



1	4
1555	
154	

154
2018



門 14
號 1555
卷 154

測圓海鏡細草卷第二

翰林學士知制誥同修國史欒城李治撰

正率一十四問

假令有圓城一所不知周徑四面開門門外縱橫各有十字大道其西北十字道頭定為乾地其東北十字道頭定為艮地其東南十字道頭定為巽地其西南十字道頭定為坤地所有測望雜法一一設問如後或問甲乙二人俱在乾地乙東行三百二十步

測圓海鏡卷二

二知不足齋叢書

昭和十九年
四月十日

而立甲南行六百步望見乙問徑幾里

答曰城徑二百四十步

法曰此為勾股容圓也以勾股相乘倍之為實併勾股纂以求弦復加八勾股共以為法草曰置甲南行六百步在地以乙東行三百二十步乘之得一十九萬二千步倍之得三十八萬四千步為實以乙東行步自之得一十萬〇二千四百步為勾纂以甲南行步自之得三十六萬步為股纂二纂相併得四十

六萬二千四百步為弦方實以平方開之得六百八十步則弦也以弦加勾股共共得一十六百步以為法如法而一得二百四十步則城徑也合問

或問甲乙二人俱在西門乙東行二百五十六步甲南行四百八十步望見乙問答同前法曰此為勾上容圓也以勾股相乘倍之為實併勾股纂以求弦加八股以為法

草曰置甲南行四百八十步在地以乙東行

二百五十六步乘之得一十二萬二千八百八十步倍之得二十四萬五千七百六十步爲實以乙東行步自之得六萬五千五百三十六步爲勾冪以甲南行步自之得二十三萬〇四百步爲股冪勾股冪相併得二十九萬五千九百三十六步爲弦方實以平方開之得五百四十四步爲弦也以加八甲南行步共得一千〇二十四步以爲法如法而一得二百四十步則城徑也合問

或問甲乙二人俱在北門乙東行二百步而止甲南行三百七十五步望見乙問答如前法曰此爲股上容圓也以勾股相乘倍之爲實以勾股冪求弦加入勾以爲法

草曰置甲南行三百七十五步以乙東行二百步乘之得七萬五千步倍之得一十五萬步爲實以乙東行自之得四萬步爲勾冪以甲南行自之得一十四萬〇六百二十五步爲股冪勾股冪相併得一十八萬〇六百二

十五步爲弦方實如平方而一得四百二十五步則弦也加入乙東行二百步共得六百二十五步以爲法以法除之得二百四十步則城徑也合問

或問甲乙二人俱在圓城中心而立乙穿城向東行一百三十六步而止甲穿城南行二百五十五步望見乙問荅同前

法曰此爲勾股上容圓也以勾股相乘倍之爲實併勾股冪如法求弦以爲法

草曰以二行步相乘得三萬四千六百八十步倍之得六萬九千三百六十步爲實置乙東行自之得一萬八千四百九十六步爲勾冪又以甲南行自之得六萬五千〇二十五步爲股冪二冪相併得八萬三千五百二十一步爲弦方實以平方開之得二百八十九步卽弦也便以爲法如法除實得二百四十九步卽城徑也合問

或問甲乙二人同立於乾地乙東行一百八十

步■塔而止甲南行三百六十步回望其塔
正居城徑之半問荅同前

法曰此爲弦上容圓也以勾股相乘倍之爲
實以勾股和爲法

草曰以二行步相乘得六萬四千八百步倍
之得一十二萬九千六百步爲實併二行步
得五百四十步以爲法以法除實得二百四
十步卽城徑也合問

或問甲乙二人俱在坤地乙東行一百九十二

步而止甲南行三百六十步望乙與城參相
直問荅同前

法曰此爲勾外容圓也以勾股相乘倍之爲
實以弦較其爲法

草曰以二行步相乘得六萬九千一百二十
步倍之得一十三萬八千二百四十步爲實
置乙東行自之得三萬六千八百六十四步
爲勾纂又置甲南行自之得一十二萬九千
六百步爲股纂二纂相併得一十六萬六千

法圖演義卷二
四百六十四步為弦方實以平方開之得四百〇八步即弦也又置甲南行步內減乙東行步餘一百六十八步即較也以較加弦共得五百七十六步以為法實如法而一得二百四十步為城徑也合問

〔案〕此題用勾股求得弦即可加減得弦較較為城徑今必以勾股相乘倍積為實求得弦加減得弦較和為法而後始得弦較較為城徑者蓋欲因此並明勾股相乘之

倍積為弦較較弦較和相乘之積非故為紆迴也

或問甲乙二人同立於良地甲南行一百五十步而止乙東行八十步望乙與城參相直問答同前

法曰此為股外容圓也以勾股相乘倍之為實以弦較較為法

草曰二行步相乘得一萬二千倍之得二萬四千步為實以甲南行自之得二萬二千五

百步為股冪又以乙東行步自之得六千四百步為勾冪勾股冪相併得二萬八千九百步為弦方實以平方開之得一百七十步即弦也以二行步相減餘七十步為勾股較也以此較又減弦餘一百步即弦較較也便以為法實如法而一得二百四十步即城徑也
合問

案此題係弦較和為城徑其用法實以較取和之意與上題同

或問甲乙二人同立於巽地乙西行四十八步而止甲北行九十步望乙與城參相直問答
同前

法曰此為弦外容圓也勾股相乘倍之為實以弦和較為法

草曰以二行步相乘得四千三百二十步倍之得八千六百四十步為實以甲北行自之得八千一百步為股冪又以乙西行自之得二千三百〇四步為勾冪二冪共得一萬〇

四百○四步為弦方實以平方開之得一百
○二步為弦也又併二行步得一百三十八
步為和以弦減和餘三十六步得黃方以為
法實如法而一得二百四十步即城徑也合
問

〔案〕此題弦和和即城徑其以勾股相乘倍
積為實黃方為法者亦以明弦和和黃方
相乘之積與勾股相乘之倍積為相等也
或問甲乙二人俱在南門乙東行七十二步而

止甲南行一百三十五步望乙與城參相直
問答同前

法曰此為勾外容圓半也以勾股相乘倍之
為實以大差為法

草曰以二行步相乘得九千七百二十步倍
之得一萬九千四百四十步為實又以乙東
行自之得五千一百八十四步為勾竊又以
南行自之得一萬八千二百二十五步為股
竊二竊相併得二萬三千四百○九步為弦

方實以平方開之得一百五十三步即弦也
以乙東行七十二步為勾以減弦餘八十一
步即勾弦差也便以為法實如法而一得二
百四十步即城徑也合問

或問甲乙二人俱在東門甲南行三十步而止
乙東行一十六步回望甲與城參相直問答
同前

法曰此為股外容圓半也以勾股相乘倍之
為實以小差為法

草曰以二行步相乘得四百八十步倍之得
九百六十步為實又以乙東行自之得二百
五十六步為勾冪又以甲南行自之得九百
步為股冪二冪相併得一千一百五十六步
為弦方實以平方開之得三十四步即弦也
以甲南行三十步為股以減弦餘四步以為
法以法除實得二百四十步即城徑也合問
或問甲出西門南行四百八十步而止乙出東
門南行三十步望見甲問答同前

法曰此為半矮梯也以二行步相乘為實如平方而一得半徑

草曰以二行步相乘得一萬四千四百步為實以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

又問甲乙二人乙出南門折而東行七十二步而止甲出北門折而東行二百步望見乙問答同前

法曰以二行步相乘得數四之為實如平方

而一得城徑

草曰二行步相乘得一萬四千四百步又四之得五萬七千六百步為實以平方開之得二百四十步即城徑也合問

又假令乙出南門折東行二十步甲出北門折東行七百二十步如此之類亦同上法

俱是以半矮梯求之

案右三題通為一問

或問甲乙二人乙在良地東行八十步而立甲

在坤地南行三百六十步望見乙問荅同前
法曰此為兩差求黃方也以二行步相乘倍
之為實以平方開之得城徑

草曰二行步相乘得二萬八千八百步倍之
得五萬七千六百步為實以平方開之得二
百四十步即城徑也合問○別得甲南行即
股圓差也乙東行即勾圓差也

或問甲出東門四十八步而立乙出南門四十
八步見之間荅同前

法曰此當以方五斜七求之每出門二步管
徑十步

草曰置出門步在地以五之得二百四十步
即城徑也 據此法合置出門步在地以十
之二而一以二數相折故五因便是合問

案方五斜七疎率非密率也設問以盡此
題之變故率之疎密勿論

或問出西門南行四百八十步有樹出北門東
行二百步見之間荅同前

多不受除惟以天元一為法者以除元得太
以除太得太下一層同名相除所得為正異
名相除所得為負凡加減乘除又置乙東行
所得算式有誤竝如前法算正

步在地內減天元得下式 $\sqrt{10}$ 為勾圓差以

勾圓差增乘股圓差得 $\sqrt{100}$ 元 $\sqrt{10000}$ 案一平方少六

百八十九元多為半段黃方冪即城冪之半也

寄左又置天元冪以倍之得 $\sqrt{10000}$ 元亦為半段

黃方冪與左相消得 $\sqrt{10000}$ 如法開之得半

徑合問鏡案相消即相減方程所謂直除是

數減又數故曰相消也凡相消所得算式有
誤竝如法算正今歐邏巴所傳借根方出於

立天元術其加減乘除之法竝同惟此相消
法與借根方兩邊加減兼用加減則有異蓋相消止用
減兩邊正負互異如此問以又數減寄左數得
同而正負互異如此問以又數減寄左數得
下層實正中層從負上層隅負而以兩邊加
減命之則步數根數平方數皆為多號多即
正少即負是實數同為正而從隅之正負相
反若以寄左數減又數則得實負從正隅正
是從隅同為正而實數之正負相反總而論
是加減所得之實必是多號而相減所得之
實亦有負算相消而得負實者則從廉隅之
正負與加減所得合相消而得正實者則從
廉隅之正負與加減所得無真數者則有降位
方加減之後遇兩邊俱無真數者則有降位
之法令一邊為真數一邊為根方數然後開
方然其位雖降而其數不殊古人文簡不立
此法既相消後即不論天元太極等位但以
下層為實以上為從廉隅故相消所得算式

苟更不記元太等字別卷間有記者實亦可
 省也相消後算式得兩層者上法下實除之
 即得得三層者下層為實中層為從上層為
 隅以平方除之得四層者下層為實上層為
 從從上為廉廉上為隅以立方除之凡多一
 層則增一廉而開方增一乘凡開方除古有
 帶從法有減從減廉減隅諸法又有翻法有益
 積法略見願應祥分類釋術今又有開帶縱
 諸乘方簡法通初商次商為一道布算最便
 寫之如後法曰列實於上以初商乘從得從
 積以初商自之以乘廉得廉積有第二第二
 廉者累以初商自增乘為各廉乘數以乘各
 廉得各廉積以初商乘末廉乘數以乘隅得
 隅積求得從廉隅各積於下同名以加異名
 以減上位即得初商有不盡者復列元實於
 上并初商次商如前入之此法據相消所得
 正負言之故同名以加異名以減若以加減
 所得多少入算則當以同名減異名加也

案相消者取上兩相等之數同加減相等之
 數使一為步數一為方元數仍相等也如寄
 數內減一平方加六百八十元則得九萬六
 千步又數內亦減一平方加六百八十元則
 得一平方六百八十元是為一平方六百八
 十元與九萬六千步等故其式為一平方六
 稿方元數皆作斜畫以別之然遇方元數
 有少異號者殊混人目今不用鏡案此
 緣不知相消古法故以負算斜畫為別方
 元之記又以為混人目而輒去之誤甚

又法識別得二行併即大弦也立天元一為半
 徑置甲南行步加天元一得元_三為大股又
 置乙東行步加天元得元_二為大勾也勾股
 相乘得_一元_三為一个大直積以天元除之

得下式阮_三為三事和也

寄左黃方除倍積得三事

和今以半黃方除直積亦為三事和也然後併二行步又併八

勾股其得阮_三為同數與左相消得十_三

以平方開之得一百二十步倍之得全徑也

合問

案是書皆先法後草草者以立天元一推

衍而得其方元積數者也法者又取推衍

中之支節條目融會而歸於簡約者也草

者法之本法者草之用法使人易於推步

而草則存其義以俟知者二者相須不可

偏廢顧應祥謹演其開方乘除之數而去

其細草蓋亦不得其理矣

敬齋先生測圓海鏡細草卷第二

元和李銳覆校

測圓海鏡細草卷第三

翰林學士知制誥同修國史樂城李冶撰

邊股一十七問

或問乙出東門南行不知步數而立甲出西門南行四百八十步望見乙復就乙行五百一十步與乙相會問答同前

法曰倍相減步以乘二之甲南行步為平方實得城徑

草曰識別得二行相減餘三十步即乙出東

門南行步也倍相減步得六十步以乘二之
甲南行步九百六十步得五萬七千六百步
為平方實如法開之得二百四十步即城徑
也合問

或問甲出西門南行四百八十步而止乙從良
隅東行八十步望見甲問答同前

法曰倍南行步以東行步乘之為實東行步
為從方一步常法得全徑

草曰立天元一為圓徑以減於二之甲南行

步得 $\sqrt{2}$ 為兩個大差也以乙東行步乘之

得 $\sqrt{2}$ 為圓徑寄左然後以天元寄左與左

相消得 $\sqrt{2}$ 以平方開之得二百四十步

即城徑也合問

又法半之乙東行步乘南行步為實半乙東行
步為從一步常法得半徑

草曰立天元一為半城徑減甲南行步得 $\sqrt{2}$

為大差也以半之東行步乘之得 $\sqrt{2}$ 即

半徑寄左然後以天元寄左為同數與左相

消得十毛_卽開平方得一百二十步倍之卽
城徑也合問

或問甲出西門南行四_百八十步而止乙從良
隅亦南行一百五十步望見甲問答同前
法曰兩行步相乘為實南行步為從方一為
隅得半徑

草曰立天元一為半城徑以減乙南行步得
長_三為半梯頭以甲行步為梯底以乘之得
元_三為半徑_{寄左}然後以天元羈與左相

消得十_三開平方得一百二十步倍之卽

城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步乙出東門直
行一十六步望見甲問答同前

法曰以四之東行步乘南行羈為實從空東
行為廉一步為隅法得全徑

草曰立天元一為圓徑加乙東行步得_元
為中勾其甲南行卽中股也置東行步為小
勾以中股乘之得_元合以中勾除今不受除

便以為小股也內寄中勾分母乃復以中股乘之得

三百六十八萬六千四百又四之得一千四

百七十四萬五千六百為一段圓徑寄中勾分

母左然後以天元徑自之又以中勾乘之得

一十元為同數與左相消得十元以立

方開之得二百四十步為城徑也合問

案不受除者無可除之理也凡二數此數

與彼數有可除之理則受除無可除之理

則不受除也蓋除有法有實實可二法不

置可二此題以中勾為法而中勾內有一元

又有十六步其為數已二矣又何以均分

不一之數乎故曰不受也寄分者姑寄其

應除之數也俟求得兩相等數而此數內

尚少一除不除此而轉乘彼則兩數仍相

等猶之受除者也此所謂以乘代除也

或問乙出南門東行七十二步而止甲出西門

南行四百八十步望乙與城參相直問答同

前

法曰以乙東行纂乘甲南行為實乙東行纂為從方甲南行步內減二之東行步為益廉一步常法得半徑

草曰立天元一為半城徑以減南行步得阮為小股又以天元加乙東行得阮為大股乃置勾又以天元加南行步得阮為大股乃置大股在地以小勾乘之得下式阮合以小股除之今不受除便以為大勾阮又置天元半徑以分母小股乘之得阮以減

大勾得阮為半個梯底於上以乙東行

七十二步為半個梯頭以乘上位得阮

為半徑纂阮然後置天元纂又以

分母小股乘之得阮為同數與寄左相

消得阮以立方開之得一百二十步

倍之即城徑也合問

又法曰以云數相乘為實相減為從一虛法平

開得半徑

草曰別得二數相併為大股內少一虛勾其

二數相減為大差弦也立天元一為半徑副
置之上位減於四百八十得 ㄣ 為股圓差

即大差股也下位加七十二得 ㄣ 為大差勾勾

股相乘得下式 ㄣ 為一段大差積寄左

案七十二下得下式上元本脫今再以大差

勾減於大差股餘 ㄣ 為較又加入大差弦

四百單八共得 ㄣ 為弦較共也以天元乘

之得 ㄣ 為同數與左相消得 ㄣ 以平

方開之得一百二十步即半徑合問 前法

太煩故又立此法以就簡也

或問乙出南門東行不知步數而立甲出西門

南行四百八十步望見乙與城參相直又就

乙行四百〇八步與乙相會問答同前

法曰二行步相減以乘甲南行步為實甲南

行步內減相減步為益方一步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘七十二步即是乙

出南門東行數也更不須用弦遂立天元一

為半城徑加乙東行得 ㄣ 為小勾也副置

南行步上減天元得元。為小股下加天元得元。為大股乃置大股以小勾乘之得下式元。合以小股除之今不受除便以此為大勾也內帶小股分母。又倍天元以小股乘之得下式元。以減於大勾得元。為勾圓差也合以股圓差乘之緣此勾圓差內已帶小股分母小股即股圓差也。更不須乘便以此為半段黃方更無分母也。乃以天元自之又倍之為同數與左相消得元。以平方開之得一百

二十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門直行不知步數而止甲出西門南行四百八十步望見乙復就乙斜行五百四十四步與乙相會問答同前
 法曰半南行步減半斜行步以乘南行羈為實從方空半斜行半南行相減得數加入南行步為隅法得半徑
 草曰識別得二行相減餘六十四步即半徑為股之勾也立天元為半徑就以為小股其

二行相減餘六十四步即小勾也乃置甲南
 行步加天元得下式 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 為大股以小勾乘
 之得 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 又以小股除之得 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 為大勾又
 倍天元一減之得下式 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 為勾圓差也
 半之得 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 於上乃以天元減甲南行步
 得 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 為股圓差以乘上位得 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 為
 半徑冪 寄左 然後以天元冪與左相消得下
 式 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 以平方開之得一百二十步倍之
 即城徑也合問

案此問以小股為除法蓋因小股只一天
 元其數不二猶有可除之理也然得數降
 於實數之下者皆不可以命名至開方時
 仍須各升一位以計之是兩邊各加一乘
 猶是寄分之理

又法以二數差乘二數併開方得邊勾復以邊
 股乘之為實併二數而半之為法實如法得

二百四十步即城徑

此蓋用前勾上容圓法也

或問乙從乾地東行不知幾步而止甲出西門

南行四百八十步望見乙復就乙斜行六百八十步與乙相會問答同前

法曰併二行數以二行差乘之內減二行差算為實併二行步及二行差為從方二步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘二百步即半圓徑與小差共數也立天元一為半城徑加於二百步得 ㄩ° 為大勾也又以天元加於甲南行四百八十步得 ㄩ° 即大股也乃以大勾

自之得 ㄩ° 為勾算寄左乃置乙斜行六

百八十步為大弦加入大股共得 ㄩ° 於上

再置二行差內減天元得 ㄩ° 為小差以乘

上位得 ㄩ° 為同數與左相消得 ㄩ°

以平方開之得一百二十步倍之即城徑也

合問

又法求小差二行相減以自之又四之為實二行相減八之於上二之南行步內減二之二行相減數又以加上位為益方二步常法

草曰立天元一為小差減二行差得 1111 為
 半城徑以自之得 1111 又四之得 1111 為
 為圓徑^{寄左}然後以半城徑減於甲南行
 得 1111 又倍之得 1111 為兩個大差也又以
 天元乘之得 1111 為同數與左相消得下
 式 1111 以平方開之得八十步為小差也
 或問乙出南門不知步數而立甲出西門南行
 四百八十步望乙與城參相直復就乙斜行
 二百五十五步與乙相會問答同前

法曰甲南行內減二之兩行差餘以乘甲南
 行又倍之為實二步為隅得半徑
 草曰別得二行步相減餘二百二十五步乃
 是半徑為勾之股也立天元一為半城徑就
 以為小勾率其二行差二百二十五步即為
 小股率乃置甲南行步加入天元得 1111 為
 大股以天元小勾乘之得 1111 合以小股除
 今不受除<sup>案此所謂不受除乃其數奇零不
 能盡非無可除之理也與前辭同</sup>
 而意便以此為大勾^{內寄小}乃倍天元以小
 異

股乘之得元以減大勾餘一元為一个小差
於上內寄小乃以天元減甲南行步得元
為大差也以乘上位得元又倍之得元
元為圓徑內寄小然後倍天元以
自之又以小股乘之得元為同數與左相
消得元以平方開之得一百二十步倍
之即城徑也合問

案此題止用股弦求勾法即得城半徑其
必展轉數次而後始得者益見其為發明

立天元一之術使人易曉也後多有倣此
者

或問乙出南門直行一百三十五步而止甲出
西門南行四百八十步望乙與城參相直問
答同前

法曰二行步相減餘以自乘內減乙行元為
實二之甲南行為益從一步常法得半徑
直曰立天元一以為半徑便以為勾率又以
天元加乙行步併以減於甲行步得元為

股率乃置乙南行步一百三十五步為小股
 以勾率乘之得〇〇〇〇合以股率除之今不受除
 乃便以此為小勾內寄股率分母又置乙南行步加
 二天元得〇〇〇〇為大股以勾率乘之得〇〇〇〇
 合以股率除之今不受除便以此為大勾內寄
 股率以〇〇〇〇小勾大勾相乘得〇〇〇〇元為半徑內寄
內帶股率寄左然後置天元以自乘又以股
為分母率乘之得〇〇〇〇元為同數與左相消得
〇〇〇〇以平方開之得一百二十步倍之即

城徑也合問

案此草得數為九百六十立方少一三乘
 方與十萬零八百平方等鏡案九百六十
益從負也而此
反以為多一步常法正也而此反以為少
蓋誤以兩邊加減法命之耳說見前卷後
凡如此皆虛數也各降二位即如各以平
者並同
 方除之乃為九百六十元少一平方與十
 萬零八百步等兩數等所降之位又等則
 兩數仍相等而實積步數乃出矣故可以
 帶縱平方開之也此係降位而得實數者

如積與左相消得卍上法下實得一百二十步卽城之半徑也合問

案草中相消法皆得兩邊數此獨得一邊二數蓋此條共數比彼條共數少一數又多一數為相等則多少二數其必為相等無疑矣多少數多者亦倣此此又相消法中之一變也銳案得兩邊數者加減之法也得一邊數者相消之法也核書者惟知借根方法故反以得一邊數者為變法耳又法二行步相乘為實倍甲南行內減乙東行

為法

草曰立天元一為半城徑副之上位加甲南行得卍為大股下位減甲行步得卍為小股便是股圓差也其乙東行卽小勾也置大股以小勾乘之得卍內寄小股卍為母便以為大勾也再置天元以二之又以分母乘之得卍為全徑以減於大勾餘卍為卍為勾圓差也合以股圓差乘之緣內已有小股分母不須更乘便以此為兩段之半徑

冪也更無分母寄左然後置天元冪以二之
得卅元為如積以左相消得卅卅上法下實
得一百二十步即半城徑也合問

或問見邊股四百八十步重弦三十四步問答
同前

法曰重弦乘邊股半之為實半重弦半邊股
相併為從半步隅法平方得重股三。

草曰立天元一為重股加重弦得元三為平
勾也又以天元減邊股而半之得元卅為高

股也平勾高股相乘得元卅為半徑冪寄

左然後以天元乘邊股為同數與左相消得
下式元卅開平方得重股三十步以乘邊

股開平方倍之即圓徑也合問

或問見邊股四百八十明弦一百五十三問答
同前

法曰二云數相減復倍之內減邊股復以邊
股乘之於上又以明弦冪乘上位為實以邊
股乘明弦冪又二之為從二云數相減餘以

方也又倍明弦加明黃亦得股圓差也邊股
 內減明勾餘即大差弦也 立天元一為明
 勾減於云數相減數得 ㄩ 即高弦也以高
 弦減邊股得 ㄩ 即高股也以高股減於云
 數相減數得 ㄩ 即虛弦也以天元又減虛
 弦得 ㄩ 即重股也乃置高弦以天元乘之
 得 ㄩ 即合明弦除不受除便以此為高勾也
 即 ㄩ 高勾自之得 ㄩ 為半徑 ㄩ
內帶明弦
分母然後置邊股以重股乘之得 ㄩ 為
寄左

半徑冪又以明弦冪二萬三千四百〇九分
 母通之得 ㄩ 為同數與左相消得實從廉
 隅五層一 ㄩ 如前式

或問邊股四百八十步高弦二百五十五步問
 答同前

法曰以邊股減於二之高弦復以邊股乘之
 開平方得半徑
 昔日立天元一為半徑先倍高弦內減邊股
 餘。復以邊股乘之得 ㄩ 寄左
 以天元冪

與左相消符卜〇開平方得數倍之即城徑也合問

或問邊股四百八十步平弦一百三十六步問答同前

法曰直平弦以邊股再乘之為實以邊股自之為益從平弦為益廉一虛隅開立方得半徑

草曰別得平弦即皇極勾也立天元一為半徑副之上位加平弦得反即邊勾也下

位減於平弦得反即直勾也置直勾以邊

股乘之得合邊勾除今不受除寄為母

便以此為直股乃以此邊股乘之得

為半徑內帶邊勾分母寄左然後以天元為幕以

分母邊勾乘之得反為同數與左相消

得卜開立方得一百二十步倍之即

城徑也合問

或問邊股四百八十步明股明弦和二百八十八步問答同前

法日以二之云數相減餘加邊股復以減餘乘之訖又折半於上又以減餘自之減上位為實併一為法得明勾二

草曰別得二數相減餘三為大差勾 立天元一為明勾減於大差勾得四即半徑也

又以天元減半徑得五為虛勾於上又以半徑加邊股得六為通股於下上下相乘得七折半得八為半徑九寄左

後以半徑十為同數與左相消得十一然

十二上法下實得七十二步即明勾也合問

或問見邊股四百八十步重勾重弦和五十步

問答同前

法曰半邊股半和步相併得十三為汎率十四此

十五相併下當有又加和步四字分類釋術曰股和相併半之得二百六十五為汎率以汎率減邊股餘二百一十五自之得四萬六千二百二十半之得六千六百二十五為汎率減邊股餘三萬九千六百為平實以汎率減邊股六之得一千二百九十為從方作帶從開平方法開之得重股三十案此求泛率不加和步然其所得實從隅之數皆不與細草合蓋顧氏所見本已有脫漏不能是正乃宛轉傳合以立

此術非通法也。以汎率減邊股以自之又二之於上以和步乘汎率減上位為實以汎率減邊股六之於上內又加半个邊股三个和步為益從三步常法得重股三。

草曰別得和步得重股即小差也小差邊股

共即二中差案此句誤。銳案此數偶合於新設四率俱不通立

天元一為重股加和步得元即小差也以

小差加邊股而半之得元即中差也中小

差相併得元即大差也以小差乘之得

元步元為半段徑寄左然後置邊股內

減大差得元為半徑以自之得元步

元又倍之得下式元步元與左相消得下

式元開平方得三十步即重股也合問

案草云以小差邊股共即二中差有誤蓋

中差即勾股較小差即股弦較邊股即勾

弦較與容圓半徑和若設勾二十股二十

一弦二十九則勾弦較九容圓半徑六併

之得十五為邊股股弦較八為小差小差

邊股共得二十三勾股較一為中差倍之
僅得二則相差二十一矣是知細草乃因
題數之偶合而誤非正法也今依其術另
設法草於後以補其闕
法曰以重勾弦和自之邊股再乘為實倍
邊股加重勾弦和再以重勾弦和乘之為
從又倍重勾弦和減邊股餘為益廉一為
隅帶縱立方開之得重股
草曰別得邊股即高股弦和重股即高股

弦差重股弦和即平勾也立天元一為重
股自之得一元應以重勾弦和除之不除
便以為重勾弦較內寄重勾弦和分母轉以重勾弦
和自之得重勾弦和為重勾弦和加重勾弦較得
一元為倍重弦又以重勾弦和分母乘
倍重股得元為倍重股與倍重弦相加得
一元為倍重股弦和即倍平勾又於邊
股內減重股得元為倍高股倍高股倍
平勾相乘得元為圓徑寄左又

以邊股重股相乘得^元為半徑纂四因之

得^元為圓徑纂又以重股弦和分母乘之

得^元為同數與左相消得一^元開帶

縱立方得重股三十步合問^{銳案此所謂}

^{加減也卷四}
^{未補法同}

銳案此法及草因數偶合而誤今別擬如
後

法曰和步乘邊股又以和步乘之為實倍

邊股加和步又以和步乘之為從邊股內

減二之和步為益廉一常法開立方得重
股^三

草曰別得邊勾邊弦和內減和步即黃廣

勾弦和也邊股得重股即黃廣弦也黃廣

勾即圓徑重弦上三事和即小差 立天

元一為重股以和步乘邊股得^元以重

股除之得^元為邊勾邊弦和也以和

步減之餘得下式^元為黃廣勾弦和

也以天元加邊股得下式^元為黃廣弦

以減於黃廣勾茲和餘得下式 $\text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元}$
 為圓徑倍邊股得下 $\text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元}$ 內減圓徑得下式
 $\text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元}$ 為兩個大差於上又以 $\text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元}$ 步
 加天元得下式 $\text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元}$ 為小差以乘上位得
 $\text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元}$ 為徑 寄左 然後以天元
 乘邊股又四之得 $\text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元}$ 為同數與左相消得
 $\text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元} \cdot \text{元}$ 開立方得三十步即重股
 也合問

齋先生測圓海鏡細草卷第三 元

測圓海鏡細草卷第四

翰林學士知 制誥同修 國史樂城李治撰

底勾一十七問

或問乙出南門東行不知步數而立甲出北門
 東行二百步見之就乙斜行二百七十二步
 與乙相會問答同前

法曰二行差數乘甲東行又四之為平方實
 得全徑

草曰識別得二行相減餘七十二步即乙出

與左相消得下式 $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$ 以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙從坤隅東行一百九十 $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$ 而止甲出北門東行二百步見乙問 $\begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}$

法曰兩行步相乘為實甲東行為從一為隅得半徑

草曰 $\begin{matrix} \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square \end{matrix}$ 天元一為半徑減於乙東行得 $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$ 以甲 $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$ 步乘之得 $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$ 為半徑 寄方 然後

以天 $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$ 羈與左相消得 $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$ 以平方開之

得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出南門直行一百三十五步甲出北門東行二百步見乙問荅同前

法曰以乙南行步乘甲東行羈又四之為實從空乙南行為廉一步常法

草曰立天元一為城徑加乙南行得 $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$ 為股率其甲東行即勾率也置乙南行 $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$ 為小股以勾率乘之得 $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{matrix}$ 合以股率除今不受除便以此為小勾 寄股率為母 乃以甲東行步乘之

得元〇〇〇〇又四之得二千一百六十萬於太極位為一段城徑寄股率 寄左然後以天元

城徑自之又以股率分母通之得〇〇〇〇元為同數與左相消得下式〇〇〇〇以立方開之得二百四十步即城徑也合問

又法二行相乘又以自乘為實以東行累乘南行累為益方南行累為從云以二之東行乘南行累為益方立方開得小勾七十二南行累為從 四之東行為益隅 有誤當

草曰立天元一為小勾以南行為小股以東行二百步為大勾也置大勾內減天元得〇〇〇〇為中勾也以小股乘之得〇〇〇〇以天元小勾除之得元〇〇〇〇為中股即城徑也以自之得〇〇〇〇為城徑累也寄左又立天元小勾以乘大勾二百步又四之得〇〇〇〇為同數與左相消得〇〇〇〇開立方得七十二步即小勾也以乘大勾二百步為實平方開得一百二十步倍之即城徑也合問

又法求半徑以南行步乘東行冪為實從空東行步為廉二常法

草曰立天元一為半徑以二之加南行步得
阮_三為股率以東行為勾率以南行為小股
也置小股以勾率乘之得阮_{三〇〇}以股率除之
不受除只寄股率分母便以此為小勾也又
以勾率乘之得下式阮_{三〇〇}為半徑冪寄左
再立天元半徑以自之又以分母股率乘之
得阮_{三〇〇}阮_{三〇〇}為同數與左相消得阮_{三〇〇}阮_{三〇〇}開

立方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門南行三十步而止甲出北門東行二百步望見乙與城參相直問答同前

法曰以甲東行步乘乙南行冪為實以乙南行冪為從甲東行內減二之乙南行為益廉一步為隅得半徑

草曰立天元一為半城徑減於甲東行步得阮_{三〇〇}為小勾以天元加於乙南行步得阮_{三〇〇}為小股乃以天元加東行步得阮_{三〇〇}為大勾

置大勾以小股乘之得一合以小勾除

之今不受除便以此為大股內帶小勾分母又置天

元半徑以分母小勾乘之得一減於大股

餘二以乙南行步乘之得一為半

徑內有小寄左然後以天元為幕又以小

勾通之得一為同數與左相消得下式

一以立方開之得一百二十步倍之

即城徑也合問翻法在記。銳案據此知開方除法當別有一書今無攷

又法乙南行乘甲東行為平實二數相減為從

一益隅翻開得半徑

草曰別得二數相併為大勾內少一虛股其

二數相減為小差弦也 立天元一為半徑

副置之上位減於二百步得一為勾圓差

即小差下位加三十步得一為小差股勾

股相乘得一為一段小差積寄左再以

小差勾減小差股餘有一為一較也又以

此較減於小差弦得下式一為一個弦

較較以天元乘之得下式一為同數與左

相消得一開平方得一百二十步即半

城徑也合問翻法在記

再立此法者蓋從簡也

案此乃以小差勾為平弦上弦較較半徑為平股故以小差弦上弦較較與半徑相乘等於平弦上弦較較與小差股相乘為一段小差積也

或問乙出東門南行不知步數而立甲出北門東行二百步望見乙復就乙斜行一百七十

步與乙相會問答同前

法曰以二行差乘甲東行為實甲東行內減二行差為益方一步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘三十步即乙出東

門南行六立天元一以為半城徑

加乙南行得一小股副置甲東行步上

位減天元得下式一為小勾下位加天元

得一為大勾也乃置大勾以小股乘之得

下式一合以小勾除不受除便以此為

大股內帶小又倍天元以小勾乘之得卅
以減於大股得卅又倍之得卅為
兩個股圓差合以勾圓差乘之緣為其中已
帶小勾分母更不須乘便以此為黃方幕無
分寄左然後倍天元以自之為同數與左相
消得卅上下俱半之俱半之者得卅
蓋從簡也以平方開之得一百二十步倍之即圓徑
也合問

或問乙出南門直行不知步數而止甲出北門

東行二百步見之復就乙斜行四百二十五
步與乙相會問答同前

法曰倍兩行差以乘二之甲東行為實從空
四之甲東行於上倍兩行差加上位為隅得
半徑

草曰識別得二行差二百二十五步即半徑
為勾之股也立天元一以為半徑便是小勾
其二行差便是小股乃置甲東行步加天元
得卅為大勾以小股乘之得下式卅又

以〇小勾除之得〇元〇為大股又倍天元以減之得〇為股圓差又倍之得〇為兩個股圓差於上乃以天元減甲東行得〇為勾圓差以乘上位得下式〇為城徑〇然後倍天元一以自之與左相消得〇開平方得一百二十步倍之即城徑也合問〇又法併二數以二數差乘之開方得底股復以甲東行二百步乘之為實併二數而半之以

為法如法得二百四十步即城徑也合問〇

股上容圓求之比前法極為簡易

問乙從乾隅南行不知步數而止甲出北門東行二百步望見之復就乙斜行六百八十步與乙相會問答同前

法曰併二行以二行差乘之內減二行差為實併二行步及二行相減數〇乙斜行為從二步常法得半徑

草曰識別得斜行六百八十步即大弦也其

二行相減餘四百八十步卽半圓徑與大差
 共數也〔鏡案元本脫此句今據第三卷第八問之例補〕立天元一
 爲半城徑副置之上位加二行相減數得阮
 卍爲大股也下位加甲東行步得阮卍爲大
 勾也乃以大股自增乘得卍阮卍爲大股〔寄左〕
 乃併大勾大弦得阮卍於上又以大勾
 減大弦得阮卍爲大差以乘上位得卍阮卍
 爲同數與左相消得卍阮卍開平方得一百
 二十步倍之卽城徑也合問

又法求大差

法曰二行差自乘爲實置二之二行差於上
 乃以甲東行步減二行差又半之以減於上
 爲益方〔案三因斜行步二因東行步相減折半亦同〕半步常法
 草曰立天元一爲大差減於二行差得阮卍
 爲半城徑以自之得卍阮卍爲半徑〔寄左〕
 乃以半城徑減於甲東行得下式阮卍爲小
 差又以天元乘之得卍阮卍又半之得卍阮卍爲
 同數與左相消得下式卍阮卍以平方開之

得三百六十步即大差也合問

或問乙出東門不知步數而立甲出北門東行二百步望見乙復就乙斜行一百三十六步

與乙相會問答同前

法曰甲東行步內減二之二行差

案倍斜行步內減東

行步亦同餘以乘甲東行為實步常法得半徑

草曰別得二行相減餘六十四步即半徑為

股之勾立天元一為半城徑就以為股率

其二行差即勾率也乃置甲東行步加天元

得阮^〇為大勾以天元股率乘之得^一阮合

以勾率除之不受除便以此為大股^{內帶勾率分母}

乃倍天元以勾率乘之得阮以減大股得^一

阮為一个大差於上^{內帶勾率分母}乃以天元減甲

東行得阮^〇為小差以乘上位得^一阮^〇為

半段黃方羈^{內寄勾率為母}然後以天元自之

又以勾率乘之又倍之得阮阮為同數與左

相消得下式^〇以平方開之得一百二

十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門直行一十六步而止甲出北門
 東行二百步望見乙與城參相直問答同前
 法曰二行步相減餘以自乘內減乙東行羈
 為實二之甲東行為益從一步隅法得半徑
 草曰立天元一以為半城徑加乙行步併以
 減於甲行步得阮𠄎為平勾率其天元半徑
 即平股率也乃置乙東行一十六步為小勾
 以股率乘之得阮合以勾率除之今不受除
 便以此為小股內帶勾率分母又置乙東行加二天

元得阮止為大勾以股率乘之得阮合以
 勾率除之今不受除便以此為大股內寄勾率為母
 以此小股大股相乘得阮𠄎阮為半徑羈內寄
勾率羈寄左為母然後以勾率羈乘天元羈得
 阮𠄎阮為同數與左相消得阮𠄎開平方
 得一百二十步倍之即城徑也合問係此係得數各
降二位然後開平方
 或問甲乙二人同出北門向東行至東北十字
 道口分路乙折南行一百五十步而立甲又

向東行甲前後通行了一百步迴望乙恰與城相直問答同前

法曰以二行步相乘於上又以南行步乘之為實二行步相乘於上又以乙南行減於甲東行得數復以乙南行乘之加上位其為法得半徑

草曰立天元一為半城徑副之上位加甲行步得阮〇〇為大勾也下位減於甲行步餘阮〇〇為小勾也其乙折行即小股也置大勾以

小股乘之得阮〇〇〇〇內寄小勾阮〇〇為母便以

為大股也再置天元以母乘之得卜〇〇減於

大股餘卜〇〇〇〇為半個矮梯底於上內寄小勾為母

再置乙折行步內減天元得阮〇〇為半個矮

梯頭以乘上位得卜〇〇為半徑寄左

乃以小勾分母乘天元〇〇〇〇得下式卜〇〇阮〇為

同數與左相消得〇〇〇〇上法下實如法而一

得一百二十步即城之半徑也〇問

又法

法曰二行步相乘為實倍甲東行內減乙南行為法

草曰立天元一為半圓徑副之上位加甲東行得阮為大勾下位減甲東行得阮為小勾此小勾便是勾圓差也其乙南行即小股也置大勾以小股乘之得下式阮內寄小勾阮為母便以為大股也再置天元以二之又以分母乘之得阮為全徑以減於大股餘得阮為股圓差也合以勾圓差

乘之緣內已有小勾分母故不須更乘便以

此為兩段之半徑幕也更無分母寄左再置

天元以自之又二之得阮為同數與左相

消得阮上法下實得一百二十步即半城

徑也合問

或問見底勾二百步明弦一百五十三步問答

同前

法曰半底勾乘明弦為平實併二云數而半之為從五分常法得明勾阮

草曰立天元一為明勾加明弦得阮訓為高
股也又以天元減底勾而半之得下式
為平勾也股勾相乘得阮訓為半徑
左然後以天元乘底勾得下式阮為同數與
左相消得阮訓開平方得七十二步即明
勾也以明勾乘底勾為平方實如法開之得
一百二十步倍之即城徑也合問

或問見底勾二百步重弦三十四步問答同前
法曰底勾重弦相減餘倍之內減去底勾
案倍

重弦減底勾亦同復以底勾乘之於上又以重弦
乘上位為三乘方實倍底勾以重弦乘之
為從二云數相減餘以自之為第一廉二云
數相減餘又倍之為第二益廉一步隅法得
重股三

草曰立天元一為重股加重弦得阮訓為平
勾以平勾減底勾餘阮為平弦以倍之得
阮訓為黃長弦也此弦內却減底勾餘得下
式阮為明勾也復以底勾乘之得阮訓於

元乘之得卜元合直弦除不除寄為母便以

此為平股也即半徑平股自之得元

半徑內帶直弦然後置底勾以明勾

乘之得元又以直弦寄左乘之得一千一百五十六

通之得下式元為同數與左相消得元

元廉從一一如上

或問見底勾二百步平弦一百三十六步問答

同前

法曰倍平弦內減底勾復以底勾乘之開平

方得半徑

草曰立天元為半徑先倍平弦內減底勾餘

川為明勾復以底勾乘之得元為半徑

寄左然後以天元乘為同數與左相消得卜

。開平方得一百二十步又倍之即城徑

也合問

或問底勾二百步高弦二百五十五步問答同

前

法曰底勾乘高弦為立實底勾乘為從高

弦為廉一為隅得半徑

草曰識別得高弦即皇極股也 立天元一

為半徑副之上位加高弦得 ㄣ 即底股也

下位減於高弦得 ㄣ 即明股也置明股以

底勾乘之得 ㄣ 合以底股除不除寄為母

便以此為明勾又以底勾乘之得 ㄣ 為半

徑羈內帶底寄左股分母然後以天元羈乘底股得

ㄣ 與左相消得 ㄣ 開立方得一

百二十步倍之即城徑也合問

或問底勾二百步重勾重弦和五十步問答同

前

法曰以二云數相減餘加底勾復以減餘乘

之半之於上以減餘自之減上位為實併云

數半之為法得重股 ㄣ

草曰別得二數相減餘 ㄣ 為小差股 立天

元一為重 ㄣ 於小差股得 ㄣ 即半徑也

又以天元減半徑得 ㄣ 為虛股於上又以

半徑加底勾得 ㄣ 為通勾於下上下相

乘得一折半得一為半徑寄左
然後以半徑自之得下式一為同數與
左相消得一土法下實得三十步即重股
也合問

或問見底勾二百步明股明弦和二百八十八
步問答同前

法曰二數相減又半之得數又減於底勾餘
為泛率以泛率自之又倍之於上位又二數
相減而半之以乘和步所得減於上位為實

倍泛率於上位又半底勾減和步加上位為

法得明勾

草曰別得和步得明勾為大差也大差得底

勾為二中差

鏡案此數偶合於
新設四率俱不通

立天元一

為明勾加和步得一為股圓差也即大內

又加底勾得一折半得一即通勾通股

差也此即中差置大差減中差得下一即小差

也大小差相乘得一為半段圓徑寄

左乃置底勾內減小差得一為半徑以自

之得非阮倍之得下式阮為同數與
左相消得阮上法下實得七十二步即明
勾也合問

〔案〕此條法草與三卷末以小差邊股其為
二中差者同誤依問另設於後

法曰以底勾乘明股弦和纂為實倍底勾
以明股弦和乘之加入明股弦和纂為從
倍明股弦和內減底勾為廉一為隅開帶
縱立方得明勾

草曰別得明弦得明勾為高股高勾即半
徑也底勾為平勾弦和明勾為平勾弦較
平股即半徑也立天元一為明勾自之
得一阮應以明股弦和除之不除便以為
明股弦較內寄明股弦和分母明股弦和自之得纂
為股弦和以加股弦較得一阮為倍明
弦以分母乘倍天元得阮為倍明勾與倍
明弦相加得一阮為倍高股置底勾減
天元得阮為倍平勾與倍高股相乘得

卜卍為城徑幕內寄明股 寄左又倍

天元與倍底勾相乘得三以寄分母乘之

得卍為相同數與左相消得卍開

立方得明勾合問

〔銳案〕此法及草因數偶合而誤別擬如後

法曰和步乘底勾又以和步乘之為實倍

底勾加和步又以和步乘之為從倍和步

內減底勾為廉一常法開立方得明勾

草曰底股底弦和內減和步即黃長股弦

和也底勾得明勾即黃長弦也黃長股即

圓徑明弦上三事和即大差 立天元一

為明勾以和步乘底勾得元以明勾除

之得太為底股底弦和也內減和步餘

元卍為黃長股弦和也以天元加底勾

得元為黃長弦以減黃長股弦和餘元

卍為圓徑倍底勾內減圓徑得元

為兩個小差於上以和步加天元得元

為一個大差於下上下相乘得下式元

