

明  
二  
五  
卷  
九

新編直指算法統宗卷之六

新安 賓渠程大位汝思甫

編集

少廣章第四

此章如田截縱之多益廣之少故曰少廣如方田還原之意以方法除積疊而求方以圓法除方實而求圓所註開平方平圓頭緒繁冗初學者難今註釋簡明於後

開平方法認商歌

一百一十定無疑	一千三十有零餘
九千九九不離十	一萬纔為一百推
得商方除倍作廉	次商名隅併廉除

餘數續商隅又倍

只依此法取空虛

○解曰平方者乃方向自乘之積也開者以求方向之數也一百一十定無疑者謂如積一百步可約方面十步已無疑矣一千三十有零餘者謂積一千步可約方面三十步有零也九千九九不離十者謂如積九千步約方面九十步自乘九九八千一也一萬纔為一百步自乘得一萬步也此言約初商之訣再具商積於後

○開平方初商定首位訣是自乘之數也

商一步 積一步 商一十步 積一百步

商二步 積四步 商二十步 積四百步

商三步 積九步 商三十步 積九百步

商四步 積一十六步 商四十步 積一千六百步

商五步 積二十五步 商五十步 積二千五百步

商六步 積三十六步 商六十步 積三千六百步

商七步 積四十九步 商七十步 積四千九百步

商八步 積六十四步 商八十步 積六千四百步

商九步 積八十一步 商九十步 積八千一百步

○法曰置積為實別置一算名曰下法於實數之下自末位至首

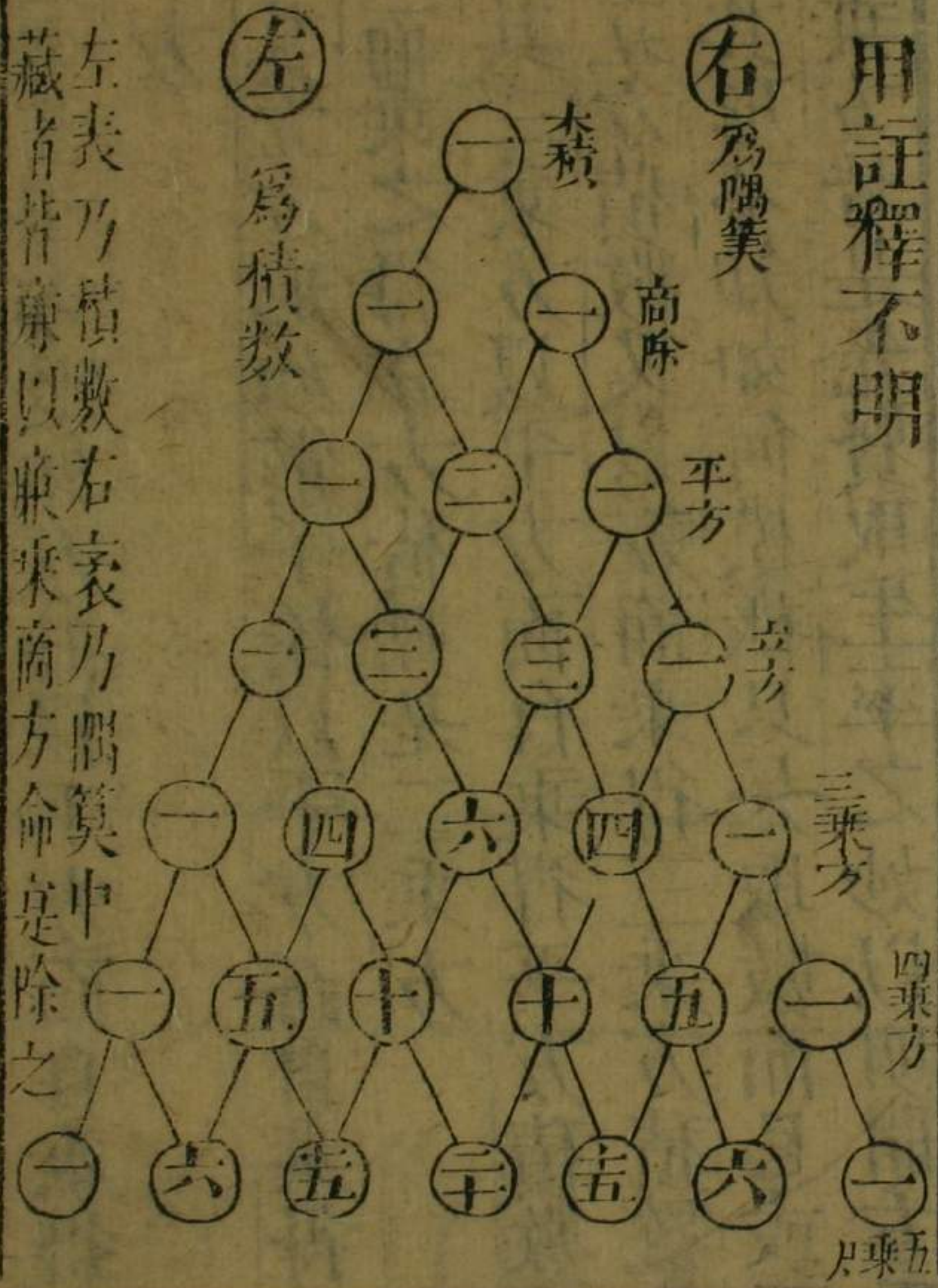
約實○下定百下定千實上商置第一位得千下

位亦置上商若名曰方法與上商相呼除實若餘實若乃

開方求廉率作法源圖

以二乘方法法也得若干為廉法。續商置第二位於上商之次得若干下法亦置續商若干為隅法。於倍方之次共若干皆與續商相呼除實盡得平方一面數。如不盡仍前再商之隅法者乃曲尺樣二廉之角為隅則小方也或數不及以法命之。何謂之命若餘實若干不盡却以所商得平方數若干倍之再添一個共得若干便商得面方多一數也。因此數不及而為之命平圓不盡數亦倣此。其立方立圓不同。若要還原如方田以面方自乘見積。若還原遇面方下原有不盡數者以面方自乘併八不盡數見積。

此圖雖吳氏九章內有自平方至五乘方却平云如何作用註釋不明今依圖自



左表乃積數右表乃隅算中藏者皆廉以廉乘商方命是除之

為三乘方率向下求出三十餘乘方皆取自然生率之妙

今依圖自  
上立二得  
二為平方  
率又併  
三得三三  
為立方率  
又併  
得四六四

今畧具五乘方圓式可為求廉率之梯階  
 ○又考其平方形如方田以平方面自乘得平方積數是一乘方

○其立方形如骸子樣以平方面自乘得平方積數再以高方面乘得平方積數是二乘方

○其三乘方以平方面自乘得平方積數又以高方面乘得立方積數又以方面乘得三乘方積數故曰三乘方

○其形不知如何模樣只是取數而已或至十乘方三十餘乘方皆是先賢取生率之妙以明開方正律亦不可廢

開平方 有實而無法 商約而除之

廉法謂一方帶兩面直以助其壯為廉

面方二十八步

開八步

廉二十步

平方積三百二十四步

法曰置積三百二十四步為實

○約初商十於實左

下法亦置十於實右

名曰方法與上商相呼

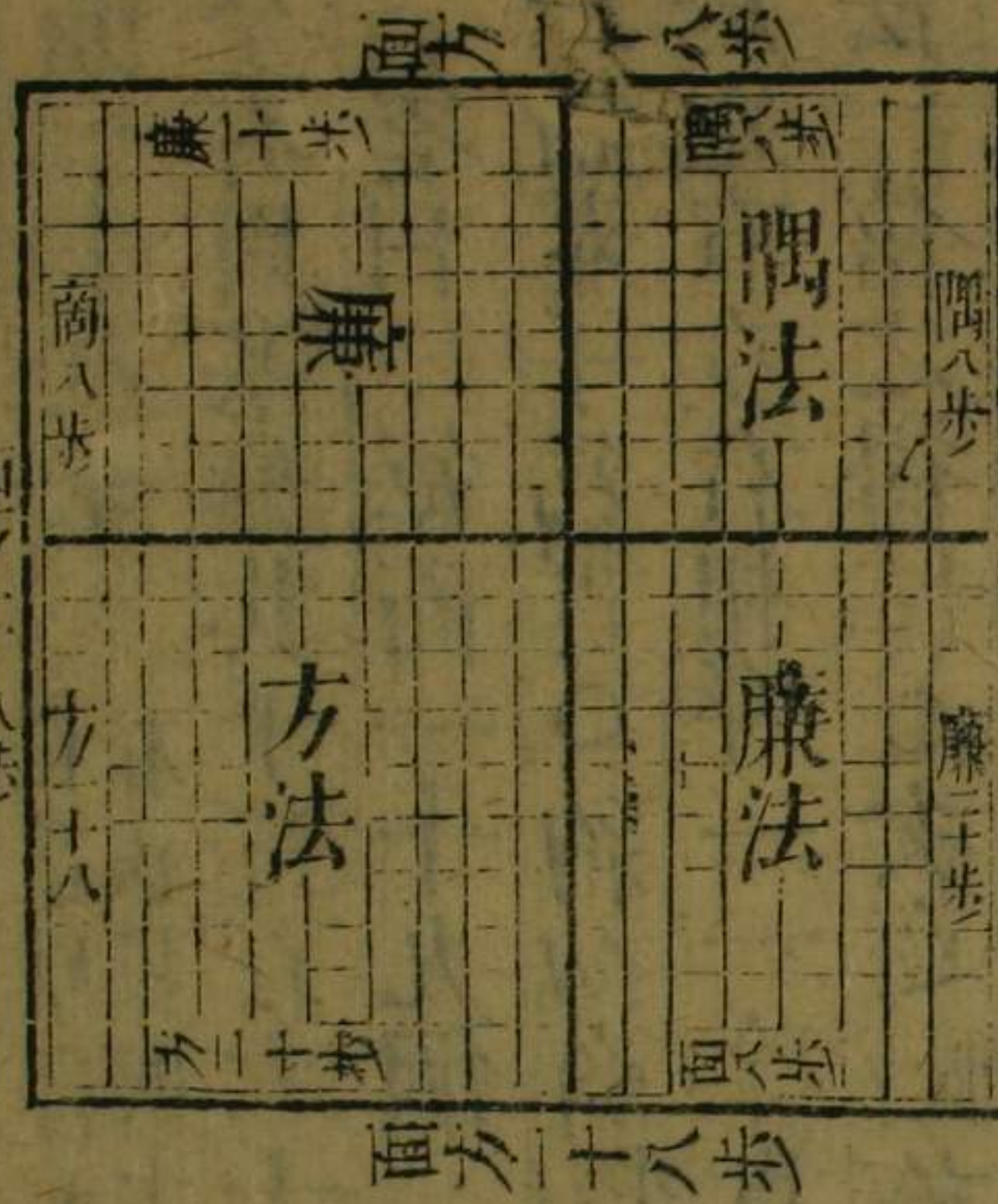
一一除實一百餘實百

二十就以方法十倍

之得二十名曰廉法○

八步亦置八於實右廉

方廉隅之法圖



隅法謂一方帶兩廉餘一小方角為隅

又約次商八於左初商十之次共得八步

法步二十之次名曰隅法共得八步與左位次商八步相呼二八

除實十步又左八對右八相呼八八除實四步恰盡得

方面一十八步若還原自乘是也右法以明方廉隅之名也

假如今有圍棊盤共子三百六十一個問每面子若干

答曰 每面一十九個

○法曰置棊子為實○約初商步十於實左○下法亦置步十

於寔右左右相呼一一除實一個餘實一百六個○就以下

法十倍之得二十○次商九於左初商十之次置九於右倍

方十之次共得二十九皆與左次商九相呼二九除實一百

個又左九對右九相呼九九除實八十恰盡

今列開平方法定左中右式

九看字亦照算盤自左至右

九個為隅法亦與左次商呼除中實

右初商十為方法典左初商呼除中寔後倍作十為廉法典左次商呼除中寔

個除恰盡

中卒 加二共八十又呼九九除寔八十一併下位一去

是 盡次商呼二九除一百八十個本身去二十位加

空位

次商九個 又對右九呼九九除實八十一個恰盡

初商十 左九對右二呼二九除寔一百八十個

左

今有方田積一千一百三十六步問平一面若干

答曰 五十六步

○法曰置田積為實○約實定初商五十步於左○下法亦置五十步

步於右左右相呼五五除實一千五百步餘積六百三十步○就以

下法五十步倍之得一百步○次商六十步於左初商五十步之下亦置

六十步於右倍方一百步隔位之下共得一百六十步○皆與次商六十步相呼

一六除實六百步○又左六十步對右六十步相呼六六除實三百六十步恰

盡

今有方田積二十萬零七千九百三十六步問平方一面若干

答曰 四百五十六步

○法曰置方積為實○約初商四百步於左位○亦置四百於右位

為方法與上商相呼四四除實六萬餘實四百三十六步○

就以方法四百步倍作八百步為廉法○次商五十步於左初商四百步之下

○亦置五十步於右廉法八百步之下為隅法共八百五十步皆與次商五十步

呼除先以左五十步對右八十步呼五八除實四萬又左五十步對右五十步呼

五五除實五千餘實三千六百步○却以下法次商五十步倍之

併廉共得九百又為廉法○又商六十步於左初次商四百步之下

○亦置六十步於廉法九百隔位之下共九百六十步皆與左再商六十步呼

除先左六十步對右九十步呼六九除實四萬五千又左六十步對右六十步呼六

六除實三十步恰盡合問

今有方磚一千四百六十一塊欲為平方問一兩方若干

答曰 面方三十八塊 七十七塊之十七

○法曰置磚積為實○初商三十於左下法亦置三於右為方

法左右相呼三三除實百九○餘實五百六○就以方法三

倍作十為廉法○次商八於左初商十二之下亦置八於右

廉法十之下為隅法共六十皆與上商八相呼六八除實

四百又呼八八除實六十餘實七十不盡却將所商三十

倍之再添塊共得方數七十命七十何謂之命以原總數

內除七十加上七十便商得面方九十塊因此不及而為之

命餘做此

分有方田積七萬一千八百二十四步問平方一面若干

曰 每一面方二百六十八步

○法曰置方田積為實以開平方方法兮之○初商百於左位○

亦置百於右位為方法○以左二對右二相呼二二除實

萬訖餘實百二十四步就以方法百倍作百為廉法○次

商十於左初商百之下○亦置十於廉法百之下為隅法

共六百皆與次商百呼除先以左六對右四呼四六除積

二萬又左六對右六呼六六除積六百餘實二千二百却

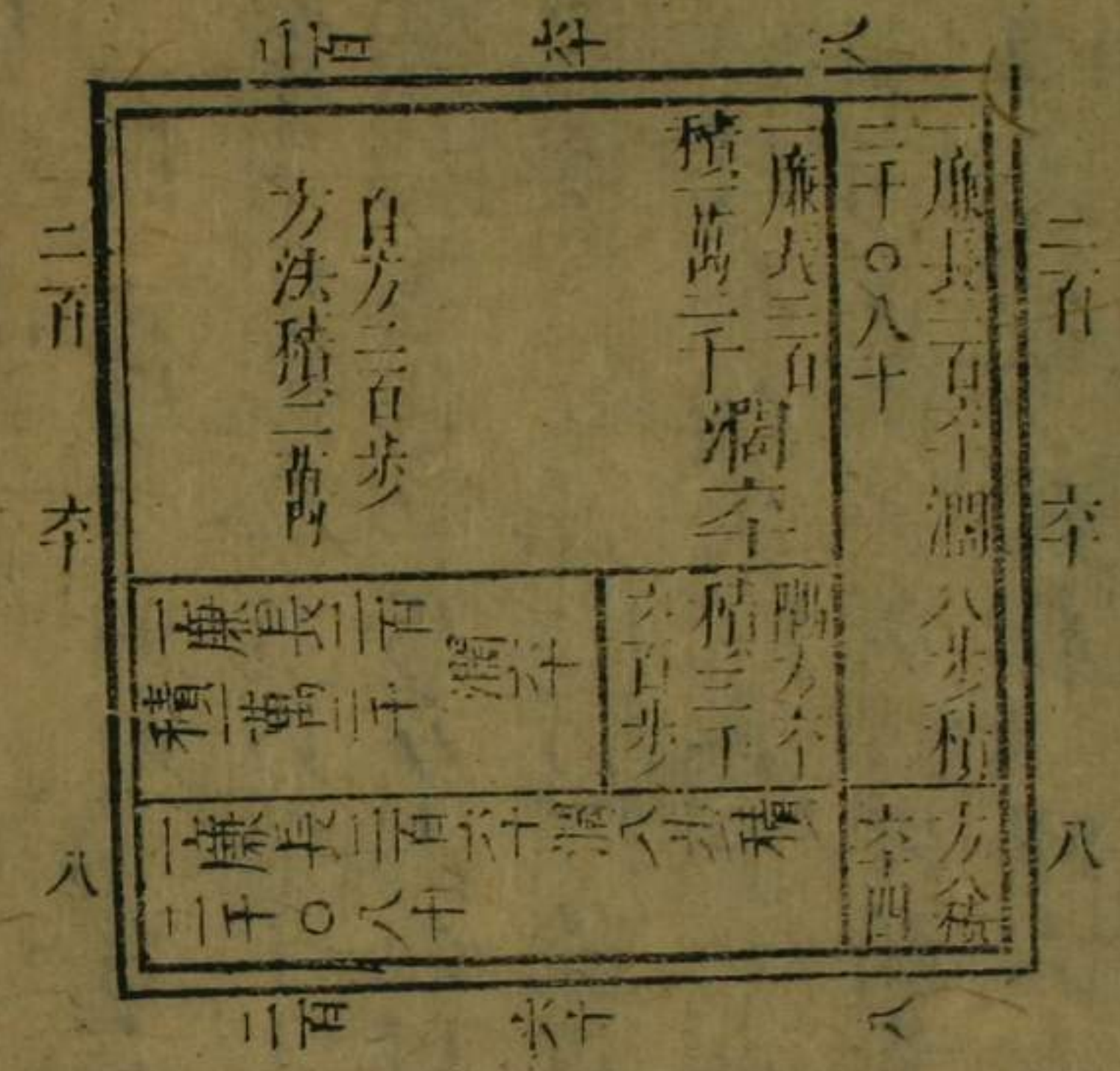
以右位次商十倍加十於百之下共五百二十皆為廉法

與上商八步呼除先以左八對右五呼除五八除積四千



又呼一八除一百六十又呼八八除實六十四步冷盡  
○演段解曰其初商二百自乘得積四萬是大方積

一方四廉兩隅演段圖



次商六十內有濶六十  
長二百兩段故倍初商  
二百作四百為廉法與  
左次商六十乘得二萬  
四千是兩個濶六十長  
二百積○其次商六十  
自乘得三千六百是中  
方積○又商八十步內有  
濶八十步長二百六十兩  
段故倍初次二百六十  
為五百二十却以八步  
乘得積四千一百六十  
是兩個濶八十步長二百  
六十步小廉積○其又  
商八十步自乘得積六千  
四百步是小方隅積○凡

歸除開平方

今有平方積五萬四千七百五十六步問平方一面若干

答曰 二百三十六步

歸除開平方方法曰置積五萬四千七百五十六步為實於盤中見實約商

二於實左○亦置百二於右下左右相呼二二除實四萬餘實

一萬四千七百五十六步以右下步二百倍之得四百為法歸除之呼四一

二逢四進一得商步三十就置步於右百四之下相呼三三

除實九百餘實一千八百○就以右下步三十倍之得步六十共

四百六為法歸除之呼四一二逢八進二得商步四○亦置

步於右六之下相呼四六除二百四又呼四四除實六步十恰

盡○以左上所商得二百三為平方一面之數也  
今有平方積四百九十步欲為平方問每面若干

答曰 二十二步 四十五分步之六

○歸除開平方法曰置積四百為實於盤中見實百○商二十

於實左○亦置二十於右下左右相呼二二除實百餘實

九十就以右位二十倍之得四十為法歸除之呼逢八進二

就置步於右四之下相呼二二除實百餘實百不盡以直方

命之法曰以所商二十倍之又添步共得四十為分母命之

曰四十五分步之六

○解曰若以積四百九加入四十五減去分子六仍得五百二便

商得二十步所謂不及故謂之命也

歸除平方帶縱歌

平方帶縱法最奇

四因積步不須疑

縱多自乘加因積

又用開方法除之

再以縱多併開積

折半方為長數施

若問濶步知多少

將長減却縱多基

今有直田積一千七百五十步長比濶多一十五步問該長濶

各若干

答曰 長五十步

濶三十五步

○法曰置積一千七百五十步以四因之得七百二十五步自乘

法曰置積一千七百五十步以四因之得七百二十五步自乘

得<sup>二百二十五步</sup>相併共得<sup>七千二百</sup>為實以開平方法除之○  
 約商<sup>八</sup>於左亦置<sup>八</sup>於右左右相呼八八除實<sup>六千四餘</sup>  
 實<sup>八百二十五步</sup>○就以下法<sup>八</sup>倍之得<sup>一百六</sup>為法歸除之呼  
 逢五進<sup>五</sup>於初商<sup>八</sup>之次共得<sup>八千</sup>○下法亦置<sup>五</sup>於百  
 六之下共<sup>十五步</sup>左<sup>五</sup>對右<sup>六</sup>相呼五六除實<sup>三百</sup>又左  
 五對右<sup>五</sup>呼五五除實<sup>二十五步</sup>恰盡○得左商<sup>八</sup>步如長濶  
 相和之步加八縱多<sup>五步</sup>共得<sup>一百</sup>折半得<sup>五十</sup>於內減  
 去縱多<sup>五步</sup>餘<sup>五步</sup>即是濶也

帶縱開平方法歌

兼商除

平方帶縱法為奇

下位先安縱步甚

上商得數加縱內

縱方下法併為題

上下相呼除實畢

倍方不倍縱開餘

餘數續商方再倍

何愁此術不能知

○法曰如有田積<sup>若干</sup>只云濶不及長<sup>若干</sup>問濶者○置田積<sup>若干</sup>  
 為寔以不及<sup>若干</sup>為縱列於下法以帶縱開平方法除之實  
 上初商得<sup>若干</sup>下法亦置初商<sup>若干</sup>於縱內共得<sup>若干</sup>皆與上商  
 相呼除實<sup>若干</sup>餘實<sup>若干</sup>另以下法初商<sup>若干</sup>倍之<sup>倍方不</sup>○次  
 商<sup>若干</sup>於左位初商之次下法亦置次商<sup>若干</sup>於倍方之次共  
 若皆共次商相呼除實盡得濶數加不及數為長○若要  
 還原以所商得濶<sup>若干</sup>為實另以所得商數<sup>加上縱步共</sup>或減不及餘若

翻刻之。答曰二百三十四步トアリ  
コノ方正シ

千乘之見積

今有田積一千七百五十步只云長比濶多一十五步問長濶各若干

答曰 長五十步 濶三十五步

○法曰置積為實以多<sub>五步</sub>為縱列於下位以帶縱開平方法  
除之○初商<sub>三</sub>於左位○下法亦置<sub>三</sub>加於縱上共得<sub>四</sub>  
<sub>五步</sub>與上商相呼○左<sub>三</sub>對右<sub>四</sub>呼三四除實<sub>一千</sub>○又左  
<sub>三</sub>對右<sub>五</sub>呼三五除實<sub>一百</sub>○另以下法初商<sub>三</sub>倍作<sub>六</sub>  
加縱多<sub>五</sub>共得<sub>七</sub>○次商<sub>五</sub>於左位○下法亦置<sub>五</sub>於  
倍方之下共<sub>八</sub>皆與次商五相呼○左<sub>五</sub>對右<sub>八</sub>呼五八

除實<sub>四百</sub>恰盡得濶<sub>三十五</sub>加多<sub>五</sub>步為長合問

又法名減積開平方

置田積為實於中○另<sub>二</sub>不及<sub>十五</sub>於右位為減積○上商  
<sub>三</sub>於左位○下法亦置<sub>三</sub>於右為方法以乘減積<sub>五</sub>得  
<sub>四百五</sub>以減中實餘實<sub>一百</sub>○却以初商<sub>三</sub>與上商<sub>三</sub>  
相呼<sub>三三</sub>減積<sub>九</sub>餘實<sub>四</sub>○就以方法<sub>三</sub>倍作<sub>六</sub>為廉法  
○次商<sub>五</sub>於左<sub>三</sub>之次○下位亦置<sub>五</sub>以乘減積<sub>五</sub>得  
<sub>七十</sub>以減中積仍餘實<sub>三</sub>○却以下位廉法<sub>六</sub>併<sub>八</sub>  
次商<sub>五</sub>共<sub>六</sub>皆與上商<sub>五</sub>呼<sub>五六</sub>除實<sub>百</sub>五五除<sub>二十</sub>  
得廣<sub>五</sub>合問

○若問縱照前布列。上商<sup>十五</sup>以乘不及<sup>五十</sup>得<sup>七百五十</sup>併加前積其<sup>二千五百</sup>却呼五五除實<sup>二千五百</sup>盡得縱合問

今有圭田積一百二十六步濶不及長九步問長濶各若干

答曰 長二十一步 濶一十二步

○法曰倍田積得<sup>二百五十</sup>為實以不及<sup>九步</sup>為縱方於右。上商

<sup>十步</sup>○下法亦置<sup>十步</sup>於縱<sup>九步</sup>上共<sup>十九步</sup>與上商<sup>十步</sup>除實<sup>一百九十</sup>餘<sup>六十</sup>○另以下法初商<sup>十</sup>倍之作<sup>二十</sup>○次商<sup>二</sup>於左

○下法亦置<sup>二步</sup>加於縱方<sup>九步</sup>上共<sup>三十一步</sup>皆與上商<sup>二</sup>相呼除實盡得濶<sup>二步</sup>加不及<sup>九步</sup>得長合問

今有勾股田積四百八十六步只云勾少弦一十八步問各若干

答曰 勾濶二十七步 股二十六步

弦斜四十五步

○法曰倍積得<sup>九百七十</sup>為實以弦差<sup>八</sup>折半得<sup>九</sup>為縱方開

平方法除之得勾<sup>七</sup>加差<sup>八</sup>弦斜<sup>四十五</sup>○另以勾

自乘弦自乘二數相減餘<sup>九十六</sup>為實以開平方法除

之得股長<sup>三十六</sup>合問

今有勾股田積四百八十六步只云股少弦九步問各若干

答曰 股三十六步 勾一千七步

弦四十五步

○法曰三因積得<sup>一千四百</sup>為實以弦差<sup>九</sup>折半得<sup>四分</sup>為縱

方開平方法除之得股長<sup>六步</sup>加<sup>九步</sup>為弦<sup>四十五步</sup>○另以股  
自乘弦自乘二數相減餘<sup>七百二十九步</sup>為實以開平方法除之  
得勾澗<sup>七步</sup>合問

長澗相和歌

與減縱開平方法同

長澗相和不識情

四因積步莫差爭

和步自乘減去積

餘用開方差步名

却將和步加差步

折半當為長數成

要知澗步如何見

長步減差澗便明

今有直田積一千九百二十步長澗相和<sup>九十步</sup>開長澗各若干

答曰 長六十步

澗三十二步

○法曰置田積以四因之得<sup>八千六百</sup>○另以和步<sup>九十步</sup>自乘

得<sup>八千四百</sup>減去因積<sup>七百八十</sup>為實以開平方法除之得

澗相差<sup>八十步</sup>加八和步<sup>九十步</sup>共<sup>一百一十步</sup>折半得長<sup>六十步</sup>內

減差步<sup>八十步</sup>餘得澗<sup>三十二步</sup>合問

又法名減縱開平方置田積<sup>一千九百</sup>為實以相和<sup>九十步</sup>於右

為減縱○上商<sup>十三</sup>以減<sup>九步</sup>餘縱<sup>六十步</sup>與上商<sup>十三</sup>相呼三六

除實<sup>八百</sup>又呼三除<sup>六步</sup>餘實<sup>六十步</sup>又以上商<sup>十三</sup>再減餘縱<sup>六十</sup>

二仍餘縱<sup>三十</sup>○次商<sup>二</sup>又減縱<sup>二步</sup>餘縱<sup>十二</sup>與次商<sup>二</sup>相呼

一三除實<sup>十</sup>盡合問

○若先問長者仍前布列○先商長<sup>十六</sup>減縱亦得

今有勾股田積九百六十步長濶相和九十步問長濶各若干

答曰 長六十步 濶三十二步

○法曰置田積以八因之或倍田積得七千六百○另以和步

自乘得八千四百相減餘七百八以平方開之得長濶相差

二十步加入和步共一百三折半得長六十內減差步二十餘

得濶三十步合問

○若以減縱開平方法算置積倍之得二千九百為實以相和

九十步為減縱如前商之即得

與帶縱開平方法同

○式曰置田積

差步自乘加入積

和步加差須折半

以長減差便為濶

開方得數以和名

此為長數更無零

學者留心仔細尋

今有直田積一千九百二十步長濶相差八十步問長濶若干

答曰 長六十步 濶三十二步

○法曰置積以四因之得七千六百○另以相差八十自乘得

七百八加入積數共八千四百為實以開平方法除之得

長濶相和九十步加入差步二十共一百一十折半得長步六十

內減相差八十餘得濶三十二步合問

又法名帶縱開平方置田積一千九百為實以相差八十為帶

縱列於右○上商<sub>二</sub>於左○右位亦置<sub>三</sub>加於縱上共得<sub>五</sub>  
步<sub>八</sub>皆與上商<sub>三</sub>相呼三五除實<sub>二</sub>千又呼三八除實<sub>四</sub>百餘  
實<sub>八</sub>十○另以下法初商<sub>三</sub>倍之得<sub>六</sub>加差<sub>二</sub>十共得<sub>八</sub>十  
○次商<sub>二</sub>於左<sub>三</sub>之次○下法亦置<sub>二</sub>於倍方之次共<sub>九</sub>十  
皆與次商<sub>二</sub>相呼二九除實<sub>八</sub>十恰盡得濶<sub>三</sub>十加差<sub>八</sub>十  
得長<sub>六</sub>十合問

如勾股田積長濶相差問答倍積用法同前

平圓法歌

平圓之法若求周 十二乘積數可求

求徑四因三而一 開平方法以除收

○法曰問外周者置積<sub>千</sub>以圓法<sub>二</sub>乘得<sub>千</sub>若為實以開平方法  
除之得周○若要還原如圓田以外周自乘又以<sub>二</sub>除見  
積○若周下原有不盡數者以周自乘併八不盡以<sub>二</sub>除  
見積○問徑者置積<sub>千</sub>以<sub>四</sub>因<sub>三</sub>歸得<sub>千</sub>若為實以開平方  
法除之得徑○其圓居方四分之三故用<sub>四</sub>因<sub>三</sub>歸之○  
若要還原如圓田以徑自乘併八不盡數以<sub>三</sub>因<sub>四</sub>歸之  
見積

若問周問徑遇有餘積不盡者依開平方法下命之

今有圓田積二千三百五十二步問平圓周若干

答曰 周一百六十八步



○法曰置圓田積步以二十乘之得二萬八千二百二十四步為實以開平方  
 法除之○初商百於左位○下法亦置百為方法呼一  
 除積萬餘積百二十四○就以方法百倍之得百為廉  
 法○續次商十於左初商百之下○右位亦置十於廉法  
 下百之下為隅法共百皆與上商十呼除先呼二六除積  
一萬又呼六六除積百餘積二千六百○另以右位次  
二千併八廉法百共百又為廉法○再商八  
 於左位初次商百之下○右位亦置八又為隅法於廉  
 法之下共百皆與上商八呼除先呼三八除積四百  
 又呼二八除積百又呼八八除積百恰盡

今有圓田積二千三百五十二步問平圓徑若干

答曰 徑五十六步

○法曰置積步先以四因後用三歸得三千一百三十六步為實以開平  
 方法除之○初商五十於左位○亦置五十於右位為方法左  
 右相呼五五除積五千餘積六百三十○却以右位五十倍作  
百為廉法○次商六於左初商五十之次○亦置六於右廉  
 法百隔一位下為隅法共一百皆與上商六相呼一六除  
 積百又左六對右六呼六六除積百恰盡  
 今有圓積五萬四千個欲為平圓問徑若干

答曰 徑二百六十八個 五百三十七個之  
一百七十六

○法曰置積數先以四因後用三歸之得七萬為實以開平方

法除之○初商二於左位○下法右位亦置二為方法呼

二二除積四萬○餘積二千○就以右位二倍之得四為廉

法○次商六於左○亦置六於右廉法四之次為隅法相

呼四六除積二萬又呼六六除積六千餘積六百○却以

右位六倍之併入廉法共二五百皆為廉法○又商八於左

六十之次○右位亦置八於廉法之次共五百二皆與上

商八呼除先呼五八除積四千又呼二八除積六十又呼八

四十餘積一百七不盡却將所商數倍之再加一

百三命之一百七○若於總內減去一百七加上五

七三十便商得徑二百六也

開平方通分法

今有積一千五百九十步六十四分問平方一面若干

答曰 三十九步八分步 卽八分七厘五毫

○法曰置積一千五百九十步六十四分以分母六十分乘之加入分子一共得一

萬○一千七百六十分以開平方方法除之得面方三百一為實○另

以分母六十分以開平方方法除之得八為法除之得方面三

步不盡七命之曰八分步

今有方田一段面方四步一十八分步問積步各若干

答曰 斜弦七步 方積二十四步五分

○法曰置<sup>四步</sup>以分母<sup>八</sup>十乘之加入分子<sup>七</sup>十共得<sup>八十九步</sup>自乘

得<sup>七千九百</sup>二十一<sup>步</sup>○另以分母分子相減餘<sup>一</sup>以乘分子<sup>七十</sup>如

故併前共得<sup>七千九百</sup>三十八<sup>步</sup>為實另以分母<sup>八十</sup>自乘得<sup>三萬二</sup>

為法除之得<sup>二十五</sup>分<sup>四</sup>為方積倍之得<sup>四十九</sup>步以開平方除

之得斜弦<sup>七步</sup>但方面下有零分數求積者做此

右<sup>商法開方</sup>歸除開方二者聽從人便

方圓三稜總歌

方圓三稜求周數 各減總一分明布

十六乘方帶縱八 十二乘圓加縱六

十八三稜添縱九 俱用帶縱開方術

倍方不倍縱開除 何愁外周不知數

還原束法歌

四方之束添八乘 十六歸除數頗明

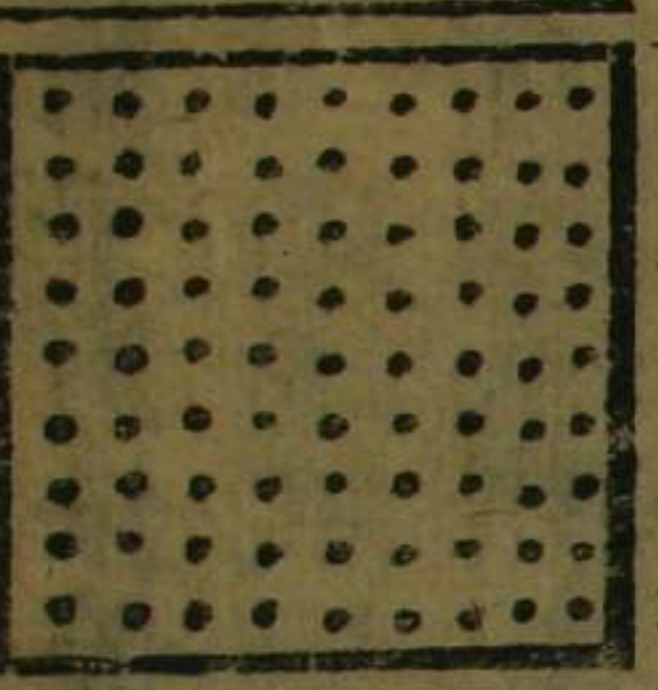
圓束外周加六奏 乘來十二法除洵

三角加九乘周數 十八歸除不差爭

各要臨時添一數<sup>即中心也</sup>束積推詳數可成

今有方箭八十一根問外周若干 答曰 外周三十二根

方箭圖



法曰<sup>此是八個</sup>置方箭<sup>八十</sup>減去

中心<sup>根</sup>餘<sup>八十</sup>以<sup>六十</sup>乘之得<sup>八千二百</sup>

為實於中位以<sup>八</sup>為縱列於右位用帶

縱開平方法除之。○初商<sub>十三</sub>於左位。○下法亦置<sub>十三</sub>於右  
 縱<sub>八</sub>之上共<sub>三十三</sub>左右對呼三三除實<sub>九百</sub>。○又左<sub>三</sub>對右  
 八呼三八除<sub>四十四</sub>。○就以下法初商<sub>十三</sub>倍作<sub>十六</sub>不倍縱。○  
 次商<sub>二</sub>若左初商<sub>十三</sub>之次。○下法亦置<sub>二</sub>於倍方之次共  
 得<sub>十七</sub>。○左<sub>二</sub>對右<sub>七</sub>呼二七除實<sub>四十四</sub>恰盡得周<sub>三十二</sub>  
 今有方箭一束外周<sub>三十二</sub>根問總積若干

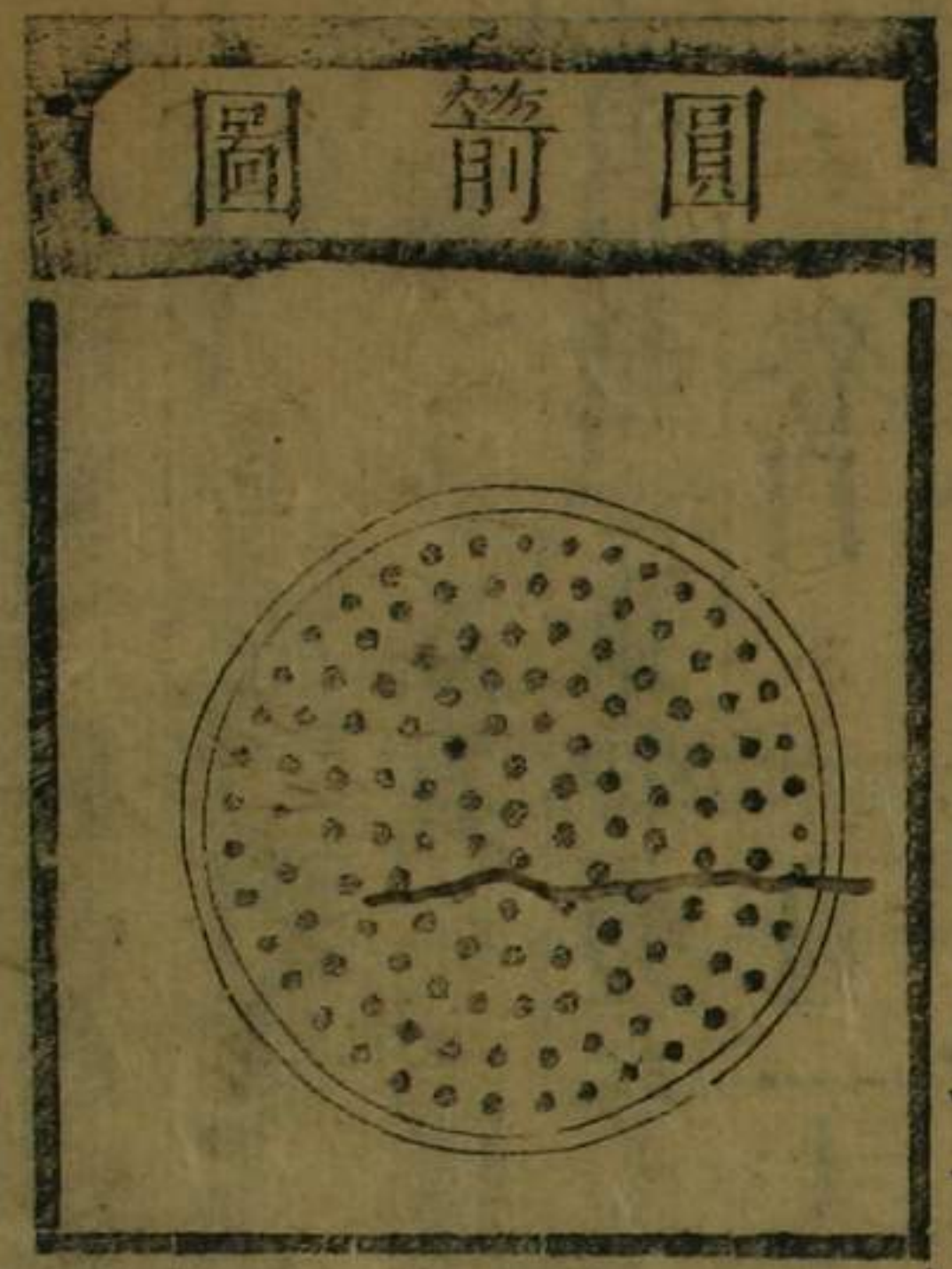
答曰 八十一根

○法曰置外周<sub>三十二</sub>於左。○亦置<sub>三十二</sub>於右加內周<sub>八</sub>共<sub>四十</sub>相  
 乘得<sub>一千二百八十</sub>為實以方束法<sub>六</sub>除之得<sub>八十</sub>加上中心<sub>一</sub>共  
 得<sub>八十一</sub>根合問

凡方物乃是八個周中包一以八往外周即知層數也  
自內之外每層加八  
自外之內每層減八

今有圓箭一百二十七根問外周若干

答曰 外周三十六根



圓箭圖

亦置<sub>三</sub>於右縱<sub>六</sub>之上共<sub>三十九</sub>。○左右相呼三三除實<sub>九百</sub>

法曰。○○○此是六個周中包一置圓箭<sub>一百</sub>

七減去中心一餘<sub>一百一十六</sub>根以<sub>二</sub>  
 乘之得<sub>一千二百八十</sub>為實於中。○  
 以縱<sub>六</sub>列於右用帶縱開平方

法除之。○初商<sub>十三</sub>於左。○下法

又呼三六除實八十一。就以右位初商三倍作六不倍縱

○次商六於初商三之次。○下法亦置六於倍方之次共

七十。○左六對右七呼六七除實四十二。○又左六對右二

呼二六除實一十二恰盡合問

今有圓箭一束外周三十六根問總積若干

答曰 一百二十七根

○法曰置外周三十六於左。○亦置三十於右加內周六共四十二

相乘得一千五百為實以圓束法十二除之得一百二十七加中

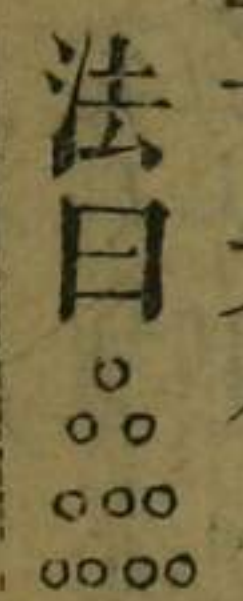
心一合問 凡圓物乃是六個周中包一以六歸外周即

知層數也

自內之外每層加六  
自外之內每層減六

今有三稜物九十一個問外周若干

答曰 外周三十六個

法曰  此是九個周中包一置三稜物九十減

去中心一個餘九十以十乘之得一千

二十為實。○以九為縱列於右用帶

縱開平方法除之。○初商三十于左。○

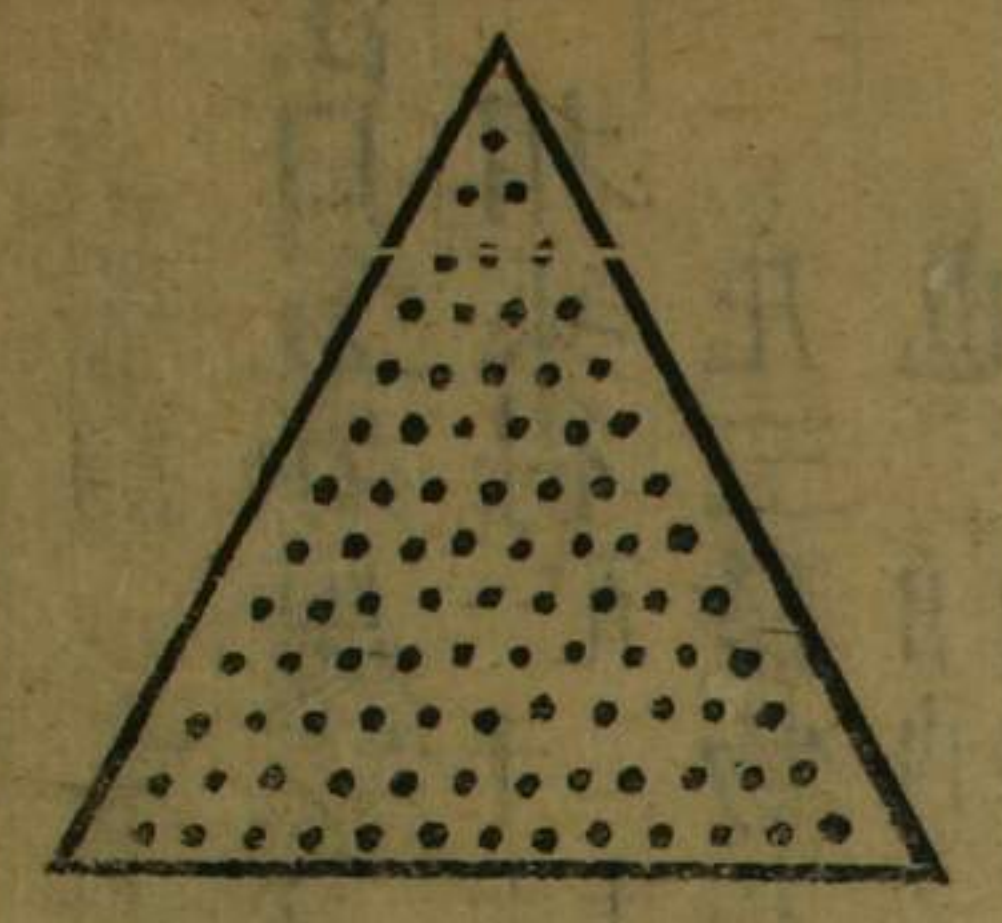
下法亦置三於右縱九之上共三十

左右相呼三三除實九百。○又呼二九除實二百七十餘實四百

○另以下法初商三倍作六不倍縱共九十。○次商六於

左初商三之次。○下法亦置六於倍方之次共七十。○以

三稜圖



左<sub>六</sub>對右<sub>七</sub>呼六七除實<sub>四</sub>百<sub>二十</sub>。又左<sub>六</sub>對右<sub>五</sub>呼五六

除實<sub>十三</sub>恰盡合問

今有三稜物外周三十六個問總積若干

答曰 九十一個

○法曰置外周<sub>三</sub>十<sub>六</sub>於左○亦置<sub>三</sub>十<sub>六</sub>於右加內周<sub>九</sub>共<sub>四</sub>十<sub>五</sub>

相乘得<sub>一</sub>千<sub>六</sub>百<sub>二十</sub>為實以束法<sub>八</sub>十<sub>六</sub>除之得<sub>九</sub>十<sub>九</sub>加中心<sub>一</sub>合問

凡三稜物乃是九個周中包一以九歸外周即知層數

也 自內之外每層加九  
自外之內每層減九

假如方箭積六十四根問外周若干

答曰 小周二十八根

○法曰<sub>此是雙層者</sub>只以方箭積為實以開平方法除之得<sub>一</sub>百<sub>五</sub>

根却減去<sub>一</sub>根<sub>七</sub>以<sub>四</sub>因得外周<sub>二</sub>十<sub>八</sub>根

若前方箭積八十一根<sub>乃是單層者</sub>若只以方箭為實以開平

方法除之得<sub>一</sub>面方<sub>九</sub>根却減去<sub>一</sub>根<sub>八</sub>以<sub>四</sub>因得外周<sub>三</sub>十<sub>三</sub>

根<sub>二</sub>亦得<sub>面方</sub>八數為雙乃八八六十四也  
九數為單乃九九八十一也

此法不論雙層單層皆可用捷徑無差

演段根源開方圖解

夫算之術八則諸問出則直田蓋直田能致諸用而有此說

故立演段蓋欲演算之片段也知片段則能窮根源既知根

源而心無矇昧矣今摘數問詳註圖解以明後學其餘自可

引而伸之不待盡述

直田長濶相乘與萬象同意

今有直田積八百六十四步只云濶不及長一十二步問長濶各若干

答曰 長三十六步 濶二十四步

通長三十六步 上是正平方 下是縱平方

帶縱平方圖



法曰置積為實以不及  
二列於右為帶縱開  
平方方法除之○初商  
二於左○下法亦置  
二加於縱上共三十三  
皆與上商二相呼除

實六百餘實十二百一却以下法初商二倍之共五十二○次  
商四於初商二之次○下法亦置四於倍方之次共五十六  
皆與左次商四相呼除實恰盡得濶四步加差二步得長  
三十合問  
六步

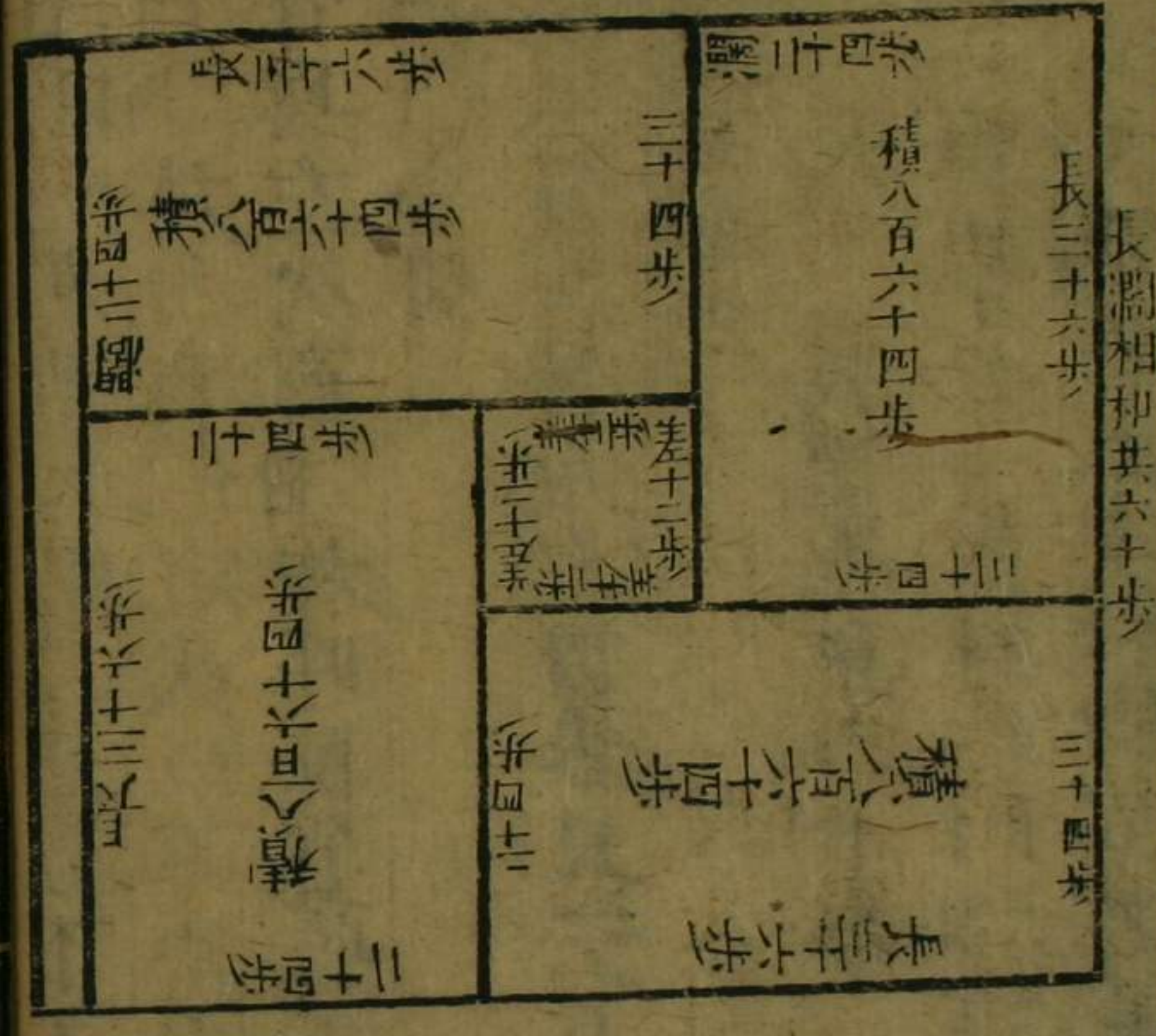
今有直田積八百六十四步只云長濶相差一十二步問長濶相和共若干

答曰 長濶相和六十步

○法曰置田積以下因得三千四百○另以差一十二步自乘得百  
四十四因積共三百六十六乃是相和之積用開平方方法除  
之得長濶相和六十合問

若問長數加差折半即得

### 長濶相差求和圖



演段解曰四因積者乃是  
 四長四濶積居邊共三  
 千四百五十六步却以  
 相差一十二步自乘得  
 一百四十四步補中得  
 相和積三千六百步以  
 開平方法除之得長濶  
 相和六十步也

今有直田積八百六十四步只云長濶相和六十步問長濶相  
 差若干

答曰 長濶相差一十二步

○法 置田積以四因得三千四百步 ○另以相和六十自乘得

三千六百步 却減去四因積三千四百步 餘一百四十四步 乃相差便自

乘積用開平方法除之得長濶相差一十二步 合問

長濶相和求差同前圖

○解曰其相和六十步自乘積三千六百步內有四因積四個  
 共三千四百五十六步居邊有一個相差自乘積一百四  
 十四步用開平方法除之得長濶相差一十二步



今有直田積八百六十四步只云長濶相和六十步問長濶各若干

答曰 長二十六步 濶二十四步

○法曰置積為實以相和六十步於右為減縱開平方法除之○  
 上商十二於左就將右縱減去上商十二餘四與上商十二相呼  
 除實八餘實六十○又以上商十二再減餘縱十二仍餘縱十二  
 ○次商四亦減餘縱十二仍淨除縱六與次商四相呼除實  
 盡得濶四步以減相和六十步餘得三十六步合問  
 ○演段借橫奏直以為相和六十步窮究其理

減縱開方圖



減縱積法



○法曰置積為實以相和為減縱  
 開平方法除之○上商十二以  
 減縱六餘縱三十與上商十二相  
 呼合除積九而積實不及乃

○解曰若不益積  
 減縱或有不可益  
 積者須用減縱之  
 此是先問濶用此  
 若先問長用減縱  
減縱積法

命馘法除原積八百六十四餘負積三十為實再置上商十三以

減餘縱十三訖○次商六下法亦置六為隅法與上商六呼

除負積恰盡得長三十合問

今有方田一段圓田一段共積二百五十二步只云方面圓徑

適等問方圓徑各若干

答曰 方面圓徑各一十二步

○法曰置共積以四因得一千併方四共七為法除之得百

四步以開平方方法除之得方面二十圓徑亦同

術曰四因方圓共積得方積四個

方



術日四因方圓共積得方積四個其四個圓積恰折得

圖徑求



一個方積以開平方方法除

之得方圓徑舊法共積得一千零為寔以開平方方法除之

併方四共七為隅於下法○初商十以隅七乘得七十為方

法與上商十相呼除實七十餘實八十另倍方法得一百

為廉法○次商二以隅七乘得十四併入廉法一百共一千

四與次商二相呼除實恰盡合問

減積帶縱開平方

今有大小方田二段相併共積四百步只云大方田面比小方

田面多四步問大小方面併積各若干

答曰 大方面一十六步 計積二百五十六步

小方面一十二步 計積一百四十四步

○法曰置共積於中○另置大方田面多小方田面<sub>四步</sub>自乘得

<sub>六步</sub>以減共積<sub>四百步</sub>餘積<sub>三百八十四步</sub>折半得<sub>一百九十二步</sub>為實○

另置大方面多小方面<sub>四步</sub>為縱方以帶縱開平方法除之

○初商<sub>十一</sub>於左○下法亦置<sub>十一</sub>於縱方之上共<sub>四十一</sub>皆與

上商<sub>十一</sub>相呼除實<sub>一百四十四步</sub>餘實<sub>五十二步</sub>○却以下法初商<sub>十一</sub>

倍作<sub>二十二</sub>併入縱方<sub>四步</sub>共<sub>四十四步</sub>○次商<sub>三</sub>於左初商<sub>十一</sub>之次○

平法亦置<sub>二</sub>於縱方之次共<sub>六十二步</sub>皆與次商<sub>二</sub>相呼除實

恰盡得小方面<sub>二步</sub>加<sub>四步</sub>得大方面<sub>六步</sub>各以方面自乘

得各積合潤

○解曰共積是一段大方積一段小方積○共大方積內有

一段小方積一段大多小方自乘積如隅又大多小的兩

段長潤積如廉每廉<sub>長即小方面數</sub>○先用大多小方步

數自乘得數以減共積者是減去大方田一段小隅積除

積折半是一段小方積一段長潤

廉積<sub>就如一段直田</sub>用帶縱開平方法除

之求出一段小方面數加多步為

大方數也

方積帶縱開平方圖



算去說

卷六

三六

今有大中小方田三段相併共積八百步只云大方田面比中方面多四步中方面多小方面四步問大中小方面併積各若干

答曰 大方面二十步 計積四百步

中方面一十六步 計積二百五十六步

小方面一十二步 計積一百四十四步

○法曰置共積於上○另置大方面多小方面八自乘得六十四

又以中方面多小方面四自乘得六步併二數共八步以

減共積八百餘積七百二十以三歸之得二百四十為實○初

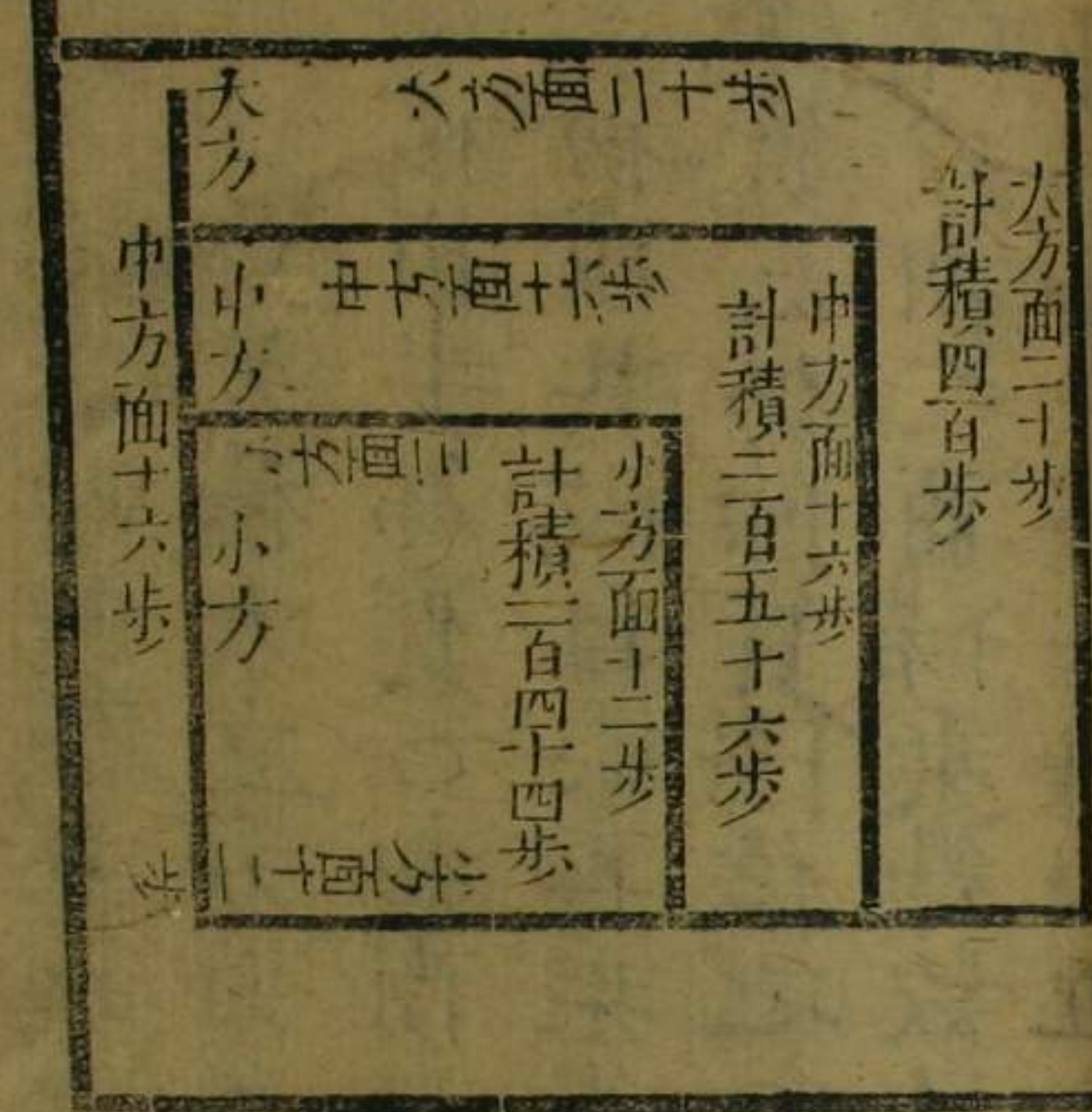
商十一自乘得一百一十以減實積餘積一百四十○次商二併初

大方面二十步  
計積四百步

中方面十六步  
計積二百五十六步

小方面十二步  
計積一百四十四步

大 小 三 方 總 一 圖



商共二自乘得十四內除

初商自乘百餘四以減餘

實又餘實九十却以三因得

二百八○另併大方多中

共二十倍之得三十與初商

相呼一二除二一四除四又

與次商二相呼二二除四二

四除八得小方面十二加多四步得中方面十六又加多四步

大方面一十六各以方面自乘得各積合問

若四段則用四歸 五段則用五歸

假如大小圓田二段共積只云大圓徑多小圓徑者法置共積以四因三歸得數仍如前方田算。或只云大圓周多小圓

置共積以二乘得數仍如大小方田算

立方二所共積只云大立方田面多小立方田面者法

共積。另積大立方面多小立方面數自乘再乘以減共

積餘積折半為實。初商自乘再乘得數除實訖。次商若

併入初商共若自乘再乘得數內減去初商自乘再乘數餘

若除實訖仍餘實若倍之。却以大多小數併入初次商數

共若以初次商若乘得數又以大多小數乘得若却以三因

之得若除實恰盡得小立方面數如多數得大立方面數各

積用四歸餘做此 方面自乘再乘得各積立方三所共積用三歸若四所共

開立方法歌

自乘為平方 再乘為立方

自乘再乘除寔積

三因初商方另列

次商遍乘名為廉

方法乘廉除次積

次商自再乘名隅

依數除積方了畢

初次三因又為方

三商徧乘做此的

一千商十定無疑

三萬纔為三十餘

九千九萬不離十

十萬方為一百推

認商歌

○解曰謂如積一于步約商一十步又如和三萬就約商三十

步又如積九十九萬步就約商九十步如積一百萬步可  
約商一百步乃自乘再乘之積而求原數也此謂有實無  
法故曰約之

商一步 積一步起至七步止皆商一步

商二步 積八步起至二十六步止

商三步 積二十七步起至六十三步止

商四步 積六十四步起至一百二十四步

商五步 積一百二十五步 至二百一十五步

商六步 積二百一十六步 至三百四十二步

商七步 積三百四十三步 至五百一十一步

商八步 積五百一十二步 至七百二十八步

商九步 積七百二十九步 至九百九十九步

商一十步 積一千步 至七千步

商二十步 積八千步 至二萬六千步

商三十步 積二萬七千步 至六萬步

商四十步 積六萬四千步 至一十二萬

商五十步 積一十二萬五千步 至二十一萬

商六十步 積二十一萬六千步 至三十四萬

商七十步 積三十四萬二千步 至五十一萬

商八十步 積五十一萬二千步 至七十二萬

商九十步 積七十二萬九千步 至九十九萬

商一百步 積一百萬步 至七百萬步

已上皆言初商首位之積以所商自乘再乘之數次商

用法不同

○法曰置積為實別置一算名曰下法於實數之下自末位至首常超二位

約實 十至九十餘萬俱定百實上商置第一位得千若下法

亦置初商千若自乘再乘得千若除實訖餘實千若却以三乘下

法初商千若得千若為方法列位○次商置第一位於初商之

次得千若下法亦置次商千若於初商之次共得千若就以次商

若過乘得若為廉法再以方法乘廉得千若除實訖餘實千若

却以次商千若自乘再乘得千若為隅法除實盡得立方面數

○若有不盡數仍再前商之或有不盡數以法命之何謂

之命若餘實千若不盡却以所商得立方數千若自乘得千若又

以三因之得千若另以所商得立方數千若用三因之得千若再

添個共得千若便商得多一立方數也因此不及而為之命

○立圓法遇有不盡者亦倣此

若要還原以立方面自乘再乘見積○若還原立方原有

不盡數者以立方面自乘再乘併八不盡數見積

今有物三千三百七十五尺問立方若干

答曰 立方面一十五尺

○法曰置物三千三百為實。約初商得十於左。○下法亦置

十於右自乘得百一再乘得千除實訖餘實七十三百却以

三乘下法得十三為方法列位。○次商尺五於左初商之次

下亦置次商五於初商十之次共五。就以五遍乘之

為廉法再以方法十三乘廉法七十得二千二百除實

實一百二十。○却以次商五自乘再乘得一百二十為偶

五除實恰盡

用立方方法圖式 此如方倉還原之意

併初商共 又用次商尺五乘之得七十為廉法以乘方

自乘得一百除實訖。○就以三初商一得三為法

次除本身五十餘二

次除本身二百餘一 再以商五尺自乘再乘得一百

右法呼先除 ○又以右法方廉相乘得二千二百

本身一千 五十除本身二盡更於挨次二三

位除

今有積一百九十五萬三千一百二十五尺問立方方面若干

答曰 立方面一百二十五尺

○法曰置積尺數為實。○約初商百一自乘再乘得一百除實訖

餘實九十五萬三千。○却以三乘下法百一得三百為方法列

餘實一百二十五尺



位○次商<sub>十二</sub>於初商<sub>百一</sub>之次○下法亦置<sub>十二</sub>於初商<sub>百一</sub>之

次共<sub>二百</sub>就以<sub>十二</sub>乘之得<sub>二千四百</sub>為廉法再以方法<sub>百三</sub>乘廉

得<sub>七十三萬</sub>除實訖餘實<sub>二十三萬三千</sub>○却以次商<sub>十二</sub>自乘

再乘得<sub>千八</sub>為隅法除實訖餘實<sub>二十二萬五千</sub>○另以<sub>三</sub>

乘法<sub>二百</sub>得<sub>六百三十</sub>又為方法列位○再商<sub>五</sub>於左初次

商<sub>二百</sub>之下共<sub>一百一十五</sub>就以<sub>五</sub>乘之得<sub>六百一十五</sub>又為廉法

再以方法<sub>六百</sub>乘廉法<sub>六百一十五</sub>得<sub>二十二萬五千</sub>除實訖再以再

商<sub>五</sub>自乘再乘得<sub>二十五</sub>又為隅法除實盡合問

今有積四千一百五十尺問立方方面若干

答曰 立方面一十六尺 八百一十七之五十四

○法曰置積為實○初商<sub>十</sub>自乘再乘得<sub>尺一千</sub>除實訖餘實<sub>三百</sub>

<sub>五十</sub>○却以<sub>三</sub>乘法<sub>十</sub>得<sub>三百</sub>為方法列位○次商<sub>六</sub>於

上初商<sub>十</sub>之次共<sub>十六</sub>就以<sub>六</sub>乘之得<sub>九十六</sub>為廉法再以

方法<sub>十二</sub>乘廉法<sub>九十六</sub>得<sub>二百八十八</sub>除實訖餘實<sub>二百</sub>○却以

次商<sub>六</sub>自乘再乘得<sub>三十六</sub>為隅法除實訖餘實<sub>四尺</sub>不

盡○却以所商立方<sub>六尺</sub>自乘得<sub>二百五十六</sub>又以<sub>三</sub>因得<sub>七百</sub>

<sub>六十</sub>○另以<sub>六</sub>以<sub>三</sub>因之得<sub>四十八</sub>再添<sub>一個</sub>併八共得<sub>一立</sub>

方數積<sub>八百一十七</sub>之<sub>四十五</sub>

何謂命以原總數除去五十四加上八百一十七便商得

面方一十七因此不及而為之命

假如今有銀一萬兩問方若干

答曰 八寸九分三厘

有奇難盡

○法曰置銀一萬兩為實以銀率每寸四兩為法除之得七百

四十二分八厘又為實以開立方方法除之○初商八於左○亦置

八於右為下法自乘得六十四再乘得五百一十二除實訖○餘

實二百〇二寸○却以三乘下法八得二十四為方法○次

商九於初商八之次亦置九於右初商八之次共八十九分就

以九遍乘得八十一為廉法○再以方法四十二乘廉法得一百

九十二寸除實訖餘實〇四寸○却以次商九自乘再乘

得八十一除實訖餘實不盡二分七厘

八立圓法歌

立圓問徑法何如

十六乘積九歸除

除此數當為實積

立方開見更何如

立圓若問周圍數

四十八乘積數軀

乘為實積用開立

即見周圍數不虛

○法曰外周者置積千以四乘之得千為實以開立方方法除

之得周若要還原以周自乘再乘以四除之見積○問

徑置積千以六乘之得千又用九歸之得千為實以開立

方法除之得徑○若要還原以徑自乘再乘以九因六除

之見積○問徑下原有不盡者或周徑自乘再乘併入不

盡數以<sup>四</sup>除。○徑以<sup>九</sup>因<sup>六</sup>除之見積。

若問周問徑遇有餘積不盡者依開立方下命之

今有積六萬三千二百零八尺欲為立圓問徑若干

答曰 徑四十八尺

○法曰置積尺數以<sup>六</sup>乘之又用<sup>九</sup>歸之得<sup>一十一萬〇五</sup>為

實以開立方方法除之。○初商<sup>四</sup>自乘得<sup>一千六百</sup>再乘得<sup>四萬</sup>

除實餘實<sup>四萬六千五百九十二尺</sup>。○另將初商<sup>四</sup>以<sup>三</sup>因得<sup>一百二十</sup>為

方法列位。○次商<sup>八</sup>於初商之次得<sup>八尺</sup>就以<sup>八</sup>乘之得

<sup>三百八十四尺</sup>為廉法。○以方乘廉得<sup>四萬六千</sup>除實餘實<sup>五百</sup>

<sup>二十</sup>。○另以次商<sup>八</sup>自乘再乘得<sup>五百六</sup>為隅法除實恰盡

得立圓徑合問 此同周徑如圓球

今有積六萬二千二百零八尺欲為立圓問周若干

答曰 周一百四十四尺

○法曰置積尺以<sup>四</sup>乘之得<sup>二千九百九十八萬五</sup>為實以開立

方法除之。○初商<sup>一百</sup>自乘得<sup>一萬</sup>再乘得<sup>一百</sup>除實餘實

<sup>一千九百八十四尺</sup>。○另以初商<sup>一百</sup>以<sup>三</sup>因得<sup>三百</sup>為方法。○

次商<sup>四</sup>於初商之下共<sup>一百四十</sup>就以<sup>四</sup>乘之得<sup>五百</sup>為廉法

以方乘廉得<sup>十八萬</sup>除實餘實<sup>九百八十四</sup>。○另以次商

<sup>四</sup>自乘再乘得<sup>六千</sup>為隅法除實餘實<sup>九百八十四</sup>。○

再以初商<sup>一百</sup>以<sup>三</sup>因得<sup>三百</sup>為方法再商<sup>四</sup>於初次

算法統宗

卷六

三百

商之下共得一百四尺就以四尺因之得五百七十六為廉法以方

乘廉得二十四萬一千九百二十除實餘實六十又以再商四尺自乘再

乘得六十除實訖合問

凡立圓問周徑遇數單者則有不盡

今有立方積一萬五千六百二十五步問立方一面若干

答曰 二十五步

○歸除開立方方法曰置積一萬五千六百二十五尺為實以萬積商十二置於

積前就置十二於右下自乘得四百與上商十二相呼二四除

實八餘實七十六○却以右下四百以三乘之得一千二百

為法歸除之呼逢五進五又呼二五除十○另置初商二

以次商五乘之得一百以三因之得三百步加八自乘次

商五得五共三百二十五於右與次商五相呼除之呼三五

除一千五百又二五除一百又五五除二十五積盡以左上十二

步為立方一面之數合問

今有立方積一億零二百五十萬零三千二百三十二尺問立

方一面若干

答曰 四百六十八尺

○歸除開立方方法曰置積為實以七千該商四百於左上又置

於右下自乘得六萬相呼一四除四十又四六除二千

餘實三千八百五十二○却以右下萬尺以二

乘之得八萬為法歸除之呼四三七十少除呼四歸起一

下還四呼六八除四十○另置初商四百以次商六十乘

之得二萬四以三因之得七萬二為廉法加八次商六十

自乘得三千六共七萬五千○却以次商六十相呼除之

六七除四十又五六除三十又六六除三十餘實五百一十

二百三以方法四十併八兩個廉法七萬再併八隅法三

個三千六共得方法六十三萬四為法歸除之呼六五八

二呼三八除四十又除四八除三十又八八除六十右下

之法不用再置所商共四百六以次商八乘之得三十六

尺以三因之得一萬一千併八再商八自乘得六十八

○四尺又以次商八相呼除之一八除八又一八除八

又一八除八又四八除三十除實恰盡以左上所商四十

尺為立方一面之數合問

問立方帶縱方

今有方倉貯米五百一十八石四斗方比高多三尺問方高各

若干

各曰方一丈二尺一高九尺

○法曰置米五百一十八以斛法五乘之得積九十六尺為實

以開立方帶縱除之以方多三尺自乘得九為縱方再置三

倍之得六為縱廉約積十二商尺今有縱方只商九置於實

尺

前另以九尺自乘得八十一尺加八縱方九尺共九十尺為方法另以

縱廉六尺以九尺乘之得四十五尺為廉法二法併共一百四十四尺於右

下以所商九尺相呼一九除九又呼四九除六又四九除

三十實盡以商九尺為高加八方多三得方倉二十合問

今有立方一所積一千七百八十七萬五千尺只云高濶相等

長多濶三十六尺問立方高濶及長若干

答曰 長二百八十六尺 濶二百五十尺

高二百五十尺

○法曰置積一千七百八十七萬五千尺為實以開立方帶縱法除之初商

約得二百自乘四萬再乘得八百又約二百五自乘得六

二千五再以十乘之得二萬五千尺減去積餘積

二百二十為實○另置長多六十尺以所商二百五乘之得

九千再以三十乘之得二百二十除實恰盡得濶二百

尺加入長多六十尺共一百六十尺為長數合問

今有立方積二萬九千八百零八尺高比方不及一丈三尺問

高方各若干

答曰 高二丈三尺 方倉三丈六尺

○法曰置積二萬九千八百零八尺為實以開立方帶縱法除之約實二

商三十自乘得九百再以三十乘之得三萬七又約商三十

尺自乘得九百六十尺另置六十尺減不及三十餘三十乘

之得二萬九千八百除實盡得方倉六尺高三尺合問

今有二乘方積二千零一十五萬一千一百二十一尺問一面若干

答曰 六十七尺

○法曰置積為實下法常超三位○初商六於左○下法亦置六自乘得六千再乘得二十一萬六千為隅法與上商六相呼除實九千六百餘實乃以四乘隅法二萬六千為方法○另置上商六自乘得三十六萬又以六因之得二萬一千為上廉○又置上商六以四乘得二十四萬尺為下廉○次商七於左六之次○下法亦置七自乘得

四十九再以七因得三百四十三為隅法又以次商七乘上廉二萬九千六百得一千七百五十二又以七因下廉二十四萬得一千六百八十二次亦以七因得一百六十七以方法八十六萬四千上廉八千三百下廉七萬六千隅法三百四十三併四法共二萬七千三百皆與次商七相呼除實恰盡得一面六十七尺合問

此三乘方捷徑

○一法用二次開平方法除之亦得○第一次置積數為實以開平方法除之商四千四百○第二次就以此初商數為實亦以開平方法除之即得一面六十七尺合問

此又捷徑

若還原置一面六十七尺自乘得四千四百再乘得三十萬○

十三尺又乘之即見原積數也

自乘再乘又乘故曰三乘 其四乘乃四次乘也 其五乘乃五次乘也

今有田積三千三百七十五尺問面方若干

答曰 面方一十五尺

○法曰置積三千三百七十五尺為實以開立方方法除之古法用三為廉

率○約實定位從寔末位尺十尺定百尺千尺定十尺○初

商十於左○下法亦置初商十自乘得百再乘千除實訖

餘實二千三百○却以下法初商十自乘得百用三因為

方法○又以初商一因得三為廉○次商五於左初商之

次下法亦置次商五自乘得二十五為隅法○又以次商五

乘廉三得一百為廉法○併方法二廉法一隅法二十

共四百七十五皆與次商五相呼四五除二五七除三五五

除二十恰盡得方面一十五尺合問

○大段解曰此立方積形如骰子自上下左右前後六面方如

一段大方積是初商方高十尺自乘再乘得一千○三段平

廉每段方尺高五尺即初商十尺自乘又次商五尺乘積五百

用三因即三段積一千五百○三段長廉每段長尺濶五尺高

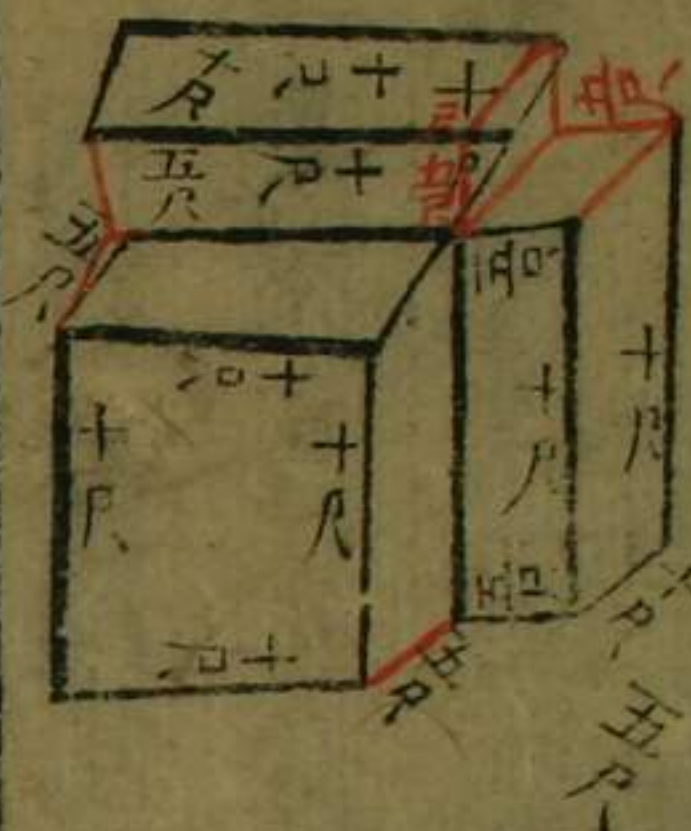
五尺曰初商十尺以次商五尺乘又以次商五尺乘得每段積二百

尺用三因即三段積七百五十○一段小方隅即次商五尺自

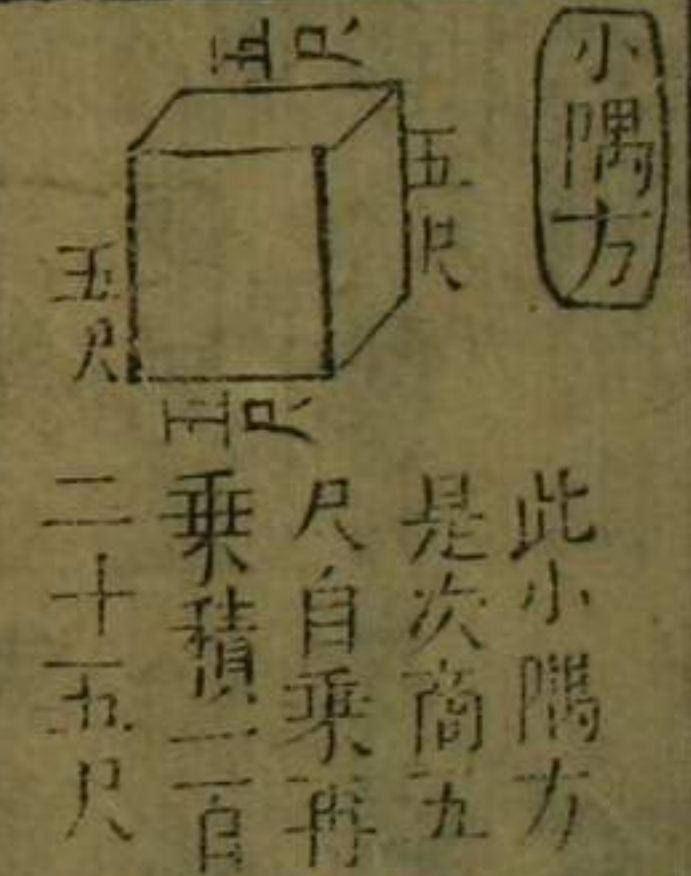


乘再乘積一百二十五尺也

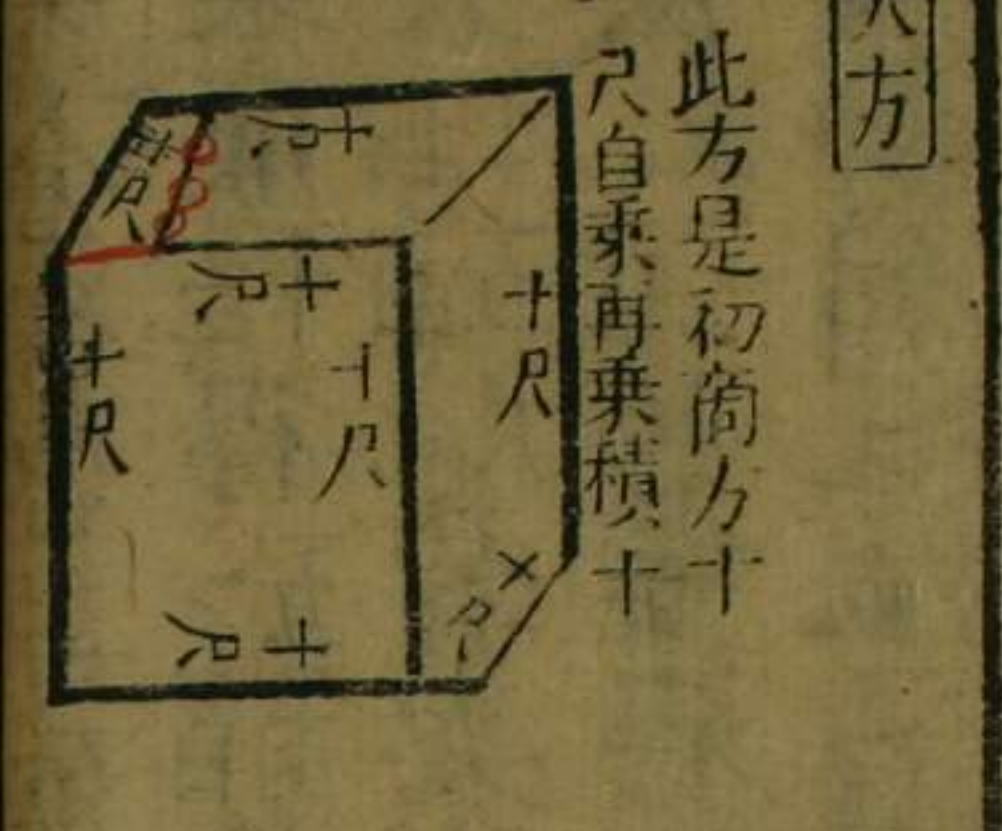
開方立廉隅圖



此三段平廉是初商十尺自乘得一百用五因得五百尺以三因共得一千五百尺



方聚形總圖此為上列平廉隅大方長廉圖總歸于明立方之義



米求倉窖盛財歌

每石斛法二尺五寸

米求倉窖要知源

斛法先除米數全

若要圓倉乘十二

方窖三因米數然

三十六乘圓窖米

各為實積定無偏

却用立方開見約

方求長濶約為先

圓數求周為約數

各將約數自乘焉

乘來為法除窖積

便見深高法更立

今有米二千四百一十九石二斗欲為方倉盛之問長濶高各若干

答曰 長二十八尺 濶一十八尺 高一十二尺

○法曰置米數以斛法五尺乘之得六千。四為實以開立方

約之得濶八尺便約長二十尺却以長濶相乘得五百。為

法除實得高合問

今有米七百零五石六斗欲作圓倉盛之問周圍及高各若干

答曰 周四十二尺 高一十二尺

○法曰置米數以斛法五尺乘之得六千七百再以圓法二十乘

之得二萬一千為實以開立方約之得周四十二尺自乘

得一千七百為法除是得高十二尺合問

今有米五百七十七石二斗欲作方窖盛之問上下方及深各

若干

答曰 上方九尺 下方一十二尺 深一十三尺

○法曰置米數以斛法五乘之得四千四百又以三因之得四千

三百二十九尺為實以開立方約之得上方九尺便約下方十二尺又以

却以上方自乘得八十一尺另以下方自乘得一百四十四尺又以

上方九尺乘下方十二尺得一百零八尺併三位共三百三十三尺為法除

實得深一十三尺合問

今有米七十七石二斗欲作圓窖盛之問上下周及深若干

答曰 上周一十四尺 下周一十八尺 深九尺

○法曰置米數以斛法五尺乘之得一千三百九再以圓率三十一乘

之得六千九百為實以開立方約之得上周十四尺便約

下周八尺另以上周四尺自乘得一百九又以下周八尺

自乘得三百二又以上周四尺乘下周八尺得二百五併三位

共七百七為法除實得深九尺合問

已上四條以積米而求高周濶者  
已下數條亦以積米或以高濶而問長者以明上意

今有米二千四百一十九石二斗欲造長倉盛之只云濶一十八尺高一十二尺問長若干

答曰 長二十八尺

○法曰置米數以解法二乘得六千〇四為實另以高乘濶得

二百一十六尺為法除實得長合問

○或只云長二十八尺高一十二尺問濶若干

答曰 濶一十八尺

○法曰仍以前實却以長高相乘得三百三為法除實得濶十一

尺合

今有米七百零五石六斗欲作圓倉盛之只云高一十二尺問周若干

答曰 周四十二尺

○法曰置米數以解法五乘之得六千七百又以圓率十乘之

以高二尺除之如故為實以開平方方法除之得周四十二尺合問

今有米五百七十七石二斗欲作方窖盛之只云上方九尺深一十三尺問下方若干

答曰 下方一十二尺

○法曰置米數以斛法五乘之得一千四百以三因之得四百

二十以深三十除之得三百三內減上方自乘得八十餘

二百五為實以上方九為縱方開平方法除之得下方十一

二合問

○或云下方一十二尺深一十三尺問上方若干

答曰 上方九尺

○法曰仍以前實四千三百以深除之得三百三內減下方自

乘一百四餘一百八為實以下方三為縱方以開平方法

除之得上方九合問

今有米七十七石二斗欲造圓窖盛之只云上一一四尺深

九尺問下周若干

答曰 下周一十八尺

○法曰置米數以斛法五乘之得一百九又以圓率六乘之

得六千九百以深九除之得七百七內減上周自乘九

尺餘五百七為實以上周四為縱方以開平方法除之得

下周一十八合問

○或云下周一十八尺深九尺問上周若干

答曰 上一十四步

○法曰仍以前實六千九百以深九除之得七百七內減下周

自乘得三百二十四尺餘四百四十八尺為實以下周八尺為縱方以開

乎方法除之得上周四尺合問

今有米五百一十八石四斗欲造方倉盛之問方高若干

答曰 方一十二尺 高九尺

○法曰置米數以斛法二乘之得一千二百九十六尺為實以開立方方法

約之得方二十尺却以方二十尺自乘得四百尺為法除實得

高九尺合問

○或云高九尺問方若干

答曰 方一十二尺

○法曰乃以前實以開平方方法除之得

方二十尺合問

分田截積法

直田截積歌

直田截積法尤奇

截濶用長除且易

截長積步濶除之

得其步數不須疑

○法田若依原長截積則以原濶除之

若依原濶截積則以原長除之

原截方田章因與圭梯等截積間隔不便觀覽今

移此以統于一

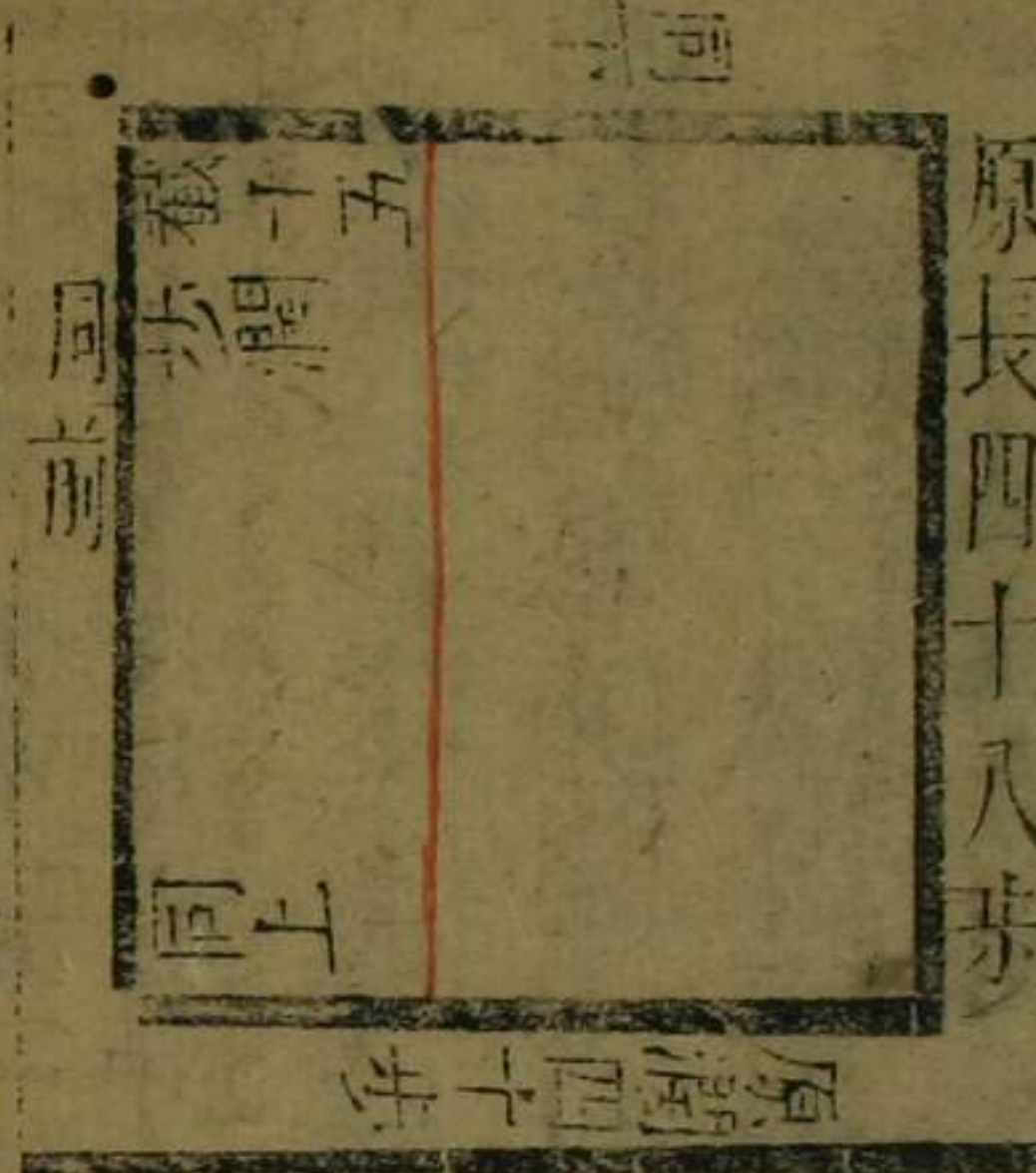
今有直田長四十八步濶四十步今依原長截積七百二十步

問截澗若干

答曰 澗一十五步

原長四十八步

直田截澗



今有直田長四十八步澗四十步今依原澗截積七百二十步

問截長若干

答曰 長一十八步

原長四十八步

直田截長



今有方田一坵今從東南角截一直形積三十二步原要南邊

澗四步問截東邊長若干

答曰 截東長八步

方內截直



法曰置截積二十步為實以南澗

為法除之得截東長八步合問

東長定數問截南澗就以長

法曰置截積七百二十步為實以原

長四十步為法除之得截澗十

步合問

法曰置截積七百二十步為實以原

澗四十步為法除之得截長十

步合問

今有直田長一十五步今從東邊截積五十四步  
六分北頭要濶四步問截南濶若干

答曰 截南頭濶三步



法曰置截積<sup>五十四</sup>步<sup>六分</sup>為實以原長  
共十五步為法除之得截濶<sup>三</sup>步<sup>五分</sup>此  
是二廣均勻之數加倍得<sup>七</sup>步<sup>五分</sup>減去  
北廣<sup>四</sup>步餘得截南廣<sup>三</sup>步<sup>五分</sup>是也

又法倍截積得<sup>一百〇九</sup>步<sup>二分</sup>為實以原長<sup>一十五</sup>步<sup>六分</sup>為法  
除之得共截濶<sup>七</sup>步<sup>七分</sup>減北廣<sup>四</sup>步餘得截南廣<sup>三</sup>步<sup>五分</sup>亦得

今有直田長一十五步濶一十二步今從西北角截勾股形一  
段積三十一步五分原坐落西邊股長<sup>九</sup>步問截北邊勾濶若  
干 答曰截北勾濶七步



法曰置截積<sup>三十一</sup>步<sup>五分</sup>倍之得<sup>六十二</sup>步<sup>十分</sup>  
以西股長<sup>九</sup>步為法除之得截北勾  
濶<sup>七</sup>步合問

今有直出積一千九百二十步只云長六十步問濶若干

答曰 濶三十二步

○法曰置積<sup>一千九百二十</sup>步為實以長<sup>六十</sup>步為法除之得濶

若是只云濶<sup>三十二</sup>步問長若干 就以濶為法除之得長

今有圭田積二百二十五步只云長三十步問濶若干

答曰 濶一十五步

○法曰置積倍之得四百五為實以長為法除之得濶

若問中長步數倍積為實以濶為法除之即得

以上二款名曰忘長失短與直田截積意同

今有勾股田長三十步濶一十五步今從尖截長一十二步問

中廣若干 答曰截中廣六步

與圭同理

積截股勾



法曰置截長一十二以勾濶乘之得

一百八為實以股長為法除之

又法置勾為實以股為法除之每

股長一步得濶五以乘截長亦得

今有斜田南廣四步北廣十二步長三十二步今從中截腰廣

六步問截南長若干 答曰截南頭長八步

與梯形同

積截田斜



法曰置截中廣六減土廣四餘

二以乘長三十二得六十四為實却

將南北二廣相減餘八為法除

之即得○若截下長置下廣減

中廣餘六以乘原長得一百九十二為實以上下二廣相減餘八

為法除之得截下長四十二合問

今截下長二十四步問截中廣若干 答曰六步

○法曰將下廣減去上廣四餘八為實以原長三十二為法除之



每長步得濶差二分以此為法以乘下長四步得濶差六步  
 以減下濶二步餘六步即是中廣合問

今有梯田積一千五百步北廣四十步中長五十步問南廣若干  
 答曰南廣二十步

○法曰置積一千五百步倍之得三千步為實以長五十步為法除之得六十步於內減北廣四十步餘得南廣二十步合問

原有斜田南廣四步北廣十步長一十二步今欲增作勾股樣式問股長出若干  
 答曰股長出八步

法曰以南廣四步乘長一十二步為實另以二廣相減餘六步為法除之得尖出股長八步合問

除圭尖即是梯而言之

梯求上廣出尖長  
 却將上下廣相減  
 餘法除之免思量

今有上下梯上廣一尺六寸下廣一十二尺八寸圭下正縱一十尺零五寸問圭尖長若干  
 答曰尖高長一尺五寸

圭求下廣歌



法曰置正縱一十尺零五寸以上廣一尺六寸乘之得一十六尺八寸為實另以下廣一十二尺八寸減上廣一尺六寸除一十二尺八寸為法除之得圭尖長一尺五寸合問

圭田若問梯下廣

圭梯併長不必想

上廣乘長為實則

尖長法除即下廣

○法曰置圭長併梯長共<sub>二尺</sub>以上廣<sub>六尺</sub>乘之得<sub>尺二十九</sub>為實以尖長<sub>五尺</sub>為法除之得下廣<sub>尺八寸</sub>合問

圭求外梯長歌

圭田欲問外梯長

下廣減去上廣良

餘以圭長乘為實

上廣法除是梯長

○法曰以下廣<sub>尺八寸</sub>減去上廣<sub>六尺</sub>餘<sub>尺二十一</sub>以圭長<sub>五尺</sub>乘之得<sub>尺八寸</sub>為實以上廣<sub>六尺</sub>除之得梯正縱長<sub>零五寸</sub>

合問

圭求中廣歌

圭求中廣要思量

却用下廣乘尖長

正縱加入尖長數

為法除之中廣良

○法曰置下廣<sub>尺八寸</sub>以尖長<sub>五尺</sub>乘之得<sub>尺二十一</sub>為實另以正縱<sub>零五寸</sub>加入尖長<sub>五尺</sub>共<sub>二尺</sub>為法除之得中廣<sub>六尺</sub>

合問

假如三角田一坵三面各一十四步今作三段俱要四角間長濶各若干

答曰 共積八十四步

三角各得二十八步

每角計長八步

濶七步

角四截角三



今有直田長一十五步濶

圭截田直



圭田截積歌

若作三段分者先截尖段下一段以作梯形截法

圭田截積小頭知

倍積原長以乘之

原濶歸除為實積

開方便見截長宜

仍以截長乘原濶

原長為法以除之

除來便見截濶數

法明簡易不須疑

今有圭田長七十五步比濶三十步今自尖頭截積四百零五

步問截長濶各若干

答曰

長四十五步濶一十八步

法曰置截積四百零五倍之得八百一

以原長七十五步乘之得六萬零七百

三十除之得二千零二為實以開平

圭小截頭



原長七十五步

比濶三十步

五

方法除之得截長四十步就以原濶三十步乘之得一千三百為

實以原長五十步為法除之得截濶八步合問

今有勾股田股長四十步勾濶二十步今從大頭截積一百七

十五步問所截長濶各若干

與前圭同法



答曰 截下長一十步 截上廣一十五步

法曰先將勾股相乘折半得積四百

減截積一百七十五步餘積二百二十五步以作圭

田截積小頭知而笑○置小頭積二百二十五步倍作四百五十以原

長四十步乘之得一萬八千步以原濶二十步除之得九百為實以開

平方法除之得上尖長二十步就此為法以除倍積四百得

截濶五步○步餘得下長一十步合問

今有圭田長七十五步北濶二十步今自北濶截積七百二十

步問截長濶各若干

答曰 截下長三十步 濶一十八步

又法置截積七百二十倍之得一千四百

以原濶二十步乘之得四百為實以

原長七十五步為法除之得五百七十六步再以北

濶二十步為法除之得二十八步為實以開平方

法除之得截濶八步併北廣三十步共三十八步折半得十九步為法

除截積七百二十得截長四十步合問

圭截大頭



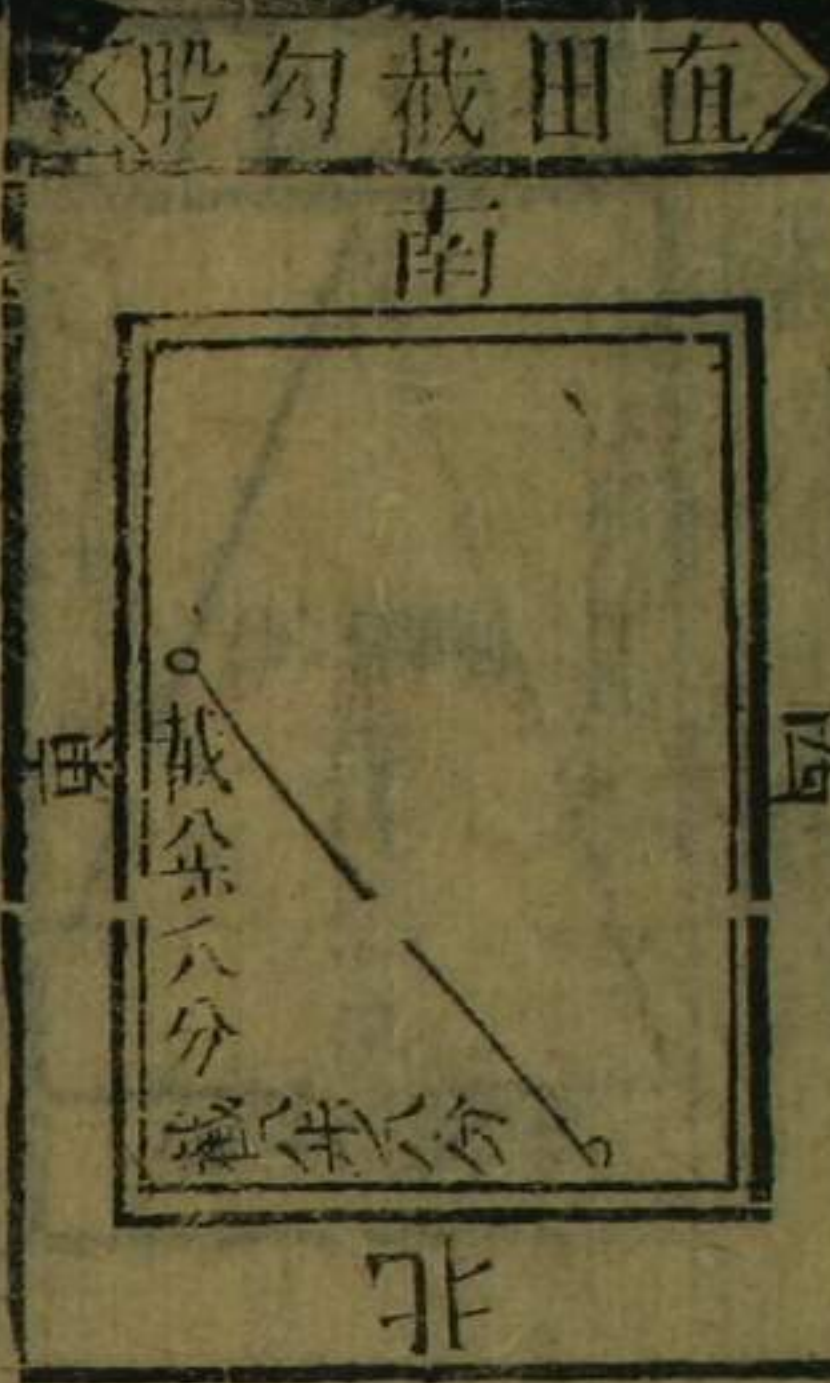
又法不用前歌訣

濶二十步目乘得九百

法除之得截濶八步併北廣三十步共三十八步折半得十九步為法

除截積七百二十得截長四十步合問

原有直田一坵今從東北角截股勾形積三十八步七分二厘股與勾數相同問該若干



法曰置截積三十八步七分二厘倍得七十七步四分四厘為定以開平方方法除之得截東北各八步八分合問若還原以勾股自乘折半即得

梯田截積歌

梯田截積細端詳

却用原長為法則

若截大頭田積步

若截小頭田積步

俱用開方為截潤

折半數來為法則

倍積潤差乘最良

歸除乘數寔之行

大潤自乘成實當

小潤自乘併實傍

兩廣併來折半強

法除截積便知長

今有梯田長九十步西廣二十步北廣三十八步今日南邊小頭截積八百二十二步五分問截長潤各若干

答曰 截上長三十五步 截中潤二十七步

法曰置截積八百二十二步五分倍之得

一千六百四十五步以二廣相減餘一

步為潤差以乘倍積得九千

六百一以原長九十步除之得

十步

梯小截頭



三百二步另以小頭自乘得四百步併入三百二步共得七百二步為實以開平方除之得截濶七步就以截濶七步併小頭原濶步共四十七步折半得二十三步五分為法以除截積八百二十步五分得截長五步合問

今有梯田長九十步小頭濶二十步大頭濶三十八步今自大頭截積一千七百八十七步五分問截長濶各若干

答曰 截下長五十步 截中濶二十七步

梯大截頭



法曰置截積倍之得三千五百以大小二濶相減餘八十步為濶差以乘倍積得六萬四千三百以原長

除之得七百二十五步另以大濶八步自乘得六十四步減去七百五步餘十九步為實以開平方除之得七步為截中濶就以此濶七步併大頭原濶八步共得十五步折半得七步五分為法以除截積一千七百八十七步五分得截長五十五步合問

○若作三段分者先截大小二頭長併中濶餘長即是中段數也

○或又作四五段分者亦先截去大小二頭長濶再將原長內減截去二頭長數餘長步數併截二段中廣復作梯法截之是也

○其斜形截法與梯形同理

如截東西兩傍積具載上本難題少廣章中

環田截積歌

環田要截外周積

倍積二周差步乘

原徑為法除見數

另以外周周自乘

以少減多餘作寔

開方便得內周成

二周相減餘零數

六而取一徑分明

今有環田外周七十二步內周二十四步徑八步今自外周截積二百八十五步問截中周併徑若干

答曰 中周四十二步 截徑五步

○法曰置截積二百八十五步 倍之得五百七十步 却以外周減內周二百四十步

餘四十步為差步以乘倍積五百七十步得二萬七千三百四十步原徑八步除之得二千一百七十步

又置外周七十二步自乘得五千一百八十四步

以少減多餘六千七百四十四步為實以開平方法除之得中周四十二步

以減外周七十二步餘三十步以六除之得徑五步合問

環外截



今有環田外周七十二步內周二十四步徑八步欲從內周截積九十九步問截中周併徑若干

答曰 中周四十二步 徑三步

法曰先將內外二周併之折半以徑乘

之得總積三百八十四步內減今截內積九十九步

餘二百八十五步即是前截外周積也

環內截



今有圓田中徑一十三步今從邊截積三十二步問所截弦矢各若干  
 答曰弦一十二步 矢四步

積截田圖



為法以乘上廉得五百一十二步就以商四乘隅五得十二以減下廉  
五十餘三十另以商四自乘得六十以乘下廉三十得五百一十二  
 併上廉五百一十二共二千零二十四為下法除寔得矢四另置積倍  
之得六十以矢除之得六減矢四餘得弦一十二合問

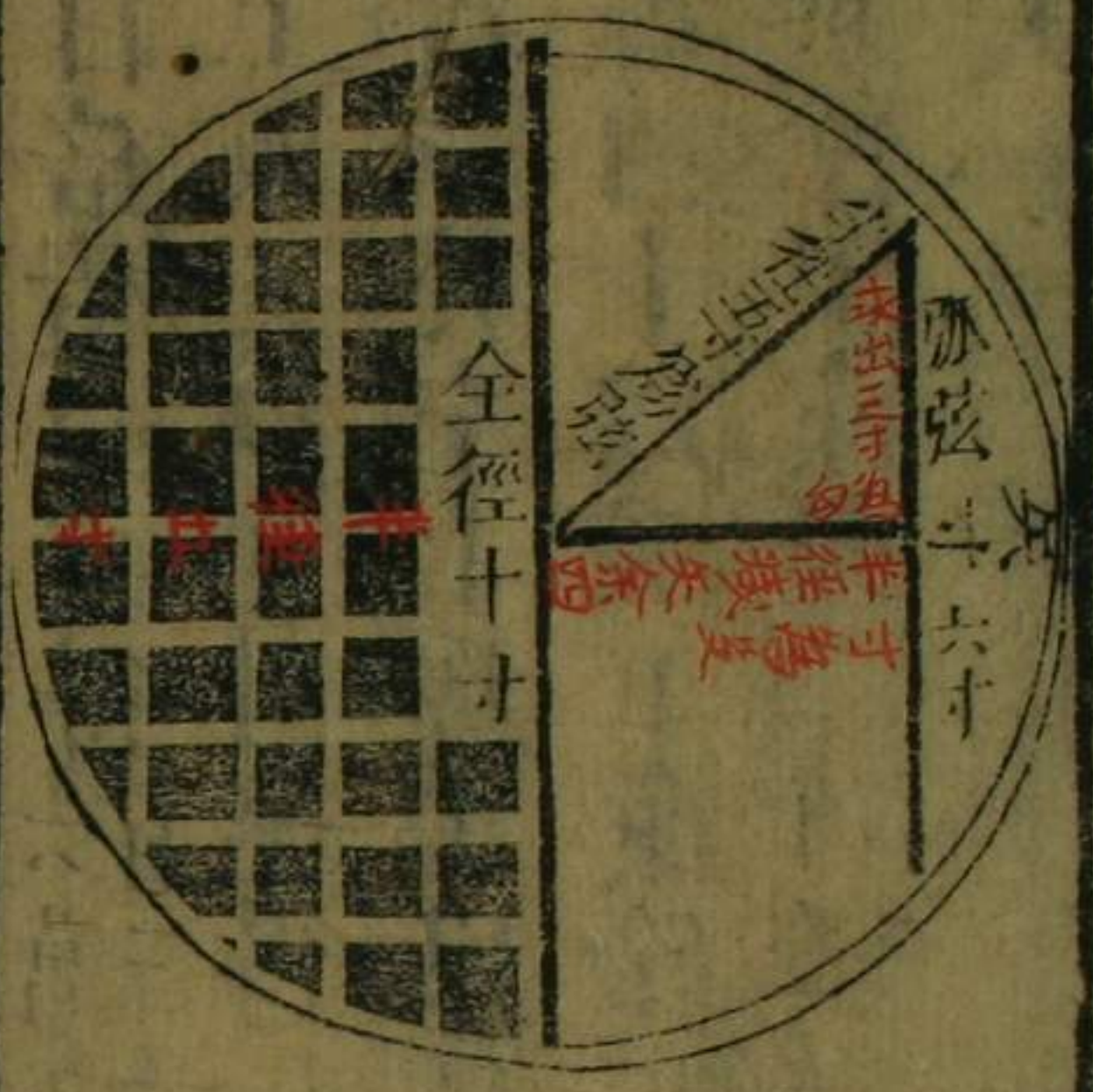
今有圓田徑二十六步今從旁截一弧矢積一百二十八步問  
 截弦矢各若干 答曰矢八步 弦二十四步

○法曰倍積自乘得六萬五千五百三十六步為寔另以四因積得五百一十二  
 為上廉又以四因徑得一百零四為下廉○以五為負隅法○  
 商得八於左上為法以乘上廉得四千零九十六又以商八乘隅  
五得四十以減下廉餘六十另以商八步自乘得六十四步  
 以乘餘下廉得四千零九十六併上廉共八千一百一十二為下法除寔  
 得矢八

○若問求弦法曰置積倍之得十二百五十六以矢八除之得三十於  
 內減矢八餘得弦二十二合問



圖勾求弦股內矢弧

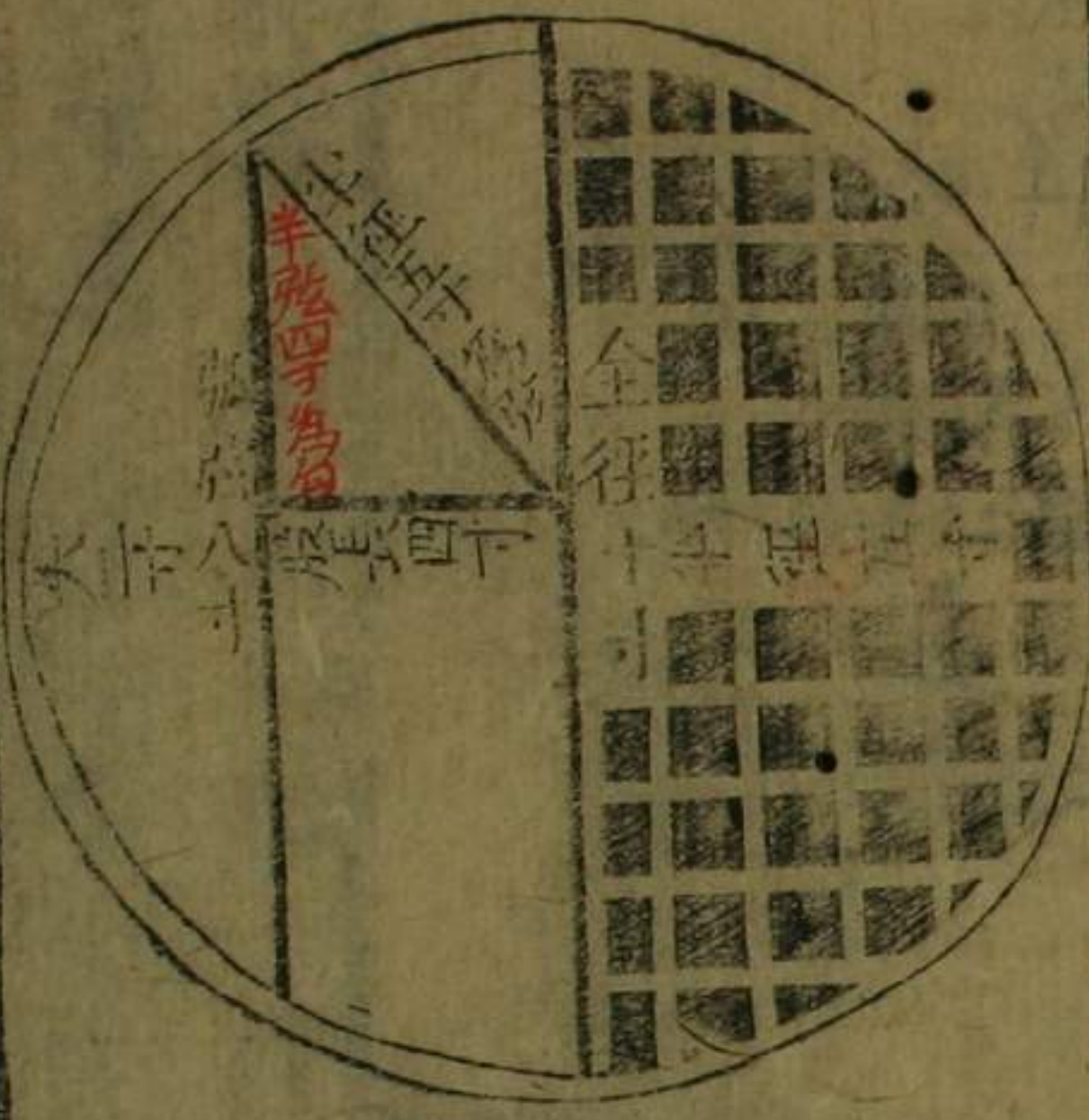


圓徑與截矢求截弦歌  
圓徑與矢求弧弦 半徑自乘立一邊  
餘亦自乘成却前 又餘平方開見數  
倍之名即是以半徑減去矣

又法以圓徑自乘得一百寸  
寸餘八寸自乘得六十四寸  
勾昇平方開之

若干 答曰 弦六寸  
法曰置半徑五為弦自乘得十  
五另以半徑五減矢一餘四為  
股自乘得六寸方開之得三寸  
是為勾倍之得六寸為截弧弦即  
為一勾相併為六寸為截弧弦即  
為股昇相減餘三十六寸為

圖股乘弦勾內矢弧



圓徑與弦求截矢  
亦自乘之相減矣  
半徑為方得弦數  
圓徑十寸 弧弦長八寸問

解曰圓之大小本於其背之  
多寡假如半圓十寸平分一  
五寸以徑除之得二寸五分  
八圓徑得一十五寸為半圓周故不

法曰以半徑五寸為勾股  
之弦另以半徑五寸為股  
得四寸為勾各自乘相減餘  
九寸平方開之得三寸即  
以減半徑五寸餘二寸即  
矢○圓徑與截矢求截弧  
背○截弦與截矢求截弧  
術曰先求出弦徑除矢昇  
得半徑係於圓之大小與矢之  
長短係於圓之大小與矢之  
半則矢長五寸自乘自二十  
為半弦皆差倍之得五寸加  
論圓之大小矢之多寡皆準也

一段田禾之外東邊近有荒坵離邊五步繫頭牛只為繩長  
遊走踐跡五分八步如同弧矢弦疇索長多少是根由演立

天源窮究 右調西江月

解題 弧矢田積一百二十八步離徑五步問矢濶弦長

各若干

答曰 索長一十三步  
弧周二十八步有零

矢濶八步 離徑五步  
同徑二十六步

法曰置積一百二十八步為實另以此數

倍之得二百五十六步以開平方法除之

得六十六步為法除定得矢八步加法

圖矢弦求積積求矢弧



共四步是弦長折半得二步自乘得四步為實以矢八步為

法除之得八步加矢八步共得圓徑十六步若問索長以六步加

離邊五步乃是索長三十一步合問

弧矢求積歌

弧矢求積弧矢形

丈量之法註分明

弧矢弦長併矢步

半之又用矢相乘

○法曰置弦四步併矢八步共三十二步折半得一十六步以矢八步乘之得

積一百二十八步

積求弧弦歌

弧矢之積求弧弦

倍積以矢除為先

除來之數減去矢

餘存此即是弧弦

○法曰置積一百二十步倍之得二百四十步為實以矢八步為法除之得

三十步減矢八步餘得弧弦二十二步

積求矢濶歌

積求矢濶歌為寔

弦為縱方莫教遲

商於左位右併縱

前後呼除矢得宜

○法曰置積一百二十步倍得二百四十步為寔以弦四步於右為縱方

○約商八步於左亦置商八步於右縱方十二步之下共三十二步皆與上

商八步相呼三八除寔四十二步二八除寔六步恰盡得矢八步

弦矢求圓徑併離徑歌

弦矢求圓徑可推

半弦自乘矢除之

再加矢濶為圓徑

半之減矢離無疑

○法曰置弦四步折半得二步自乘得四步為寔以矢八步為

法除之得八步再加矢濶八步得圓徑十六步復折半得八步減

矢八步餘為離徑五步

圓徑及弧徑求離徑併矢濶歌

徑弦求離徑矢濶

圓徑弧弦各折半

各自乘減餘開方

離徑圓徑弧矢辨

○法曰置圓徑六步折半得三步自乘得九步另以弧弦十二

步折半得六步自乘得三十六步二數相減餘二十七步以開平方

法除之得離徑五步另以圓徑六步折半得三步減離徑五步餘為矢八步

圓徑及矢濶求弧弦歌

圓徑矢濶求弧弦 圓徑矢濶減餘存

復以矢濶乘為寔 開方倍之得弧弦

○法曰置圓六步減矢八步餘八步以矢八步乘之得一百四十四步以開平方法除之得二十步倍之得弧弦四十步

弧弦及離徑求圓徑歌

弧弦離徑求圓徑 弧弦折半自相乘

離徑自乘併為實 開方倍數為圓徑

○法曰置弦四步折半得二步自乘得四步以離徑五步自乘得二十五步相併得二十九步為寔以開平方方法除之得五步倍之得十步為圓徑

圓徑及離徑求弧弦歌

圓徑離徑求弧弦 圓徑折半自相乘

離徑自乘減餘實 開方倍得弦弧成

○法曰置圓徑六步折半得三步自乘得九步以離徑五步自乘得二十五步相減餘十六步為寔以開平方方法除之得四步倍之得弧弦八步

解曰弧矢狀類勾股勾股得直方之半故倍其積以股除之即得勾弧背曲倍積則長一弦而又一矢以矢乘積倍之恰

得一弦一矢之數下根知矢共積自乘為寔約矢一度乘  
 積以為上廉兩度乘徑以為下廉併之為法而後可以得矢  
 用三乘者何也積本平方以積乘積是兩度平方矣故用三  
 乘方者四故上下廉俱用四因者何也倍積則乘出之數  
 為積者四故上下廉俱用四因者何也倍積則乘出之數  
 徑乃截處之勾矢小減徑而得故亦減徑以求矢五為有  
 隅者何也凡平圓之積得平方四分之三在內者七五在外  
 者二五不拘圓之大小每方一尺該虛隅二寸五分其矢得  
 四其虛隅得一合而為五亦寔就法之意  
 如不倍積廉不用四因以一二五為隅法亦通  
 或不減徑作添積三乘方法亦通

空合卷六尾

圓器以積求積法

六乘

五乘

以開平大武錫之等

○ 卷曰 圓器 四步 二十 自乘 四步 以開平 四步 乘

