

1 4
1555
163

A3
213



門 14
號 1555
卷 163

益古演段卷下

翰林學士知

制誥同修

國史樂城李冶撰

第四十三問

今有圓田三段

一依古法一依密率一依徽率

共計地二十畝

五十二步一百七十五分步之二十三只云

密徑多于古徑九步徽徑多于密徑九步問

三徑各多少

答曰古徑三十六步

密徑四十五步

徽徑五十四步

益古演段卷下

一知不足齋叢書

昭和十九年
四月十日
未

古徑三十六步

密徑四十五步

微徑五十四步

法曰立天元一為古徑加多
 九步得祇一為密徑以自之
 得下三十一為密徑冪又以
 十一乘之得三十一為十四
 段密圓積於頭又立天元古
 徑加二之多步一十八步得
 三十一為微徑以自之得三十一
 為微徑冪也又以一百五十
 七乘之得三十一為二百段

微圓積於中

案微率周一百五十七徑

今以徑冪乘周當以徑五十五除之再四
 歸之為圓冪不除便為五十五乘之又四
 乘之之二又置天元古徑以自之又三
 百圓冪也

之得三十一為四段古圓積於下乃求三
 積齊同分母而併之先以分母一萬七

千五百案此即十四除二乘十四段密

圓積得三十一為二十四萬五千段密

圓積於頭位次以分母一千二百二十

五乘二百段微積得三十一為二十四

萬五千段徽積於中位次以分母六萬
 一千二百五十乘四段古積得〇〇
 為二十四萬五千段古積於下位三位
 相併得一為二十四萬五千段如
 積數寄左然後列見積通分內子得八
 十四萬九千一百二十三就分以一千
 四百乘之得一十一億八千八百七十
 七萬二千二百與左相消得下式
 平方開之得三十六步為古徑也各加

多步見徽密二徑也

義曰所以齊同於二十四萬五千段者
 以元母一百七十五乘一千四百得此
 數

依條段求之以一千四百乘田積於
 位置徽徑多古徑自之為器又以一
 九十九案置一千四百分以徽圓器率
一百五十七乘之方器率二百
 除之乘之減頭位續置密徑多古徑自
 即得之為器又以一千一百案置一千四百
分以密率圓器

三知不足齋叢書

十一乘之方幕
 十四除之即得
 乘之復減頭位餘為實
 又倍微徑多古徑以千九十九乘之為
 微從又倍密徑多古徑以一千一百乘
 之為密從併二從得五萬九千三百六
 十四為從法廉常置三千二百四十九
 義曰以一千四百乘積者取其三率皆
 可以除之也齊同分母須至于二十四
 萬五千段者蓋以分母一百七十五元
 乘積數一千四百此二數相乘得二十

四萬五千也

此問求真積實數

古徑二十六步得積

九百七十二步

密徑四十五步得積

一千五百九十一
 步一十

四分步之一
 微徑五十

四步得積二千二百八十

九步二百分步之一十二

併三積全步四千八百五

十二步外
密零一十四分
 步之一微零二

古徑	二十六步	得積	四萬五千
密徑	四十五步	得積	一千五百九十一
微徑	五十步	得積	二千二百八十
併三積	全步	四千八百五	
外	十二步		
密零	一十四分		
步之一	微零二		

益古算經卷下

四知不足齋叢書

百分步之 以上維乘下位密子得二百
 一十二分分 微子得
 一百六十八分相併得三百六十八分爲子實
 又上二位相乘得二千八百分爲母法
 子母俱以十六約之爲一百七十五分
 步之二十三 一千四百乘田積來歷
 蓋只就密率上定之也置一千四百在
 地以密率十一之如十四而一爲一千
 一百積 若以古率三之四而一則得
 一千五十積 若以微率一百五十七

乘之如二百而一得一千九十九積所
 以用一千四百乘積者緣古法四微法
 二百皆可以除之也 求三積齊同分
 母元分母數一百七十五元乘積數一
 千四百此二數相乘二十四萬五千卽
 大分母也三積總率皆齊同於此既得
 此齊同分母乃各以先求到段數約之
 微率得一千二百二十五密率得一萬
 七千五百古率得六萬一千二百五十

故反以乘段數皆齊同於二十四萬五千也

案條段分母數簡于前法者用舊術也然各分母之數猶有可省者蓋衆數取分母數必得最小者方為確準其義見秦九韶數學九章大衍術中今附其法於後以發明前法所未盡者

密徽古
元方方方
母率率率

法列四數先以元母一百七十五與密方率十四相度得

一七四〇四
一四〇五八

一五〇〇〇
一〇五〇〇
一七五〇〇
一〇五〇〇
一七五〇〇
一〇五〇〇
一五〇〇〇

二徽
數方
母率

度盡二數之數為七次以二數相乘以度盡數除之得三百五十為二數總母又以二數總母與徽方率數相度得度盡二數之數為五十以二數相乘度盡數除之得一千四百為三數總母又以三數總母與古方率數相度則古方率四即為度盡二數之數

益古算術卷下

六知不足齋叢書

三五〇〇〇〇〇
 三二〇〇〇〇〇
 七〇〇〇〇〇〇
 一四〇〇〇〇〇
 五十七五〇〇〇〇
 五〇〇〇〇〇〇

二古
 母數
 母數

一四〇〇〇〇〇
 四〇〇〇〇〇〇
 一四〇〇〇〇〇
 四〇〇〇〇〇〇
 一四〇〇〇〇〇
 四〇〇〇〇〇〇
 一四〇〇〇〇〇
 四〇〇〇〇〇〇
 一四〇〇〇〇〇
 四〇〇〇〇〇〇

二數相乘度盡數除之仍得
 一千四百即為四數總母然
 後以密方率十四除之得一
 百為密分母以微方率二百除
 之得七為微分母以古方率四
 除之得三百五十為古分母以
 元分母一百七十五除之得八
 為原積分母以此數與各段羈
 積相乘除較原數所省多矣

第四十四問

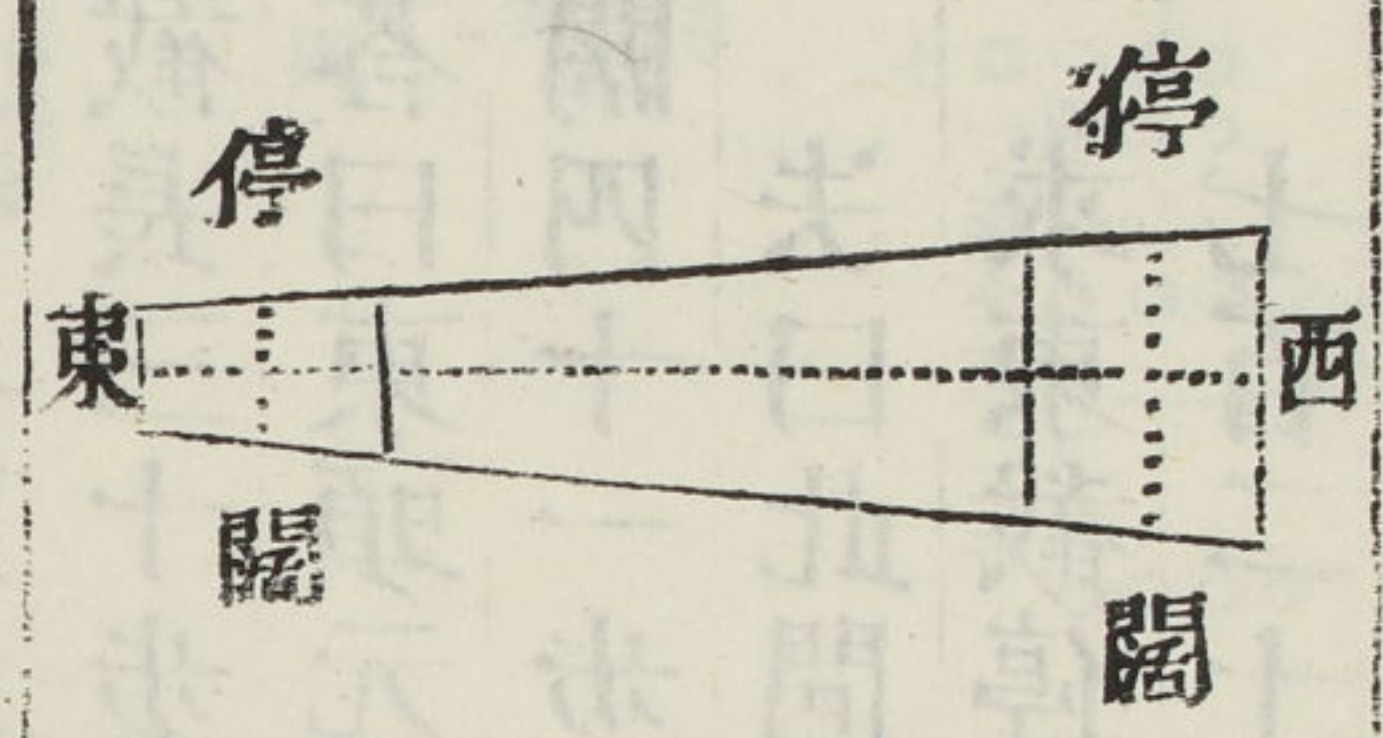
今有梯田一段長二百四十步竝不知東西兩
 闊只云從東頭截長五十步計地三畝從西
 頭截長三十步計地五畝問二闊各多少

答曰東頭元闊一十一步二分 西頭元
 闊四十一步九分二釐

去曰此問先須求見兩頭各截之停廣
 求東截停廣者置東頭所截三畝之積
 七百二十步以截長五十步除之得一

卷之九

七知不足齋叢書



十四步四分爲東截地之停
 廣也求西截停廣者置西頭
 所截五畝之積一千二百步
 以截長三十步除之得四十
 步爲西頭所截停廣也乃立
 天元一爲每步之差以東頭
 廣一十四步四分得三十分爲東頭元
 小闊於上再置天元差步以西頭截長

三十步乘之得三十九折半得十九加入西頭
 停廣四十步得三十九爲西頭大闊也內
 減東頭小闊餘三步爲二闊總差也
 寄左再立天元每步差以正長二百四
 十步乘之得九千六亦爲二闊總差與左相
 消得三步以下法上實如法而一得一
 分二釐八毫爲每步之差也置每步之
 差以西頭截長三十步乘之得三步八
 分四釐折半得一步九分二釐加入西

頭停廣四十步得四十一步九分二釐
為西頭元大闊也又置每步之差以東
頭截長五十步乘之得六步四分析半
得三步二分以減於東頭停廣一十四
步四分餘一十一步二分為東頭元小
闊也此問止求每步之差更不須以條
段明之

舊術依法求得東停廣與西停廣數乃
以二停廣相減餘以二百而一

謂東截長五十

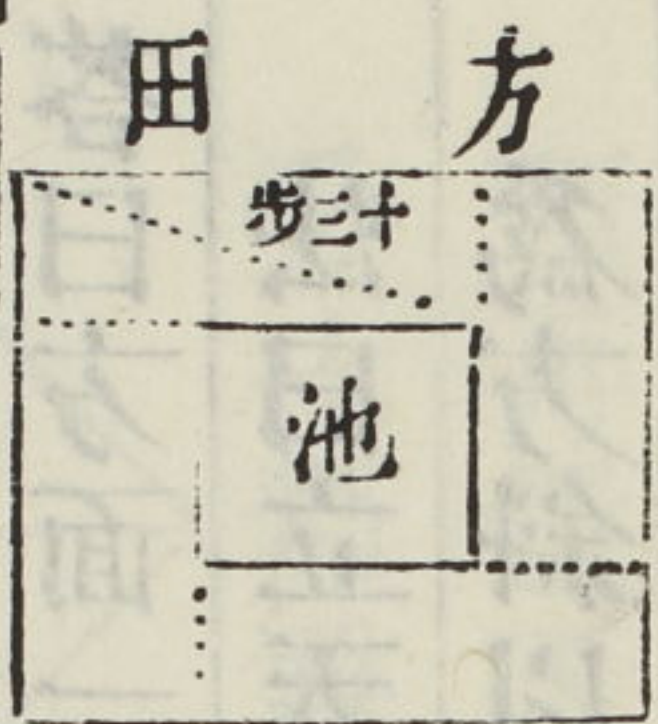
步其停廣當二十五步餘去了二十五
步也西截長三十步其停廣當一十五
步餘去了一十五步也兩頭計去了四
十步以減於正長二百四十步餘二百
步所得為每步之差乃副置半步之差
左以東截長乘之以減東停廣餘為東
元闊也右以西截長乘之以加西停廣
併為西元闊也又法置一步之差以正
長二百四十乘之所得為都闊差也以
都闊差加於小頭闊則為大頭闊也

第四十五問

今有方田一段中心有方池水占之外計地一畝只云從外田東南隅至內池西南隅一十三步問內外田方各多少

答曰內池方七步 外田方一十七步

法曰立天元一為內池方以自乘倍之得元二加入見積得四二寄左又列至步自之得一百六十九步又倍之得三百三十八步與左相消得二。開平方得七步即內池方也池方自之加入



見積再開平方即外田方面也

依條段求之只據前式便是

更不須重畫也只是將見積打作四段小直田以池面為較以外田方面為和以斜至步為弦然此問惟是其池正在方田中心可依此法求之若稍有偏側則不能用也

舊術列去角步自乘為二位頭位減半

田積開平方見內池面下位加半田積
開平方見外田面也

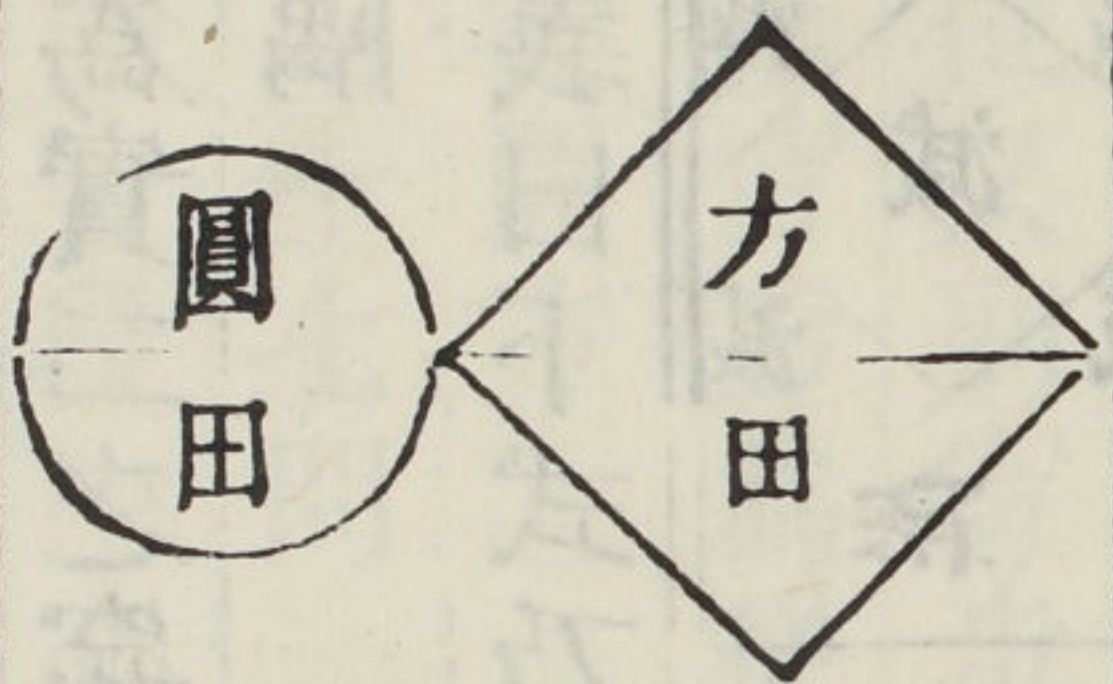
第四十六問

今有方圓田各一段共計積一百二十七步只
云其方面大如圓徑圓徑穿方斜共得二十
步問面徑各多少

答曰方面一十步 圓徑六步

法曰立天元一為圓徑減穿步得二
為方斜以自之得 一為方斜幕於

頭再置天元圓徑以自之又以一步四
分七釐乘之得 步為展起圓田也



併入頭位得 步為
展數如積一段寄左然後
列見積一百二十七步兩
度下加四 是兩度下加四止
六釐乘之也 以一步九分
六釐乘之者變方田為斜

也得二百四十八步九分二釐與左相
消得下式 開平方得六步即圓

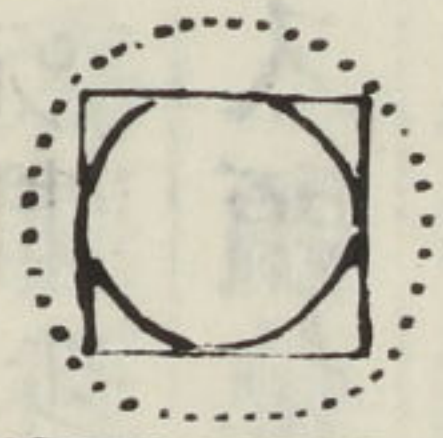
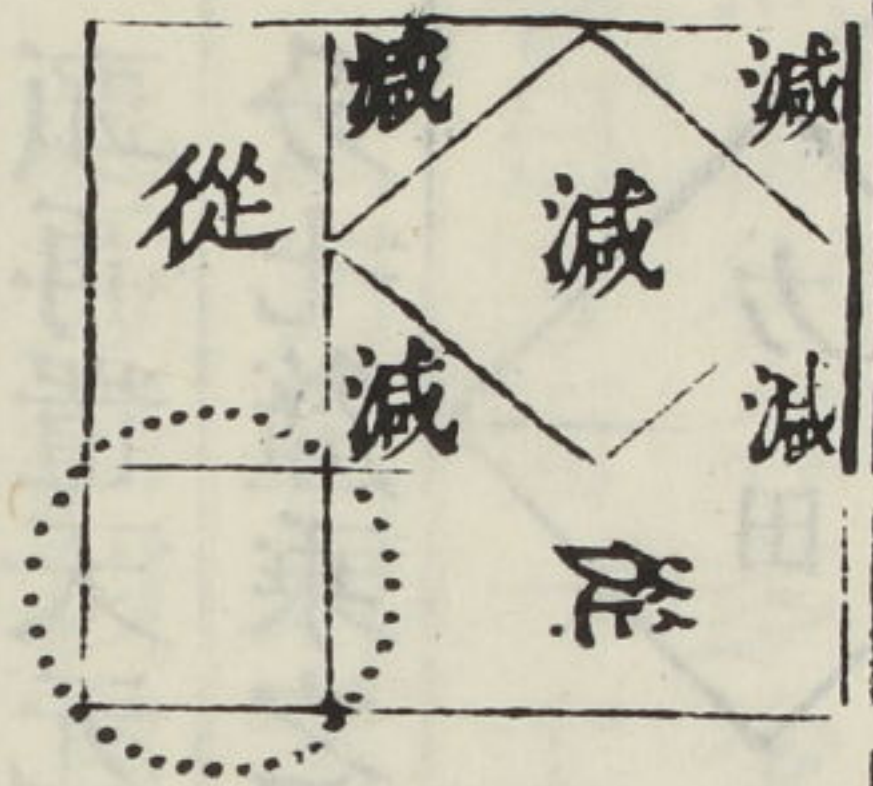
徑也以徑減穿步即方斜也

依條段求之穿步羈內減去展起見積

為實二之穿步為從二步四分七釐虛

隅

義曰下式乃展起之圓積也亦俱是減



數也此數該一
步四分七釐之
方又從步內疊
出一步虛隅計

得二步四分七釐常法也

舊術曰以一步九分六釐乘田積為頭

位又列穿步自乘內減去頭位餘為實

倍穿步為從廉常置二步四分七釐減

從開方

第四十七問

今有直田一段中心有小方池結角占之外計

地二千七十九步只云從田二頭至池角二

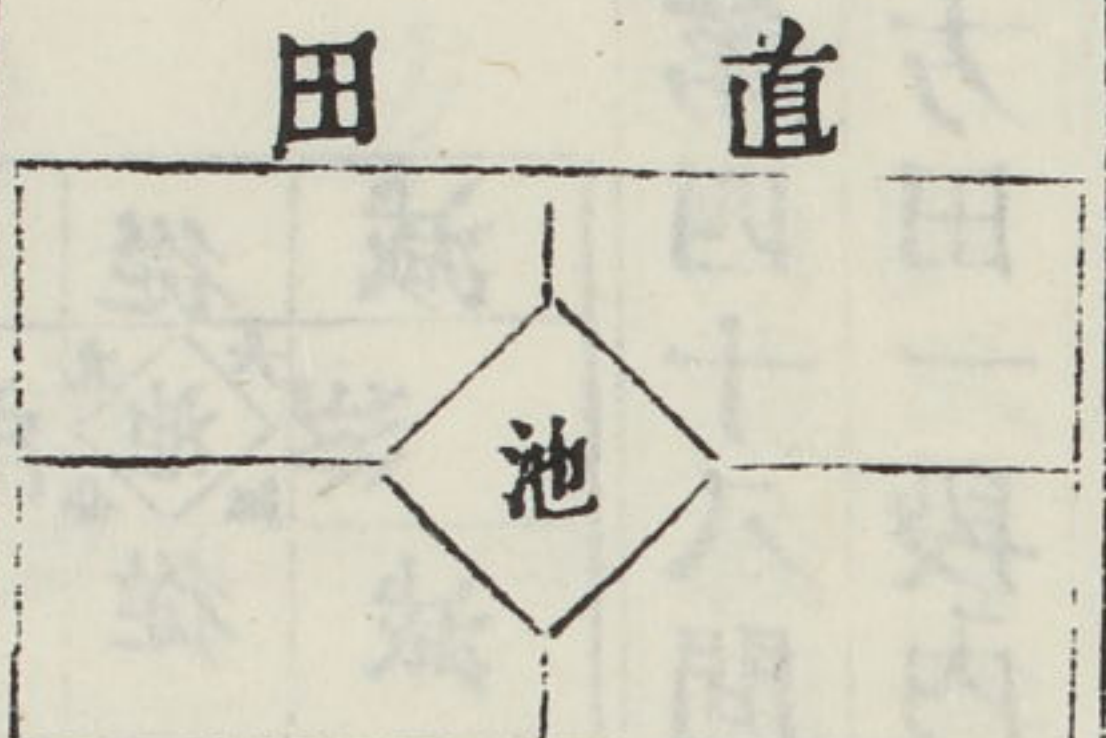
十一步半兩邊至池角七步半問三事各多

少

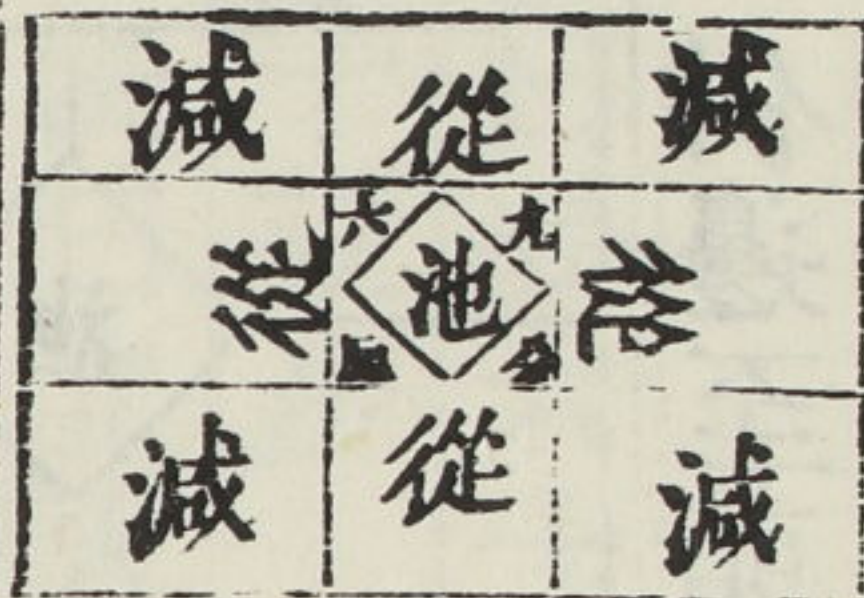
此答曰長六十四步闊三十六步池方

一十五步

法曰立天元一為內方面身外加四又
加二之頭至步四十三得三為田長
也又置池方面身外加四又加入二之
邊至步一十五得三為田闊也長闊
相乘得下式三為直田積於頭又
置天元池方面以自之得一為內方



池以減頭位得三為如積一段寄
左然後列見積二千七十九步與左相
消得三開平方得一十五步即內
池方面也方面外加四副二
位若加兩頭至池步見長若
加兩邊至池步即見闊也
依條段求之積步內減四段
邊至與頭至步相乘數為實
併邊至頭至步倍之又身外加四為從



九分六釐常法

義曰水池外有九分六釐常

法從步皆加四者蓋於斜上

求方面也

第四十八問

今有方田一段內有直池水占之外有地三百四十步只云其池廣不及長四步又云從田楞通池長一十五步問三事各多少

答曰田方二十步 內池長一十步 廣

六步

法曰立天元一為池長減於倍通步得

鏡案元本脫太 得字今增 三 卜為田方面以自之得

三 長 一 為田方積於頭再置天元池長

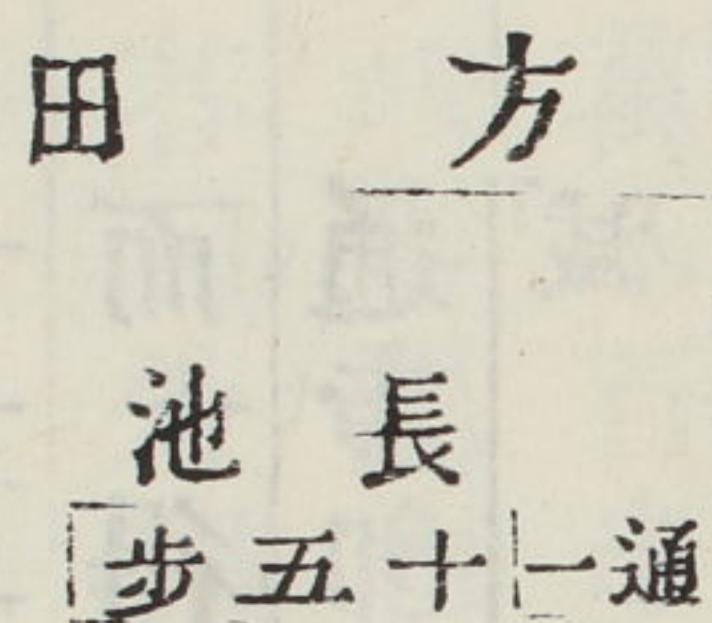
內減較四步得 鏡案元本脫 一 為池

開以天元乘之得 一

為直池積以減頭位得

三 一 為如積一段寄

左然後列直積三百四



十步與左相消得味下法上實如法而一得一十步即池長也以長減於倍通步即方田面也

減	減	減	減
去漏	去漏	去漏	去漏
二之通法	二之通法	二之通法	二之通法
來漏	來漏	來漏	來漏
依條段求之四段	依條段求之四段	依條段求之四段	依條段求之四段
通步算內減田積	通步算內減田積	通步算內減田積	通步算內減田積
為實四之通步內	為實四之通步內	為實四之通步內	為實四之通步內
減池較為法如法	減池較為法如法	減池較為法如法	減池較為法如法

得池長

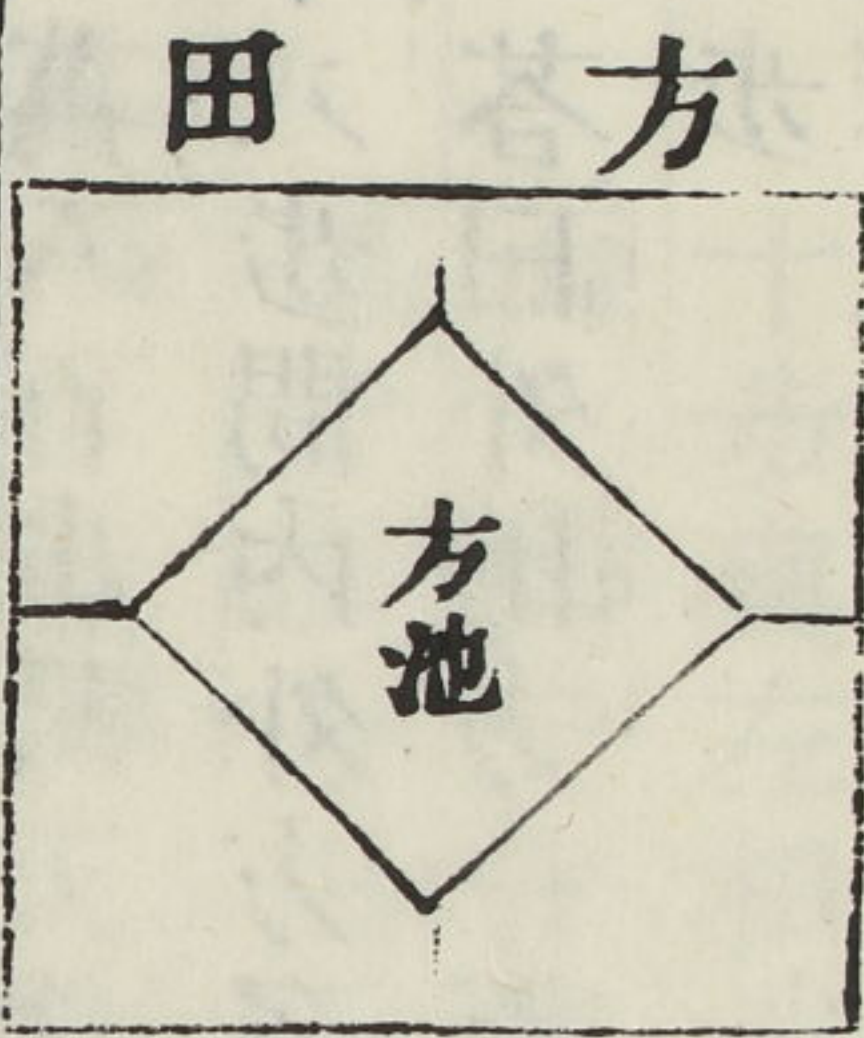
義曰四之通步為法內欠一个池長算

却用所漏之池補之猶差一池較為法合除之數也既於實積內虛了此數故作法時於四之通步內減去一數也

第四十九問

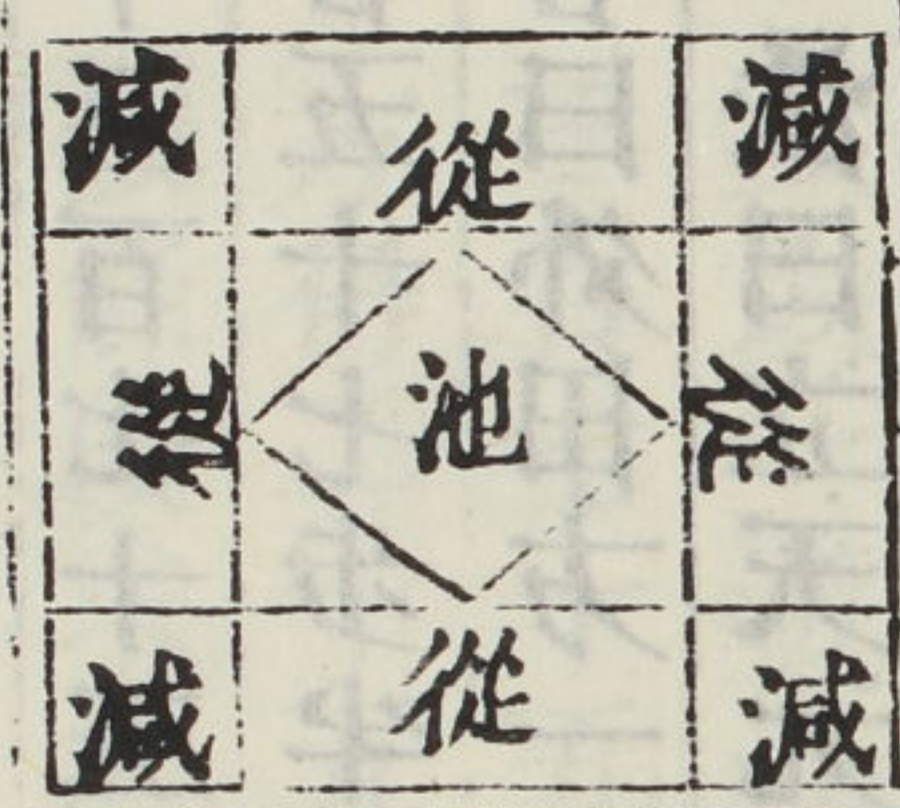
今有方田一段內有小方池結角占之外計地一萬八百步只云從外田楞至內池角各一十八步問內外方各多少

答曰外田方一百二十步 內池方六十步



法曰立天元一為內方面身外加四又加倍至步三十六得取_三為田方面以自乘得_{卅六}自為外方積於頭再置天元內方面以自之得_{卅一}為內池積也以減頭位得_卅為如積一段寄左然後列真積一萬八百步與左相消得_卅開平方得六十步為內池方面也內方面身

外加四又加倍至步即方面也依條段求之見積內減四段至步算為實四之至步身外加四為從九分六釐常法



義曰從步內加四者是於一个方面上求

第五十問

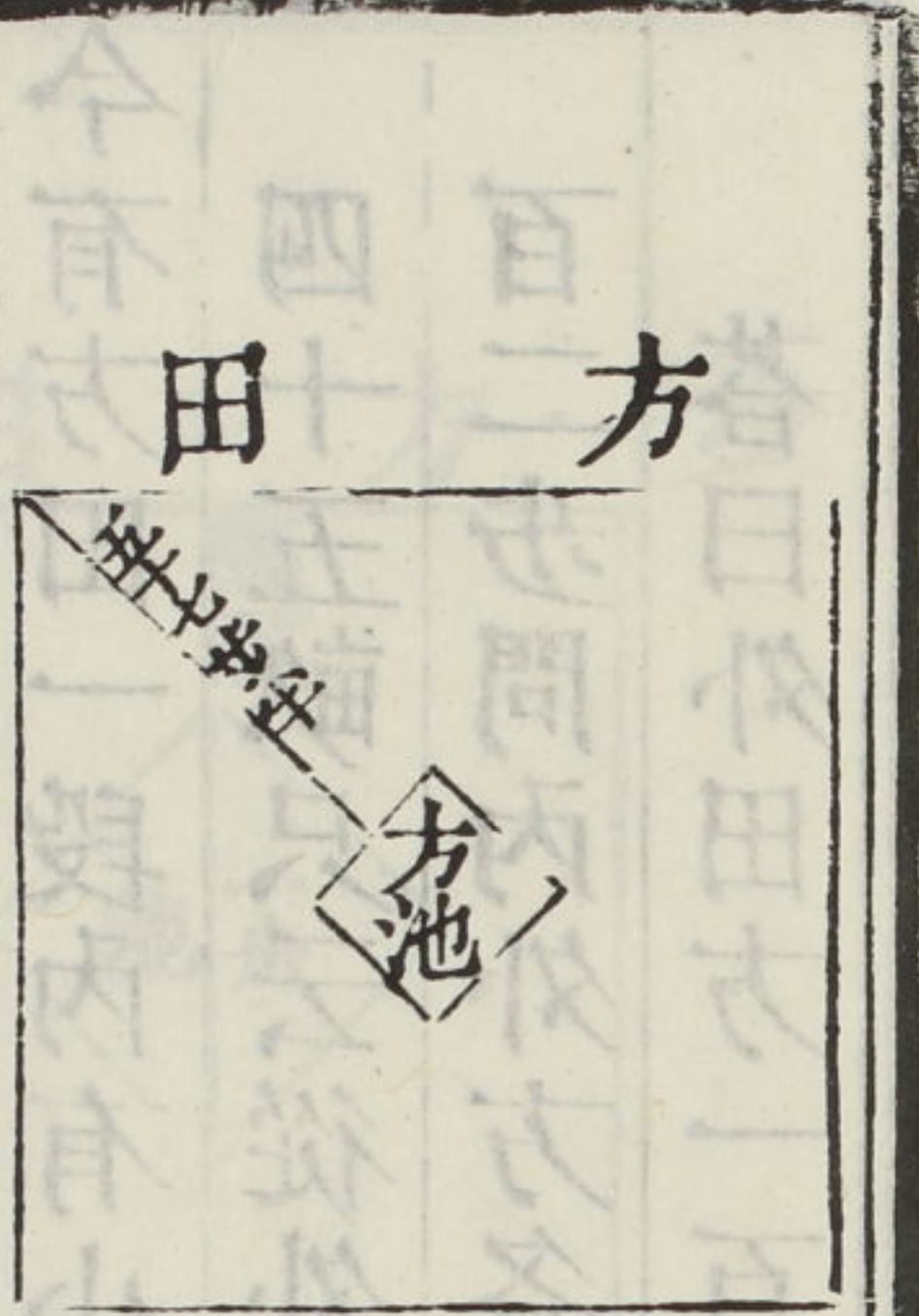
五十二

十六知不足齋叢書

今有方田一段內有小方池結角占之外計地
九千三百七十五步只云從外方角至內池
面各五十七步半問內外方各多少

答曰外田方一百步 內池方二十五步

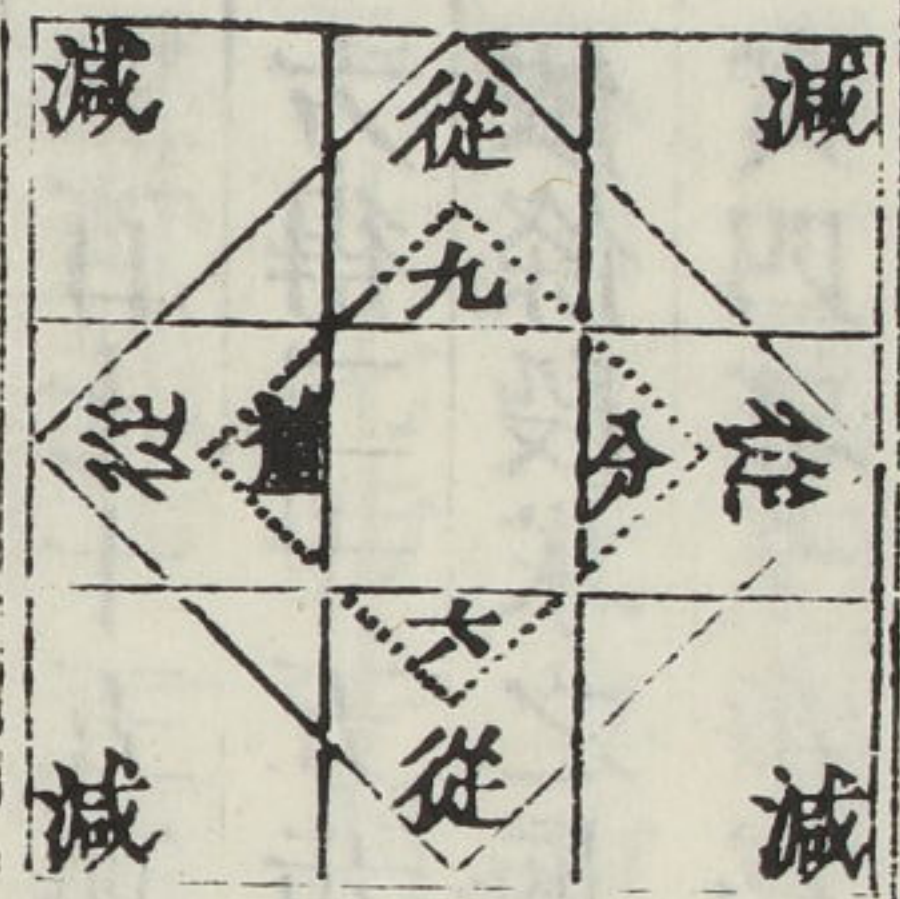
法曰立天元一為內方面加倍至步一
百一十五步得 |||| 為外田斜以自之
得 |||| 為所展方積於頭再置天元
內池面以自之得 ㄩ 為內池積又就
分以一步九分六釐乘之得下 ㄩ 自亦



為所展之池積也以減
頭位得 |||| 為一段
所展如積寄左然後列
真積九千三百七十五

步以一步九分六釐乘之得一萬八千
三百七十五與左相消得 |||| 開平
方得二十五步即內方面也

依條段求之展積內減四段至步羈為
實四之至步為從九分六釐虛常法



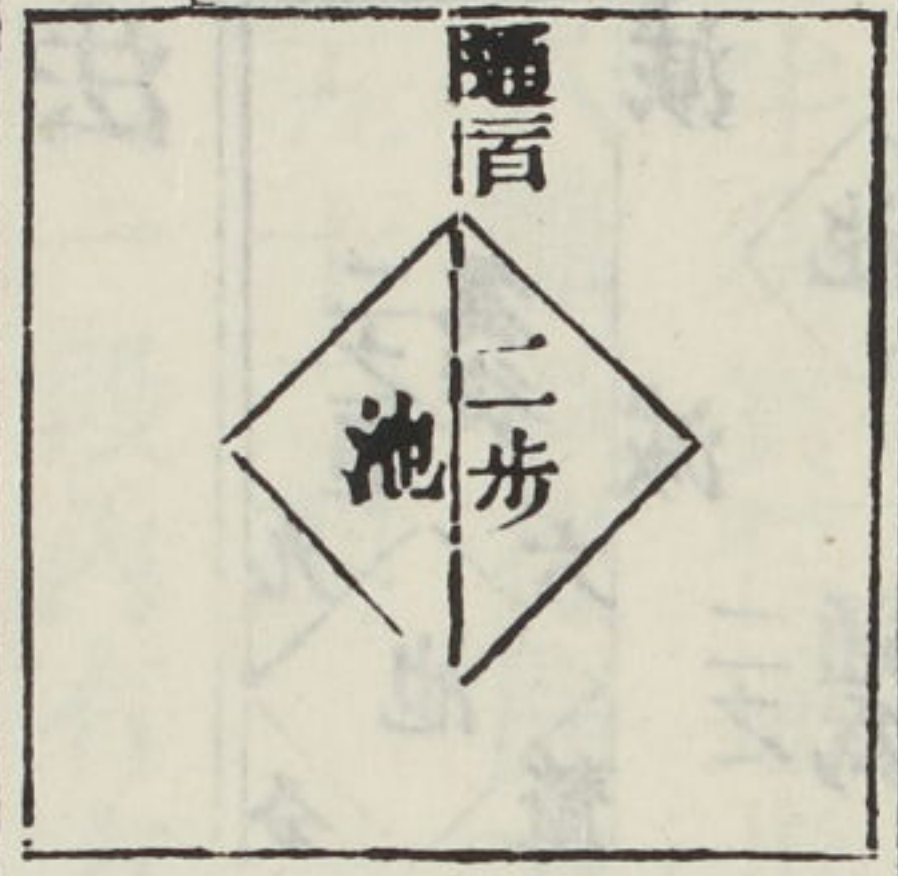
義曰展積時其池亦展得虛了九分六釐也

第五十一問

今有方田一段內有小方池結角占之外計地四十五畝只云從外田南邊斜通池北角一百二步問內外方各多少

答曰外田方一百二十步內池方六十

步方田

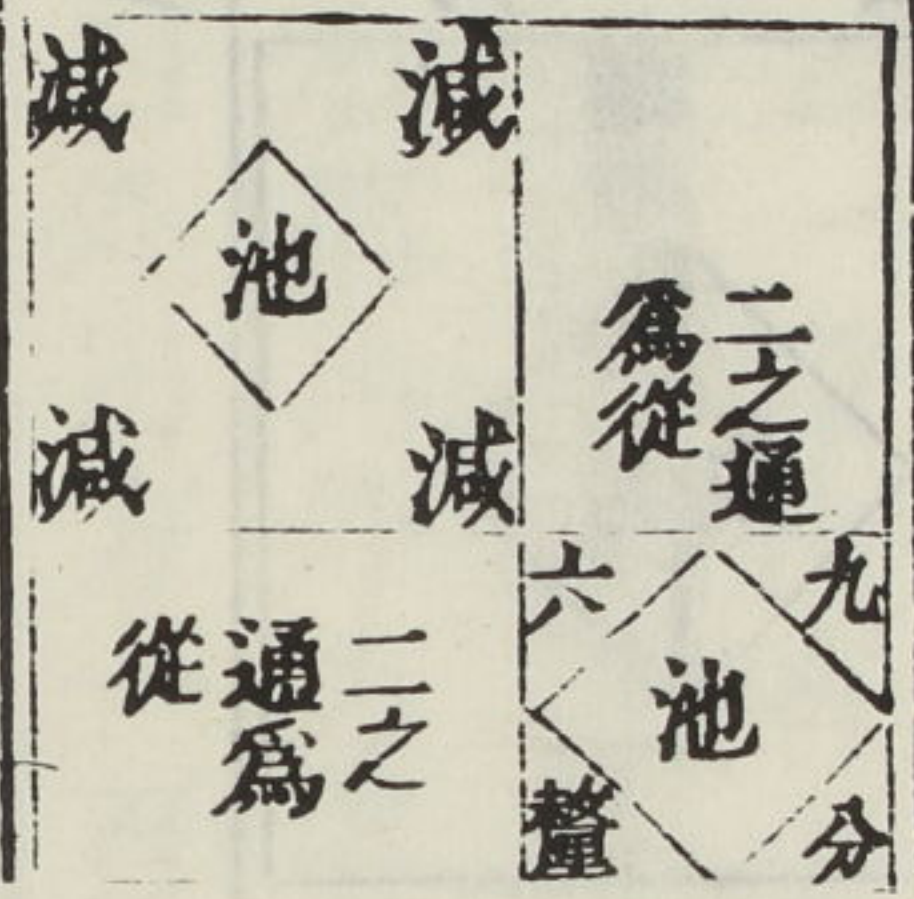


法曰立天元一為內方面身外加四為池斜以減於倍通步二百四步得 爲外方面以自

之得 為方田積於頭又置天元內池面以自之得下 為內方池也
以內方池減頭位得 為如積一段寄左然後列真積一萬八百步與左

相消得 60 平方開之得六十步為池方面也

依條段求之四段通步幕內減見積為實四之通步加四為從九分六釐虛隅法

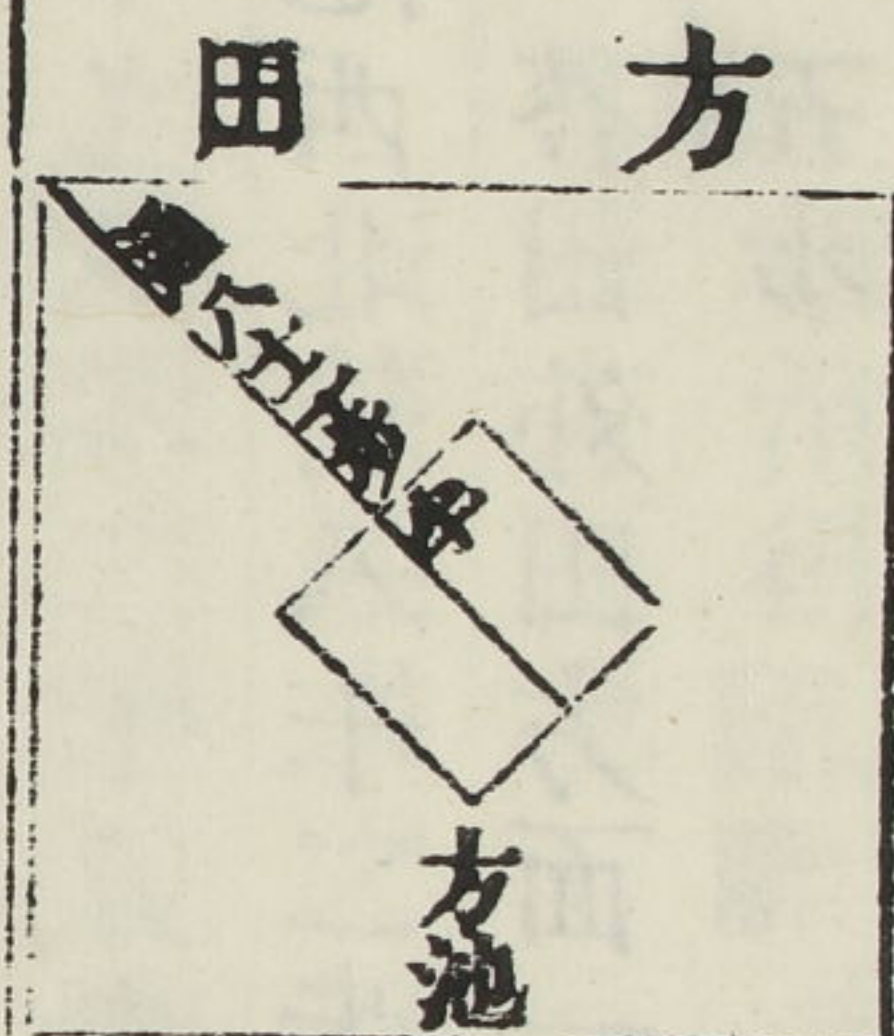


義曰從步身外加四者蓋是於池斜上求池面也

舊術曰倍通步自乘以田積減之餘折半為實倍通步加四為從廉常置四分八釐減從開方見內方面

第五十二問

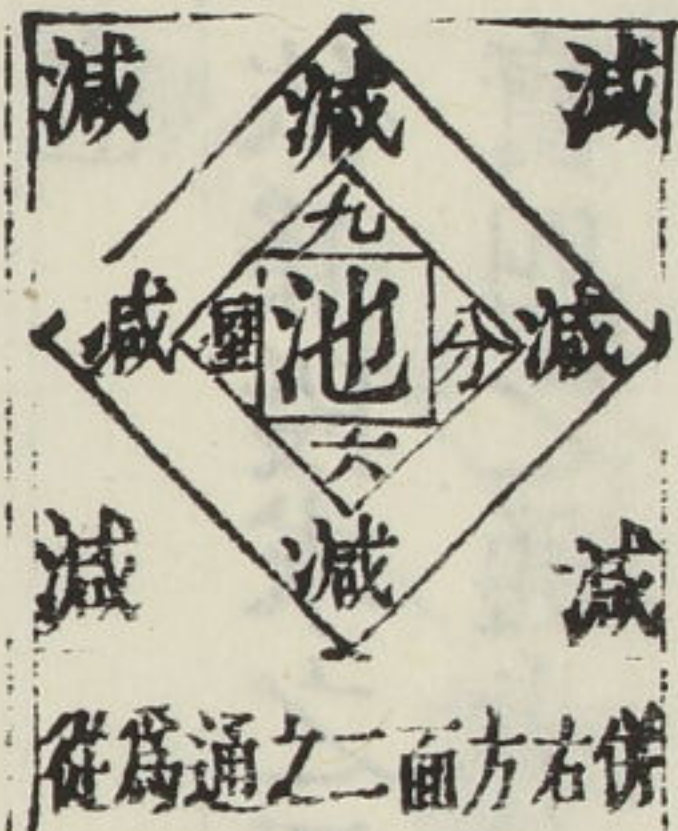
今有方田一段內有方池結角占之外計地三十九畝零一十五步只云從田東南角至內池西北面八十二步半問內外方面各多少
答曰外田方面一百步 內池方面二十五步



法曰立天元一為內方面減於倍通步一百六十五步得卅一為外田斜也以自之得卅一為所展外田積於頭再置天元池方面以自之為方池積又就分以一步九分六釐乘之得元旨為所展方池積也以減頭位得卅一為展起底如積一段寄左然後列真積三十九畝一十五步

通納得九千三百七十五步又就所展分母一步九分六釐乘之得一萬八千三百七十五步與左相消得卅一平方開之得二十五步即內池面也以池面減於倍通步又身外去四即外方面也
依條段求之四段通步羈內減展積為實四之通步為從九分六釐常法
義曰元以展積減四段通步羈時漏下

併方面三通羅



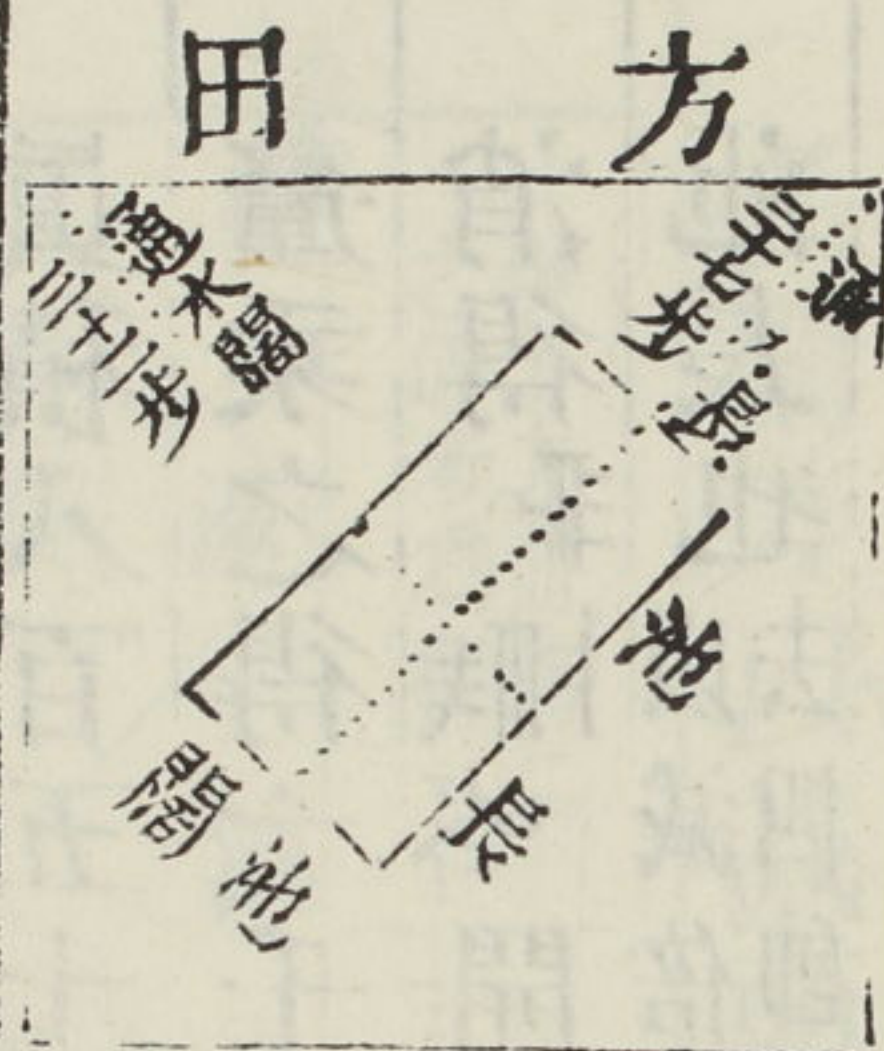
一步九分六釐池積今
來於從步內疊用了一
个方外剩九分六釐

第五十三問

今有方田一段內有直池結角占之外計地八
百五十步只云從田角通水長三十七步通
水闊三十二步問三事各數

答曰池長二十五步 闊一十五步 外

田方三十五步

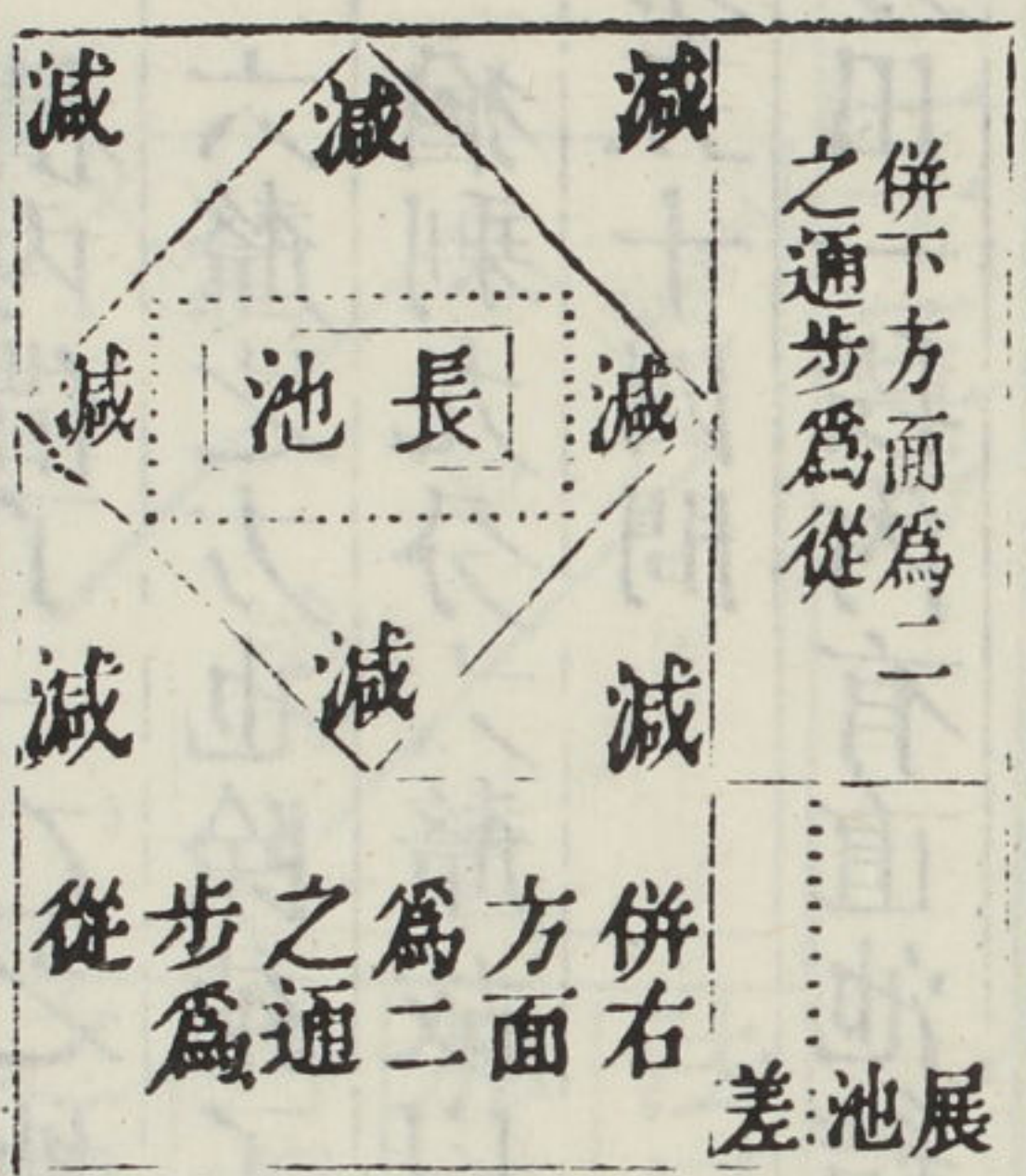


法曰立天元一爲內池
長減於倍通步七十四
步得卅一爲外田斜也
以自之得卅一爲所

展外田積於頭再置倍通長七十四步
內減倍通闊六十四步餘一十步乃池
長闊差也 或直以通長通闊相減餘再
置天元池長內減長闊差得卅一爲闊

也以天元長乘之得 ㄟ 一為直池積也
 又就分以一步九分六釐乘之得 ㄟ 步 ㄟ
 為展起底直池積也以減頭位得下式
 ㄟ 為所展如積一段寄左然後列
 真積八百五十步就分以一步九分六
 釐乘之得一千六百六十六步與左相
 消得 ㄟ 開平方得二十五步為內
 池長也以減倍通長步又身外
 去四即外田方面也
 依條段求之四段通長幕內減展積為

實四之通長於頭以一步九分六釐乘
 長闊差以減頭位為從九分六釐常法



甲 乙
 義曰據從步
 合用之積於
 疊起處少了
 一方今將減
 積時漏下所

展水池補了一甲之地若更得一乙之
 地則共補成一步九分六釐之方也案原

益古算段卷下

三知不足齋叢書

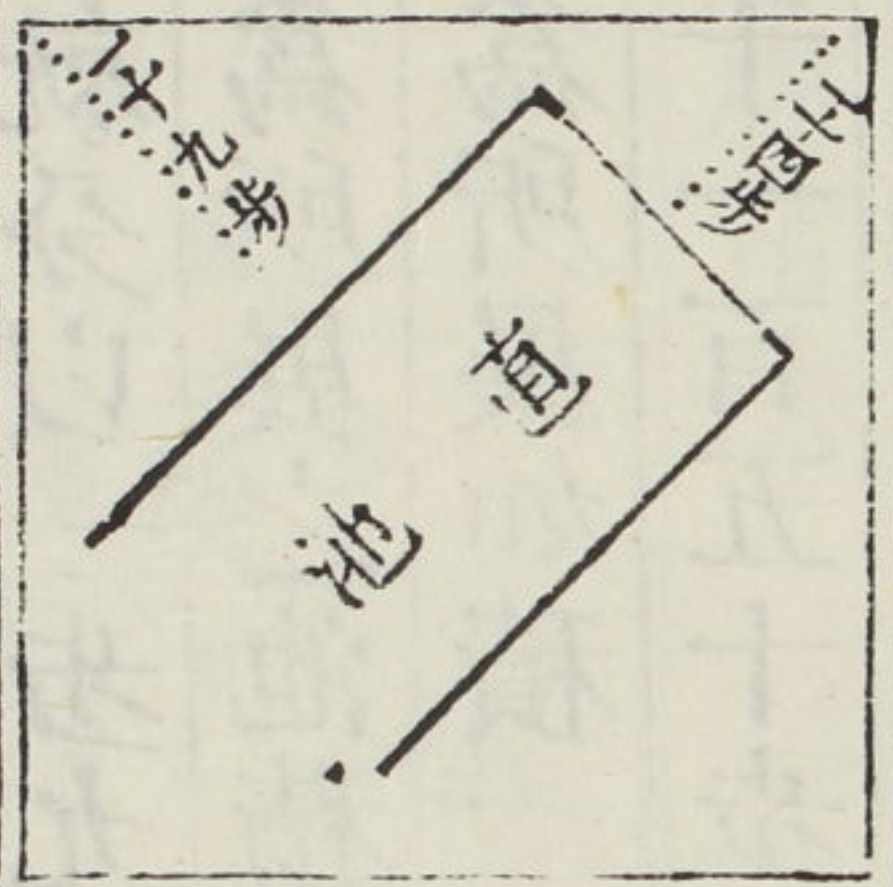
圖仍用正方今易為直方庶為簡明今不可補故於從步內減去所展差步便是於從法合用之積內借了一乙之地恰補就一步九分六釐之方也除補了疊起的一步方外猶剩九分六釐故以之為常法也

第五十四問

今有方田一段內有直池結角占之外計地一千一百五十步只云從田角至水兩頭各一十四步至水兩邊各一十九步問三事各多

少

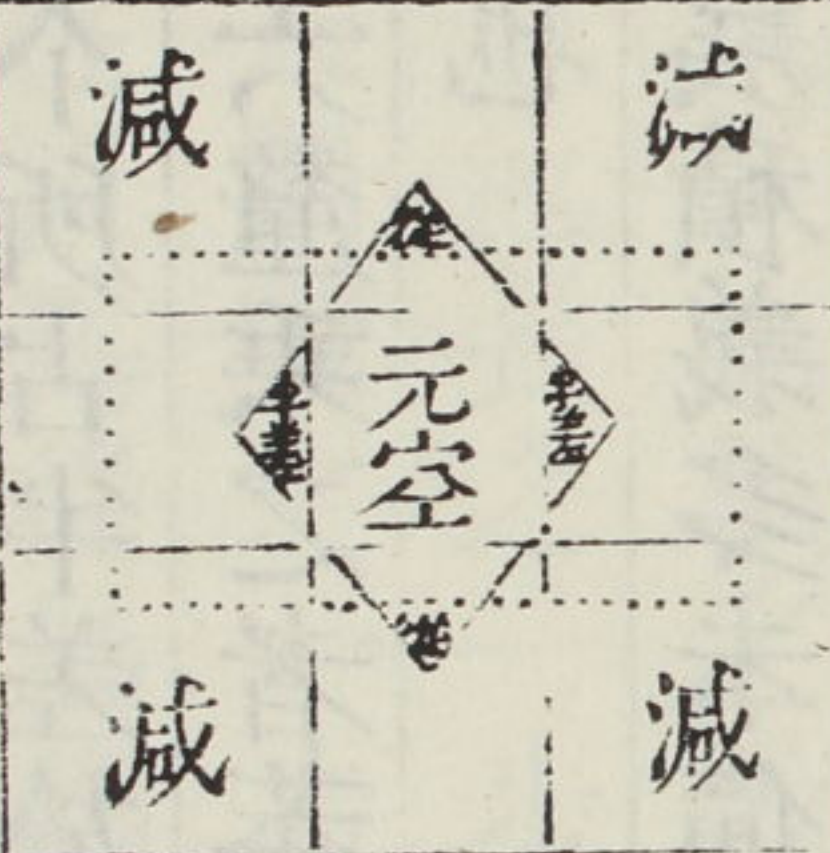
答曰方四十五步 池長三十五步 闊二十五步



法曰立天元一為池闊加二之邊至步三十八得三十一為外田以自之得二十一為所展外田積於頭二之邊至步內減二之頭至步餘一十步為池長闊差也再置天元

池闊加差一十步得一一為池長也用
 天元池闊乘之得一一為直池積也又
 就分以一步九分六釐乘之得一一步
 為所展之池積也以減頭位得一一步
 為所展如積一段寄左然後列真積一
 千一百五十步以一步九分六釐乘之
 得二千二百五十四步與左相消得
 開平方得二十五步為池闊也
又加二之邊至步又身
 外去四即外方面也

依條段求之展積內減四段邊至步
 為實四之邊至步於頭以一步九分六
 釐乘長闊差減頭位餘為從九分六釐
 虛常法

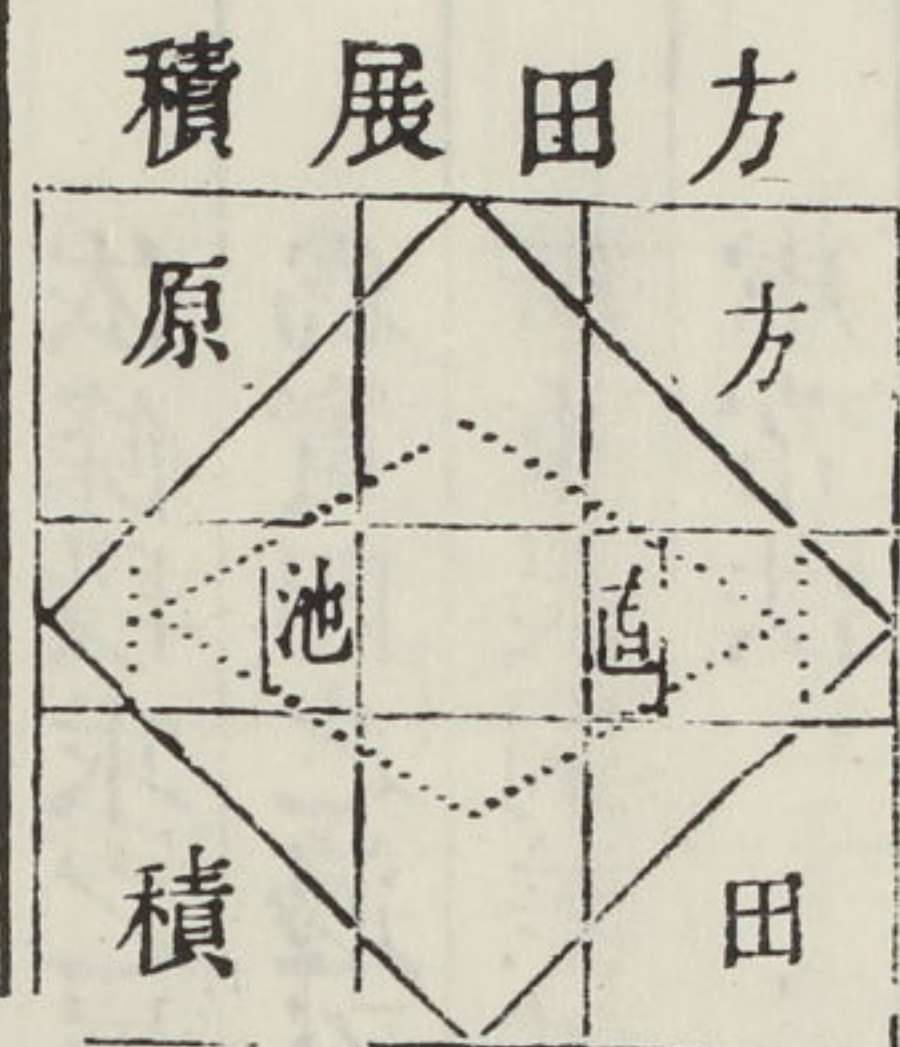


銳案此圖有脫誤義稱
 四段紅積亦未審何指
 闕疑可也

義曰所展池積內將四段紅案原圖應
 減者以紅

色別積恰補作九分六釐虛常法其兩個所占半差於減從時又以一步九分六釐乘之者蓋欲合身外加四所乘積也

案展積義多未備此條尤略今另具圖說



以詳之

義曰外四隅方所減之四至冪也中十字積為實則池闊為隅四之至

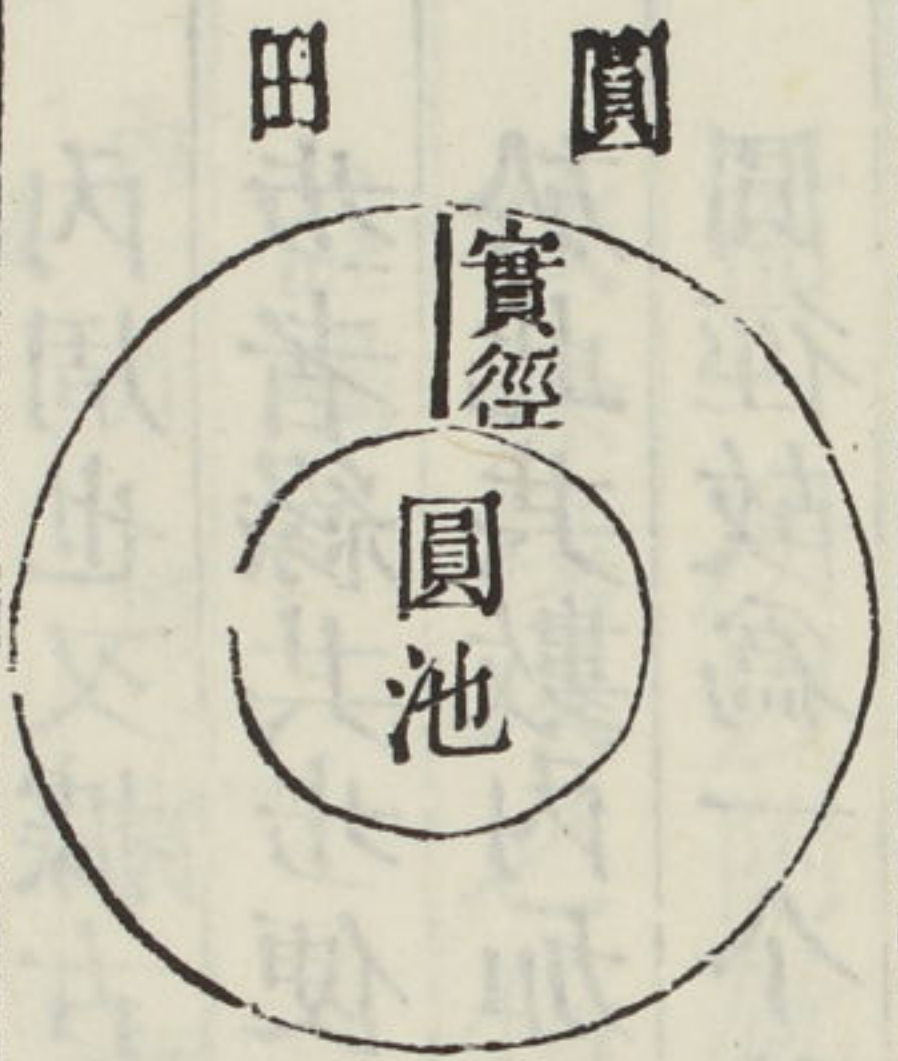
步為從也附直池外斜方展池積也平分上下二尖形附於左右二尖形外成一原池闊乘展池正長之直方展池正長為原池長之一步九分六釐十字積與展池積之較為實是前從隅內應少原池長之一步九分六釐又為少原池長闊較之一步九分六釐故展較減前從以為從展隅反減前隅為虛隅也

第五十五問

今有圓田一段內有圓池水占之外計地二十
 三畝一分只云內外周與實鏡案元本脫與實二字今增
 徑共相和得四百二十四步問內外周徑各
 多少 圓依密率

答曰外周二百八十六步 徑九十一步
 內周一百一十步 徑三十五步 實
 徑二十八步

法曰立天元一為實徑以減相和步四百
 二十四得卅六 卜為內外周共步用天元



實徑乘之得卅六 卜為如積兩段寄左然

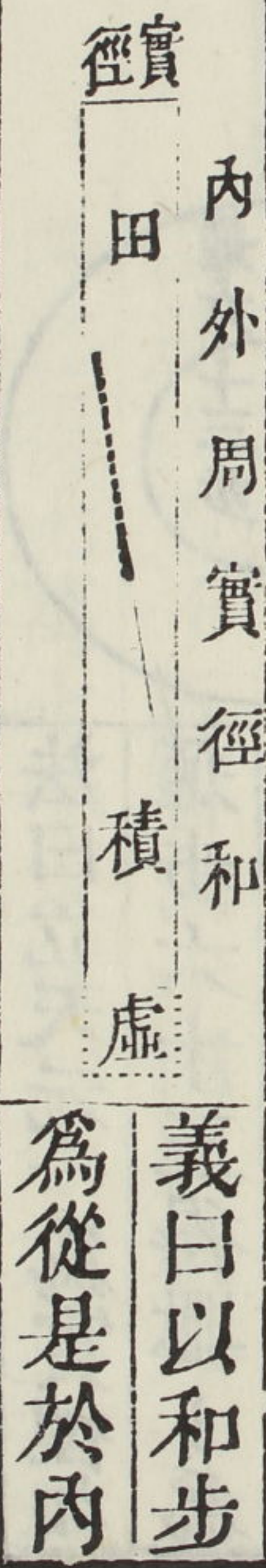
後列二之真積一萬一
 千八十八步與左相消
 得卅六 卜開平方得二
 十八步為實徑也以徑

步除田積於頭位又二十二乘徑步如
 七而一得數若加頭位即外周若減頭
 位即內周也

義曰以徑步除田積所得乃半內周半

外周共步也又據古率三个實徑即是
 半个外內周差步也緣此問係是密率
 故以二十二乘徑以七約之也既得半
 差以加共步即是外周以減共步即是
 內周也又據古率三之實徑以加減共
 步者緣共步便三空徑三實徑共數也
 於此共數內加三實徑則恰是三个大
 圓徑故爲一个外周也若共數內減去
 三實徑則正有三个小圓徑故爲一个

內周也今是密率故先以二十二之七
 而一所以附就此數以求內外周也
 依條段求之倍積步爲實和步爲從一
 益隅



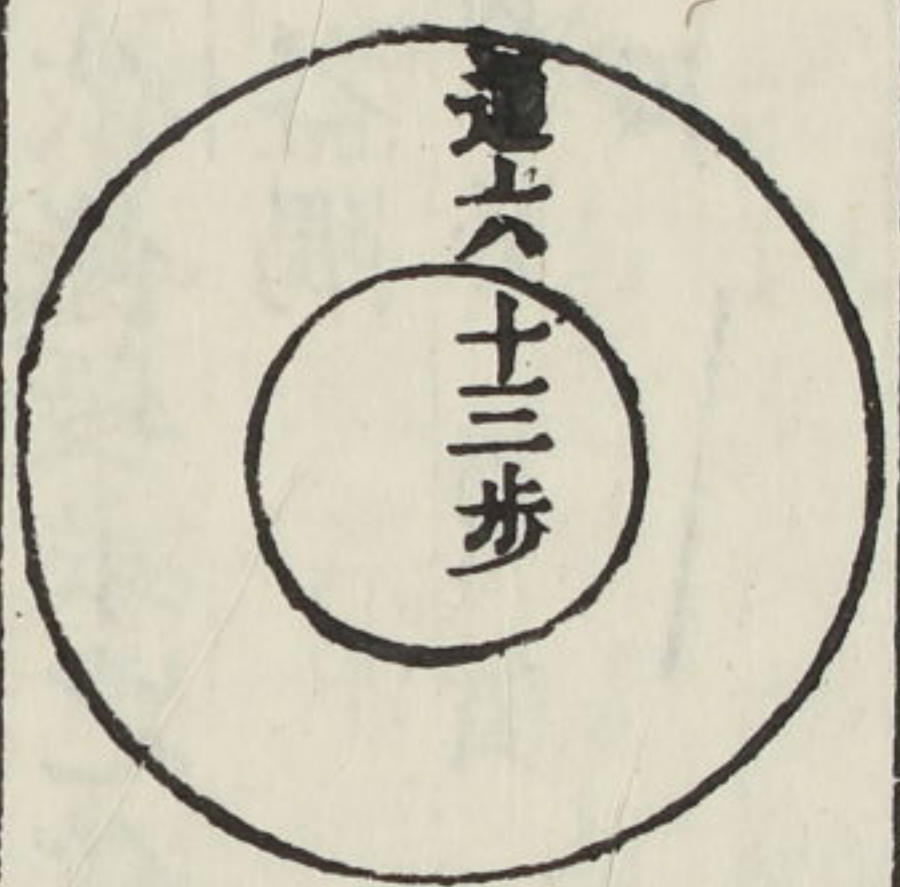
外周數外又引出一步虛常法也

第五十六問

今有圓田一段內有圓池水占之外計地二十

三畝一分只云從外田通內池徑六十三步
問同前

答同前



法曰立天元一為實徑加
通步六十三得卅一為
外田徑以自之得下
卅一為外圓徑冪又
十一之得下式卅一為十四段外圓
積於頭再置天元實徑以減通步得卅一

為內圓徑以自之得卅一為內圓
冪又十一之得卅一為十四段內圓
積也以減頭位得下式卅一步為十四段
如積寄左然後列真積二十三畝一分
法通得五千五百四十四又就分一十
四之得七萬七千六百一十六與左相
消得卅一下法上實如法而一得二十
八步為實徑也以實徑加通步即外徑
若減通步即內池徑也

依條段求之十四之積為實四十四之
通步為法求得實徑

此十四個真積便是實徑為平
七個內外周為長一段直田也

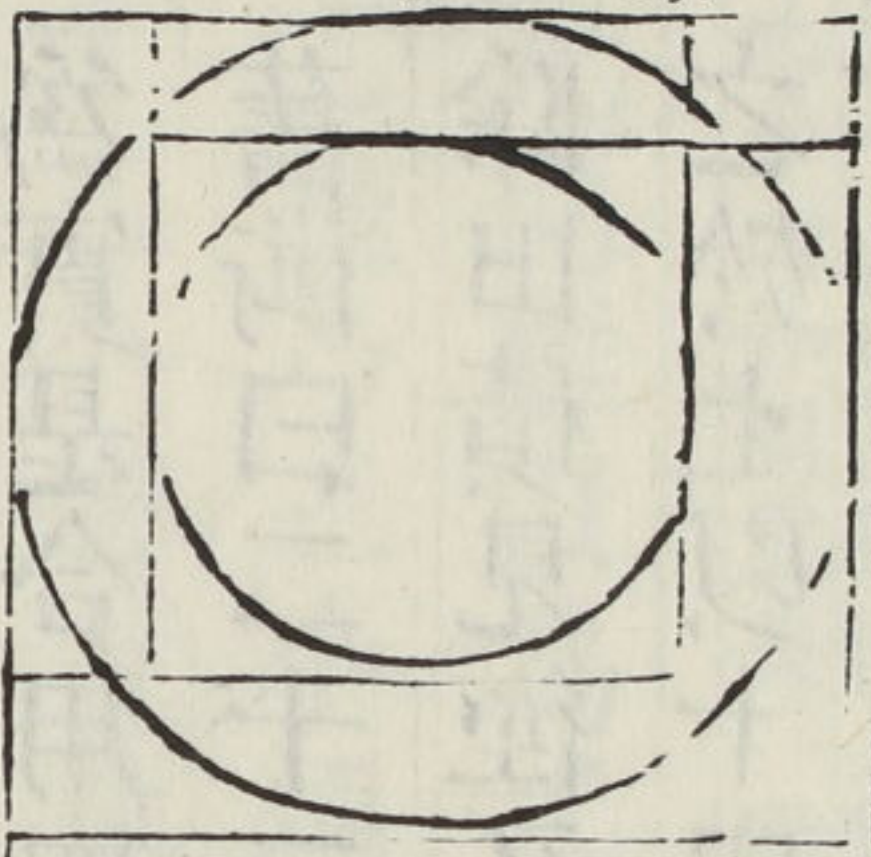
此問難以為式強立此式以推之每積
之長乃三個通步今十四之積合以四
十二個通步除之今用四十四之通步
為法者緣密率之周稍多於古率之周
也假令古率七個積即合用二十一個

通步為法若依密率七個積即合用二
十二個通步為法此問乃併十四之積
為實是合用四十四個通步為法也
舊術曰二十二之通步如七而一為法
除田積見徑又法併通步自之又十一
之於上以十四之積減上餘為實四十
四之通步為法見池徑

案條段皆於立天元一內取出而於方
圓變積之義或未暇深思故謂難以為

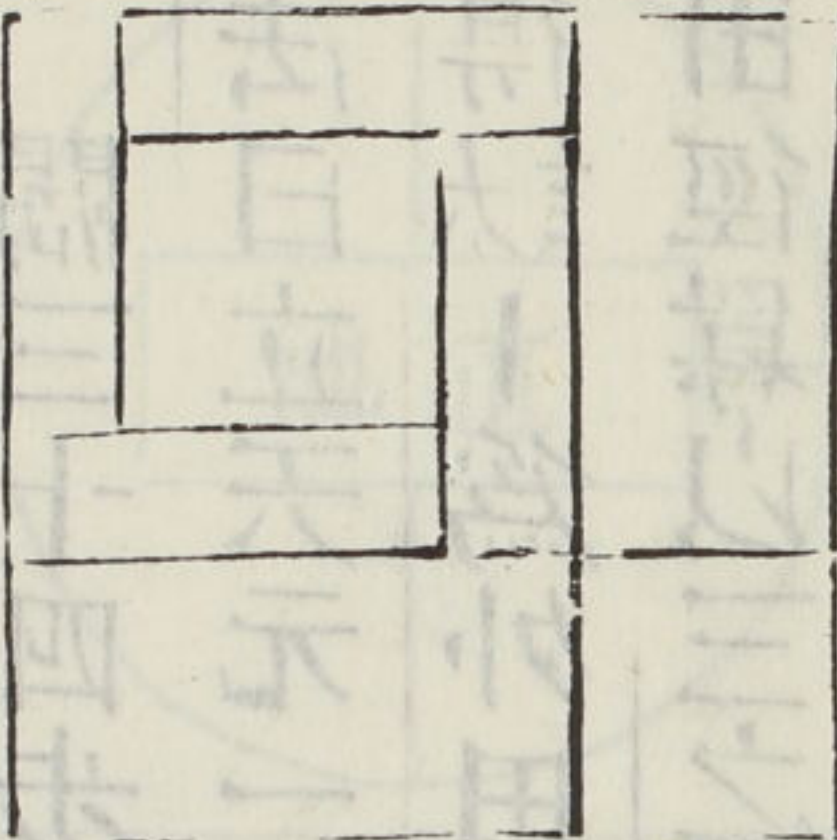
式若以方環圓環解之固易耳今增
一圖義於後而舊術又法先求他徑更
可互相發明因竝附焉

條段圖



義曰圓累率十一方累
率十四以十四乘圓環
積便為十一方環積每
環為實徑乘通步之直
方四故以十一方環積為實四十四通
步為法即得實徑也

舊術又法圖



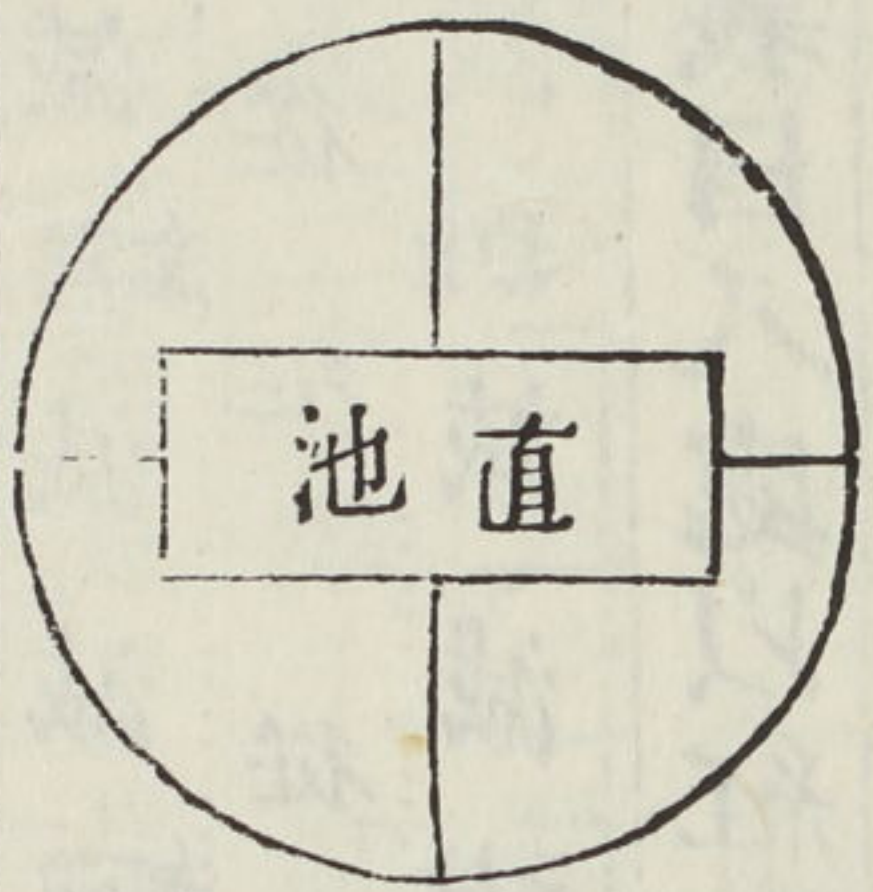
義曰倍通步即大小徑
併其幕內有大小徑累
各一大小徑相乘直方
二內減圓環積所變之
方環積餘小徑幕二大小徑相乘之直
方二又為小徑乘大小徑併之直方二
又為小徑乘通步之直方四故以十一
倍之積較為實四十四之通步為法即
得小徑也

第五十七問

今有圓田一段內有直池水占之外計地八千七百四十四步只云兩頭至田楞各二十一
步兩畔至田楞各四十五步問三事各數
答曰田徑一百二十四步 池長八十二
步 闊三十四步

法曰立天元一為池闊加二之畔至步
得法一為外田徑以自之得法一為
田徑尋以三之待

圓田



積於頭二至步相減餘
二十四步又倍之得四
十八步為池長闊差也
再立天元池闊加差得

法一為池長以天元闊乘之得法一為
池積又就分四之得法三為四段直池
積以減頭位得法一為如積四段寄
左然後列真積八千七百四十四步就
分四之得三萬四千九百七十六步減

卷之五

頭位鏡案此減頭位三字當作與左相消得五字卅一平

方開之得三十四步為池闊也

依條段求之四之見積內減十二段畔

至步冪為實十二之畔至步內減四個

長闊差餘為從一步虛常法

減紅減紅減紅減紅減紅減紅減紅減紅

從紅從紅從紅從紅從紅從紅從紅從紅

減紅減紅減紅減紅減紅減紅減紅減紅

義曰八處以紅誌之者鏡案今以紅字誌之共是

從內所減之數也

舊術曰四之積步於上又倍一畔步自

乘三之減上餘為實又併一頭一半步

六之內減了長闊之差餘為從廉常置

一步減從開方見池闊也

第五十八問

今有圓田一段內有直池水占之外計地一千

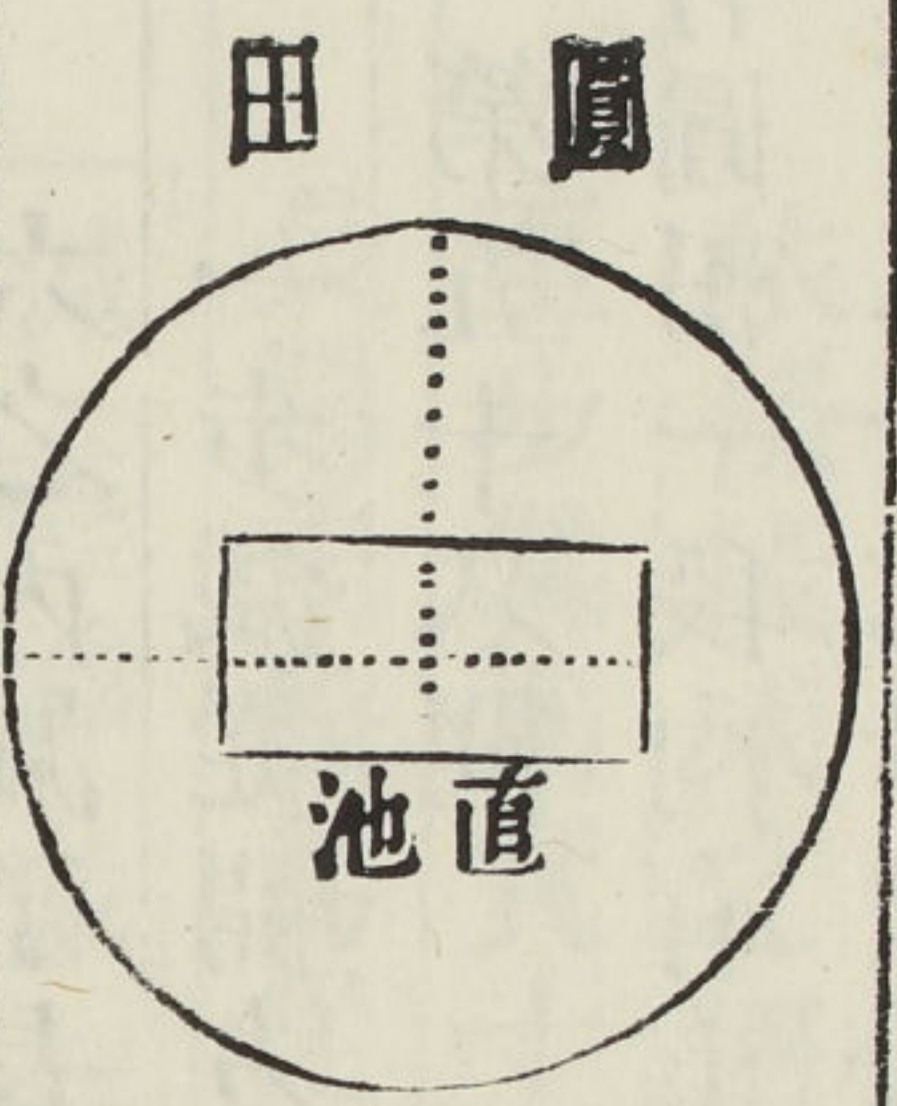
五百八十七步只云從田楞通池長四十二

步通池闊三十七步問三事各數

益古演段卷下

至知不足齋叢書

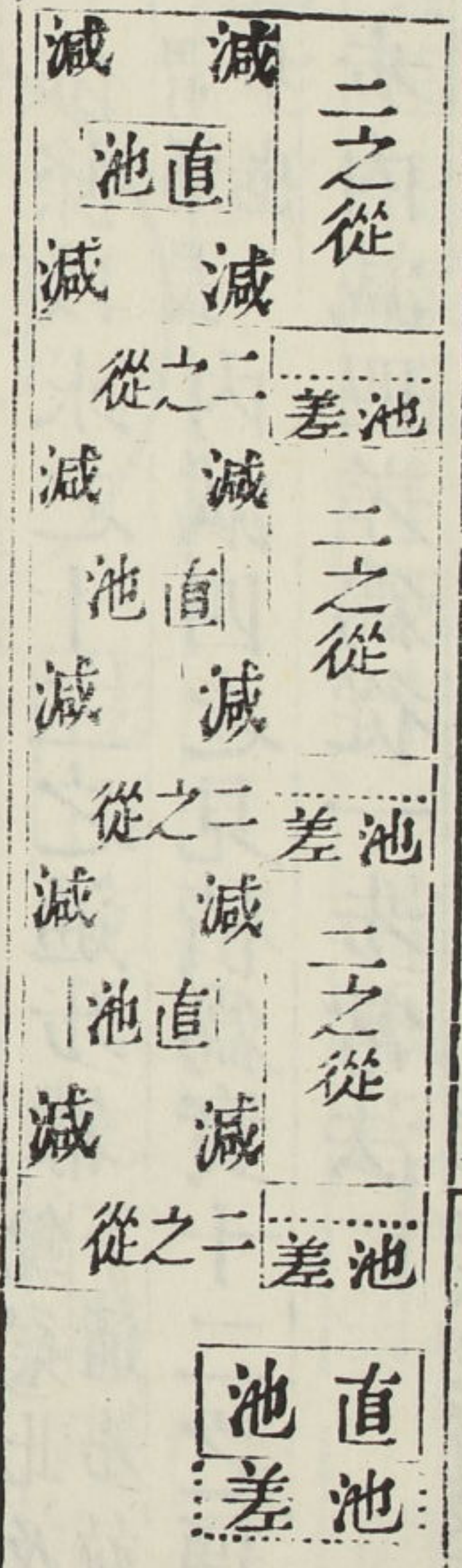
答曰田徑五十四步 池長三十步 開
二十步



以三之得 $卅三$ 為四段圓 $卅三$ 再
立天元一為池長內減長開差得 $卅一$
為池闊以天元一乘之得 $卅一$

法曰立天元一為內池
長以減倍通 $卅一$ 四
步得 $卅一$ 為田徑自
之得 $卅一$ 為 $卅一$ 乘

四之得 $卅三$ 為四段池積 求長開差
倍通開 以減頭位得下式 $卅三$ 為四
段如積寄左然後列四之真積六千三
百四十八步與左相消得 $卅三$ 開平
方得三十步為內池長也以長減倍通
長即田徑也
依條段求之十二之通步羈 銳案此及
謂通長 內減四之見積為實十二之通
步內減四差為從一步常法



義曰十二之從步內減去了三個差又
 以三個漏下池積補了疊起底三個虛
 方外猶剩一池更用一差減從併上所
 剩之一池恰補成一步常法也

第五十九問

今有二方夾一圓失却圓水占外有田積一十

一畝五分五釐其方圓相去重重徑等問方

圓各多少

答曰內方面二十二步 圓徑三十六步
 外方面六十步

方田



法曰立天元一為等數

五之得 卍 為外方面自

之得 ㄣ 為外方積於

頭一 銳案此及下文次

欲區別頭位次位故作一畫以次立天
 截之展轉傳寫乃誤為一字目次立天

益古演段卷下

三函知不足齋叢書

元一為等數以三之得阮為中圓徑以
 自之得阮 卍為圓徑冪又三之四而一
 得阮 卍為池積以減頭位得阮 卍為外
 田積內減了中圓積之數於次位一再
 立天元等數便為內方面以自之得阮 卍
 為內方積却加入次位得下卍步 為如
 積一段寄左然後列真積一十一畝五
 分五釐以畝法通得二千七百七十二
 步與左相消得卍 卍步下法上實如左

而一得一百四十四步再開平方得一
 十二步為等數也 銳案此下法乃至
 實所得須再開方若以此下法為常法
 無從開平方則徑得等數矣下問於此
 便是內方面也三之為中圓徑五之為
 外方面 此問更無條段舊法以十九
 步二分半除積步得內方冪只是以一
 步推之也假令內方一步則圓徑三步
 外方面五步也於外方積二十五步之
 內減了中圓積六步七分半却加入內

方積一步計得十九步二分半也

第六十問

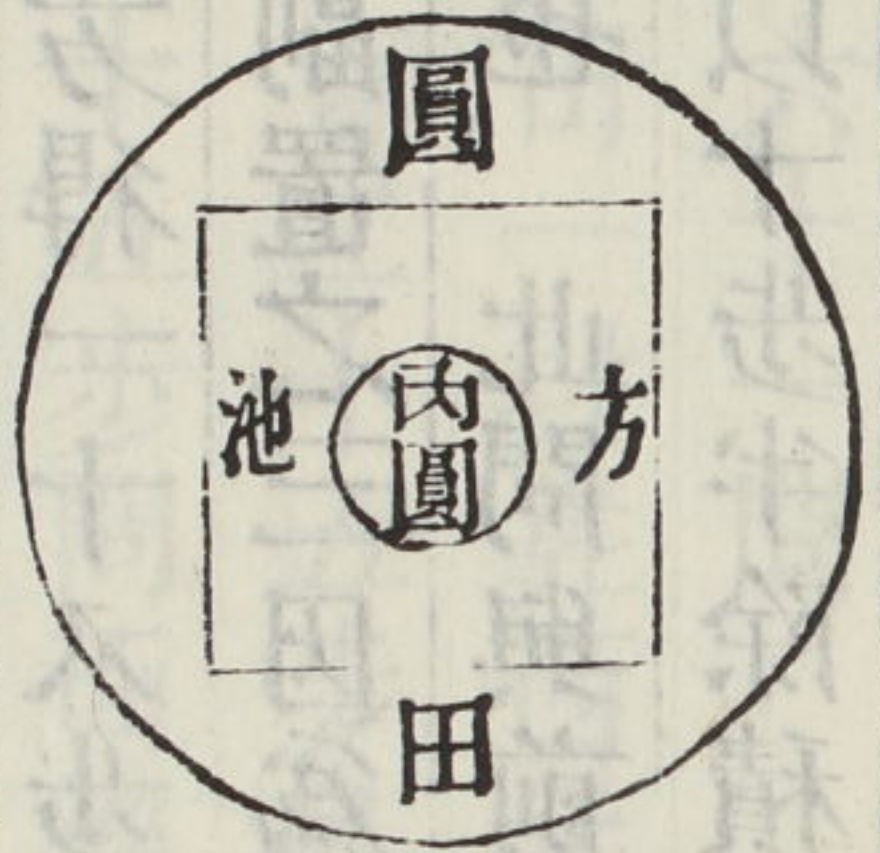
今有二圓夾一方失却中方水占外有田積一十四畝一分七釐半其方圓相去重重徑等問方圓各幾何

答曰內圓徑一十八步 方面五十四步

外圓徑九十步

法曰立天元一為等數以五之為外圓徑以自之得ㄩ為外徑冪又三之四

而一得ㄩ步為外田積於頭再立天元等數以三之為中方面又自之得ㄩ



為中方冪以減頭位得ㄩ為外圓積內減了中方冪之數於次位又置天元等數便為內圓

徑以自之得ㄩ為內徑冪又三之四而一得ㄩ為內圓積也却加入頭位得ㄩ為如積一段寄左然後列真積

一十四畝一分七釐半以畝法通得三
千四百二步與左相消得二下法上
實如法而一得三百二十四步再開平
方得一十八步為等數便是內圓徑也
副置之三因為中方面五因為外圓徑
也 此問與前問意同更無條段舊法
以十步半除積步得內徑亦只是以
一步推之假令內圓徑一步則是中方
面三步外圓徑五步先置外圓積一十

八步七分半內減了中方積九步却加
內圓積七分半共得一十步半也

第六十一問

今有方田一段靠西北隅有圓池水占之外計
地九百二十五步只云從外田東南隅至池
楞二十五步問面徑各多少

答曰外田方面三十五步 內池徑二十
步

法曰立天元一為內池徑身外加二得

既步為池東南楞至田西北角也又加斜至步二十五步得卅七為外田斜以

方田



自之得卅七為田斜
冪於頭再立天元圓徑
以自之為冪又以一步
四分七釐乘之得元卅

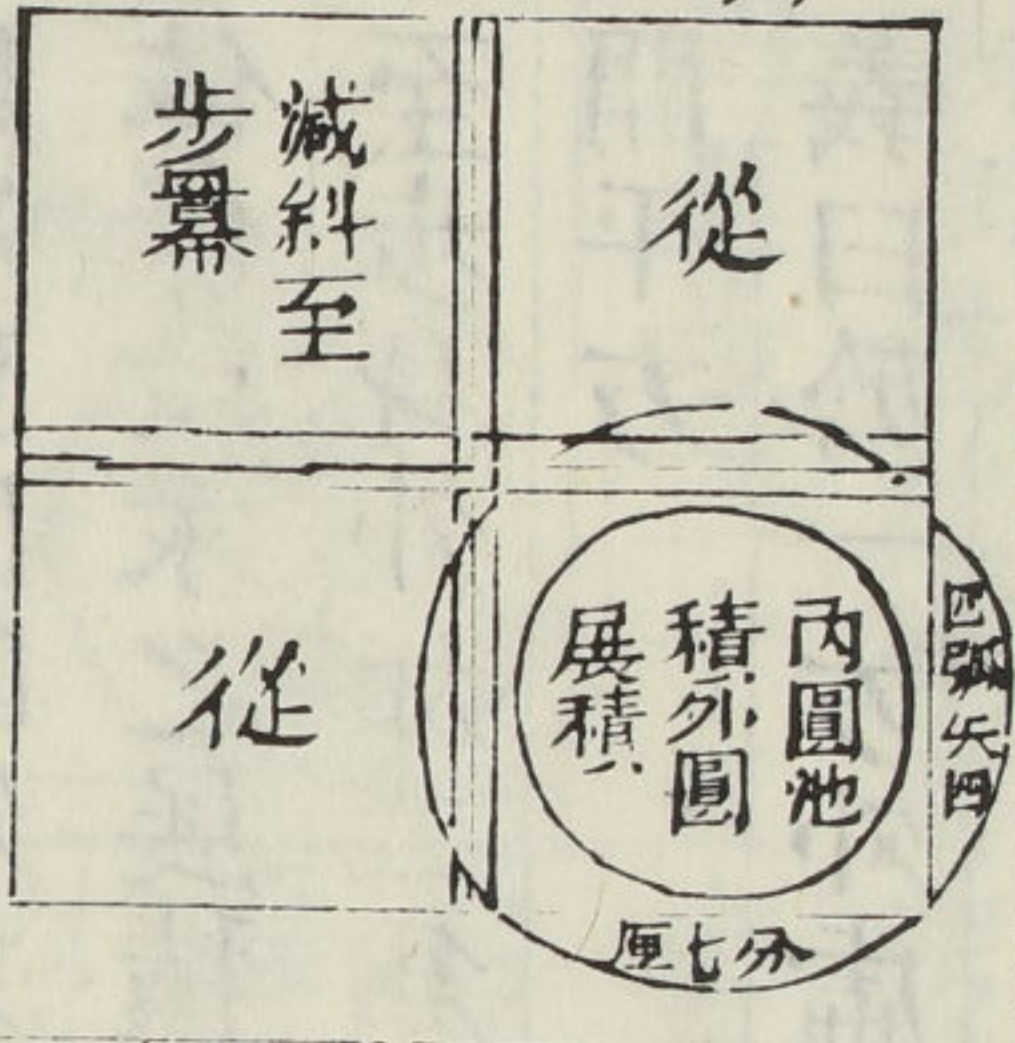
為所展圓池積以減頭位得卅七為
所展如積一段寄左
初立天元身外加
二係以方求半方半斜和之數也
然後

直積九百二十五步就分以一步九
分六釐乘之得一千八百一十三步與
左相消得卅七平方開得二十步為
池徑也池徑外加二又添八斜至步却
身外除四即外方面也

依條段求之展積內減斜至冪為實倍
至步身外加二為從三釐虛常法減從
開平方

義曰於一方外虛了四分七釐從上帶

田斜幕



長十分圓徑之一為闊每釐為十分圓
徑之一之自乘幕兩個從步上所帶之
四分每分以圓徑為長以十分至步之
一為闊與所虛之分不相等從上本不
得有乘起之四釐即使有之其每釐亦
並為十分至步之一之自乘幕與所虛
之釐亦不相等分釐既不相等即不得
以從上所加之數消去所虛之數也從

了四分外虛七釐又

於從上乘起四釐外

猶虛三釐故以三釐

為常法（統案此文有舛誤蓋展池

一方外所虛之四分

七釐每分以圓徑為

為闊每釐為十分圓

徑之一之自乘幕兩

個從步上所帶之

上所以加二者緣田斜幕內減去至
幕又少卻一步四分四釐一個虛方
有圓徑加二乘至步底二段直積
積與至步加二乘圓徑底二段直積
今求圓徑故倍至步加二為從非因
卻四分四釐乃有所加也三釐為虛
法者展池應虛一步四分四釐猶虛
虛方止有一步四分四釐猶虛三釐
以為虛常法亦非因加入四此圖內二
分四釐乃只虛得三釐也

圖分合畫作極細形狀與四分七釐外圓

邊正自相應今不應者但二分差闊耳

所以畫作差闊之狀者正欲易辯二分

之數也

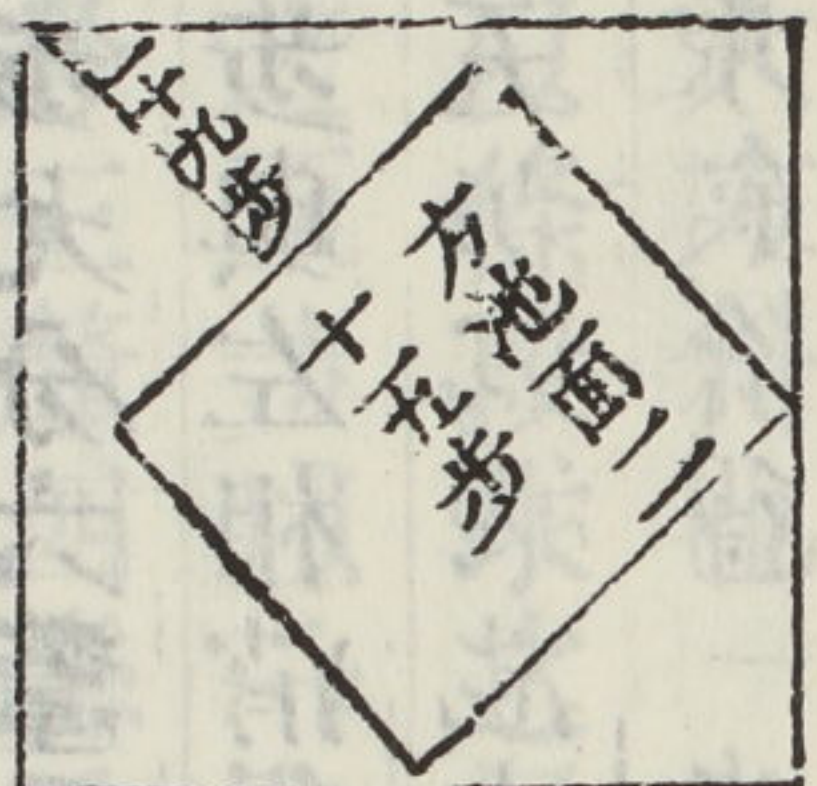
案原圖式有附斜至冪外磬折形無附池徑冪外磬折形且二形相離皆傳本之誤也故義中所論亦不知其何指今訂補此圖二分不必加闊未嘗不易辨也

第六十二問

今有方田一段靠西北隅有方池結角占之外計地四畝一十五步只云從外田東南隅斜至水方面一十九步問內外各多少

外方面四十步 內方面二十五步

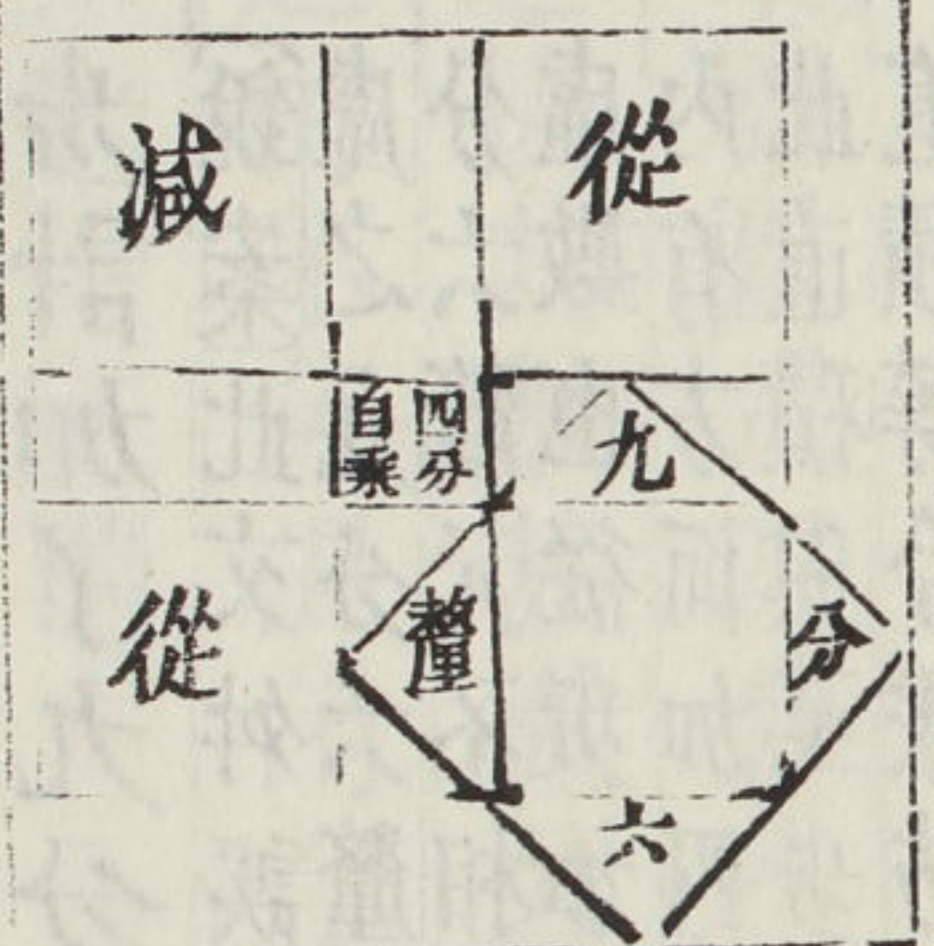
法曰立天元一為池方面身外加四八



又加入斜至步一十九步
 得畝卽為外田斜也先將池斜變為方故加四後又將池方變為斜復合加四兩度加四於一步上合得一步九分六釐今求一半故身外止加四八也
案方一步求斜身外加四又以斜為方求斜再身外加四
原方求再斜為身外加九六今求半方半再斜之和數故加四八也
 之得畝卽為外田斜冪於上再立天元一為池方面以自之又以四十九乘

之如二十五而一得元旨為展起方池
 積以減上得限調為所展如積一段
 寄左然後列真積與數一十五步以故
 法延得九百七十五步可分以二
 步九分六釐乘之得一千九百一十一
 步與左相消得限調平方為得二十
 五折為內池方面也於此方面上兩次
 乘斜合得一步九分六釐以除元方一
 步得有九分六釐之數得四八八

故此方面上加四八更加入斜至步
 大方斜也
 以條段求之展積內減至步為實二
 之至步以一步四分八釐乘之為從二
 分三釐四絲為常法



義曰此一問其展起積
 時於一池之外虛了九
 分六釐却於一个從步
 內加四分八釐二个從

步計加了九分六釐恰就了所展虛數
鏡案此文舛誤與上問正同蓋展池所
 虛之九分六釐與兩個從步所加之九
 分六釐元不相等不得云恰就了所展
 虛數也從步加四分八釐之故緣見積
 內有方面加四八乘至步底二段直積
 此直積與至步加四八乘方面底二段
 直積等今求方面須於二之至步上各
 加四八為從乃合見積之數非因虛卻
 有所加也 除外有一段四分自乘數
 該一分六釐於上又有兩段四分乘八
 釐數案附自該六釐四毫於次又有一
 段八釐自乘數案小該六毫四絲於下

三位併得二分三釐四絲此數係是於
 展積內實有之數故以為常法也

舊術以四十九乘出積如二十五而一
 於頭位以至水步自乘減頭位為實餘
 與條段同

案原圖式四分八釐方內按分釐數細分
 之因其數甚微又以分數釐數作等數分
 之終不免混淆今以廉隅線易之

第六十三問

今有大圓田一段大小方田二段其小方田內有圓池水占之外共計積六萬一千三百步只云小方田面至池楞三十步大方田面多於小方田面五十步其圓田徑又多於大方田面五十步問三事各多少

答曰小方田面一百步 池徑四十步
大方田面一百五十步 圓田徑一百步

法曰立天元一為內池徑加二之至水

六十步為小方面於小方面上又加入大小方面差五十步即大方面也於大方面上又加入大圓徑大方面差五十步即大圓徑也具圖於左

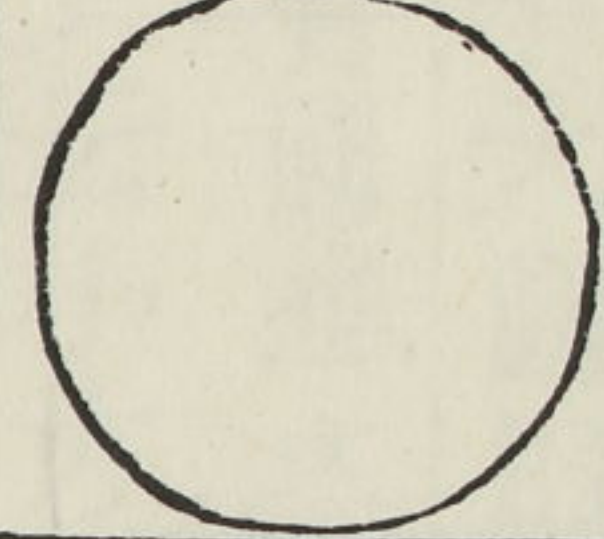
小方田

池

大方田

一內圓徑 一 一小方面
一大方面 一 一大圓徑
乃先置天元內圓徑以自之又三之得元川為四段圓池積於上又置小方面以自之得元川

大圓田



為小方積以四之得下式
為四段小方積於次又置大方面
以自之得

付 圓徑下式 以自之得

圓徑下式 以自之得

圓徑以三之得下式

大圓積於下位之次併下三位得下式

於右以四池積 減於右得

為如積四段寄左然後列真積

六萬一千三百步就分四之得二十四

萬五千二百步與左相消得

方開之得四十步為內池徑也各加差

步即各得方面與圓徑也

依條段求之四之田積於頭位內減三

段 多池徑 又減四段大方

面多池徑 又減十六段至水步 為

實六之圓田多池徑步又八之大方田

面多池徑步又十六之至水步三位併

之得二千三百二十步為從法廉常置
八步開平方

三 段 圓 徑 幕					
從	減	從	減	從	減
方	從	方	從	方	從

四 段 大 方 田 積						
從	減	從	減	從	減	從
方	從	方	從	方	從	方

四 段 小 方 田 積

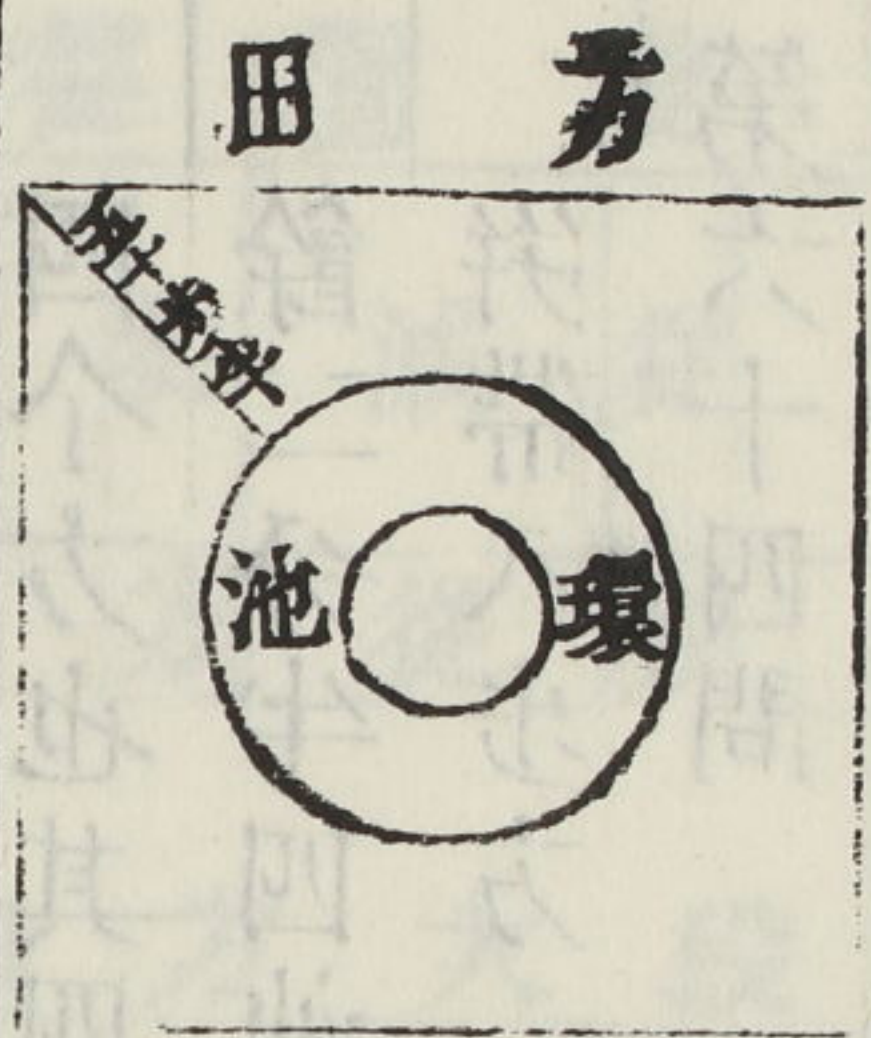
從	減	從	減	從	減	從	減
○	○	○	○	○	○	○	○
從	從	從	從	從	從	從	從

義曰三段圓徑幕乃四个圓田積此數
內有三個方也其四段大方田積內有
四个方也其四段小方積每個圓池外
餘二分半四池計餘一步方也三位上
併帶八步方

第六十四問

今有方田一段中心有環池水占之外計地四
十七畝二百一十七步只云其銳案元本環
水內周不及外周七十二步又從田四角至

水各五十步半問內外周及田方面各多少
答曰外周一百八十步內周一百八步
田方一百一十五步



法曰立天元一為池內
 徑先以六除內外周差
 七十二步得一十二步
 為水徑倍之得二十四
 步加入天元池內徑得卅一為池外徑
 又加倍至步一百一十步得下式卅一為

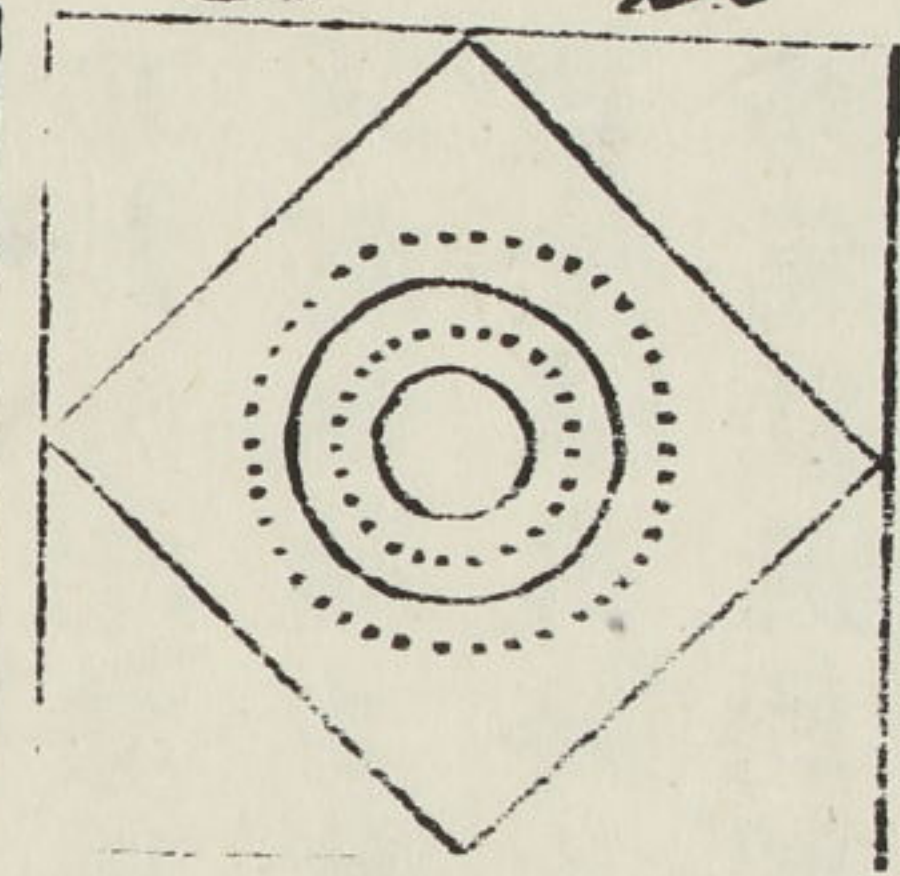
外田斜以自之得卅一為田斜
 頭位再立天元池內徑加入二之水
 得卅一為池外徑以自之得卅一為
 外徑羈又以一步四分七釐乘之得下
 式卅一為展起底外圓積於次上
 再立天元一池內徑以自之得卅一亦以
 一步四分七釐乘之得卅一為展起
 底內圓積以減次上得卅一為所
 展池積也以此池積減頭位得下式

步 爲展起如積一段寄左然後
列真積四十七畝二百一十七步以畝
法通納之得一萬一千四百九十七步
又就分以一步九分六釐乘之得二萬
二千五百三十四步一分二釐與左相
消得下式 步 卜開平方得三十六
步卽池內徑也三之爲內周又加差爲
外周置內徑加二之水徑又加倍至步
爲外方斜也置外方斜身外去四卽外

田方面也

依條段求之以一步九分六釐乘田積
於頭位以水徑加至步以自之爲算又
四之以減頭位又倍水徑自乘又以一
步四分七釐乘之却加入頭位爲實又
水徑加至步四之於頭位又三之水徑
以一步九分六釐乘之減頭位爲從一
步常法此問圖式有三第一式卽所畫
原樣是也以一步九分六釐乘之變爲

斜算其式如後



積	展	積	展
減	從	減	從
加	內徑	加	內徑
減	從	減	從

右第二式也黑者為元問點者盡是展數恐模糊難辨再具加減圖式於下更不見舊式也

右第三式也鏡案據下方環四分之三加減多有三段則此式虛環內當作三段加三段減分作四段加兩段減一分文不相應蓋其圓環以傳寫之誤

條段命之只是一个方環內取四分之三也却加入三段展起底水徑算外只有三段展起底水徑乘內圓徑直口積也此係展環之虛數也今以至步竝水徑共為從故於內却除去水徑之虛步也必須以一步九分六釐乘水徑而去從者緣二停虛環竝是展起之積故減從時將水徑亦展起而減之也

案展水徑內圓徑皆於原數身外加四今以內圓徑為不動則水徑必兩度加四故以一步

九分六釐
乘之也

元和李銳算校

錢塘厲鏐覆校

桐鄉馬以見再校

益古演段卷下

是書所稱某氏益古集今已佚不復見
 摘奇載元豐紹興淳熙以來刊刻算書有益
 古算法一種當即此書也某書以方田圖出
 為問於徑圍方斜相與之率能反復變化而
 為心心意猶引而未發敬齋先生恐學者難
 曉于是有演段之作所謂演者演立天元以
 者以條段求之也蓋敬齋晚年得洞淵九容
 之說日夕玩繹所得甚深故所著海鏡演段
 二書竝以立天元術為根本銳受業嘉定錢

少詹之門究心數學十年於今於天元如積
之術尤所篤好以爲斯術者算家至精之詣
縱使隸首商高復生今日亦當無以過之者
也唐王孝通輯古算經世稱難讀太史造仰
觀臺以下十九問術文隱祕未易鑽尋而以
立天元一御之則其中條理固自秩然無可
疑惑由是愈歎立天元術之妙嘗倣演段之
例爲輯古算經衍一書急欲刊以問世匆匆
猶未暇也知不足齋主人刻海鏡旣成復以

演段介錢唐何君夢華 元錫 屬銳算校而
之其表揚古人之心真足尚已校畢因書此
于簡末以見是書之可寶願當代明算君子
毋忽視焉

嘉慶二年歲次丁巳冬十一月廿二日元和
李銳跋

孤兵算術細考

五十四頁

弧矢算術

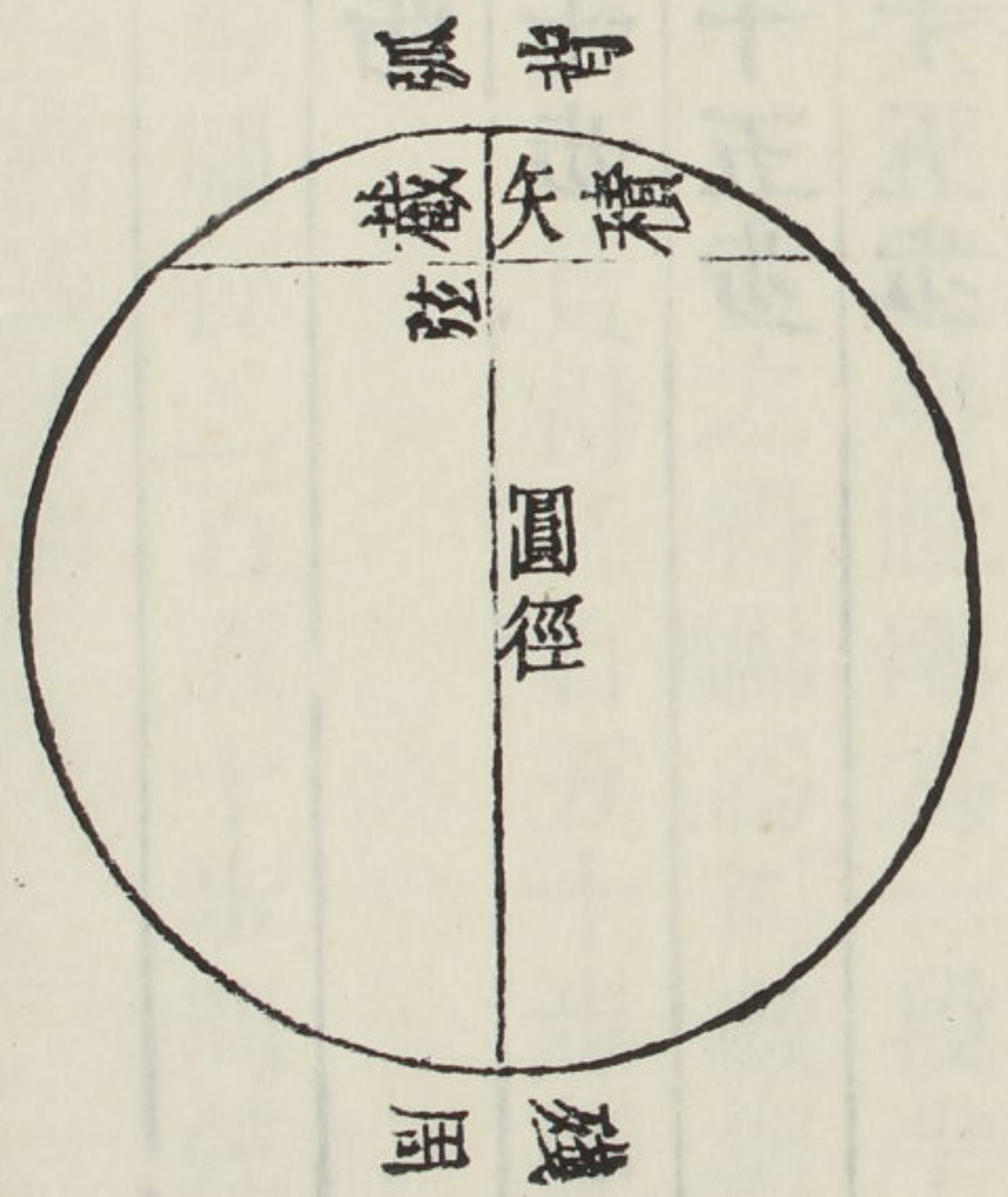
說弧矢者。九章方田自是以後北宋沈括以兩矢冪求弧背元代李冶用三乘方取矢度引信觸類厥法綦詳矣明顧箬溪應祥作弧矢算術既如積之未明徒開方之是行務末遺本不亦慎乎銳受學師門泛觀古籍研九數者十年冀千慮之一得爰集弧矢之問入以天元之法凡十三術都為一卷願與海內游藝之士共審正焉元和李銳

五...
 八十三...
 平...
 不...
 食...
 反...
 以...
 請...

弧矢算術細草

元和李銳學

弧矢圖式



今問正數

矢二十五步

弦一百五十步

圓徑二百五十步

弧背一百五十五步

殘周五百九十五步

截積二千一百八十七步半

今有矢二十五步弦一百五十步問圓徑幾何

答曰圓徑二百五十步

術曰矢自乘于上又以半弦自之加上位為實矢為法得圓徑

草曰立天元一為圓徑以矢減之得阮為

矢徑差又以矢乘之得阮為一段半弦寄左

然後以半弦自之得阮為同數與左相

消得阮上法下實得二百五十步即圓徑

也合問

今有矢二十五步圓徑二百五十步問弦幾何

答曰弦一百五十步

術曰以矢減圓徑餘以矢乘之為實開平方得半弦

草曰立天元一為半弦自之為半弦冪寄左

然後以矢減圓徑餘𠄎為矢徑差以矢乘之

得𠄎為同數與寄左相消得卜。𠄎開平方

得七十五步倍之得一百五十步即弦也合問

今有弦一百五十步圓徑二百五十步問矢幾

何

答曰矢二十五步

術曰半弦自之為實圓徑為益從一常法開平方得矢

草曰立天元一為矢以減圓徑得𠄎為矢

徑差又以天元乘之得卜為半弦冪寄左

然後以半弦自之得𠄎為同數與左相消得

𠄎開平方得二十五步即矢也合問

今有矢二十五步弦一百五十步問弧背幾何

答曰弧背一百五十五步

術曰倍矢加弦又以矢再乘之于上半弦自之又以弦乘之加上位為實矢羈半弦羈相并為法得弧背

草曰立天元一為弧背以弦減之得阮阮為

弦背差又以矢自之又倍之得阮為兩段矢

羈合以弦背差除之今不受除便以為圓徑

內寄弦背又以弦背差乘矢得阮阮為帶分

矢以減圓徑得阮阮為矢徑差內寄弦背以

矢乘之得阮阮為半弦羈內寄弦背寄左然

後以弦半之又自之得阮為半弦羈又以分

母弦背差乘之得阮為同數與左相消得

阮上法下實得一百五十五步即弧背也

合問

今有矢二十五步弧背一百五十五步問弦幾

何

答曰弦一百五十步

術曰倍矢減弧背餘以矢羈乘之又四之為實四之矢羈為從弧背為益廉一常法益積

開立方得弦

草曰立天元一為弦以減弧背得 ㄣ 為弦
 背差又以矢自之又倍之得 ㄣ 為兩段矢羈
 合以弦背差除之不除便為圓徑內寄弦背差為母
 又以弦背差乘矢得 ㄣ 為帶分矢以減圓
 徑得 ㄣ 為矢徑差內寄弦背差為母以矢乘之得
 ㄣ 又四之得 ㄣ 為弦羈內寄弦背差為母寄左然
 後以天元自之為羈又以分母弦背差乘之
 得 ㄣ 為同數與寄左相消得 ㄣ

益積開立方得一百五十步即弦也合問

今有弦一百五十步弧背一百五十五步問矢

幾何

答曰矢二十五步

術曰半之弦自乘又以二數相減餘乘之為
 實從空二數相減餘為益廉二步為隅翻法
 開立方得矢

草曰立天元一為矢自之又倍之得 ㄣ 為
 兩段矢羈合以弦減弧背餘五步為弦背差

除之不除便為圓徑內寄弦背差為母又以弦背差

乘矢得𠄎為帶分矢以減圓徑餘𠄎為矢

徑差內寄弦背差為母以天元乘之得𠄎為半

弦內寄弦背差為母然後以半弦自之得五

千六百二十五步又以分母弦背差乘之得

𠄎為同數與左相消得𠄎。𠄎倒積開

立方得二十五步即矢也合問

今有圓徑二百五十步弧背一百五十五步問

矢幾何

答曰矢二十五步

術曰二數相乘得數又自之為實圓徑再自

之又四之為益從圓徑自之又四之于上又

以二數相乘四之以減上位為第一廉若不

反減之餘為第二廉空四步為隅開三乘方

得矢

草曰立天元一為矢自之又倍之得𠄎為

兩段矢羈合以圓徑除之不除便為弦背差

內寄圓又以圓徑乘弧背得𠄎為帶分弧背

以弦背差減之得卅〇。卅〇為弦內寄圓徑為母自之得卅〇。卅〇為弦內寄圓徑為母寄左然後

以天元減圓徑得下式卅〇為矢徑差又以

天元乘之得卅〇又四之得下式卅〇為弦

冪以分母圓徑冪六萬二千五百步乘之得

卅〇為同數與左相消得卅〇。卅〇開三

乘方得二十五步即矢也合問

今有矢二十五步殘周五百九十五步問弦幾

何

答曰弦一百五十步

術曰二之矢冪以矢步乘之又以矢冪乘殘

周加之于上矢冪自之又三之減上位為實

二之矢冪以矢步乘之為從矢步乘殘周內

減六之矢冪為第一廉若不足減反減之二

之矢步為第二廉三步虛隅益積開三乘方

得半弦

草曰立天元一為半弦自之為半弦冪合以

矢除之不除便為矢徑差內寄矢以矢自之

得 ㄩ 為帶分矢以加矢徑差得 一 元 ㄩ 為圓

徑 步 內寄矢 母 自之得 一 元 ㄩ 為徑 幕 內寄

母 為 三之得 三 元 ㄩ 為三段圓徑 幕 寄左

然後以矢自之又倍之得 ㄩ 合以圓徑除之

緣圓徑內先帶有矢步分母今不受除更以

矢乘之得 ㄩ 為弦背差 內 內寄圓徑 為 母圓徑

又倍天元以圓徑乘之得 二 元 ㄩ 為帶分弦

以弦背差加之得 二 元 ㄩ 為帶分弧背又

以圓徑乘殘周五百九十五步得 ㄩ 元 ㄩ 為

帶分殘周以加弧背得 二 元 ㄩ 為圓周 寄

圓徑 為 母圓徑內 合 以圓徑乘之緣此數內

又寄矢步 為 母已帶有圓徑分母更不須乘便為三段徑 幕

又合以分母矢 幕 乘之緣此數內已帶有矢

步分母今只以矢步乘之得 ㄩ 元 ㄩ 為同

數與左相消得 三 元 ㄩ 開三乘方得七

十五步倍之得一百五十步即弦也合問

今有弦一百五十步殘周五百九十五步問矢

幾何

答曰矢二十五步

術曰半弦冪自乘又三之為實二數相併又以半弦冪乘之為益從四之半弦冪為第一廉二數併為第二益廉一常法開三乘方得矢

草曰立天元一為矢以弦半之又自之得ㄣ為半弦冪以天元除之得ㄣ為矢徑差以加天元得ㄣ。為圓徑自之得下式ㄣ。為徑冪又三之得ㄣ。為帶分弧背

為三段徑冪寄左然後以天元自之又倍之

得ㄣ。為兩矢冪合以圓徑除不除便為弦

背差內寄圓又以圓徑乘弦得ㄣ。為帶

分弦以加弦背差得ㄣ。為帶分弧背

又以圓徑乘殘周五百九十五步得下式

ㄣ。為帶分殘周以弧背加之得ㄣ。為帶

為圓周內寄圓合以圓徑乘之為三段徑冪

緣此數內已帶有圓徑分母更不須乘便為

同數與左相消得ㄣ。開三乘方得

二十五步即矢也合問

今有矢二十五步弦一百五十步問截積幾何

答曰截積二千一百八十七步半

術曰以矢加弦又以矢乘之為實二為法得截積

此術無草

今有矢二十五步截積二千一百八十七步半

問弦幾何

答曰弦一百五十步

術曰二之截積內減矢羈為實矢為法得弦

草曰立天元一為弦以矢加之得 阮 為矢

弦并又以矢乘之得 阮 寄左然後以截積

倍之得 阮 為同數與寄左相消得 阮 上法

下實得一百五十步即弦也合問

今有弦一百五十步截積二千一百八十七步

半問矢幾何

答曰矢二十五步

術曰倍截積為實弦為從一步常法開平方

得矢

草曰立天元一為矢以弦加之得 ㄩ 為矢

弦并又以矢乘之得 ㄩ 寄左然後以截積

倍之得下 ㄩ 為同數與左相消得 ㄩ 開

平方得二十五步即矢也合問

今有圓徑二百五十步截積二千一百八十七

步半問矢幾何

答曰矢二十五步

術曰倍截積自之為實從空四之截積為第

一廉四之圓徑為第二廉五虛隅開三乘方

得矢

草曰立天元一為矢倍截積得 ㄩ 以天元除

之得 ㄩ 為矢弦并以天元減之得下 ㄩ

為弦自之得 ㄩ 寄左然後

以天元減圓徑二百五十步得 ㄩ 為矢徑

差又以天元乘之得 ㄩ 又四之得下式

ㄩ 為同數與寄左相消得下式 ㄩ 開

三乘方得二十五步即矢也合問

