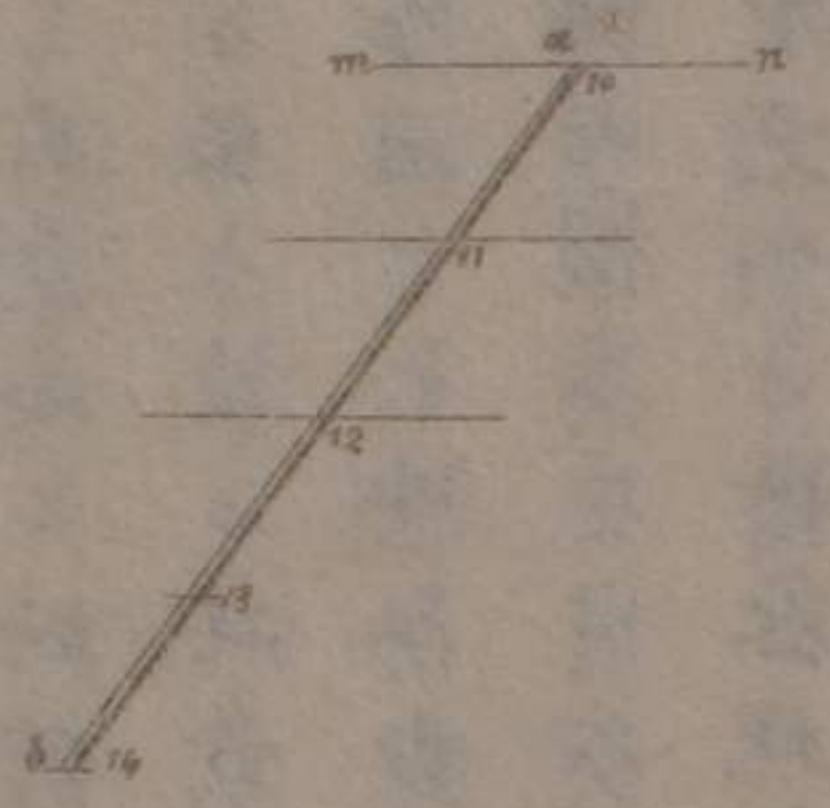
平面の傾斜梯尺を二個の水平線其標高逐次の整数ある者の各畫形影の間隔を知らしむ故に若し p を以て其間隔と

$$\text{tang } \alpha = \frac{1}{p}$$

あし α を以て此平面水平面とよて成す角とすれを
得へし是に於て α 角零に迄減少すれを其正切を零とかり
此時を p を無窮に迄増大すへし故に水平面を於て其傾
斜を零とし傾斜梯尺を無窮なるへし而して凡そ水平面
を單に其標高に依て寫影するあり又若し之を反して α 角
 90° に迄増大すれを其正切を無窮とあり而して p を零に迄
減少すへし故に凡そ無直面を於て其傾斜を無窮とし

て其傾斜梯尺を零あり故に無直面を單に其水平跡に依て
寫圖するあり而して此水平跡を其無直面を全く決定を不
し足き不者あり

第八圖



平面殆ど無直不時を其傾斜梯尺の
分畫甚し小あり此時を(第八圖)水平線
中の一個 mn 及び適宜に採擇せよ ab の
如き他の某線と依て寫番するあり
而して此某線中整数を以て標高を不
諸點に於て mn と平行せる諸線を作り以て各水平線を求む
得へし此 ab の直線を又傾斜梯尺と名く

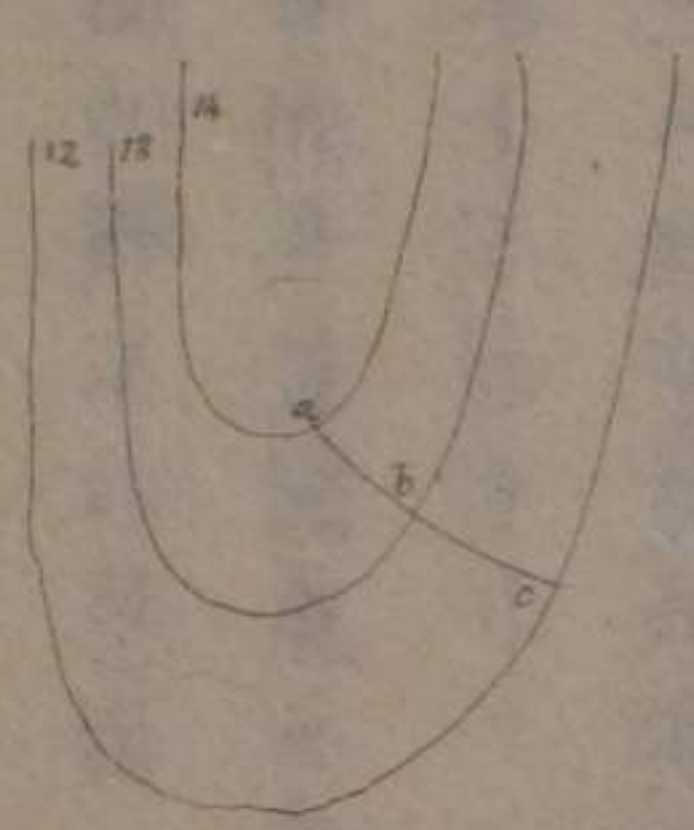
地理圖學表面を寫圖する事

土地の表面或を之に等しき表面即ち其成立の法未知し

て直線通常只一點のこゝ交る者地理圖學表面と名
 幾何學上の定説は適當すへうらさる表面を寫圖するを
 其表面を直線の方向に於て等距離ある水平面の若干層を
 平截し其表面と此許々の水平面との交線を以て圖上に寫
 影するあり故に此表面の水平線と名くる所の若干個の曲
 線を得而して此各曲線中の諸點を全く決定する為めを
 只一個の標高を用いて足きりとす而して此表面の性質又
 を其保つべき精密の度に従ひ多少接近せし水平線の數に
 於て其要する文けの數を取り以て之を集むるあり此集合
 せる者を即ち十分なる法に依りて此表面の形狀を寫圖せし
 者と考へ得るあり

土地の表面を寫圖する事

前法を以て土地の表面を寫圖する事活用せんとするに
 先づ其畫形影と其標高とを依りて此表面の一點を得るを
 始とす設使を今一點の畫形影をm標高を12とす是に於て
 水準測量の方法に依りて地上に於て同一高さ即ち12と標高
 をへき凡ての點を決定し此諸點の集合に依りて連續せる曲
 線を作らば是を即ち設くる所の標高12
 の水平面と地面との交線あり故に若
 し地上に於て此曲線を精密に測りし
 後畫上し於て其畫形影を画くは(第
 九圖)此曲線中联接すべき諸點を決す
 る為めは只12の標高を記すを以て



第九圖

標高平面圖

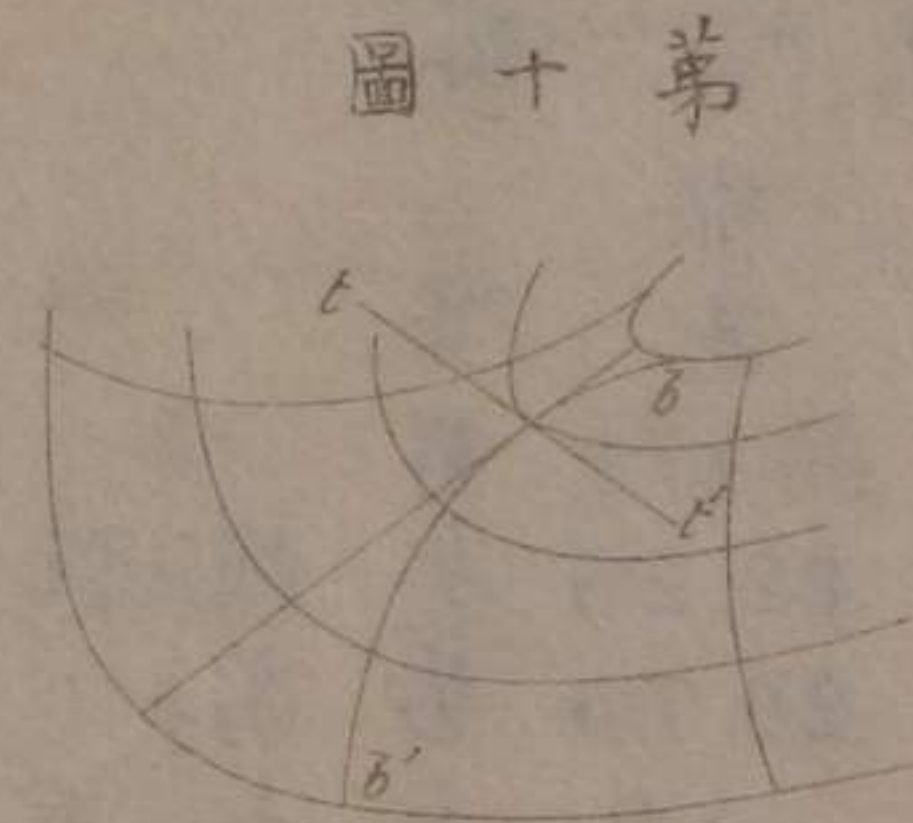
足れりとす若し又此第一曲線の傍に於て同一法を以て此地面と或る水平面との交線にて成りたる第二曲線を置く時も則ち又諸點の第二連列を得へし是れ亦只一個の標高を要するの事

土地の性質及び其達せんを欲する精密の度より従ひ多少接近せる曲線に於て其要する丈けの數を集合するなり

等距離に於けり各曲線の畫形影の間隔を地面傾斜の強きより従て減少する故諸水平面を無直り分界する所の等距離即ち常に米突を以て標示せり距離を寫圖をへき土地の性質より従て變せざるへりす故に其傾斜急なる時も其距離をして大ならしむへし又傾斜緩なる地に於て之を減少せし蓋し此時を兩曲線の中より並める球分面の畫形影

を最大の濶を有てたり

最大傾斜線



第十圖

其表面上に於て其一點を過ぐる某線の一微分と水平とよて成る角若し此同一點を過ぐる他の諸線の微分と水平とよて成る角より最大なる時を之を最大傾斜線と名く

故に土地の最大傾斜線も平面の最大傾斜線と相等し而して同一性質を有つものなり故に此表面の最大傾斜線の畫形影も其通過する水平曲線に直立するなり即ち(第十圖)最大傾斜線は切線なる bb' は水平曲線に切線なる tt' は直角なり

最大傾斜線を地上に流下せる水滴の随行せる線なり
 此最大傾斜線を地理圖學に於て緊要なる者なり其故を若
 し此線を定むる時を水平曲線を作る事を得れりなり

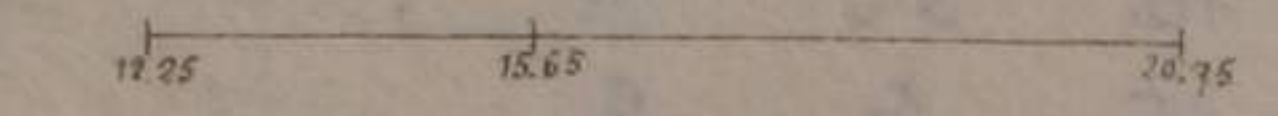
第二教

直線の設問

設くる所の直線中某點の畫形影を知て此點の
 標高を求む

數上の答解 (第十一圖) 直線の畫形影を ab とし其諸點中二
 個の標高を 12,25 と 20,75 とし此直線中 a の一點設使を c に於て寫
 影せる點の標高を求めんとし此 c に寫影せる一點の標高
 を此點と a 或は b の設くる所一點中の一個との標高差

第十一圖



を知らる時を決定せる明なり然るに前を經見
 るり如く若し實際の諸點一直線中に在る時其
 標高差を其畫形影の距離と比例せるなり而して
 設くる所の二點の標高差を 8,50 なる故若し a に於
 て寫影せる點と c に寫影せる點の標高差を x と
 すれば $\frac{x}{8,50} = \frac{ac}{ab}$ の比例式を得而して ac 及び ab の長さ

を圖の梯尺に於て測り知るべし設使を今
 $ac = 24^m, 15$ 及び
 $ab = 60^m, 45$ とすれば

を比例式

$$\frac{x}{8,50} = \frac{24,15}{60,45}$$

となる是れより

$$x = \frac{24,15 \times 8,50}{60,45} = 3^m,40$$

を得るなり故に今設く

る所の一点Cの位置を依れり
3,40を以て
12,25を加ふれり可なり

り因てCは寫影点る一点の標高を於て
15^m,65を得るなり

比例式を作る事の代り下
の如く口唱し一に化せる法に

依て施行し得へし即ち
60^m,45の畫の影を於て
其標高差を
8^m,50

なり1^mの畫形影を於て
其標高差を
8,50
60,45
なるへし又
24^m,15の

畫形影を於て
則ち

$$\frac{8,50 \times 24,15}{60,45} = 3^m,40$$

なるへし

設くる所の直線中の一点の標高を知て其畫形影を求む

一直線あり其畫形影と其諸点中の二個の標高を依て設け
らる、時を前は反對し此直線中他の一点の標高を知りて
其畫形影を求め得へし即ち(第十一圖)abの設くる所の線中
に於て15,65と標高せる一点の畫形影Cを求むるにa或はb

算學文庫
標高平圖幾何

$$x = \frac{3,40 \times 60,45}{8,50} = 24,15$$

$$\frac{x}{ab} = \frac{15,65 - 12,25}{20,75 - 12,25}$$

$$\frac{x}{60,45} = \frac{3,40}{8,50}$$

の設くる所の點との距離を知る時を則ち之を決定
 得へし今 ac の未知距離を x とせしむ此 x を求む
 する為めは
 即ち
 の比例式を得へし是れより
 を得るなり是より於て圖の依尺より
 15,65 と

$$ac = 24,15$$

標高を一點の畫形影をCより得べし

又下の如く口唱し得へし即ち標高差 8,50 あり於てを 60,45 の畫形

影を得標高差 1^m あり於てを則ち 60,45 ありし而して標高差

3^m,40 あり於てを則ちの畫形影を得へし

$$\frac{60,45 \times 3,40}{8,50} = 24,15$$

直線の水平跡

前法より依り直線中零と標高を一點の畫形影を求む以て

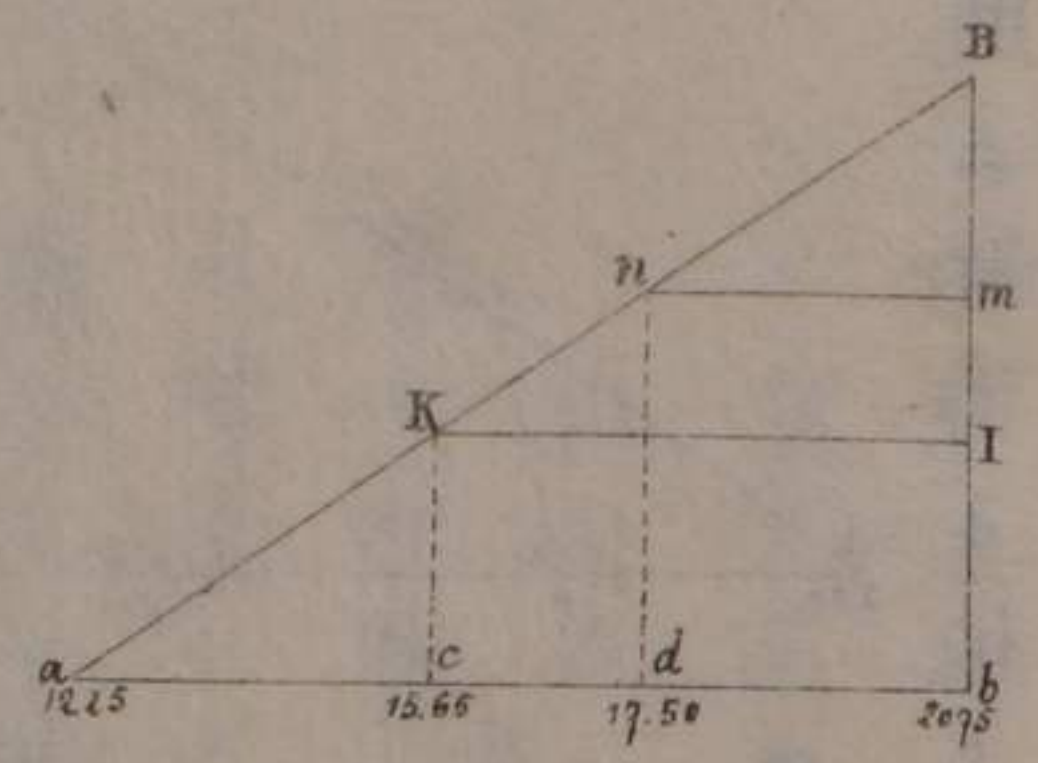
算學文庫
標高平圖幾何

設く予所の直線の比較水平面上に於け予跡を得へし
 前の設問を實用に於て數々用申す者ある故猶圖上にてを
 如何に答解し得へきやを指示をへし但し圖上の答解を數
 の計算より不精密ありといへとも亦水平影を測り知る事
 を省略をへし

第一圖上の答解

abの畫形影と其諸點中二個の標高に依て設けられたる直
 線中に於てcを畫形影とせよ一點の標高を求むるを(第
 十二圖)此直線を以て零と標高せる比較水平面又を他の水平
 面上に重るあり設使を
 12,25 と標高せよ平面即ち設く予所
 の諸點中最低點を過く予所の
 面に重ぬる時をaに寫影

第二十圖



此點を
 即ち
 於て
 無線中
 の直線
 點をK
 せよKc
 高差を
 と標高
 の處に
 5,25
 17,50
 5,25
 12,25
 15,66
 17,50
 20,75
 8,750
 8,750
 距離に
 ab上
 建てた
 予
 所
 の
 直
 線
 中
 に
 重
 る
 一
 點
 の
 標
 高
 を
 求
 む
 る
 為
 め
 の
 故
 此
 直
 線
 を
 以
 て
 零
 と
 標
 高
 せ
 る
 比
 較
 水
 平
 面
 又
 を
 他
 の
 水
 平
 面
 上
 に
 重
 る
 一
 點
 を
 設
 け
 る
 所
 の
 故
 猶
 圖
 上
 に
 て
 如
 何
 に
 答
 解
 し
 得
 へ
 き
 や
 を
 指
 示
 を
 へ
 し
 但
 し
 圖
 上
 の
 答
 解
 を
 數
 の
 計
 算
 より
 不
 精
 密
 あり
 と
 い
 へ
 とも
 亦
 水
 平
 影
 を
 測
 り
 知
 る
 事
 を
 省
 略
 を
 へ
 し

點をKに至るへし故に此重なりたる断面の梯尺にて測定
 せよKc即ちbIをaに寫影する點とcに寫影する點との標
 高差を標示する者あり又之を反して設使を若し此直線中
 と標高せよ一點の畫形影を求むる時を此點をa點の上
 の處に在る故
 5,25
 17,50
 5,25
 12,25
 15,66
 17,50
 20,75
 8,750
 8,750
 距離に
 ab上
 建てた
 予
 所
 の
 直
 線
 中
 に
 重
 る
 一
 點
 の
 標
 高
 を
 求
 む
 る
 為
 め
 の
 故
 此
 直
 線
 を
 以
 て
 零
 と
 標
 高
 せ
 る
 比
 較
 水
 平
 面
 又
 を
 他
 の
 水
 平
 面
 上
 に
 重
 る
 一
 點
 を
 設
 け
 る
 所
 の
 故
 猶
 圖
 上
 に
 て
 如
 何
 に
 答
 解
 し
 得
 へ
 き
 や
 を
 指
 示
 を
 へ
 し
 但
 し
 圖
 上
 の
 答
 解
 を
 數
 の
 計
 算
 より
 不
 精
 密
 あり
 と
 い
 へ
 とも
 亦
 水
 平
 影
 を
 測
 り
 知
 る
 事
 を
 省
 略
 を
 へ
 し

算學新法 標高平面幾何

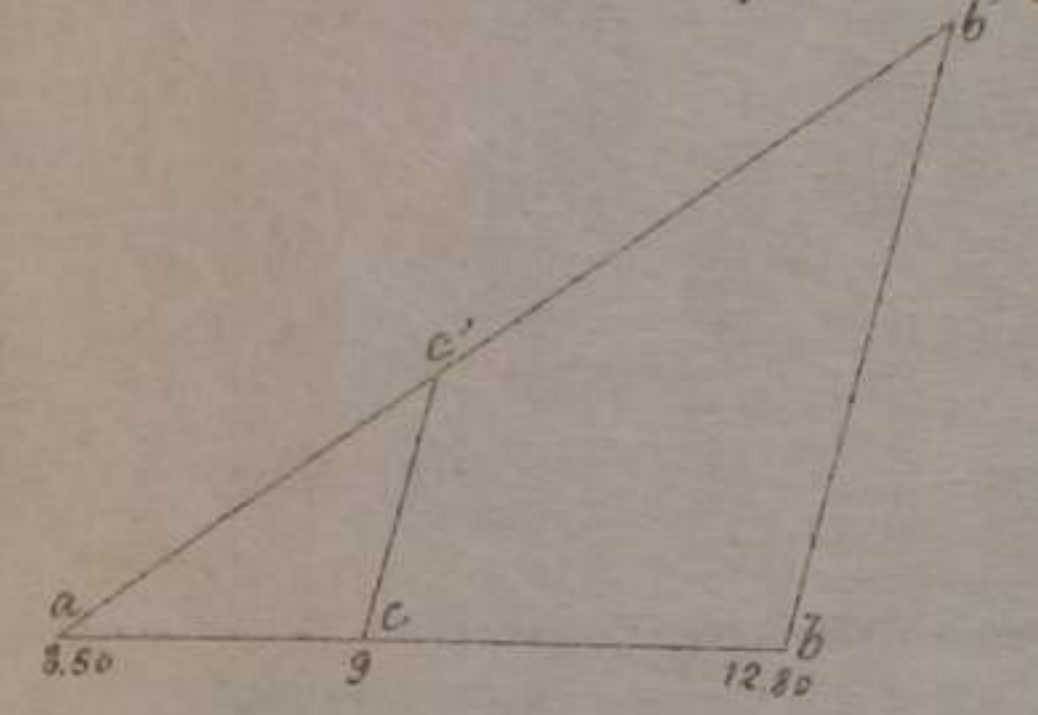
則ち此直線中設くる所の標高を有てふ所の點を決定し得
へし而して其畫形影をdに在ふなり

第二圖上の答解

第十三圖 ab を一直線の畫形影として其端界の標高を 8,50 及

ひ 12,80 あり

第三十圖



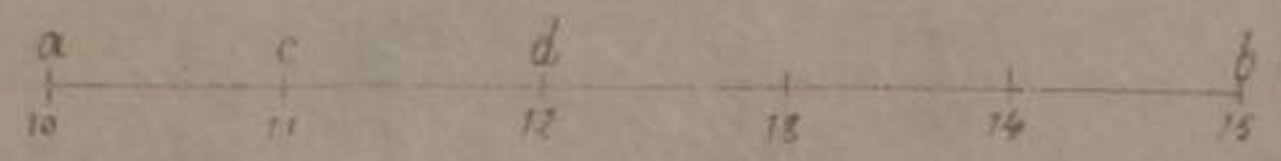
學設問の解法に依り ab の一線に設くる所の二數即ち 0,50 或

今 9 と標高を 8,50 畫形影を求るんとす而
して設使を c を其畫形影とする時を ac
及び cb の距離を 9-8,50 即ち 0,50 及び
の標高差を比例をへき者なり故に幾何

を 5 或を 3,80 或を 38 比例せよ 分を分てを可あり

設くる所の直線中整數にて標高を 5 點の畫形
影を求む

第十四圖

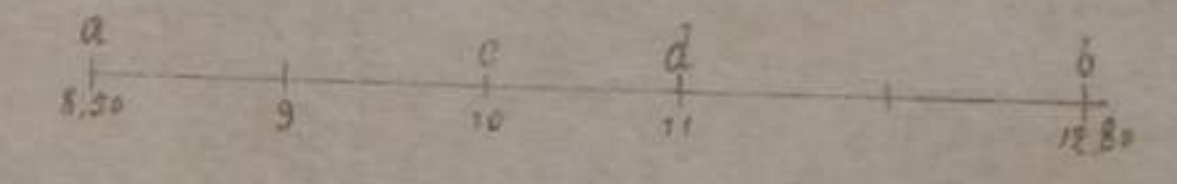


第十四圖 ab の畫形影と其諸點中 a 及び b の二點
の標高とに依て設けられし直線より此標高整
數を求む則ち此 ab の畫形影を此標高差の内子函
めふ一の個數を等しく等分をへし然る時を cd
等の分點を即ち此直線中整數にて標高を 5 諸點
の畫形影を不明らうなり其故を元來 $ac = \frac{1}{5} ab$ なる

故 a 子寫影をる點と c 子寫影す点の標高差を即ち a 及
ひ b 子寫影をる點の標高差の $\frac{1}{5}$ 即ち 5^m の $\frac{1}{5}$ として 1^m

算術新法

圖 五 十 第



ふきをあり故にcは寫影をふ點を11と標高をへ
 一又同法に依てd等は寫影をる點を12等と標高
 をへ一又此分隔をabの左右に伸す時を此直線中
 整数まで標高をふ凡ての點を得へ一若し(第十五
 圖)設くふ所の點を數の標高を有つときを前説
 明せし法に依て其整数の標高を有てふ二點の畫
 形影を求むへ一然る時を今論説せし場合と飯す
 るなり

直線の水平との傾斜の正切

直線の傾斜を水平と直線の傾斜角の正切なり

正切を二點の標高差と此二點の畫形影の距離との比と等
 し故(第十五圖)水平と直線とを成す傾斜を α とする時

る即ち
 まり若し逐次整数の標高の二點を用ゆる時設

$$\text{tang} \alpha = \frac{12,80 - 8,50}{ab}$$

使るcの標高を10としdの標高を11とする時を

$$\text{tang} \alpha = \frac{1}{cd}$$

故に若し畫の梯尺に於て測定せるcdを設使る6^mと等しと
 すれる此直線も則ち1/6に於て傾斜するなり而して6^mを
 底とし1^mを高さとする直三角形を作り以て此傾斜角を得
 るなり

此直線水平なる時を正切を零とまりcdの傾斜梯尺も無窮

標高平面幾何

となる又之は反して若し直線直立なるとする
 $\tan d$ 無窮

となり cd を零とする又 $cd=1$ なる時を直線 cd は $1/1$ に於て傾斜

し而して $d=45^\circ$ なり

画形影并は其諸点中一個の標高及び其水平との傾斜を知らる直線あり此直線中整数を以て標高せる諸点を求む

第十六箇 不定の画形影 ax 及び a は寫影する一点の標高 10 并は傾斜 $2/5$ を知る所の直線あり此直線中整数を以て標高せる諸点を求む

第十圖

元來此直線 ax は $2/5$ に於て傾斜せる故若し a より起り梯尺 $ab=5^m$ とする時 a 及び b は於て寫影する二点を二米突の標高差を有つべし故 b 点を直線の昇降に従て 12 或は 8 と標高すべし a は寫影する一点の標高を是迄整数と設想すれども今又之を $10^m 25$ と定め而して上昇直線 ax は於て 0.75 丈け高さ所の 11 と標高せる一点の画形影を求めんとする時を設くる

所の傾斜即ち

$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2.50}$
	又
0.75	
2.50×0.75	
0.75	
1.87	

の形は愛し得る事を注意

すへし故は若しa点より起り梯尺を於て 1^m87より等しき距離

を取ると時ち即ち11と標高せる一点の画形影を得へし又此画形影より起りて 2^m50より等しき距離を取る時ち則ち12と標

高せる点の画形影を得へし餘之は倣ふ

注意

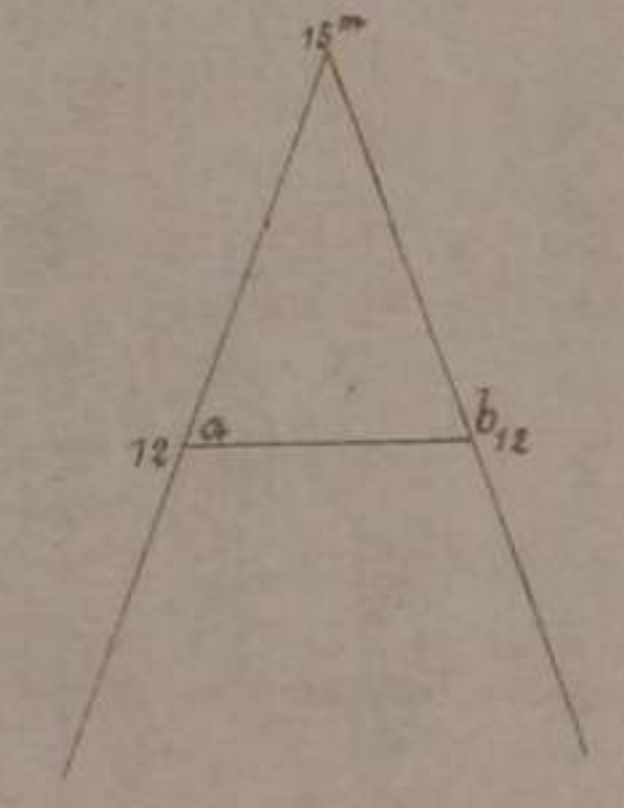
前法も亦画形影及び其諸点中二個の標高は依て設けられたる直線は活用すへき度を注意すへし即ち画形影を以て除したる標高差を傾斜を知らしめ此分數を適宜に變形する者も前より行ひし如く此直線中整數にて標高せる諸点に於て其要する丈の画形影を決定し得へし

二直線の交截 ○二直線同一平面中に在るかを

知法

第十七圖 am 及び bm の二直線の畫形影 m の一点に於て交截する時も空際の際の二直線必らず相交截し或は此線他の線の上方に在るへし若し相交截する時も同一平面中に在るなり故は若し此二直線中の諸點互に同標高を有する者を二個つゝ联接すれば此联接線即ち此平面の水平線にして必らず相平行すへし故に此性質の全たるらざる時を則ち此

第十七圖



二直線も同一平面中に在らざる事を決定すへし又二個の畫形影に於て m の一点の標高を查得し以て此線他線の上方面若干の處に在るやを求め得へし又二直線相交截する時を m 點に於

算學考

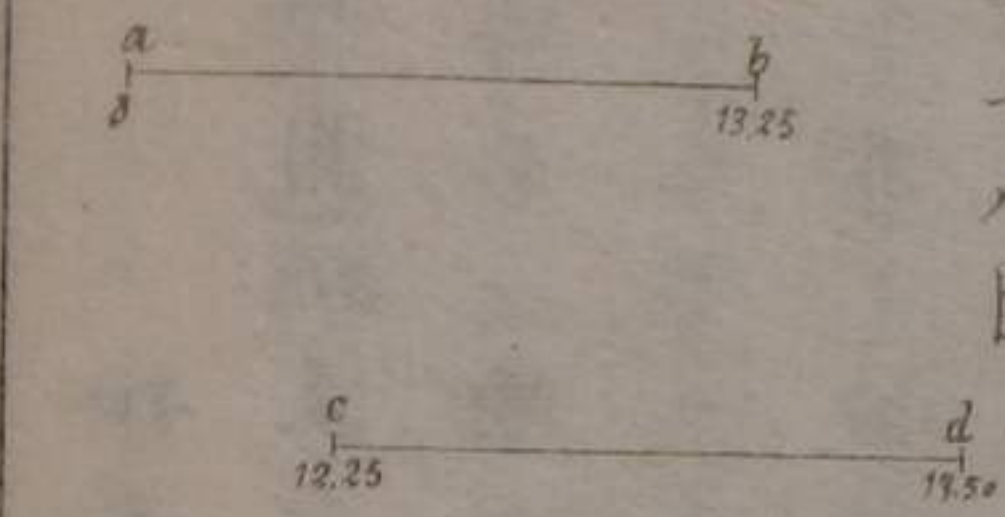
標高平圖幾何

けふ一様の標高を即ち其交點の標高なり

第三教

一點を過ぎ設る所の直線は平行線を作らば
二直線實際に於て平行なる時を此二直線を投影する二平
面も亦相平行す而して此二直線の畫形影を此二平面と水
平面との交線として亦相平行す

第十八圖



又此平行線の各標高を同一方向に於て増
加し而して水平上同方向且つ等傾斜を
故等しき標高差を等しき長の畫形影に應
せし故に(第十八圖)の寫影を一點を
過ぎてabは寫影する直線と平行する直線
を作らんとするときはcdをしてabに等し

く且つ平行ならしめ而してd點の標高をしてa及びbの
二點の標高差をc點の標高に加之者も等しからむ
れも可なり即ち全く其平行線を決定する者なり

諸平面の設問

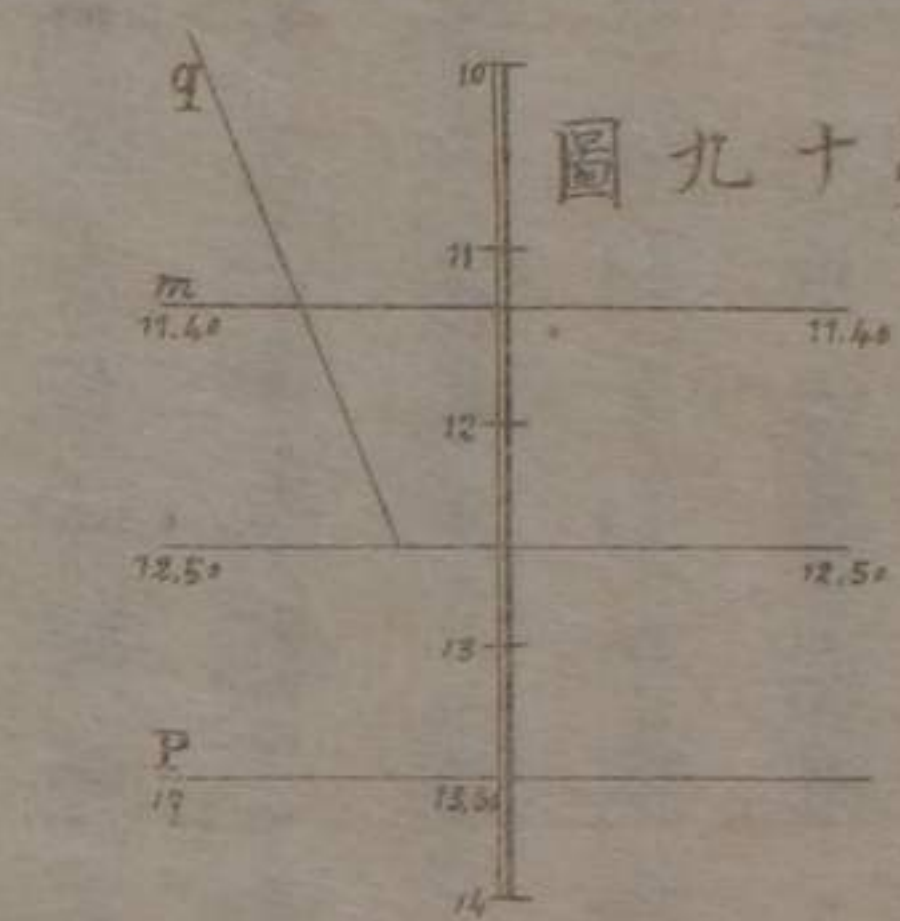
設くる所の平面の諸點中畫形影を知らず一點
の標高を求む

平面を其傾斜梯尺或を二個の水平線又を三點を依て知ら
しむる事を得るなり

第一の場合 (第十九圖) 平面其傾斜梯尺を依て設けられ
ず時此平面中mの畫形影を知れる一點の標高を求むるに
は此m點を過ぎて此傾斜梯尺を直立せばmiの線を作ら
可なり此m點の標高を即ちm點の標高に等しして得と

算學教科書 標高平面幾何

圖九十第



ある一し又之を反して平面中設くる所
 の標高設使を 12.50 を有てふ凡ての點の畫
 形影を求むるを此傾斜梯尺に於て
 12.50 と標高をへき所の點に垂線を作る一

し此水平線中の諸點を皆此問に答ふべき者なり
 若し或を一點Pの畫形影を17の標高に依て設けられし
 時も此平面に關係して此點の位置を知らず容易なる一
 即ち此P點を過ぎて平面の諸水平線と平行な水平線を
 作る時も此水平線と平面中同一畫形影を有てる水平線の
 上方 3^m40 の處を過く事知るべし故に此點を即ち平面の上

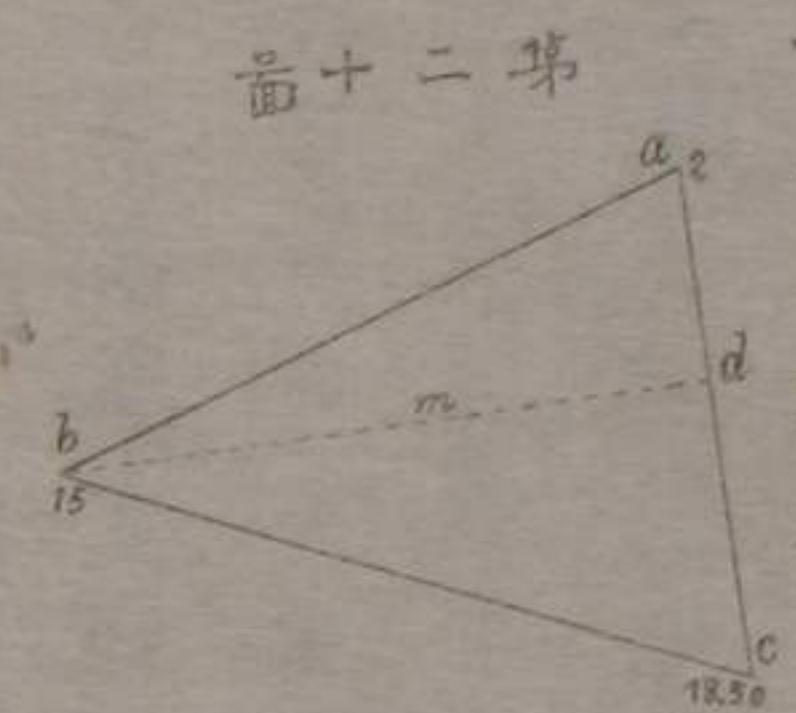
方 3^m40 の處小あるなり

第二の場合 平面二個の水平線設使を 1,40 及び 1,2,50 小依て設

けられたる時此平面中Qに於て寫影する一點の標高を求
 むる小此點を道きて設くる所の二個の水平線小交るへ
 き其直線を作るなり然る時此直線を既小其二交點の標
 高を知れり因て前小説明せる法小従ひ此Q點の標高を求
 むる事容易なるべし而して設くる所の標高小於ける其水
 平線の画形影を求むる小水平線の画形影の距離を其標
 高差と比例する原理小據るべし
 又Q點を過ぎて水平線小垂線を作る時前の場合小飯

す蓋し此線を最大傾斜線をれをり

第三の場合 (第二十番) 平面 abc 小於て寫影する三点小



依て設けられたる時此平面中 m の画形影を

知れる一点の標高を求むる小此 m 点を以

て abc の三角形の一角頂小联接すへし而して

ac の直線中小於て d 点の標高を決定し然る

後 bd の直線中小於て m 点を標高する事容易をりへし

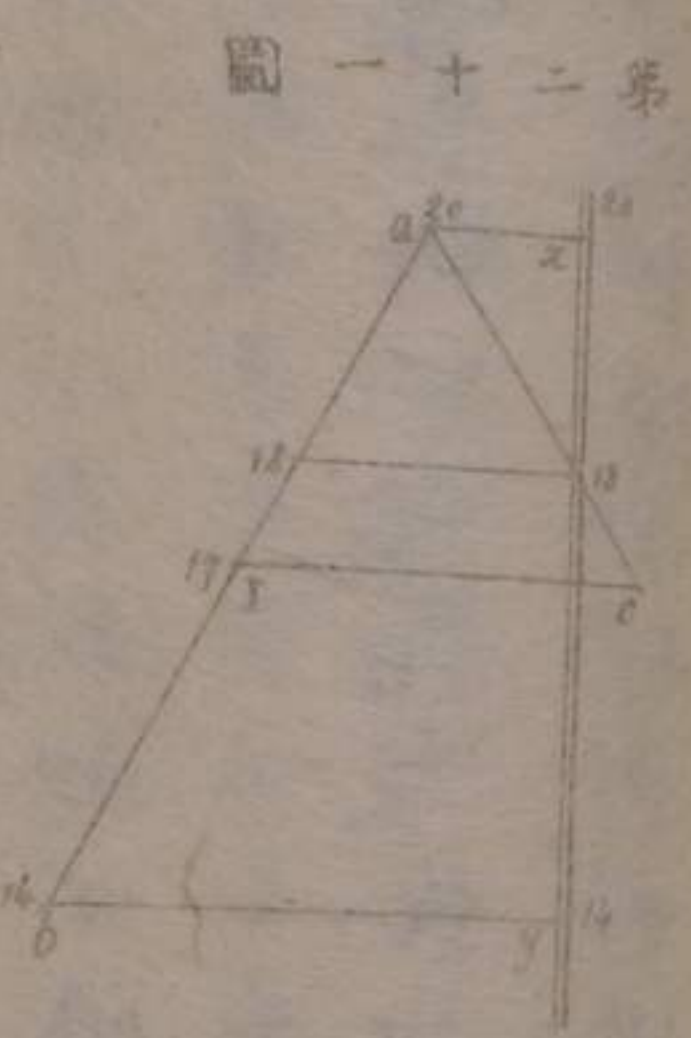
三点を知て傾斜梯尺を求む

(第二十一番) abc 小於て寫影する三点を知り時此三点を

過ぐる平面の傾斜梯尺を求むる小先つ此平面の水平線

を決定すへし此の如くせん小を設くる所の三点中或る二

個を联接すへし但し最高点を最低点小联接するを任とす



其故を ab の線中小於て之を引長する

事まゝ第三点 c と等標高の I 点を求

むる事を得れをり然る時 CI の直

線を求むる所の平面中 17 と標高せる

水平線より此水平線小直立せる xy の直線を傾斜梯尺の方

向を知らしむる者なり而して此平面中 ax 及び by の二個の

水平線を知る故其要する丈けの点を梯尺上小標高し得へ

し若し又設くる所の諸点の標高奇零數を有つ時亦同法

を以てすへし只 ab 線上小於て整數標高の二点を求め之を

傾斜梯尺上小寫影するを要す此の如くせん小亦 ac の線

中小於て各最初の二点と等標高を有てる他の二点を求む

へし而して之を適當の順序小联接し以て設くる所の平面

小於ける整数標高の二個の水平線を得るなり
 若し二個の平行線或ち交截線又ち一点と一直線を過くる
 平面の傾斜梯尺を求めんと欲する時も前方を活用すへし
 若し設くる所の一点を過きて設くる所の二直線と平行す
 る平面を作る事を要する時を此点を過きて互に設くる所
 の二直線と平行せる二線を作るへし此二平行線に依て決
 定せる平面を即ち直し此問に合する者なり

二点及び其水平との傾斜に依て設けられたる
 平面の傾斜梯尺を求む

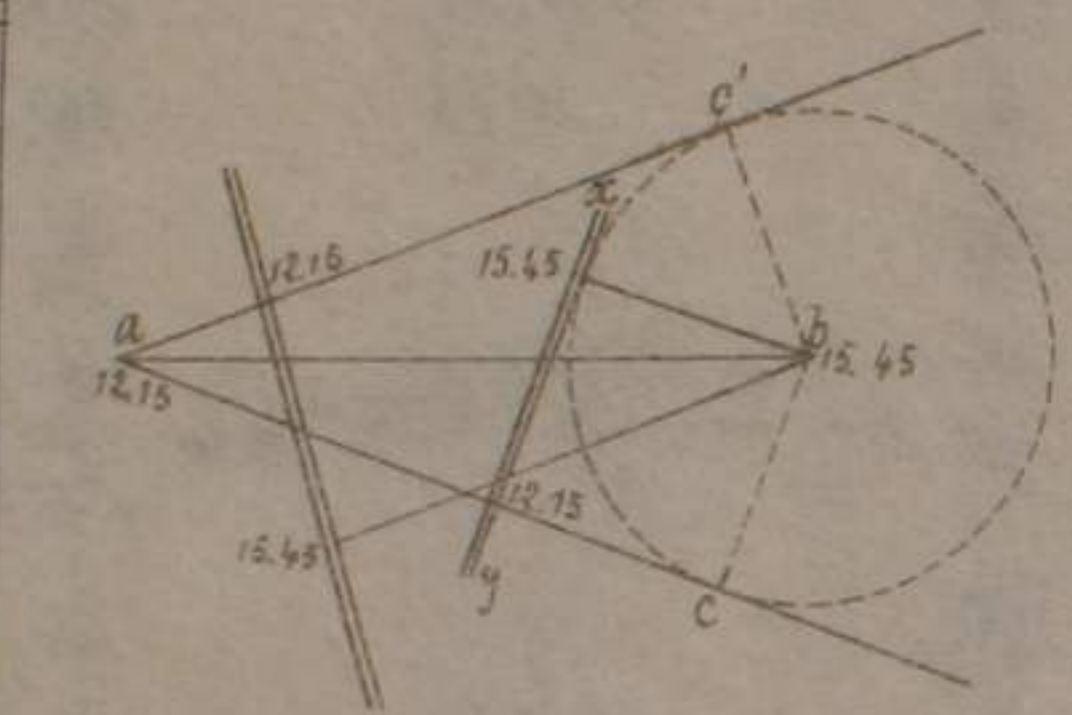
第二十二圖

a 及び b の画形影と
 12, 15 及び
 15, 45 の標高とに依て

二点を設け而して此二点を联接せる直線を過き且つ設使

を 3 8 於て傾斜を平面を作らんとす此問を此平面の
 水平線中 a 点を過くる者或ち b 点を過くる者或ち他の者
 を求むべき可なり今 a 点に過くる者を求めんとするは是
 れ既ち一点に知りて是者故其第二点を求むれば可なり而
 して是を b 点を過くる最大傾斜線中在る者あり今先づ

第二十二圖



假りて ac をして求むる所の水平線と定
 め ac に直立せる線 bc を作す時を此 bc を
 即ち b 点を過くる最大傾斜線として c
 点に即ち求むる所の者なり又 b 点と c
 点の標高差を 3^m30 として bc の直線を必ら
 す 3 8 於て傾斜すへき者不故高さ
 を底の 3 8 として此未知底 bc を高さ即

ち其標高差 $\frac{3.30}{3}$ の 8.3 なる事知るべし故に若し o 點を以て

中心とし $R = \frac{3.30 \times 8}{3} = 8^m.80$ の半径を以て $12, 15$ と標高せず水平面中の圓周

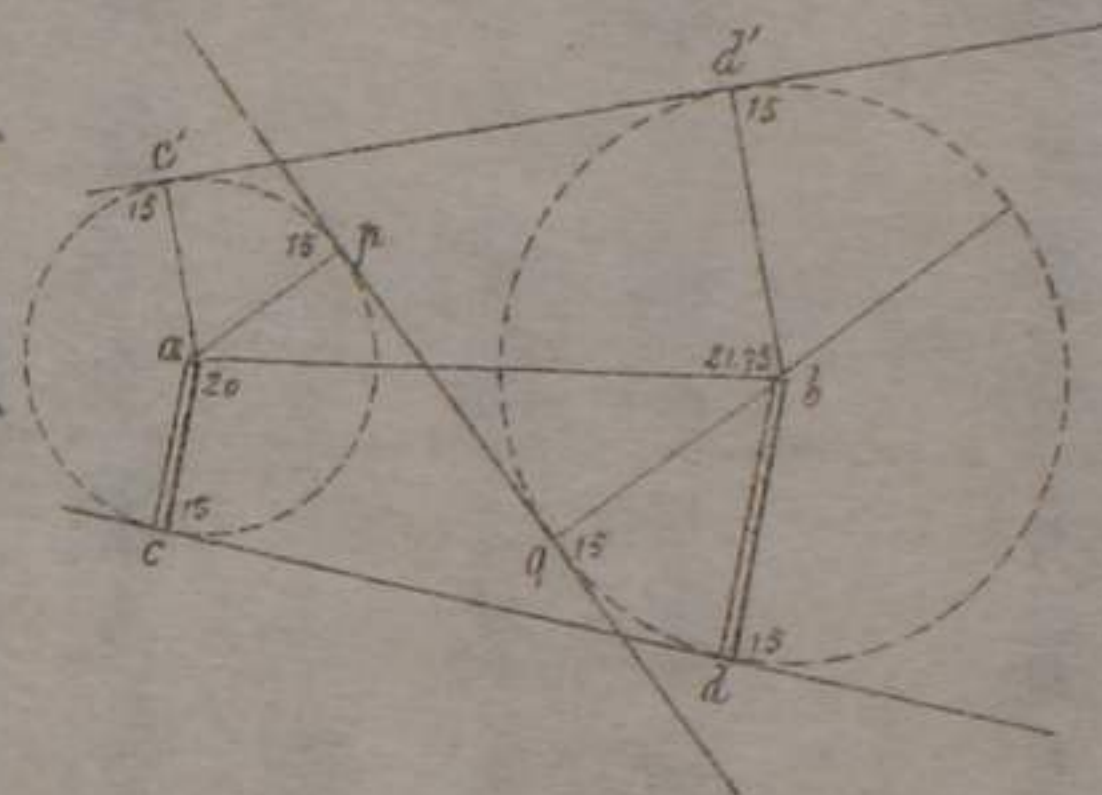
を作す時 c 點を即ち此圓周中に在り而して求むる所の
水平線は此圓周に切し且つ bc の半径に直立をへし而して
即ち此圓周中の a 點を過ぎて作れ ao の切線あり已に此水
平線を知り時を則ち直 xy の最大傾斜線を決定し得べし
又此圓周を ac' の第二の切線を作す事を得べき故に此
設問を通常二個の答解を得而して此二平面中何れを用ひ
べきやを知らず事容易なるべし

城寨の圖に於ては平面に二點及び水平との傾斜を以て定
じり事屢々之をあり且つ此平面の水平線を作る事を要用
とを是れ此平面と他の平面との交線を定むる為なり

直線の傾斜極微小なる場合 ○此平面中の水平線を
求むる法

(第二十三圖) ab は寫影する設くる所の直線極微小の傾斜を
る時此直線を過ぎて設使 $1, 4$ に於て傾斜せる平面を作
らんとせよ o 點を過ぐる水平線或る o 點を過ぐる水
平線をも求め其故に此二點中の一個を中心として作れ
る圓周を極少の半径を有ち精密の圖に適當せよとあり
り
此場合 o に於ては設くる所の標高を比較して最大なる差を

圖三十二第



有つへき他の水平線を直し求むるか
り設使ら今15の標高の水平線を求む
るに先つ其二點を決定せし但し此
二點を此平面中a及びbの設くる所
の點を過くる最大傾斜線中在る者
を求むし

今cdの水平線をして己に知る者とふし之に二垂線ac及び
bd即ち最大傾斜線を作る時々ac及びbdの未知距離を決定

せら為めよ
と得し故に若し15と標高せる水平

$$ac = \frac{5 \times 4}{1} = 20^m$$

$$bd = \frac{6,75 \times 4}{1} = 27^m$$

面中よ於てa及びbを中心とし梯尺を以て一を20^mを半径
とし一を27^mを半径とし二個の圓周を作る時を求むる所の
15の標高の水平線を此二圓周に切し而して兩半径に直立
すし是れ即ち二圓周の公切線は異ならず

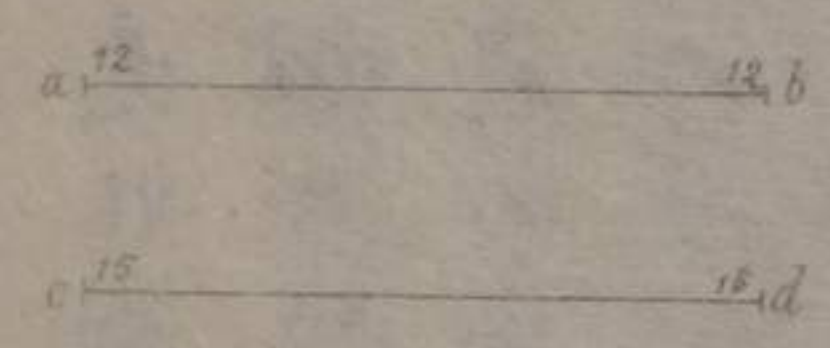
cd及びcd'の二個の外切線を作る時を此答解に於て二個の
平面を得し又pqの内切線を此問に適當せざる事明らる
其故をap及びbqの二直線を此平面の最大傾斜線に非らず
蓋し同方向に於て一を上し一を下降せきをなり

然しとれ求むる所の水平線設くる所の標高の中間なる時
設使らa點の標高を20としてb點を9あり時をPqの内切
線を即ち求むる所の平面の15の標高の水平線なり而して
此時に二個の答解ある事なり

設くる所の直線水平なる所の場合

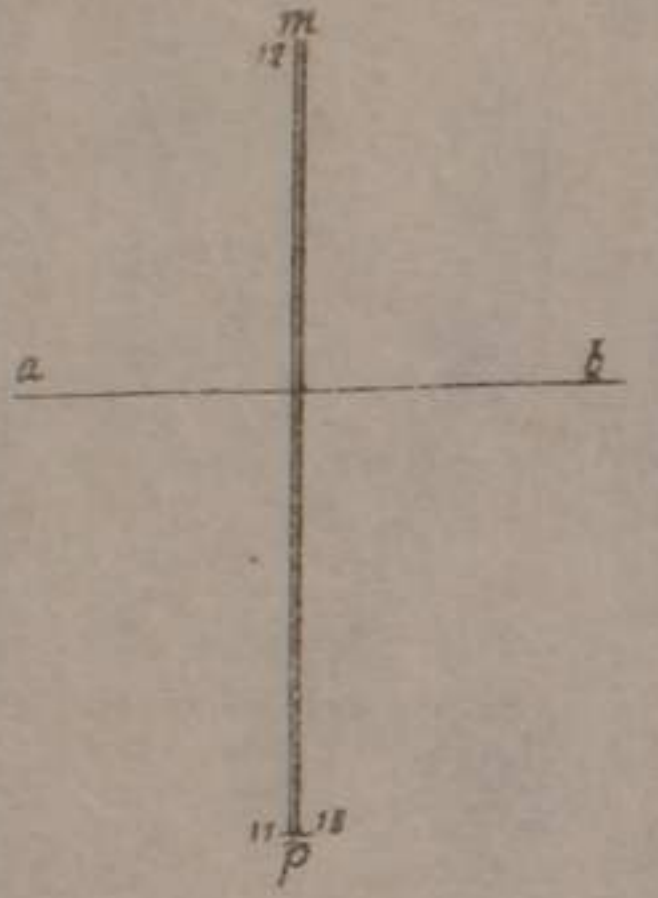
第二十四圖 12と標高を3 2に於て
 傾斜を降斜面を作り而して此降斜面と15と標高を3 2に於て
 平面との交線を求む此降斜面を3 2に於て傾斜すべき者
 として二個の某水平線の標高差を其畫形影の3 2として
 其畫形影の距離を即ち標高差の2 3なり
 故に若し ed を ab と平行に作り其距離を
 3^m の2 3即ち 2^m ならしむる時則ち此
 平面中15の標高の水平線を得るなり
 若し降斜面1 1或は2 1に於て傾斜する時二個の某水平
 線の畫形影の距離を第一の場合に於て其標高差を等し
 し第二の場合に於て其標高差の半を等し

第二十四圖

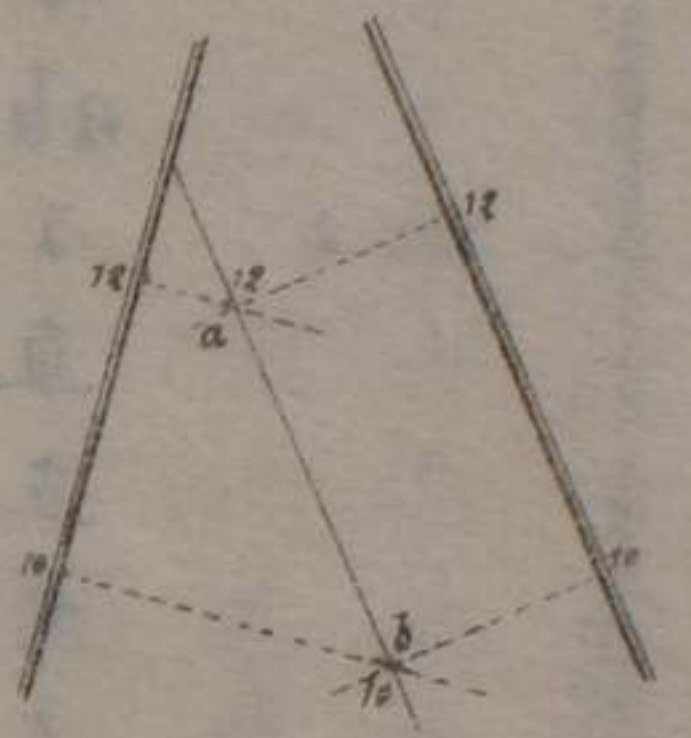


平面の一点及び其水平との傾斜を其水平線
 の方向を知りて此平面の傾斜梯尺を求む

第二十五圖 平面の一点の畫形影を m とし標高を12とす又
 其水平線の方角を ab とし其傾斜を設けし1 6とす而して
 此平面の傾斜梯尺を求めんとす此設問の前問は異ならず
 即ち今 ab に直立せる mp を作る時其傾斜梯尺の方角を得へ
 して而して此平面1 6に於て傾斜を
 せ故梯尺は於て $mp=6^m$ とせざるは點を
 即ち11或は13と標高を一一是は常に
 二個の答解を有つ者なり
 二平面の交線を求むる事



通常の法 (第二十六圖) 二個の平面を設けらるる者と定め 12 及び 10 の標高の水平面を以て此二平面を截断するなり



此補助平面も 12 の水平線も 10 の標高の水平面を以て二個の平面を截する時を第二の交点 a 及び b の点と於て相交るるなり又 10 の標高の他の水平面を以て二個の平面を截する時を第二の交点 a 及び b の点と於て相交るるなり此 ab あり二平面の交線は於ける種々の場合 二平面の交線を求むる為めは前を指示する所の法も圖上は於て其平面を決定するべき已知件の如何は關係せざる者なり然るも此法を

活用する能はざる種々の場合を生ずる事あり是を其二平面の各水平線平行なるか或は平行ならずして極鋭角を以て交るるべきか又を画面の紙面外に於て交るべき時小在るなり此終り二種の場合に於て交線の一点を求めんとすも亦設くる所の二平面を他の水平線より補助平面にて截り二平面との交線を求むるなり而して此二交線の交点も三平面中小在る故を以て交線の他の一点を知らしむべし又第二の補助平面を以て交線の他の一点を知らしむべし故に此の如く決定せる二点を联接し以て求むる所の交線を得るなり但し此補助平面を採擇する事小就て設くる所の平面との交線を容易小得べき事小注意すべし又補助平面も通常設くる所の平面の水平線の如く標高せる

二個の平行直線小て決定し而して適宜の角を以て此水平線を截らしむへし若し已小面上小於て他の目的を以て作れる平行線ありて其方向適宜なれば更小便利を得る更あり

二平面の交線を三個の格段なる場合を有つ即ち其水平線面上小於て適宜の角小交る者又此水平線平行なる者又面の経界外小於て交る者此三個の場合の各小於て平面を常小其水平線小て設くるを佳とす其故を平面を最大傾斜線或る三点或る他の法小て設くる時此交線を求むる小此水平線を定むるより外更小容易なる更非ざるか故なり

水平線小依て設けられたる平面の交線

以下挙ぐる所の交線を求むへき平面を二個の水平線小依

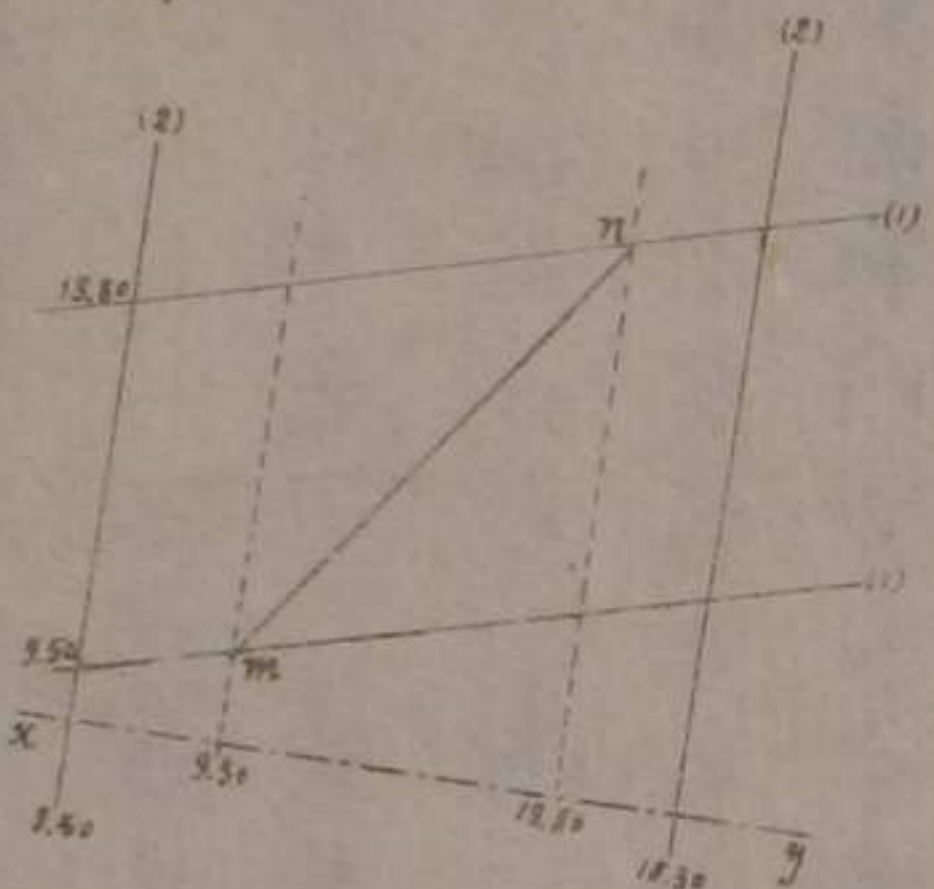
て設けられたる者と定む此場合も屢々活用上小於て生ずる者なり

合 面上小於て水平線適宜の角を以て交る所の場

第二十七圖 (1)の平面を 9,5 及び 13,8 の水平線 (2)の平面を 8,5 及び 15,3 の水平線小依て設けられたる者とす今此二平面中一

個の水平線小直立せよ直線 xy を作る時を其諸点中の二個を則ち標高せよ若し今此直線上小於て他の平面の水平線と等標高の二点の画形影を求むへし然る時を設くる所の二平面の各小於て等標高の二水平線を得へ

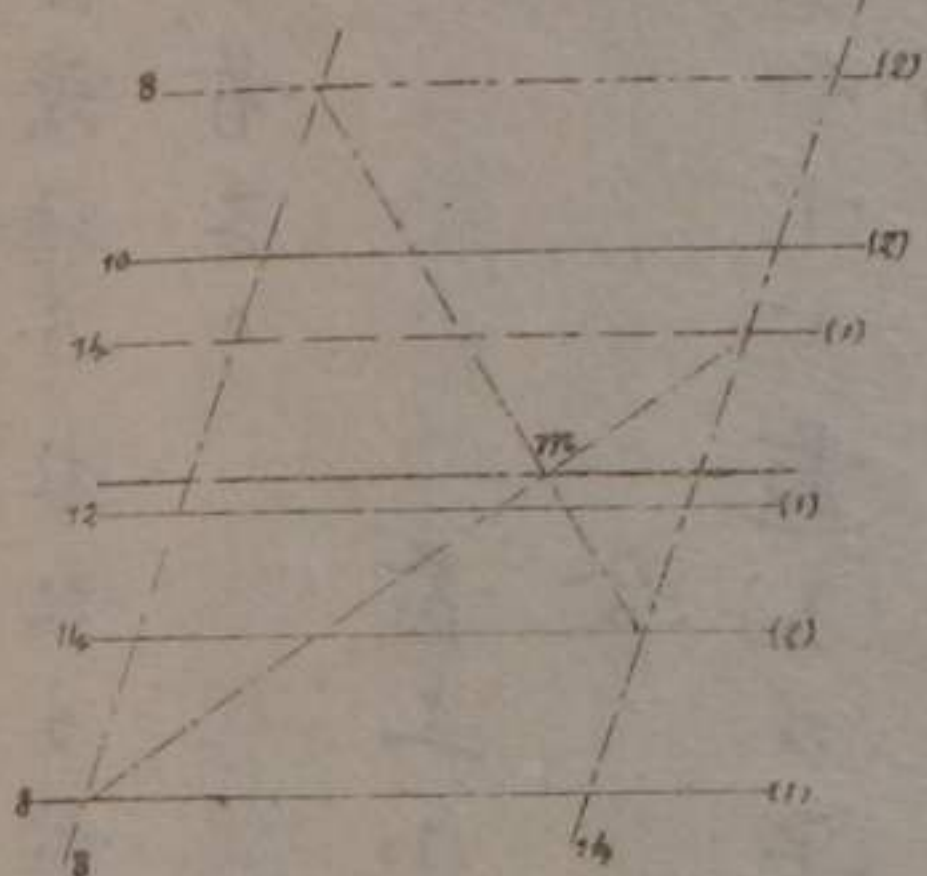
第二十七圖



し此交点も即ち求むる所の交線 mn を得せしむる者あり
水平線平行なる場合

第二十八圖 (1) の平面を 8 及び 12 の二水平線 (2) の平面を 14
及び 10 の二水平線に依て設けられ第一平面の水平線と平
行なりと定む今此二平面の交線を得んとするも或る補
助平面を以て之を截るなり但し是れを 8 及び 14 の二個の平

第二十八圖



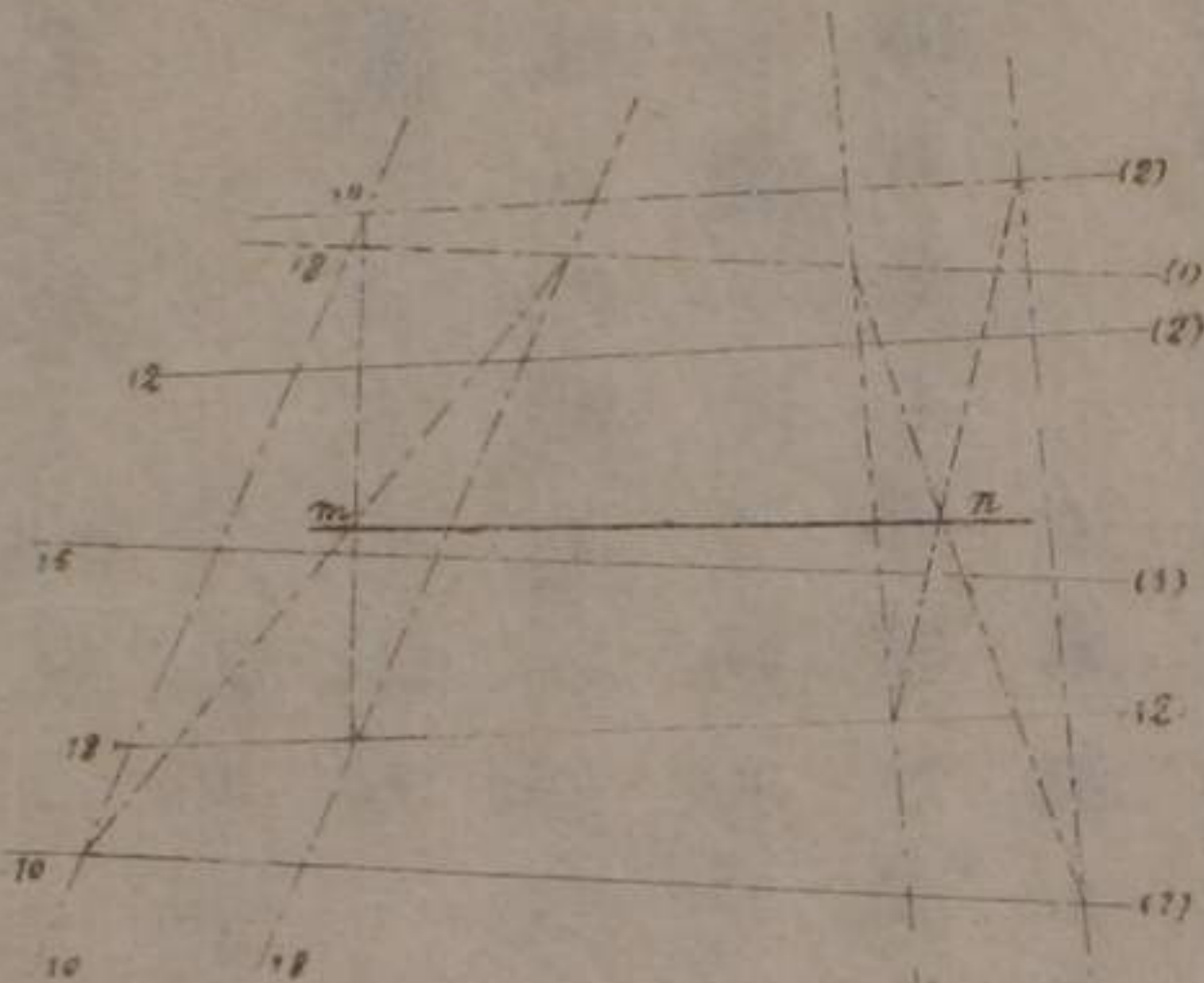
行水平線に依て決定する者あり而して
此補助平面と設くる所の二平面との交
線を求め以て m 点於て交截せる二直線
を得るなり然るも此二平面の交線も水
平線なる故求むる所の交線を得る為め
亦ち此 m 点を過して諸水平線と平行せ

ふ mn の直線以て作らるのみして足る

水平線圖の経畧外に於て交る所の場合

第二十九圖 各平面共に二水平線に依て設けられ其水平線
も平行ならずして極鋭角を以て極遠距離にて交る者とな
是又常に同法に行ひ補助平面を以て之を截らるなり然るも
其水平線を適宜の方向並に標高を
有つ然きとも各補助平面を只交線
の一点に知らしむるのみして此
交線の方向を知らざる者故必らき
二個の補助平面を用ひざるを
得而して第一補助平面を m 点を得
せしめ第二に n 点を得せしむ而して

第二十九圖



標高平面幾何

て其交線も mn なり

凸稜及び凹稜の性質

交截せし二平面有りて城寨の一々の限界の如き時、於て
此の凸稜及び凹稜なる者發生す而して是を水平線に
依て顯せり此二平面の角水平線の交點の上方に在る時
も此平面を凸稜を生し下方に在る時も凹稜を生す

三平面の交處

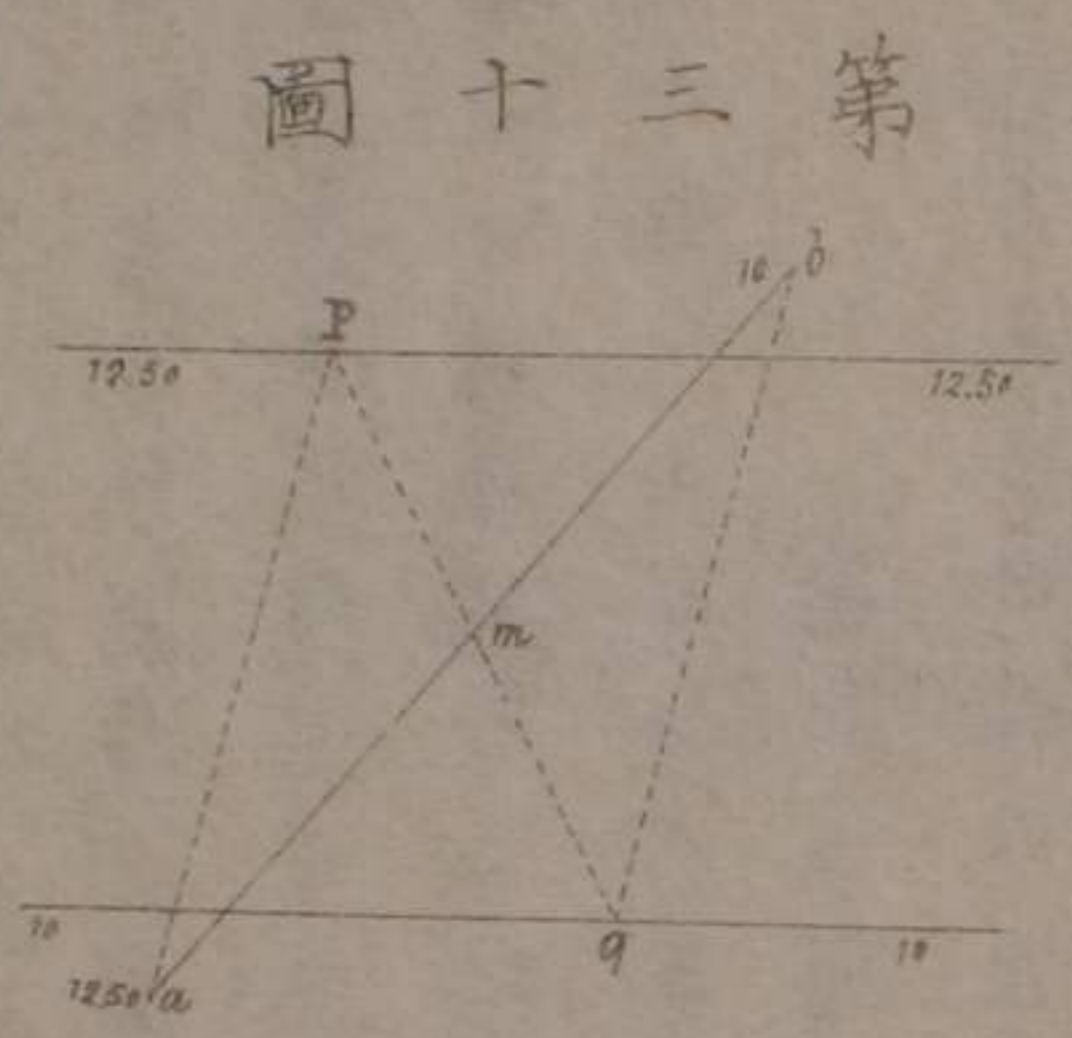
三平面の交處を一點より今之を求むるも此の三平面中
二個の交線が求むるに然る時を同一の點に於て交截
せし三個の直線を得へし即ち此點を求むる所の點なり

第四教

直線及び平面の設問

直線と平面との交點を求むる事

(第三十圖) 平面其水平線に依て設けられ又直線其畫形影 ab
と其諸點中二個の標高とに依て設けられ以て此直線と此
平面との交點を求むるに設くべき所の直線を過きし或る
補助平面を作らるる但し此平面も適宜の角に於て設く



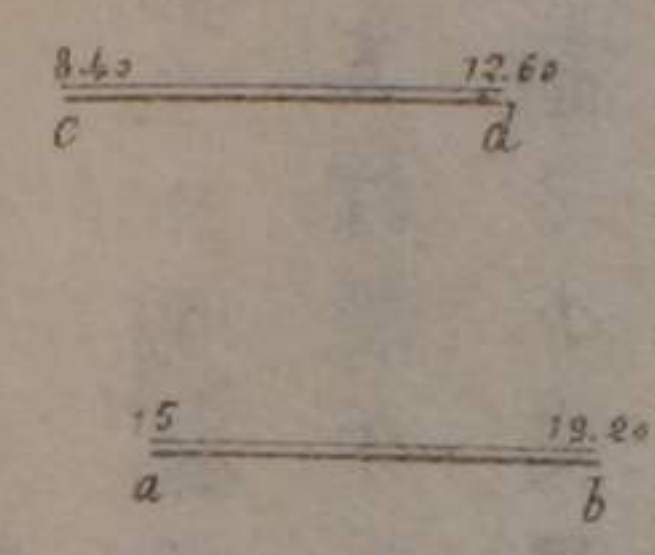
第三十圖

所の平面の水平線を截る所の二個
の水平線に依て決定せる者とす是
に於て設くる所の平面中此補助平
面の水平線と等標高の水平線を求
む此二平面の交線 PQ を得へし然る
に求むる所の一點を補助平面並に
設くべき所の平面中に在るべくして

即ち此二平面の交線中在る一又設くる所の直線
 中在る一故其畫形影を必ず此二直線の交點 m 在
 る一又此 m の畫形影を知る時を此畫形影よりして二様
 の法を用ひ以て其標高を決定し得一蓋し此點を ab の直線
 及び設くる所の平面中在る一者なり

設くる所の一點を過きて他の平面と平行せよ
 平面を作る事

第三十一圖 a は寫影して 15 と標高せる一點
 を過きて cd の傾斜梯尺に依て設けられたる
 平面と平行せる平面を作る事
 二平面相平行せるを其最大傾斜線相平行を
 れを可なり其故を此時を其水平線と同一く相



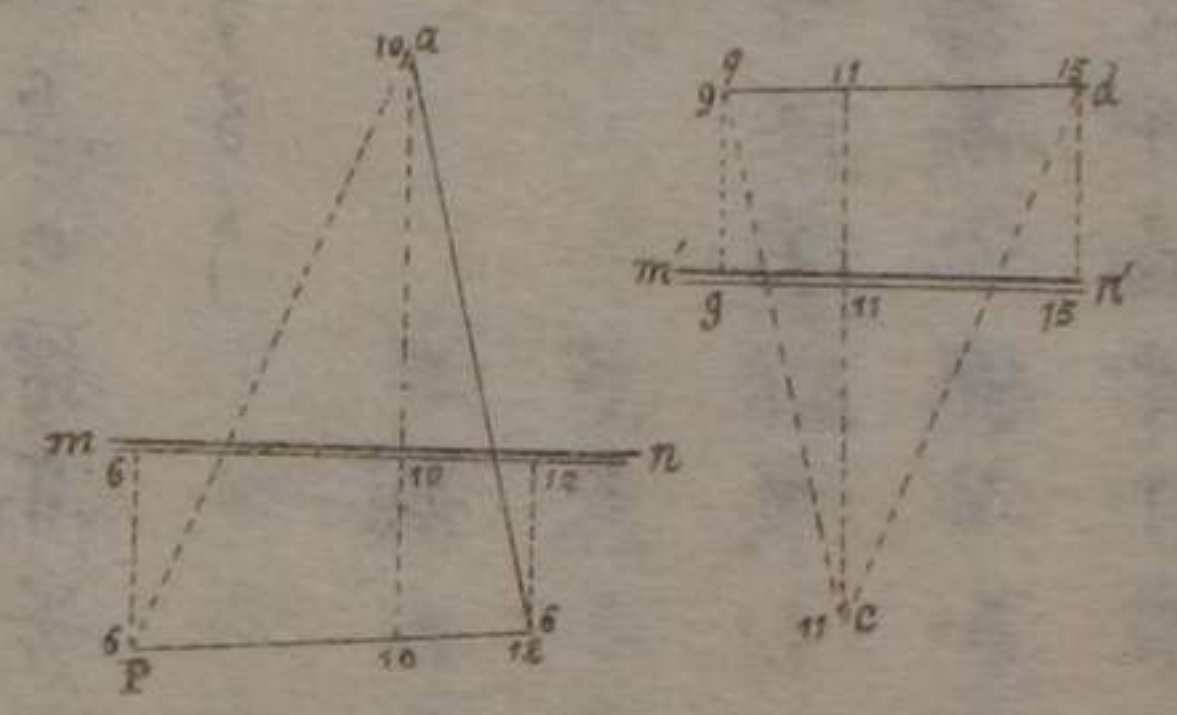
平行して此平面も同方向に於て水平と等しき傾斜を有て
 るなり故に其傾斜梯尺も亦相平行して其を画り亦相等し故
 に ab の直線を cd と平行し作り而して cd の標高 c より d へ
 至りて増加する事を注意すれば b 点の標高を c 及び
 d の二点の標高差を a 点の標高に加へたる者も等しかり
 しむるなり

二個の直線相平行せず又相交截せざる者を過
 ぎ互に相平行せる二平面を作る事

第三十二圖 ab 及び cd を設くる所の二直線の画形影とす又
 其諸標高を換り相交する能はざる者なり故に此二直線
 も同し平面中在らざるなり今 ab を通きて平面を作り又 cd
 を過きて他の平面を作り此二平面をして互に相平行せし

めんとす先つ第一直線のa点を過ぎ第二直線と平行せる

圖二千三第



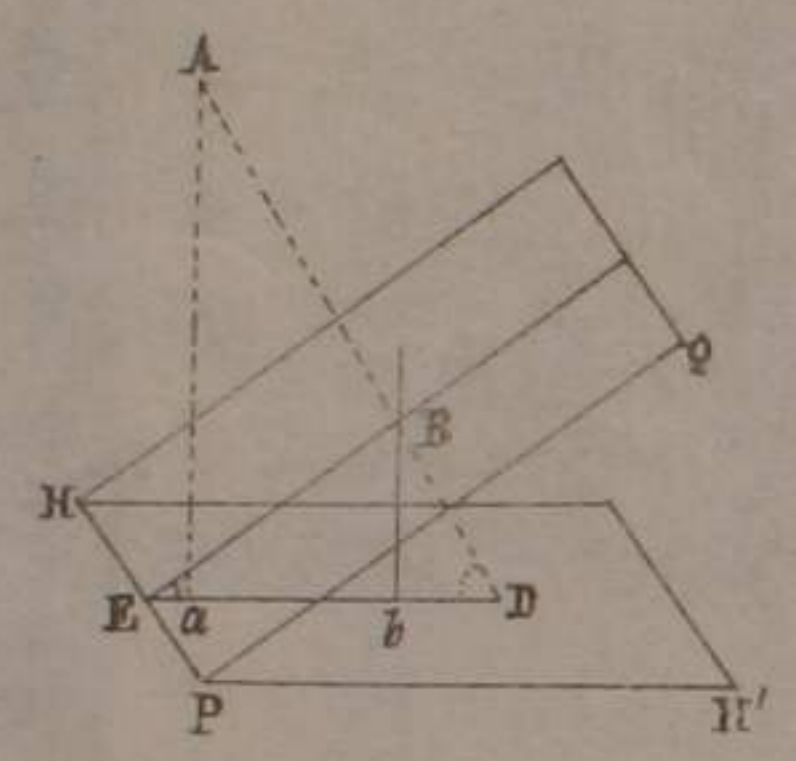
直線apを作り又第二直線のc点を過き第一直線と平行せる直線cqを作る
時々bap及びdcqの二角を空際小於て互
小平行せる諸邊を有り而して其諸邊
小て決定せる二平面を相平行すへし
故小此設問らa b pの三点小依て平
面を作り又c d qの三点小依て他
の平面を作り又此の如く求め得たるmn及び
又cdと平行せる直線apを作り後小cd中の一点を過きて
ab及びapの二直線小て決定せるmnの平面と平行せる平面

を作り以て此設問の答ふる事を得へし
若し二直線相平行せる時々此設問を不定なり又相交截
る時々此二平面を此二直線の平面即ち只一個の平面と
る

直線及び平面相直立せる者

直線平面を直立せる者の畫形影と此平面の水平
線の方角との關係

圖三十三第



第三十三圖 ABの直線空際小於て
HPQの斜平面を直立せる者と一此平
面をHPの直線に循てHH'の水平面と
截る者とす然る時々ABの直線と投
影せるABabの平面を此水平面及び斜

標高平面幾何

平面に直立す一其故を各此二平面に直立せる二直線に
 依て成るをふり故に又HPの交線も直立す而して此直線
 のabの水平影を此斜平面の水平線に直立す故に又此平面
 の水平線の畫形影に直立す一又此直立線と水平面とよ
 て成るADEの角を斜平面と此水平面とよて成るBEDの角の餘
 角ふり其故をBEDの三角形のB角を直角ふるをふり故に此
 二角の正切を互に倒數にして即ち其相乘を一に等し故に
 其中一を知ると他の者を求め得し
 又垂線AB及びBEの最大傾斜線を其畫形影相平行し而して
 反對の方向に於て標高をる事を注意せし其故をBbの鉛
 線の各傍に於て一々上昇し一々下降を色をふり
 標高平圖幾何學終

