

格物入門

算學

七

一奴1

1612

7 止

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

二叔1  
1612  
卷 7 止

第七卷算學目錄

上章測算水學

壓櫃

推其理

平而不平

水之下壓

水之壓力按深遞加

多寡相抵

以水權物

沈浮之理

指其

天球

計其力

水面自平之故

計其所差

水之旁壓

由重心計壓力

水權之理

以高低分輕重

以水量物



多入計通  
全書所載

水流疾徐

測算江河

水自孔流

水之倒躍

水面下退以之計時

水自旁躍

物行水中愈速愈阻

第二章測算氣學

吸氣筒

天氣下壓

風雨表細差格

天氣漸高漸薄

天氣高有界限

天氣愈高愈稠

恒雪線

天氣中含水氣

計吸水管之力

計提水管之力

計壓水管之力

計蒸氣之力

其力按熱遞加

第三章測算光學

光按遠近等差

離物稍遠明似無差

天氣阻光令明漸殺

平鏡返光之理

光平來平返

光之聚散返照亦然

凹鏡返光之理

鏡面如球聚光半徑之中

鏡面若拋物線返光皆平

平鏡成影之理

影形方差度

平鏡影形大小比例

凹鏡聚熱之理

釋折光之理

驗折光之法

光透平鏡出入相平

凸鏡影形大小比例

凸鏡光差度

雙線鏡式

橢圓鏡式

月牙鏡式

光生色之故

物隨厚薄變色之理

驗薄物變色之法

平鏡透光之理

第四章測算力學

論吸力

吸力通例

物離地漸高漸輕之例

物入地漸深漸輕之例

空球之內無所吸移

物入地漸深漸輕之例

論動靜

物行平速之例

物行漸速之例

平速而行以四邊形度之

漸速而行以三邊形度之

上擲減速之例

墜地加速之例

上擲減速之例

平速加速相比

計物之下擲

計物之上擲

以自墜為則

論力之分合

二力合一

路經對角

三力合一

數力相合

物循曲線之故

計擲物之路

以一力分數力

一力分二其角相交 一力分二任成何角

一力分二恒得定數 施力方向與功效相涉

物受數力而定之例 數力自數而總合為三

論重心 分兩似盡聚重心

察二物之重心 察數物之重心

測三邊形之重心 測多邊形之重心

二物動而重心靜 一物動而重心隨

論物之相觸 無躍力而相觸

無躍力而逆觸 有躍力而相觸

觸後疾徐互易 論助力器具

計算槓桿之力

計算輪軸之力

計算滑車之力

計算斜面之力

計算螺絲之力

計算尖劈之力

六具之通理

六具之數	格算之代	格算之代	格算之代	格算之代
格算之代	格算之代	格算之代	格算之代	格算之代
格算之代	格算之代	格算之代	格算之代	格算之代
格算之代	格算之代	格算之代	格算之代	格算之代
格算之代	格算之代	格算之代	格算之代	格算之代

第七卷算學協助格物

小引

此卷既以算學協助格物固非專論算學也蓋自有他書專論之矣孫子算經九章算術梅氏叢書皆有可探究不如英國偉烈續增利氏幾何原本並偉烈氏所作數學啟蒙代數學代微積等部為詳備而易明至於本卷第四章論計算力學欲稍為加詳則有艾約色所著之重學在焉然恐各種算學讀者未曾諳熟相應略附數條以分別書中所有名目云

一 整數若帶有奇零或以子母分數或以小數計之假

如五零四分之一即寫 $\frac{5}{5}$ 或 $\frac{5}{5}$ 皆同蓋以橫線分子

母用小點別整小之數

一各數之加減乘除者用上下 $\times$  $\div$ 以代字此數較彼

數小則用 $<$ 較彼數大則用 $>$ 相等則用 $=$ 即如 $\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

以數字合一字則於左右用 $\odot$ 謂之開弧如 $\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

餘照此式

所謂代數即以字代數用春夏秋冬及天干地支是也義與數學相同而其用為更廣蓋以數而沾沾計

算不免挂一漏萬若使以代數則一字兼包多數故

格物而無代數難臻精細即如

丙為四則丁為十己為二庚為二十四辛為一個半

皆與上式同隨意換他數亦無不可

一至以某數自乘如 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ 即寫 $\frac{1}{4}$ 謂之成方如 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ 即寫 $\frac{1}{8}$

謂之三乘毋論若干次皆準此若以甲而求甲謂之

開方甲即為方根以 $\sqrt{\quad}$ 為號或寫甲字亦可他皆準

此

一至於各數相比則以 $:$ 當比字以 $::$ 當如字如 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ 由

此比例更可推及多式如 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}::\frac{2}{3}:\frac{1}{2}$ 又本字左

算學 小引

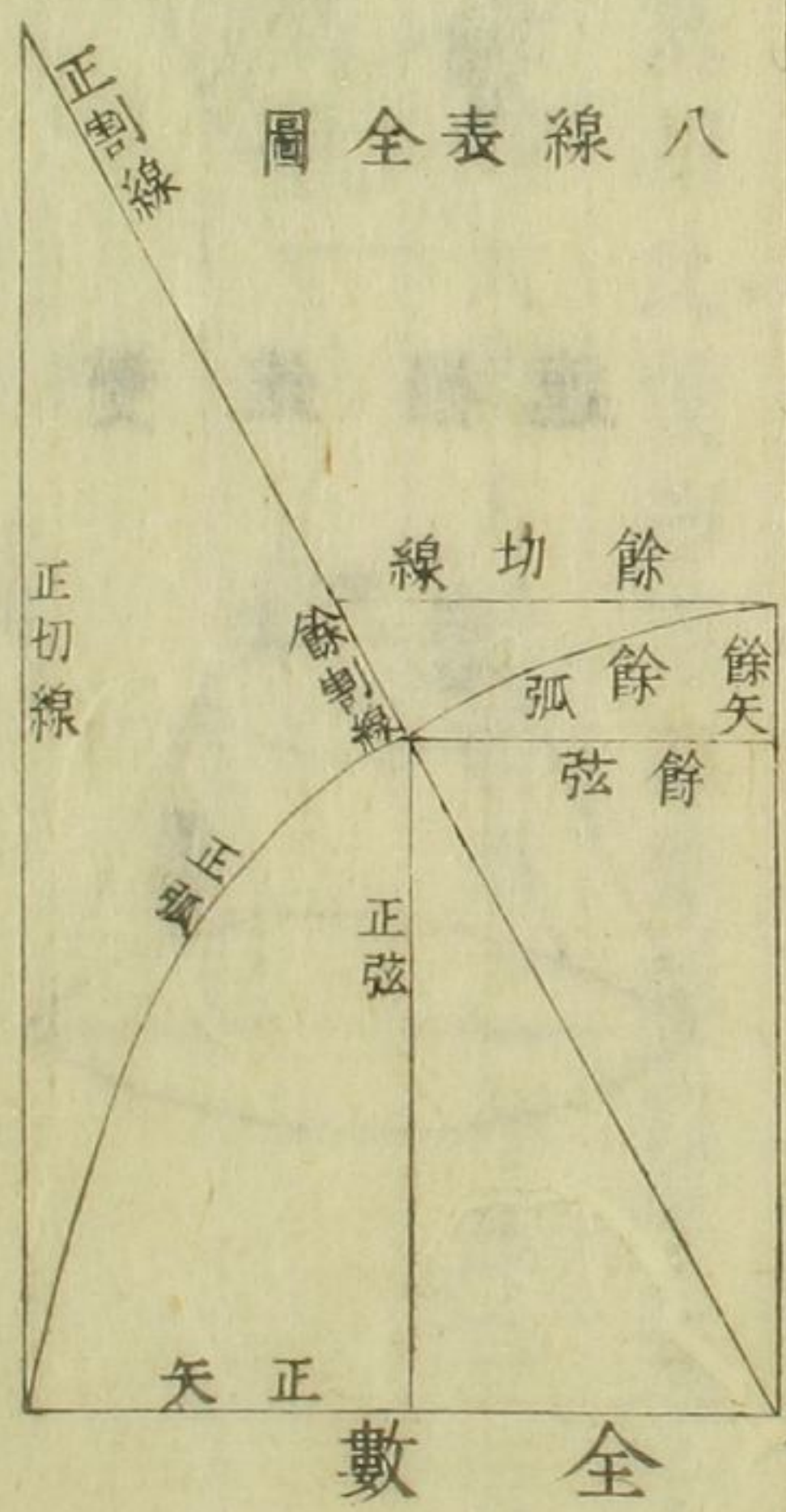
算學 小引

算學 小引

算學 小引

端加·代次字如力速力速是且可以比例變成等數  
 蓋甲二丙壽故既知其三即可得其四也若所比二數同  
 增同減而其比例仍無所異則以 $\times$ 字號之如甲 $\times$ 丙  
 一至於幾何則比線之長短角之分度積之大小幕之  
 多寡角有三種謂銳謂直謂鈍即 $<$  $\perp$  $\sphericalangle$ 是也二線  
 相交對角總等如 $\times$ 左右皆銳上下皆鈍者是且毗  
 連二角合成二直角蓋上邊銳鈍相合與 $\times$ 二直角  
 等明矣其上下左右四角相合即為四直角蓋 $\times$   
 其角共合無殊若畫圓線復以二橫線交穿其中即  
 分四段與各角相稱故以弧度其角某角之間其圓

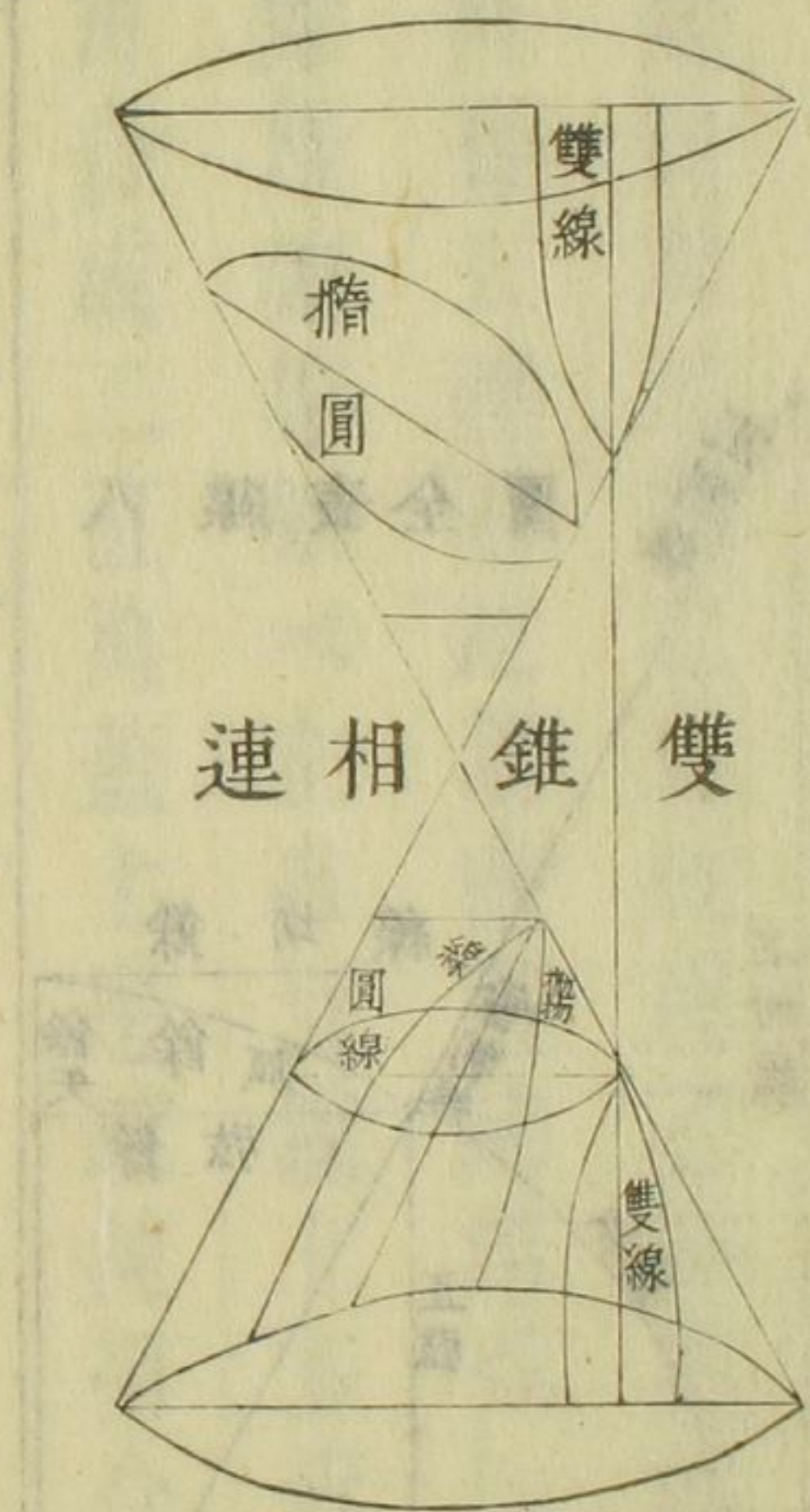
線即謂之弧以直線連弧之兩端謂之弦一週為三  
 百六十度有八線名為割圓八線句股中常用之線  
 也圖列左方以備觀覽



一圓錐四線亦當熟悉即圓線橢圓拋物線雙線是也  
 蓋圓錐與底平割之成圓線與軸斜割之成橢圓與



邊平割之成拋物線雙錐以一面通割之即成雙線也圖列左方以備觀覽



第七卷算學協助格物 美國丁韞良著

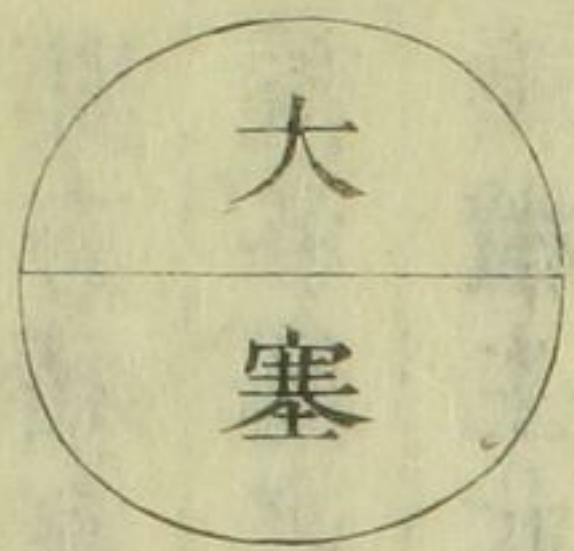
上章測算水學

問、壓櫃之力、何法計算

答、以小塞與大塞相比、便知力加幾倍、以子為小塞方

積丑為大塞方積、所用之力為春、所得之

力為秋



則

春秋子丑

子丑  
春秋

若子為五寸、丑為百寸

春為十觔

格物入門

卷七

算學上章

測算水學

壓櫃

計其力



推其理

則

二百五十

所得之力二百觔也

其塞若方形以其二邊相乘即得其方積若係圓形其方積無容計算蓋圓面相比即如其半徑成方故量各塞之半徑而自乘之即可代其方積法較便也問壓櫃生此大力其理何解

答即力學所論大小二力變通之理蓋動物之力即以

其輕重疾徐相乘而得如小塞下行十寸大塞上行一寸其力惟均顧其力愈省大塞愈慢所謂以時兌力也若寅為小塞之速卯為大塞之速

水面自平之故

則二

丑卯 子寅

以子為十丑為百則卯為寅十分之一也

故小塞須下十尺大塞方起一尺

問水面必平何以辨之

答若甲丙為水面其重心在壬以戊己之板斜壓左邊則水必高起於右邊其重心即至辛忽去其壓板其

水即高於左而低於右重心即移至庚水忽左忽右上下如起波然其重心反覆易位水漸次就平重心仍定於壬是



平而  
不平

知水面固自平也

問云水面自平何謂也

答即謂其如地球之平也目觀似平以度測之則凸如

球面地球四分之一既被水所蓋則水面亦球面也

所謂水面自平謂其各處距地心遠近相等也

五問海面與平線所差何法計算

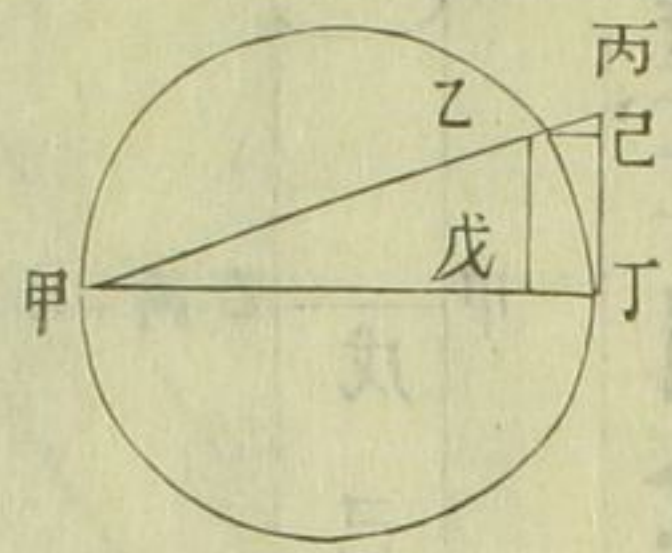
答每里所差約計二寸蓋每洋里計八寸也以春為二

處相距若干洋里秋為高低所差尺寸則其計算之

恒式乃為畫圓圈為球面甲丁為球徑丙丁為

平線則高低所差乙己也戊丁與乙己等乙丁若相

計其  
所差



距不遠則弧弦無分而戊乙丁之三邊形與甲乙丁相同

即則然一洋里既  
秋春春甲丁  
秋二春

為尺地徑復為洋里

則故比如春為

$$\frac{\text{甲丁}}{\text{秋二春}} = \frac{(5280)}{(5280)}$$

$$\frac{\text{二春}}{\text{秋}} = \frac{7912}{(5280)}$$

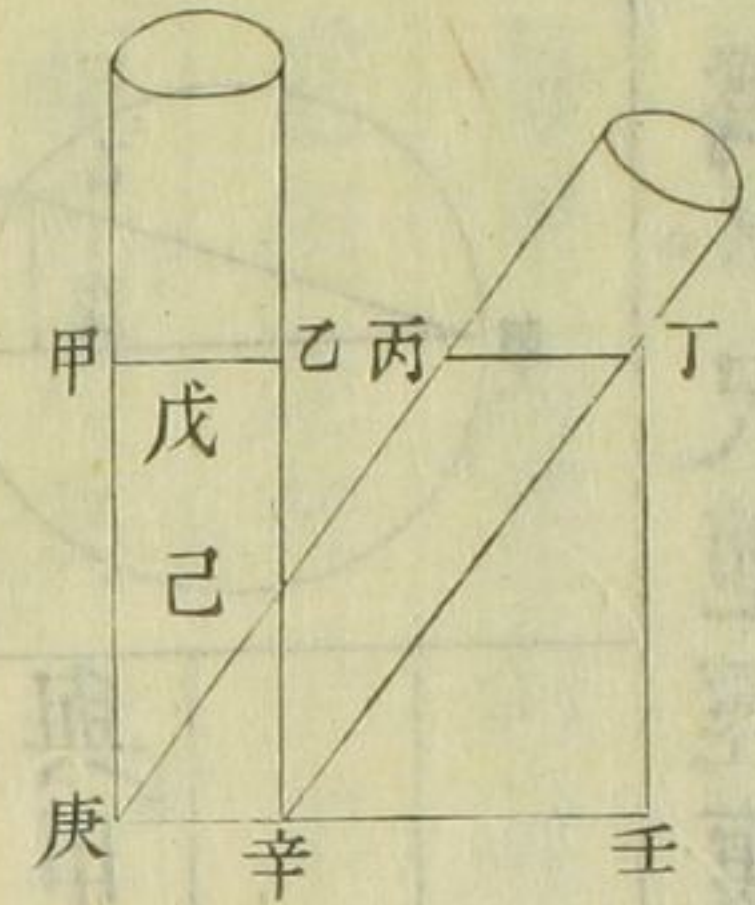
秋二春

一個洋里則與平線所差乃八寸即中華六寸始知以水平開河通水每里須低二寸水面始平須再低一二寸水始可流

水之  
下壓

問、水下壓之力、何法計算、

答、總按其深淺尺寸也、設若戊己為桶水直立、水面在甲乙、若均分數層、則第二層所壓、比第一層加倍、第四層下壓、比第二層加倍、故其器若直立、其水下壓之力、即與其淺深相稱也、其器若斜立、其理亦同、即如以戊己之器斜至丙辛、則須再添水、始能使水面與前同高、水既加添、其下壓之力、亦應準之加添、惟其水偏倚丁辛之斜旁、而其下壓之勢較輕、其桶愈斜、水之偏倚愈甚、而其下壓之力、究無異



水之  
旁壓

也、皆與其水深淺相稱耳、故二桶一正一斜、下面之水、由底相通、其斜桶得水雖多、二器之水面仍舊高低如一、蓋其下壓之勢均也、

問、水旁壓之力、何法計算、  
 答、與上文計算下壓之力無異也、蓋水既為渾浩流通、則其壓力不僅向下、六面皆同、水深五尺、其桶底喫力、即有五尺之水、底旁喫力亦如之、蓋其深淺等也、其旁不拘直斜、喫力無殊、側桶之旁、丙辛雖長、其喫力不過如丁壬之直線耳、

水之  
壓力  
按深  
遞加

問、水之壓力、按深遞加何如、

各物入門

卷七

算學上章

測算水學

四

答按乘法層次也蓋此處較彼處深若干倍其以上之水即加重若干倍也今將其數核算標之於左

水深尺寸

二尺 四 八 十六 三十二 六十四 一百二十八

每尺所受壓力

二角 三角 四角 五角 六角 七角 八角 九角 一元

按此如器高三丈盛水至滿其器之底每方尺喫力幾乎萬筋是知水深作隄塘而禦之難也物之入水亦如是喫力故小魚不能下至極深惟鯨鯢大魚被漁人又攪每引線縱而直下至三四里數其力概

可想也

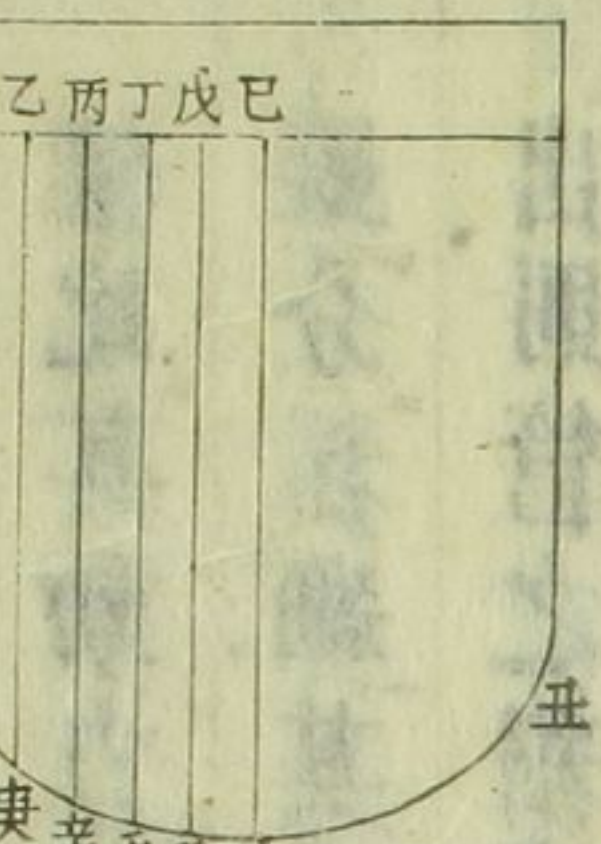
由重 心計 壓力

問水之壓力自何處算起  
答自重心也比如甲丑為器盛水至甲巳則庚辛壬癸

子各處所喫之力即

庚乙 庚辛 辛丙 辛丁 庚壬 庚癸

則其壓力統計即此各



數共合也然此即與其方積重心深淺相乘均等如其方積為春其重心深淺為秋則計其喫力者恒式如左

故方器盛滿其旁喫力準其底一半也

多寡相抵

四旁並底所喫之力，卽其水之勛兩三倍也。

問，曲管兩頭粗細不等，而水面仍不分高低，其理何解？

答，蓋其下壓之力，惟按深淺而已。按其壓力，固可辨之。

惟比其動力而辨之，更明。設甲乙丙爲管盛水，兩頭

雖分粗細，其水殊無高低。水自甲口而入，自丙口而

出，則管之細處，力以狹逼，水出更急。蓋流之疾徐與

其管之粗細相反。甲爲此口之方積，丙爲彼口之方

積，其水在甲之速爲子，在丙之速爲丑，則

也。動力既均，若無水由外添入，兩頭必平而不流也。

按此理，則丙頭水雖甚少，甲頭水雖較多，仍可相抵。

水權之理



亦可設法使之托起極重之物，蓋與頂起粗頭之水

無異也。壓櫃之生力，卽出於此。而人以

獨手執壓櫃之柄，可增力於無窮。水之

通力，有如是也。

問，以水權物，其理何如？

答，無非比其體質輕重也。蓋物體輕重不一，果欲較之，

必須準度。故以水爲則，卽如以寸金之分兩爲實，寸

水之分兩爲法，以此約彼，卽知金較水重十九倍有

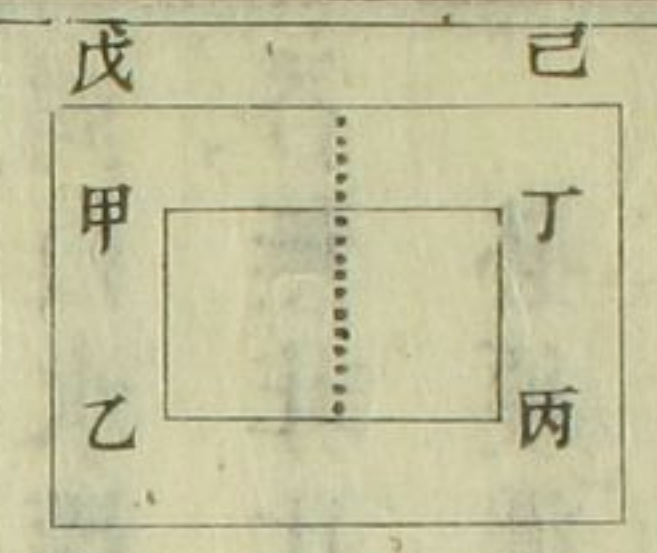
餘。其比水輕重，卽謂之水權。至其恒式，則

問，物浸水中而權之，其理何如？

權二物

以水權物

答所失分兩與若干水無殊也蓋有甲乙丙丁之物在水其上之水為甲戊己丁即其水下壓之力也然其上托之力即乙戊己丙之水以此減彼則僅賸甲丙之水即其上托之餘力也夫所失分兩既與若干水相等在水外權之復在水中權之以此約彼即可得其水權蓋比寸物寸水不過比同體之分兩也其物較水輕則必加重物同浸而權之無難計也



問流動之物以水權之其法何如

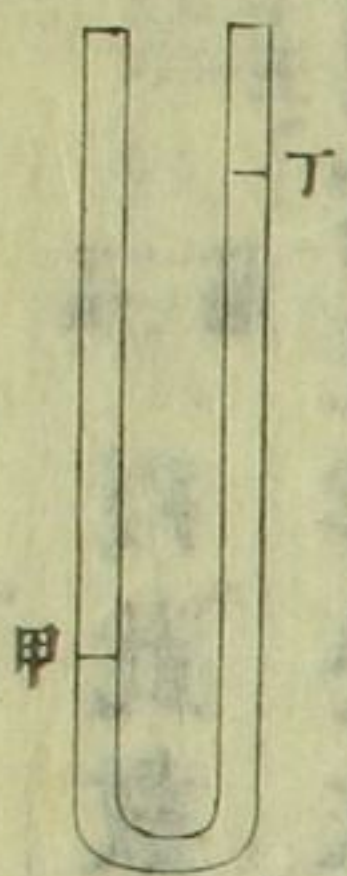
答其法有二比如油以重物先沈其中而權之復沈水

中而權之以前數為實後數為法約之便得此其法也按上文應以油水尺寸均勻而比其輕重第須先量其尺寸而後權其觔兩不若以重物浸而權之理同而法簡也蓋其油中所失觔兩比水中所失觔兩正如油之輕重比水也

問其二何如

以高  
低分  
輕重

答二物並盛於曲管中間隔住令其不相攙和則其輕重即與高低轉比也設如甲丙丁為曲管盛水於甲盛酒於丁其水較酒重水面即比酒較低以水之尺寸為春水之



沈浮之理

分兩爲子以酒之尺寸爲秋酒之分兩爲丑則

秋丑子

故

以此數約彼即得其水權也

問物之浮於水其理何也

答所壓開之水與其物輕重相等其物若干分入水中

以春代之若干分浮水上以夏代之二者皆

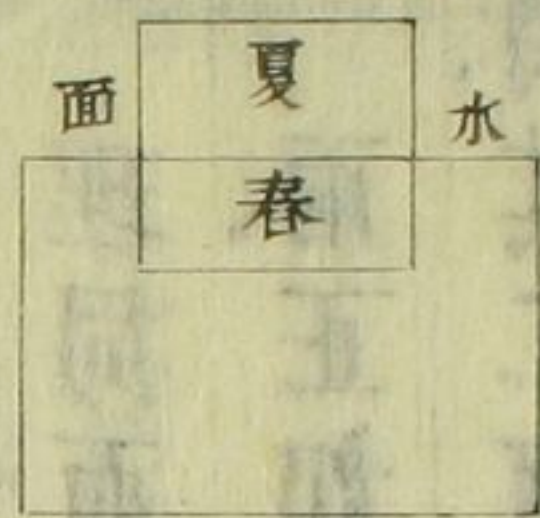
被水上托其下沈上托二力相抵若移開其

物則其原處立即被水填滿此水尺寸同與

春同其被水所托復與其物同故重與春夏等以秋

代之則寸水之重爲子寸物之重爲丑是物之重

通計爲其壓開之水即故是知其物與



夏丑秋春夏

春子

故

春夏子丑

所壓開之水即如其同體之分兩轉比也

問物之下沈上浮其力何法計算

答以其物之輕重與所壓開水之輕重相比二數所差

即其下沈或上浮之力也若其物之分兩爲子其水

之分兩爲丑其物較水輕則其上浮之力即爲子物

較水重則其下沈之力即子丑彼或船沈海底設法令

之上浮即按此式計算出之也

問以水計算物之大小何如

答於水中權之即所壓開之水是也如金石等物其形

不正欲量其登方尺寸甚爲不易不如浸之於水權

以水  
量物



水流疾徐

之其所失分兩，即其同體之水也。一尺一寸之水，輕重既知其統計尺寸，不難悉為權算。又如冰山浮水，量其入水幾何，即可計其登方尺寸，亦可知其輕重。  
查甜水一尺，重計七十六觔。若海水，則約計七十八觔。

問：管水滿流，疾徐何如？

答：其疾徐，即如其粗細轉比也。設若甲丙二管相接，水

自甲入，既曰滿流，非加快，即不能自丙而出。丙較甲

細若干，則丙中之水，較甲中之水流速若干。以

甲丙皆為橫節方積，其水過甲之速為子，過丙

之速為丑，則

甲丙丑子

之速為丑，則

測算江河

問：江河之水，疾徐多寡，何法測算？

答：必總其疾徐寬狹深淺而算之也。若水流管中，其倚

於管邊者，有所阻礙，其流覺慢，故不如管心之流速

也。江河復如斯，河涯河底，水流不如河心之急，故此

三處，必須查核其疾徐，而絕長補短，即如察知河心

之水，每刻流四里，河底流三里，河涯流二里，則統計

其流為三里也。若每分時，其速統計為十丈，其深統

計為一丈，其寬為五十丈，以三數相乘，即知其每分

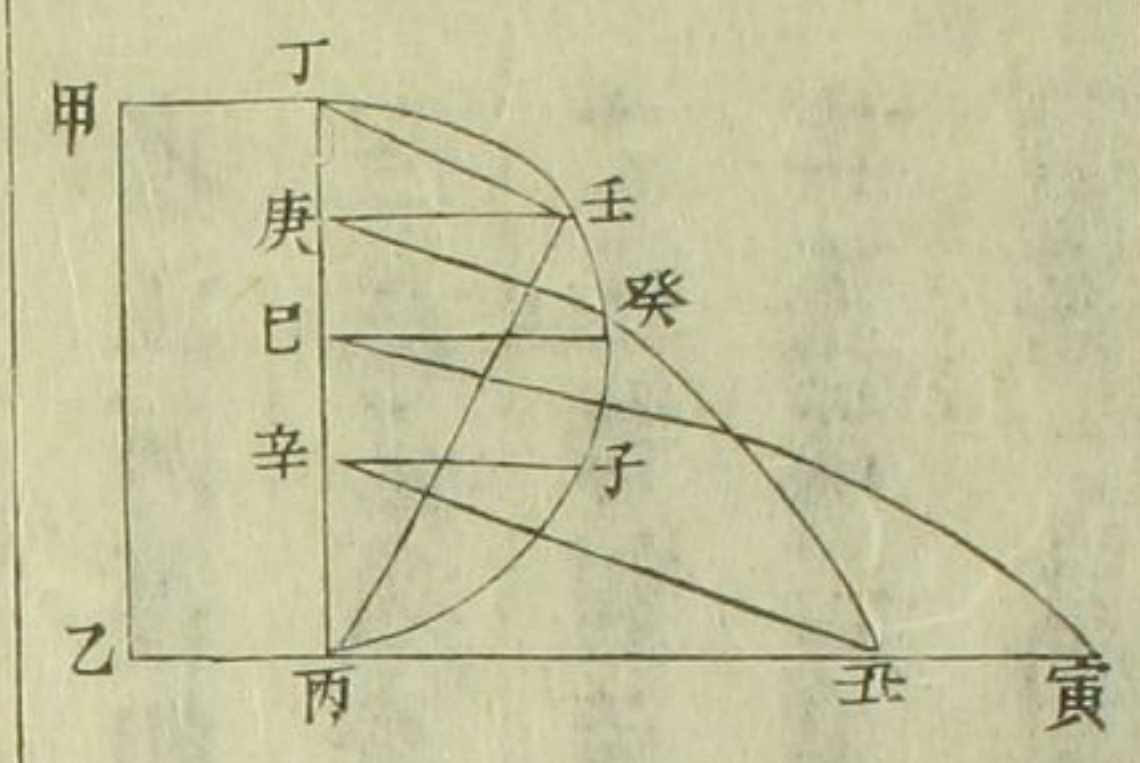
流水五百丈登方也。

問：水自器旁小孔流出，疾徐何如？

水自孔流

測算水學

答其疾徐即按其孔上之水深淺方根也設若甲丙為高桶盛水恒滿旁有庚己二孔則庚孔之上有甲庚之水己孔之上有甲己之水正如細管與粗管相接自甲庚之粗管注入之水與自庚孔所出之水相等而其動力亦等甲己粗管中動力與甲寅細管中之動力復等以春為甲庚水之分兩秋為甲己水之分兩申為庚孔之疾徐酉為己孔之疾徐則庚孔所流之水為<sub>春</sub>甲<sub>秋</sub>己孔所流之水為<sub>秋</sub>酉以二數相比



水之倒躍

則然各孔所流多寡必按其疾徐<sub>申</sub>酉<sub>春秋</sub>式中秋即換申酉則故<sub>丁</sub>庚<sub>巳</sub>即知各孔之疾徐正如其深淺之方根其出水之多寡亦復如是設其孔一於水下十六尺一於水下六十四尺則此出水較彼加倍蓋如八四二數之方根也問其水旁出而上躍高低何如答以管插桶旁向上彎曲若無風氣阻礙則水應上躍至與其面平高相埒蓋<sub>甲</sub>有物自丁下墜至庚至己

水面退下  
計以時之

其所行尺寸，即按其疾徐之成方。見下文力學是知各孔流水之疾徐，即與物之下墜若干尺寸等。然能以其下墜之力上擲之，必升至故處。其力始盡，故水自彎管倒湧，應至水面平高。其理同也。按此理，水自高處灌於輪上，不如蓄之使深，自低處放出之力大。蓋自低處而出，其速不啻下墜，復少風氣阻礙故也。

問、桶水旁流，水面漸漸下退，疾徐何如？

答、即按其孔之深淺方根。蓋水面下行疾徐，隨其外流之疾徐故也。夫水面下行，猶物上擲，其速即按所行尺寸方根。其物上行漸慢，水面下行亦漸慢。其物每

秒上行之尺寸，即如七五三一之陽數。水面下行亦如此數。其桶若高式，上下如一，鑽孔只容其水十二點鐘流盡。按陽數層次畫成其度，漸下漸近，即可以之記時。蓋式水畫之，按單數倒用而計之，初無二致。水表之理即此。

問、隨流隨添，使桶水恒滿，自孔外流者，多寡何如？

答、乃加倍也。假令不復以水自外添入，則桶水漸虛，孔流漸慢，如物之上擲而漸慢也。然桶若恒滿，所入與所出相等，則壓力無差，孔流均速。正如物之上行而均速也。查物之上行均速，比物之上擲而漸慢者，所

水自旁躍

行尺寸加倍故桶水外添使之常滿自孔噴流亦必加倍之多也見力學

問其水旁躍遠近何如

答以水深為圓徑自孔橫畫直線割圓其水躍出即應加倍於此線之尺寸也蓋水自庚流較物墜至庚其急加倍則其物至庚時其水流之尺寸必加倍即二丁庚水落至地也與物自庚落地時等其物墜至庚時為春自庚墜至丙時為秋

則

然已見春時水流二丁庚則

春秋丁庚庚丙

以此代春秋時所流必丙丑也蓋其旁躍落地必至此處即以丙丑代秋未知其幾何則由其比例而計

之

蓋

丁庚庚丙二丁庚丙丑

丙丑二丁庚丁庚庚丙

二二丁庚庚丙

蓋上下之三角形同類以句股

相比則

丁庚庚壬庚壬庚丙

庚壬二丁庚庚丙

是知水之旁躍即庚壬橫線之加倍

也二孔若離桶底桶面相均則旁躍亦均孔適居中則旁躍最遠蓋庚壬即為圓之半徑也

物行  
水中  
愈速  
愈阻

三五 問自孔旁躍水循何等之線而下也

答既被壓力旁催復被地之吸力下引即循曲線而下

若更考其曲線為何等便知其為拋物線蓋擲物空

中所行之線與此無異也 拋物線見下文測算力學

三六 問平面之物橫行水中被水阻礙何如

答其被水阻礙即按疾徐之成方也蓋其物行掣水俱

動而水所得之動力必為其物所失以春為水之分

兩以子為其動之疾徐以秋為動力則 秋二子 然其物

之行愈速即所排擠壓開之水愈多也則 春子 故 秋子 是

知水之阻礙即按其物之疾徐成方其物不甚疾此

理即可驗也若行之極速則阻礙遞加更大按此則

舟之行水定有限制欲行之異常加速實為費力蓋

以火輪機合馬力二十匹令舟每點鐘行十二里合

馬力一百八十匹其舟始克行三十六里是速加三

倍其力必加九倍故也

卷七算學上章凡二十六問

第七卷算學協助格物  
第二章測算氣學  
問、吸氣筒所吸每下遞減何如  
答、即按乘法層次遞減也。設其筒所容為單所容十分之一，則第一下必出氣一分，第二下必出所餘賸之氣一分，第三四下皆如是。故列成圖式，餘可類推。觀第二第三行，數雖遞減，永無窮盡，即知單內之氣總留少許，必不能盡出之也。

吸氣筒

天氣下壓

擊數	一	二	三	四	五
每擊出	三	二	一	一	一
每擊餘	三	二	一	一	一
計所出	三	二	一	一	一

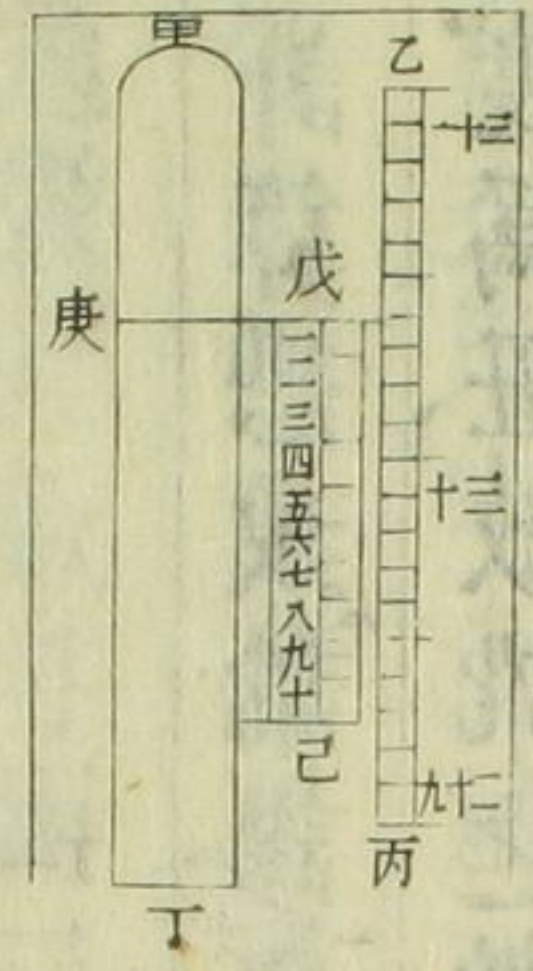
問、天氣下壓分兩何法計算

風雨表細差格

答以水或水銀稱之皆可。水則二丈九尺，與天氣均重。其水於桶底，每方寸下壓若干，即按上章計算，便知每方寸被天氣所壓若干。然以水稱之，不如水銀之便也。水銀較水重十三倍半，水被天氣壓托，高起二丈九尺，水銀高起二尺一寸四分，以十三有半乘之，細核之，為十三零百分之五十七。則幾與前數無差。其水銀底積方寸上下如一，則重計廿二觔有奇，可見天氣下壓之力，每方寸亦廿二觔有奇。

問風雨表細差何法計算

答設若甲丁為表管之上節，乙丙為度數格，每寸分十



戊已為細差格，每格較前小十分之一。水銀高至庚

戊，即為三十寸三分有奇，欲知其

奇若干，便將細差格上移至戊，下

排至二格平處，即第八格，便知所

奇乃百分之八，則為正數也。表內水銀高低，天下

無甚差別，其常不過寸之三四分。是天氣之輕重，天

下相同，至其忽變，則有差至三四寸者，即為預報風

雨，不可不細察也。風雨表度數皆按洋尺

問以風雨表測量高低何如

答攜之上升，則水銀漸退，若不甚高，每升八十七尺，即

風雨表測量高低

各物入門

卷一

算學二章

測算氣學

三

尺七 水銀下退寸之一分此其大概也然天氣愈高  
 丈四 愈輕水銀所退隨高漸少欲細為覈算其法頗煩不  
 如空盒風雨表為便也以此表測量高低其式如左  
 於此處其分度為甲於彼處其分度為丙二處高低  
 所差為丁

則  $\frac{甲 \times 丙}{丁} = 52400$

計算恐致訛謬以此處熱氣分度為子彼處熱氣分  
 度為丑改訛之數為寅則  $\frac{九百三十六}{子地以三六}$  即為二處高低所差之  
 正數也凡二處所差高低不過三千尺皆可按此式

計算若高過三千尺則應層層相繼而算之可也按  
 右式用空盒風雨表雖為更準然以水銀表按之測  
 量高低未嘗不可蓋雖稍有訛謬數千尺中所差不  
 過數尺數寸而已

測算  
 天氣  
 輕重

問五 天氣較水銀輕重若何

答 升高八十七尺水銀既下退一分則一分之水銀足  
 抵八十七尺之氣也是一寸之水銀足抵  $\frac{萬〇四四〇}{寸}$  氣水  
 則較水銀輕十三倍半有奇以此數約彼

即 此水較天氣重七百六十九倍也



計分兩

問、天氣包裹地球一層、統計分兩若何、  
答、天氣下壓、既如二尺一寸之水銀、則其分兩統計、正  
如二尺一寸深之水銀海、包裹地球、海形若球皮、欲  
計其分兩、其式如左、水銀之高為丙、地球半徑為甲、  
其圓比徑為卯、其全體為春、

三	甲	卯	四	卯	三	甲
春			夏			春

則高之水銀全體為夏、則以此減彼、即餘賸不

然丙較甲甚小、其第二三元即  
球皮乃則

可坏計、則  
若配以數、卯為三、甲為一、萬尺、丙為  
二尺一寸、

格物入明 卷七 算學二章 測算氣學 七

則

即為

萬尺乃水銀之立方尺寸每尺約

$$\begin{array}{r} \text{夏} \quad \text{二四} \times (\text{三} \rightarrow) (\text{二} \rightarrow) (\text{一} \rightarrow) \\ \text{一} \quad \text{二} \quad \text{一} \quad \text{四} \quad \text{九} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{四} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \end{array}$$

計千觔以此乘前數可得天氣全體之分兩

問天氣稠稀上下若能均勻其高若干

答即以天氣與水銀輕重轉比而計之也如以寸水銀

較寸天氣重一萬零四百四十倍天氣即比水銀高

若干倍則為二萬一千九百二十四尺乃十二里有

天氣漸高漸薄

奇不及大山之高大海之深也與水比之總計體質亦不如水之多也而天氣一層雖究不如此之薄與地之厚比之不過如極薄之翼也

問天氣漸高漸稀遞減層次若何

答若升高之路按加法遞加則天氣之稠必按乘法遞

減設若天氣分為無數層次其稠下層為甲次層為

乙三層為丙在地面其壓力為子下層之上壓力為

丑次層之上壓力為寅則下層之重即子次層之重

即其輕重復如稠稀蓋按馬氏之例天氣愈壓愈

縮其尺寸與壓力反比

則然天氣之稠稀亦按其被壓之分兩

甲丙：子丑：丑寅

則

甲丙：丑寅

子丑：丑寅：丑寅

子寅：丑寅：丑寅

子寅：丑寅

故

子丑：丑寅

按倍遞減也層層皆必

如此即如升高至二十里其天氣之稠不過四分之  
一升至四十里其稠只十六分之一餘可類推其式  
如左  
升高里數按恒數遞加

四二  
三六  
三二  
五六  
三二  
一四  
四六  
一六三八四  
六五五三六  
二六一一四四  
一〇四八五七六

問天氣之稠按倍遞減  
答按上文遞減層次無盡則天氣雖愈高愈薄亦該無

天氣  
高有  
界限

問天氣之高有界限否

答按上文遞減層次無盡則天氣雖愈高愈薄亦該無  
盡然至極薄之處其相驅之力少被地之吸力與空  
中之冷相抵故不復漫散判然有界限也是知星宿  
之間空然無物故運行無阻出沒無差也

問若能掘井通至地心其內天氣之稠若何

天氣愈稠

答必按倍遞加蓋與升高相反也下至百里其稠如水百五十里則重如黃金

問前有法國人駕飛車攜風雨表上升見其水銀漸退僅賸十二寸其上下天氣多寡若何

答按洋尺表內水銀在地面應高三十寸僅賸十二寸則其上賸天氣五分之二也

蓋

$\frac{12}{30} \times 30 = 12$

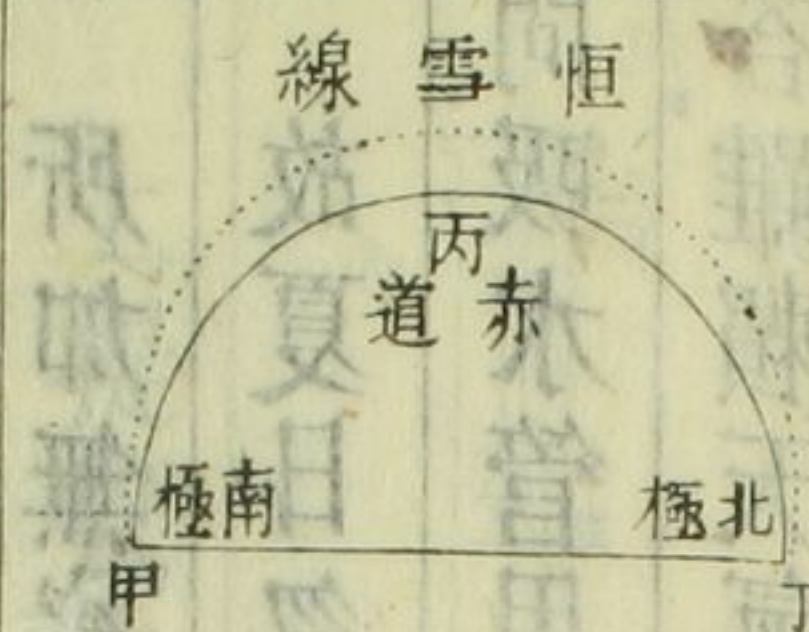
也

十二三十分之三三十分之十二  
三十分之十二三十分之十二  
三十分之十二三十分之十二

問計高至結冰按南北度數所差若何

答離地上升愈高愈冷故無論南北最高山頂常年積

恒雪線



雪惟赤道之下熱氣最盛離赤道或南或北熱氣漸次差少故他處不必如赤道下之高始可常年積雪也若細為查核則恒雪線自赤道以南以北漸低而下直近二極即不離平地圖中甲丙丁為地面其上之碎線即恒雪線也計其高低標之於左

南北度數

度 十 二十 三十 四十 五十 六十 七十 八十

恒雪線高低

各物入明 卷七 算學二章 測算氣學 九丈

天氣中含水氣

問、天氣中含水氣多寡何如、

答、愈熱愈多也、理應如此、蓋水愈熱愈化為氣、且天氣

愈熱愈稀、故其間容水氣愈多也、是以凡有熱風遇

一冷風、天氣即縮、水氣即凝而雨下也、在三十二度、天

氣若干、水氣只為五、一至九十三度、則為二十一、是天

氣愈熱、水氣按倍遞加甚速、冬令雖加熱十度、水氣

所加無幾、惟至夏日忽加熱十度、則水氣所加極多、

故夏日忽作炎蒸、每致暴雨、

計吸水管之力

問、吸水管用力若何、以下水管數段、似應屬之水學、茲歸氣學、以其力由天氣也、

答、雖賴天氣下壓、所用之力、仍與提水無異、即與其水

之筋兩等也、蓋水上升二丈九尺、

無非氣之下壓、有若干筋兩、上移

其塞、即上提天氣若干筋兩也、夫

上提管內之氣、管外之氣、於是下壓、令水隨塞而上、

故所用之力、即與上提若干水無異也、此理所必然、

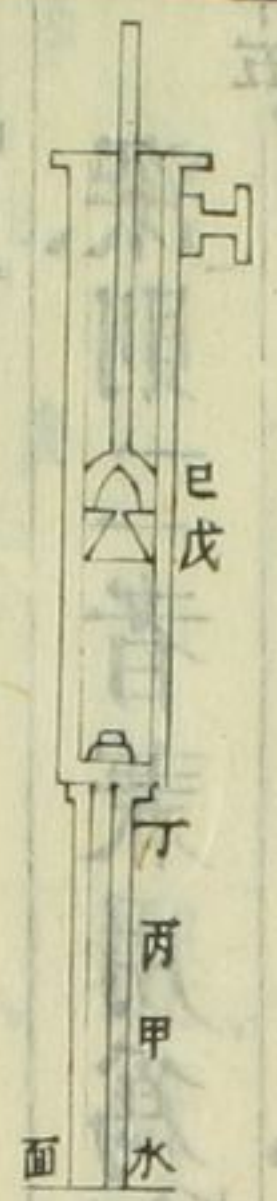
者、復可以測算證之、以甲丙尺寸為子、水所以升至

丙、惟管中之氣漲入戊己、其漲力即九丁子乃其活塞、被

氣上托之力也、活塞被天氣下壓之力為二九、蓋天氣

足以壓托二丈九尺之水、輕重與之均勻、以此數減

彼、



即其餘騰壓力本與水之上升尺寸無差故吸管  
二九丁(二九子)二子

中之氣與上提若干水其力無差是知吸水管並不  
省力惟用力之法較便也

計提水管之力

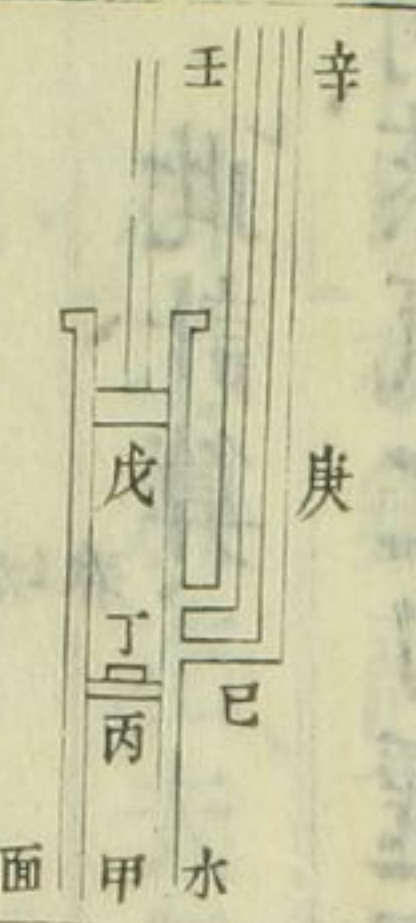
問提水管用力若何

答既曰提水則塞上之水與活塞等件一並若干重須  
用若干力也圖中吸水管之上節即提水管也若水

計壓水管之力

十五  
問壓水管用力若何

答較提水管少省蓋提水必須活塞鐵條等件若並上  
提而壓水管則活塞等件自然下壓為



用有分兩若干即助力若干也壓水管  
下節常與吸水管相連茲無庸再計以

其上節之活塞等件分兩為寅活塞之半徑為辰週  
圍比徑倍數為卯尺水之重為己正管中水高尺寸  
為子須用之力為春其水於旁管之高為丑下壓之  
力為秋計其上提之力

則

欲計其下壓之力

$春 = 二辰 \times X \text{ 卯} \times X \text{ 子} \times X \text{ 己} \text{ 寅}$

木牛力月 卷七 測算氣學 三

則

秋二辰X丑X巳丁寅

若知其水高尺寸、活塞徑線分寸、並活塞等

件、即可以數計之、卯即<sup>三四</sup>寅即<sup>七六</sup>連吸帶壓、其

力

即

蓋上下寅之加減對消也、水龍之力、即按

秦上秋二(丑)X三、四辰X七六

此計算、

問、蒸氣之力遞加若何、

答、氣愈熱、力愈加、氣愈稠、力愈大、其力即按二者遞加、

計蒸氣之力

其力按熱遞加

問、其力按熱遞加何法計之、

答、以水銀高下相抵而計之也、其按熱力加、所有層次、

列之於左、夫氣中無水、故稠稀如一、惟因熱而加力

也、

蒸氣熱至法倫表若干度數能抵水銀若干寸數  
蒸氣熱至法倫表若干度數能抵水銀若干寸數

〇.五十二	六十	〇.二〇	三十二
〇.六十一	六十五	〇.二二	三十五
〇.七十二	七十	〇.二六	四十
〇.八十五	七十五	〇.三十四	四十五
〇.九十四	七十八	〇.三六	五十
一.〇一	八十	〇.四十三	五十五

式按洋尺

其力按稠遞加

問、蒸氣按稠稀加力若何、

答、水熱至二百十二度化氣、則漲至一千七百倍、此除

各物八月 卷七 算學二章 測算氣學 三

天氣以外無所被壓雖加以烈火其水不增熱惟化氣而散也若煮水壓之不令氣散水與氣皆可增熱斯其加熱加稠至於四百十九度氣比水漲不過三十七倍至五百度其漲不過水之加倍則水若干尺寸化氣不過尺寸加倍而已其氣如此之稠如此之熱漲力甚險幾乎與火藥相等蓋若忽然放出必漲至六百五十倍若煮水能壓之勿令稍漲至熱極則寸水化而為氣其力足抵一里半高之水銀每方寸受力幾乎三萬筋也其力遞加層次標之於左

按蒸氣熱至法倫表若干度數能抵天氣之壓力

若干倍數

熱表度	數	天氣倍	熱表度	數	天氣倍
二百十二	一	三百八十七	十四	四	三百八十七
二百五十	二	三百九十三	十五	五	三百九十三
二百七十五	三	四百零八	二十	十	四百零八
二百九十三	四	四百三十九	二十五	十五	四百三十九
三百〇七	五	四百五十七	三十	二十	四百五十七
三百二十	六	四百七十三	三十五	二十五	四百七十三
三百三十一	七	四百八十六	四十	三十	四百八十六
三百四十一	八	四百九十九	四十五	三十五	四百九十九
三百五十八	十	五百一十	五十	四十五	五百一十
三百七十四	十二				

卷七算學第二章凡十七問

格物入門

卷七算學第二章

測算氣學

三




第七卷算學協助格物

第三章測算光學

按第三卷火學論熱氣發散直射返照皆與光學同餘無庸計算

光按遠近等差

問光之濃澹按遠近等差若何

答按其遠近成方反比也蓋光性直射四週散開布置

均勻若知其遠近計其多寡即無所難如設燭於甲

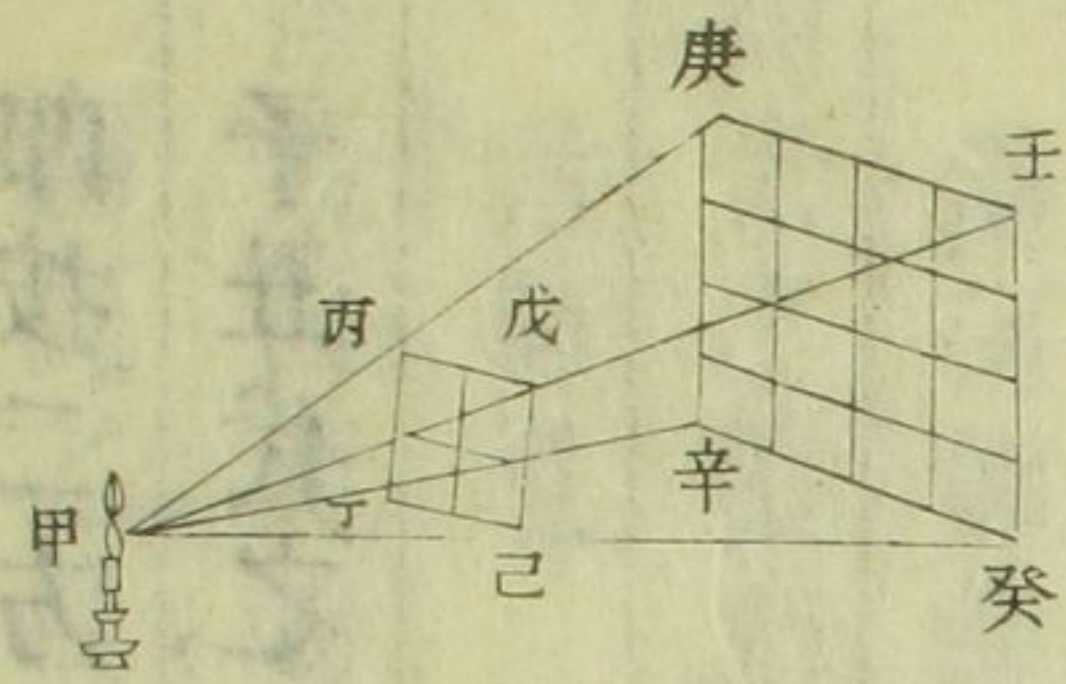
以方板小塊置於丁即遮大板之在辛

者蓋其光按甲癸甲辛之線直射故也

若移開小板其光盡照大板不過散而

較澹耳復以小板移近燭光隔之則其

光全歸小板而較濃是若則濃若則澹



各物入門

卷七

算學三章

測算光學

七

卽按二方之反比明矣其光於己癸二處之濃澹以子丑代之

則然甲戊己甲壬癸之三邊形既為相

子丑壬癸戊己

問類則故卽二處之濃澹如其遠近之成方反比

甲癸甲己壬癸戊己

子丑甲癸甲己

離物稍遠明似無差

是也是以其方板離光少許其光卽隨減若干離至加倍其光不過四分之一離遠四倍只賸十六分之一至離八倍則僅賸六十四分之一若移近加倍反為加濃四倍移近千倍加濃百萬倍故距太陽三百萬里其光比地上十萬倍也復移近之其明其熱更當何如哉

問光之濃澹既隨遠近大有差別及目視物似無甚差者何也

答蓋因其物愈遠愈覺收小亦按成方反比之例也依圖言之目在甲注視壬辛方板則光由板上返照入

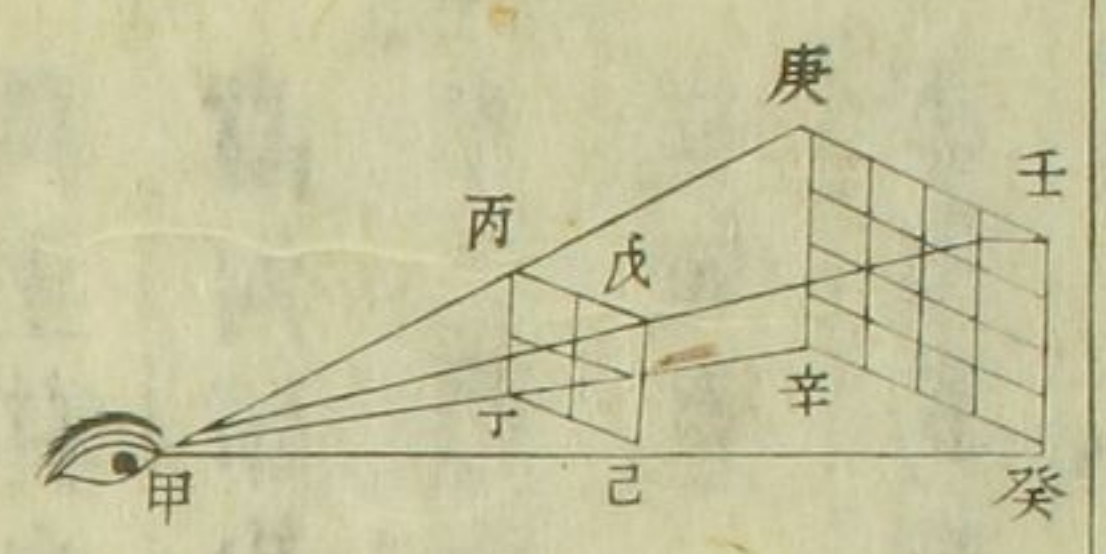
各物入明

卷七

算學三章

測算光學

三



目若小板近日，光即滿蔽，蓋其板小四倍，若近日加倍，障之必嚴，光雖四散，而僅賸四分之一。其明固無差，若移近十倍，其光即減少百倍，物影亦收百倍，而其明無差也。若空然無氣阻蔽，則實有此理。然天氣略能阻光，視物漸遠，漸覺模糊。其等差詳於下文測算夫目之覩物，與藉光視他物，確有分別。蓋其覩雖略遠，明則不差，藉光讀書，稍遠即難朗徹，皆由其濃澹按成方反比也。二者事反而理同。

問：天氣若能稠稀均勻，其阻光令明漸殺，等差何如？

天氣阻光令明漸殺

答：其漸殺等差，按乘法遞減也。比如天氣一層若干厚，稠稀均勻，以平面分為無數薄層，光透上層，所減阻為寅一。

所出為

$$\frac{\text{寅一}}{\text{寅一}}$$

其透第二層，復失其寅一，即

$$\frac{\text{寅一}}{\text{寅一}} \times \frac{\text{寅一}}{\text{寅一}}$$

其透

第二層而出者，即

$$\frac{\text{寅一}}{\text{寅一}} \times \frac{\text{寅一}}{\text{寅一}}$$

其透第三層而出者，為

$$\frac{\text{寅一}}{\text{寅一}} \times \frac{\text{寅一}}{\text{寅一}} \times \frac{\text{寅一}}{\text{寅一}}$$

餘可類推，則各層之光，按乘法遞減，其式如左。

一層 二層 三層 四層

寅丁 寅丁 寅丁 寅丁 率皆如此

以入每層之光為實，以寅為恒法，乘之即入次層之光，所謂按乘法遞減，光透體質稠稀均勻之物，皆按此理也。

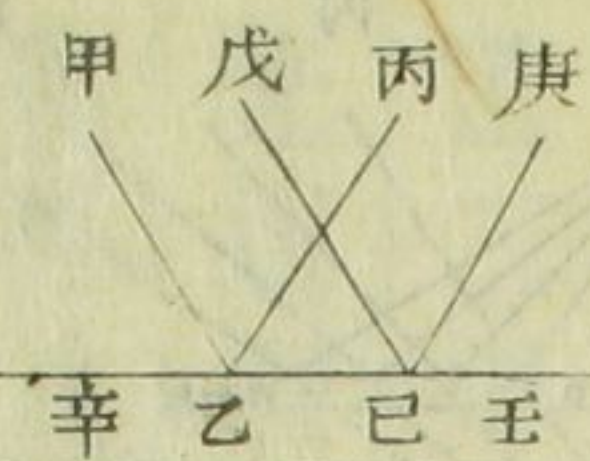
問、光之照於平鏡面，其返照何如。

答、其來光若平，其返光亦平，其來光或散或聚，其返光之散聚亦皆然。

問、於平光何以辨之。

平鏡返光之理

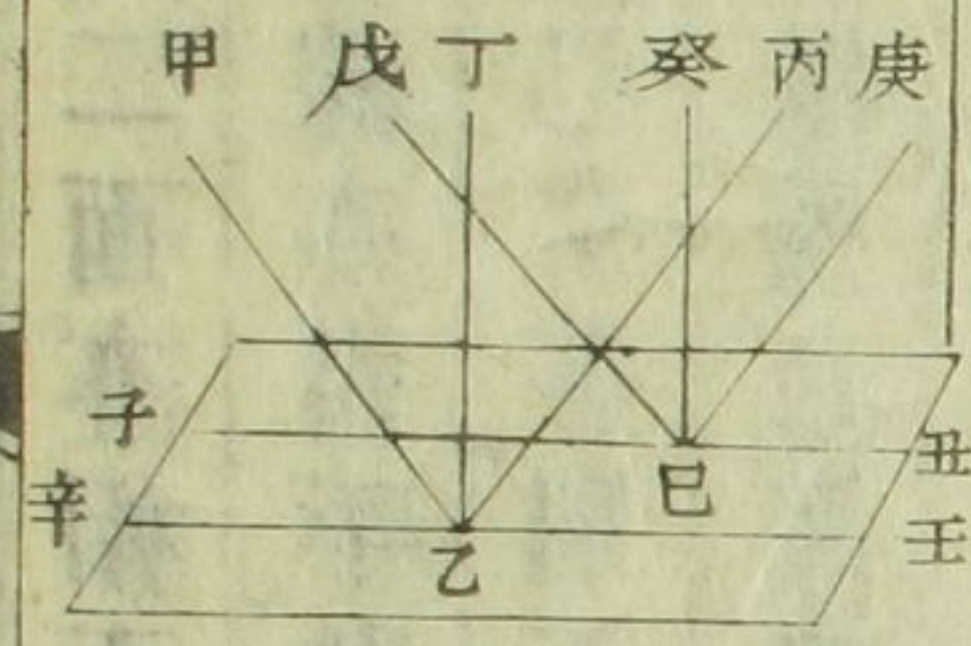
光平來返



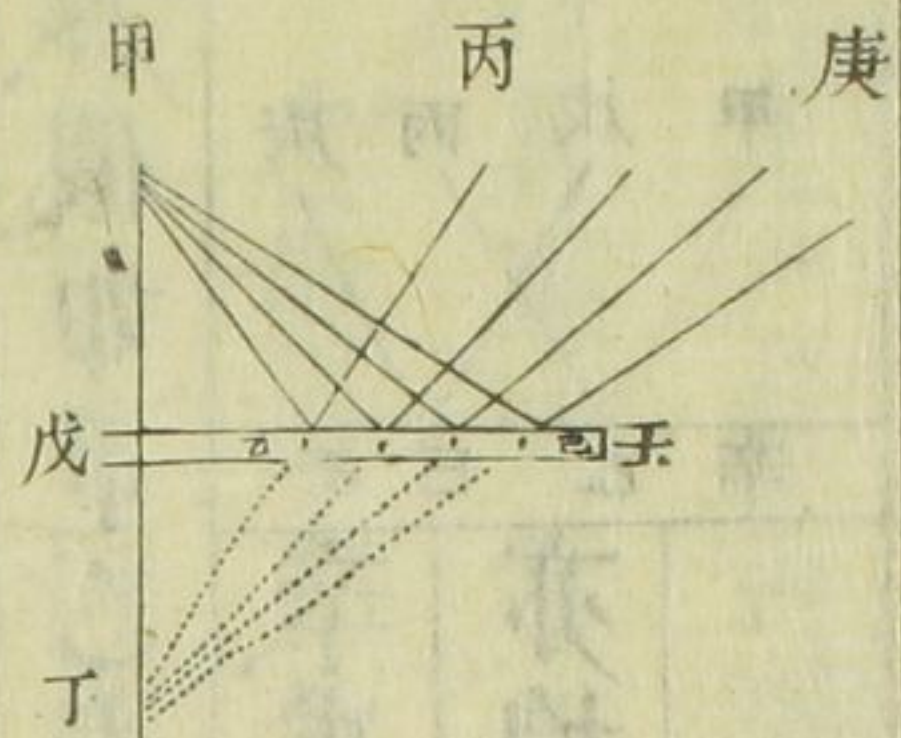
答、假如甲乙戊己為二線平光，其返照亦必平，蓋甲乙辛戊己辛二角既均，則丙乙壬庚己壬二角亦均，二角既均，二線必平。

問、二線平光，若不同一平面，其返照平否。

答、仍然平也。設甲乙戊己不同一平面，與乙己各垂直線，則甲乙丁之面與丙乙己庚之面相切於丙乙，甲乙戊己本係平線，丁乙癸己亦平，則甲乙丁戊己癸二角等，此四線兩兩相平，則甲乙丙戊己



光之聚散  
返照亦然



庚二面亦相平、二面被丙乙己庚之面所切、其所切之線亦相平、癸己庚、丁乙丙、二角即等、癸己庚既與戊己癸等、則丁乙丙與甲乙丁亦必等、乙丙即為甲乙返照之路、與己庚相平也。

問、其光照於平鏡、或散或聚、其返照何如、

答、其返光之散聚、即與來光相同也。設有光二線、自甲照於乙己、返照於丙庚、則甲乙甲己相離度數若干、乙丙己庚相離度數亦若干也。自甲垂線至丁、引乙丙使與甲丁相接、則甲乙戊與丙乙壬等、丙乙壬與

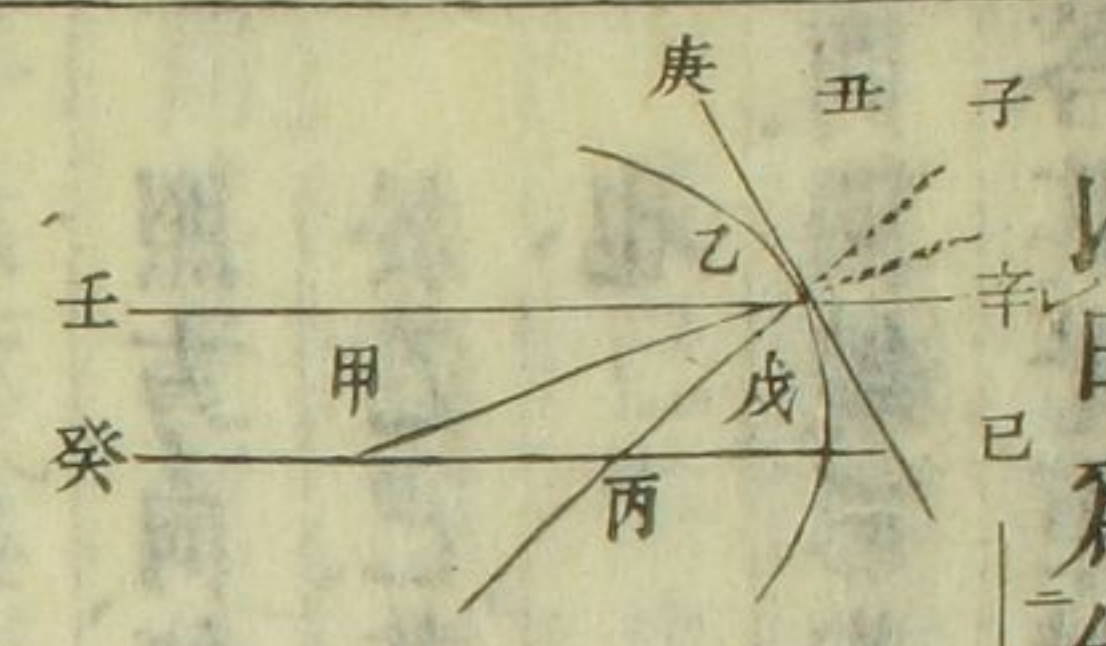
戊乙丁亦等、故甲乙戊、戊乙丁、三角相同、其角為戊乙二形共之、則甲戊戊丁二股亦等、故乙丙己庚之光返照方向、正如自丁而發、相離度數與自甲而發無異、故其來光之真源、距鏡若干、即其返光之虛源、亦入鏡若干也。至於二線之光相聚而照、欲究其返照方向、即與此論相反也。即如二光自丙庚而發、照於乙己、其返照必歸至甲、相斜度數與歸至丁無異也。

問、凹鏡形若球面、平光照之、返照何如、

答、其光距鏡軸不遠、則所聚光心於鏡面鏡心居中、蓋

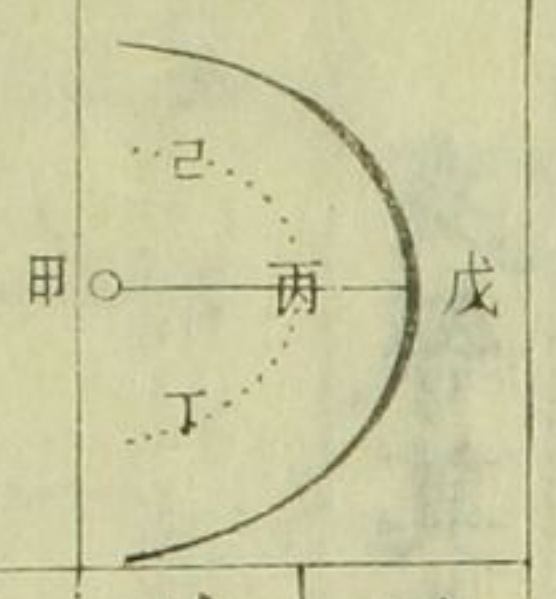
凹鏡之理

鏡面如球  
聚光半徑  
中之



以甲為鏡心，癸為光線，經甲而照於戊，其必返照至  
 癸，若更有平光自壬照於乙，其必返照於  
 丙，蓋甲乙丙、甲乙壬二角相等故也。於乙  
 畫庚己之切線，二光既平，則甲乙壬、乙甲  
 戊二角必等，而乙甲戊與甲乙丙亦等。夫  
 三邊形二角既等，其相對二邊必等，是知  
 甲丙與乙丙等。然甲乙己、甲乙庚皆直角，除甲乙丙  
 甲乙壬，則丙乙己、壬乙庚、丙己庚復等。故  
 丙乙己亦等，而丙乙丙己之二邊均長。若二光相離  
 甚近，則弧切無差，丙己即無異於丙戊，既與丙乙等。

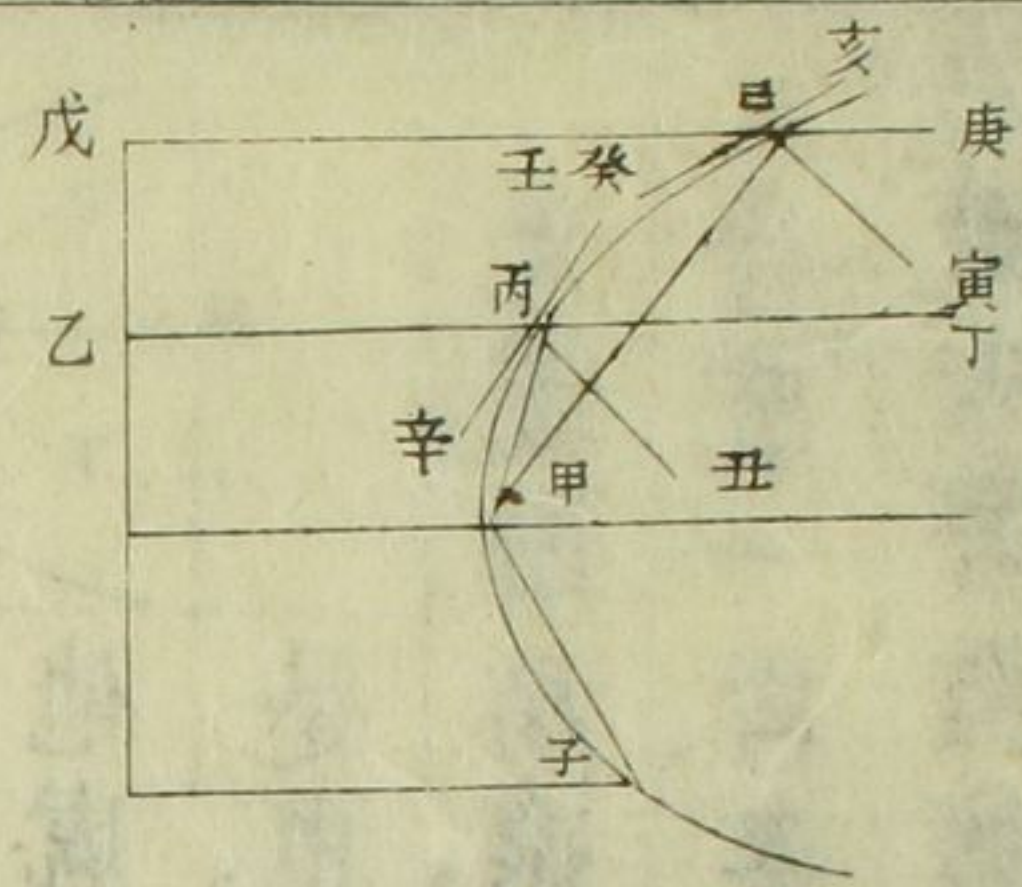
鏡面若拋  
物線  
返光  
皆平



與甲丙亦等，故其光心即在居中也。  
 問：若平光照鏡，距軸稍遠，其返照何歸也？  
 答：其光必聚於與鏡同中之球面也。蓋其光之照於鏡  
 軸相近者，既歸半徑之中，則凡有平光照於  
 他處者，亦歸半徑之中，光心各點合成球面，  
 是也。如圖中光照於戊相近，既歸至丙，其平  
 光或離稍遠，即返照成光心於丁，丙己之各點多點  
 合成一線，多線合成球面。

問：鏡形若拋物線，其平光返照何如？  
 答：皆歸中心也。其鏡若球形，平光與鏡軸相近者，必統

歸一處，即半徑之居中，若離軸稍遠，則不盡一處，惟



鏡形若類拋物線，平光照之，無論離軸遠近，皆歸一處。以子丙已為鏡面，庚已丁丙為二線，平光則二線光必返照於甲。蓋按拋物線之理，凡線與軸相平者，與切線交，成角必等，則丁丙壬與庚已

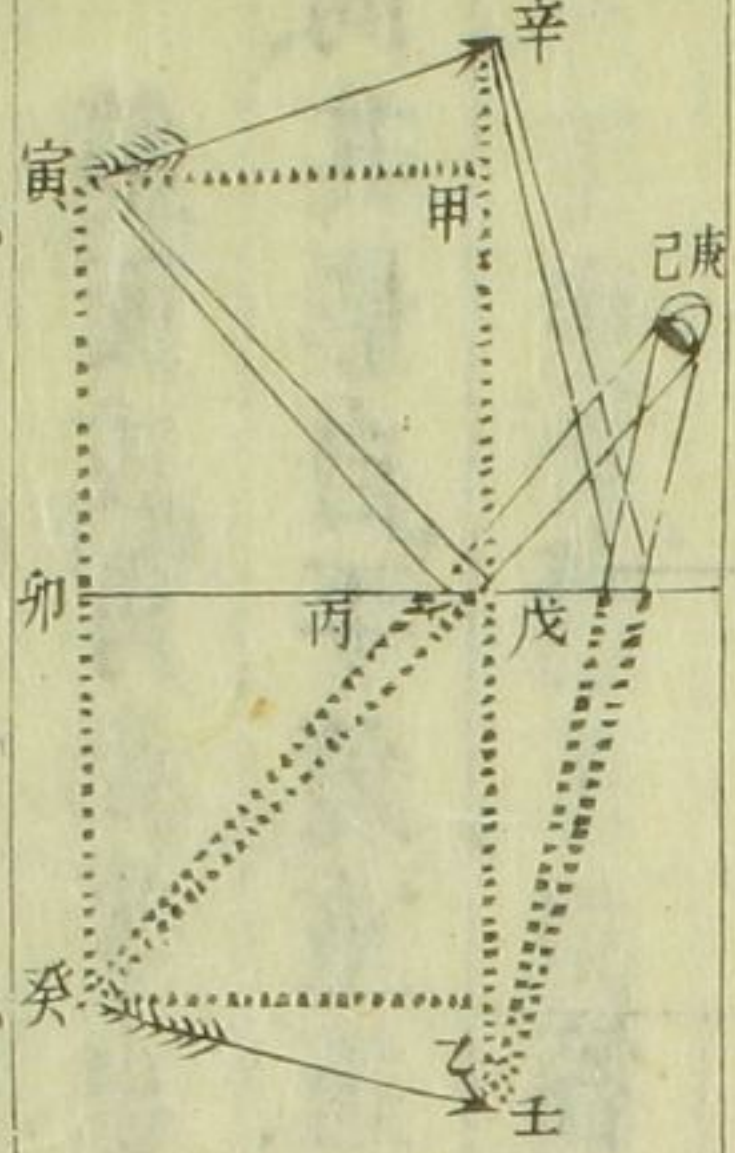
亥等，其來光之角等，反照之角亦等。丑丙甲與寅已甲等，則丁丙庚已二光必返照於甲，餘可類推。即知平光莫不歸於甲，或設燈光於甲，其返照必平行不散，故能射遠。海涯建造光塔，每用拋物線鏡，職是故

也。

平鏡成影之理

問物於平鏡成影，其影見若何。

答：其物距鏡若干，其影即入鏡若干，其影與物均大，且



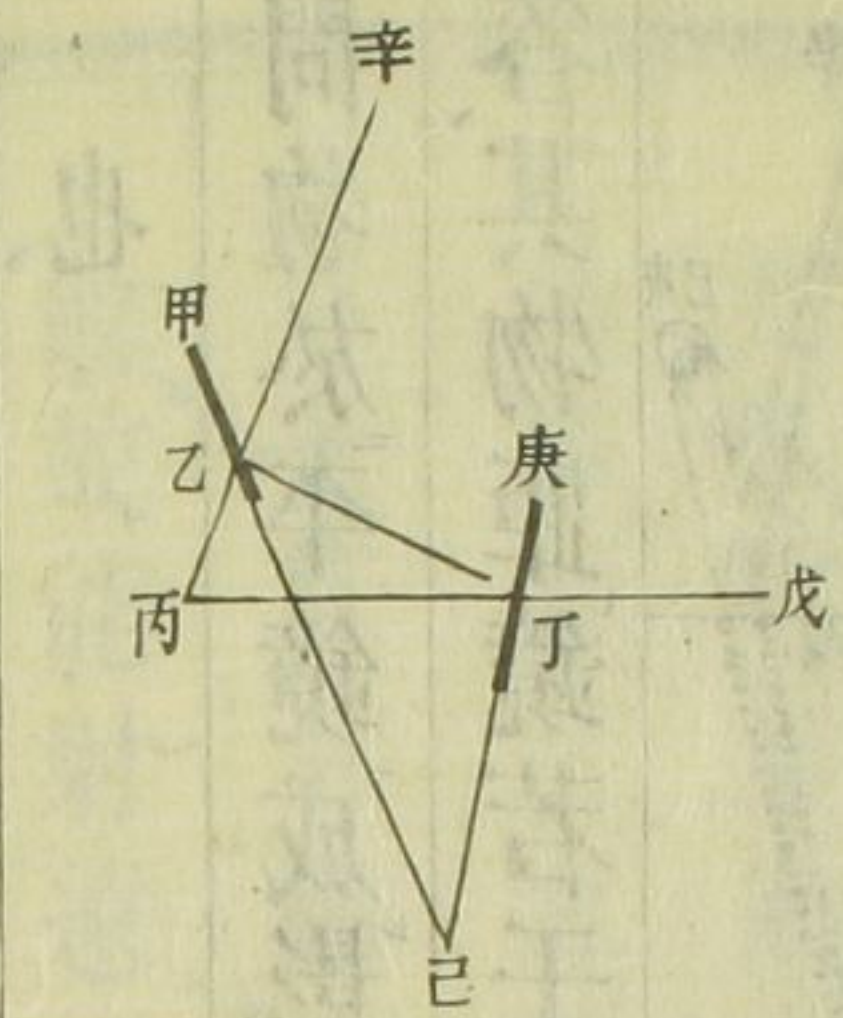
其物與鏡成角若何，其影成角亦相等。如圖中寅辛為物，寅端即見於癸。按上文第六問，癸卯與寅卯

等，辛端見於壬，而壬戊辛戊等，寅辛二端之間，各點皆然，莫不見於壬癸之間，則其物距鏡若干，其影必入鏡若干明矣。壬戊既與辛戊等，而壬戊癸辛戊庚又等，則各邊各角皆等，影與形均大。至其與鏡成角

影形  
方差  
度

若何畫寅甲癸乙二線與鏡面相平則辛甲乙壬等  
壬癸乙甲寅辛之三角形必相肖故壬癸乙甲寅辛  
二角等其物若直立其影即顛倒相對其鏡若與地  
相斜四十五度而其物與地相平則影必直影形與  
鏡面成角相等也

問其影自平鏡重返相差度數若何



答二鏡成角若干度其來光返光二  
線成角加倍也如物在辛二次返照  
即影現於戊戊丙辛是影形所差方  
向即謂方差度而加倍於甲己庚蓋

丙乙己與甲乙辛等甲乙辛與丁乙己亦等因直照  
返照二角均勻也丙乙丁即丙乙己加倍也戊丁庚  
丙丁己等丙丁己復因直照返照二角均勻即與乙  
丁庚等乙丁戊即加倍於乙丁庚其等數之式如左

丙乙丁二二丁乙日

乙丁戊二二乙丁庚

戊丙辛L丙乙丁L乙丁丙二乙丁戊L乙丁丙

因三角共合二直角故也



去乙丁丙則

戊丙辛+丙乙丁二乙丁戊

戊丙辛二乙丁戊+丙乙丁

二二乙丁庚二丁乙己二二乙丁

故

戊丙辛二二 甲乙庚

則影形相差度

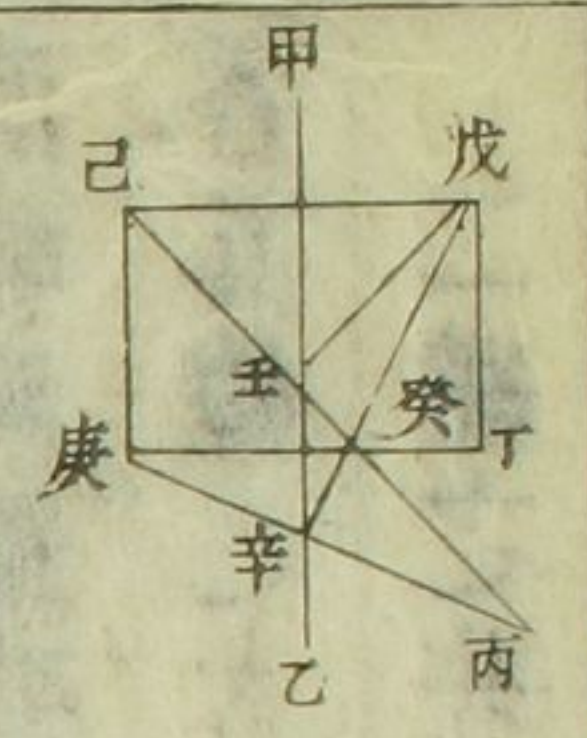
數加倍於二鏡也

問按此理鏡依軸轉影動何如  
答其鏡旋移若干度數影必旋移加倍蓋一鏡折轉其軸即與其故位成角與二鏡無異故鏡與物對立影亦直立鏡旋移四十五度直立即成平卧平卧反成

平鏡影形大小比例

直立與上第十問之理同  
問按此理造有何器  
答此乃紀限儀測天之器也以平鏡二面一靜置一動轉相斜成角此接星光而彼接返光其重返成影所差度數加倍即如鏡轉二十度方見星於地平便知星高四十度也故重返星光四十五度之器即可測量九十度也

十五  
問物與鏡平其影形大小與鏡相比何如  
答其鏡之大小比其形如返照一線之長比直照返照二線之共數也設甲乙為鏡其物在戊丁影在己庚



則壬辛上下之鏡無涉祇以壬辛與戊丁  
相比以己壬庚辛二線引至丙

則 庚己戊丁均壬己復與壬戊均故 壬戊

壬辛：庚己：丙壬：丙己

壬辛：戊丁：丙壬：丙壬壬戊

為直照之光丙壬為返照之光丙己為直照返照二  
線共合其理即驗也丙壬若為丙己之半壬辛即為  
戊丁之半故平鏡與人身高一半即能現全身使本  
人自見之至他人亦見之移遠即不全見若移近其

凹鏡聚熱之理

鏡雖更小亦能全見蓋日近影大以小鏡現大物即  
按此比例也

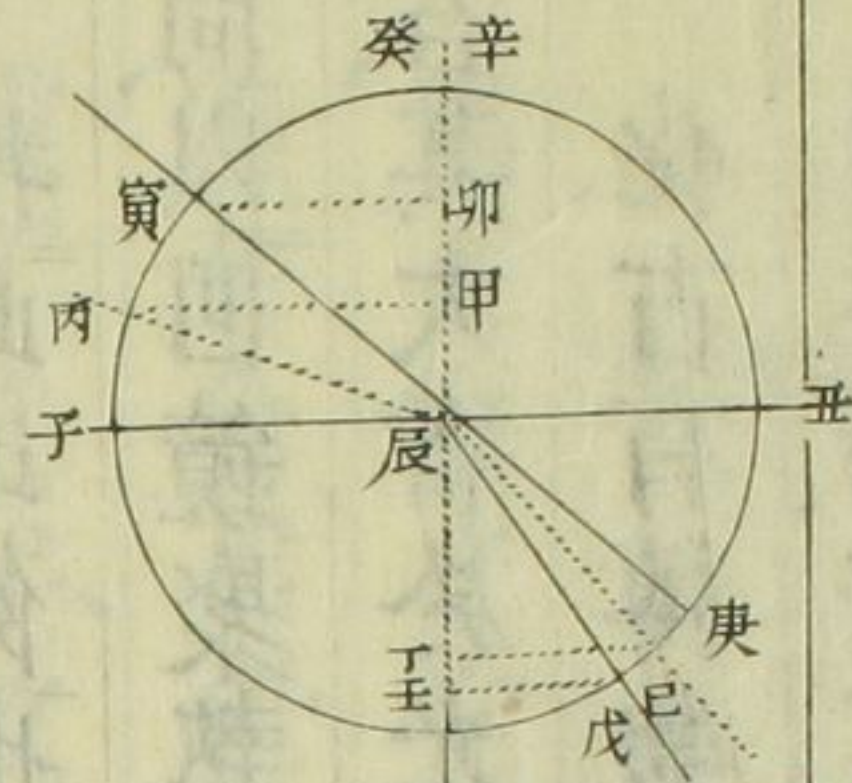
問以凹鏡聚熱何如  
答其大者於光心聚熱極甚雖金類之最堅者皆可鎔  
化古有博物士阿機密底者以凹鏡返光燒燬羅馬  
國兵船按其必非現時所謂凹鏡者蓋鏡面如拋物  
線如球皮者其光心離鏡不過數尺想其所謂凹鏡  
者乃平鏡數十面相合使光聚一處仍可遠射法國  
步方氏曾試之以方平鏡一百五十餘面砌成瓦式  
使之中凹嚴絲合縫以之焚燒物件雖離物二百五

釋折光之理

十尺之遠仍可聚火燒之

問光之透物而被折其理何如

答二物體質若有稠稀分別其光自此入彼必被折回  
改移方向其內外二角正弦恒有定比即如寅辰丙  
辰二光線於辰透水其一即折至戊其二即折至己  
比例如左



無論自何度而入皆然欲驗之則以器如球形盛水

即內外二角之正弦恒有定比也

半滿其上開鑽小孔只容一線之光入水即可量其  
內外二角之正弦而比之也自天氣入水二角之正  
弦即如<sup>三</sup>入玻璃即如<sup>二</sup>入硫磺即如<sup>一</sup>蓋各有折  
光之力不同也<sup>四</sup>以內角之正弦爲<sup>一</sup>論水則外角之  
正弦即<sup>三</sup>論玻璃則爲<sup>五</sup>此謂折光之力也至光之  
直照左右皆成直角則其外角正弦爲無故不論其  
透何物皆不被折惟有斜入則被折也其各物折光  
之力即標於左

- 鉛丹
- 紅銀石
- 金鋼鑽
- 光藥
- 硫磺
- 水晶

二·九七

二·五六

二·四三

二·一五

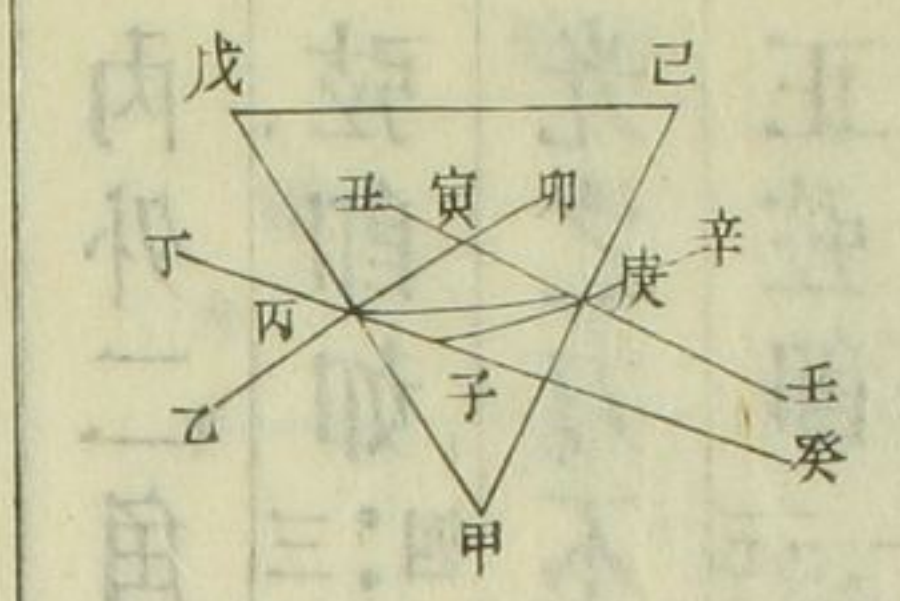
一·五四

法光驗折之

水	一·三三	琥珀	一·五四
冰	一·三〇	玻璃	一·五三
		橄欖油	一·四七
		明礬	一·四五
		磺酸各酸	一·四一
		酒精	一·三七

問、以三稜之物試驗折光之理、何如、

答、以其物作成三稜形、一面與地平、一稜向下即謂折



所說內外二角相比、只容一線之入水即其

光之角、有光於丙入、被折至庚、出而復折至辛、以丁丙辛庚二線引至子、則庚子癸即為其方差度、其折光度以春代之、二角若小相比即如其正弦以上文

則

卯丙子：卯丙庚：：春：一

蓋

卯丙子 二 丁丙乙

故也、

卯丙子：卯丙庚：卯丙庚：：春：一

則

庚丙子：卯丙庚：：春：一

至光出比例相同、

故

丙庚子：丑庚丙：：春：一

二式合之、則

然

庚子癸 二 庚丙子 上 丙庚子

卯寅庚 二 卯丙庚 上 丑庚丙

則

庚子癸：卯寅庚：：春：一

寅丙甲庚之四邊形其內之四角既合為四直角而其左右二角既皆直角

則

丙寅庚<sup>上</sup>丙甲庚<sup>二</sup> 二角

丙寅庚<sup>上</sup>卯寅庚<sup>二</sup> 二角

丙甲庚<sup>二</sup>卯寅庚

以此易彼則

庚子癸：丙甲庚：春<sup>一</sup>：一

春<sup>一</sup>：一 丙甲庚<sup>庚子癸</sup>

其鏡若玻

璿

春<sup>二</sup> 二

庚子癸<sup>二</sup> 丙甲庚

則方差度即為折光角之半也欲得某

物折光之度即量其方差角以折光角約之而加一

蓋

丙甲庚<sup>上</sup> 庚子癸<sup>下</sup> 春<sup>二</sup>

問有物二面相平者光透之而被折何如

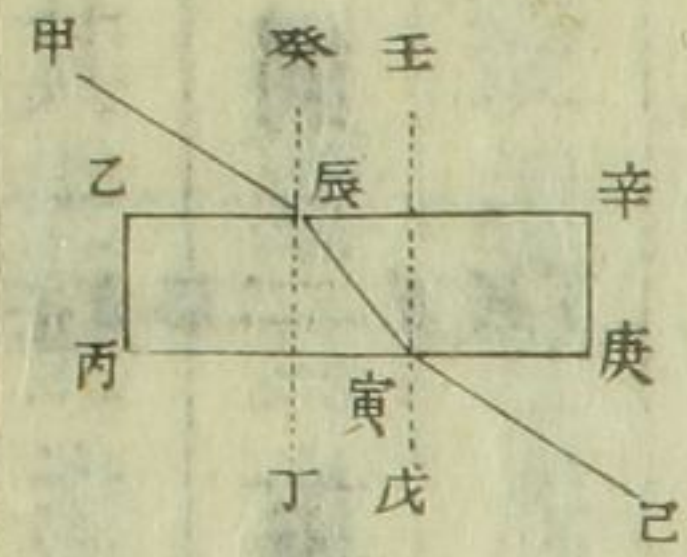
答其出路與其入路必相平也蓋光之入也雖被折改

道至其出也而被折則復回原向與其出

路仍然相平設若丙辛為玻璃一塊二面

相平一線之光於辰而入自寅而出則寅

已必與甲辰相平蓋於辰寅二點各垂直



線

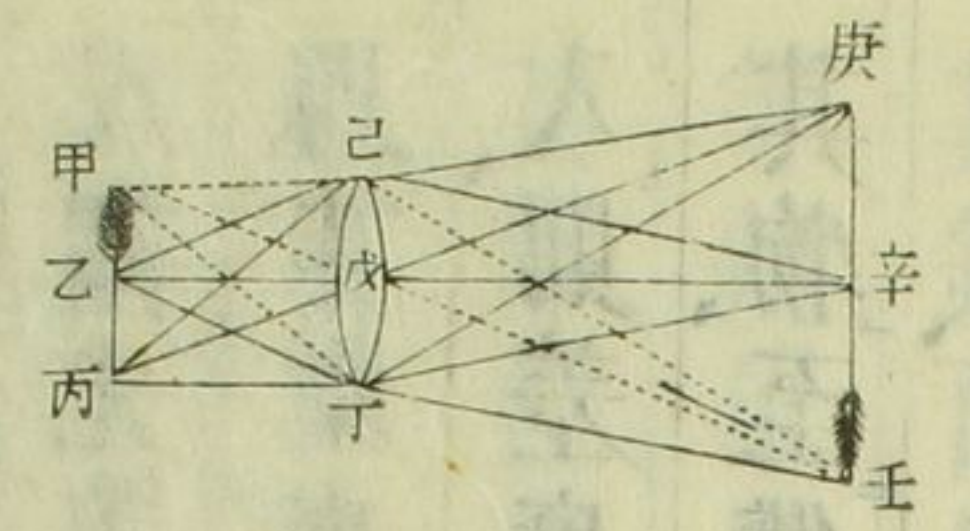
光透平鏡出入相平

凸鏡影大以例小形

問以凸鏡視物其大小何法計算  
 答其物之大比影之大正如物之距鏡比其影之距鏡也蓋庚戌辛甲戌乙二形相類

必相平明矣  
 之入路與出路既與二平面相交成角均等則二線

則  
 兩邊折光度既等則  
 然  
 故  
 光

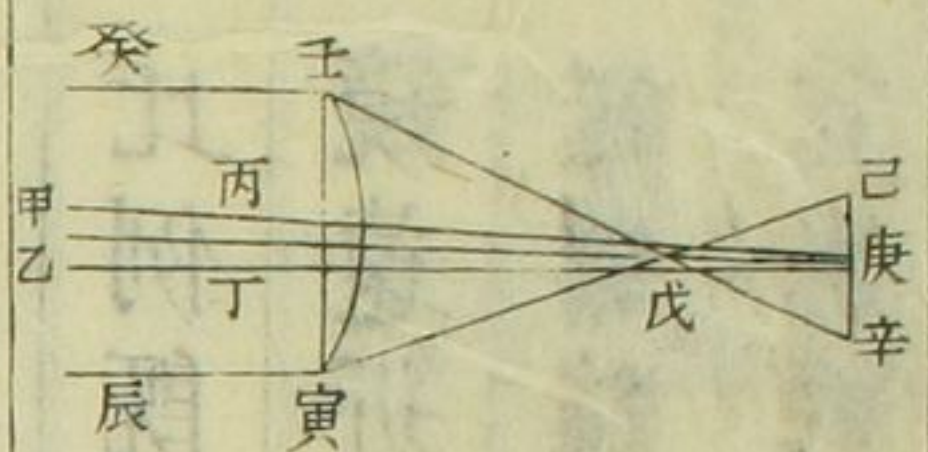


即有  
 故  
 其物之徑與其影之徑

凸鏡光差度

比例既如此至其方積則影形相肖即相比如其離鏡遠近成方故其物離鏡愈近其影愈見方大也此無關鏡之大小惟二鏡之面若不均凸其折光不同其影形遠近大小之比例亦自不同矣  
 問凸鏡不盡聚光於一處何也

答因其光透之而被折分度不等設若壬寅為凸鏡光  
 自甲乙透之既離中不遠則交凸面幾成直  
 角而聚於庚其光自癸辰與凸面相交愈斜  
 被折愈多即聚於戊相較而散至己辛凸鏡  
 成影當中即明外邊稍覺模糊職是故也庚  
 戊謂光差度其鏡若一面平一面凸光自平面而入  
 則其差度即為其鏡之厚薄四倍半若光自凸面而  
 入則差度只有一倍有奇故用此等鏡者凸面應向  
 其物至雙面凸鏡其差度則倍半有餘按此則鏡質  
 極薄而遮其外邊使光從中透影乃真切不致模糊



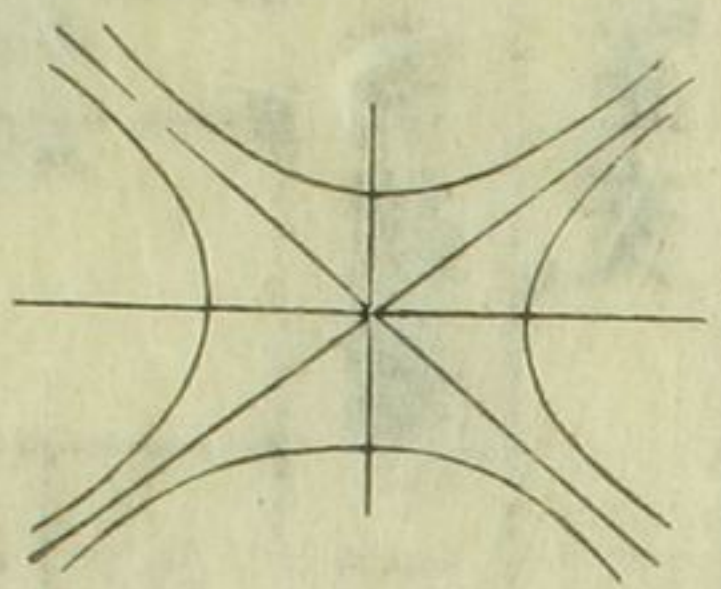
其鏡面如球皮當中折光則少四週折光儘多故此  
 等鏡單用不能無光差惟算學家已究得他式可無  
 其弊蓋鏡面如橢圓或如雙線之式則其光盡聚一  
 處可不散矣雙線圖附橢圓詳於下文

雙線圖式上下左

右相對成雙而四

線之內任舉一皆

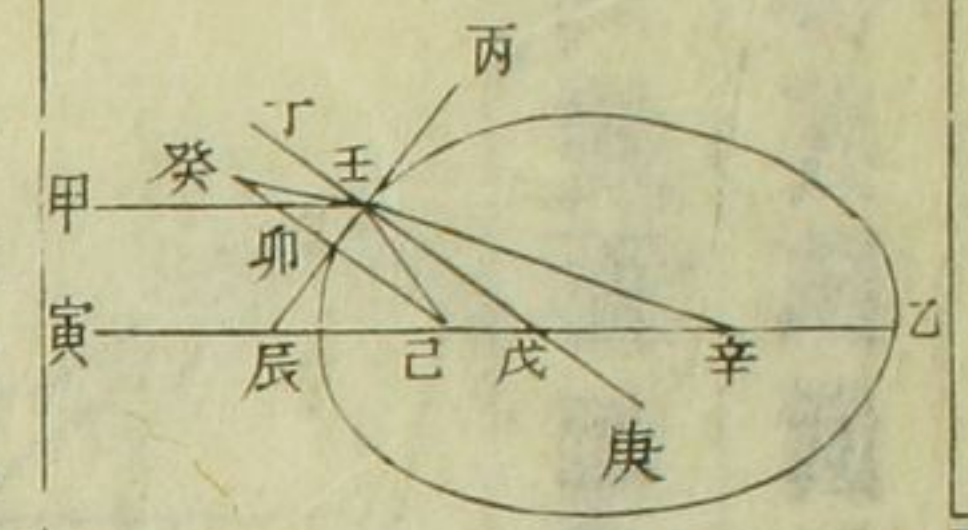
名雙線也



問鏡面如橢圓式者應如何方使光線盡歸一處  
 答其橢圓二心之相距比其長徑如內角正弦比外角

橢圓鏡式

雙線鏡式



正弦則光盡歸一處也

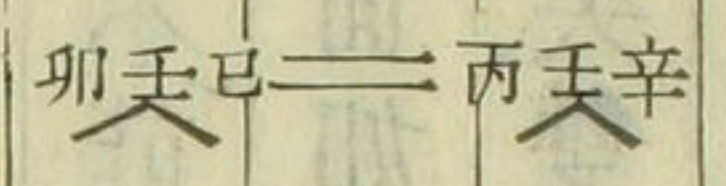
此卽外正弦設光自甲照壬與長徑相平自內正弦

壬畫線通二心復畫丙卯切線再畫丁庚癸巳與丙

卯正交

則外正弦蓋按橢圓之理勿論其切線於何處

此二角恒等

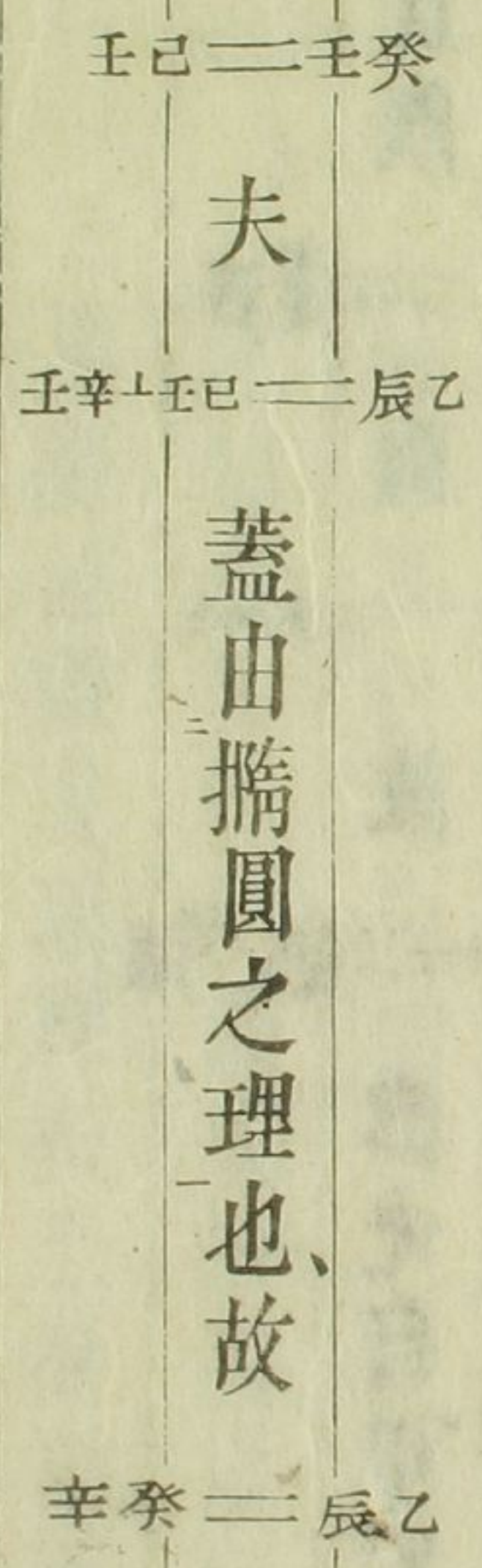


此二角恒等

卽知壬卯癸壬卯己皆爲直角則壬卯左右之

三邊形均等

而夫蓋由橢圓之理也故以此易彼



則丁庚癸己既相平辛壬戊辛癸己二形相類

外正弦  
內正弦  
辛癸  
辛己



則

執辛壬：辛巳；辛癸

內正角 外正角

然

執辛壬：辛戌；辛癸

蓋二邊相比，如其對角正弦故

也

且既

義 瑟

而

甲壬丁 寅戌壬

故

辛戌：辛壬：義 瑟 甲 瑟

然光自甲照於壬，甲壬

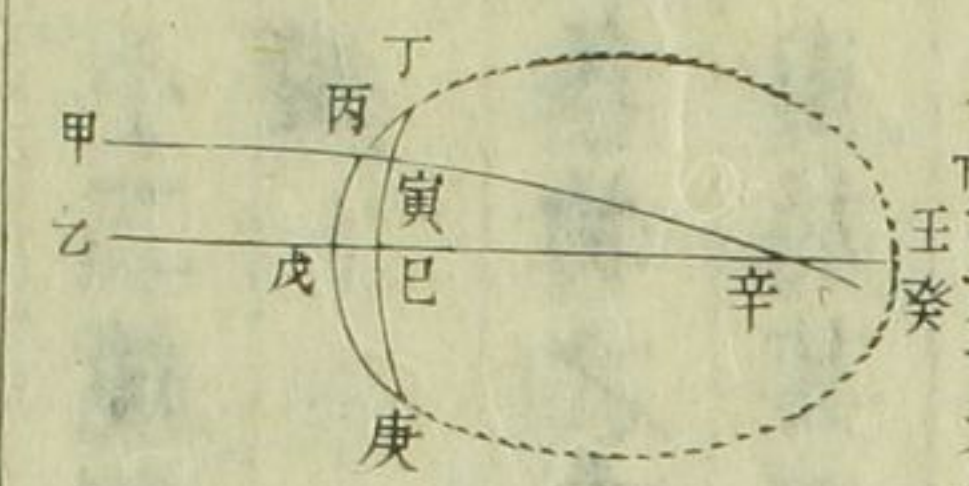
丁，即其未折之角，辛壬戌，即其既折之角，其光即該自壬折至辛，勿論照於何處，皆該如此，是知其光盡歸一處也。

月牙鏡式

法防之

問：上節辨鏡之外面折光，其被裏面復折，恐致差誤，何

答：令其裏面



如球皮，外面如橢圓，其聚光即無差也。蓋橢圓鏡之折光，前已辨明，茲則以其裏面如球不折光，復推論之。設若丁庚係此等之鏡，隨其外面畫成橢圓，復以辛為中，隨其裏面畫成圓線。按上節甲丙之光，被外面折向鏡心，光自丙而入，便被折自寅而出，即不被折。因丁巳庚係圓線之弧，其中在辛，故凡線自外向辛者，皆與其切線正交，是以丙寅之光不被折，而仍

光生之故

歸至辛誠能按此式造鏡則其光必盡聚一處而影現真切祇以此式之鏡難以磨成故窺遠顯微等鏡仍式球面惟另須設法以防其散光差度即如以大小二鏡配合得當則其差度相消矣鏡之內外曲線不同即謂月牙

問各物之有各色者由於何故

答由於其體質能分析光之各種令若者存而若者返所存者即變化而不再為光所反者入目其物始見返一色之光者有之並返數色之光者有之不但見紅黃綠之各色一物而兼數色者亦有之至其返光

物隨厚薄變色之理

之故或由於其微質粗細排列不同蓋化學常見無色之物攙和而生色且其有色者隨冷熱而變其色甚至一物隨厚薄變色者亦然始知色外而體內色變而體常也

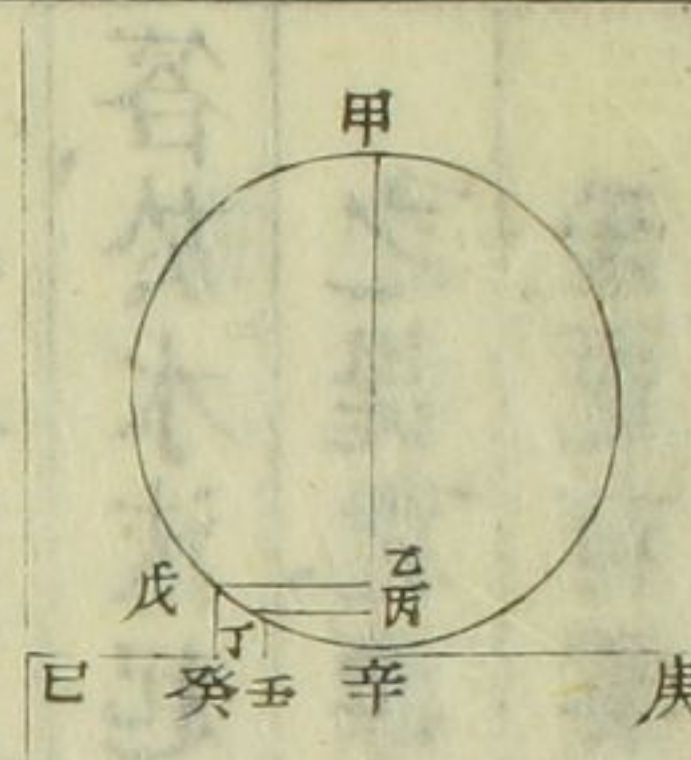
問物之隨厚薄變色者何以見之

答於水沫起泡常見五采小兒嬉戲常以水和松香吹之提之漂作水毬不但輕而上浮而其外面眩發五采更有雲母千層石等物自然分為極薄之片呈現各色此皆物之菲薄成色者也至於水毬其厚薄漸移其色隨時變遷不定也

驗薄物變色之法

問以玻璃鏡驗之何如

答牛董曾以二鏡驗之用此之凸面壓於彼之平面其



相接之處遂見其光層層圍繞現出各色壓之愈緊色圈現出愈多其居中相依之處微黑外見各色近則明遠則澹

漸至於白牛氏謂其所以現色者惟因二鏡之間有氣一層中邊離有近遠氣即漸分厚薄其所以層層圈成各色蓋因凸面如球皮也牛董量其各圈之徑知其成方相比如一三五七各數遞加且二鏡之間層氣之厚亦如是遞加蓋以凸鏡之面畫成圓式則

甲辛為其直徑以辛癸辛壬為色圈之半徑丙辛乙辛為各層之厚率

戊乙二甲乙X乙辛

丁丙二甲丙X丙辛

則

戊乙::丁丙::甲乙X乙辛:甲丙X丙辛

然乙辛丙辛二元比甲辛甚小即

戊乙::丁丙::乙辛X甲辛:丙辛X甲辛

可以甲乙甲丙換甲辛則

此二率共一元即可

算學三章 則算光學

去之而其比例如左

戊乙：丁丙：乙辛：丙辛

按此即可計算各層之厚

薄按牛董計算天氣其厚若不及寸中之百萬即不  
 返光而無色天氣厚過百七並返各色而為白其厚  
 於二數之間者擇色而返之即見色有不同水與玻  
 璃等物莫不歸此理而其數各有不同故見極薄之  
 物即可由其色辨其厚薄也夫返光之色如此至透  
 光即其相成之色也即如凸鏡所倚之處對面視之  
 則白色圈則外邊反見黑其色圈以透光而見者各  
 層之厚薄即按二四六之陰數返光而見者其厚即  
 按一三五之陽數也

卷七算學第三章凡二十六問

卷七算學三章只二十六問  
第一三五五題燒海而其數亦不同故見其理  
曾公早載四卦三四五六等燒海其理其理  
四自五個四數又見其理其理其理其理其理

第七卷算學

第四章測算力學

問地球之吸力按遠近等差若何

答二處之吸力相比即如二處距地心之成方反比也

蓋地既球形其吸外物正如一球之體盡在地中故

測算吸力必自地心而起夫吸力既本地心

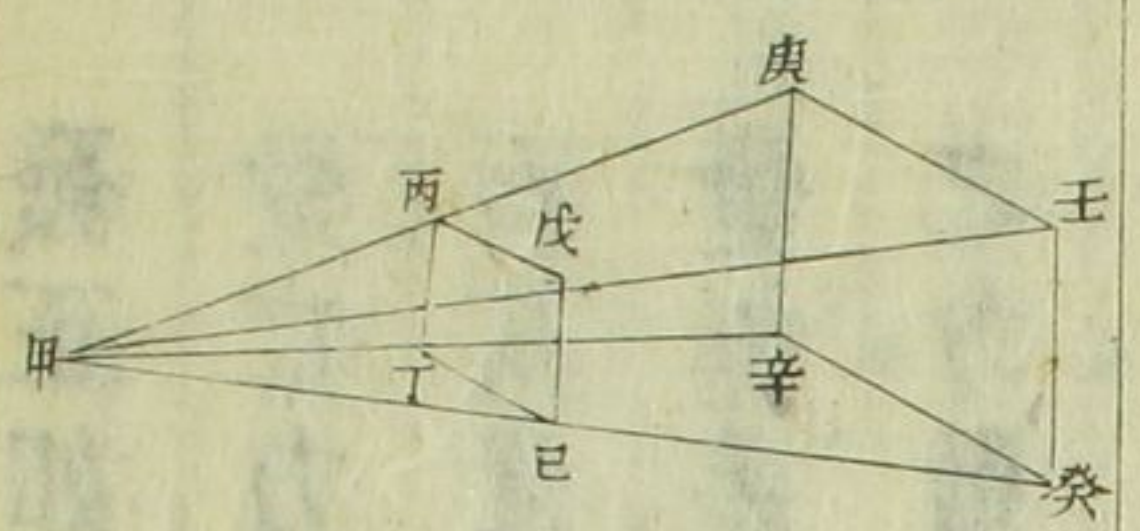
而散布六面其離開地心愈遠力則愈少也

其漸遠漸殺必按遠近成方反比之例設地

心在甲其力四週散布如光之普照然於已

癸二處以二面相平而接之則其力自甲而

論吸力通例



發正如甲戌壬甲己癸之各線而丙己癸庚二方所  
受之力相等以光比之有光自甲發則丙己之方小  
而其光濃癸庚之方大而其光澹二方所受之光終  
覺無差蓋丙己足以遮癸庚也吸力亦然丙己所受  
之力散布於癸庚而二方所受之力無殊然舉各方  
一寸其喫力正與二方之大小相反若其遠者所受  
之力為春其近者所受之力為秋

則然甲戌己甲壬癸二形相類則

春：秋：戊己：壬癸

戊己：壬癸：甲己：甲癸

戊己：壬癸：甲己：甲癸

故是知

春：秋：甲己：甲癸

二處之吸力相比即如二處距地心之成方反比也  
設有物離地如月之高其重較地上應

則

春：秋：(一)：(六〇) =

春二秋 × 三六〇〇 =

故三千六百觔之物祇重一觔

蓋 三六〇〇 一 六 一 寸  
半徑

問升高若干物較輕若干何法計算

答亦按其離地心遠近成方反比之例也其離地心較  
地面數倍則易算若不足一倍則有奇零而計之稍  
煩設地心在甲地面在己物於己分兩為秋於癸分  
兩為春

物地物  
離漸高  
漸輕  
之例

空內之無所吸移

則以地之半徑為子其物所升之路為丑則

春秋::甲己(甲己上己癸)

若丑較子極小丑方必更小不計可也則

假如丑為洋里之半則

秋下春二子上一丑二丑

秋下春二四〇〇上秋

秋:春::子<sup>1</sup>子丑:子<sup>2</sup>

::子<sup>1</sup>二丑:子

秋:春::(子<sup>1</sup>丑)<sup>2</sup>:子

::子<sup>1</sup>二丑:二丑

::子<sup>1</sup>二丑上丑:子

丈之高其物減重不過四十分之一

問設地為空球置物空中其被吸若何

答毋論其居正中或居偏旁其被吸之力必為均勻故

定而不移也設戊丙庚己為空球置物於甲以平面

於甲分球為兩段則各段為無數圓錐於甲顛倒相

合而成正如丙甲丁己甲庚頂於甲底於球面其底

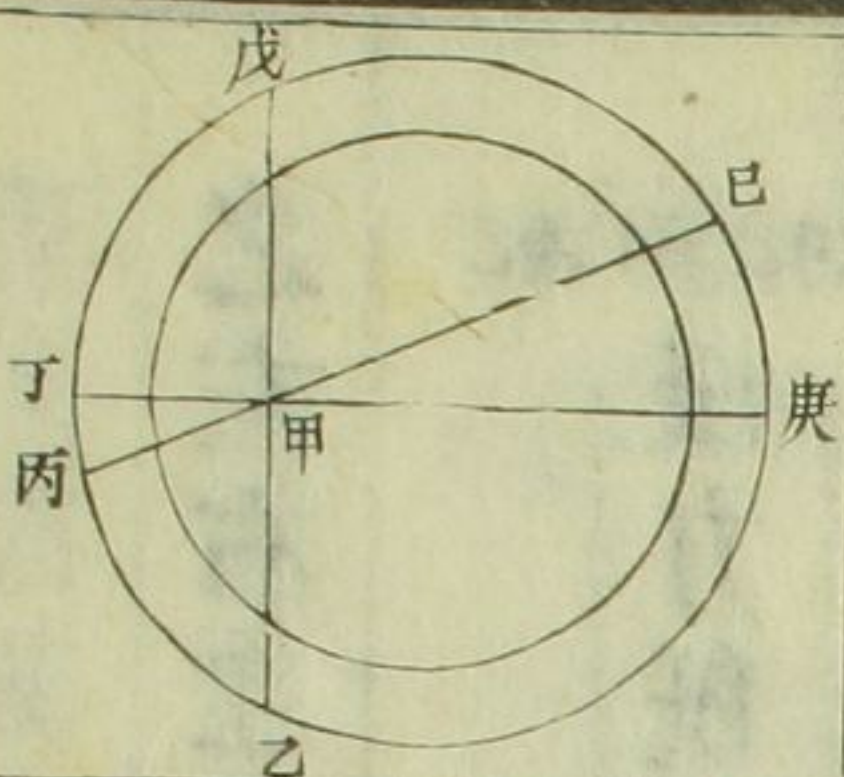
既甚小可視之為平面其方積即如其徑

方丙丁己庚既為甚小

則可以

甲丙——甲丁  
甲庚——甲己

甲



之左右二角既均，則丙甲丁、己甲庚二形相類，故

甲丙甲己丙丁己庚

吸力既如其質，二底之質若為春夏，則

春夏甲丙

以甲丙

為子，甲己為丑，則

春夏丑子

二形之吸力，若為寅卯，則

寅卯春夏

寅卯則

復如遠近成方反比，

寅卯春夏

則

寅卯春夏

上文則

寅卯春夏

故

寅卯春夏

不論

寅卯春夏

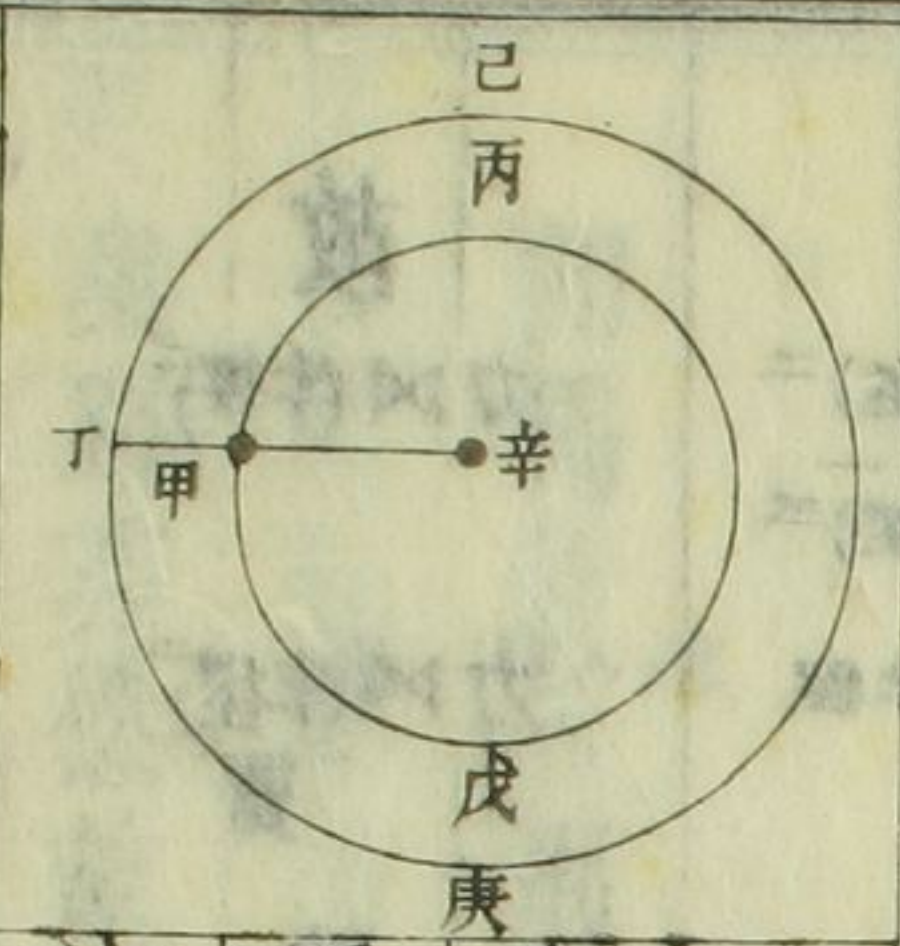
不論

寅卯春夏

不論

物地漸入  
漸之漸  
輕之漸  
例

丑之大小即無異，二錐如此，其餘盡然，是知物置空中，離球面無論遠近，被吸之力無異，故定而不移也。問物於地內，其被吸若何？



答其被吸之力，如其距地心之遠近，正比。設其物居地心，則六面被吸均勻，而其物定也。若居偏旁，則其以外之地吸力相消，故其所受之力，惟自內而發，漸近地心，則受力量漸少，故物從外面墜地，雖愈近愈重，若能入地向地心，愈近則愈輕也。至於地心，則分兩全無，假如其物在甲，按上節所論，已丁庚一層，正如空



球之皮吸力對消而其物惟受丙甲戊一球之力正  
比則按質之多寡反比則按遠近成方

故  $力 \propto (半徑)^2$   
然一球之質即按其半徑之立方則

$$力 \propto (半徑)^2$$

$$力 \propto (半徑)^3$$

$$質 \propto (半徑)^3$$

故

$$力 \propto (半徑)^2$$

$$力 \propto (半徑)^3$$

$$力 \propto 半徑$$

是其吸力正按其離中遠近若能鑽孔通

地心置物其中移下一半則較輕一倍其升高反加  
分兩亦復如此

論動靜物平行之例

問設物平速而動其路若干與質正時數莫不準也  
答其路必按時速相乘蓋其速即其一秒內所行秒數  
愈多其路亦愈多故以二者相乘而得之即如每秒  
物行四丈則十秒必行四十丈其恒式

即為

$$路 = 時 \times 速$$

則

$$時 = \frac{速}{路}$$

$$速 = \frac{路}{時}$$

若此物

$$路 = 時 \times 速$$

則他物之時速

與路亦然故

$$路 = 時 \times 速$$

加點以別之

則

$$路 \times 時 = 速 \times 時$$

故

$$路 \times 時 = 速 \times 時$$

$$時 \times 速 = 路 \times 時$$

$$速 \times 時 = 路 \times 時$$

路

若有定限則時 $\times$ 速 $\frac{1}{2}$ 即時速反比也凡平速而行者其速其時其路莫不準此而計也

問物之動力何法計算

答由質速相乘而得也蓋其微質二點均大而其力或有異惟因其行有遲速之分其眾點共合亦然

故質 $\times$ 速 $\frac{1}{2}$ 設彼物質速與此不同者則質 $\times$ 速 $\frac{1}{2}$ 故質 $\times$ 速 $\frac{1}{2}$ 故質 $\times$ 速 $\frac{1}{2}$

若質有定數則力 $\times$ 速 $\frac{1}{2}$ 若有定速則力 $\times$ 質 $\frac{1}{2}$ 若質與速反比

其力可計凡動物之力速與質互相連涉莫不準此

而計也

問物之動若施力不已其理若何

答若無阻礙其必漸加速也蓋用力使物動者有二陡

力與恒力是也力之陡施於物雖一霎之間亦必令

之平速而行若恒施於物則如以陡力時時相繼其

行自然加速也欲計其加速若何則以其時分爲秒

忽其力之恒施於每秒每忽而施之無異也設有二

物均重者受方同時

則力 $\times$ 力 $\frac{1}{2}$ 若其力同而其時不等

物行漸速之例

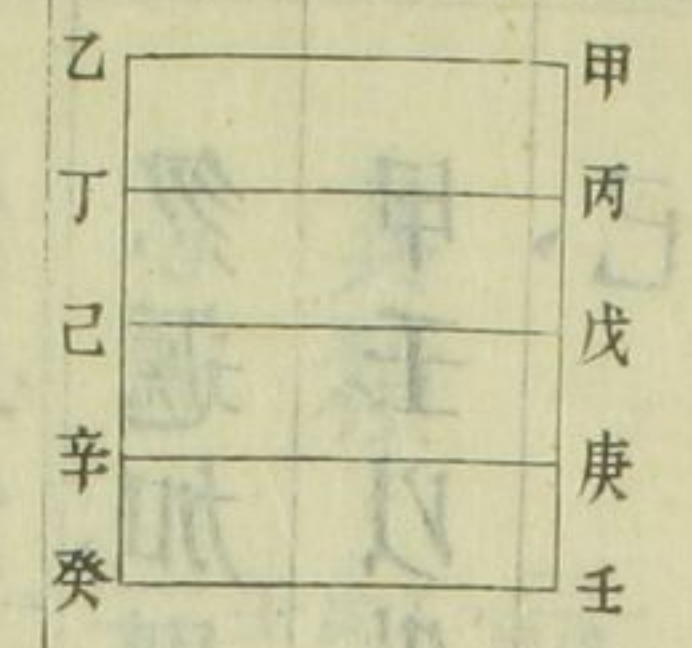
平速而行以四邊形之度

則故是知即如一車以二十五筋之力推至  
速：速：時：時  
速：速：力×時：力×時  
速×力×時

十秒一車以十八筋之力推至七秒及至末秒二車  
之速即如二百五十與一百二十六相比此則幾乎  
加倍於彼也

問物之以平速而動者以面積度之何如  
答其所過之路即可以四邊形度之也

蓋然圖中  
路二時×速



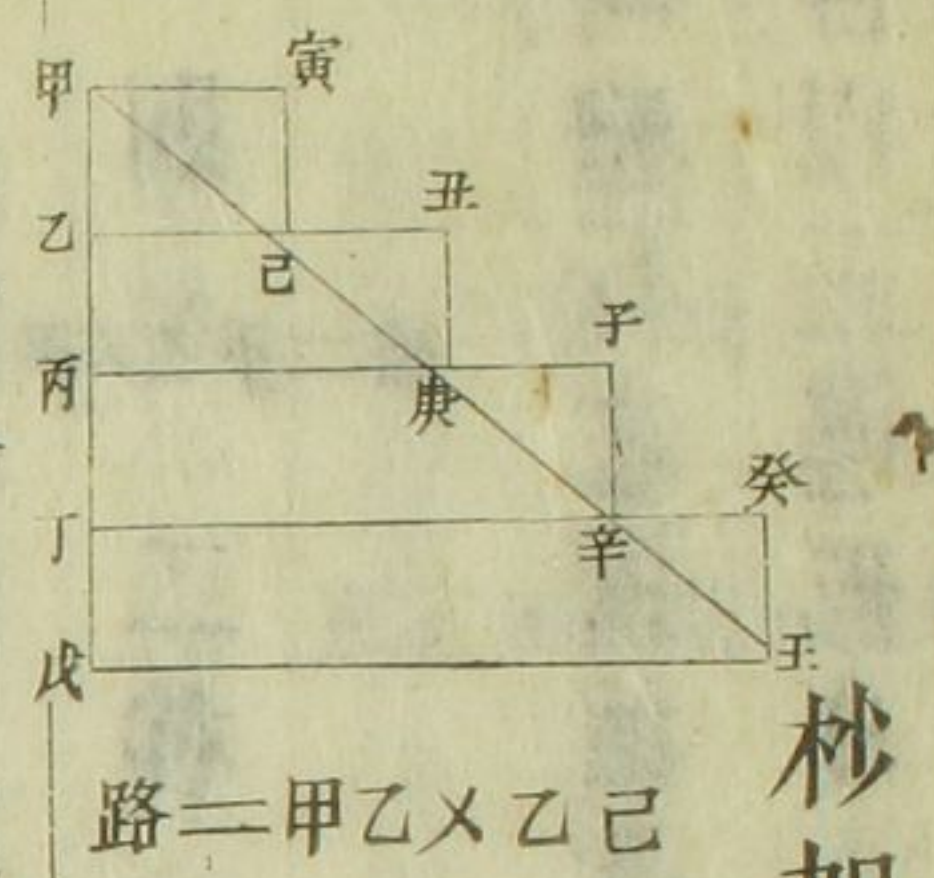
四邊形其方積以壬癸為速率而甲  
甲 丙 戊 庚 壬  
乙 丁 己 辛 癸  
甲 壬 × 壬 癸

壬為時率其等數即與上同如其物自甲至壬須有  
四秒第一秒

則二秒其三其四皆然合之則四秒之  
路二甲乙×甲丙  
路二丙丁×丙戊  
路二壬癸×甲壬

漸速而行以三邊形之度

問物行之速按次遞加以面積度之何如  
答以三邊形度之也設有物自甲行至戊時有四秒每



各秒加速均等第一秒時為甲乙速為乙己

各秒之路相比即如乙寅丙丑丁子

戊癸各形之積蓋每秒加速如己丑子癸各線之加長

四秒之路統計為四形共合即甲戊壬癸寅之形也

然此為五個三邊形合成若以每秒分忽而其速每

忽遞加則甲壬以外之四形極小若其速遞加無間

甲壬以外各形收小殆盡惟賸甲戊壬之三邊形而

己

墜地  
加速  
之例

其積是知物之速若漸加其路即可以三邊形

度之若以末速而行等時其路必加倍於前

問物之墜地其速按次遞加其理何如

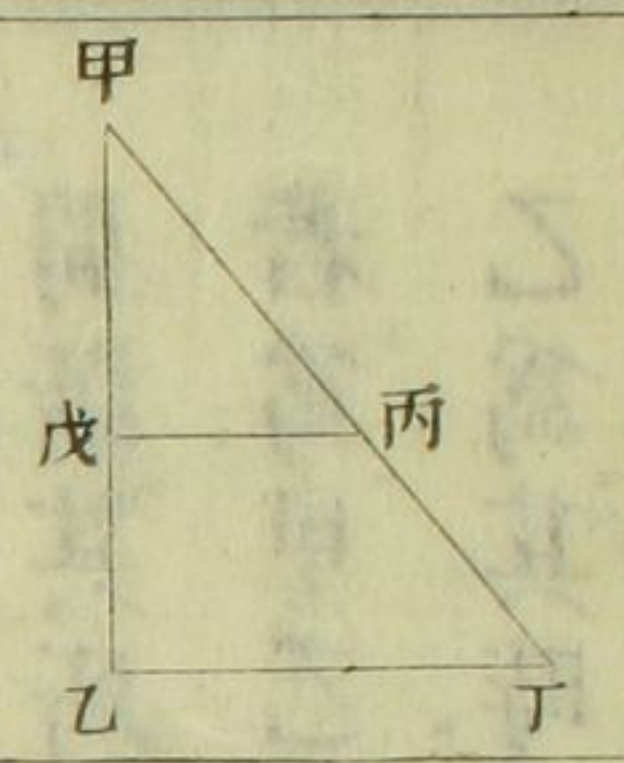
答其路即按時成方或按末速成方或按末速與其時

相乘設若物自甲墜以甲戊比其時地之吸力既無

間斷其所過之路即如甲戊丙之三邊形所墜之時

若為甲乙所過之路即甲乙丁之三邊形若甲戊甲

乙為其時戊丙乙丁即為其末速若比其面積



各線亦應如此

則  
甲戊丙：甲乙丁：甲戊：甲乙  
積 積  
 又  
：戊丙：乙丁  
 如  
甲戊×戊丙：甲乙×乙丁  
 故  
路：路：時：時：速：速  
 由此比例則  
速 × 時  
 較比

蓋 既然 路 × 時 若其時按加法遞加如一 二 三 四 各時  
戊丙：乙丁：甲戊：甲乙

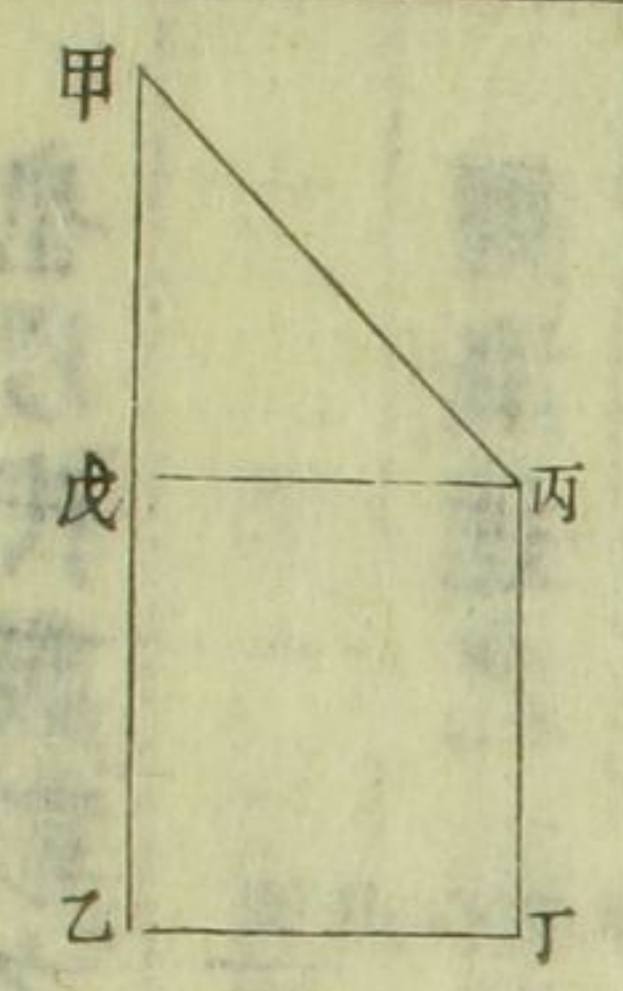
末速即按乘法遞加而為一 四 九 十六 其路亦如此  
 其按次所過之路即一 三 五 七

蓋  
四丁一 二 三  
九丁四 二 五  
共丁九 二 七

上擲之減速例

平速相加之比

問物之上行其速遞減何如  
 答即與物之下墜相反也故其路其時其速皆與上節之數相反  
 問物之下墜若干時若以末速平行若干時其後路與前路相比何如  
 答必加倍也以甲戊比其下墜之時以戊乙比其平行之時以戊丙為其下墜末速則其漸速之路可以甲戊丙之三邊形度之其平速之路可以戊乙丁丙之四邊形度之然二形均底等高則此之面積即加倍於彼



均底等高則此之面積即加倍於彼

也、以代數彰之、

則漸速之

平速之

亦加倍也

路一甲戊X=戊丙

路一戊乙X戊丙

問、物之下擲、何法度之、

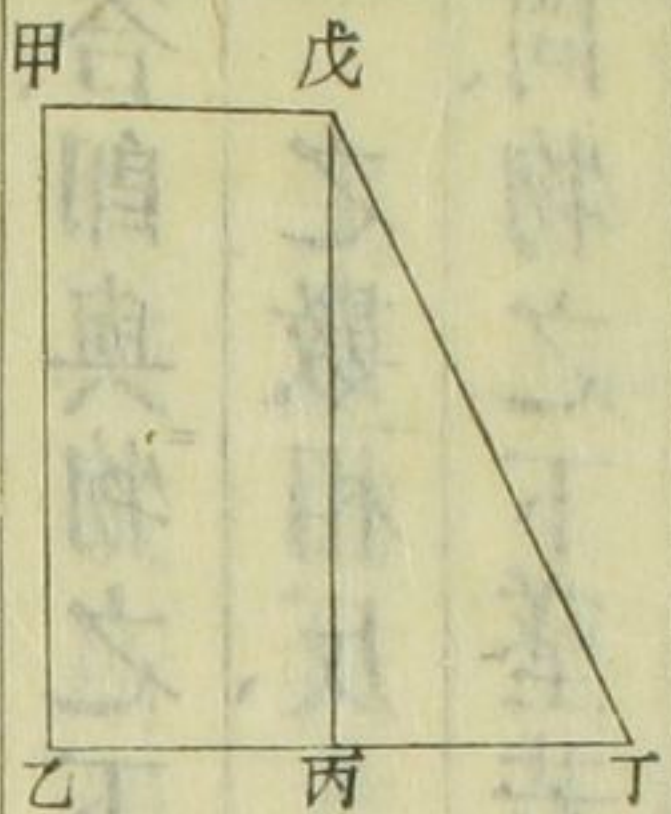
答、物以某速某時下擲、欲計其所行之路、即將其平速

應行之路復加其自墜之路也、若其時

為甲乙初速為乙丙則其平速所行之路即

應以甲乙丙戊之四邊形度之、然其被

地吸而漸速、所加如丙丁其因漸速而加之路、乃戊丙



計物下擲

丁之三邊形也、其共路、即可以一形共合度之、

其為平速之

其漸速之

共

路一甲乙X乙丙

路一戊丙X丙丁

路一甲乙X乙丙+戊丙X丙丁

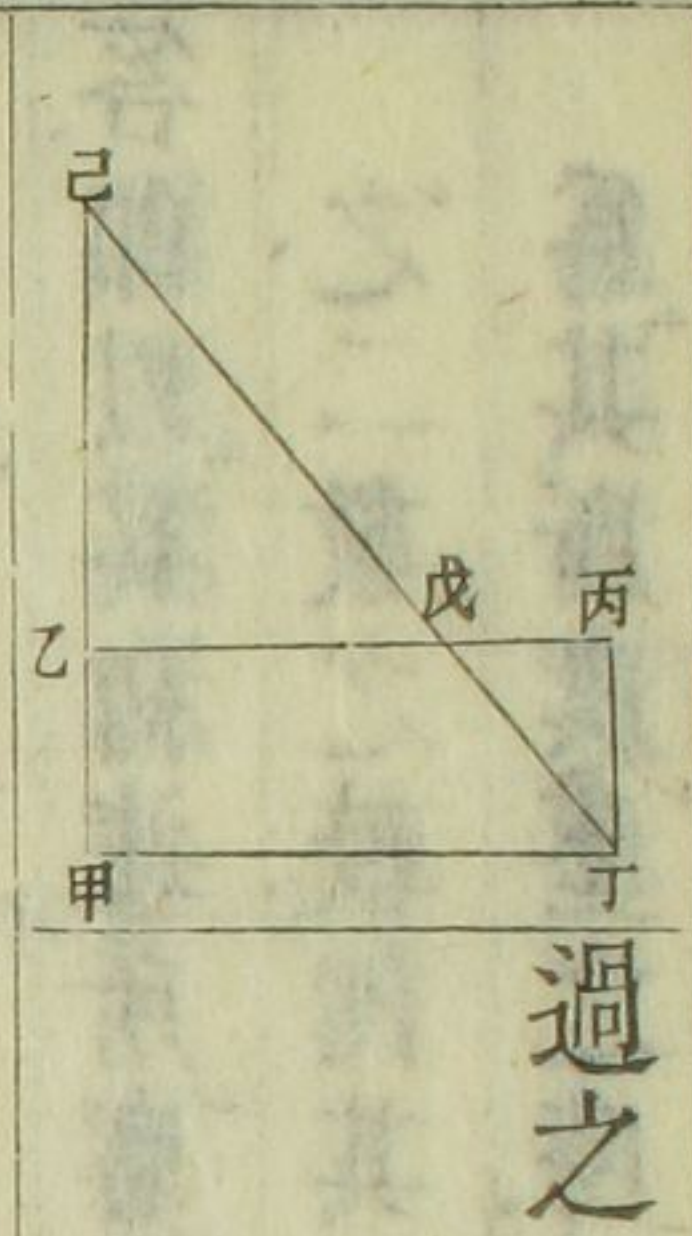
問、物以某速上擲、何法度之、

答、即以其初速所應行之路、復以其所應自墜之路、減

之二數之較、即其上行之路也、若其初速為甲丁、而甲

為其所應墜之時、始得此速、則丙丁之時、其以初速能

計物上擲



路 = 甲丁 × 丙丁

路 = 丙丁 × 二丙戊

其丙丁之時，所有自墜之

除此即賸甲乙戊丁之四邊形，若以初速而行，記之時，路自應加倍於自墜。

則墜為自

問欲計物之上擲下墜，以何為則。

答即以其初杪所墜之路，乃丈四稍差，其初杪所落若為寅，其末速即為二寅。

則

路：寅 :: 時：(一)  
 路 = 寅 × 時  
 路：寅 :: 速：(二寅)  
 路 = 二四寅 × 速  
 速 = 二四寅 × 路  
 速 = 二寅 × 路  
 一：時 :: 二寅速

速 = 二寅 × 時  
 時 = 二速

按此比例，墜物之路速時皆可計也。其時有

定數，則其末杪所行之路，按上文第十問可查。若時無定數，欲計其臨末數杪之路，則以卯為杪數，除之

即為

卯杪之

欲計其共路，若下擲之，其

路 = 寅 × (時丁卯) =

路 = 寅 × 時丁寅 × (時丁卯) =

所共之 若上擲之，其所共之

路 = 二時 × 速寅 × 時 =

路 = 二時 × 速寅 × 時 =

論力之分

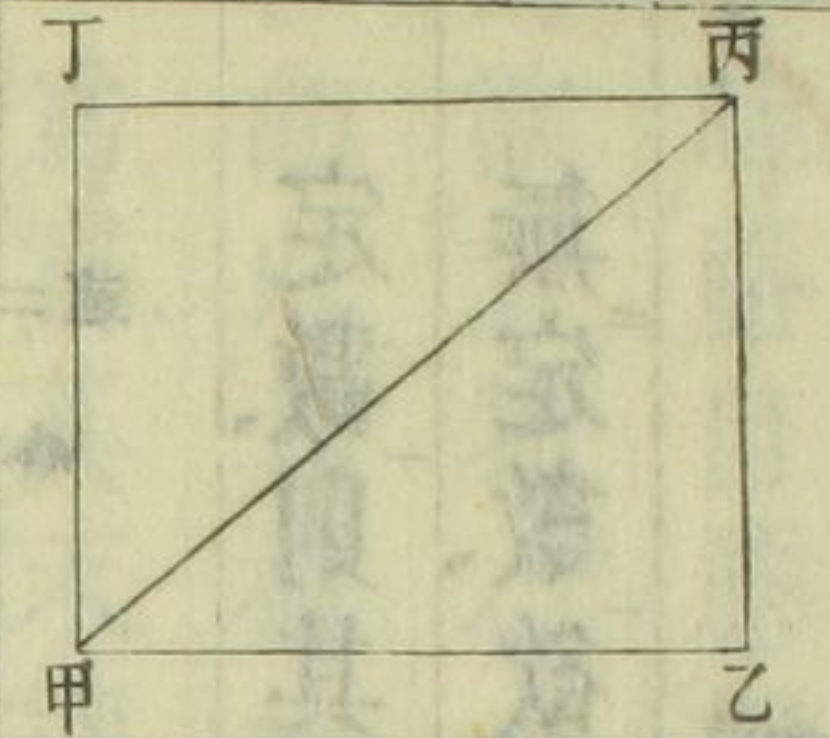
二力合一

路經對角

問、二力並用於一物、其物行何如、

答、二力之多寡與方向、若以四邊形之相連二邊比之、

其物所行之路、必為對角線也、設其物於甲、彼一力足令之北行至丁、此一力足令之東行至乙、按五卷

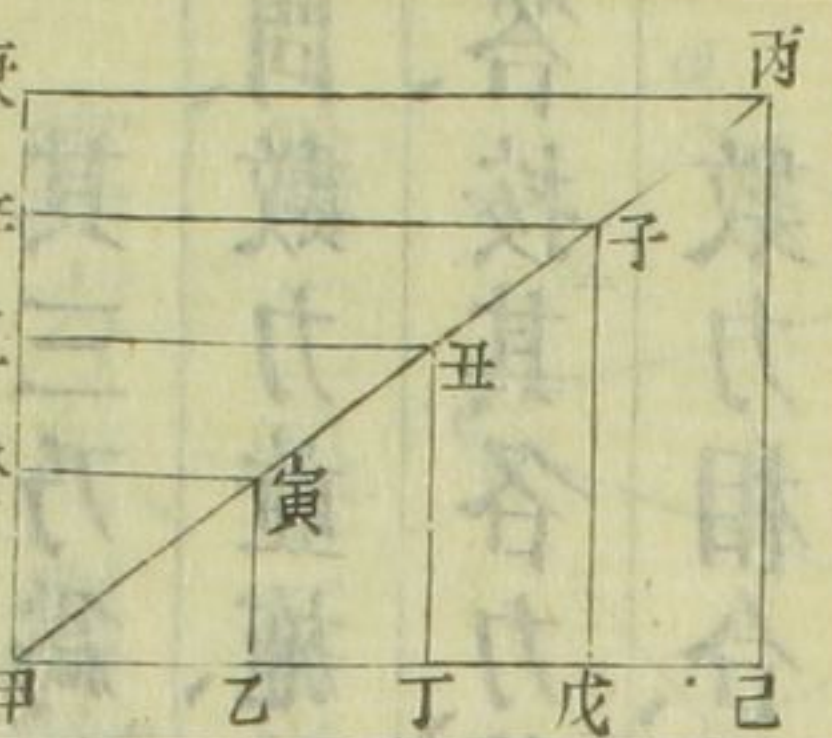


所論皆有功效、其物必北行與甲丁等、必東行與甲乙等、即循對角線而行至丙也、此乃二力合一、蓋一力如甲丙者順施其功效、與此二力之交用者無異也、

問、其物之至丙已明、其路必經甲丙之線、何以言之、

答、即以其四邊形分為同類之小形無數、其物必經各

形之對角、即循甲丙之線而行、是也、蓋各形既為相



類、如<sub>甲乙</sub>其物必經癸寅寅乙二線相交之處、其與各形皆然、既皆同類、其相交之處、即在甲丙之線、故其物循對角線而行也、

問、二力施於一物、各力單用、足令之行過三邊形之一

邊、若併用、其物將行何如、

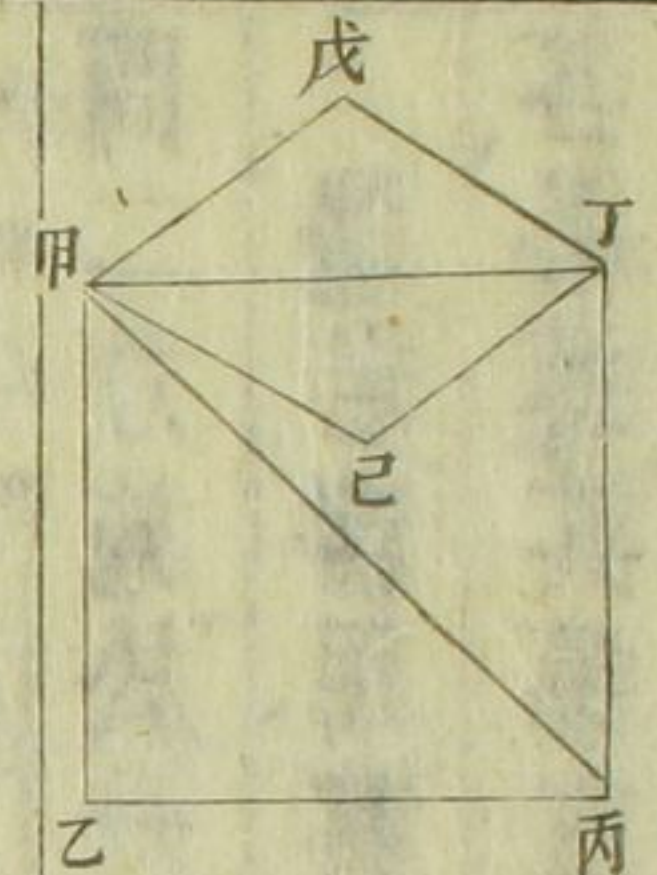
答、必遵其第三邊而行也、蓋前圖甲己之力、單用、足令其行至己、甲庚之力、足令之行至庚、上文已見、二力併用、其物即行至丙、是其驗也、



三力合一

問三力並施其相合若何

答如有物在甲甲戊甲己甲乙之三力並施其物必循



甲丙而行蓋甲戊甲己二力合成甲丁  
 甲丁甲乙復合成甲丙然丙丁與甲乙  
 等戊丁復與甲己等甲戊丁丙之四邊

其三乃為三力所餘之一邊即三力合成者也

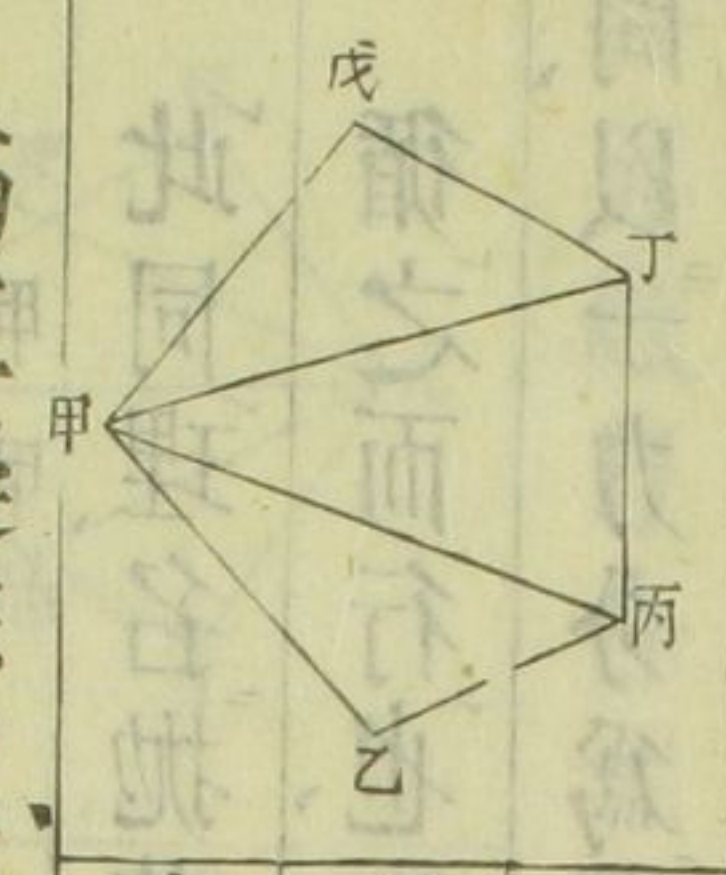
問數力並施其相合之理若何

答按其各力若以多邊比之邊數較力數多一數則其  
 數力相合可即其一邊而比之也蓋以上文之理推  
 而廣之甲戊戊丁二力合成甲丁甲丁丁丙合成甲

數力相合

物循曲線之故

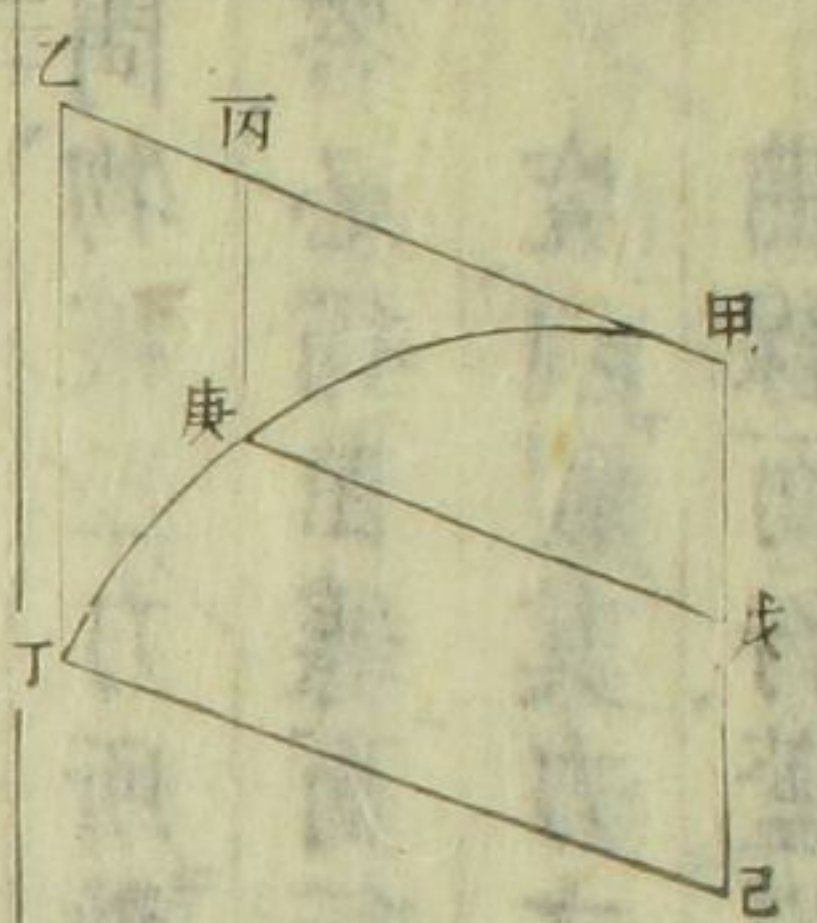
丙甲丙丙乙合成甲乙此四力合一而  
 以五邊形度之也總之其力數不論多  
 少可以多邊形比之蓋其多邊形可分  
 為三邊形也不論自何角而起以一邊比一力之多  
 寡方向則其餘賸之邊必比其總力之多寡方向各  
 邊長短比物行之疾徐亦然



問物被二力所動惟一力漸增物將行之若何

答必循曲線而行也然曲線其類不一故其線為若何  
 究須視其力之加增若何而定即如物擲空中必循  
 曲線而行蓋以甲乙比其擲之之力甲己為地之吸

計物之  
路



力其物必循甲庚丁之曲線也蓋經  
過丙庚戊庚各線交接之處故耳如  
上文物受二力而循對角線之論同  
也其向乙而擲本應平速而行

則

甲乙：甲丙：時：時  
甲乙：甲丙：時：時

既物之墜

路

乙丁：丙庚：時：時

故

乙丁：丙庚：甲丙

則

丙庚

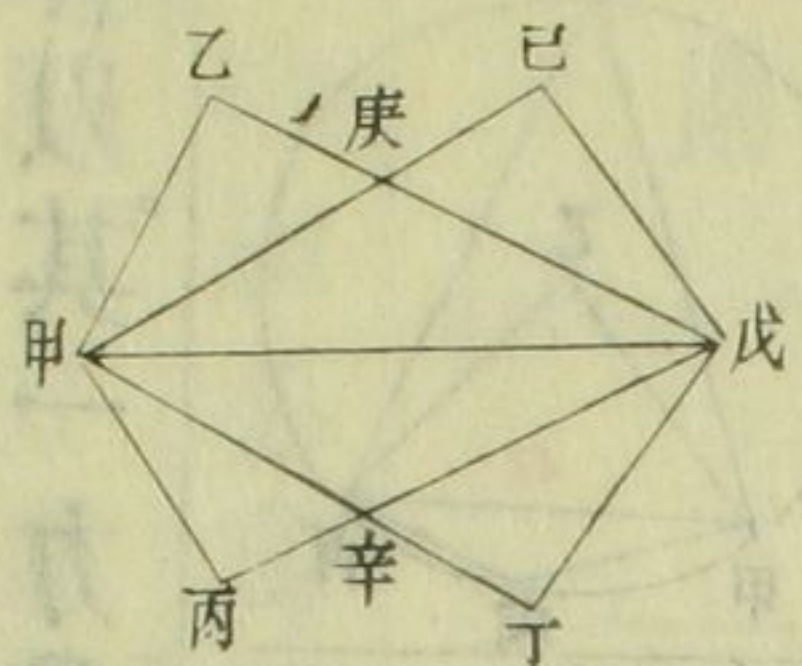
圓錐所割有線與

此同理名拋物線蓋物擲空中若無風氣阻礙莫不  
循之而行也

以一分  
力數

問以一分為數力其理若何

答與數力合一相反也假如甲戊為一力就之而畫成



三邊形勿論若干則此一力可分為二  
如各邊之成對者各力又可復分析至  
於無窮故一力任分若干任何方向皆  
可也

問以一力分二使方向有定度大小有定比其法何如

答其法不一而理俱同即於下文表明數種

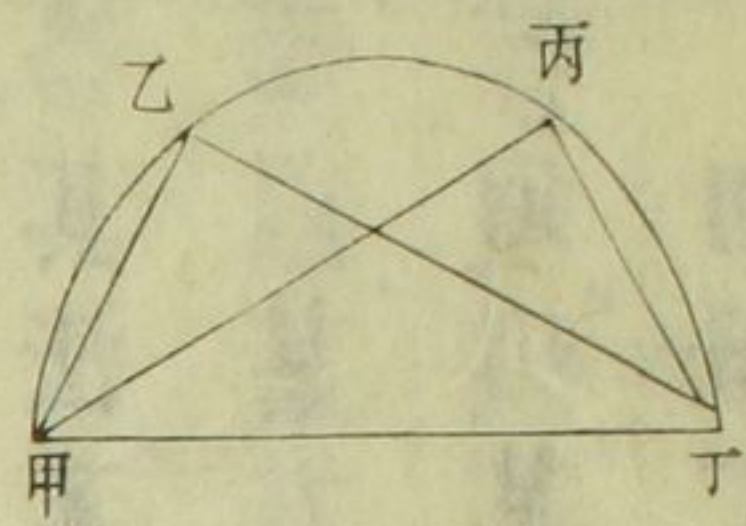
問以某力分二直角相交者其法何如

答須以某力為徑而畫圓線以度其所求之二力也假

如甲丁為某力以之為徑而畫甲乙丙丁之圓線以

分二力  
直交

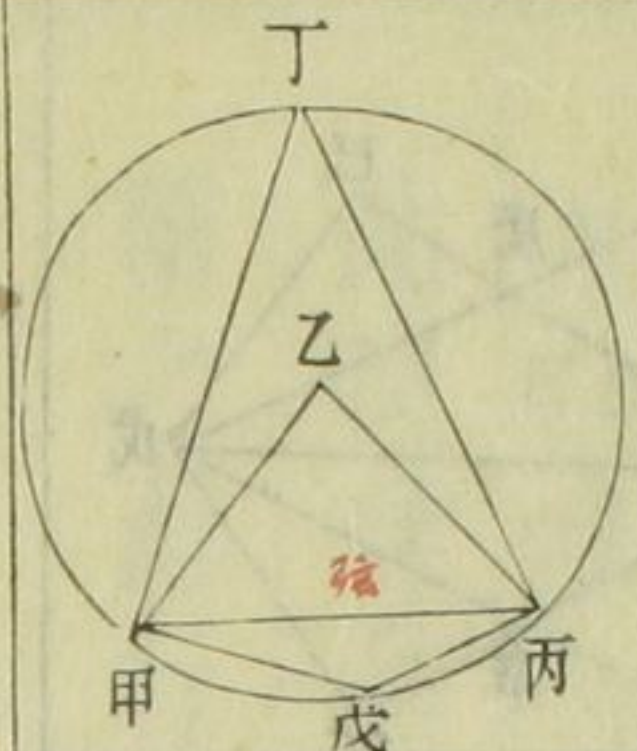
一力分二  
任成  
何角



線之一點如丙如乙者與甲丁二端連之即  
可得其二力蓋其所成之角既為半圓之半  
所度即為直角是半圓之內各對之線無不  
合式也

問以二力分一力成某角其法何如

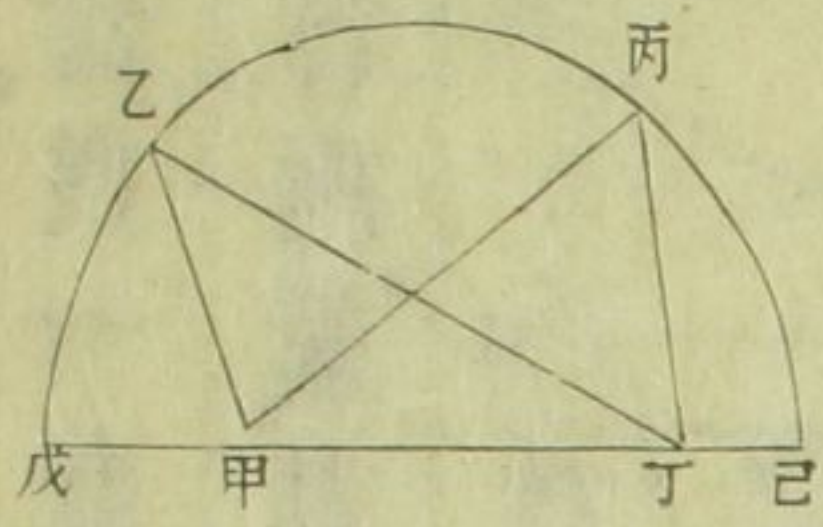
答以其一力為弦畫圓線可容某角之負此線之點與



二端連之是也假如甲丙為某力須分爲  
二依一百三十五度相交者其負角即為  
四十五度則以甲丙為弦而畫圓線可容

甲丁丙之角復以圓線之中心與兩端相連

一力分二  
恒得  
定數



則  
甲丙 = 甲乙 + 丙乙

二甲乙 = 甲丙

甲乙 = 甲丙

則

故

此即其圓之半徑按此畫圓則

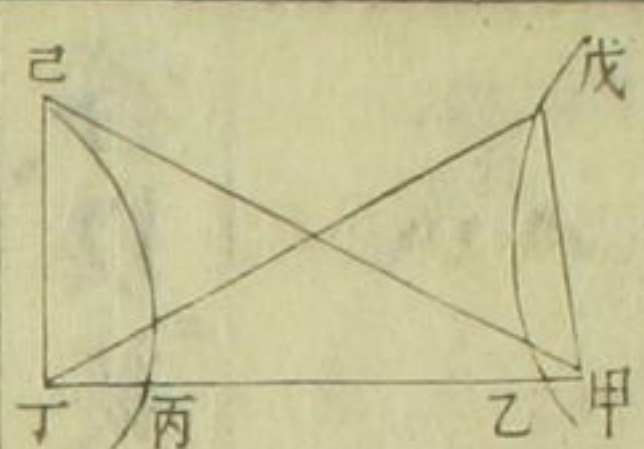
必為所求之二力蓋其正角一百三十五度也

問以二力分一力恒合定數其法何如

答以某力為二心所距某數為長徑畫成橢圓則以橢

圓勿論何點與二心相連其二線即為所求  
之二力也假如甲丁為某力戊己為某數則  
以戊己為長徑畫橢圓勿論甲乙或丙丁各  
對之線皆為所求之二力皆能合成戊己故也

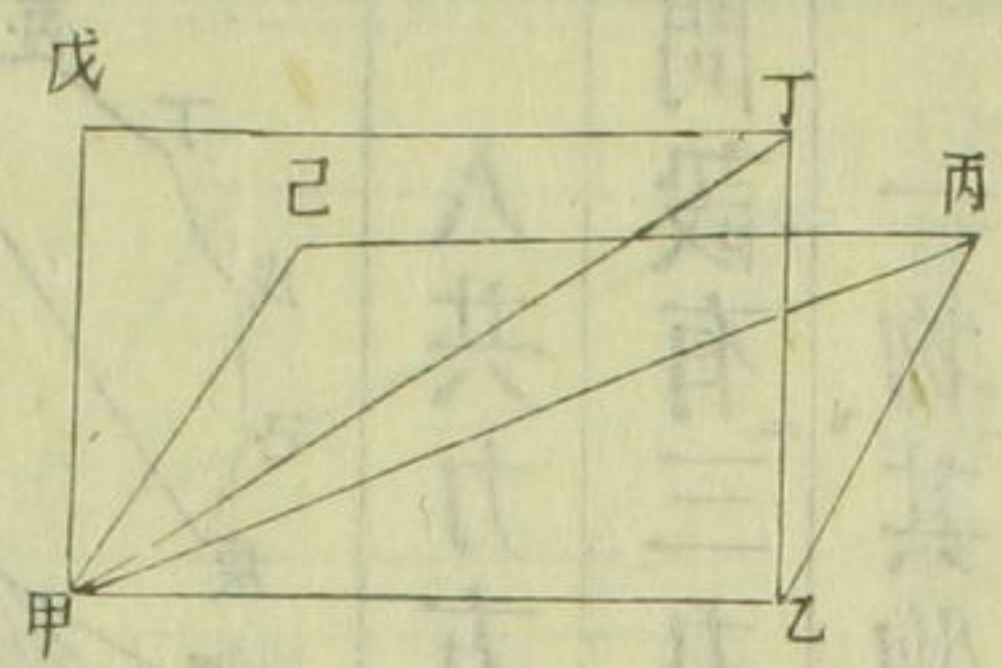
施力方向與功效相涉



問、數力並施、其方向與其功效相涉否、  
 答、若同向順施、則其功效、即如數力共合、若同向而逆  
 施、則其功效、即如其數力之較也、若銳角相交、則仍  
 有相助、若直角相交、則無阻無助、若鈍角相交、則相  
 抵而有阻、設有甲乙之力、復有甲丙二力相等、若甲乙  
 之線、皆為所求之二力也、蓋甲乙與甲丙之較、恒為  
 此雙線之理也、

問、以一力分二、使二力所差、恒為定數、其法何如、  
 答、以某力為雙線之軸、連二心者、某數為雙線之相距、  
 按此畫成雙線、則勿論何點、與二線相連、各對

問、數力並施、其方向與其功效相涉否、  
 答、若同向順施、則其功效、即如數力共合、若同向而逆  
 施、則其功效、即如其數力之較也、若銳角相交、則仍  
 有相助、若直角相交、則無阻無助、若鈍角相交、則相  
 抵而有阻、設有甲乙之力、復有甲丙二力相等、若甲乙  
 之線、皆為所求之二力也、蓋甲乙與甲丙之較、恒為  
 此雙線之理也、



並施、其功效比甲乙更大、蓋甲丙之對角  
 線比甲丁之對角線稍長、故也、其角愈小、  
 其線愈長、及至其角既盡、

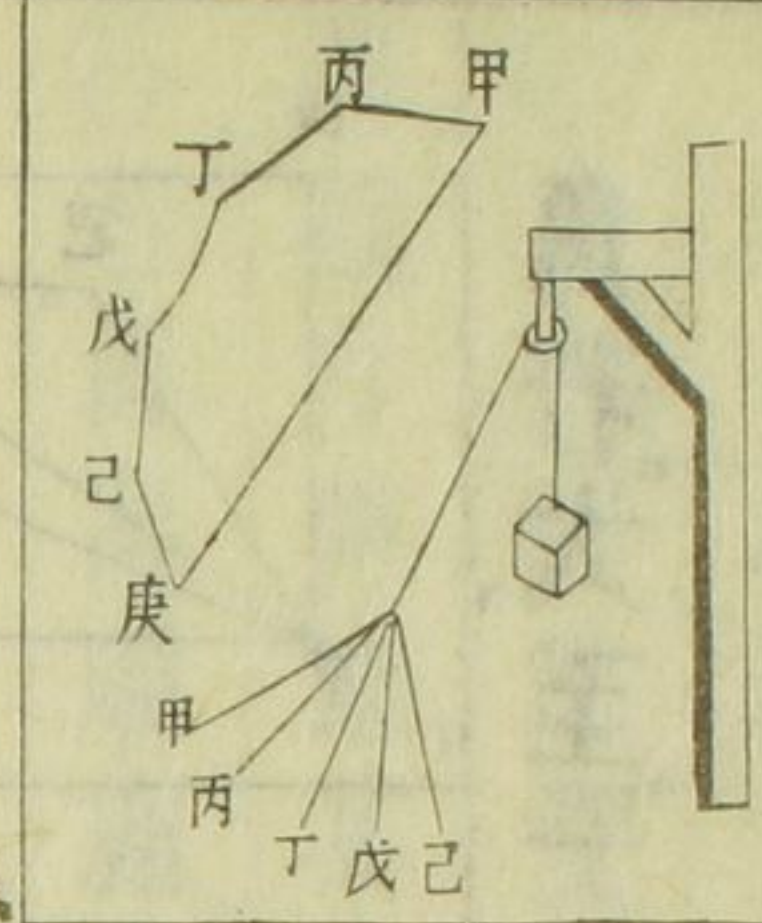
角若大、至一百八十度、

則  
 甲丙二甲乙甲己  
 餘皆在二數之間、  
 甲己

或加或減、皆視其角為銳為鈍之別、

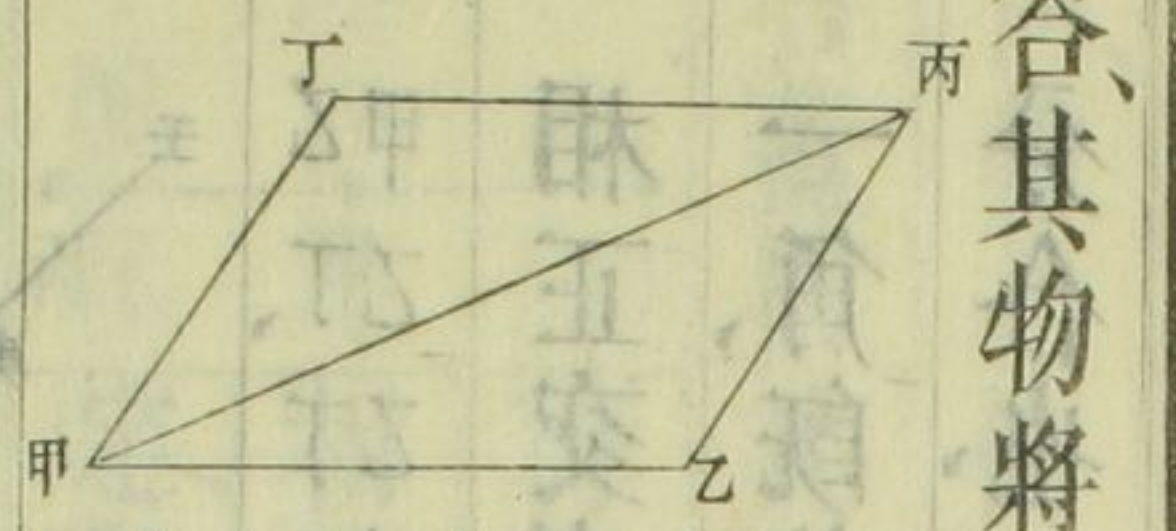
問、有甲丙丁戊己五人、以滑車起物、各牽一繩、其方向

甲與丙差二十度、丙與丁差十九度、丁與戊差二十一度半、戊與己差二十五度、其共力何如、



答按次以各繩方向相繼畫線其線之長短與各力相稱、兩端連之、即其共力也、假如圖中甲丙丁戊己為五繩、即與各繩相平、畫甲丙丁等線合之、即成甲庚、乃其共力也、庚甲丙之角、四十六度三十三分十秒、五人共力方向、即在丁戊二繩之間、所費之力、一百三十一問設有三力其大小次序如三邊形之各邊者、並施於一物、其物將行何如、

物受數力而定之例

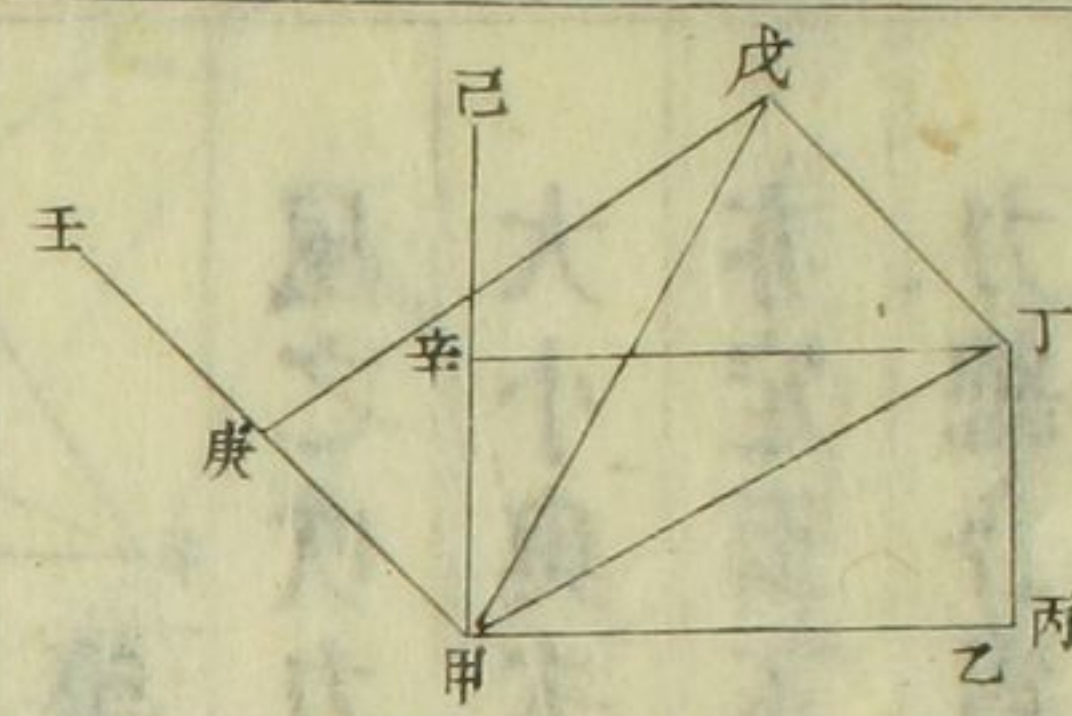


答、其物將定而不移也、蓋甲乙甲丁、既足令其物至丙、丙甲之力、適足相抵、故三力如甲丁丙者、並施於一物、其物必定而不移也、然丙甲之力、若向丙而施、即助而不抵、其物動加倍也、風箏之定於空中、蓋緣三力相抵、即地之吸力、風之吹力、繩之牽力也、以此理擴而充之、則數力若大小與次序、如多邊形之各邊者、並施於一物、其物亦定而不移也、蓋其多邊形、能分為三邊形、而其數力、總合為三也、

物受數力

問數力若不同面、而並施於一物、其分合何如、

面總  
合為



答其力數與方向勿論若干皆能合為三力互相正交者也。設若甲戊為某力，畫甲己甲丙二線，直角相交，復畫庚甲與丙甲己之面正交，其必與二線正交，自戊垂戊丁之直線，而成甲丁戊庚之四邊形，並甲乙丁辛之四邊形。甲戊之力，即可分為甲庚甲丁，復能分為甲乙甲丙三力，互相正交者也。夫某點各面，總分八個直角，某力於其一角，既能分為三向，其力數無論於何角，皆能如此分合也。

論重  
心分兩  
似盡  
聚重  
心

察二  
物之  
重心

問物之倚於重心者，正如其分兩盡聚於重心，何也。

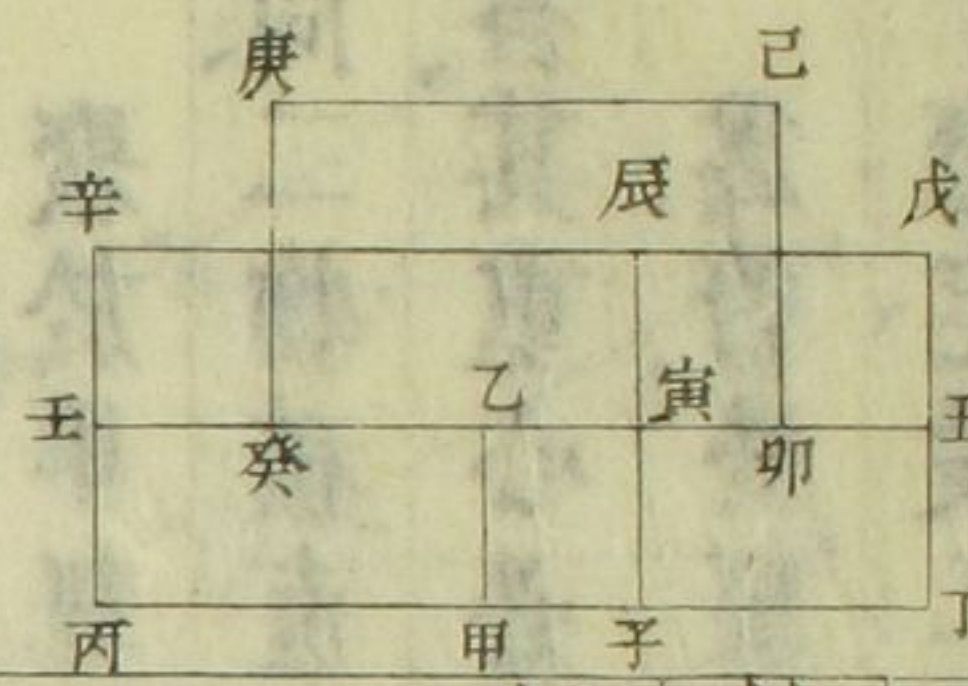
答蓋因其形體無論大小，其倚於重心，仍能平定。假如

丙丁為二枚鐵丸，其重均等，被無重直竿橫貫相連，則竿之中必為其重心也。蓋二丸倚之而定，則甲所受之力，即丙與丁相合之分兩，與盡聚於甲無殊也。

問二物被直竿相連，其重心安在。

答其重心必距二物，如其分兩反比也。假如丙丁戊辛為管，於辰子分為兩段，卯癸為各段之重心，繫繩索懸定，設二段復合為一，則與各重心喫力無涉，既合

察數  
物之  
重心



爲一其重心卽在乙居中之處以二繩繫於二重心而懸之或以一竿於大重心而托之殊無少異也

然

乙癸：乙卯：寅：寅

小段 大段

正若分兩盡

聚於卯癸二處故重心距二物如其分兩反比也

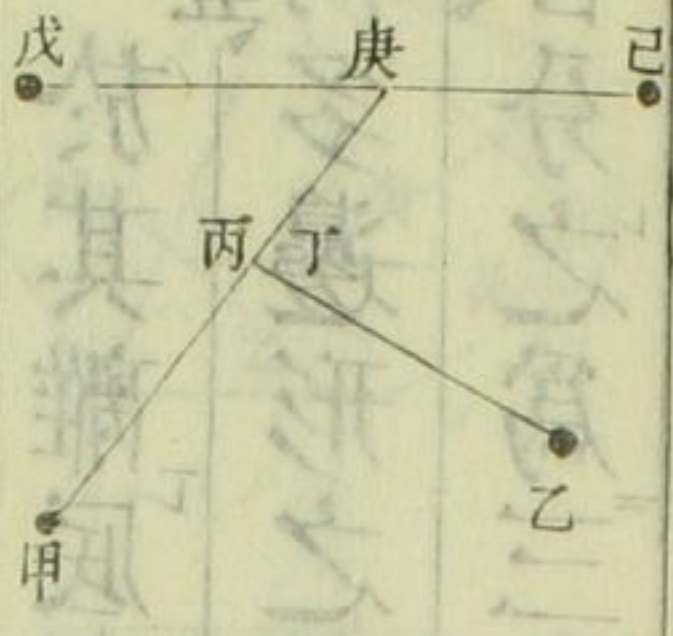
問有數物貫以無重直竿其重心何法察得

答祇以數物兩兩比之而得各對之重心復以各重心

兩兩相比而歸一也卽如戊己二物按分兩反比而

計其重心在庚復以之與甲相連亦按反比之例計

測多  
邊形  
之重  
心



之則甲庚之重心卽在丙更以丙乙相連按反比而計其重心卽在丁故丁爲諸物公共之重心也

問三邊形之重心何在

答引線自頂至底分底爲兩半其重心卽在此線離頂

較離底加倍也蓋丁爲庚己之中卽此

線之重心也勿論若干線與此相平者

皆爲甲丁均分甲庚己之三邊形卽被

之均分而其重心在此線明矣若乙爲

甲己之中三邊形之重心必在甲庚之線所以丙爲

各物入門

卷七

算學四章

測算力學

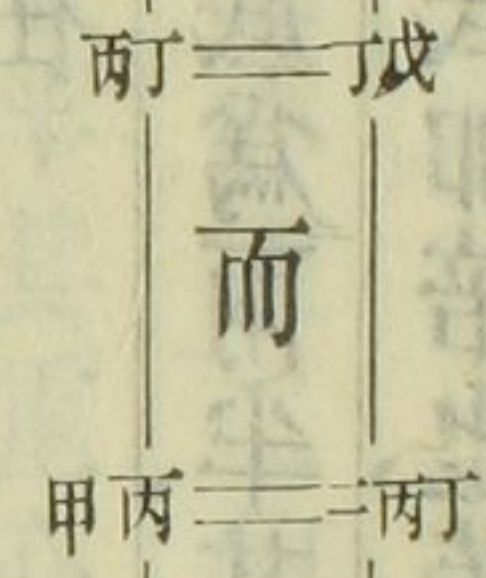
三

重心蓋三線相交之處也既得其重心欲得其高低便畫戊己與庚乙相平而引甲丁至戊

既然則庚丁丙戊丁己二形復相等蓋其一



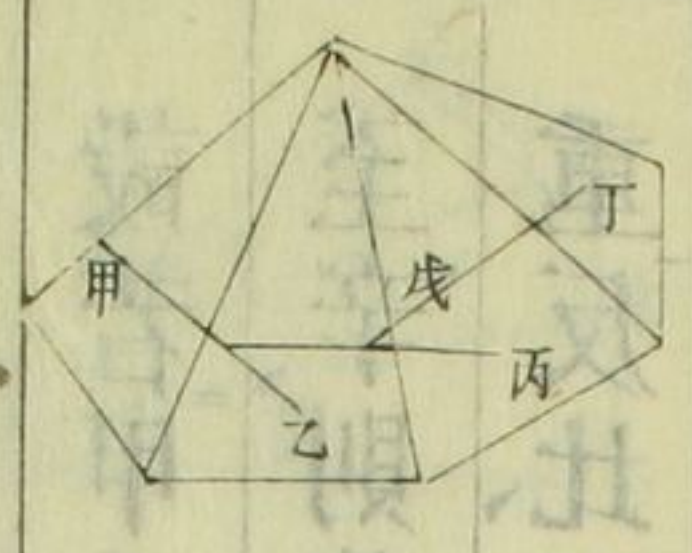
邊二角皆等也故而即重心之離頂加倍



於其離底也

測多邊形之重心

問多邊形之重心何法可得  
答分之為三邊形既按上節察得各形之重心復按第



戊也

其間察其公共之重心也即如甲乙丙丁為各三邊形之重心以直線兩兩相連而按反比之例度其重心之所在則總歸於

二物動而重心靜

問二物若循直線毋論離毗而其速按輕重反比其重心必不動何也

答丙丁二物重心在甲向甲而行其速與輕重反比則動力均勻此行至庚彼行至戊

則如若相離而  
丙庚：丁戊  
丙甲：丁甲



一物動而重心隨

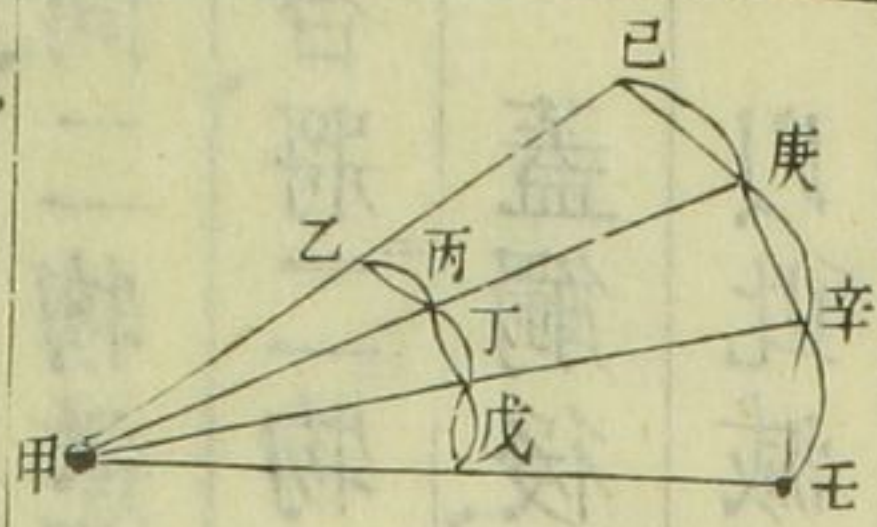
行亦如此故重心定而不移也

乙 丁 戊 庚 丙 辛

問設有二物一靜一動其動者圍繞而行其重心遷移何如

答動物循何線而行其重心亦必循同類之線而行也  
設若甲壬二物其重心在戊甲居定所而不移壬行至辛則其重心必行至丁蓋其重心離二物既按輕重反比

論物相觸之無躍力而相



則其物若行至庚己亦復如此戊丁丙之

線即與壬辛庚之線同類

問二物同向相觸觸後其動何如

答其物若無躍力必相附而行欲知其速則以二物之動力合之復以二物之質約之是也設有丙丁二物其速為子丑其動力相合

即為 丙子 丁丑 既觸之後其動力

無躍  
力而  
逆觸

為

$$\frac{(丙上丁) \times 速}{丙子 + 丁丑}$$

故

$$速 = \frac{丙上丁}{丙子 + 丁丑}$$

若丁本靜

$$速 = \frac{丙上丁}{丙子}$$

若二物皆動則丙

所減之速即

$$\frac{丙上丁}{子丁 + 丙子 + 丁丑}$$

丁所得之速即為

$$\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丙}$$

問、二物逆行相觸、觸後其速何如、

答、將二物之動力所差、復以二物之質約之、即可得也、

蓋觸後其動力、即二物未曾相觸其本動力之較也、

以此減彼、

則

$$丙子 + 丁丑$$

$$= (丙上丁) \times 速$$

故

$$速 = \frac{丙上丁}{丙子 + 丁丑}$$

丙所失之速即為

$$\frac{丙上丁}{丙子 + 丁丑}$$

丁所

得之速、即為

$$\frac{丙上丁}{(子 + 丑) \times 丙}$$

若二物質速皆等、則由上式

$$速 = 無$$

二物皆靜也、

且

$$丙子 = 丁丑$$

而

$$丙 : 丁 :: 丑 : 子$$

故二物逆觸、其速若與輕重反比、其動

有躍  
力而  
相觸

力必相消而二物皆靜也

問若二物皆有躍力而相觸其得速失速何如

答其所得所失皆與無躍力之物加倍也蓋物之有躍

力者既觸而縮力有若干其漲力亦與之等其無躍

力者按上文丙

其有躍力者則丙

觸後其

$$\text{失速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{子} + \text{丑}) \times \text{丁}}$$

$$\text{失速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{子} + \text{丑}) \times \text{丁}}$$

丁之

二物若無躍力而逆觸

$$\text{速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{子} + \text{丑}) \times \text{丁}}$$

$$\frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{丙} + \text{丁}) \times \text{子} + \text{丑}}$$

$$\frac{\text{丙} \times \text{丁}}{(\text{丁} + \text{丙}) \times \text{子} + \text{丑}}$$

觸後  
疾徐  
互易

問有躍力之物相等觸後其速互易何也

答既日相等

則

按上節之式觸後丙之

$$\text{速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{\text{子} + \text{丑}}$$

$$\begin{array}{l} \text{丙} \times \text{丁} \text{ 無} \\ \text{丁} \times \text{丙} \text{ 無} \end{array}$$

是二物之速互易也若以其逆

$$\frac{\text{子} \times \text{丑}}{\text{子} + \text{丑}}$$

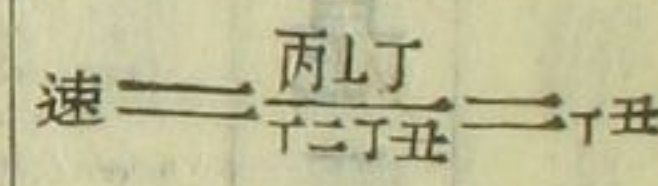
丁之

$$\text{速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{\text{子} + \text{丑}}$$

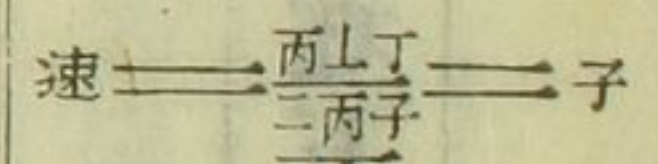
$$\frac{\text{子} \times \text{丑}}{\text{子} + \text{丑}}$$

觸之式推之

則丙之



丁之



丙之速既為 卽

所謂負也而其物乃回行丁之速既為 則二物不  
但易速且易向也然此物若本靜則彼物靜而此即  
動也

問槓桿之力何法計之

答其力與重物即如兩臂長短反比也設二物懸於庚  
辛二端而倚定於甲則甲為其重心明矣按上文物  
離重心如輕重反比即可平定

論助  
力器  
具

庚

甲

辛

是

甲庚：甲辛：丁：丙  
：：重：力  
丁×甲辛 二 丙×甲庚

乃兩臂所任之力也若數物倚

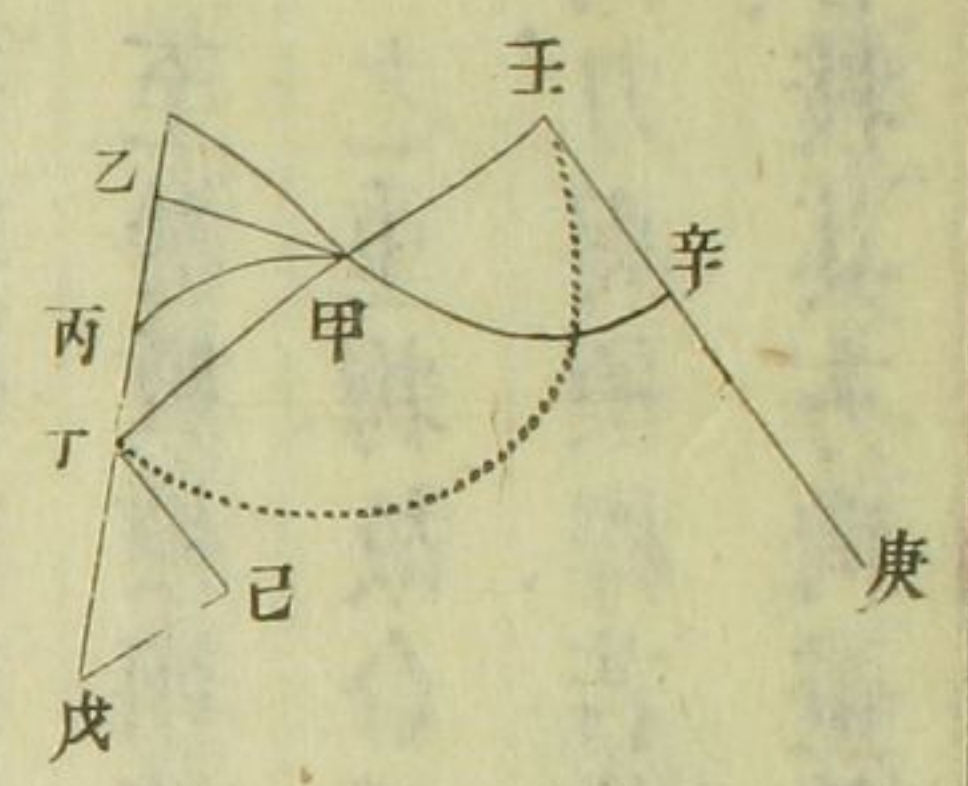
一桿而定即將各物距倚所與其分兩相乘

其在左者左合之其在右者右合之二數必等也無  
論其倚所何在皆歸此例故槓桿之三種其實皆同  
至於數槓相連其理亦同不過此槓之力所為彼槓  
之重物故合而計之也

問力與槓桿若非正交何法計算

答按其方向畫線自倚所復畫一線與之正交者若

計算  
槓桿  
之力



力相比，如一線之反比，其槓即平定。假若甲丙甲辛為槓之二臂，被戊丙庚辛二繩所牽，畫甲乙甲壬與二繩方向正交，復引甲至丁，設左邊牽力為戊丁，便以之分為戊丁之二力，則戊己

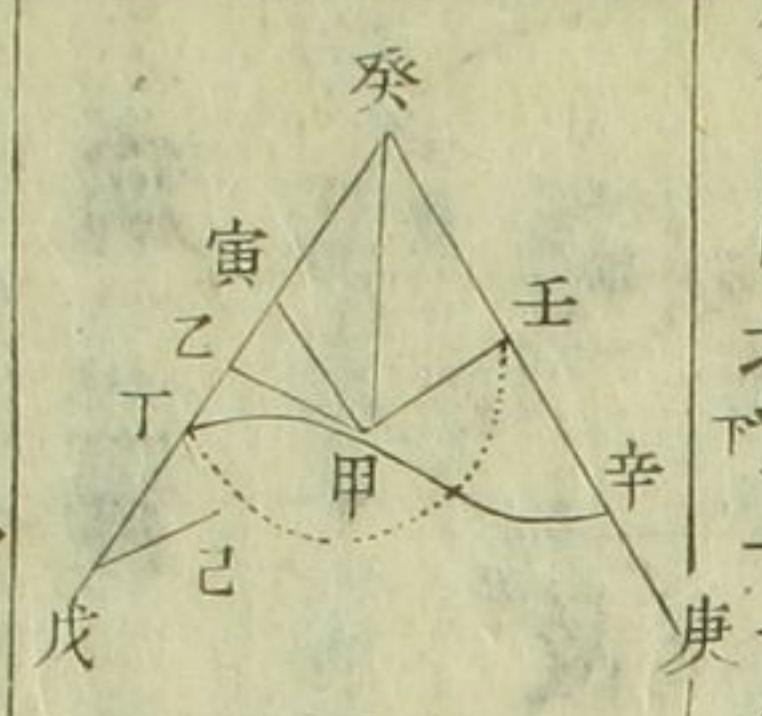
既與丁壬相平，不能使槓桿轉運，惟旁施於倚所，其轉運之力，只賸己丁，然彼臂若有均力，於壬相抵其槓，即定而不轉。

則然故則二力相比，即如其方向。  
力：力：戊丁：丁己  
力：力：甲壬：甲乙

距倚所之反比也。

問其倚所所受之力，何法計之。

答：即按二力方向相交之處，距倚所遠近是也。蓋自壬



乙引二線至癸，畫甲寅與壬癸相平，則寅甲癸，甲癸壬，二角等。若以甲癸為半徑，畫圓線，甲乙即為甲癸乙之正弦，甲壬即為甲癸壬，或寅甲癸之正弦。

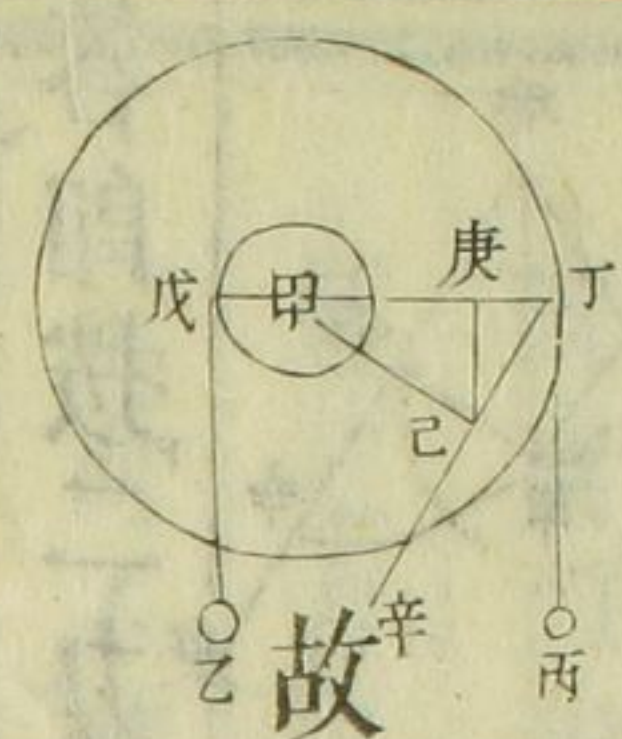
然故即為二力合成。  
寅癸：甲寅  
寅甲：癸寅  
甲壬：甲乙  
力：力：寅癸：甲寅  
力：力：甲寅：甲癸

計并  
輪軸  
之力

故所受之力按倚所距方向相交之處也

問輪軸之力何法計算

答其力與物如輪輻軸輻反比即可平定蓋軸心於甲用力於丁懸重於戊戊甲丁儼為槓桿甲戊甲丁即為二臂



力：重：：甲戊：甲丁  
力×甲丁 = 重×甲戊

是力與重如輪軸二輻反比即可

問平定也

問若用力方向與輪輻斜者何法計算

答二力相比即如其方向距軸心反比也蓋上文第望問力與槓桿斜用亦此比例即如丁辛為繩牽之則力較重物如甲戊比甲己即如軸輻與用力方向之距中相比也

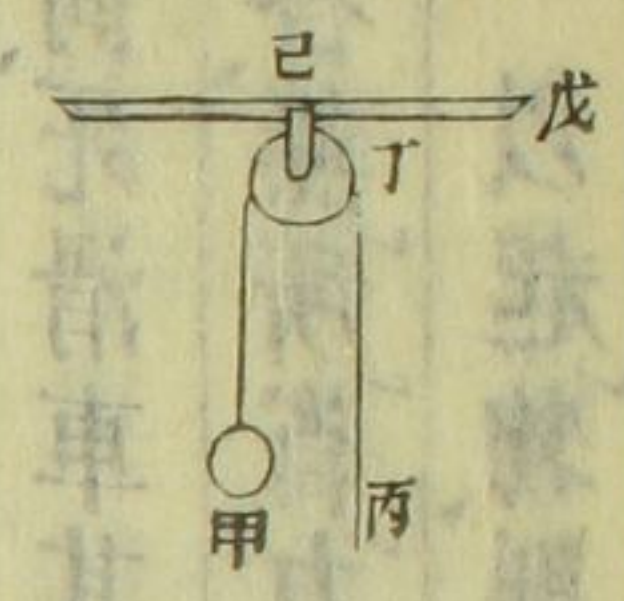
計算  
滑車  
之力

問滑車之力何法計算

答滑車既不同式即不同例所同者惟其繩索繞樞紐以通力也

問死滑車其力何如

答無所省力也惟其施力方向較便而已設滑車於丁以起物則憑丙甲一索兩端均緊喫力無殊故力無



也。所省也。力與重皆既倚索，則無論滑車何式，隨繩索而揆其鬆緊，其力即無難計算也。

問、活滑車省力何如、

答、其滑車倚於數索，重物之分兩，亦分倚數索也。假如

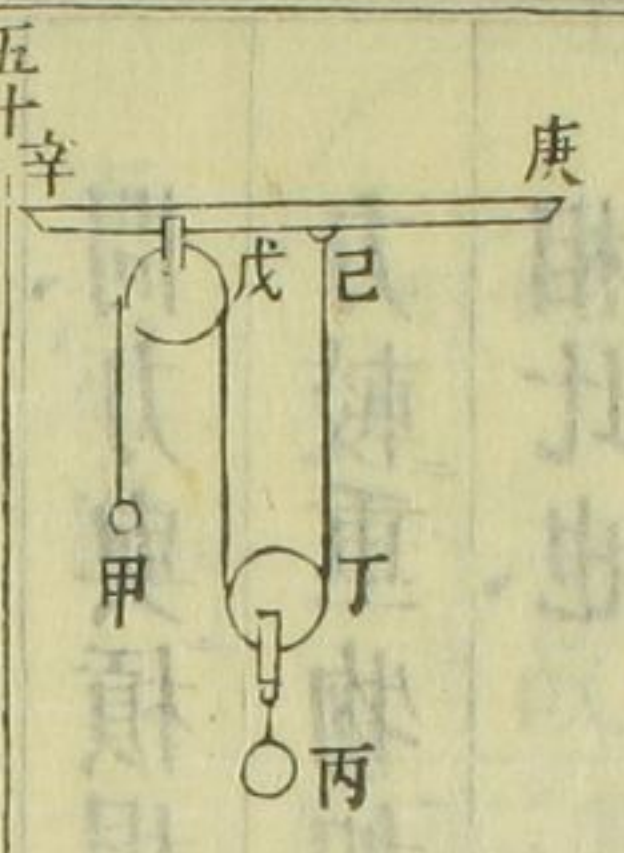
丁為滑車，丙為重物，用力於甲，則丙隨丁而上，分倚

左右二繩，故省力有一半也。數具相連，

若同貫一繩，則滑車以上，繩索分若干

條，是其力為增加若干倍也。即

問若滑車數具相連，各懸一索以繩貫之，其力何法計



算

答、即除其一具，餘賸若干，以二自乘若干次，而乘其力

也。假如乙丙丁庚四具，各懸於橫梁

貫之一索，用力於戊，則庚索喫力加

倍於己，丁復喫力加倍於庚，丙則加

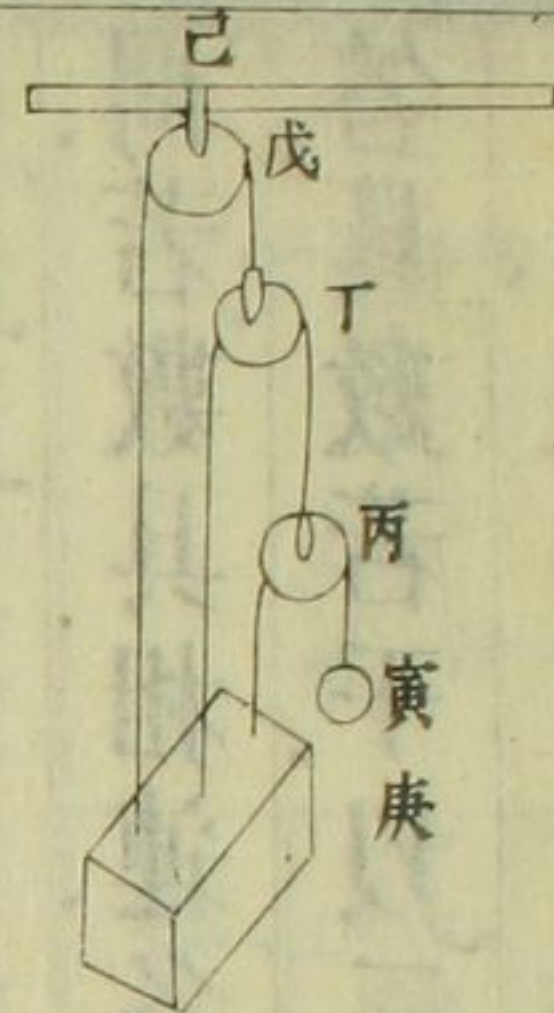
倍於丁，乙則加倍於丙，故一筋於戊，

可起十六筋於甲，總之若卯為具數，

問若數具相連，各有另繩下繫於重物，其力何法計算，

答、具數若干，以二自乘若干次，以其數減一而乘其力

也。假如丙丁各繞一繩繫於重物，懸錘於寅，則丙勝



力為二寅，丁勝力為四寅，勿論若干，皆以此例遞加。

則

重 = 寅<sup>1</sup> + 二寅<sup>2</sup> + 四寅<sup>4</sup>

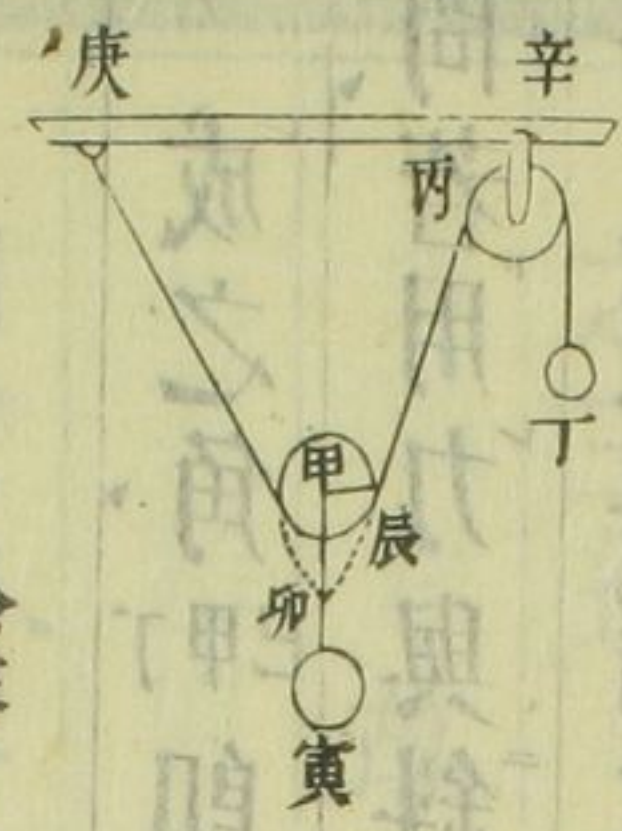
總之索數為

卯，除錘即得其力之所增。

重 = 寅 × (二卯<sup>2</sup> - 丁<sup>1</sup>)

問：繩索左右方向均斜，其力何法計算。

答：其力較重物如半徑，比加倍斜角之餘弦也。即如以索自丙繞辰而繫於庚，以丙辰庚辰二線引至卯，以卯辰度其力，即分為甲卯辰二力，甲辰既與地相平為無用。



惟賸甲卯可以起物，庚辰之索分力亦然，實效惟有甲卯，故二索共效二甲卯也。以卯辰為半徑，則甲卯即為甲卯辰之餘弦。

故

力：重

：：二

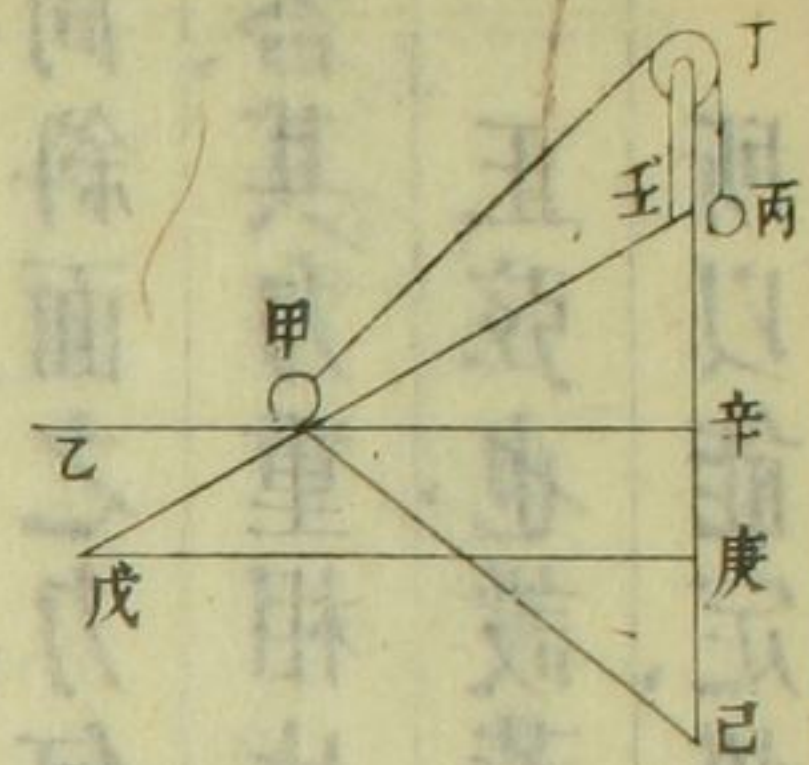
半徑 × 甲卯辰餘弦

問：斜面之力，何法計算。

答：其力重相比，如面與地力與倚處垂線所成二角之正弦也。設若戊壬為斜面，甲丙二物以繩相連而定，所以能定，惟因三力相抵，即二物之重力與斜面之

計算  
之  
力





抵力是也。其物既定而不移，三力必成爲三角形，各力如各邊相比。

故各邊

力：重：甲丁：丁巳

既如對角之正弦

則

力：重：甲丁：丁巳

如

力：斜：甲丁：丁巳

然

力：重：甲丁：丁巳

即面與地所

成之角，即力與倚處垂線所成之角也。

問：若用力與斜面相平，其力何法計算？

答：只以斜面之長高相比而得之。蓋三力悉如丙戊庚

之三邊

故

力：重：丙庚：丙庚

力與重，正如其面之長高相比也。所

用之力，與斜面之抵力，復如面之高底之長相比也。

若力面相平，其力最省。若力與底平，其面之喫力最

多也。

問：螺絲之力，何法計算？

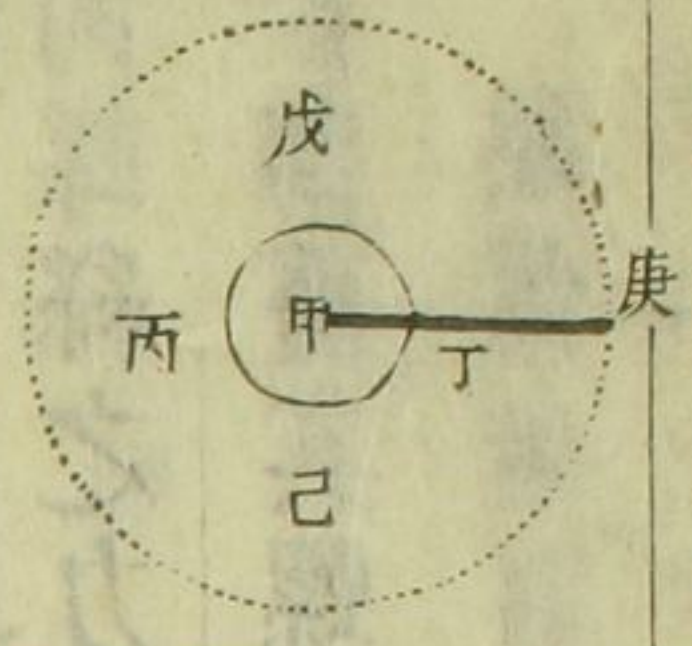
答：即將其螺紋疎密與螺絲週遭尺寸相乘，是也。蓋螺

絲儼與斜面同理，螺紋遠軸斜旋而上，自一週圍繞

多匝，正如斜面數具相繼也。以紙剪成斜面式樣，纏

計算  
螺絲  
之力

繞於筆管即可變為螺絲形像螺絲若單用



則  
螺週 紋距 重 力

復加之以柄用力於庚

則  
力：力：甲庚：甲丁  
 螺週 柄路

故此其恒式也

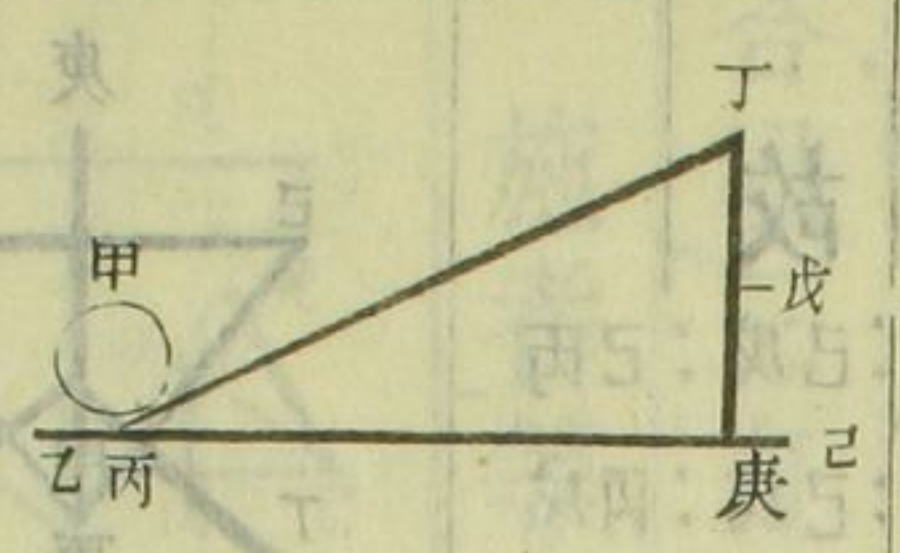
力 × 柄路 = 重 × 螺週

此四率內若知其

三其第四即可計得無論以之上起下壓所得之力  
 比所用之力正如柄端所過之路比螺紋之相距故  
 紋愈密柄愈長力即愈大也

計算 尖劈 之力

問尖劈之力何法計算



故力與重如厚長相比也

於甲以劈下入而起之儼如以其石隨斜面  
 而上故力重相比與斜面無異也然斜面之  
 力與底相平比重即如面之高比底之長也  
 至雙面劈若二面均長即為單面二具合成

如故

庚丁、庚丙

則劈愈薄愈長其力即愈大也

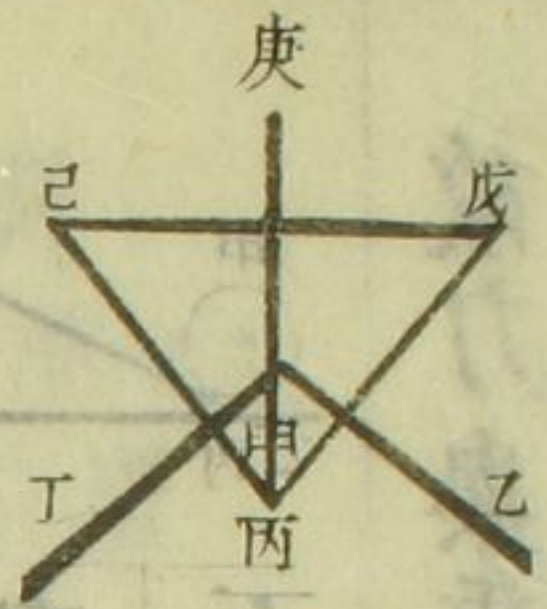
問若二面不均長其力何法計算

答若力與阻皆歸一處則力比阻如其首之厚比二面

之共長也假如用力為庚甲抵力為甲丁

甲乙三力相消則其三力相比如三邊形

之各邊也



力

故

力阻::己戊:己丙  
力阻::己戊:丙戊

即如其首之厚比二面之共長也若二

格物入門

問尖銳之式其力與阻不歸於一處所得之力何法計算

力

面均長則力比阻如其厚之半比其一面之長明矣

問若力與阻不歸於一處所得之力何法計算

答以三力各分為二其於劈首順施者與其於劈面逆

施者等劈即能定其順者逆者必正向劈首其逆者

多寡必如其距用力方向反比也假如子壬為

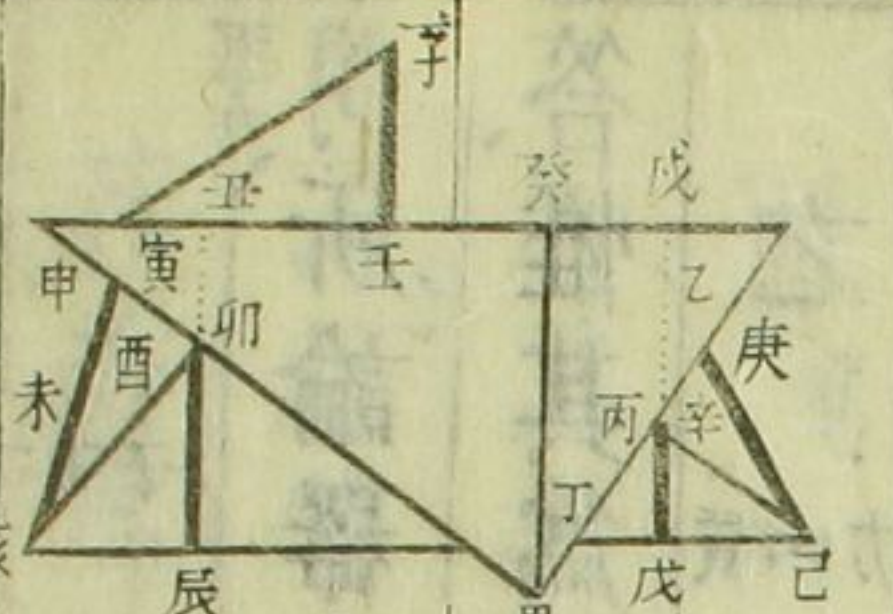
力亥申為阻分爲亥卯申卯申與面平即無所阻亥卯

復分為亥辰卯一橫一縱也彼面亦然若子壬與

辰卯丙戌等其劈自定也然須二阻多寡相比如

其方向距用力方向之反比也否則劈將偏而不定

也



六具之通理

若

子壬 辰卯 一戊丙

而

辰卯 戊丙 壬戌 壬丑

其劈即能定其力須復增以進之也

至九

問所論器具六種何資而助力

答惟其為通力非能生力也其所以能通力者惟因物

之動

力×質

又

力×速

蓋

力二速×質

其設復有物

力二速×質

如

二物力等

則

速×質 二 速×質

而

速：速 質：質

故二物之速如其質之反比其力即等

也最小之力可移至大之物惟其大物必行較慢此

理六種皆同即如槓桿若能增力數倍此頭較彼頭所過之路亦必數倍輪軸增力若干輪邊較軸邊加速若干滑車增力數倍繩索須牽拽數尺重物始行一尺斜面亦復如此蓋墜一錘以牽重物其物於斜面升高一尺其錘必下行數尺至螺絲重物起移一層其柄必運轉一週劈須尖薄始有大力然愈尖愈薄起物必愈慢也此皆所謂以時兌力然力本有限若緩為籌算繼之以妙機洞元測微鉤深致遠即可增於無窮也

第七卷算學四章凡五十九問

菊... 官許... 菊間學校藏版... 東京小石川大門町 雁金屋清吉

官許

菊間學校藏版



發行書林

東京小石川大門町

雁金屋清吉

