測量異同 句股義
圜容較義 測量灋義

道光丁未鐫

測量異同

海山仙館叢書

海山仙館叢書

測量異同

道光丁未鐫

測量異同

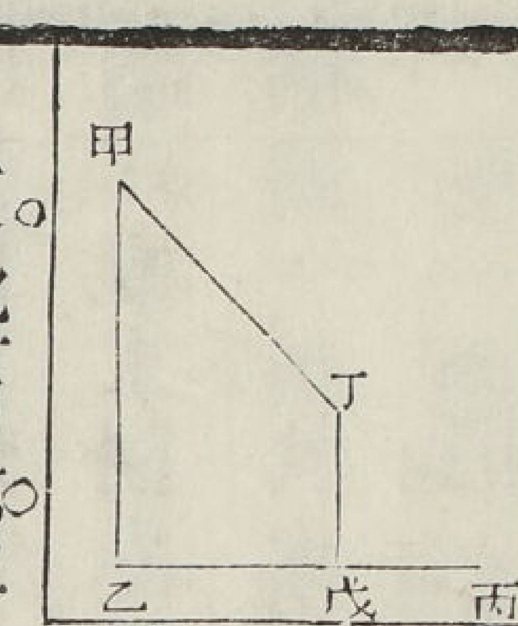
吳淞徐光啟譔

九章算法句股篇中故有用表用矩尺測量數條與今譯測量法義相較其法畧同其義全闕學者不能識其所繇既具新論以攷舊文如視掌矣今悉存諸法對題臚列推求同異以竢討論其舊篇所有今譯所無者仍補論一則共為測量異同六首如左

第一題 與前篇第四題同

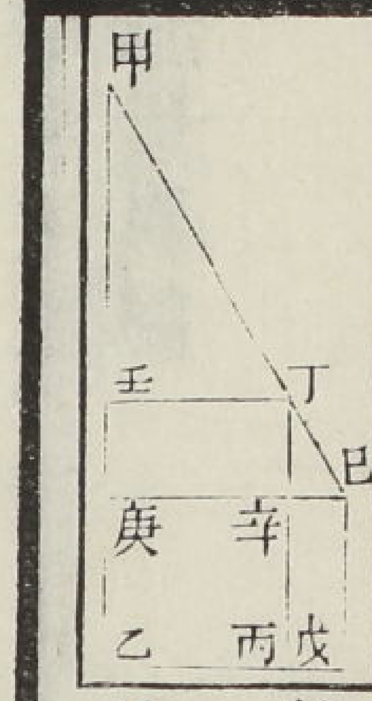
以景測高

欲測甲乙之高。其全景乙丙長五丈。立表於戊、爲丁戊。高一丈。表景戊丙長一丈二尺五寸。以表與全景相乘。得五萬寸爲實。以表景百二十五寸爲法。除之。得甲乙高四丈。此舊法與今譯同。



第二題 與前篇第十題同

以表測高。

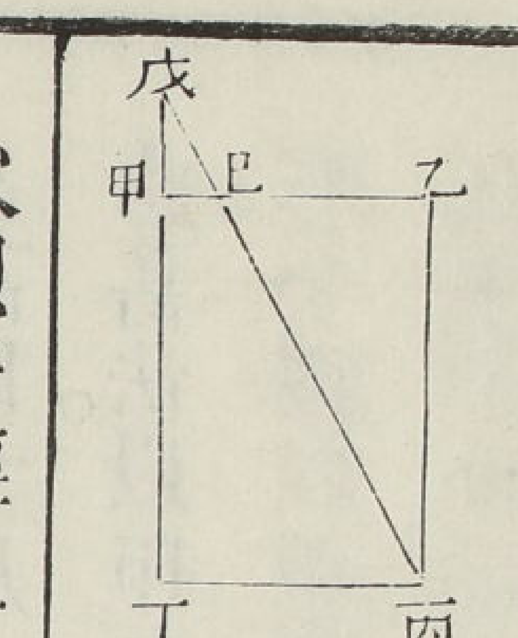


欲測甲乙之高。去乙二十五尺。立表於丙。爲丁丙。高一丈。却後五尺立於戊。使目在巳。戊至巳高四尺。視表末丁、與甲爲一直線。次以丁丙表高十尺。減目至足辛丙四尺。得表目之較。丁辛六尺。以乘乙丙二十五尺。得百五十尺爲實。以丙戊五尺爲法。除之。得三十尺。加表十尺。得甲乙高四十尺。

此舊法。以甲壬丁爲大三角形。以丁辛巳爲小三角形。今譯以甲庚巳爲大三角形。丁辛巳爲小三角形。其實同法同論。何者。甲壬與壬丁。若甲庚與庚巳也。四卷六

第三題 與前篇第八題同

以表測深。



甲乙丙丁井。欲測深。其徑甲乙五尺。立一表於井口、爲戊甲高五尺。從戊視丙。截甲乙徑於巳。甲至巳、得四寸。次以井徑五尺。減甲巳四寸。存巳乙四尺六寸。以乘戊甲五尺。得二千三百寸爲實。以甲巳四寸爲法除之。得井深五丈七尺五寸。

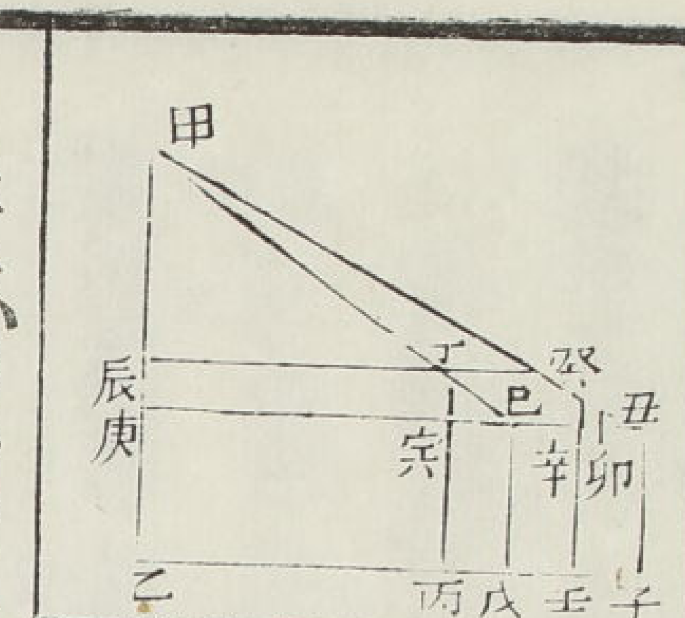
此舊法以戊甲巳爲小三角形。巳乙丙爲大三角形。今譯當以戊甲巳爲小三角形。戊丁丙爲大三角形。

其實同法同論。何者。戊丁與丁丙。若丙乙與乙巳也。一卷三十四可推

第四題與前篇第十題後法同

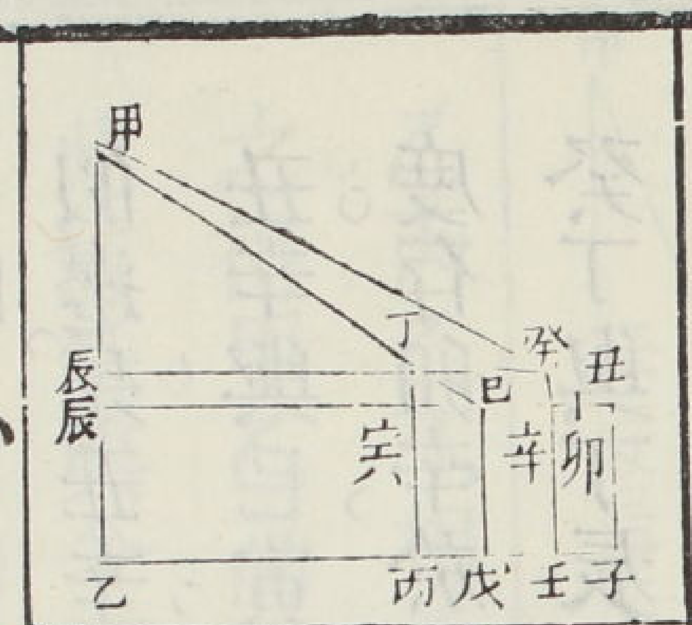
以重表兼測無遠之高。無高之遠。

欲於戊測甲乙之高。乙丙之遠。或不欲至。或不能至。則用重表法。先於丙立丁丙表。高十尺。却後五尺。立於戊。目在巳。巳戊高四尺。視表末丁與甲爲一直線。次從前表却後十五尺。立一癸壬表於壬。亦高十尺。却後八尺。立於子。去壬八尺。其目在丑。丑子亦高四



尺。從丑視癸、甲亦一直線。次以表高十尺減足至目四尺、得表目較癸辛或丁寅六尺。與表間度癸丁或壬丙十五尺、相乘得九十尺爲實。以兩測所得巳寅、丑辛相減之較卯辛三尺、此較舊名景差今名兩測較爲法除之。得三十尺加表高十尺。得甲乙高四十尺。若以兩測所得之小率丙戊五尺。與表間度癸丁或壬丙十五尺相乘得七十五尺爲實。以卯辛三尺爲法除之。即得乙丙遠二十五尺。

此舊法測高。以癸辛、或丁寅與辛卯。偕甲辰、與等壬丙之丁癸、爲同理之比例。今譯以癸辛或丁寅與辛卯。偕甲庚與等戊子之巳丑。爲同理之比例。舊用壬丙表間也今用戊子距較也其實同法同論。何者甲辰與辰丁。若甲庚與庚巳也。辰丁與丁癸。若庚巳與巳丑也。六卷四平之。則甲辰與丁癸。若甲庚與巳丑也。



補論曰、舊法以重表測遠。則卯辛與等丙戊之巳寅之比例。若等壬丙之癸丁、與等乙丙之丁辰。何者甲

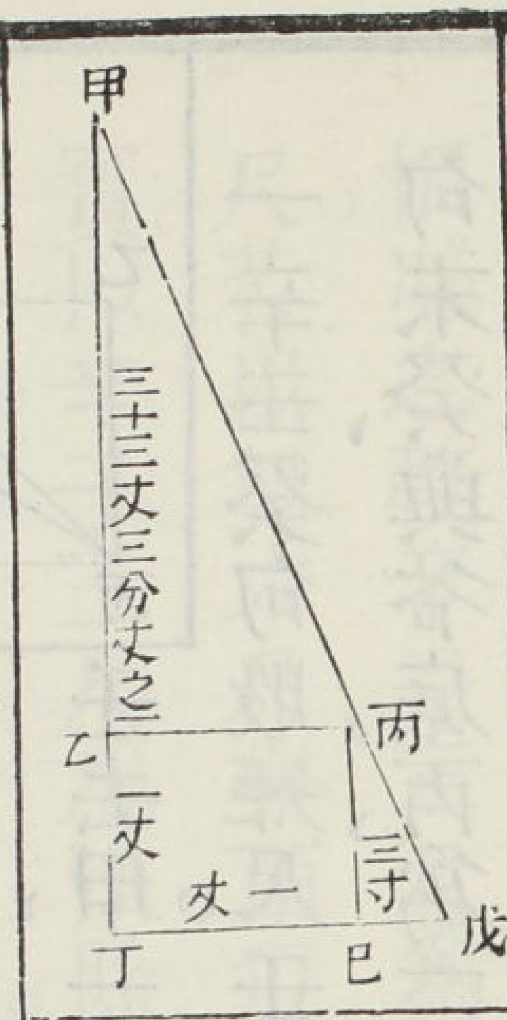
辰癸、癸辛丑爲等角形。六卷三十二 卽丑辛、癸辰、爲相似邊。六卷四 甲辰丁、丁寅巳、爲等角形。卽巳寅丁辰爲相似邊。是丑辛與癸辰若巳寅與丁辰也。六卷四 更之則丑辛與巳寅若癸辰與丁辰也。今於丑辛減巳寅之度存卯辛。於癸辰減丁辰存癸丁。則卯辛與巳寅若癸丁與丁辰也。所減之比例等。所存之比例亦等

第五題 與前篇第十四題同

以四表測遠。

欲測甲乙之遠。于乙上立一表。次于丙、巳、丁、上各立

一表。戊乙丙巳丁直角方形。每表相去一丈。令丁、乙、二表與甲爲一直線。次於巳表之右戊上。視丙表與甲爲一直線。戊巳相去三寸。次以一直線戊巳相去三寸。次以乙丙、乙丁、相乘得一萬寸爲實。以戊巳三寸爲法除之。得甲乙高三十三丈三分丈之一。

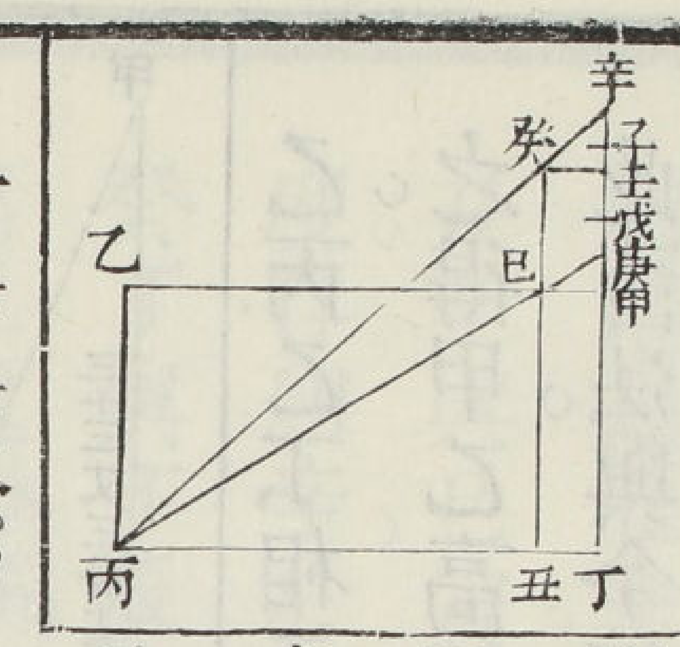


此舊法與今譯同。

第六題 與前篇第十題後法同理

以重矩兼測無廣之深。無深之廣。稍改舊法以從今論

有甲乙丙丁壁立深谷。不知甲乙之廣。欲測乙丙之深。則用重矩法。先於甲岸上依垂線立戊甲巳句股矩尺。甲巳句長六尺。從股尺上、視句末巳、與谷底丙為一直線。而遇戊甲股於庚。庚甲高五尺。次於甲上依垂線取壬。壬去甲一丈五尺。於壬上依垂線、更立一辛壬癸句股矩尺。壬癸句亦長六尺。從股尺上、視句末癸、與谷底丙為一直線。而遇辛壬股于辛。辛壬高八尺。次以前股所得庚甲五尺、與兩句間壬甲十



五尺、相乘。得七十五尺為實。以兩股所得庚甲、辛壬、相減之較辛子三尺為法。除之。即得乙丙深二十五尺。若以句六尺、與兩句間十五尺相乘。得九十尺為實。以辛子三尺為法除之。即得甲乙之廣三十尺。

測深論。作癸巳丑直線。與本篇第四題重表測遠、補論同。測遠論與前篇第十題重表測高論同。

測量異同終

道光丁未鐫

圜容較義

海山仙館叢書

海山仙館叢書

圜容較義

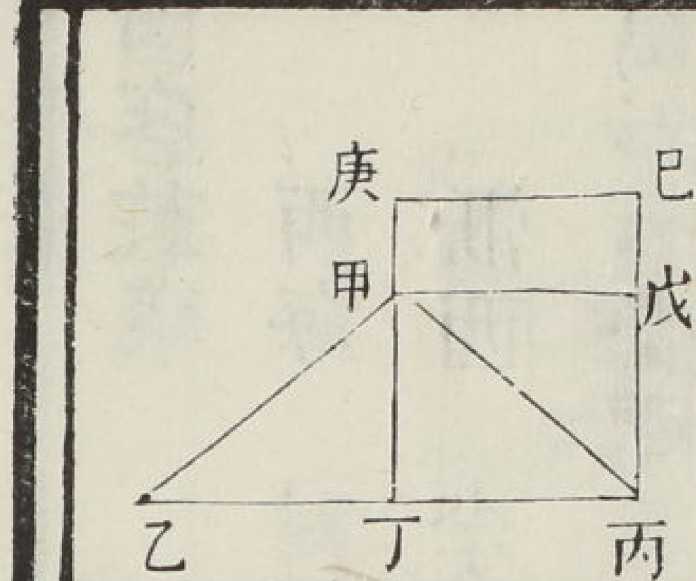
道光丁未鐫

圜容較義

西海　利瑪竇　授
浙西　李之藻　演

萬形有全體目視惟一面卽面可以推全體也面從界顯界從線結總曰邊線邊線之最少者爲三邊形多者四邊五邊乃至千萬億邊不可數盡也三邊形等度者其容積固大於三邊形不等度者四邊以上亦然而四邊形容積恒大於三邊形多邊形容積恒大於少邊形但以周線相等者驗之邊之多者莫如渾圜之體渾圜

者多邊等邊。試以周天度剖之則三百六十邊等也。又剖度爲分則二千一百六十邊等也。乃至秒忽毫釐不可勝算。凡形愈多邊則愈大。故造物者天也。造天者圜也。圜故無不容。無不容所以爲天。試論其概。



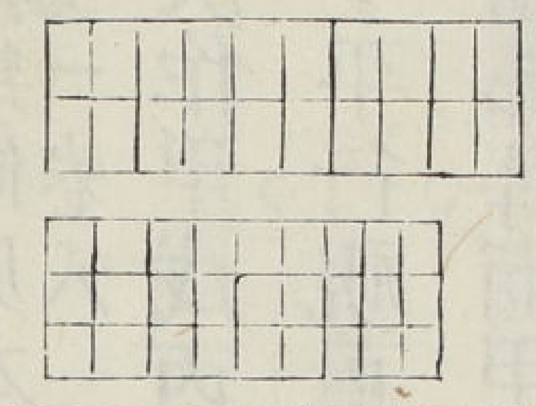
凡兩形外周等則多邊形容積恒大於少邊形容積。

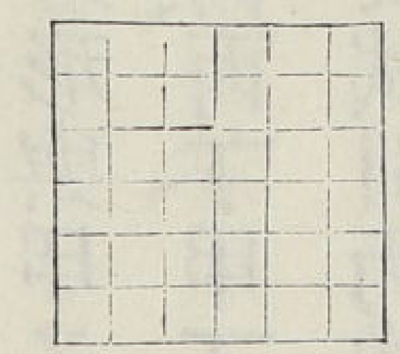
假如有甲乙丙三角形。其邊最少。就底線乙丙兩平分於丁。作甲丁線。其甲乙、甲丙、兩腰等。丁乙、丁丙、又等。甲丁丙角、甲丁乙角、皆等。則甲丁線爲乙丙之垂線。幾何原本一卷八次作甲戊丙丁直角形。而甲戊與丁丙平行。戊丙與甲丁平行。視前形增一角者。一卷四三十六又既甲丁丙、甲丁乙、兩形等。而甲丙戊、與甲丁乙、亦等。一卷三十四則甲丁丙戊方形與甲乙丙三角形自相等矣。以周論之。其甲戊、戊丙、丙丁、甲丁、四邊皆與乙丁相等。甲丙邊爲弦。其線稍長。試引丙戊至巳。引丁甲至庚。皆與甲丙、甲丁、線等。而作庚丁巳丙形。與甲乙丙三角形同周。則羸一甲庚巳戊形。故知四邊形與三邊形等周者。四邊形容積必大

于三邊形。

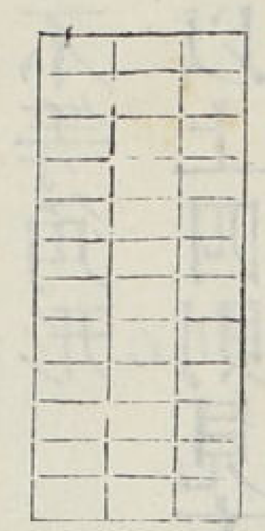
凡同周四直角形其等邊者所容大於不等邊者

假有直角形等邊者每邊六共二十四其中積三十六另有直角形不等邊者兩邊數十兩邊數二其周亦二十四與前形等周而其邊不等故中積只二十又設直角形其兩邊各九其兩邊各三亦與前形同周而中積二十七又設一形兩邊各八兩邊各四亦與前同周而中積三十二或設



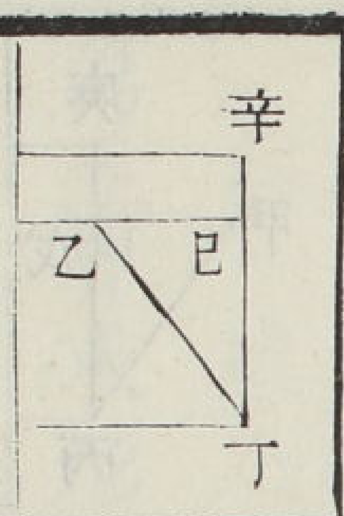


以兩邊為七以兩邊為五亦與前同周而中積三十五是知邊度漸相等則容積固漸多也



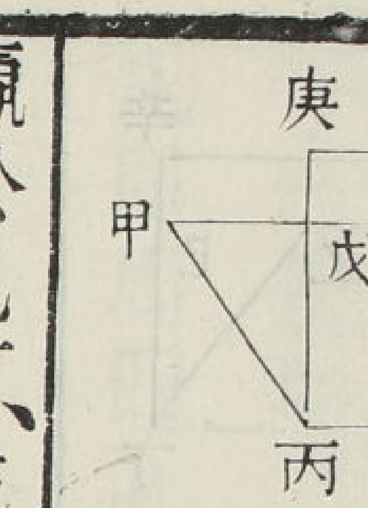
試作直角長方形令中積三十六同前形之積然周得三十與前周二十四者迥異令以此周作四邊等形則中積必大於前形

凡同周四角形其等邊者所容大於不等邊等角者。



設甲乙丙丁不等角形從丙丁各作垂線

又設引甲乙至巳作戊丙巳丁四角相等



形。二卷三十五與不等角形同底原相等。一卷十九、又三十四甲乙亦同戊巳而乙丁及甲丙線。則贏於巳丁、戊丙、線。是甲乙丙丁之周。大於戊丙巳丁之周。試引丁巳至辛、與乙丁等。引丙戊至庚、與甲丙等。而作庚丙辛丁形。則多一庚戊辛巳形。因顯四等角形大於不等角形。

以上四則。見方形大於長形。而多邊形更大於少邊形。則圜形更大於多邊形。此其大畧。若詳論之。則另立五界說。及諸形十八論於左。

第一界等周形。謂兩形之周大小等。

第二界有法形。謂不拘三邊四邊及多邊。但邊邊相等角角相等。卽爲有法。其欹邪不就規矩者。爲無法形。

第三界求各形心。但從心作圜。或形內切圜。或形外切圜。皆相等者。卽係圜與形同心。

第四界求形面。謂周線內所容。人目所見。乃形之一面。

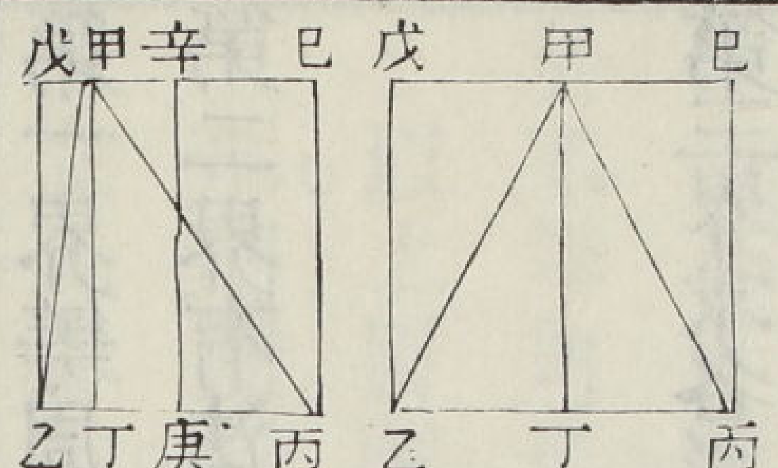
第五界求形體。如立方立圜三乘四乘諸形。乃形之

全體。

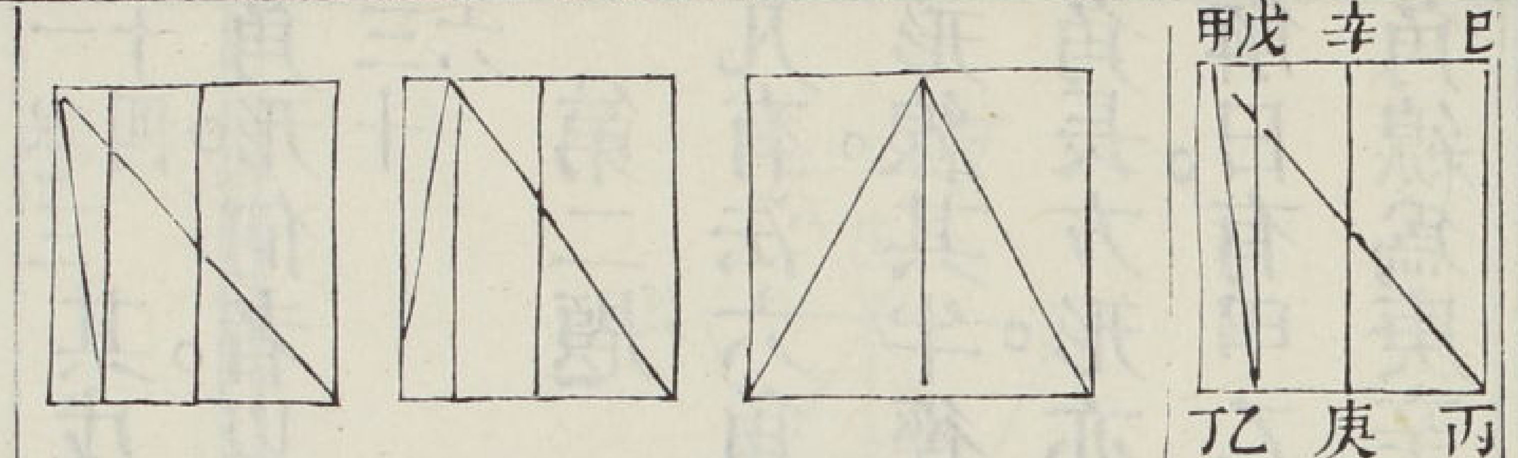
第一題

凡諸三角形。從底線中分作垂線。與頂齊高。以中分線及高線、作矩內直角方形。必與三角形所容等。

解曰。有甲乙丙三角形。平分乙丙于丁、于庚。作垂線至甲、至辛。作甲丁巳丙、及辛庚巳丙、直角。題言直角與三角形等。



先論曰。甲乙丙三角形。平分乙丙于丁。作甲丁線。次從甲作戊巳線。與乙丙平行。又作巳丙、戊乙、二線。成直角形。此直角倍大于甲丁丙巳形。亦倍大于甲乙丙角形。卷一四十一故甲乙丙三角形與甲丁丙巳形等。卷一卷三十六。次論曰。作甲丁垂線。而第二圖丁非甲乙之平分。第三圖甲在方形之外。皆從甲作戊巳線引長之。與乙丙平行。成戊巳丙乙方形。及甲巳丙丁方形。而各以丙乙平分于庚。作庚辛垂線。視甲丁為平行。亦相等。

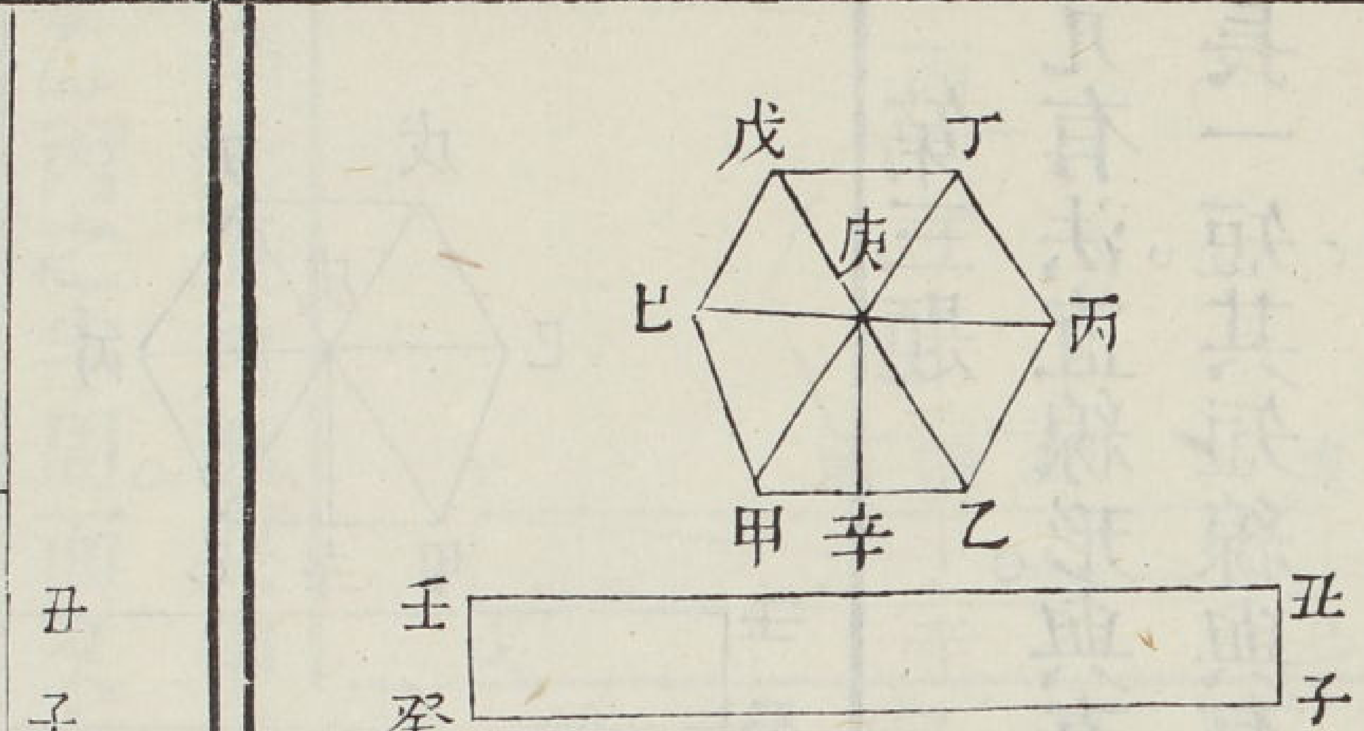


一卷三十四其戊巳丙乙。倍大于辛庚丙巳。亦卽倍大于三角形。何者。以辛庚丙巳長方形。分三角形底線半故。一卷三十六

第二題

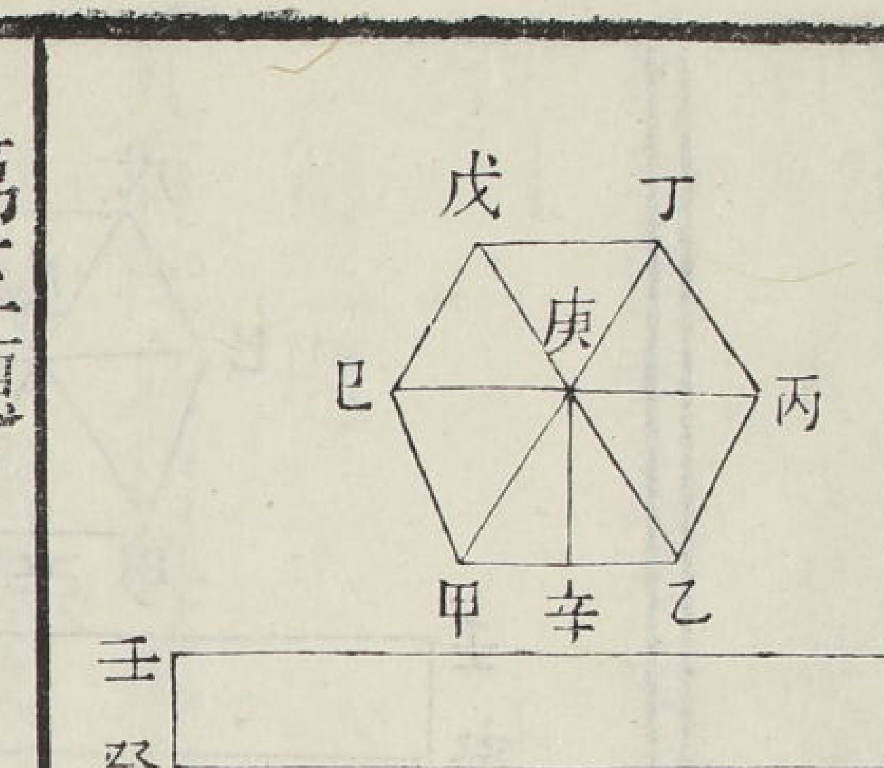
凡有法六角等形。自中心到其一邊之半徑線。作直角形線。其半徑線。及以形之半周線、舒作直線。爲矩內直角長方形。亦與有法形所容等。

解曰。有甲乙丙丁戊巳法形。其心庚。自庚至甲乙作直角線。爲庚辛云云



線爲庚辛。另作壬癸線。與庚辛等。作癸子與甲乙丙丁線等。卽半周線也。題言壬癸子丑直角形。與甲乙丙丁戊巳形之所容等。

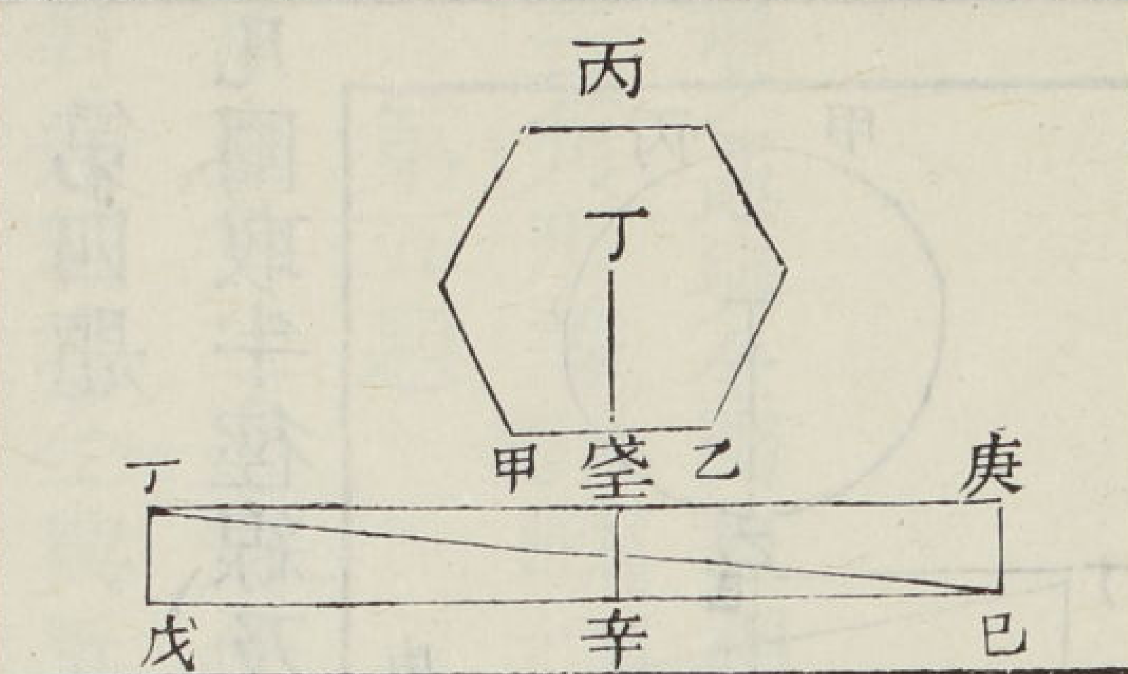
論曰。自庚到各角。皆作直線。皆分作三角形。皆相等。一卷八其甲乙庚三角形。與甲辛、辛庚二線所作矩內直角形等。以甲辛分甲乙之半故本篇一題若以甲乙丙丁半形之周線。爲癸子



線。以與壬癸線共作矩內直角形。即與有法全形等。葢此半邊三箇三角形。照甲乙庚形作分中垂線。其矩線內直角形俱倍本三角形故。

第三題

凡有法直線形與直角三邊形並設。直角形傍二線一長一短。其短線與有法形半徑線等。其長線與有法形周線等。則有法形與三邊形正等。

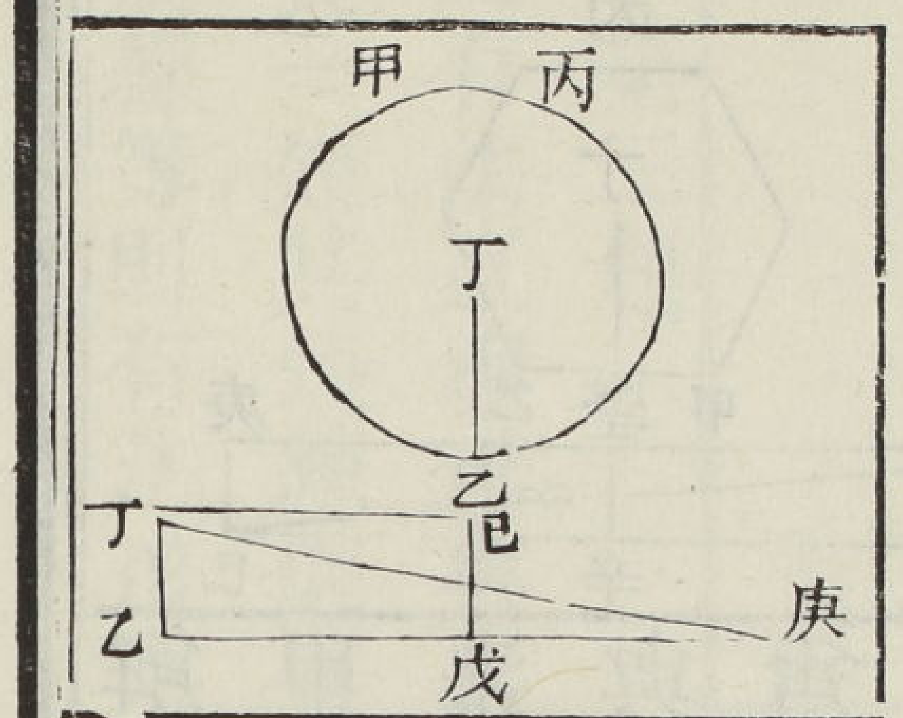


解曰。甲乙丙有法形。其心丁。從丁墜甲乙作垂線。又有丁戊巳直角形。其邊丁戊與法形丁戊等。其戊巳線又與甲乙丙之周線等。題言丁戊巳三角之體與甲乙丙全形等。

論曰。試作丁戊巳庚直角形。兩平分于壬辛。作直線。與丁戊平行。則丁戊辛壬直角形。與甲乙丙形相等。本篇二題。何者。戊辛線得甲乙丙之半周。而又在丁戊矩內。即與有法形全體等故也。

其丁戊巳三角形。與丁戊壬辛直角形等。則丁戊巳三
角形與甲乙丙全形亦等。

第四題



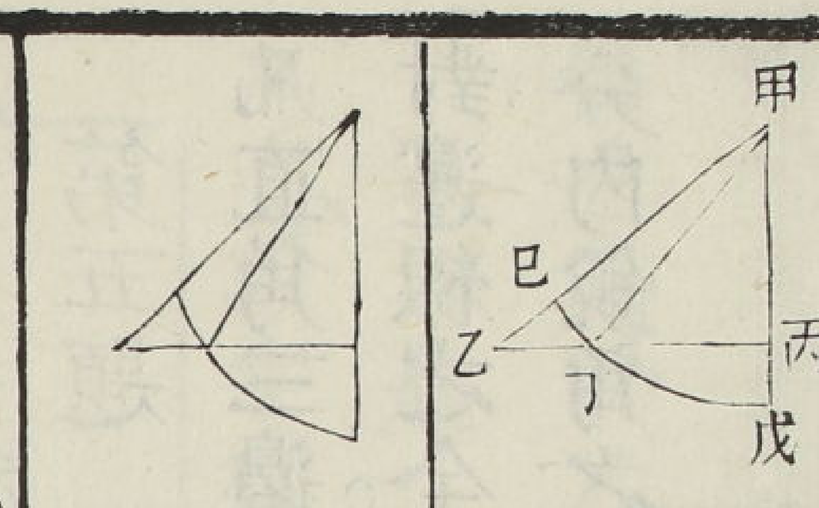
凡圜、取半徑線、及半周線、作矩內直角形。其體等。

解曰、有甲乙丙圜。其半徑爲丁乙。
又有丁乙戊巳直角形。兩丁乙等。
半圜線與戊乙等。題言甲乙丙所
容、與丁乙戊巳直角形所容等。
論曰、試以乙戊引長到庚。令庚戊
與乙戊等。則乙庚與圜周全等。次
從丁望庚作直線。既丁乙庚三角
形之地與全圜地相等。在圖書一題而丁乙戊巳、又與丁乙庚
三角形等。本篇四、又一卷四十註則丁乙戊巳自與全圜體等。

第五題

凡直角三邊形。任將一銳角于對邊作一直線分之。其
對邊線之全與近直角之分之比例。大于全銳角與所
分內銳角之比例。

解曰、有甲乙丙直角三邊形。丙爲直角。從



甲銳角望所對丙乙邊。任作甲丁線。題言丙乙線與丙丁線之比例。大于乙甲丙角與丁甲丙角之比例。

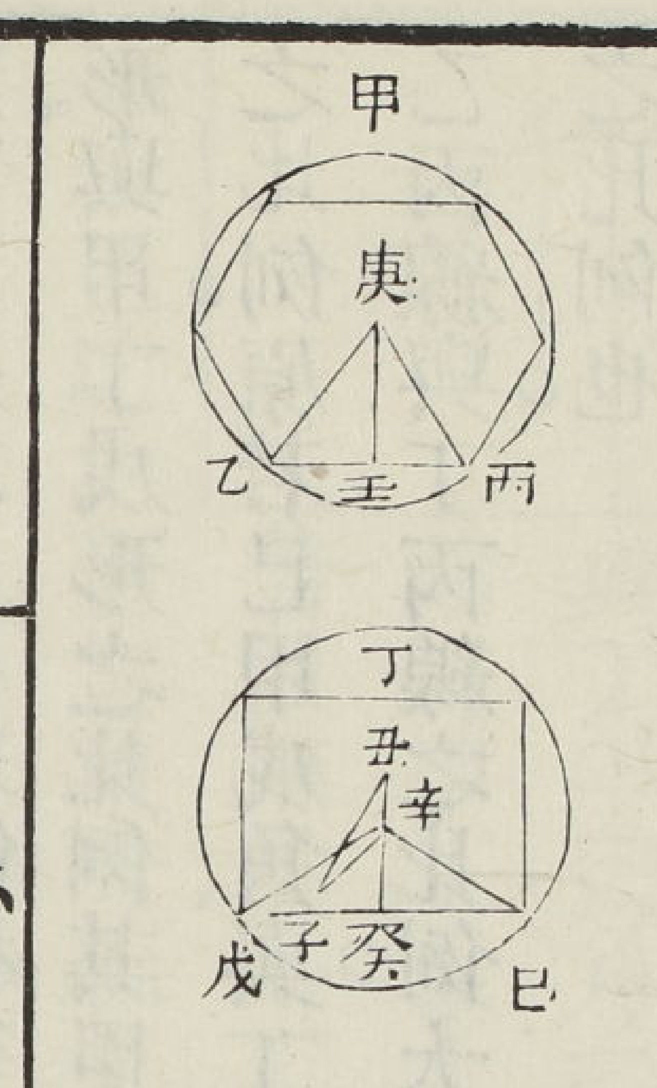
論曰。甲丁線大于甲丙、而小于甲乙。一卷十九若以甲為心。以丁為界。作半規。必分甲巳線于乙之內、而透甲戊線于丙之外。其甲乙丁三角形、與甲巳丁三角形之比例。大于甲丁丙三角形與甲丁戊之比例。何者。一為甲乙丁大形與甲巳丁小形比。一為甲丁丙小形與甲丁戊大形比也。則更之乙甲丁形與丁甲丙形之比例。大于巳甲丁形與丁甲戊形之比例。五卷二十七合之。則乙甲丙形與丁甲丙形。即是乙丁線與丁丙線之比例。形之比例與底線之比例相等、在六卷、固大于甲巳戊形、與甲丁戊形之比例。其甲巳戊圜分、與甲丁戊圜分之比例。原若巳甲戊角、與丁甲戊角之比例。六卷三十三系則乙丙線與丁丙線之比例。大于乙甲丙角與丁甲丙角之比例也。

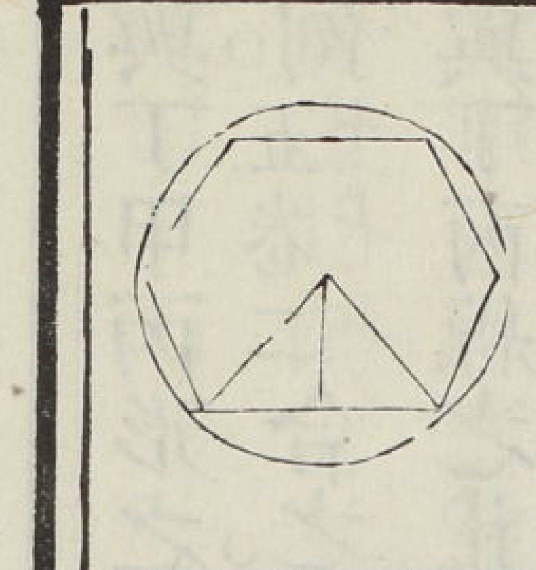
第六題

凡直線有法形。數端。但周相等者。多邊形必大于少邊形。

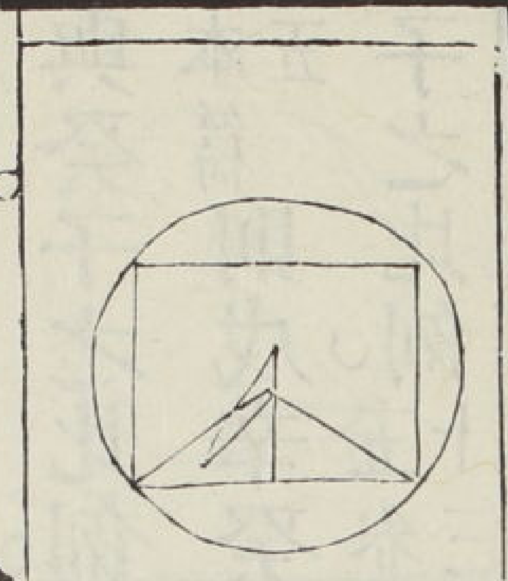
解曰、設直線有法形二。為甲乙丙。為丁戊巳。其外周等。而甲乙丙形之邊多于丁戊巳。不拘四邊六邊雖十邊與十一二邊皆同

此論、題言甲乙丙之體。大于丁戊巳之體、

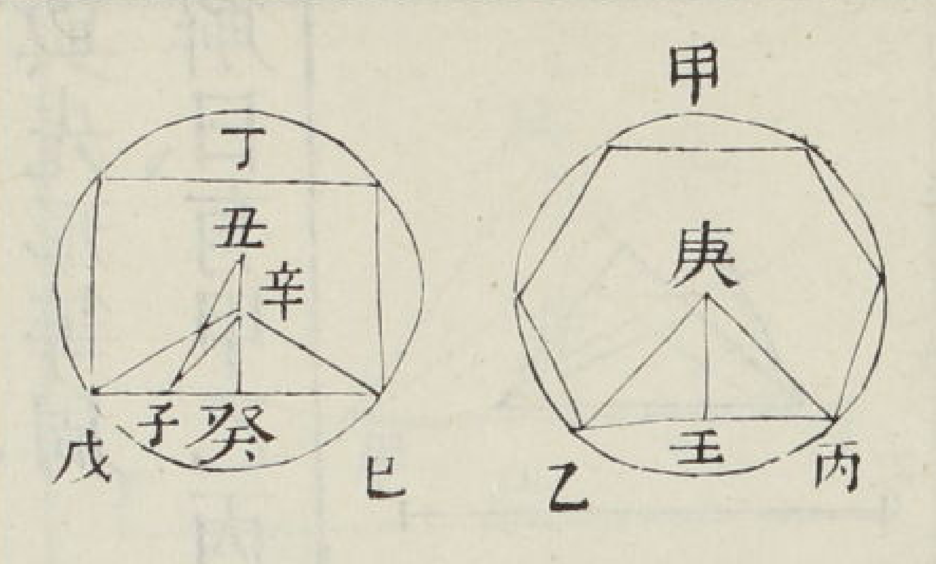




論曰、試于兩形外各作一圓。而從心望一邊作庚壬、作辛癸兩垂線。平分乙丙于壬。分戊巳于癸。三卷三其甲乙丙形多邊者。與丁戊巳形少邊者。外周既等。而以乙丙求周、六而偏。以戊巳求周四而偏。則乙丙邊固小于戊巳邊。而乙壬半邊亦小于戊癸半邊矣。茲截癸子與壬乙等。而作辛子線。又作辛戊、辛巳、及庚丙、庚乙、諸線。次第論之。其巳丁戊圓內各切線等。即勻分各邊俱等。而全形邊所倍于戊巳一邊數。與全圓切分所倍于戊巳切分地。亦等。則甲乙丙內形全邊所倍于乙丙一邊。與其全圓切分所倍于乙丙切分。不俱等乎。其戊巳圓切分與全圓之切分。若戊辛巳角之與全形四直角。六卷三十三題之系



則以平理推之。移戊巳邊于甲乙丙全邊。亦若戊辛巳角之於四直角也。而甲乙丙內形周與乙丙一邊。猶甲乙丙諸切圜與乙丙界之一切圜。亦猶四直角之與乙庚丙角也。（六卷三十三之二系）則又以平理推戊巳與乙丙。卽戊癸與乙壬。而乙壬卽是癸子。又以平理推而戊辛巳角與乙庚丙角。亦若戊辛癸之與乙庚壬也。（五卷十五）夫戊癸與癸子之比例。原大于戊辛癸角與子辛癸角之比例。（本篇五）則戊辛癸與乙庚壬之比例。大于癸辛戊與癸辛子之比例。（五卷十三）而癸辛子角大于壬庚乙角。（五卷十）其辛

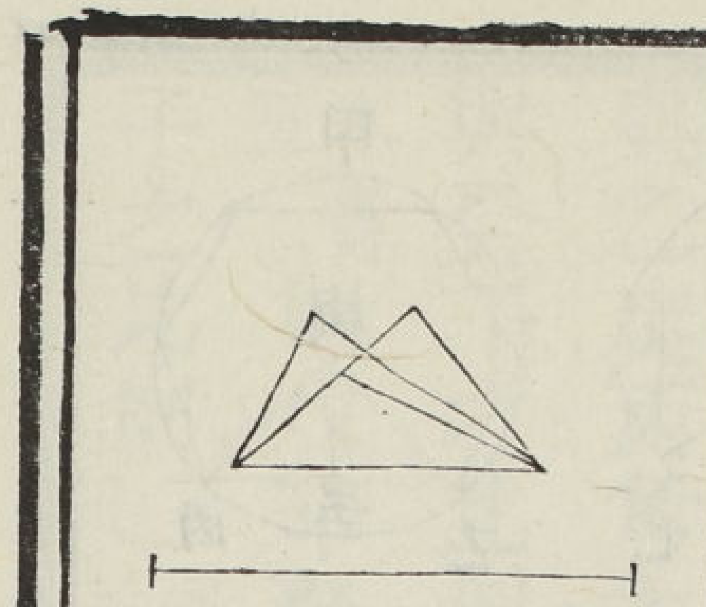


癸子與庚壬乙皆係直角。而辛子癸角。明小于庚乙壬角。（一卷三十二）令移壬乙庚角于癸子上、而作癸子丑角。則其線必透癸辛到丑。其庚壬乙三角形之壬與乙兩角。等于丑癸子三角形之癸子兩角。而乙壬邊亦等于子癸邊。則丑癸線亦等于庚壬線。（一卷二十六）而庚壬實贏于辛癸。令取庚壬線。及甲乙丙半周線。作矩內直角形。必大于辛癸線、及丁戊巳半周線所作矩內直角形也。（本篇二）然則多邊直

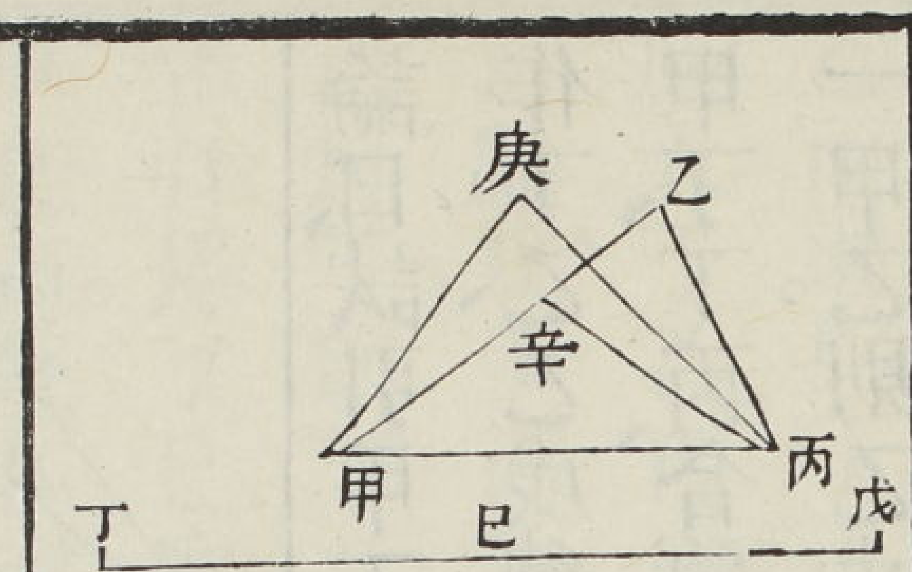
線形之所容豈不大于等周少邊直線形之所容乎。

第七題

有三角形其邊不等。于一邊之上另作兩邊等三角形。與先形等周。



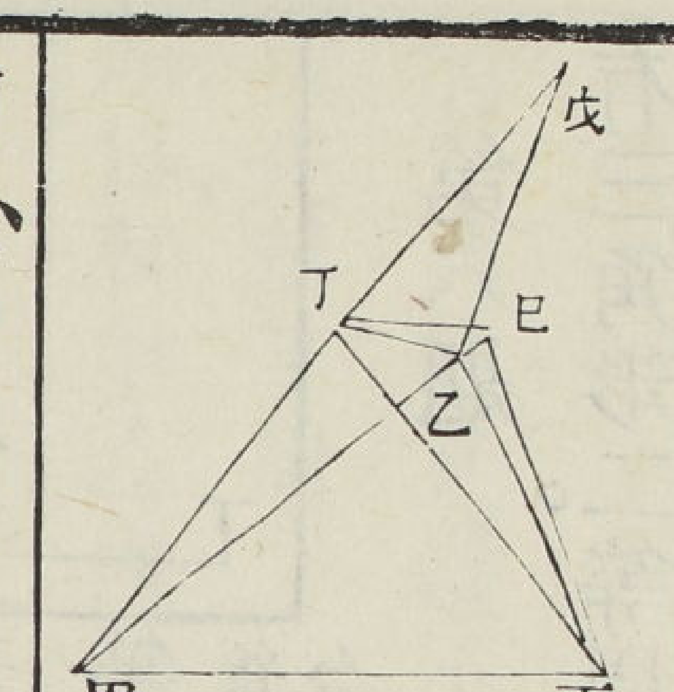
解曰。有甲乙丙三角形。其甲乙大于丙乙。兩邊不等。欲于甲丙上另作三角形與甲乙丙周等。兩邊又等。其法作丁戊線與甲乙、乙丙、合線等。兩平分于巳。甲乙、乙丙、兩邊併。既大于甲丙邊。一卷十則丁巳、巳戊、兩邊併。亦大于甲丙。而丁巳、巳戊、甲丙。可作三角形矣。一卷三十二以作甲庚丙。得所求。盍庚甲、庚丙、自相等。而甲丙同邊。則二形之周等。而甲庚丙與甲乙丙為兩邊等之三角形。此庚點必在甲乙線外。若在甲乙邊上遇辛。則辛丙線小于辛乙乙丙合線。即不得同周、



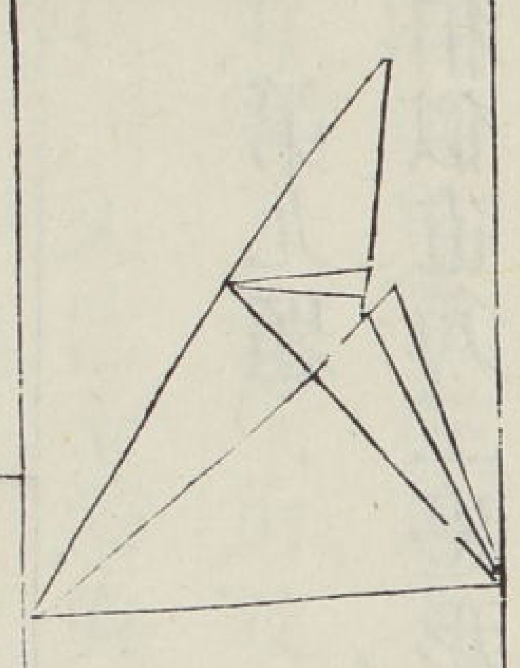
第八題

有三角形二。等周等底。其一兩邊等。其一兩邊不等。其等邊所容。必多于不等邊所容。

解曰、有甲乙丙形。其甲乙邊大于乙丙。令于甲丙上更作甲丁丙三角形。與甲乙丙等周。本篇七 而丁甲丁丙兩腰等。亦與甲乙丙合線等。題言甲丁丙角形大于甲乙丙。



論曰、試引甲丁至戊。令丁戊與丁甲等。亦與丁丙等。又作丁乙、乙戊線。夫甲乙、乙戊合線既大于甲戊。即大于甲丁、丁丙合線。亦大于甲乙、乙丙合線。此兩率者。令減一甲乙。則乙戊大于乙丙。而丁戊乙三角形之丁戊、丁乙兩邊與丁丙乙三角形之丁丙、丁乙兩邊等。其乙戊底大于乙丙底。則戊丁乙角大于丙丁乙角。而戊丁乙角踰戊丁丙角之半。一卷三十二 令別作戊丁巳角與丁甲丙角等。則丁巳線在丁乙之上。而與甲丙平行。一卷廿八 又令引長丁巳與甲乙相遇。而作巳丙線聯之。其甲丁丙、甲巳丙既在兩平行之內。又同底。是三角形相等也。六卷一

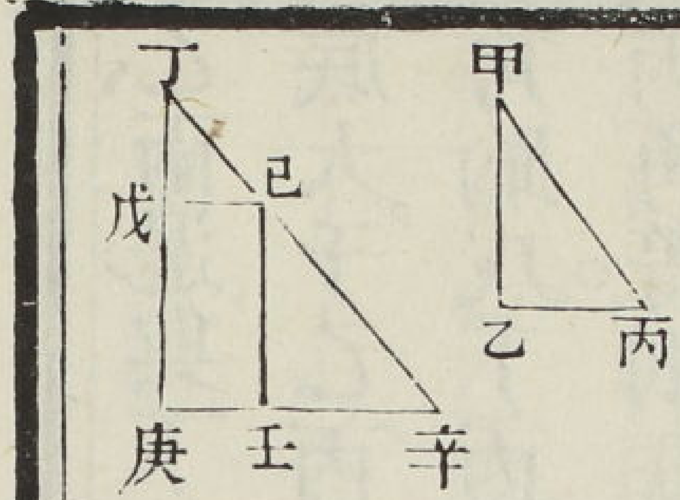


因顯甲巳丙大于甲乙丙。而甲丁丙兩邊等三角形。必大於等周之甲乙丙矣。問戊丁乙角、何以踰戊丁丙角之半、曰丁甲丙與丁丙甲

兩角等而戊丁丙為其外角、
凡外角必兼兩內角故也

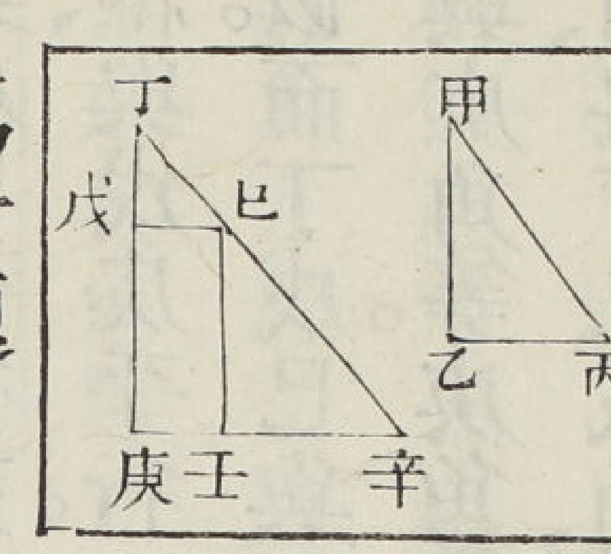
第九題

相似直角三邊形、併對直角之兩弦線為一直線。以作
直角方形。又以兩相當之直線四、併二直線、各作直角
方形。其容等。



解曰、有甲乙丙及丁戊巳三角形二、相似。
其乙戊兩角為直角。而甲與丁、丙與巳角、
各相等。甲丙與丁巳相當。甲乙與丁戊相
當。題言併甲丙、丁巳為一直線。于上作直
角方形。與併甲乙、丁戊作直線。及併乙丙、
戊巳作直線。各于其上作直角方形。兩併等。
論曰、引長丁戊至庚。令戊庚與甲乙同度。次從庚作線
與戊巳平行。又引丁巳長之。令相遇于辛。從巳作巳壬
線。與戊庚平行。一卷二十九則巳壬辛之角形與丁戊巳相
似。而丁戊巳與甲乙丙相似矣。一卷三十二何者、巳壬辛角
與庚角等。庚角與丁戊巳角等。戊角又與乙角等。而辛
角、與丁巳戊角、及丙角俱等。壬巳辛角與甲角亦等。一卷
三十四又巳壬邊與戊庚相等。則亦與甲乙相等。而壬辛

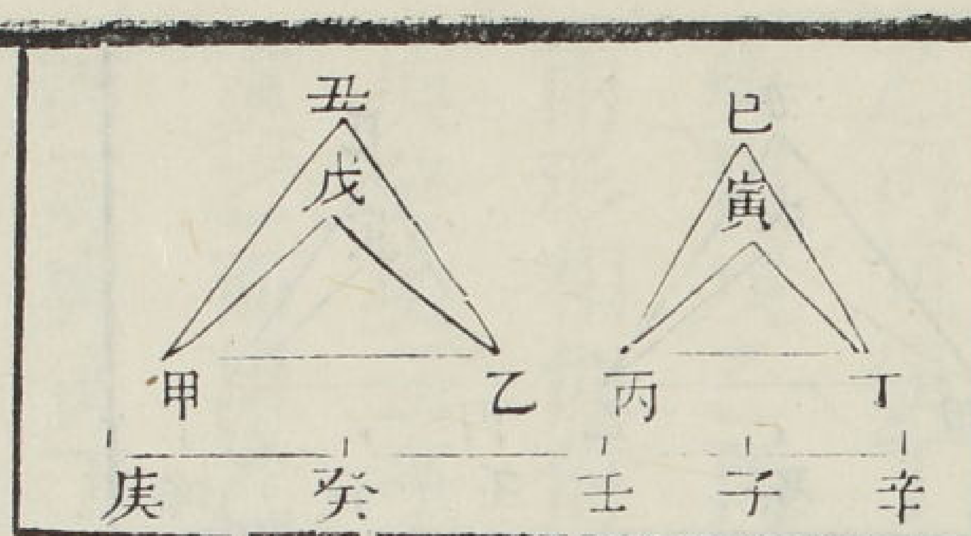
與乙丙、巳辛與甲丙、俱相等。一卷二十六 故丁辛線兼丁巳、甲丙、之度。丁庚線兼丁戊、甲乙、之度。而庚辛亦兼戊巳、乙丙、之度。庚壬卽戊巳也。一卷三十四 然則丁辛上直角方形。與丁庚及庚辛上兩直角方形。併自相等矣。



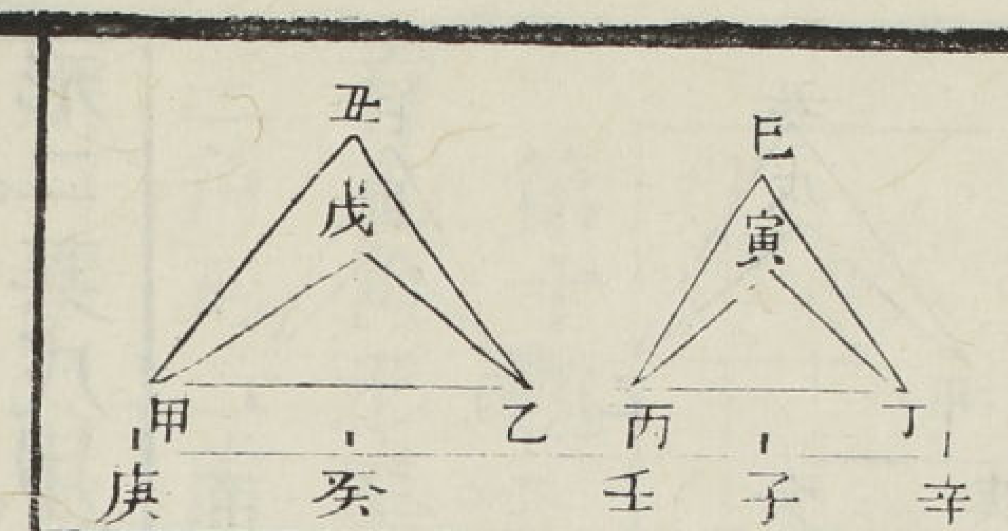
第十題。

有三角形二。其底不等而腰等。求于兩底上另作相似三角形二。而等周。其兩腰各自相等。

解曰。甲乙、丙丁、不等兩底。上有甲戊乙及丙巳丁三角形二。其戊甲、戊乙、腰與巳丙、巳丁、腰俱相等。若甲乙大於丙丁者。則戊角大於巳角。一卷二十五 而兩三角形不相似。求於兩底上各作三角形相似。而兩腰各相等。其周亦等。



法曰。作庚辛線與甲戊、戊乙、丙巳、巳丁、四線等。而分之于壬。令庚壬與壬辛之比例若甲乙與丙丁。六卷十 甲乙既大于丙丁。則庚壬亦大于壬辛。而平分庚壬於癸。平分壬辛於子。庚壬與壬辛既若甲乙與丙丁。則合之而庚辛之視壬辛



若甲乙丙丁併之視丙丁矣。五卷十八夫庚辛併旣大于甲乙丙丁併。兩邊必大於一邊、在一卷二十、則壬辛大于丙丁。而庚壬大於甲乙也。五卷十四甲乙、庚癸、癸壬、三線。每二線必大于一線。而丙丁、壬子、子辛、亦然。令於甲乙上用庚癸、癸壬、線。作甲丑乙三角形。爲兩腰等。而其周在甲戊乙形之外。以戊甲戊乙得庚辛之半、而庚壬之度過之故、於丙丁上用壬子、子辛、線。作丙寅丁三角形。亦兩腰等。而其周在丙巳丁之內。巳丙巳丁亦得庚辛之半、而壬辛之度不及故俱一卷二十二、

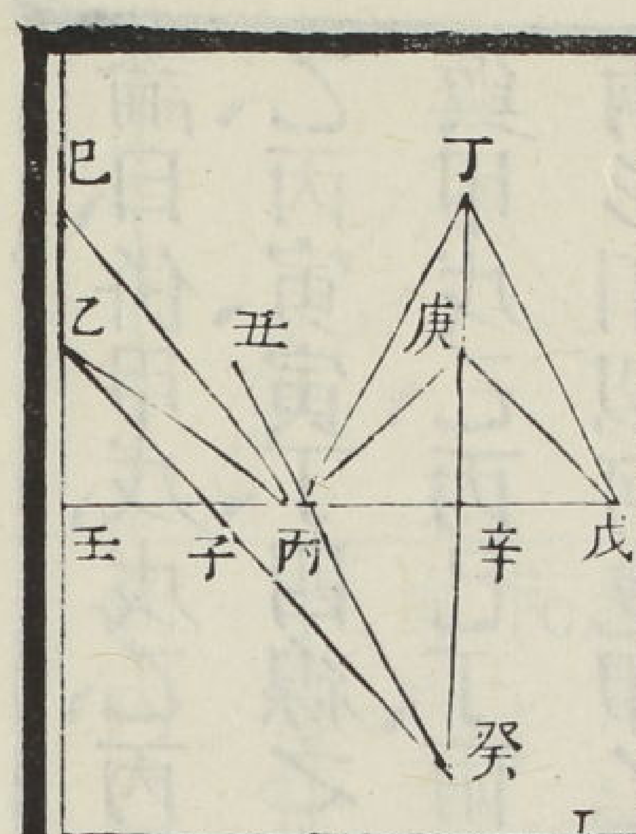
論曰、併甲戊、戊乙、丙巳、巳丁、四線之度。旣與併甲丑、丑乙、丙寅、寅丁、四線之度相等。則甲丑乙丙寅丁兩形自與甲戊乙、丙巳丁、兩形同周。而其兩腰亦自相同。至于兩形相似何也。甲乙與丙丁。若庚壬與壬辛。而減半之庚癸與壬子。五卷十五又若丑甲與寅丙。丑乙與寅丁也。則更之。而甲乙與甲丑。若丙丁與丙寅。而甲丑與丑乙。若丙寅與寅丁。是兩形爲同邊之比例、自相似。六卷五

第十一題

有大小兩底。令作相似平腰三角形相併。其所容必大

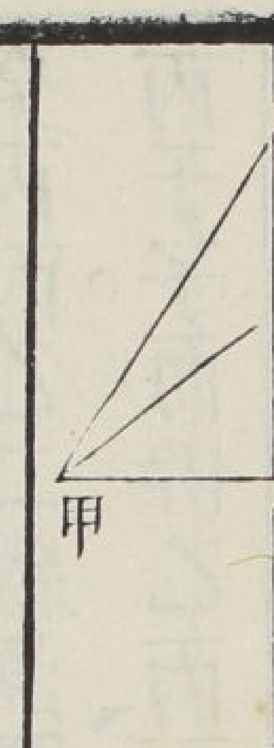
於不相似之兩三角形相併。其底同。其周同。又四腰俱同。而不相似形併。必小於相似形併。

解曰。甲丙、丙戊兩底上。設有甲乙丙及丙丁戊兩三角形。而甲乙、乙丙、丙丁、丁戊四線俱等。令於兩底上依前題別作甲巳丙及丙庚戊兩形相似。而與前兩三角形



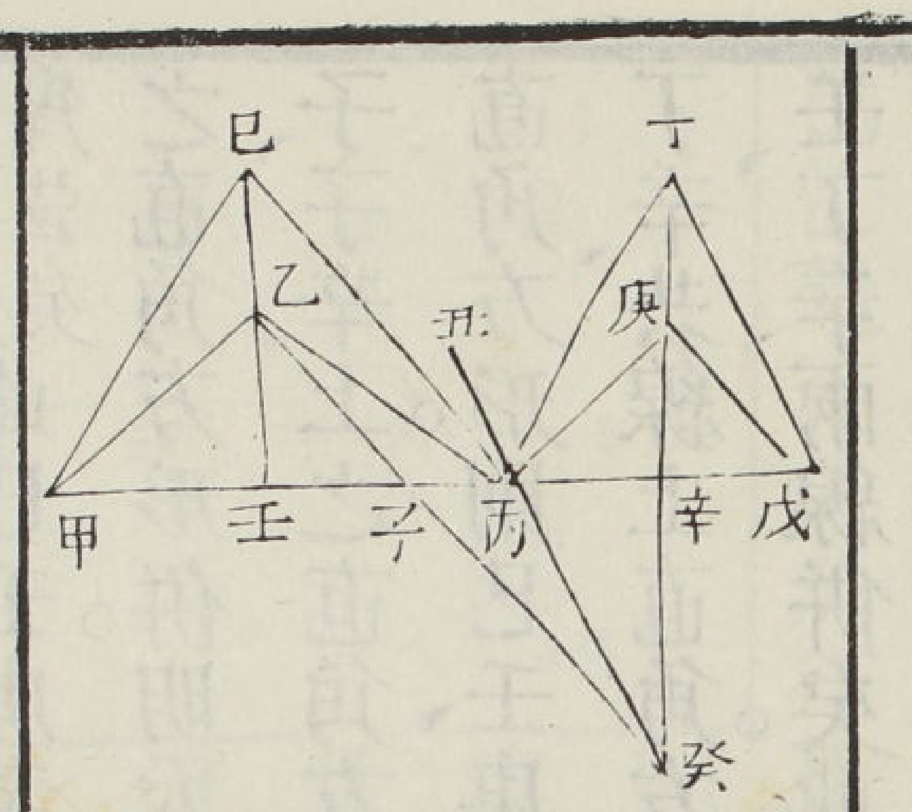
相併者等周。題言甲巳丙、丙庚戊、併。大于甲乙丙、丙丁戊併。

論曰。將甲丙、丙戊作一直線。而甲丙底大于丙戊底。乃從巳過乙作



巳壬線。兩分甲丙於壬。又從丁過庚作丁辛線。兩分丙戊于辛。其甲巳乙三角形之甲巳、巳乙兩邊。與乙巳丙三角形之巳丙、巳乙兩邊等。而甲乙、乙丙兩底又等。則甲巳乙角、與丙巳乙角亦等。一卷八 又甲巳壬三角形之甲巳、巳壬兩邊。與丙巳壬三角形之丙巳、巳壬兩邊等。則甲巳壬角與丙巳壬角等。而甲壬、壬丙之兩底亦等。一卷四 壬之左右皆直角。因顯丙辛、辛戊亦等。而辛之左右角亦直角矣。次引丁辛至癸。令辛癸與丁辛同度。而從癸過丙作

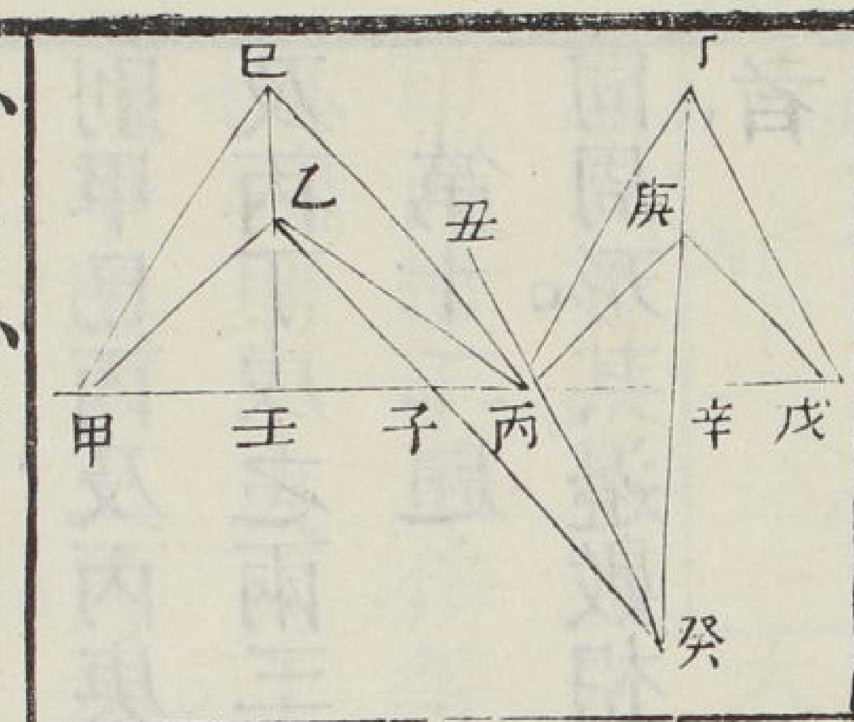
癸丑直線則丁丙辛三角形之丁辛、辛丙、兩邊與辛癸丙三角形之辛癸、辛丙、兩邊等。而辛之上下角亦等爲直角丁丙、丙癸、兩底等。而丁丙辛角與癸丙辛角、俱等。一卷四 丁丙辛角既大于庚丙辛角。而庚丙辛角與巳丙壬角相似。即相等。一卷五 而丁丙辛角即癸丙辛。總大于巳丙壬其癸丙辛角等於對角之丑丙壬。一卷十五 是丑丙壬亦大於巳丙壬。而引癸丑線。當在於丙巳之外也。若夫癸丙、丙乙、二線。涵癸丙乙角向壬、試作癸乙線。以分壬丙于子。而併乙丙、丙癸、二線。必大于癸乙線。一卷二十 則巳



丙、丙庚、併。亦大于乙癸線何也。此四形者兩兩相併爲等周。則甲乙、乙丙、丙丁、丁戊四線併與甲巳、巳丙、丙庚、庚戊四線併原相等。而減半之乙丙、丙丁。即乙丙、丙癸與巳丙、丙庚、亦相等故也。併巳丙、丙庚、二線爲一直線。就其上作直角方形。必大于乙癸線上之直角方形。夫巳丙、丙庚、併之直角方形與巳壬、庚辛、併之直角方形及壬丙、丙辛、上之直角方形併相等。九題

而癸乙上之直角方形。與乙壬併辛丁卽辛癸上直角方形及壬子、子辛、上直角方形併。又自相等。九題、從子上分兩對角、其角等、而壬與辛俱為直角相似之形、令移置辛癸於乙壬之下、移置壬辛為癸垂線、則乙壬辛癸為股、壬辛為句、乙癸為弦矣。此巳壬、庚辛、線併之直角方形及壬丙、丙辛、上之直角方形併。明大于乙壬、丁辛、併之直角方形。及壬子、子辛、上之直角方形併也。此兩率者。每減一壬辛上直角方形。則巳壬、庚辛、共線上之直角方形。大于乙壬、丁辛、共線上直角方形矣。而巳壬、庚辛、兩線併。大于乙壬、丁辛、兩線併矣。此兩率者。令同減乙壬。同減庚辛。則

巳乙豈不大於丁庚乎。壬丙原大於丙辛。以甲丙原大于丙戊故、



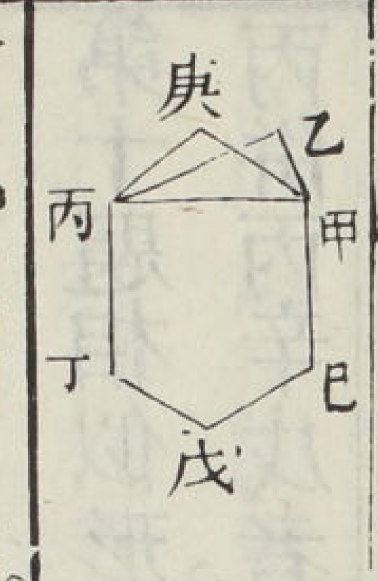
則巳乙與壬丙矩內直角形大于丁庚與辛丙矩內直角形。而乙巳丙三角形為巳乙、壬丙、矩內直角形之半。何者。令從壬丙作垂線與乙巳平行。而以乙巳為底就作直角形。此謂巳乙、壬丙、矩內直角形。其中積倍于巳乙丙三角形。反之。則巳乙丙角形。為巳乙、壬丙、矩形之半。其丁庚丙三角形亦然。乃丁庚及辛丙矩內直角形之半也。則巳乙丙

三角形。大于丁庚丙三角形。而甲巳丙乙形、爲丙乙巳三角之倍者。亦大于丙庚戊丁形、爲丁庚丙三角之倍者矣。此兩率者。又每加甲乙丙與丙庚戊之三角形則甲巳丙及丙庚戊之兩三角形併。豈不大于甲乙丙及丙丁戊之兩三角形併哉。

第十二題

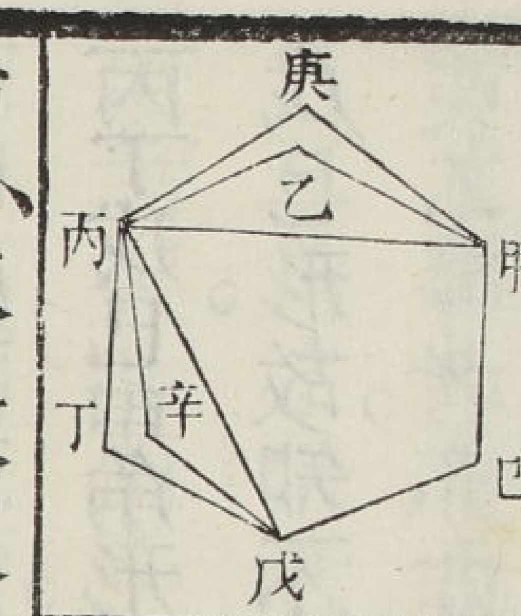
同周形。其邊數相等。而等角等邊者。大于不等角等邊者。

先解曰。有甲乙丙丁戊巳多邊形。與他形同周同角者。較。必邊邊相等。乃爲最大之形。



論曰。若謂不然。先設甲乙、乙丙、不等邊。如第一圖。又作甲丙線。于上作等邊三角爲甲庚丙形。與甲乙丙等周。本篇七 則甲庚丙丁戊巳形。亦與甲乙丙丁戊巳形等周。而甲庚丙三角形。必大于甲乙丙三角形。本篇八 令每加丙丁戊巳甲角形。則甲庚丙丁戊巳形。亦大于甲乙丙丁戊巳形。故知不等邊者。不爲最大。其他如丙丁邊之類或不等者。亦如此推。

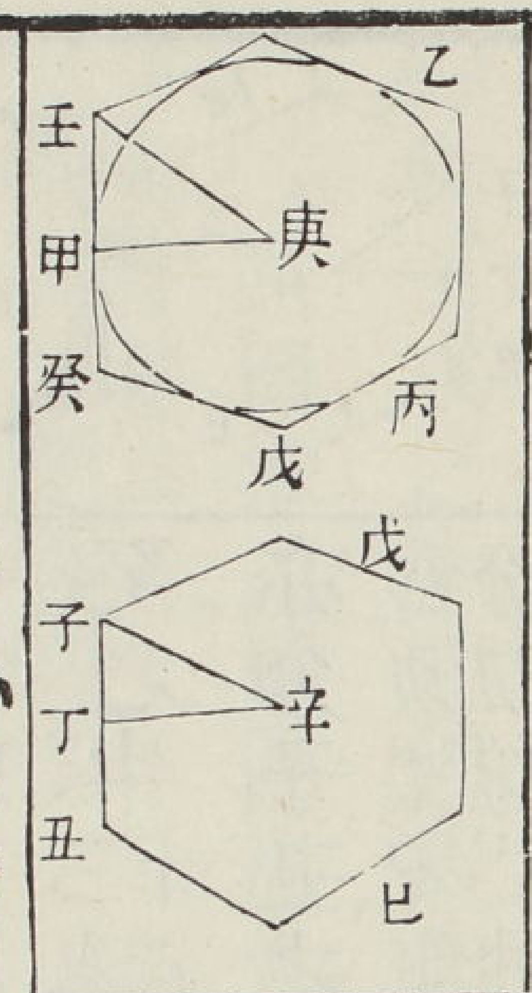
次解曰。又設甲乙丙丁戊巳等邊形、與他形同周同邊者較。必角角相等。乃爲最大之形。



論曰、依上論各邊俱等。則甲乙丙、丙丁戊、爲等邊三角形。邊角俱等而甲乙、乙丙、與丙丁、丁戊、相等。若謂不然。而乙角可大于丁角。則甲丙線必大于丙戊線。一卷二十四試于甲丙、丙戊、兩底上。別作三角形。爲甲庚丙。爲丙辛戊。如第十題相似形。令與甲乙丙、丙丁戊、併者等周。則甲庚丙併丙辛戊者。大于甲乙丙併丙丁戊。本篇十一而每加丙戊巳甲角形。則甲庚丙辛戊巳。必大于甲乙丙丁戊巳也。何得以等周等邊而不等角者爲最大乎。

第十三題

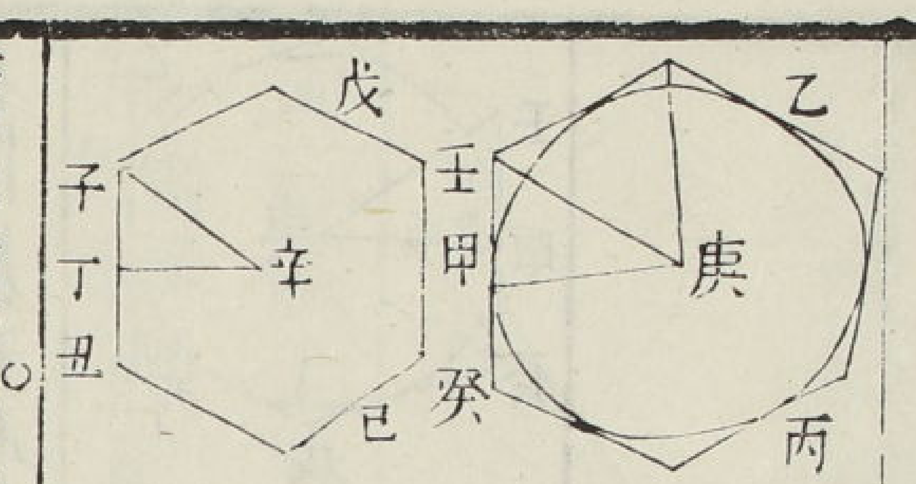
凡同周形。惟圜形者、大於衆直線形。有法者。



解曰、有甲乙丙圜形。又有丁戊巳多邊有法形。其周等。題言甲乙丙大于丁戊巳。

論曰、庚爲甲乙丙之心。辛爲丁戊巳之心。甲乙丙外。另作壬乙丙癸多邊形。與丁戊

巳相似。四卷十六註而從壬癸切圜于甲者。作
半徑線于庚。則庚甲爲壬癸垂線。而分壬
癸之半。三卷十八又從辛作子丑垂線。則辛丁
亦分子丑之半。三卷三、設于兩多邊形外、作切形圜、而以壬癸子丑爲切圜線、向心作垂線、則垂線必分切線之中央、故說在四卷十二、

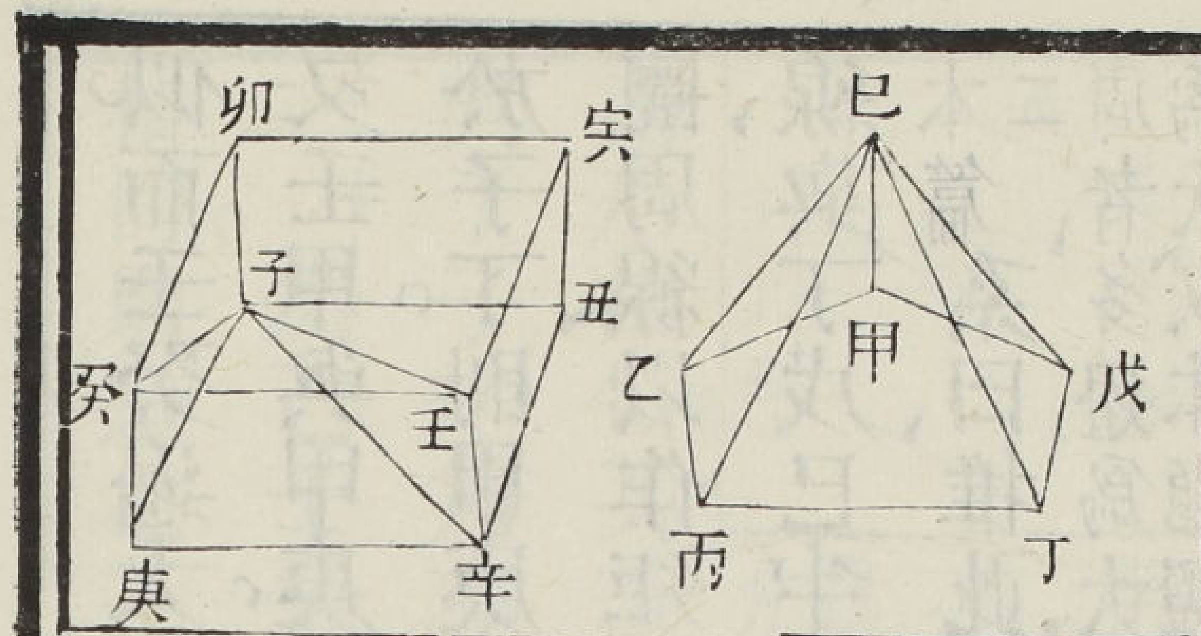


兩形相似。其壬全角與子全角等。則半之、而甲壬庚角
與丁子辛角亦等。壬甲庚直角與子丁辛直角亦等。卷一三十二
然乙壬癸丙之周大于圜周。而圜周與丁戊巳形
相同。則是乙壬癸丙周原大于丁戊巳周矣。夫兩形相

似。而壬癸邊大於子丑邊。則半之、而壬甲亦大於子丁。
又壬甲與甲庚。若子丁與丁辛之比例。六卷四而壬甲大
於子丁。則甲庚亦大於丁辛。五卷十四是故取甲庚線與半
圜周線、以作矩內直角形、其與圜地等也、大於取丁辛
線與丁戊巳半周線、以作矩內直角形、其與形地等也。
本篇二系曰、推此見圜形大于各等周直線形。第六題證有法形同周者、多邊爲大、又十二題證等周及邊數之等者、有法爲大、又本題證等周之有法形、惟圜爲大則圜爲凡形等周者之最大、

第十四題

銳觚全形所容。與銳頂至邊垂線、及三分底之一、矩內直角立形等。



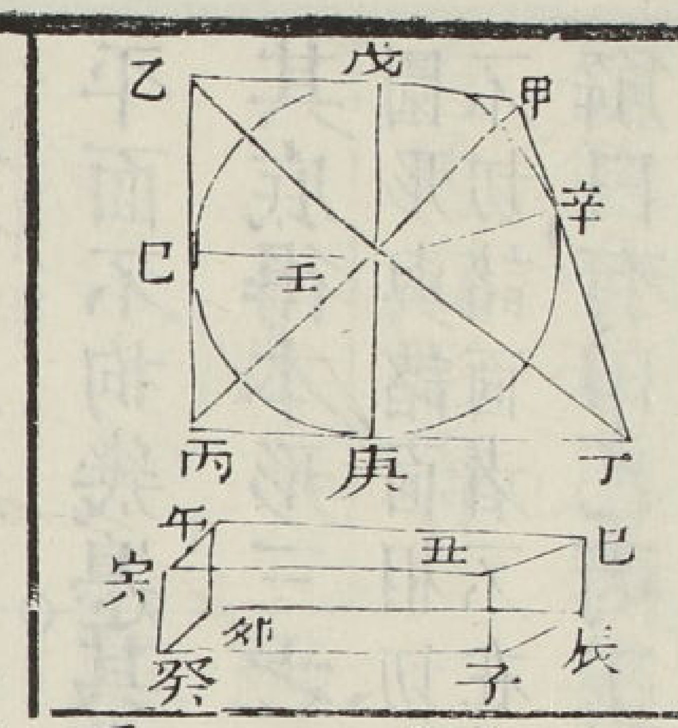
解曰、有觚形不拘幾面。如甲乙丙丁戊底。其頂巳。又有寅庚直角立方形者。其底庚辛壬癸。得甲乙丙丁戊底三之一。其高庚子。與觚等高。題言此寅庚形與觚形所容等。

論曰、從立形底諸角。與相對一角、如子角者。皆作線、以成庚辛壬癸子觚形。此形與寅庚形同底同高。又同巳甲銳觚之高。既巳甲形兼庚辛壬癸子觚之三。十二卷六註言兩觚形同高者、其所容之比例如其底、底等亦等、底倍亦倍。寅庚全形亦兼庚辛壬癸子觚之三。以同底同高故。在十二卷七系。則寅庚全方與巳甲觚等。

第十五題

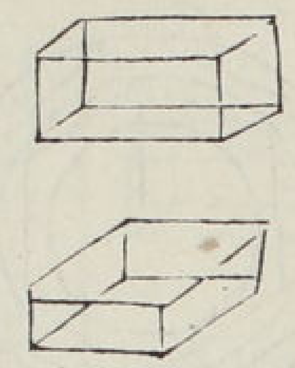
平面不拘幾邊。其全體可容渾圜切形者。設直角立形其底得本形三之一。其高得圜半徑。即相等。可容渾圜切形者、必圜形與諸面相切、若長廣不切諸面者、不在此論。

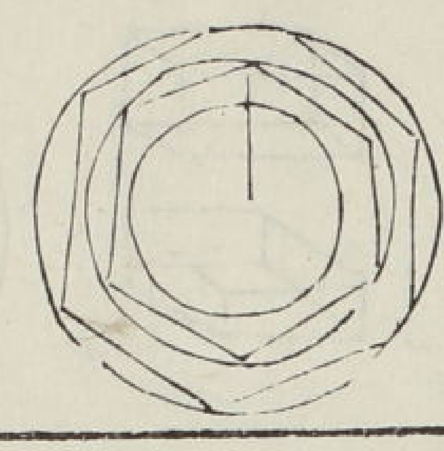
解曰、有甲乙丙丁形。內含戊巳庚辛圜。其心壬。而外線



甲乙切圓於戊。十一卷三題試從戊壬割圓之半。作戊巳庚辛圜。圜形書一卷一題從壬心望各切圓之點。作壬戊爲甲乙垂線。三卷十八壬巳爲乙丙垂線。壬庚爲丙丁垂線。壬辛爲甲丁垂線。別一直角立方形午子。其底子丑寅癸。得甲乙丙丁體三之一。而其高辰子。與圜半徑等。題言此直角立方形。與甲乙丙丁全體等。

論曰。從壬心與甲乙丙丁各角作直線。即分



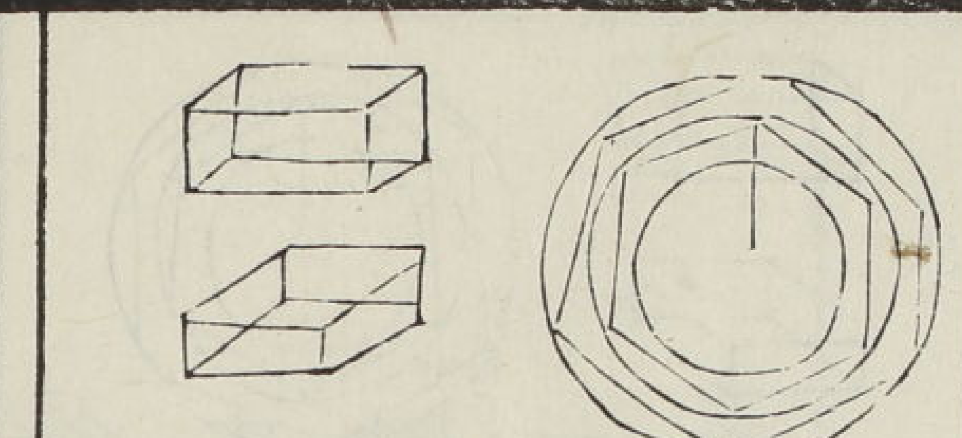


其體爲數觚形。其面即爲觚底。而皆以壬心爲觚銳頂。此各觚皆以其三分底之一、及至銳高之數。爲直角立方形。皆與觚所容等。本篇十四又併爲一形。即與甲乙丙丁體等。亦與午子等。以午子底正得甲乙全形三之一。而其高合圜半徑也。

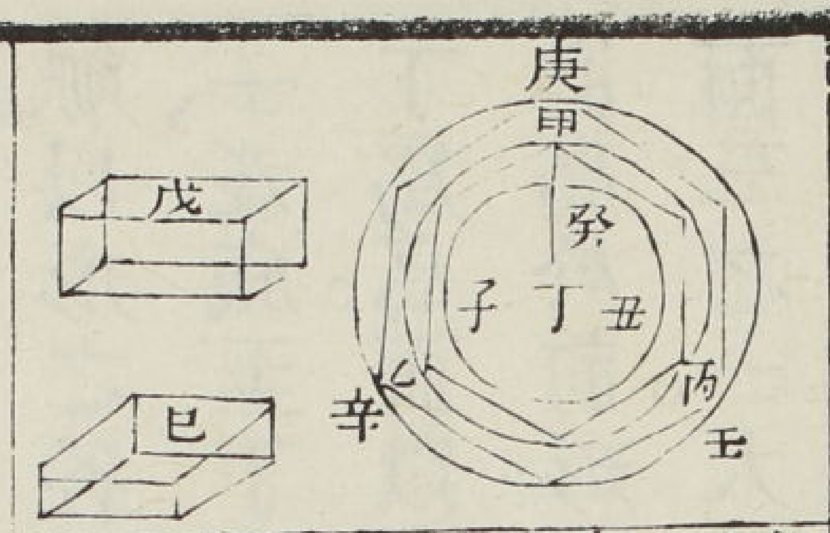
第十六題

圜半徑。及圜面三之一。作直角立方形。以較圜之所容等。

解曰。有甲乙丙渾圓。其心爲丁。又有直角立形之戊



在甲丁徑及甲乙丁渾圜三之一矩內。題言戊形所容與甲乙丙渾圜等。論曰。若言不等。謂戊大于渾圜形。其較有巳者。令以丁為心。外作庚辛壬渾圜大于甲乙丙。而勿令大于戊。第令或等或小。以驗之。而于庚辛壬內試作有法形。勿切甲乙丙圜。十二卷十七 自丁心至形邊各作垂線。則垂線必長於甲丁。又自丁心至形各角作直線。以分此形為幾觚。其庚辛壬法形諸直線為觚底。而垂線至丁心為觚銳頂。



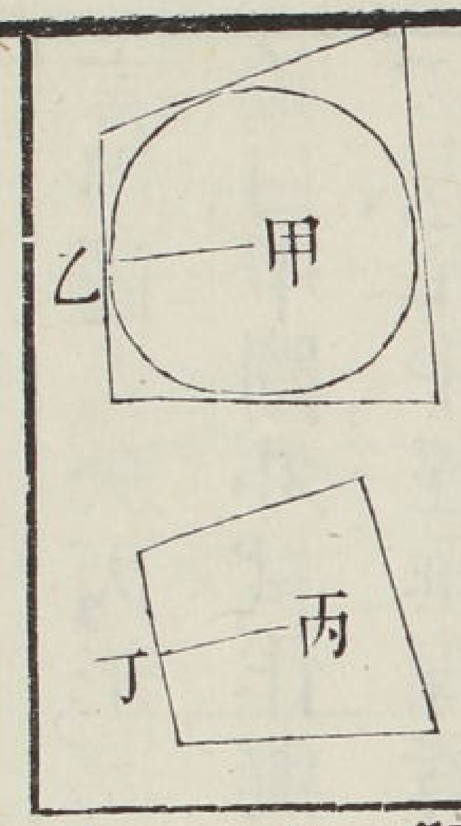
試取各觚底三之一、及丁垂線之高。以作直角立形、與觚等。本篇十四 則併為大直角立形。亦與庚辛壬內之法形等。本篇十五 如云以甲丁為高。而以各觚底三之一、為直角立形。併為大形。則必小於前形。因顯庚辛壬三之一乙大於甲乙丙三之一。而戊形在甲丁徑、及甲乙丙圜三之一矩內。小於庚辛壬體。而謂庚辛壬不大於戊形。則向庚辛壬之內形、尚大於戊形也。又論曰。戊形小於甲乙丙渾圜體者。其較為巳。試從丁

心再作癸子丑圜小於甲乙丙而勿令小於戊或大或
等者以驗之於甲乙丙圜內作有法形不令切癸子丑
（十二卷十七）而從丁至甲乙丙各面爲垂線此垂線大於丁
癸之半徑又從丁向法形諸角作直線以分此形爲數
觚以形之各面爲觚底丁心爲觚鋭頂而取觚底三之
一及底至丁之垂線以作直角立形與觚等若使以甲
丁爲高而以各觚三之一爲底以作直角立形則其形
必高於前形旣甲乙丙圜之面大於其內形之面則圜
面三之一大於內形面三之一而直角立方形在甲丁

高及甲乙丁面三之一固卽戊體矣愈大於甲乙丁之
內形矣而云癸子丑圜或等或大於戊豈癸子丑圜大
於甲乙丙圜而分大於全歟則戊體不小於甲乙丙矣
從後論不可爲小從前論不可爲大故曰等也

第十七題

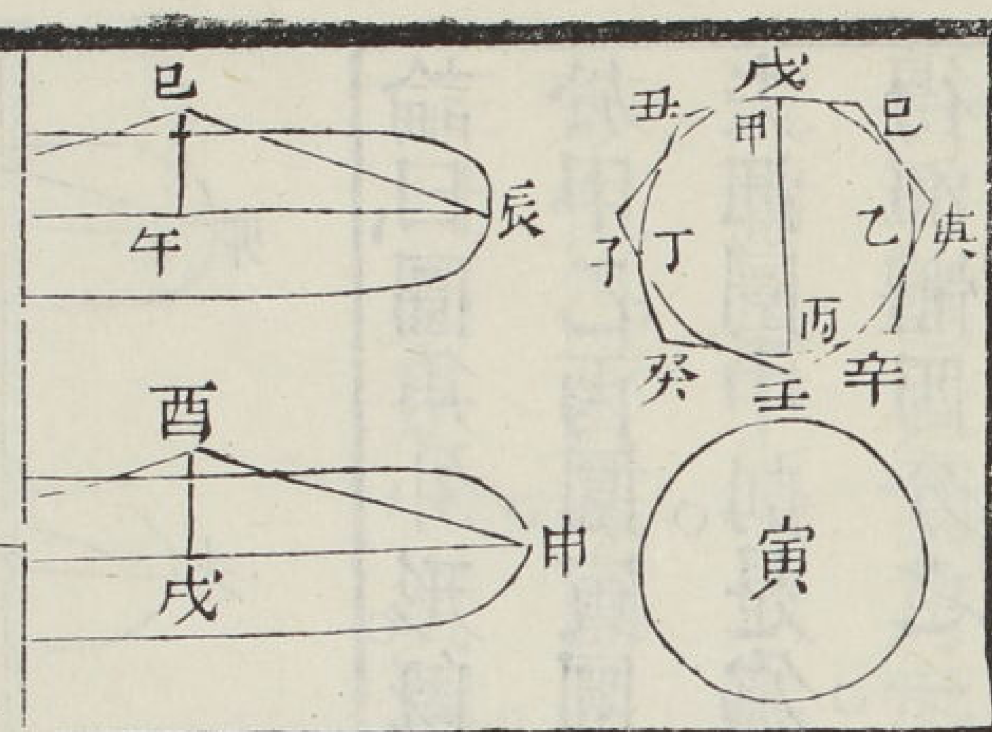
圜形與平面他形之容圜者其周同其容積圜爲大



解曰有甲圜其心甲其半徑甲乙
又丙形與甲等周其周內可作諸
切邊圜形而從心至邊爲丙丁題

言甲圜大於丙形。

論曰、甲圜外試作與丙相似形。十二卷而從甲心至各邊切處、作半徑垂線皆等。本篇十五有解其一為甲乙甲圜外形。大於甲圜。其周面亦大於丙面。而甲乙垂線亦大於丁丙垂線。以甲半徑為高、乃以三分圜體之一、作直角立方形、卽與甲圜形等。本篇十六以丙丁線為高、而以三分丙形之一、作直角立方形、亦與丙形等。而甲之立方固大於丙之立方。本篇十五則甲圜與丙形雖同周、而甲圜所容為大矣。



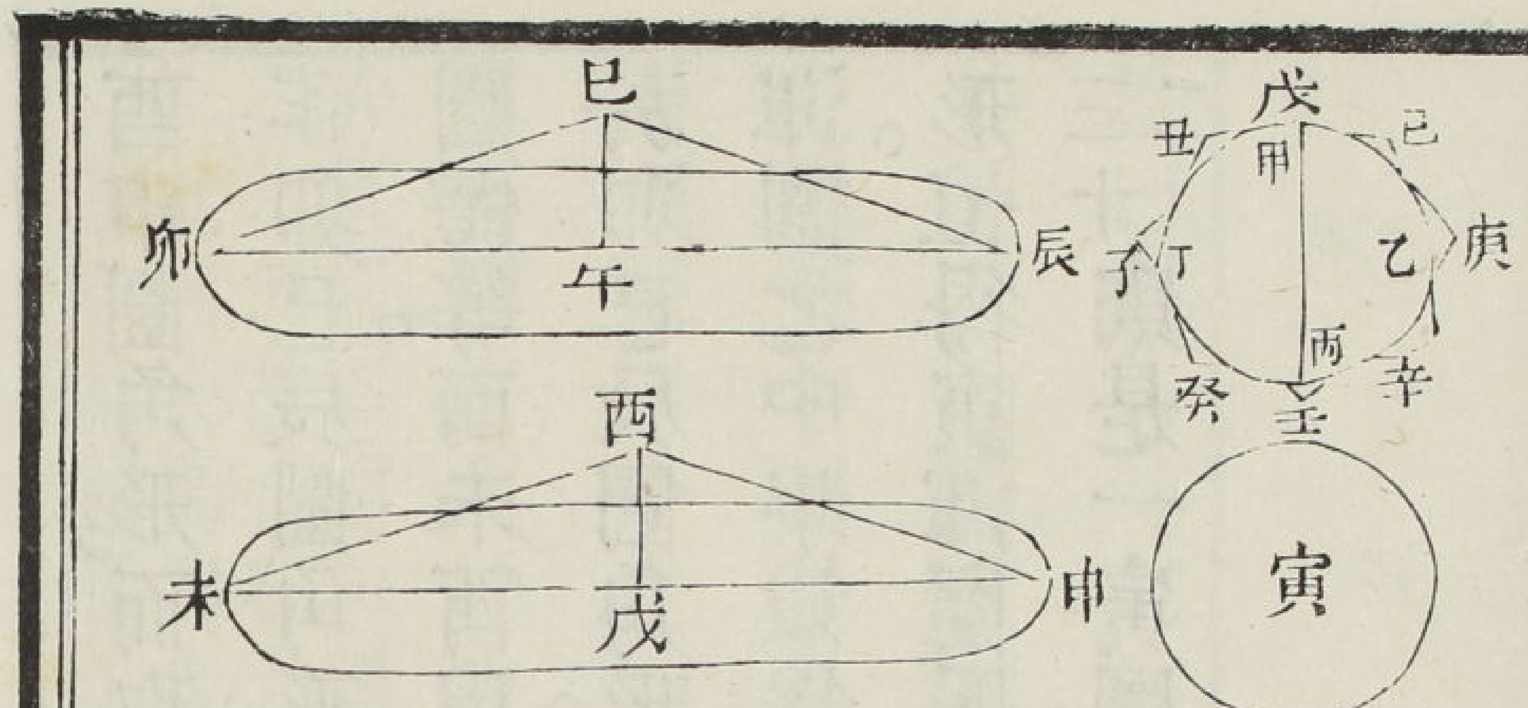
第十八題

凡渾圜形與圜外圜角形等周者、渾圜形必大於圜角形。

解曰、有甲乙丙丁圜。外作戊巳庚辛等法形。率以四數相偶、若八面十二面十六面二十面、及二十四二十八之類、等邊等角、近於圜形者。又作戊壬過心線為樞、以轉甲乙丙圜及戊巳庚辛法形、使平面旋為立圓。圓之體、則其形為圜外圜角之形、而角與邊周遭皆等。圖書一卷

廿二 廿七 又有渾圜形寅與圜角形等周。
題言寅圜大於圜角形。

論曰、圜角外形。既大於內之甲乙丙圜形則寅圜亦大於甲乙丙圜。寅圜之半徑亦大於甲乙丙圜之半徑也。夫渾圜中割是爲過心最大之圜。此過心大圜之面恒得渾體四分之一。圖書一卷三十一題 令倍寅徑以作卯辰徑。其圜面四倍大於寅之圜面。此專以圜面相較也、卯辰徑既倍寅徑則卯辰圜固四倍於寅圜、以圜與圜爲徑與徑再加之比例故也在六卷附一增題、則卯辰圜與寅渾圜等。此卯辰圜爲欲見角、故書作扁圜實正圓也 次作未申圜與卯辰等、作未酉申圜角形。而取寅半徑爲酉戌之高。又於卯辰上亦作卯巳辰圜角形。而取甲乙丙圜半徑爲巳午之高。兩圜體等。而未酉申圜角形高於卯巳辰圜角形。則亦大於卯巳辰圜角形。圜角形同底之比例、若其高之比例在十二卷十四題 夫割寅渾圜之中半以爲底。即過心大圜也而以其半徑之高爲圜角形。恒得寅渾圜四分之一。此旋轉所成尖頂半圜形、非只論其一面也在圜書一卷三十二 則是一寅圜恒兼四圜角之形。而未申圜原四倍大於寅圜。則未酉申圜角形固與寅之渾圜形等矣。圜角形同高之比例、若其底之比例故也



在十二卷十一題。其卯巳辰圜角形底。原等戊巳庚形之面。戊巳庚之面、與寅圜之面等故、而巳午之高亦等於甲圜半徑。卽戊巳庚辛角形自與卯巳辰圜角形等。圜書一卷二十九題論、凡圜外有圜角形、如甲乙丙外有戊巳庚形者、以圜體過心大圜爲底、而以圜半徑爲高、旋作圜角形、卽與圜外諸圜角等。卯巳辰圜角形。既小於未酉申圜角形。而戊巳庚辛壬癸子丑形。寍大於同周之寅乎。

圜容較義終、

道光丁未鐫

勾股義

海山仙館叢書

句股義

海寧許槤題

道光丁未[illegible]

句股義序

周髀筭經曰。昔者周公問於商高曰。竊聞乎大夫善數也。請問古者庖犧立周天厤度。夫天不可階而升。地不可尺寸而度。請問數從安出。商高曰。數之法出於圓方。圓出於方。方出於矩。矩出於九九八十一。故折矩以爲句廣三。股修四。徑隅五。既方之外。半其一矩。環而共盤。得成三四五。兩矩共長二十有五。是謂積矩。故禹之所以治天下者。此數之所生也。漢趙君卿注曰。禹治洪水。決流江河。望山川之形。定高下之勢。除滔天之災。釋昏

墊之厄使東注於海而無浸溺乃句股之所由生也又曰觀其迭相規矩共爲反覆互與通分各有所得然則統叙羣倫弘紀衆理貫幽入微鉤深致遠故曰其裁制萬物惟所爲之也徐光啟曰周髀句股者世傳黃帝所作而經言庖犧疑莫能明也然二帝皆用造厤而禹復藉之以平水土葢度數之用無所不遍者也後世治厤之家代不絶人亦且增修遞進至元郭守敬若思十得其六七矣亡不資筭術爲用者獨水學久廢即有嵩門名家代不一二人亦絶不聞以句股從事僅見元史載

守敬受學於劉秉忠精算數水利巧思絶人世祖召見面陳水利六事又陳水利十有一事又嘗以海面較京師至汴梁定其地形高下之差又自孟門而東循黃河故道縱廣數百里閒各爲測量地平或可以分殺河勢或可以灌溉田土具有圖志如若思者可謂博大精深繼神禹之絶學者矣勝國畧信用之若通惠會通諸役僅十之一二後其書復不傳實可惜也至乃遡其爲法不過句股測量變而通之故在人耳又自古迄今無有言二法之所以然者自余從泰西子譯得測量法義不揣復

作句股諸義。即此法底裏洞然。於以通變施用。如伐材於林。挹水於澤。若思而在。當爲之撫掌一快。已方今厤象之學。或歲月可緩。紛綸衆務。或非世道所急。至如西北治河。東南治水利皆目前。救時至計。然而欲算禹績。恐此法終不可廢也。有紹明郭氏之業者。必能佐平成之功。周公豈欺我哉。句股遺言。獨見於九章中。凡數十法。不出余所撰正法十五條。元李冶廣之作測圓海鏡。近顧司寇應祥爲之分類釋術。余欲爲說其義。未遑也。其造端第一論。則此篇之七亦畧具矣。周髀首章九章

句股之鼻祖。甄鸞李淳風輩爲之重釋。頗明悉。實爲算術中古文第一。余故爲採摭要語。弁諸篇端。以俟用世之君子。不廢芻蕘者。其圖註見他本。爲節解至於商高問答之後。所謂榮方問於陳子者。言日月天地之數。則千古大愚也。李淳風駁正之。殊爲未辨。若周髀果盡此。其學廢弗傳不足怪。而亦有近理者數十語。絕勝渾天家。余嘗爲雌黃之。別有論。

句股義

吳淞徐光啟譔

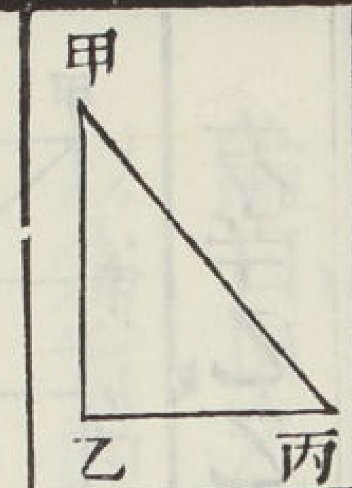
句股卽三邊直角形也。底線爲句。底上之垂線爲股。對直角邊爲弦。句股上兩直角方形。幷與弦上直角方形等。故句三股四則弦必五。一卷四七注 從此可以句股求弦。句弦求股。股弦求句。一卷四七注 可以求句股中容方。容圓。可以各較求句。求股。求弦。可以各和求句求股求弦。可以大小兩句股互相求。可以立表。求高深廣遠。以通句股之窮。可以二表。四表。求極高深極廣遠。以通立表之

窮其大小相求及立表諸法測量法義所論著畧備矣
句股自相求以至容方容圓各和各較相求者舊九章
中亦有之第能言其法不能言其義也所立諸法蕪陋
不堪讀門人孫初陽氏删爲正法十五條稍簡明矣余
因各爲論譔其義使夫精於數學者攬圖誦說庶或爲
之解頤

第一題

句股求弦

法曰甲乙股四乙丙句三求弦以股自之



得十六句自之得九幷得二十五爲實開
方得甲丙弦五

第二題

句弦求股

法曰如前圖乙丙句三自之得九甲丙弦五自之得
二十五相減得較十六開方得甲乙股四

第三題

股弦求句

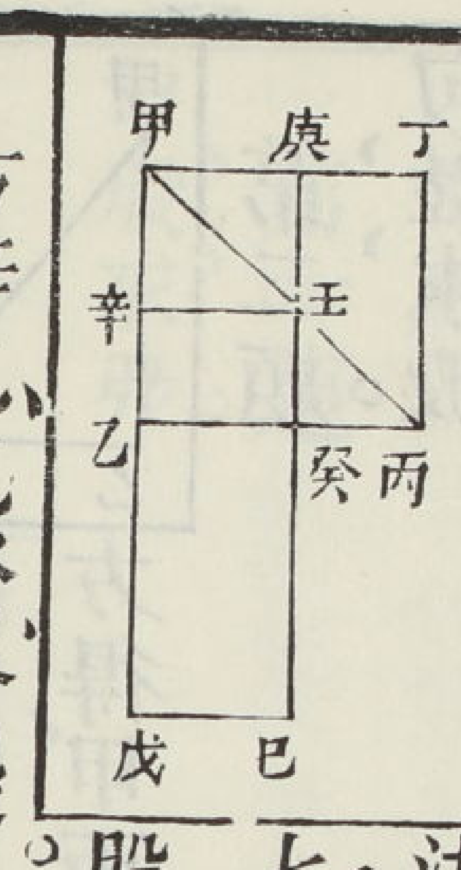
法曰如前圖甲乙股四自之得十六甲丙弦五自之

得二十五相減得較九開方得乙丙句三

巳上三論俱見一卷四十七題凡言某卷某題者皆引幾何原本為證下同

第四題

句股求容方

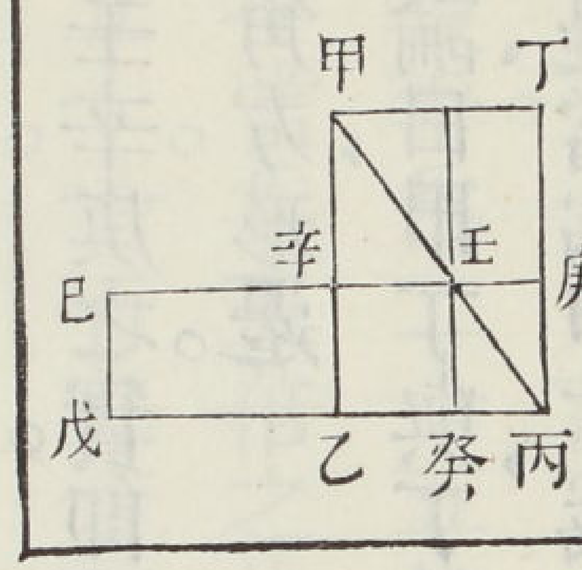


法曰甲乙股三十六乙丙句二十七求容方以句股相乘為實幷句股得甲戊六十三為法除之得容方辛乙乙癸各邊俱一十五四二八

論曰甲乙三十六乙丙二十七相乘得九百七十二以為實即成甲乙丙丁直角形次以甲乙乙丙幷得六十三為法即成甲戊線除實得戊巳邊十五四二八即成甲戊巳庚直角形與甲乙丙丁形等六卷十六而巳庚邊截乙丙句於癸甲丙弦於壬即成乙辛壬癸滿句股之直角方形何者甲乙丙丁與甲戊巳庚兩形互相視即甲乙與甲戊若乙癸與乙丙六卷十五分之即甲乙與乙戊若乙癸與癸丙是甲乙與乙丙亦若乙癸與癸丙也乙丙乙戊元等又甲辛與辛壬若壬癸與癸

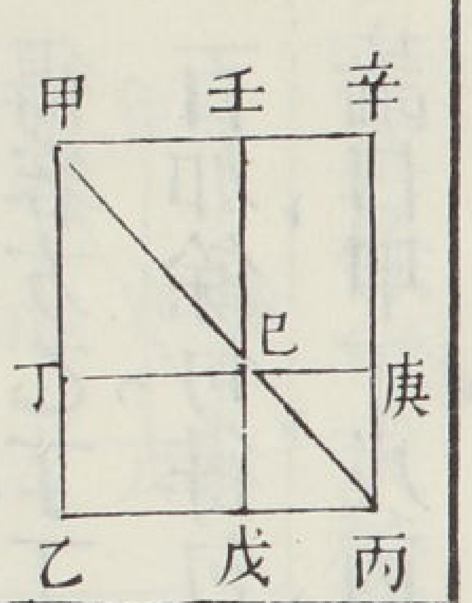
丙。六卷四更之。即甲辛與壬癸。若辛壬與癸丙也。而辛乙與壬癸等。乙癸與辛壬等。則甲辛與辛乙若乙癸與癸丙矣。夫甲乙與乙丙既若乙癸與癸丙。而甲辛與辛乙。又若乙癸與癸丙。則甲乙與乙丙亦若甲辛與辛乙。而乙辛壬癸為滿句股之直角方形。六卷十五增題

又簡論曰。如前圖、以甲乙戊為法。而除甲丙實。既得甲庚戊巳。各與方形邊等。今以等甲乙戊之丙乙戊為法。而除甲丙實。得庚丙戊巳。亦各與方形邊等。則辛乙癸壬為直角方形。



第五題。

餘句、餘股求容方、求句、求股。



法曰。甲丁餘股七百五十。戊丙餘句三十。求丁乙戊巳容方邊。以丙戊、甲丁相乘。得二萬二千五百為實。開方。

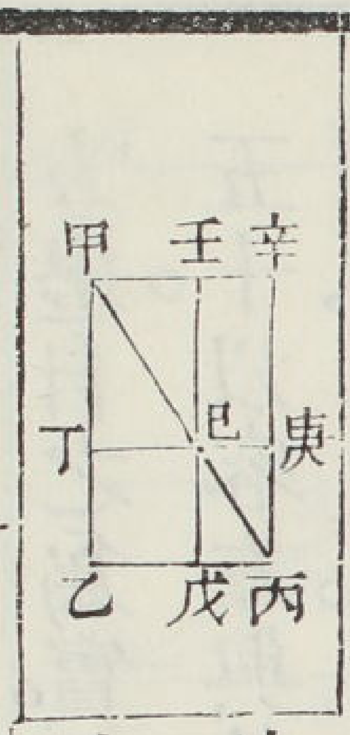
得容方乙丁、丁巳、各邊。俱一百五十。加餘股。得股九百。加餘句。得句一百八十。

論曰。甲丁戊丙相乘為實。卽成巳壬辛庚直角形。與丁乙戊巳為甲丙角線形內之兩餘方形、等。一卷四三而壬巳與巳戊偕丁巳與巳庚為互相視之邊。六卷十四故巳壬辛庚之實。卽丁乙戊巳之實。開方得丁乙戊巳直角方形邊。

又論曰。甲丁與丁巳、既若巳戊與戊丙。六卷四之系卽方形邊當為甲丁戊丙之中率。六卷三十三之十五增題今列甲丁七百五十。戊丙三十、而求其中率之數。其法以前率比後率。為二十五倍。大之比例二十五。開方得五。則中率當為五倍之比例。甲丁七百五十。反五倍得一百五十。一百五十反五倍。得丙戊三十。則方形邊一百五十。為甲丁丙戊之中率。六卷界說五

第六題

容方與餘句、求餘股。與餘股、求餘句。



法曰。容方乙丁、丁巳、各邊。俱一百五十。戊丙餘句三十。求甲丁餘股。以容

方邊自之爲實。以餘句爲法除之。得甲丁餘股七百五十。以容方與餘股求餘句、法同。

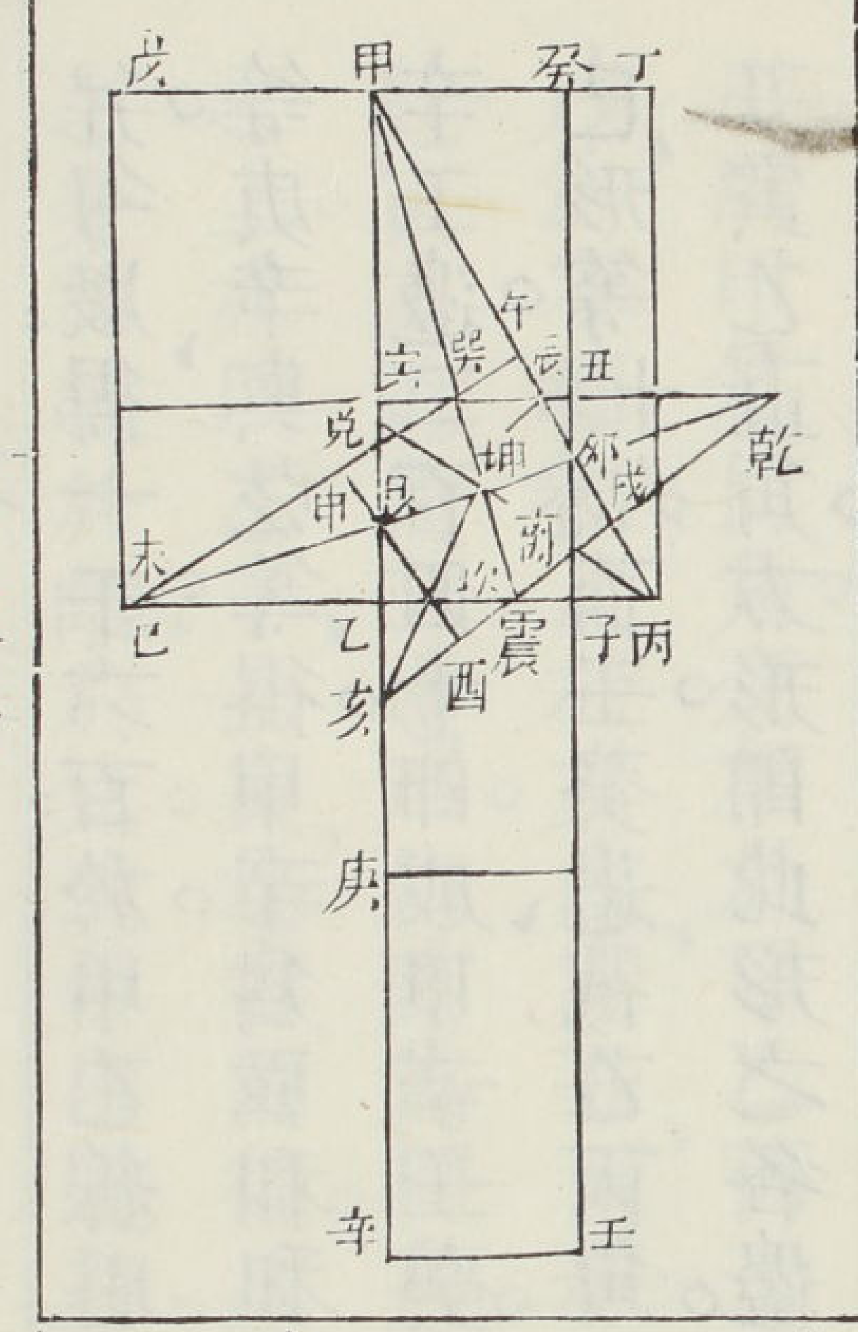
論曰如上論兩餘方形等實。故以等巳庚之丙戊除之得等壬巳之甲丁。

又論曰方形邊旣爲甲丁、戊丙、之中率。六卷三十三之十五增題卽方形邊自乘爲實以戊丙除之得甲丁。以甲丁除之得戊丙。六卷十七

第七題

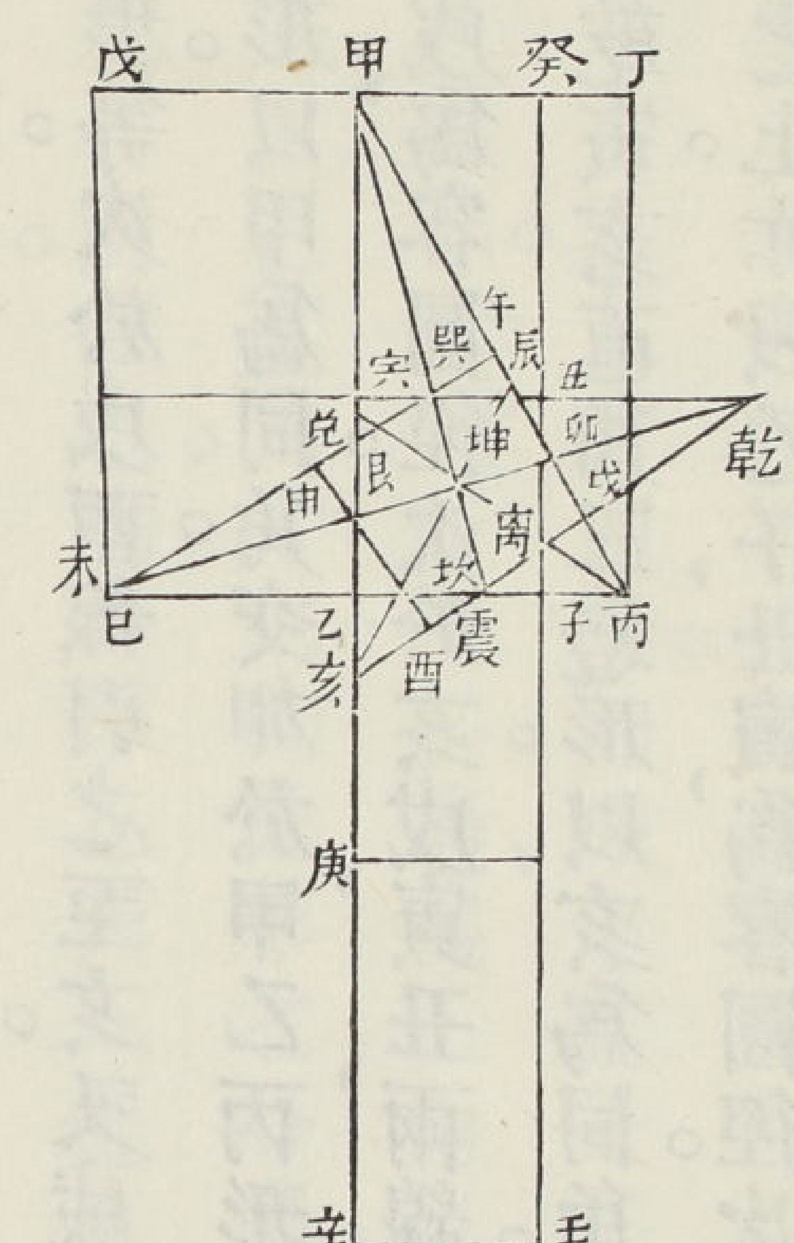
句股求容圓。

法曰甲乙股六百。乙丙句三百二十。求容圓。以句股相乘得一萬九千二百。倍之得三萬八千四百爲實。別以句股求弦得甲丙弦六百八十。本篇一并勾股弦爲法除實。得容圓徑乙子二百四十。



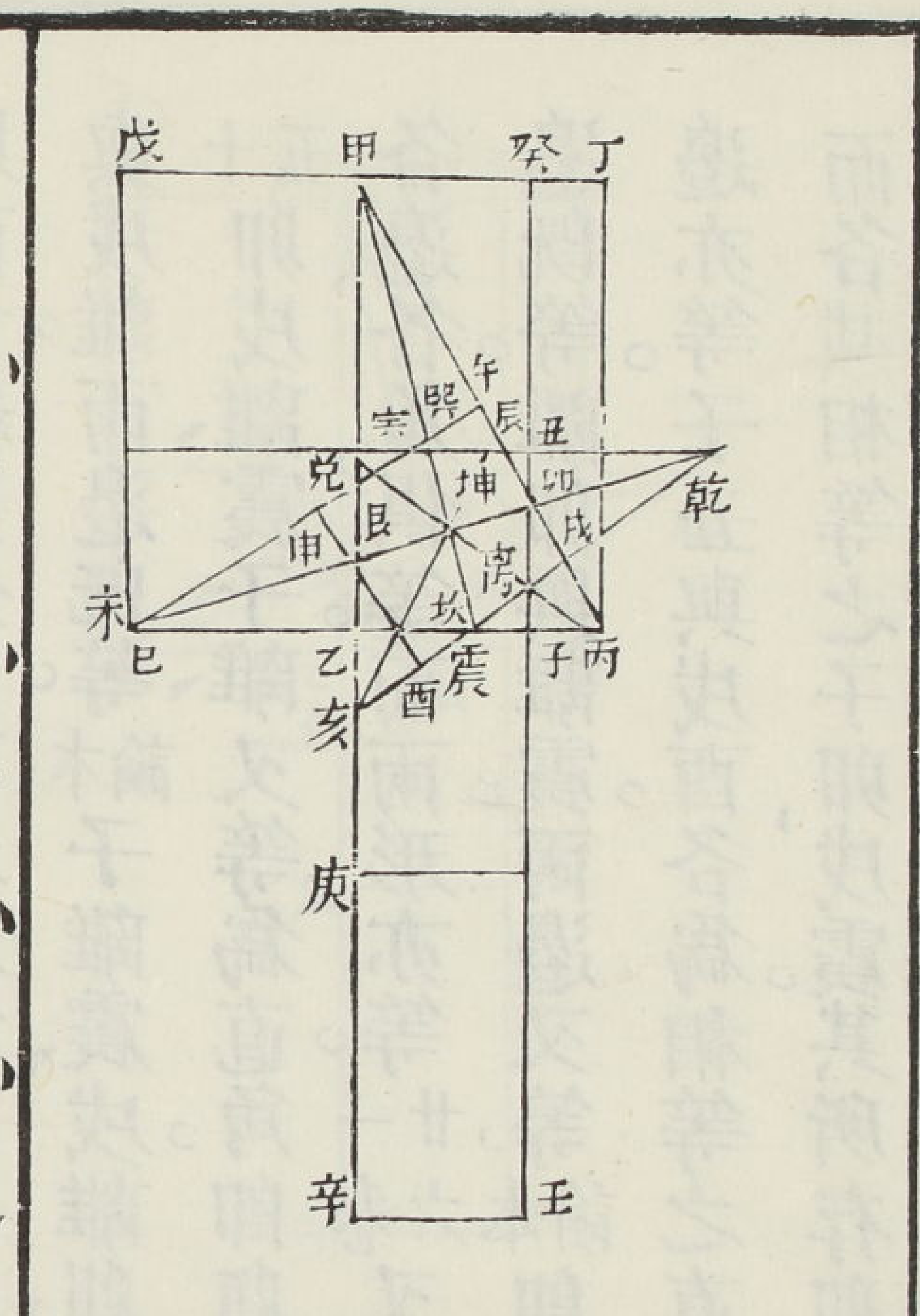
論曰甲乙股乙丙勾相乘卽甲乙丙丁直角形。倍之爲實卽丙丁戊巳直角形。求得甲丙弦

幷勾股得一千六百於甲乙線引長之截乙庚與句等庚辛與弦等得甲辛爲弦和和線以爲法除實得辛壬邊三百四十即成甲辛壬癸直角形與丙丁戊巳形等（六卷十六）而壬癸邊截乙丙句於子次從子作子丑寅乙直角方形即此形之各邊皆爲容圓徑曷名爲容圓徑也謂於甲乙丙三邊直角形內作一圜其甲丙弦截子丑寅乙直角方形之卯辰線與乙子子丑丑寅寅乙諸邊皆爲切圜線也則何以顯此五邊之皆爲切圜線乎試於甲乙丙形上復作一丙午未直角三邊形交加其上其午丙與乙丙等未午與甲乙等未丙與甲丙等即兩形必等（一卷廿二可推）次依丙午未直角作午申酉戌直角方形與乙子丑寅直角方形等次於戌酉線引之至亥又成甲戌亥直角三邊形以甲爲同角交加於甲乙丙形之上亦以午申酉戌爲容圓徑次於亥戌寅丑兩線引之遇於乾又成乾寅亥直角三邊形以亥爲同角交加於甲乙丙形之上亦以乙子丑寅爲容圓徑次作丙兌線遇諸形之交加線於離於兌次作甲震線遇諸形之交加線



於巽、於震。次作亥辰線遇諸形之交、加線于坎、于辰。次作未乾線。遇諸形之交、加線於艮、於卯。而四線俱相遇於坤、夫午丙與乙丙兩線等。而減相等之午戊、乙子。卽戊丙與子丙必等。丙離同線、丙戊離、丙子離。叉等

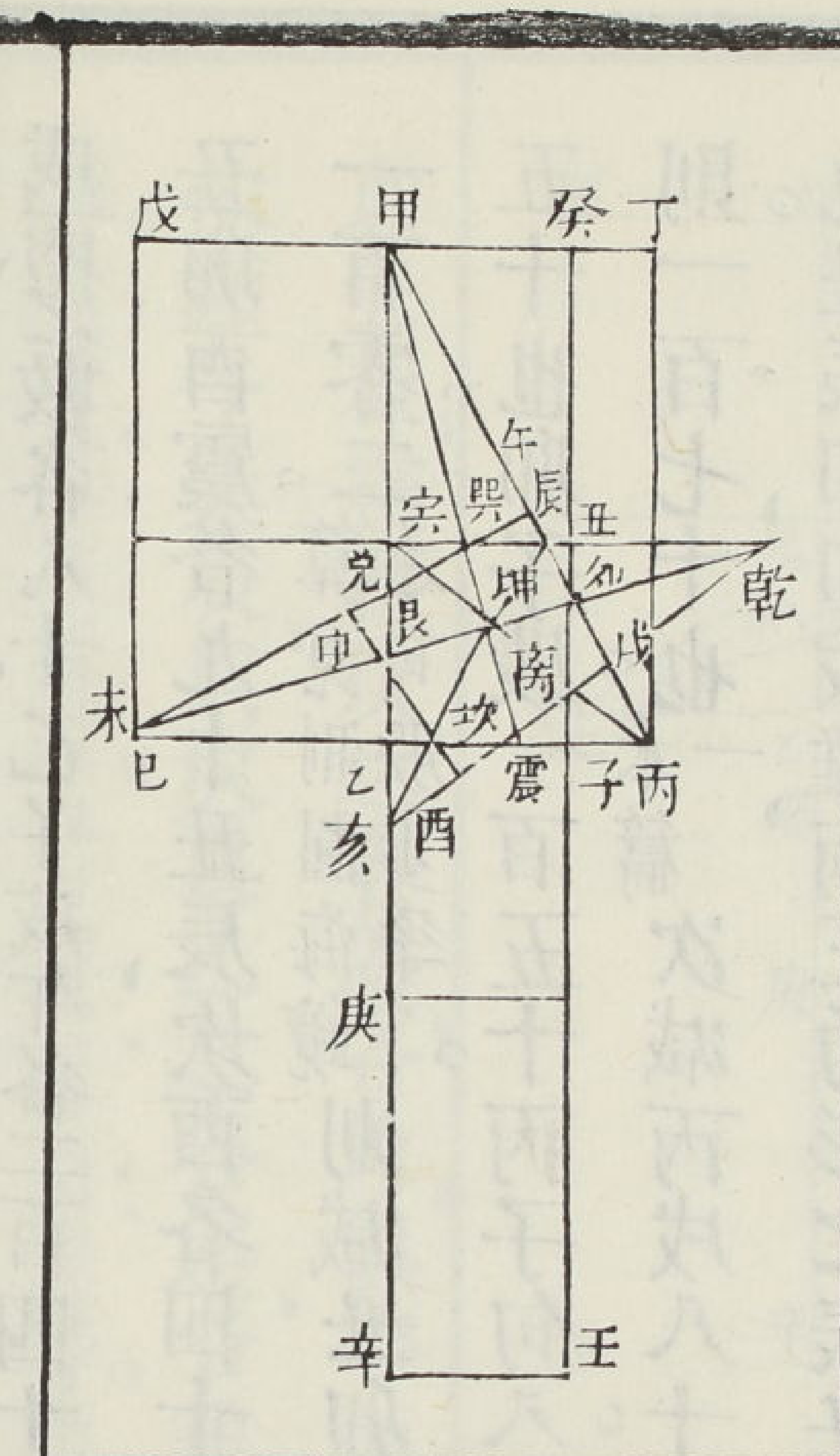
爲直角。戊離丙子離丙、又俱小於直角。卽丙離戊丙離子、兩三角形必等。而兩形之各邊各角俱等。六卷七則丙兌線必分甲丙未角爲兩平分矣。一卷九又子離與戊離兩邊既等。本論子離震、戊離卯兩交角又等。一卷十五卯戊離、震子離、又等爲直角。卽卯離戊、離震子之各邊各角俱等。而兩形亦等。一卷廿六又子離與離戊兩邊既等。離卯與離震兩邊又等。本論卽子卯與戊震兩邊亦等。子丑與戊酉各爲相等之直角方形邊。必等。而各減相等之子卯、戊震、其所存卯丑、震酉必等。丑



卯辰、坎震酉兩角叉各爲離卯戊離震子相等角之交角必等。辰丑卯震酉坎叉等爲直角卽卯丑辰、震酉坎之各邊各角俱等而兩形亦等。一卷廿六依顯午巽辰與坎艮乙之各邊各角俱等而兩形亦等巽寅兌與兌艮申之各邊各角俱等而兩形亦等叉子丙、

戊丙之數各八十。乙子戊午各二百四十。以諸率分數論之。丑卯酉震各九十。丑辰坎酉各四十八。卯辰坎震各一百零二。算見測圓海鏡句股步率則減丑卯之卯子必一百五十也。卯子股一百五十。丙子句八十。以求卯丙弦則一百七十也。本篇一次減丙戊八十。卽卯戊亦九十也。丑辰卯卯戊離兩三角形之辰丑卯離戊卯旣等爲直角。丑卯辰戊卯離兩交角叉等。丑卯與戊卯復等。卽兩形必等而其各邊各角俱等。一卷廿六依顯子離震與震酉坎兩形亦等依顯諸形之交角者皆相等

其連角如酉亥坎、乙亥坎兩形亦等。而子離、離戌皆四十八也。則酉坎、坎乙亦皆四十八也。亥酉、亥乙皆八十也。子乙與戊酉等。子丙與酉亥復等。則乙丙與



戌亥必等。而甲為同角。甲乙丙、甲戌亥又等。為直角。則甲乙丙、甲戌亥之各邊、各角俱等。而兩

形亦等。一卷廿六甲亥與甲丙既等。各減相等之丙戌、乙亥。又減相等之乙寅、戌午。卽甲寅與甲午必等。夫甲巽午、甲巽寅兩形之甲寅、甲午既等。甲巽同線。甲午巽、甲寅巽又等。為直角。卽兩形必等。而各邊、各角俱等。六卷七是甲震線必分丙甲亥角為兩平分也。一卷九

甲乙丙一形內。既以丙兌線分甲丙乙角為兩平分。又以甲震線分丙甲乙角為兩平分。而相遇於坤。則以坤為心。甲乙為界作圜。必切乙子、子丑、丑寅、寅乙、卯辰五邊。而為甲乙丙直角三邊形之內切圜。卽乙

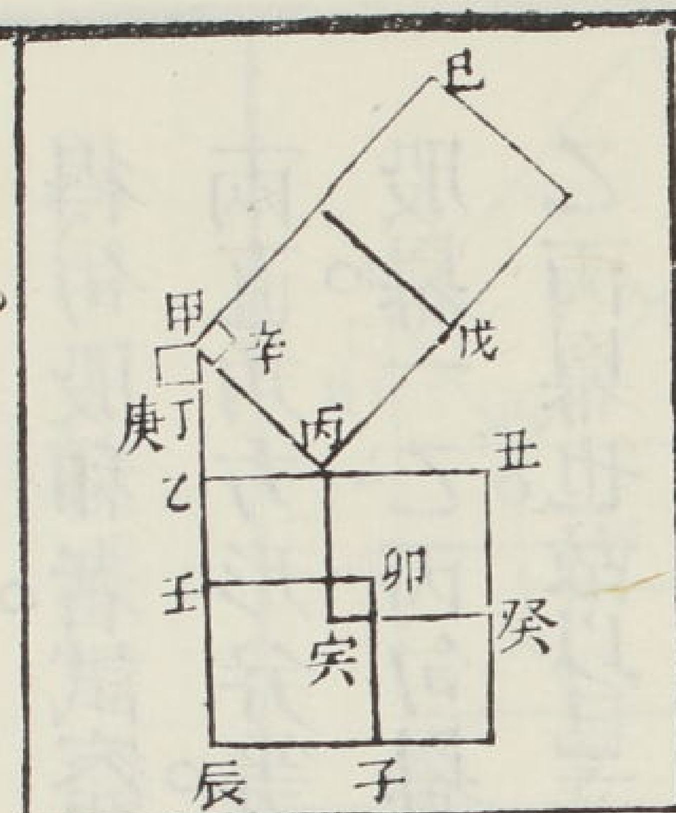
丑直角方形之各邊爲容圓徑。四卷四 展轉論之。則各大直角三邊形內之分角線。皆分本角爲兩平分。皆遇於坤。而坤心圜爲各形之內切圜。即兩直角方形邊爲各句股形內之容圓徑。

又法曰。甲乙股六百。乙丙句三百二十。幷得九百二十。與甲丙弦六百八十相減。亦得乙子二百四十。

論曰。如前論。諸大句股形之分餘勾俱八十。諸勾股和與諸弦相減之較亦俱八十。則初分句二百四十。爲諸形之容圜徑。

第八題

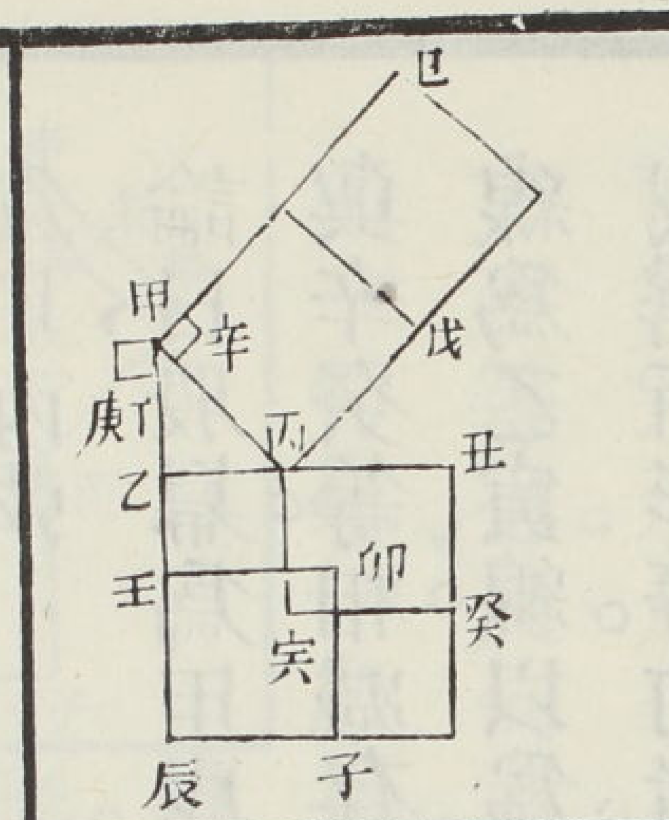
句股較求股求句。



法曰。甲丙弦四十五。甲乙股、乙丙句之較爲甲丁九。求股求句。以弦自之。得二千零二十五。倍得四千零五十。較自之得八十一。以減兩弦冪。存三千九百六十九爲實。開方得句股和六十三。加較九得七十二。半之得三十六爲甲乙股。減較得二十七爲乙丙句。

論曰、弦冪爲甲戊直角方形。倍之、爲巳丙直角形。較冪爲甲庚直角方形。與甲辛等相減。卽得減甲辛形之巳辛丙磬折形也。今欲顯巳辛丙磬折形開方而得句股和者。試察甲丙上直角方形。與甲乙、乙丙上兩直角方形幷等。一卷四七卽甲戊一弦冪內有一甲乙股冪一乙丙句冪也。巳丙兩弦冪內有兩甲乙冪。兩乙丙冪也。故以巳辛丙爲實開方。卽得丑辰直角方形。其丑寅與卯辰兩形。兩股冪也。丙壬與癸子兩形。兩句冪也。而丑寅、卯辰之閒則重一等甲辛之卯寅形。

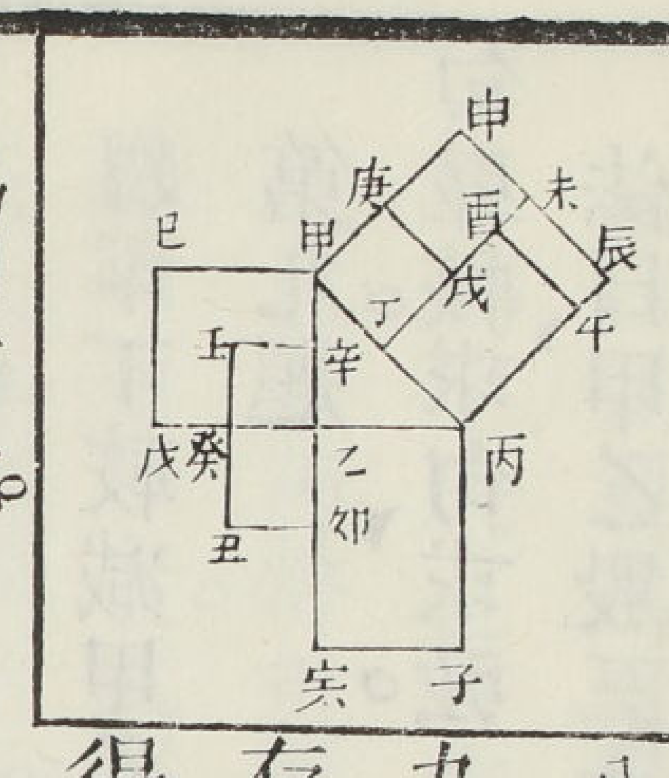
減之。卽丑辰直角方形。與巳辛丙磬折形等矣。乙丙爲句。丙丑與甲乙等。故乙丑邊卽句股和也。若于乙丙句加甲丁較。卽與甲乙股等。故甲乙乙丙甲丁幷半之爲甲乙股。以甲丁較減甲乙股爲乙丙句



第九題

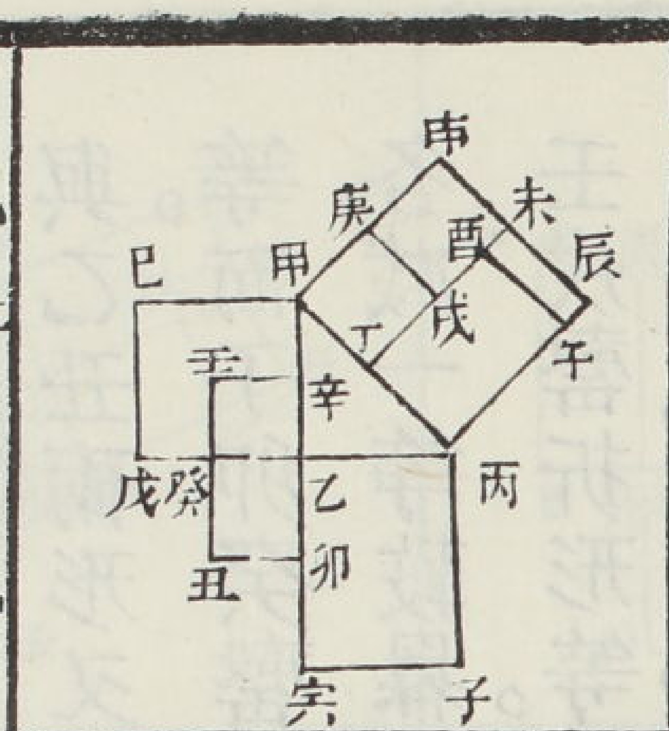
句弦較。求句求弦。

法曰。甲乙股三十六。乙丙句、甲丙弦之較爲甲丁十



八求句、求弦。以股自之得一千二百九十六。較自之得三百二十四相減、存九百七十二爲實。倍較爲法除之得二十七爲乙丙句。加較得四十五爲甲丙弦。

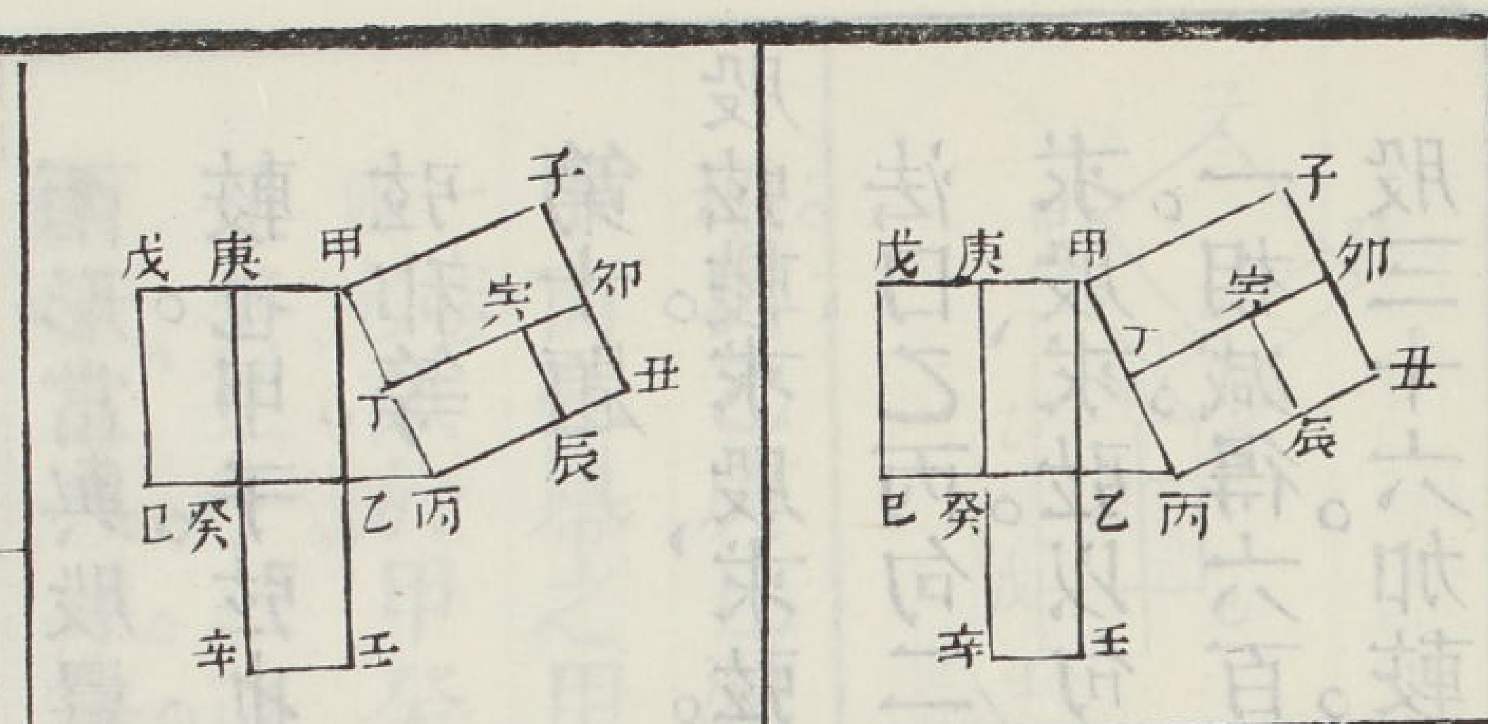
論曰股冪爲甲戊直角方形。較冪爲丁庚直角方形。與辛癸等相減存甲壬戊罄折形爲實。次倍甲丁較線爲乙寅線。以爲法除實即得乙子直角形與甲壬戊罄折形等何者乙子直角形加一等較冪之乙丑



直角方形。戊子卯癸罄折形。即與股冪之甲戊直角方形等也。又何者甲丙弦冪之甲辰直角方形內當函一句冪一股冪。一卷四七試於甲辰形內截取丁庚較冪之外、分作庚未、未午、午丁、三直角形。其甲庚、申未、酉戊、三線。各與甲丁較線等。庚申、未戊、未辰、午酉、四線、各與等乙丙句之丁丙線等。夫未酉、酉戊并與句等。即申未、未酉并亦與句等。而庚申、未辰、各與句等。即庚未、未午兩形并爲句冪。而丁庚、午丁、

兩形并爲股冪矣。丁戊、戊酉兩較也。乙卯、卯寅亦兩較也。而丁丙與乙丙元等。卽丁午、乙子兩形等。丁庚與乙丑兩形又等。卽丁庚午丁并與子卯癸罄折形等。而子卯癸罄折形與股冪之甲戊形等。此兩率者各減一等較冪之辛癸、乙丑形。卽乙子直角形與甲壬戊罄折形等。

又法曰。股自之得一千二百九十六爲實。以句弦較十八爲法除之。得句弦和七十二。加較得九十。半之。得弦四十五。減較得句二十七。



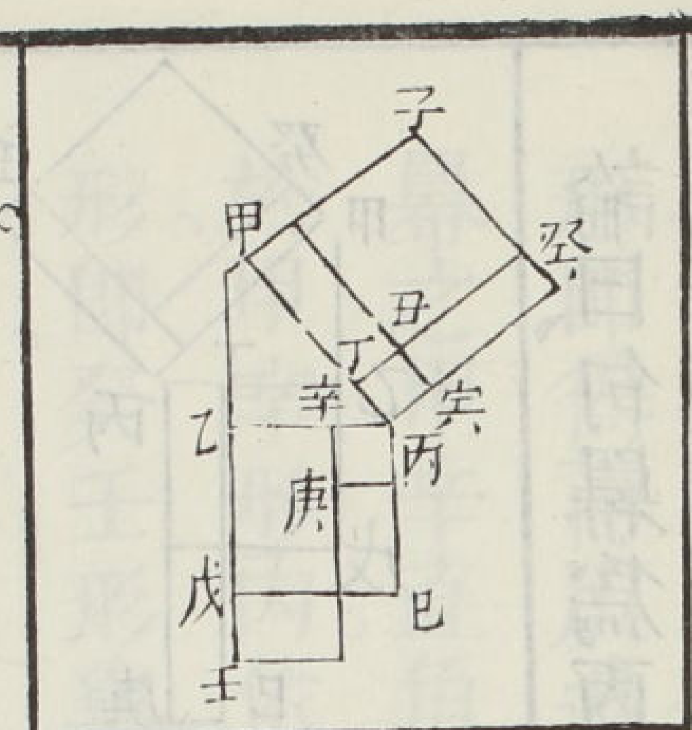
論曰。股冪爲甲巳直角方形。以較而一爲甲辛直角形。卽得甲壬邊與乙丙、丙甲句弦和等。何者。甲丙弦冪之甲丑直角方形內。當函一股冪一句冪。一卷四七試於甲丑形內截取子卯、卯丑辰邊。各與甲丁、較線等。卽卯丑辰丙、俱與等乙丙句之丁丙線等。而作甲卯、卯辰、辰丁三直角形。其辰丁形之四邊皆與句等。句冪也。卽甲卯卯辰

兩形。當與股冪等。亦當與甲辛形等。而甲庚、卯寅。皆較也。甲子弦也。卯丑句也。則甲辛形之甲壬邊與句弦和等。

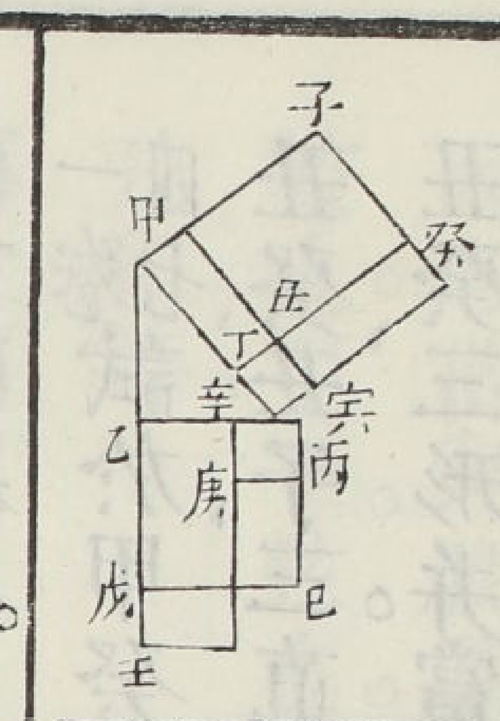
第十題

股弦較求股、求弦。

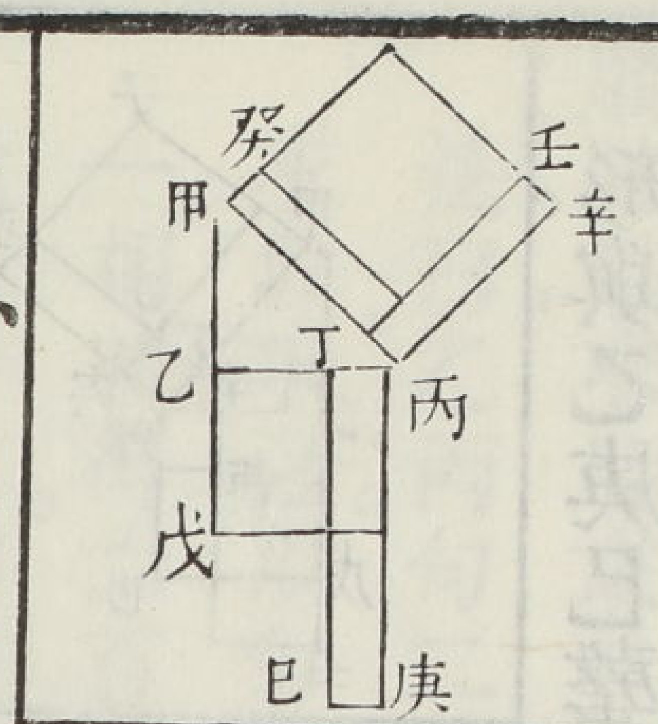
法曰。乙丙句二十七。甲乙股、甲丙弦、之較爲丙丁九。求股、求弦。以句自之得七百二十九。較自之得八十一。相減得六百四十八爲實。倍較爲法除之得甲乙股三十六。加較得甲丙弦四十五。



論曰、句冪爲乙巳直角方形。較冪爲丙丑直角方形。與丙庚等。相減存乙庚巳罄折形爲實。次倍丙丁較線爲乙辛線以爲法。除實。即得辛壬直角形。與乙庚巳罄折形等。而乙壬邊與甲乙股等。何者。甲丙弦冪之甲癸直角方形內。當函一句冪一股冪。一卷四七、試於甲癸形內。截取丙丑較冪之外。分作甲丑、丑癸、丑子三直角形。即丑子與股冪等。而丙丑、甲丑、丑癸三形并。當與句冪等。次各減一相等之丙丑。丙



庚即甲丑丑癸并與乙庚巳磬折形等亦與辛壬直角形等辛乙與寅丑丑丁并等即乙壬與甲丁或寅癸等亦與甲乙等。



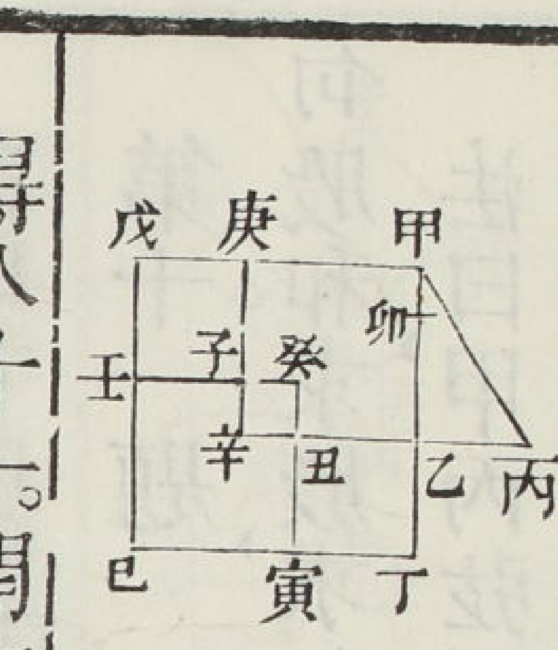
又法曰句自之得七百二十九為實以較為法除之得股弦和八十一加較得九十半之得弦四十五減較得股三十六

論曰句冪為丙戊直角方形以較而一為丙巳直角形即得丙庚邊與甲乙甲丙股弦和等何者甲丙弦冪之甲辛直角方形內當函一股冪一句冪一卷四七試於甲辛形內依丙丁較截作丁辛丁癸癸壬三直角形即癸壬形與股冪等而丁辛丁癸兩形并當與句冪等亦與丙巳直角形等夫壬辛甲癸巳庚皆較也而甲丁與股等丙辛與弦等即丙庚與股弦和等

第十一題

句股和求股求句

法曰甲丙弦四十五甲乙乙丙句股和六十三求句

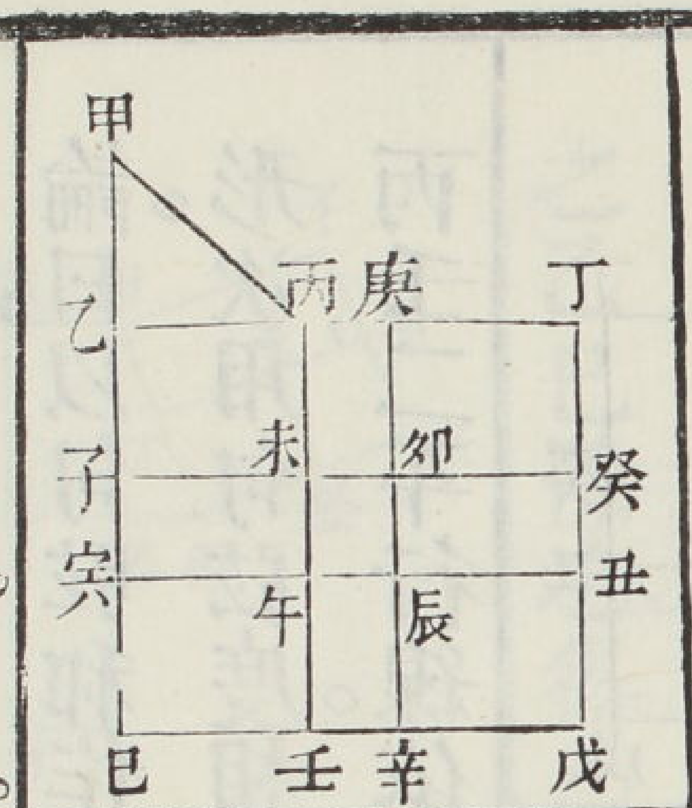


求股。以弦自之。得二千零二十五。句股和自之。得三千九百六十九。相減。得一千九百四十四、復與弦冪相減。得八十一。開方。得句股較甲卯九。加和得七十二。半之。得甲乙股三十六。減較。得乙丙句二十七。

論曰、以句股和作甲丁一直線。自之。爲甲巳直角方形。此形內函甲辛、癸巳、兩股冪。乙寅、庚壬、兩句冪。而甲辛、癸巳之間。重一癸辛直角方形。夫甲丙弦之冪。既與句股兩冪并等。一卷四七以減甲巳形內之甲辛、乙寅、兩形。卽所存戊辛寅罄折形。少於弦冪者。爲癸辛形矣。乙辛股也。乙丑句也。則丑辛較也。

第十二題、

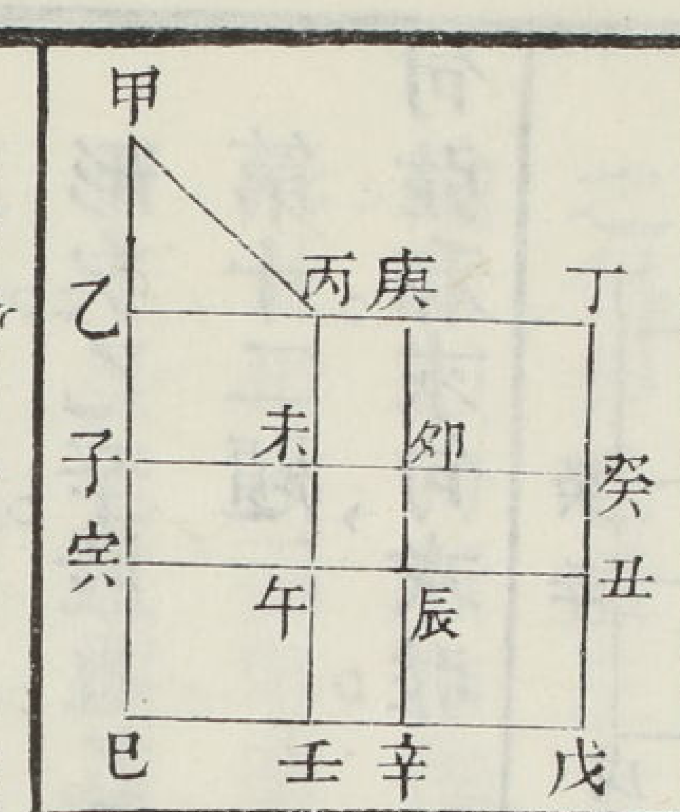
句弦和求句求弦。



法曰、甲乙股三十六。乙丙、甲丙、句弦和七十二。求句求弦。以股自之。得一千二百九十六。句弦和自之。得五千一百八十四。相減、得三千八百八十八。半之。得一千九百四十四、爲實。以和爲

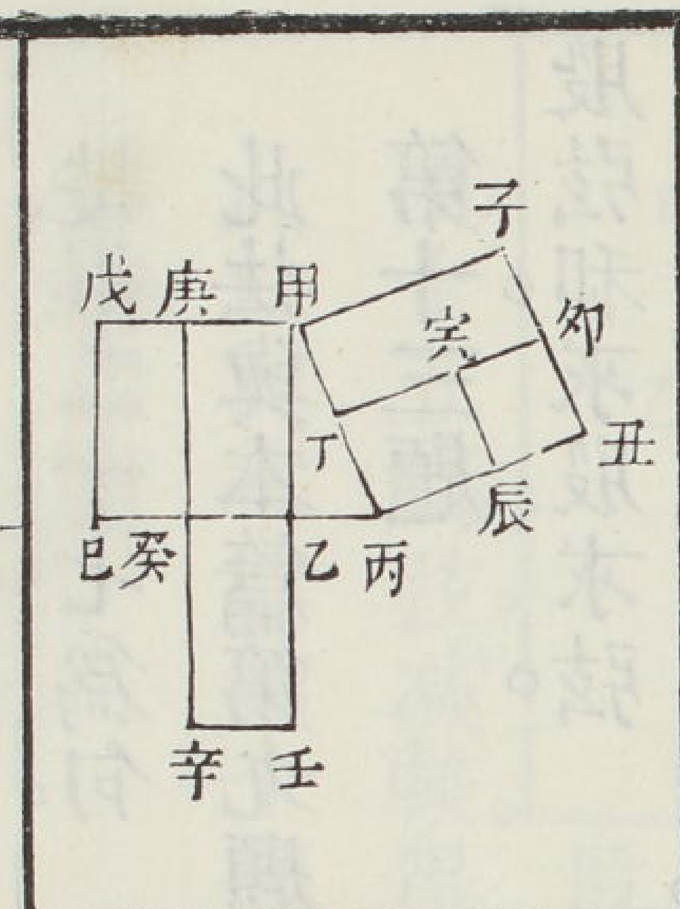
法除之得乙丙句二十七以減和得甲丙弦四十五

論曰以句弦和作乙丁一直線自之爲乙戊直角方形次用句弦度相減取丙庚兩點從丙從庚作庚辛丙壬二平行線依此法作癸子丑寅二平行線即乙

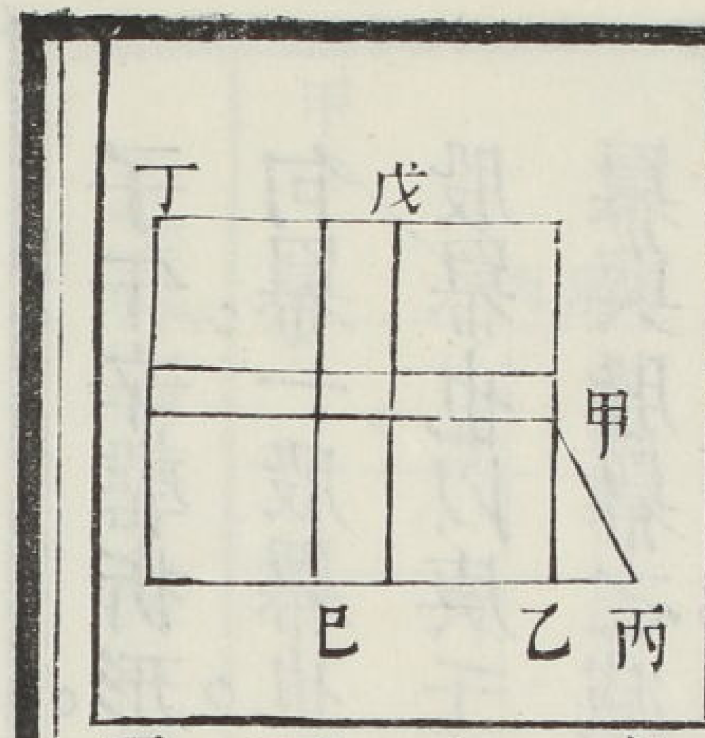


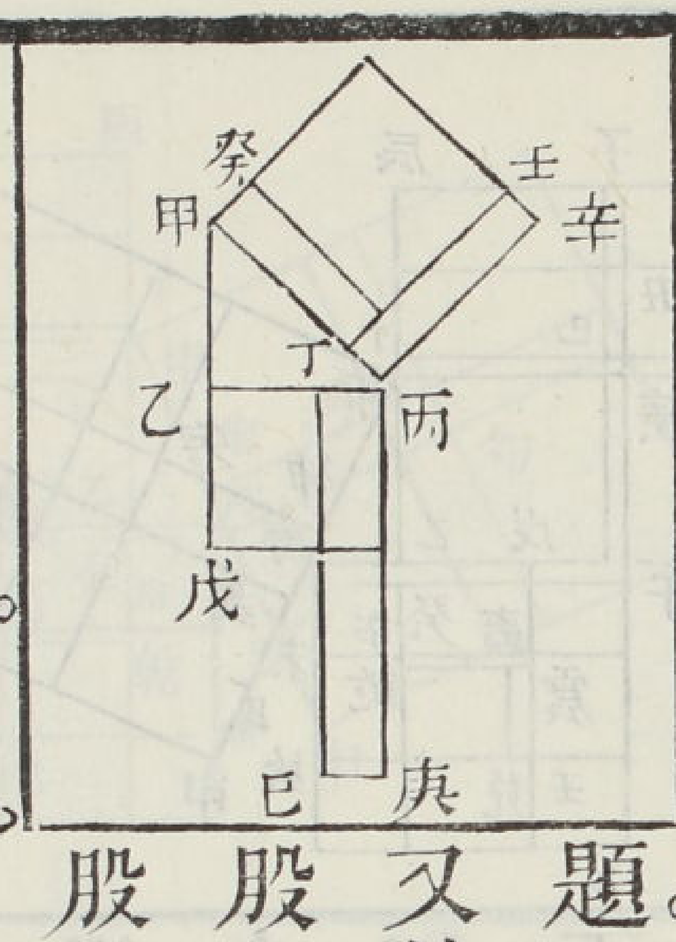
戊一形中截成丙子丑辛丁卯午巳句冪四庚未辰壬癸辰未寅較句矩內直角形四卯午較冪一也今欲于乙戊全形中減一甲乙股之冪則于卯巳弦冪內一句一較并爲弦存午巳句冪而減

子午辛磬折形即股冪矣何者卯巳弦冪內當函一句冪一股冪也一卷四七又庚未與未寅等即庚壬形亦股冪也以庚壬形代磬折形即丁辛丙巳兩形爲和冪與股冪之減存形也半之即丙巳形以等句弦和之乙巳除之得乙丙句



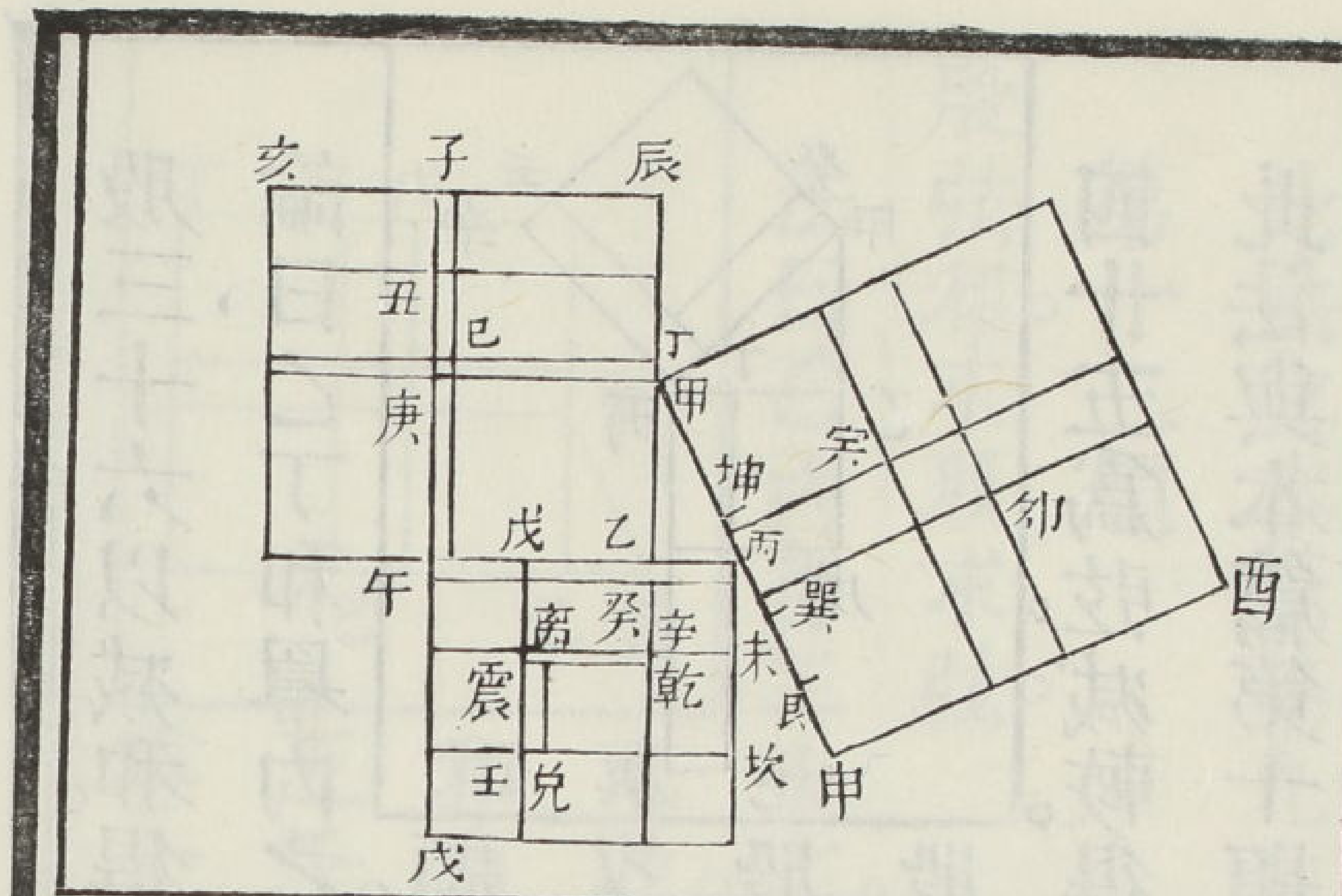
又法曰股自之得一千二百九十六以句弦和七十二爲法除之得十八爲句弦較加句弦和得九十半之得四十五爲弦減

較得二十七為句
此法與本篇第九題又法同論
第十三題
股弦和求股求弦


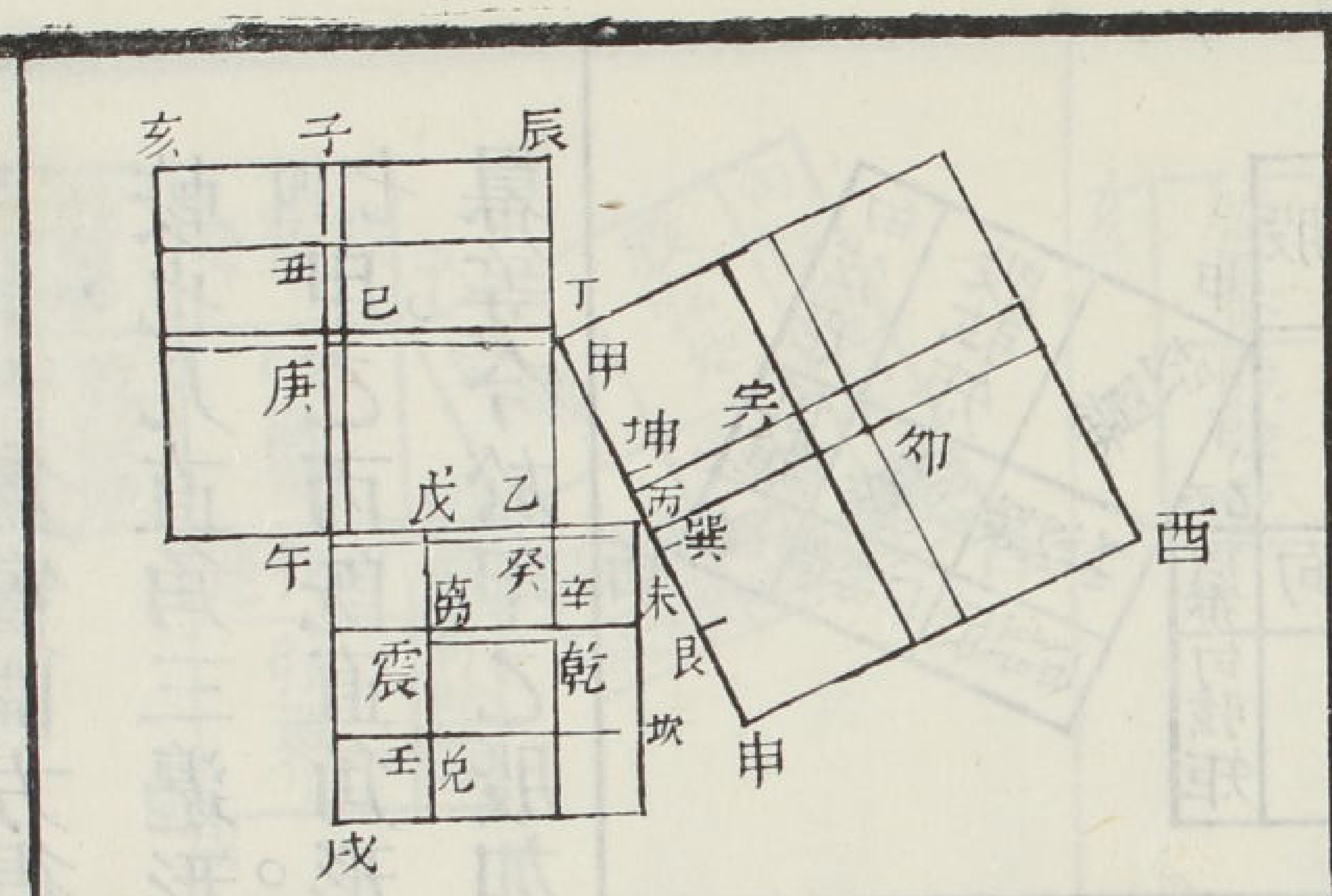
法曰乙丙句二十七甲乙甲丙股弦和八十一求股
求弦以句自之得七百二十九股弦
和自之得六千五百六十一相減得
五千八百三十二半之得二千九百
零十六為實以和為法除之得甲乙
股三十六以減和得甲丙弦四十五
論曰乙丁和冪內之戊巳句冪也餘論同本篇十二
題又法曰句自之得七百二十九以
股弦和八十一為法除之得九為
股弦較加股弦和得九十半之得


四十五為弦減較得三十六為股
此法與本篇第十題又法同論
第十四題

股弦較句弦較求句求股求弦。

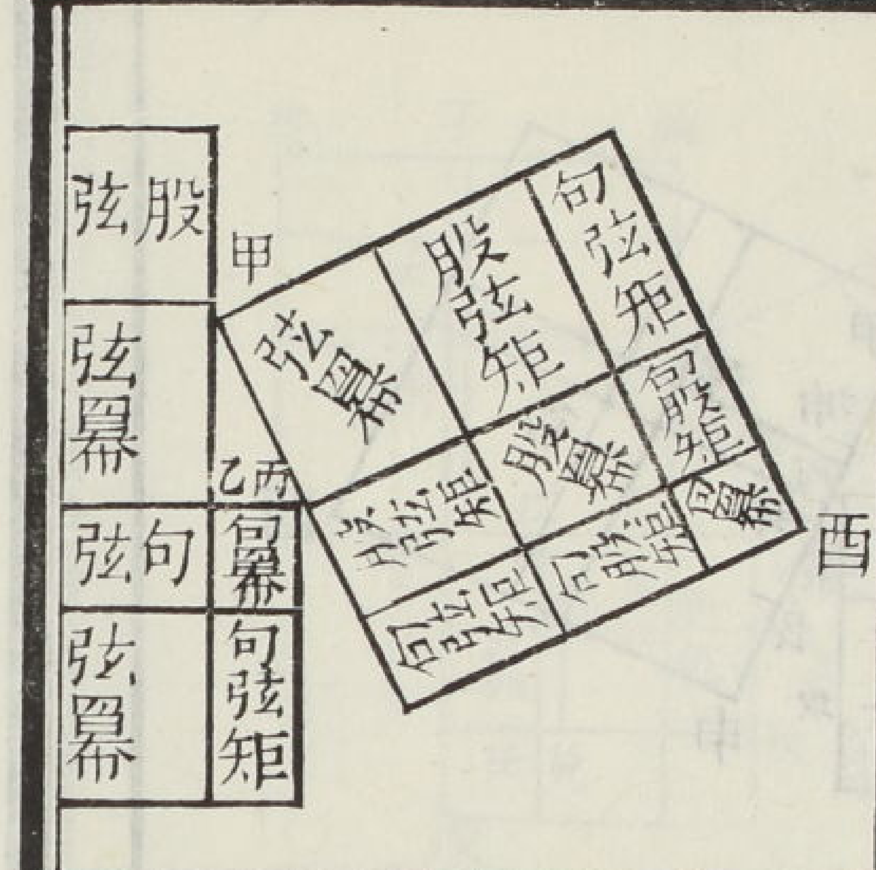


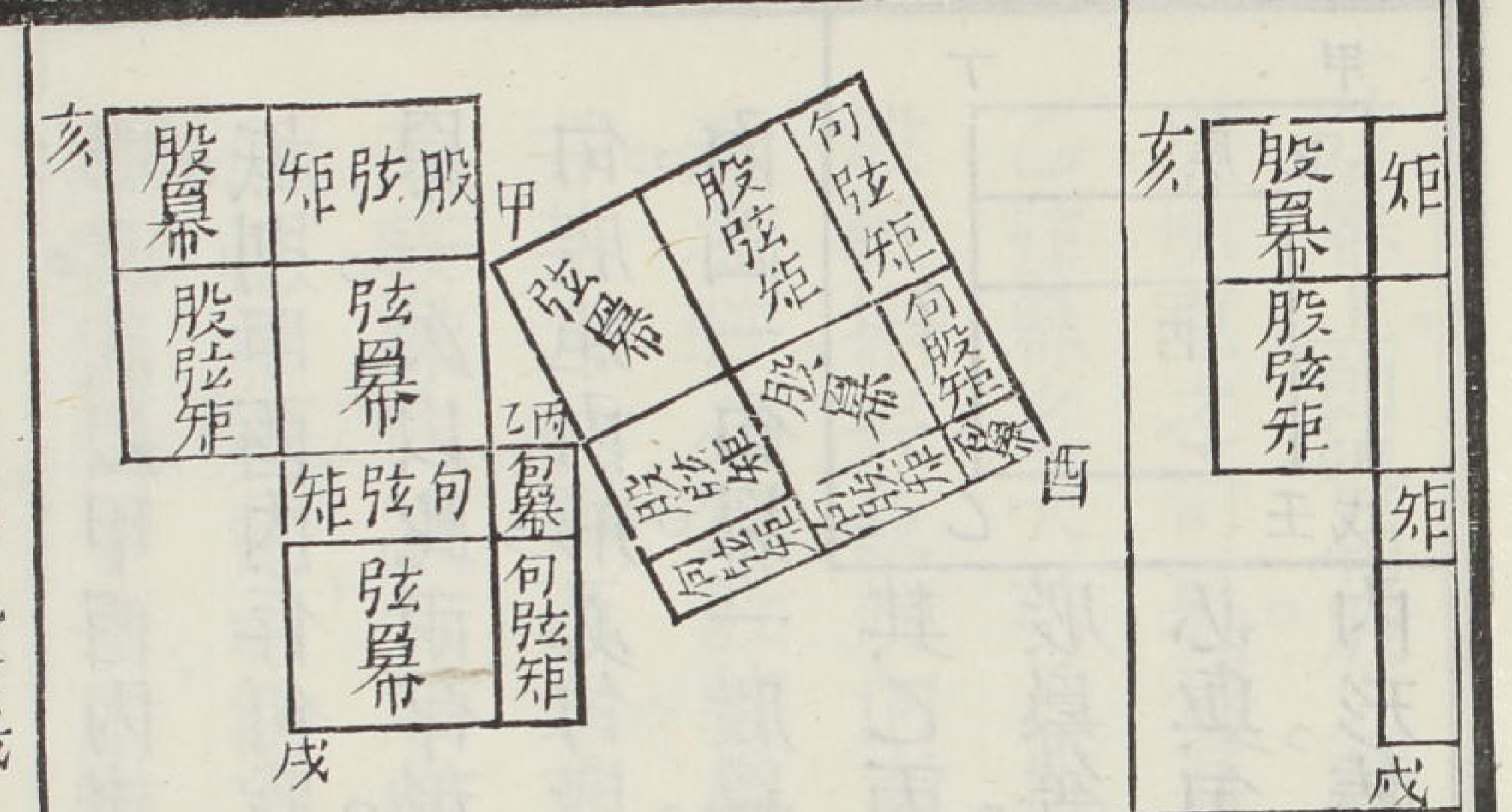
法曰甲乙股、甲丙弦、較二乙丙句、甲丙弦、較九求句求股求弦以二較相乘得十八倍之得三十六為實平方開之得六為弦和較加句弦較九得甲乙股十五加股弦較二得乙丙句八以句弦較加句或股弦較加股得十七為甲丙弦。



論曰股弦較甲丁二自之得四為巳庚直角方形句弦較乙戊九自之得八十一為辛壬直角方形兩冪并得八十五以二減九得七即句股較自之得四十九為乾兌直角方形元設兩較互乘為癸戊子丑兩直角形并得三十六以三十六減八十五亦得四十九何以知癸戊子丑

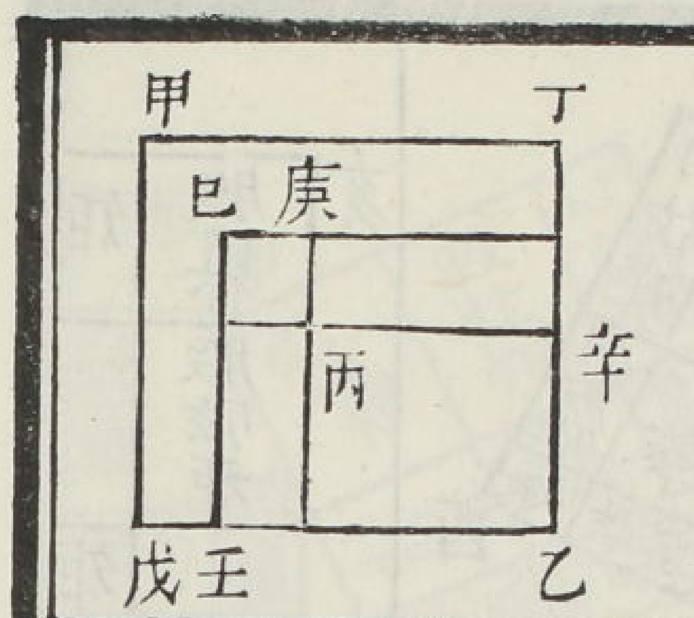
三十六爲實開方得六之寅卯直角方形邊。則弦和較也。凡直角三邊形之弦冪必與句股兩冪并等。四七甲乙丙旣直角形。則甲乙、乙丙兩冪并必與甲丙冪等。今於甲乙股加甲辰弦。丙乙句加乙午弦。甲丙弦加丙未句、未申股。各作一直線。以此三和線作一三邊形。廿二卽甲申上之甲酉直角方形。必不等於丙午上之丙戌直角方形、乙辰上之乙亥直角方形





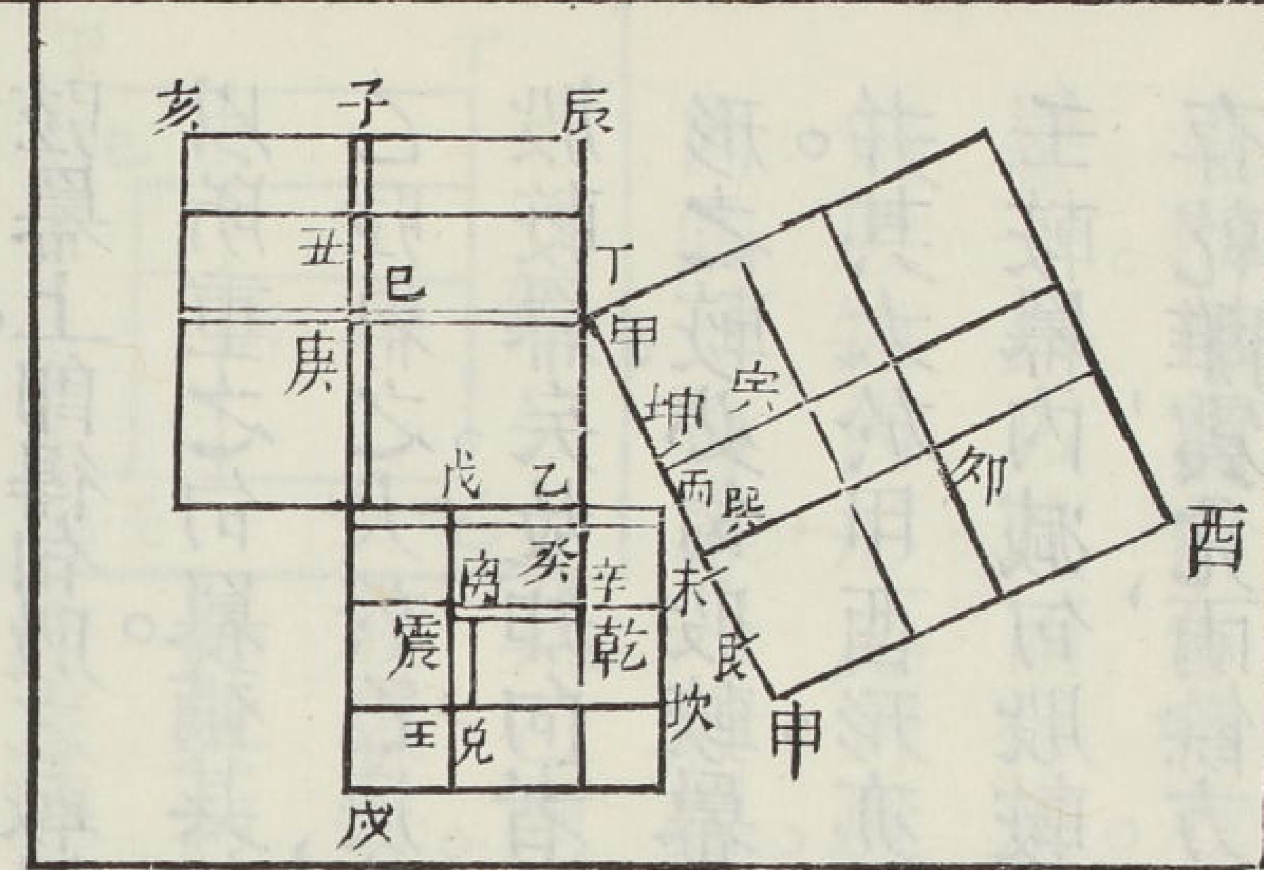
并。而此不相等之較。必句股較冪之四十九也。何者。若於甲酉、丙戌、乙亥三直角方形。各以元設句、股、弦分之。卽甲酉形內有弦冪一。股冪一。句冪一。股弦矩內形二。句弦矩內形二。句股矩內形二。而乙亥形內有弦冪一。股冪一。股弦矩內形二。丙戌形內有弦冪一。句冪一。句弦矩內

形二。次以甲酉丙諸形與乙亥、丙戌、丙諸形。相當相
抵。則甲酉丙存句股矩丙形二。丙戌或乙亥丙存弦
冪一。次以此兩存形相當相抵。則一弦冪之大於兩
句股矩丙形。必句股較冪之四十九也。何者。一弦冪
丙函一句冪。一股冪。今試如上圖任作一甲乙弦冪。



其乙丙為句冪。則丁丙戊磬折形。必與
股冪等。乙巳為股冪。則丁巳戊磬折形。
必與句冪等。次以乙庚、辛壬兩句股矩
丙形。輳乙角。依角旁兩邊縱橫變加於

弦冪上。即得句股之較冪丙巳。而乙丙上重一句冪。次
以所重之句冪。補其等句冪之丁巳戊磬折形。則甲
乙弦冪之大於乙庚、辛壬兩句股矩丙形。必丙巳句
股較冪矣。故知向者乙亥、或丙戌丙與甲酉丙兩存
形之較。必句股較冪之四十九也。則乙亥、丙戌兩形
并其大於甲酉形。亦句股較冪之四十九也。今於辛
壬較冪內減句股較冪四十九之乾兌直角方形。其所
存乾離震兌兩餘方形。及離震巳庚兩直角方形并。
必與癸戊、子丑兩形并等。次以癸戊、子丑兩形開方為寅

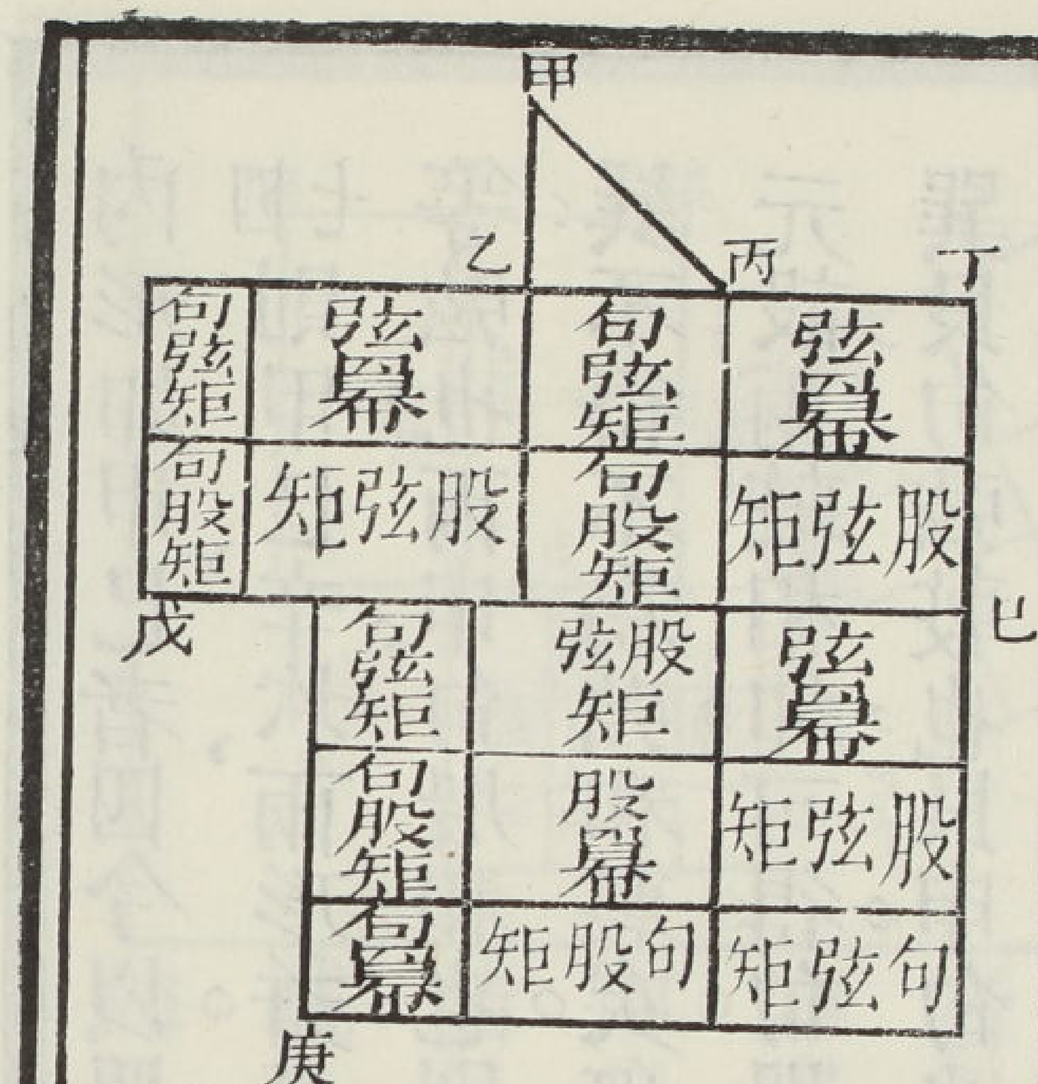


卯形則減寅卯之甲酉形與減辛壬之丙戊形減巳庚之乙亥形并必等而減寅卯之甲酉形內元有弦冪如甲寅者四有弦偕寅卯形邊矩內形如寅巽者四減辛壬之丙戊形內元有句冪如丙辛者四有句偕句弦較矩內形如辛坎者四減巳庚之乙亥形內元有股冪如巳辰者四有股偕股弦較矩內形如甲巳者四今以四弦冪當四句冪四股冪四七則甲巳辛坎兩形并必與寅巽形等甲丙與巽申等弦也丙申句股和也則兩弦間等寅卯形邊之丙巽不得不為弦和較矣既得丙巽六為弦和較即以元設兩較相加可得句股弦各數也何者巽申弦也巽艮句弦較也艮申句也丙申句股和也於丙申句股和減艮申句則丙巽加巽艮之丙艮股也丙甲弦也丙坤股弦較也坤甲股也巽甲句股和也于巽甲句股和減坤甲股則巽丙加丙坤之巽坤句也次以巽

艮加艮申或丙坤加坤甲則弦也

第十五題

句弦和股弦和求句求股求弦



法曰甲丙乙丙句弦和七十二甲乙甲丙股弦和八十一求句求股求弦以兩和相乘得五千八百三十二倍之得一萬一千六百六十四爲實平方開之得弦和和一百零八以股弦和減之得乙丙句二十七以句弦和減之得甲乙句三十六以句股和減之得甲丙弦四十五

論曰兩和相乘爲乙巳直角形倍之爲丁戊直角形以爲實平方開之得巳庚直角方形與丁戊等卽其邊爲弦和和者何也丁戊全形內有弦冪二股弦矩內形句弦矩內形句股矩內形各二與巳庚全形內諸形比各等獨丁戊形內餘一弦冪巳庚形內餘一句冪一股冪并二較一亦等一卷四七卽巳庚方形之各

邊。皆弦和和。

句股義終

番禺孟鴻光校

道光丁未鐫

測量法義

海山仙館藏書

海山仙館叢書

測量法義

道光丁未鐫

題測量法義

西泰子之譯測量諸法也十年矣法而系之義也自歲丁未始也曷待乎於時幾何原本之六卷始卒業矣至是而後能傳其義也是法也與周髀九章之句股測望異乎不異也不異何貴焉亦貴其義也劉徽沈存中之流皆嘗言測望矣能說一表不能說重表也言大小句股能相求者以小股大句小句大股兩容積等不言何以必等能相求也猶之乎丁未以前之西泰子也曷故乎無以爲之藉也無以爲之藉豈惟諸君子不能言之

即隸首商高亦不得而言之也。周髀不言藉乎。非藉也。藉之中又有藉焉。不盡說幾何原本不止也。原本之能爲用如是乎。未盡也。是豳之于河而畚之于海也。曷取是焉。先之。數易見也。小數易解也。廣其術而以之治水治田之爲利鉅。爲務急也。故先之。嗣而有述者焉。作者焉用之乎。百千萬端。夫猶是飲于河而勺于海也。未盡也。是原本之爲義也。

吳淞徐光啟譔

測量法義

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啟筆受

最目

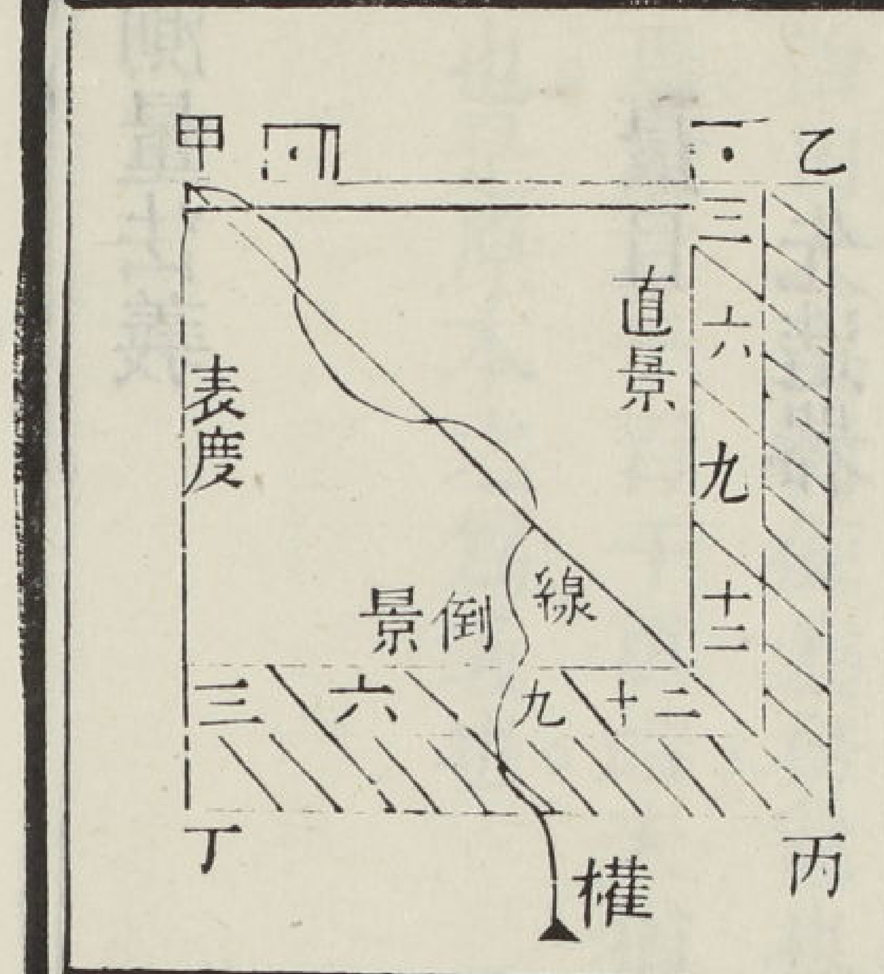
先造器

次論景

本題十五首

附三數筭法

造器



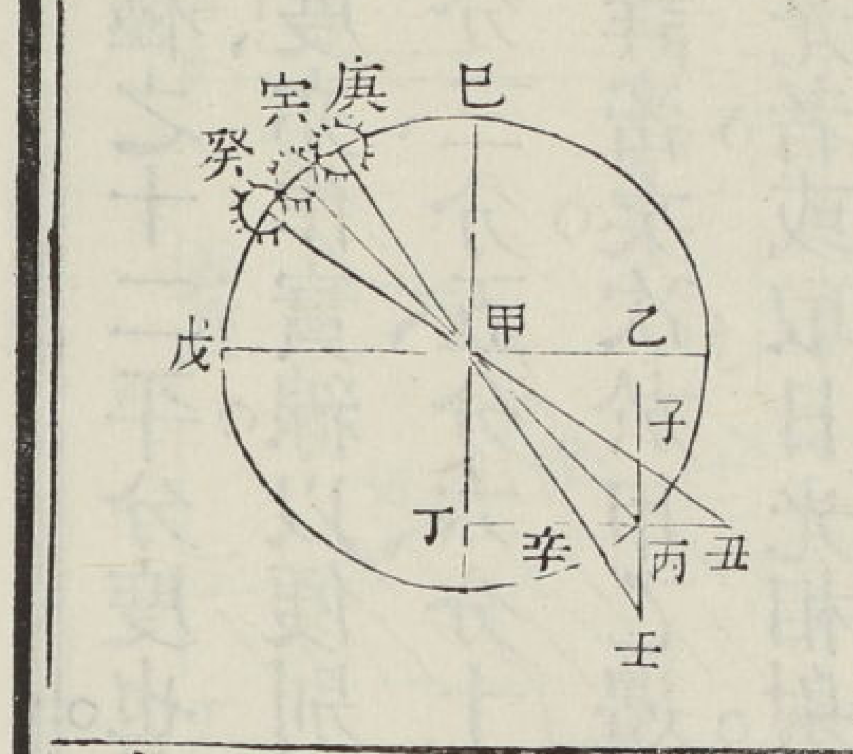
測量者、以測望知山岳樓臺之高、井谷之深、土田道里之遠近也。其法先造一測望之器、名曰矩度。造矩度法。用堅木版或銅版。作甲乙丙丁直角方形。以甲角為矩極。作甲丙對角線。次依乙丙、丙丁兩邊、各作相近兩平行線。次以乙丙、丙丁兩邊、各任若干平分之。從甲向各分、各作虛直線。而兩邊之各外兩平行線間、則作實線。如上圖。即外兩線間為宗

矩極之十二平分度也。其各內兩平行線間、則于三、六、九度、亦作實線、以便別識。若以十二度更細分之。或每度分三分、五分、六分、十二、視矩大小作分。分愈細、即法愈詳密矣。次於甲乙邊上作兩耳相等。耳各有通光竅。通光者、或取日光相射。或取目光透照也。或植兩小表代耳亦可。其耳竅、表末、須與甲乙平行。末從甲點置一線。線末垂一權。其線稍長于甲丙對角線。用時任其垂下、審定度分。既設表度十二、下方悉依此論。若有成器、欲驗已如式否。亦同上法。其用法如下方諸題。

論景

法中俱用直景倒景布算。故先正解二景之義。次解其轉合于矩度。以資後論。

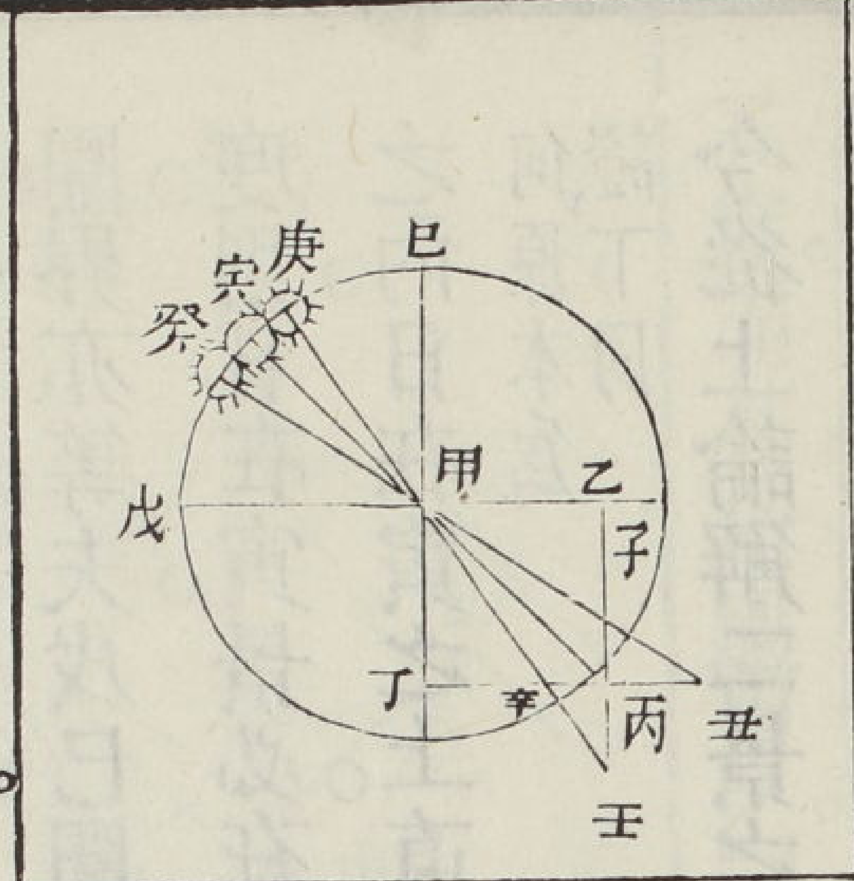
直景者。直立之表、及山岳、樓臺、樹木諸景之在平地者也。若于向日牆上橫立一表。表景在牆。則爲倒景。



如上圖。作甲乙丙丁直角方形。于乙丙、丁丙各從丙任引長之。令丁丙爲地平面。或爲地平平行面。其乙丙、亦向日作面。與地平面爲直角。即甲丁爲丁丙平面上直立之表。而甲乙爲乙丙平面上橫立之表也。次以甲爲心。丙爲界。作戊巳丙圜。次引甲乙甲丁線。各至圜界。夫地球比日天。旣止一點。說見天地儀解即甲點爲地心。丁丙面在地心之下。而戊巳丙圜爲隨地平上日輪之天頂圜矣。即戊乙亦可當地平線。而巳丁線爲正過頂圜矣。則丁丙面離地平線者。甲丁表之度。而乙丙面離過頂圜線者。甲乙表之度也。故日輪在庚。其光必過地心甲。截丁丙面于辛。而

過乙丙之引長面于壬。則甲丁表在丁丙面上之丁辛景爲直景。而甲乙表在乙丙面上之乙壬景爲倒景。若日輪在癸則丁丙爲直景而乙子爲倒景。若日輪在寅。則丁丙爲直景而乙丙爲倒景。是甲乙丙丁直角方形之內。隨日所至其直景恒在丁丙邊。倒景恒在乙丙邊也。

凡測量於二景得一。卽可推算。但須備曉二景之理。何者有直景過丁丙邊之外。有倒景過乙丙邊之外。如上圖者。則直景過丁丙邊。如丁丑。當用倒景代之。



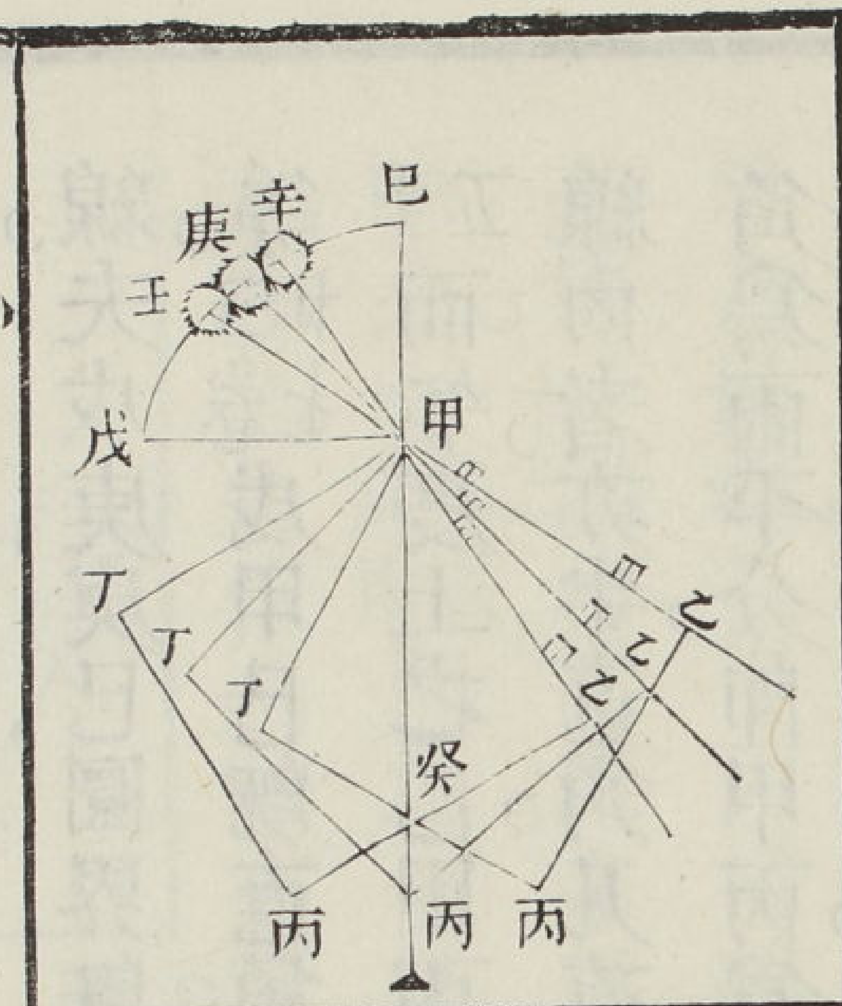
倒景過乙丙邊。如乙壬。當用直景代之也。若日光至丙。卽直倒景等。可任意用之。因兩景各與本表等故。

欲知目前日景所至。在丙耶。在丁丙乙丙之內耶。又有一法。如日輪離地平四十五度。卽景當在丙。日在四十五度以上。卽景在丁丙之內。日在四十五度以下。卽景在乙丙之內。

論曰。戊甲巳、巳甲乙、乙甲丁、丁甲戊、既四皆直角。卽

等而對直角之各圜界亦等三卷廿六是每分爲四分圜之一也而戊巳亦四分圜之一也又甲丙對角線分乙甲丁角爲兩平分一卷三十四注即丁甲丙丙甲乙兩角等戊甲寅寅甲巳兩交角亦等一卷十五而戊寅寅巳兩圜界亦等夫戊巳圜界既九十度即戊寅必四十五度則日在寅景必在丙日在寅之下倒景必在乙丙之內日在寅之上直景必在丁丙之內凡云某卷某題者皆引幾何原本為證下同

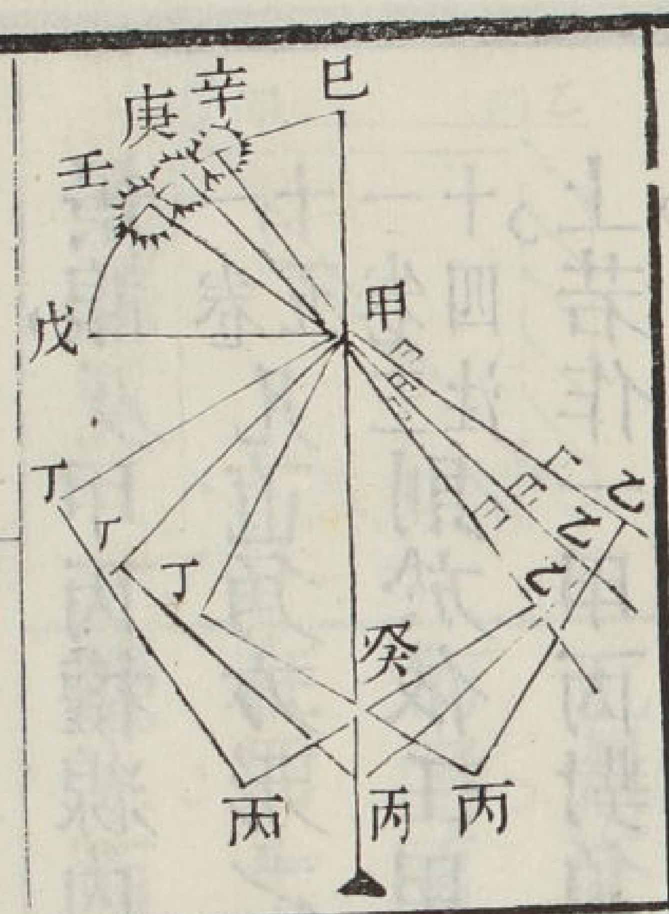
今從上論解二景之轉合于矩度者如日輪高四十五度而其光過甲乙即矩度上權線在丙日在四十五度以上即權線在乙丙邊之內日在四十五度以下即權線在丁丙邊之內故矩度上之乙丙邊爲直景而丁丙邊爲倒景



論曰前圖之甲戊巳分圜形既四分之一試兩平分之于庚即日在庚爲四十五度在辛爲四十五度以上在壬爲四十五度以下設于辛庚壬各出日光下

射。爲辛甲乙、庚甲乙、壬甲乙三景線。同過甲心。而以矩度承之。其甲爲地心。而甲乙邊與日景相直。次以巳甲線引長之。至地心下。爲丙。而甲丙爲矩度之權線。夫戊庚、庚巳圜界既等。卽戊甲庚、庚甲巳兩角亦等。三卷廿七 戊甲巳既直角。卽戊甲庚、庚甲巳皆半直角。一卷十五 而矩度上之乙甲丙角在庚甲乙景線及甲丙權線內者。亦半直角。凡直角方形之對角線。必分兩直角爲兩平分。卽甲丙爲依庚甲乙景線之甲乙丙丁直角方形之對角線。一卷三十四注 則日在庚爲四十五度。

權線必在丙。又巳甲辛角小於巳甲庚半直角。卽辛甲乙景線及甲丙權線內之乙甲癸交角亦小于半直角。一卷十五 凡直角方形之對角線。必分兩直角爲兩平分。一卷三十四注 則於依辛甲乙景線之甲乙丙丁直角方形上。若作一甲丙對角線。其權線必不至丙。必在

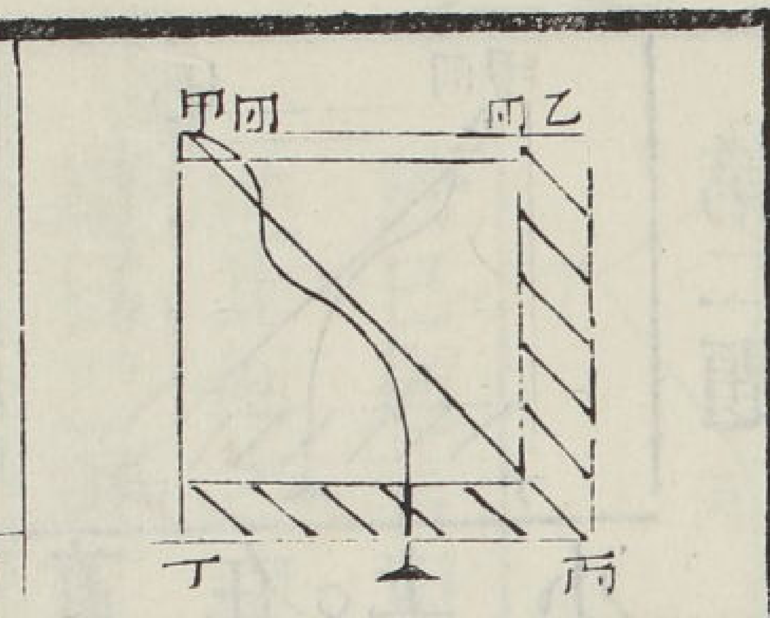


乙丙之內。而分乙丙邊于癸。是日在四十五度之上。其權線必在乙丙邊之內也。又巳甲壬角大於巳甲庚半直角。卽壬甲乙

景線及甲丙權線內之乙甲癸交角亦大於半直角。
一卷十五 凡直角方形之對角線必分兩直角為兩平分。
一卷三十四注 則於依壬甲乙景線之甲乙丙丁直角方形
上若作一甲丙對角線。其權線必過丙。必在丁丙之
內。而分丁丙邊于癸。是日在四十五度之下。其權線
必在丁丙邊之內也。故矩度之內。其傍通光耳之分
度邊為直景。而對通光耳之分度邊為倒景。

本題十五首

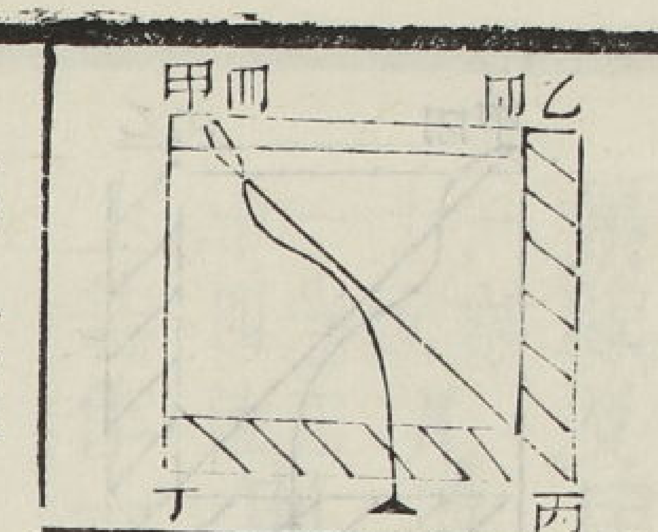
第一題



日輪高四十五度。直景、倒景、皆與表等。在四十五度以
上。則直景小于表。而倒景大于表。在四十五度以下。
則直景大於表。而倒景小於表。

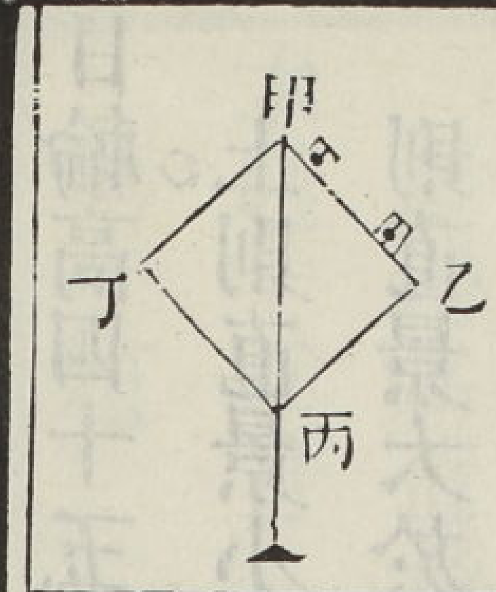
依矩度卽可明此題之義。盖上巳論日
輪在四十五度。權線必在丙。卽顯乙丙
直景。丁丙倒景。皆與甲乙、甲丁、兩表等。
何者。直角方形之各邊俱等故也。若日
在四十五度以上。權線必在乙丙分度
邊上。而倒景當在丁丙之引出邊上。是

直景小於倒景、而倒景大於甲丁表、若日在四十五度以下、權線必在丁丙分度邊上、而直景當在乙丙之引出邊上、是倒景小於直景、而直景大於甲乙表。



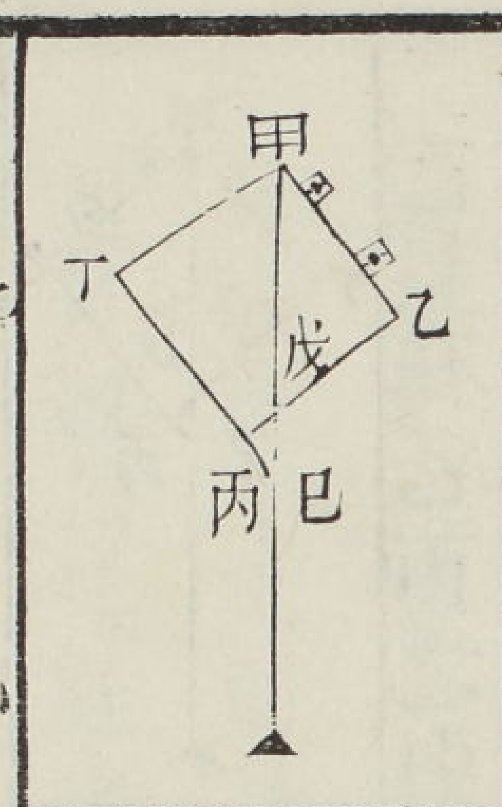
第二題。

表隨日所至、皆爲直景與倒景連比例之中率。



先設日輪在四十五度、而權線在丙。題言甲乙或甲丁表、皆爲乙丙直景與丁丙倒景連比例之中率。

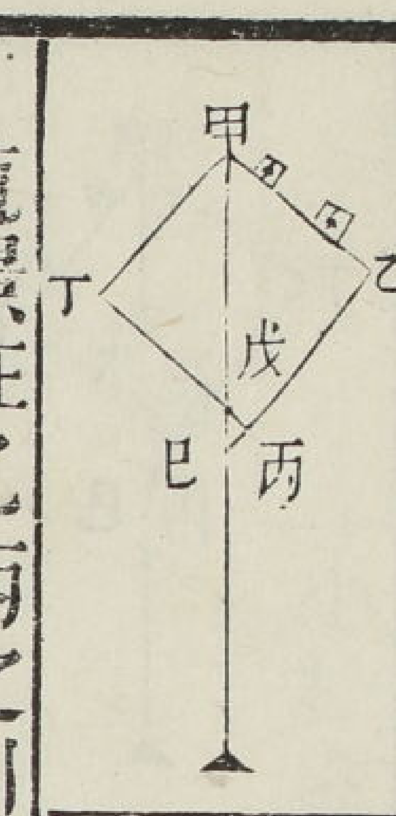
論曰、甲乙丙丁直角方形之四邊既等、即乙丙直景與甲乙、或甲丁表之比例、若表與丁丙倒景。何者。三線等、即爲兩相同之比例故。



次設日輪在四十五度以上、權線在乙丙直景邊、丙分乙丙於戊、而倒景在丁丙之引出邊上、遇權線於巳。題言甲乙或甲丁表、爲乙戊直景、與丁巳倒景、連比例之中率。

論曰、乙與丁兩直角等、而乙甲戊與巳相對之兩丙

角亦等。一卷廿八 即甲乙戊、巳丁甲、爲等角形。六卷四 則乙戊直景與甲乙、或甲丁表、之比例。若表與丁巳倒景。是甲乙或甲丁表、爲兩景之中率。六卷八之系



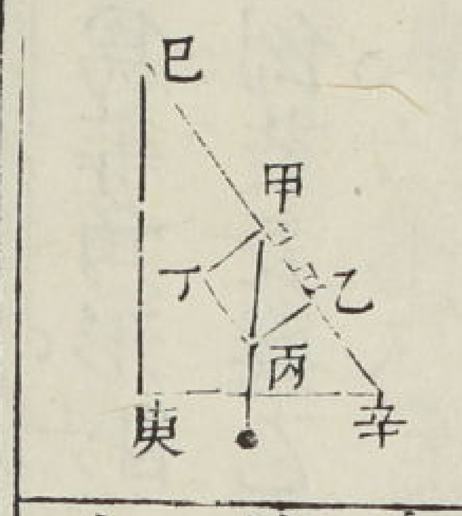
後設日輪在四十五度以下。權線在丁丙倒景邊內。分丁丙於戊。而直景在乙丙之引出邊上。與權線遇于巳。題言甲乙、或甲丁表。爲丁戊倒景、與乙巳直景、連比例之中率。

論曰、丁與乙兩直角等。而丁甲戊。與巳甲戊、丁與乙甲巳。各相對之兩內角、各等。一卷廿八 即甲丁戊、甲乙巳、爲等角形。六卷四 則丁戊倒景、與甲乙、或甲丁表、之比例。若表與乙巳直景。是甲乙、或甲丁表、爲兩景之中率。六卷八之系 注曰直景、表倒景、三線旣爲連比例。即直景倒景、兩線矩內直角形。與表上直角方形等。六卷十七 故表度十二。則其冪爲一百四十四。若以爲實。以所設景數爲法除之。即得所求景數。假如權線所至在倒景之三度。即以三爲法。除其實一百四十四。得四十八度爲直景。又如權線所至。在所設景之五度。三分度之二。即所求景爲二十五度十七分度之七。何

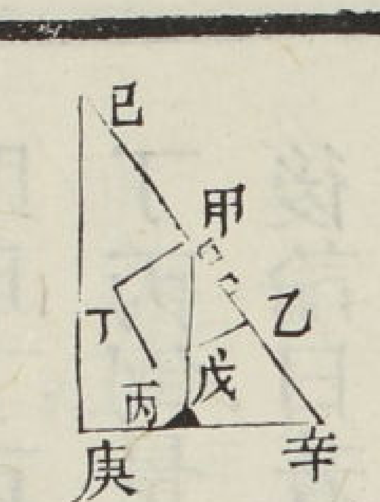
者以五度三分度之二爲法除其實一百四十四即得二十五度十七分度之七是二景互變相代法畸分除法見後附

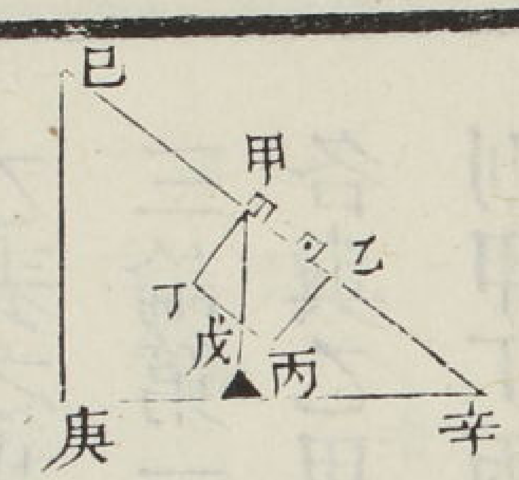
第三題

物之高立於地平以直角其景與物之比例若直景與表亦若表與倒景



解曰物之高以直角立於地平如巳庚其景在地平上爲庚辛題言直景與表之比例若庚辛與巳庚又言表與倒景之比例若庚辛與巳庚凡言地平者皆依直線取平若不平者須先準平然後測量後倣此





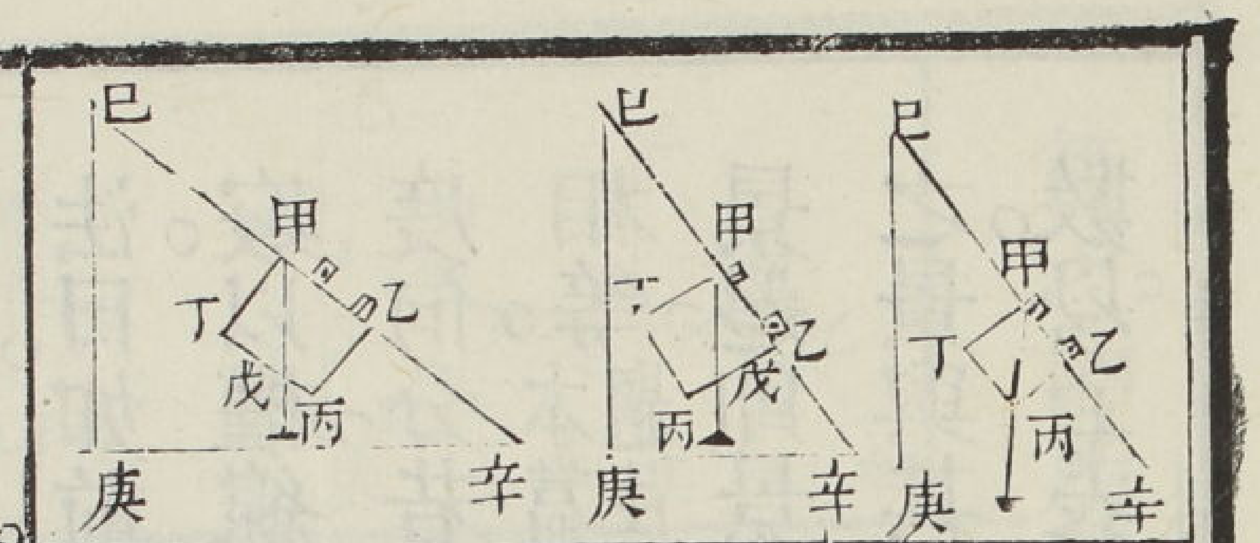
先論權線在丙者曰權線恆與物之高爲平行線何者兩線下至庚辛皆爲直角故一卷廿八即辛甲丙角與巳角等一卷廿九而乙與庚兩直角又等則甲乙丙巳庚辛爲等角形一卷三十二是乙丙直景與甲乙表之比例若庚辛景與巳庚高六卷四

二論曰若權線在乙丙直景邊內而分乙丙於戊依

前論、顯乙甲戊角與巳角等。一卷廿九乙角與庚角等。則、甲乙戊、巳庚辛爲等角形。一卷三十二是乙戊直景與甲乙表之比。例若庚辛景與巳庚高。六卷四

三論第一圖之倒景。曰權線在丙。其巳角、丁丙甲角。各與乙甲丙角等。一卷廿九卽自相等。丁角與庚角又等。則甲丁丙與巳庚辛、亦等角形。一卷三十二是甲丁表與丁丙倒景之比。例若庚辛景與巳庚高。六卷四

後論、曰若權線在丁丙倒景邊丙而分丁丙於戊。依前論、顯乙甲戊角與巳角等。一卷廿九卽丁戊甲角與巳



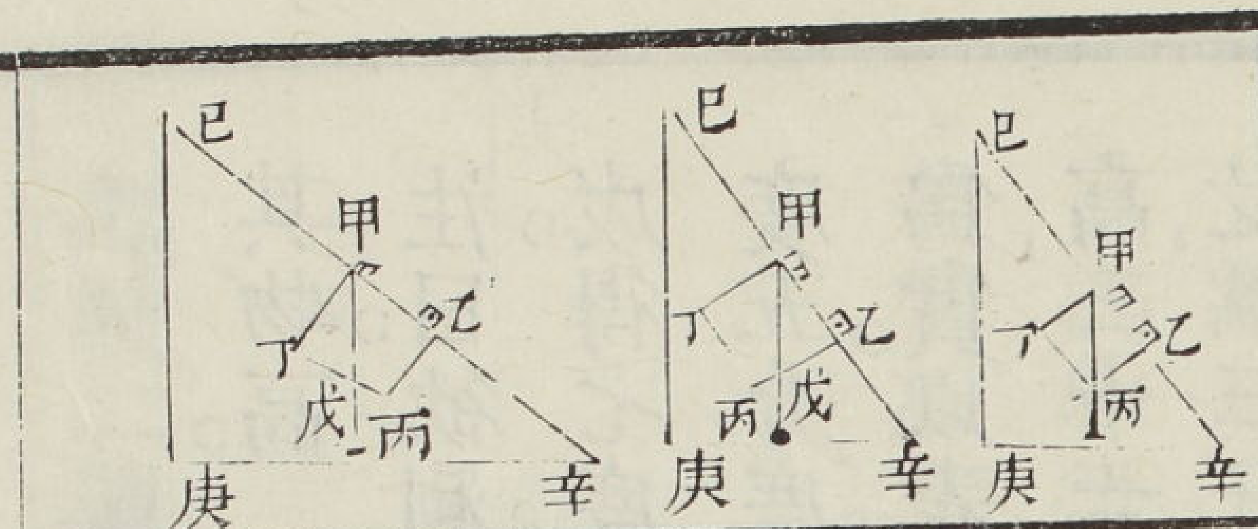
角亦等。一卷廿八丁角與庚角又等。則丁戊甲、巳庚辛爲等角形。一卷三十二是甲丁表與丁戊倒景之比。例若庚辛景與巳庚高。六卷四

、注曰前既論本篇第一題。日輪在四十五度直景倒景皆與表等。在四十五度以上直景小於表。在四十五度以下。表大於倒景。卽顯日輪在四十五度各物在地平之景與其物之高等。在四十五度以上卽景小於物。在四十五度以下。卽景大於物。如上三圖可見。

第四題

有物之景測物之高

法曰如前圖以矩度向日甲耳在前取日光透耳兩竅以權線與矩度平立相切任其垂下細審所值何度何分若在十二度之中對角線上則景與物必正相等本篇三題注故量其景長即得其物高若權線在直景邊即景小於物本篇三題注則直景與表之比例若物之景與其高用三數法以直景上所值度分為第一數以全表度十二為第二數以物景之度為第三數算之即所得數為其物高三數算法見後附



注曰欲測巳庚之高以矩度承日審權線如在直景乙戊得八度正庚辛景三十步即以表度十二乘庚辛三十步相乘得三百六十為實以乙戊八度為法除之得四十五即巳庚之高四十五步

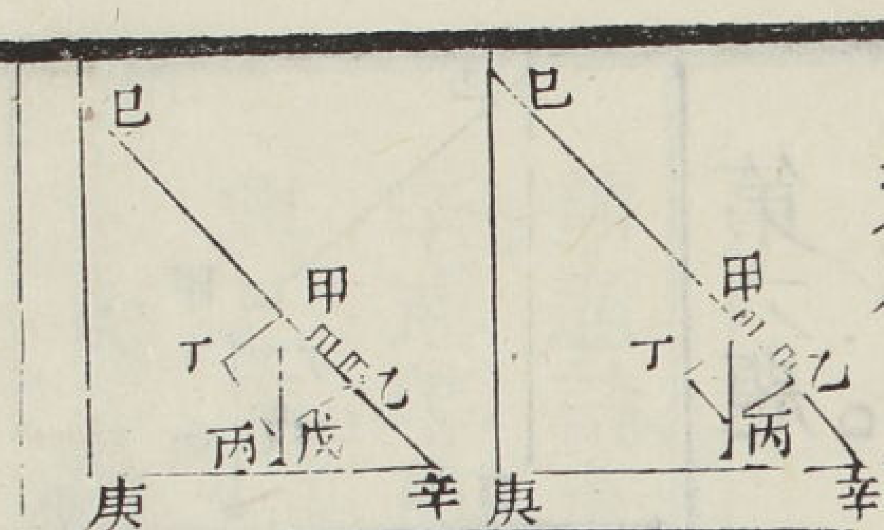
若權線在倒景邊即景大於物本篇三題注則表與倒景之比例若物之景與其高用三數法以表為第一數以倒景上所值度分

爲第二數以物景之度爲第三數算之卽所得數爲其物高

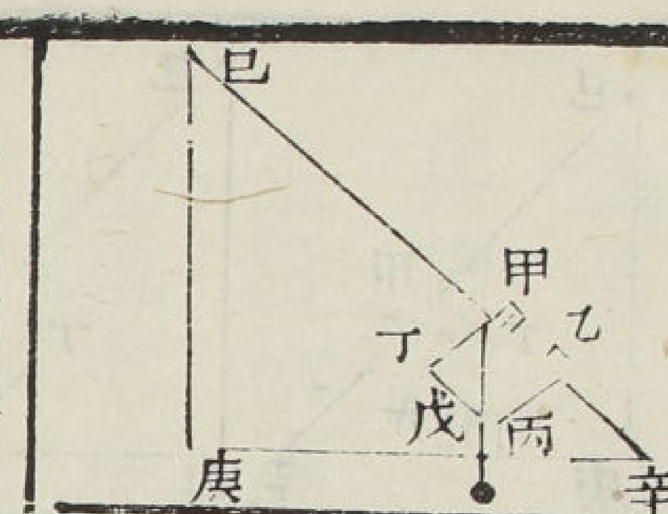
注曰欲測巳庚之高以矩承日審權線如在倒景丁戊得七度五分度之一庚辛景六十步卽以丁戊七度五分度之一庚辛六十步相乘得二千一百六十爲實以表度六十分爲法除之得三十六卽巳庚之高三十六步因權値有畸分五分度之一故以分母五通七度通作三十五分以分子一從之爲三十六分其表度十二亦通作六十分說見算家通分法

第五題

有物之高測物之景



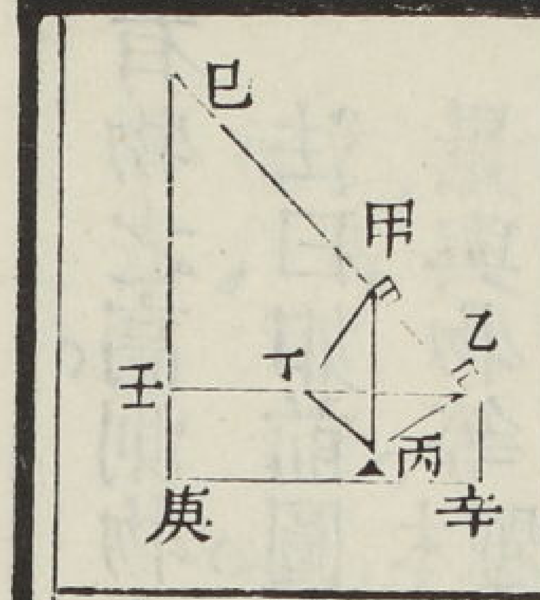
法曰如前圖以矩度承日審値度分若權線在丙則景與物等本篇三題注若權線在直景邊卽物大於景本篇三題注卽直景與表之比例若景與物反之則表與直景若物之高與其景五卷四之系用三數法以表爲第一數直景度分爲第二數物高度爲第三數算之卽所得數爲景度若權線在倒景邊卽物小於景本篇三題注則表



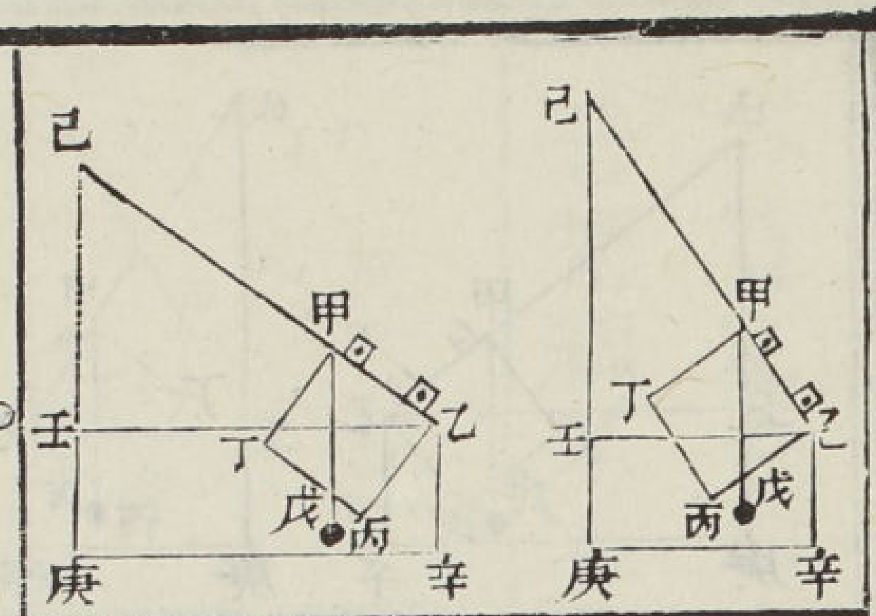
與倒景之比例。若景與物。反之。則倒景與表。若物之高與其景。五卷四用三數法。以倒景度分為第一數。表為第二數。物高度為第三數。算之。即所得數為景度。

第六題

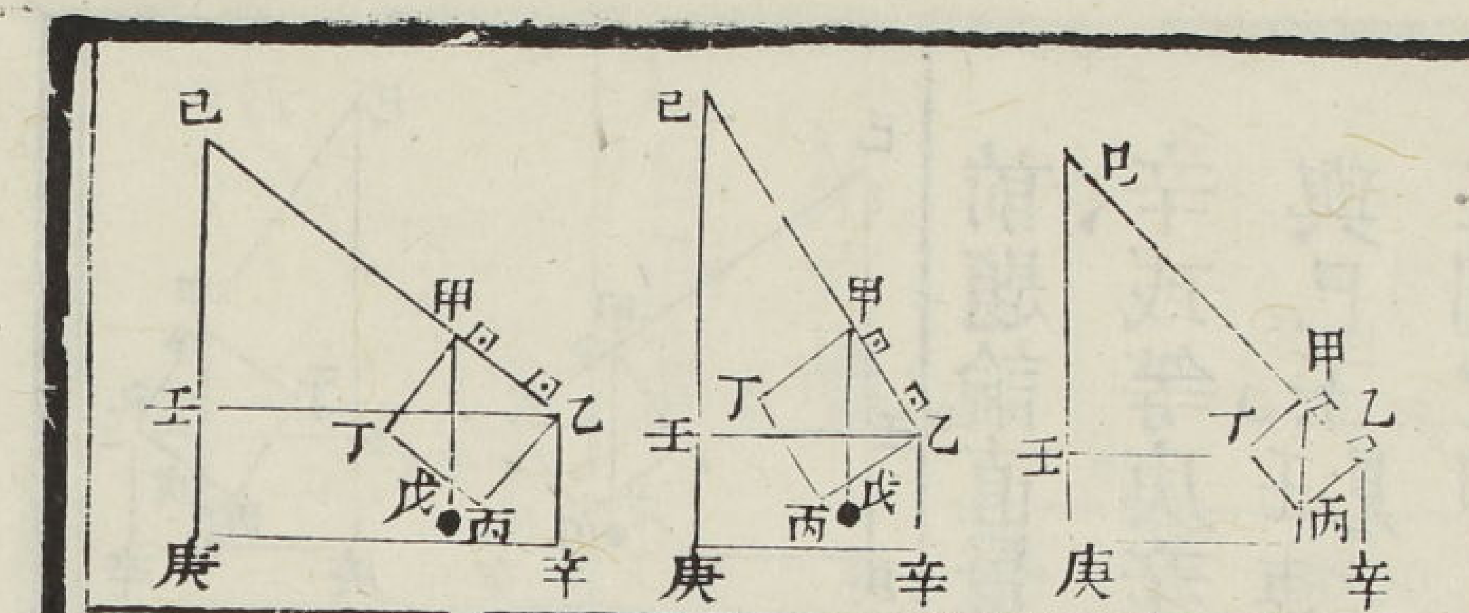
以目測高。



法曰、欲於辛、目測巳庚之高。先用一有度分之表。與地平為直角。以審目至足之高。次以矩度向物頂甲。耳在前。目切

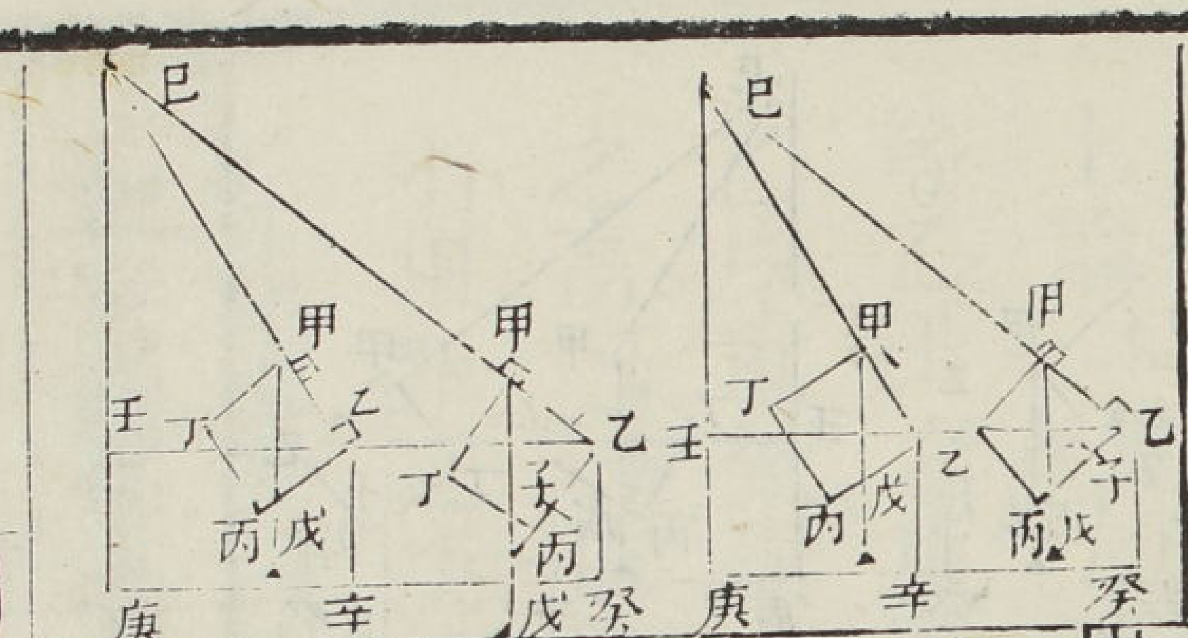


乙後。而乙辛為目至足之高。以權線與矩度平直相切。任其垂下。目切於乙。不動。而以甲角稍移就物頂。令目光穿兩耳竅。至物頂。作一直線。如不能以目透通光耳中、只取兩耳角、或兩小表相對、亦可。細審權線值何度分。依前題論。直景與表之比例。表與倒景之比例。皆若庚辛、或等庚辛之乙壬、若自乙至壬作直線、即與庚辛平行相等、見一卷三十四與巳壬。壬庚與乙辛等、見一卷廿八、觀上論本篇三題及本圖自明。蓋三圖之甲乙丙、甲乙戊、甲丁戊、各與其巳壬乙為等



角形。則量辛庚之度。而作直景與表之比例。或作表與倒景之比例。皆若辛庚與三數法所求得之他數。即得巳壬之高。次加目至足乙辛之高。即得巳庚之高。

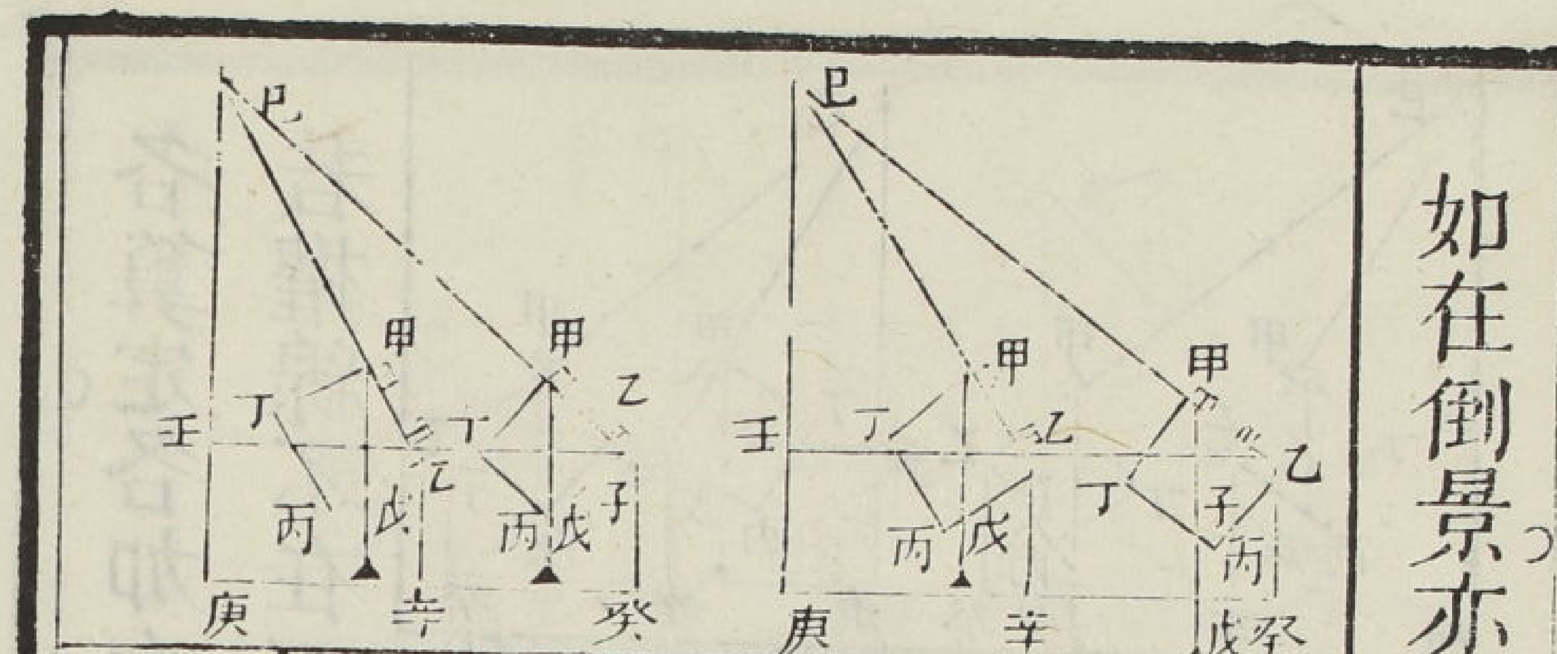
注曰。如欲測巳庚高。權線在直景。即以直景乙戊為第一數。表為第二數。庚辛為第三數。若在倒景。即以表為第一數。以丁戊倒景為第二數。庚辛為第三數。



各算定。各加自目至足乙辛數。即得。

若權線不在丙而有平地可前可却。即任意前却。至權線值丙而止。即不必推算可知其高。

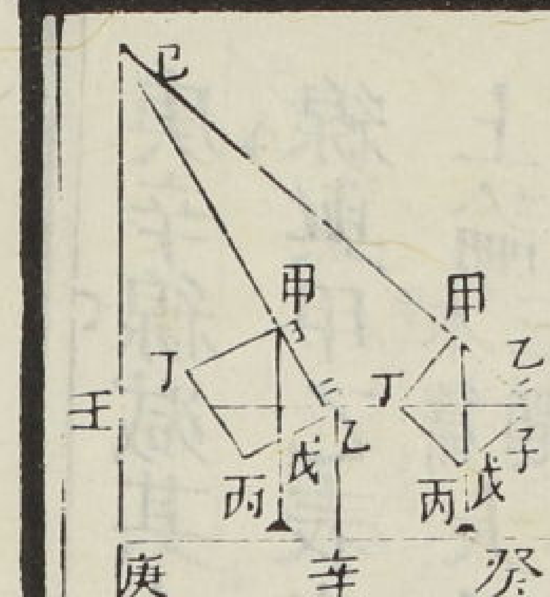
若辛不欲至庚或不能。或為山水林木屋舍所隔或地非平面則用兩直景較算。其法依前用矩度向物頂。審權線在直景否。如在倒景。即以所值度分變作直景。本篇二題注次從辛依地平直線。或前或却。任意遠近至癸。仍用矩度向物頂。審權線在直景否。



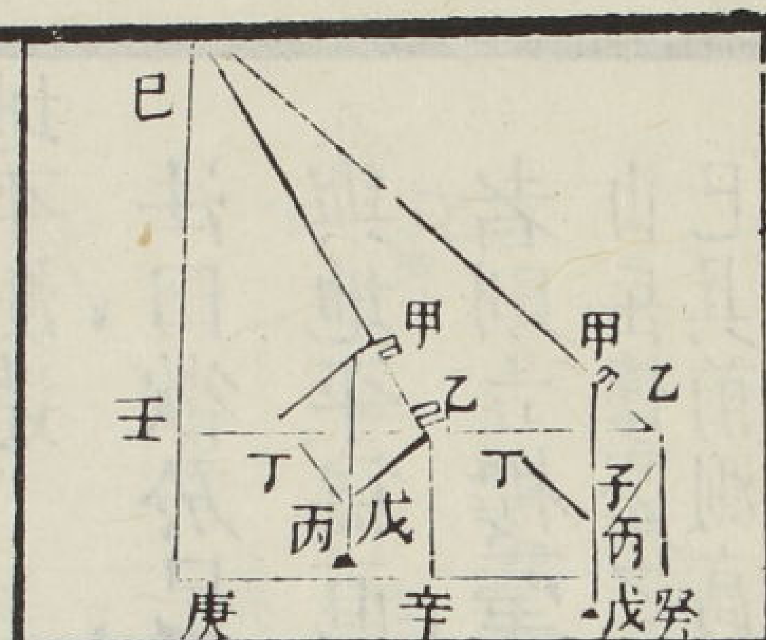
如在倒景亦以所値度分變作直景○本篇二題注次以兩直景度分相減之較爲第一數以表爲第二數以兩相距之較爲第三數依法算之卽得巳壬之高加自目至足乙癸卽得巳庚之高何者兩景較與其表之比例若兩相距之較與物之高故下論詳之

論曰以兩直景之小乙戊線減其大乙戊線存子戊線爲景較以兩相距之小庚辛線減其大庚癸線存癸辛線爲距較則子戊較線與甲乙表之比例若癸辛較線與巳壬線何者依上論本篇三題大乙戊直景與甲乙表之比例若乙壬或等乙壬之庚癸大相距之遠與巳壬之高更之卽大乙戊直景與大相距癸庚之比例若甲乙表與巳壬之高五卷十六依顯小乙戊直景或等小乙戊之乙子與小相距之庚辛之比例若甲乙表與巳壬之高則大乙戊直景與大相距庚癸之比例亦若乙子小直景與小相距之庚辛也夫大乙戊與大相距庚癸兩全

線之比例既若兩所減之乙子、與庚辛。五卷十九轉之。卽大乙戊與庚癸兩全線之比例。亦若兩減餘之子戊、與辛癸。五卷十九而前已論乙戊全與庚癸全之比例若甲乙表與巳壬之高。則兩減餘之子戊、與辛癸之比例。亦若甲乙表與巳壬之高。五卷十一更之。則景較子戊、與甲乙表之比例。若距較癸辛、與巳壬之高。五卷十六



注曰。如前圖欲測巳庚之高。先於辛、得直景小乙戊爲五度。次却立於癸。得直景大乙戊爲十度。景較五度以爲第一



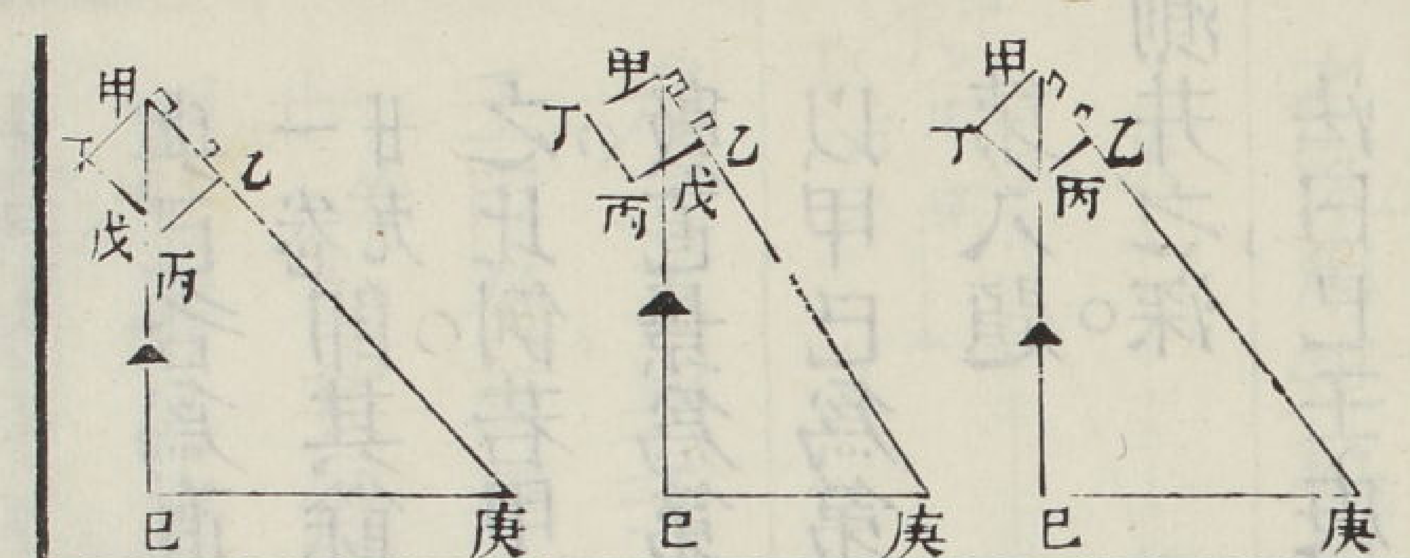
數。以表度爲第二數。次量距較癸辛十步以爲第三數。依法算得二十四步。加自目至足乙辛或一步。卽知巳庚高二十五步。如後圖。先於辛得直景小乙戊爲十一度。次却立於癸。得倒景九度。卽如前法變作大乙戊直景十六度。景較五度以爲第一數。以表度爲第二數。次量距較癸辛二十步以爲第三數。依法算得四十八步。加自目至足乙辛或一步。卽知巳庚高四十九步。

若山上有一樓臺、欲測其樓臺之高、先於平地總測樓臺頂至地平之高、次測山高、減之、卽得。有樓臺高數層、欲測各層之高、倣此。

第七題

地平測遠。

法曰、欲於巳測巳庚地平之遠。先用一有度分之表。與地平爲直角。以審目至足之高。爲甲巳。若量極遠者、則立樓臺或山岳之上。以目下至地平、爲甲巳。欲知山岳樓臺之高、已具前測高法、次以矩極甲角切于目。以乙向遠際庚。如前法、稍移就之。令甲乙庚爲一直線。細審權線値何度分。如權線在丙。則高與遠等。若在乙丙直景邊、卽高大於遠。而矩度上截取甲乙戊與甲巳庚爲等角形。何者、兩形之乙與巳各爲直角。庚甲巳與乙甲戊爲同角。卽其餘角必等故。一卷三十二則甲乙表與乙戊直景之比例、若甲巳高與巳庚遠也。六卷四若權線在丁丙倒景邊、卽高小于遠、而矩度

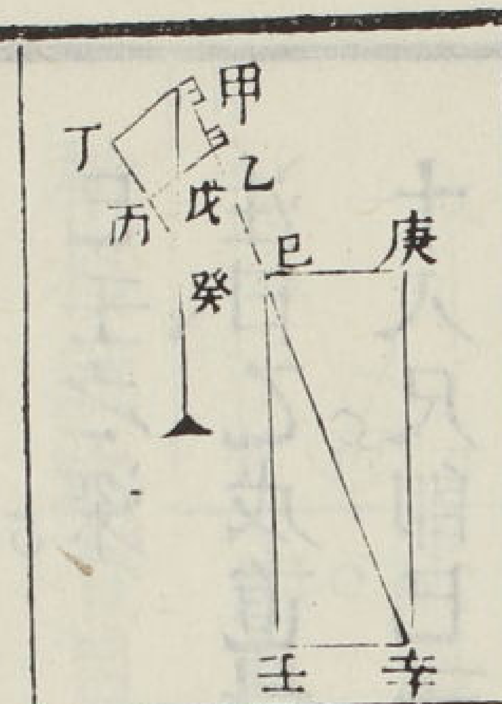


上截取甲丁戊與甲巳庚爲等角形何者兩形之丁與巳各爲直角巳甲庚與甲戊丁相對之兩內角等一卷廿九卽其餘角亦等故一卷卅二則丁戊倒景與甲丁表之比例若甲巳高與巳庚遠也六卷四次以表爲第一數直景爲第二數以倒景爲第一數表爲第二數各以甲巳爲第三數依法算之各得巳庚之遠

第八題

測井之深

法曰巳壬庚辛井其口之邊或徑爲巳庚欲測巳壬之深用矩極甲角切目以乙從巳向對邊或徑之水

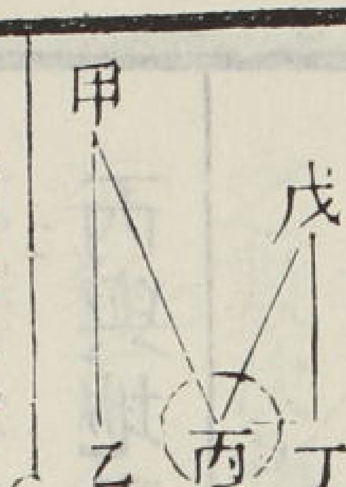


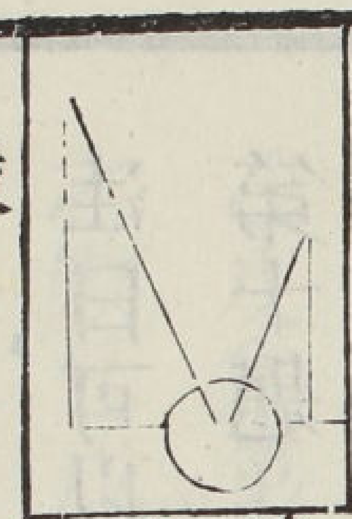
際辛如前法稍移就之令甲乙巳辛爲一直線卽權線垂下截取矩度之甲乙戊與巳壬辛爲等角形何者兩形之乙與壬各爲直角壬巳辛與乙甲戊兩角爲巳壬甲癸兩平行線井甃必用垂線故與權線平行之同方內外角等一卷廿九卽其餘角亦等故則乙戊直景與甲乙表之比例若等巳庚口之壬辛底與巳壬深也六卷四次以直景爲第一數表爲第二數巳庚爲第三數依法算之

卽得巳壬之深。
若權線在倒景。卽表與倒景之比例。若井之巳庚口、與巳壬深。觀甲癸丁角形可推。何者。癸與乙甲戊相對兩內角等。一卷廿九卽與壬巳辛角等。故以表爲第一數。倒景爲第二數。巳庚口爲第三數。依法算之。亦得巳壬之深。
注曰、乙戊直景三度。巳庚井口十二尺。依法算得四十八尺。卽巳壬之深。丁癸倒景四十八度。依法算同。

第九題

以平鏡測高。



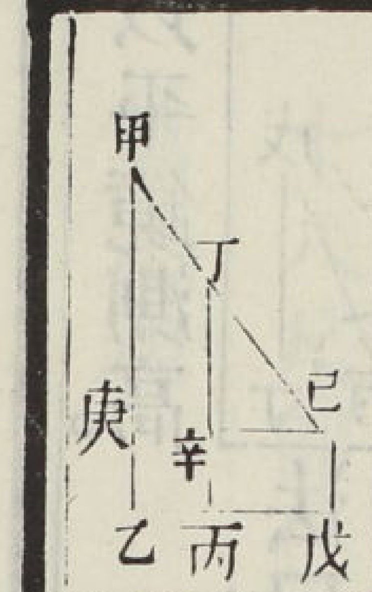


法曰、欲測甲乙之高。以平鏡依地平線置丙。人依地平線立於丁。目在戊。向物頂甲。稍移就之。令目見甲在鏡中心。是甲之景從鏡心反射於目。成甲丙戊角。卽目光至鏡心。偕足至鏡心。兩線作戊丙丁角。與甲丙乙角等。此論見歐几里得鏡書第一題卽甲乙丙、戊丁丙爲等角形。乙丁兩皆直角故則足至鏡心丁丙、與目至足之高丁戊之比例、若物之底至鏡心乙丙、與其高甲乙也。六卷四今量丁丙

為第一數。丁戊為第二數。乙丙為第三數。依法算之。
卽得甲乙之高。
注曰。可以盂水當鏡。若測極遠。可以水澤當鏡。

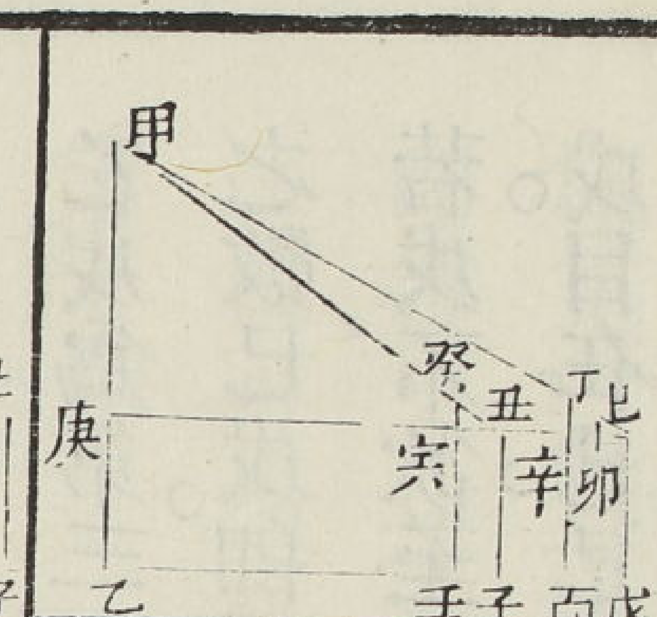
第十題

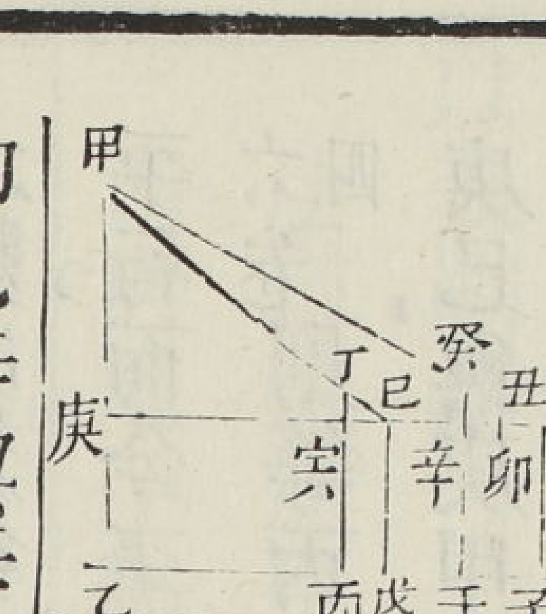
以表測高。



法曰。欲測甲乙之高。依地平線、任立一表於丙。為丁丙。與地平為直角。凡立表以線垂下、三面附表。卽與地平為直角。次依地平線、退立於戊。使目在巳。視表末丁、與物頂甲為一直線。若表僅與身等或小於身。則俛首移就之、可也。或別立一小表為巳戊亦可。次量目至足之數。次想從巳目至甲乙上之庚點作直線與乙戊平行而分丁丙表於辛。卽巳辛丁、巳庚甲、為等角形。六卷四則等丙戊之辛巳、與辛丁之比例。若等乙戊之庚巳、與庚甲也。次量丙戊為第一數。辛丁為第二數。乙戊為第三數。依法算之。卽得甲庚之高。加目至足之數巳戊。卽得甲乙之高。

若戊不欲至乙。或不能。則用兩表較算。如前圖立於戊。目在巳。巳得辛巳等丙戊之度。次依地平線、或前

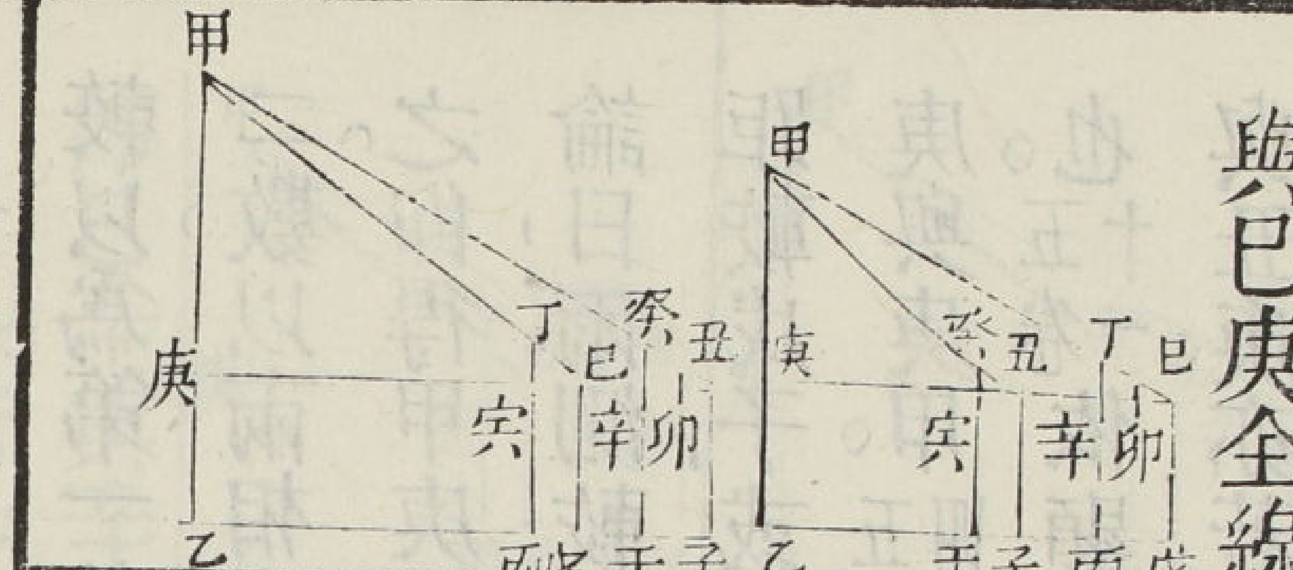




或却。又立一表。或卽用前表、或兩表等、為癸壬。依
前法。令丑子與巳戊目至足之度等。而
使丑癸甲為一直線。卽又得寅丑等壬
子之度。其壬子若移前所得。必小于丙
戊。何者。巳辛與辛丁之比例。若巳庚與
庚甲。丑寅與寅癸。若丑庚與庚甲。六卷四
而巳庚與庚甲。大于丑庚與庚甲。五卷八
卽巳辛與辛丁。亦大于丑寅與寅癸也。又辛丁與寅
癸既等。癸壬、丁丙元等。所減寅壬、辛丙等。卽所存亦等。卽巳辛必大于丑寅

也。五卷十 次以兩測所得之巳辛、與丑、寅相減。得卯辛
較。以為第一數。以表目相減之較。丁辛或癸寅。為第
二數。以兩相距之較。戊子、或巳丑。為第三數。依法算
之。卽得甲庚之高。加目至足之數。卽得甲乙之高
論曰。兩測較卯辛、與表目較辛丁、或癸寅。其比例若
距較戊子、或巳丑、與庚甲。何者。巳辛與辛丁。既若巳
庚與庚甲。五卷四 更之。卽巳辛與巳庚。若辛丁與庚甲
也。五卷十一 依顯丑寅與丑庚。若寅癸與庚甲也。則丑寅
與丑庚。亦若辛丁與庚甲也。辛丁與寅癸等故 而巳辛全線

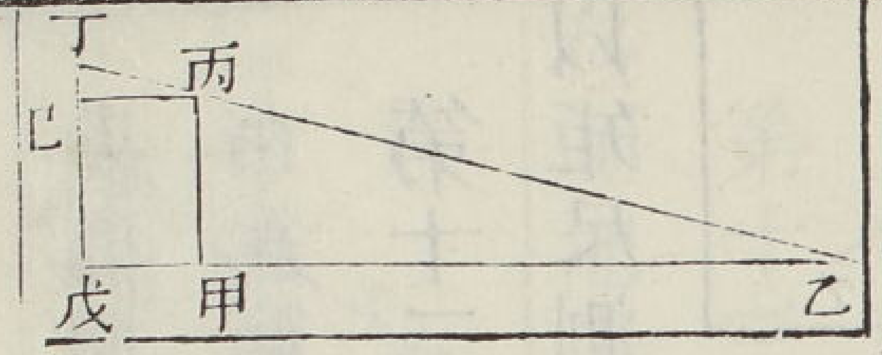
與巳庚全線。若巳辛所截取之巳卯（巳卯與丑寅等故）與巳庚所截取之丑庚也。則巳辛全與巳庚全亦若巳辛分餘之卯辛與巳庚分餘之巳丑也。（五卷十九）前巳論巳辛與巳庚若辛丁與庚甲。即卯辛與巳丑亦若辛丁與庚甲也。更之。即兩測較卯辛與表目較辛丁若距較等子戊之巳丑與甲庚也。若却後而得壬子則反上論之。



第十一題

以表測地平遠。

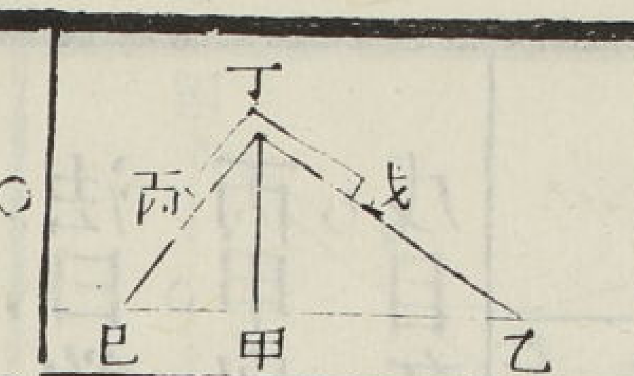
法曰。欲於甲測甲乙地平遠。先依地平線立一表爲丙甲。與地平爲直角。其表稍小於身之長。次却立於戊。目在丁。視表末丙。與遠際乙。爲一直線。次想巳丙作直線。與甲乙平行。而分丁戊於巳。即丙巳丁、丙甲乙爲等角形。（六卷四）何者。甲與巳兩爲直角。丙丁巳、乙丙甲爲平行線同方內外角。等。（一卷廿九）即其餘角必等。故（一卷三十二）則表目較丁巳與表目相距之度巳丙之比例。若丙甲



表與甲乙也。次以丁巳爲第一數。丙巳爲第二數。丙甲爲第三數。依法算之。卽得甲乙之遠。

第十二題

以矩尺測地平遠。今木工爲方所用



法曰。欲於甲、測甲乙地平遠。先立一表爲丁甲與地平爲直角。次以矩尺之內直角。置表末丁。以丁戊尺向遠際乙。稍移就之。令丁戊、乙爲一直線。次從丁丙尺上。依一直線。視地平得巳。次量巳甲爲第一數。丁甲爲第二數。又爲第

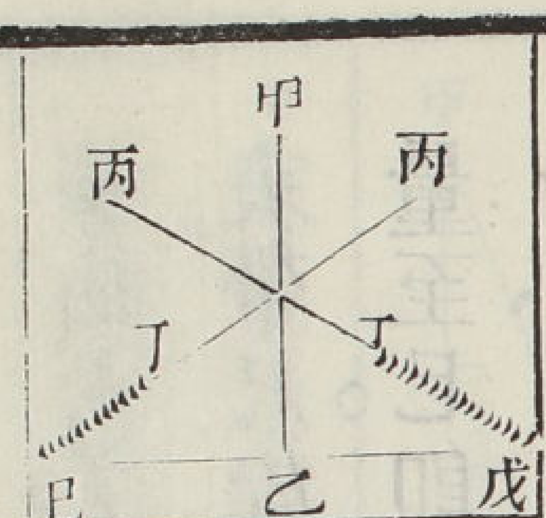
三數。依法算之。卽得甲乙之遠。

論曰。巳丁乙既直角。若從丁作丁甲爲巳乙之垂線。卽丁甲爲甲巳甲乙之中率。六卷八之系 次以丁甲表自乘爲實。以甲巳之度爲法除之。卽得甲乙之遠。六卷十七

第十三題

移測地平遠及水廣。

法曰。欲於乙、測乙戊地平遠、及江河溪壑之廣。凡近而不能至者。於此際立一表爲甲乙。與地平爲直角。次以一小尺、或竹木



等爲丙丁。那加表上稍移就彼際戊。作一直線。次以表帶尺旋轉向地平覗丙丁尺端所直得巳。次自乙量至巳。卽得乙戊之數。

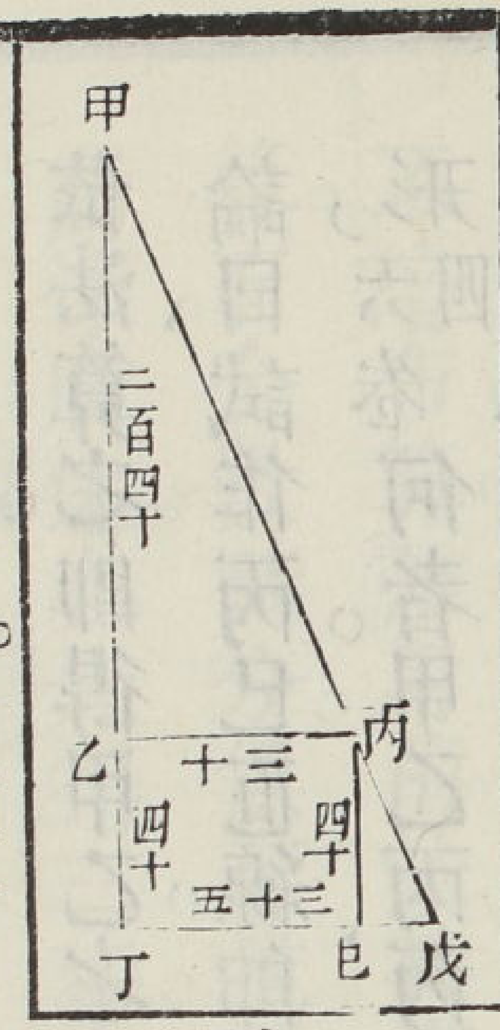
論曰、甲乙戊與甲乙巳兩直角形等。卽相當之乙戊與乙巳兩邊亦等。則量乙巳得乙戊。一卷廿六

又論曰若以乙爲心。巳戊爲界作圜。卽乙巳、乙戊、爲同圜之各半徑等。

注曰如不用表。以身代作甲乙表。不用尺。或以笠覆至目代作丙丁如上測之。尤便。

第十四題

以四表測遠。前題測遠諸法、不依極高、不得極遠。此法於平地可測極遠。



法曰欲於乙測甲遠。或城或山凡可望見者皆是。不論平否。擇於平曠處。前云依地平線者、必依直線取平、此不必拘。立一表於乙。次任却後若干丈尺更立一表爲丁。令兩表與甲、甲者是所測處指定一物、或人或木或山及樓臺之頂皆是。爲一直線。次從乙依乙丁之垂線。任橫行若干丈尺更立一表爲丙。次從丁與乙丙平行任若干丈尺稍遠於乙丙。又立一表爲

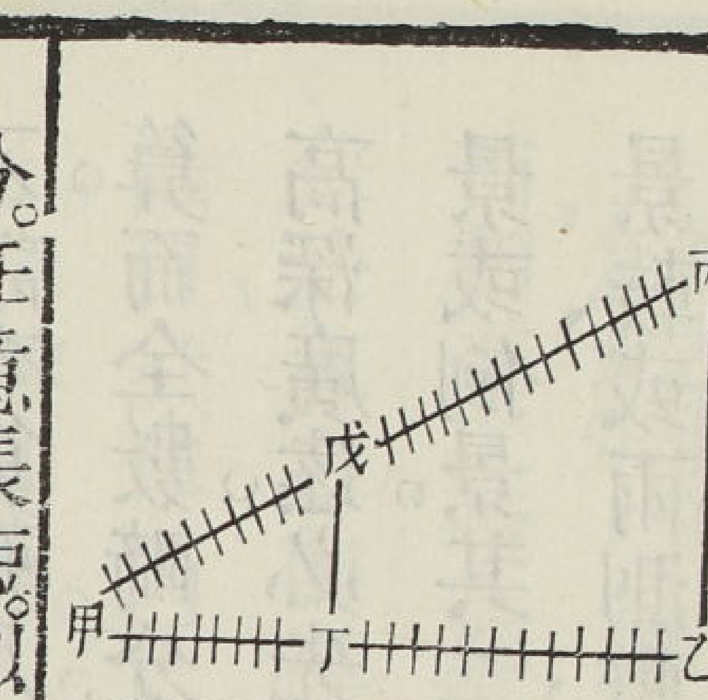
戊四表俱在意長短從戊過丙望甲亦作一直線次以丁戊乙
丙相減之較爲第一數乙丁爲第二數乙丙爲第三數
依法算之卽得甲乙之遠
論曰試作丙巳直線卽得丙巳戊與甲乙丙爲等角
形六卷四何者甲乙丙丙巳戊兩爲直角丙戊巳甲丙
乙爲平行線同方內外角等一卷廿九卽餘角必等故則
戊巳與等丙巳之乙丁之比例若丙乙與乙甲
注曰如丁戊爲三十五乙丙爲三十乙丁爲四十卽
以三十與三十五之較五爲第一數以四十爲第二
數以三十爲第三數依法算之得二百四十爲甲乙
之遠

第十五題

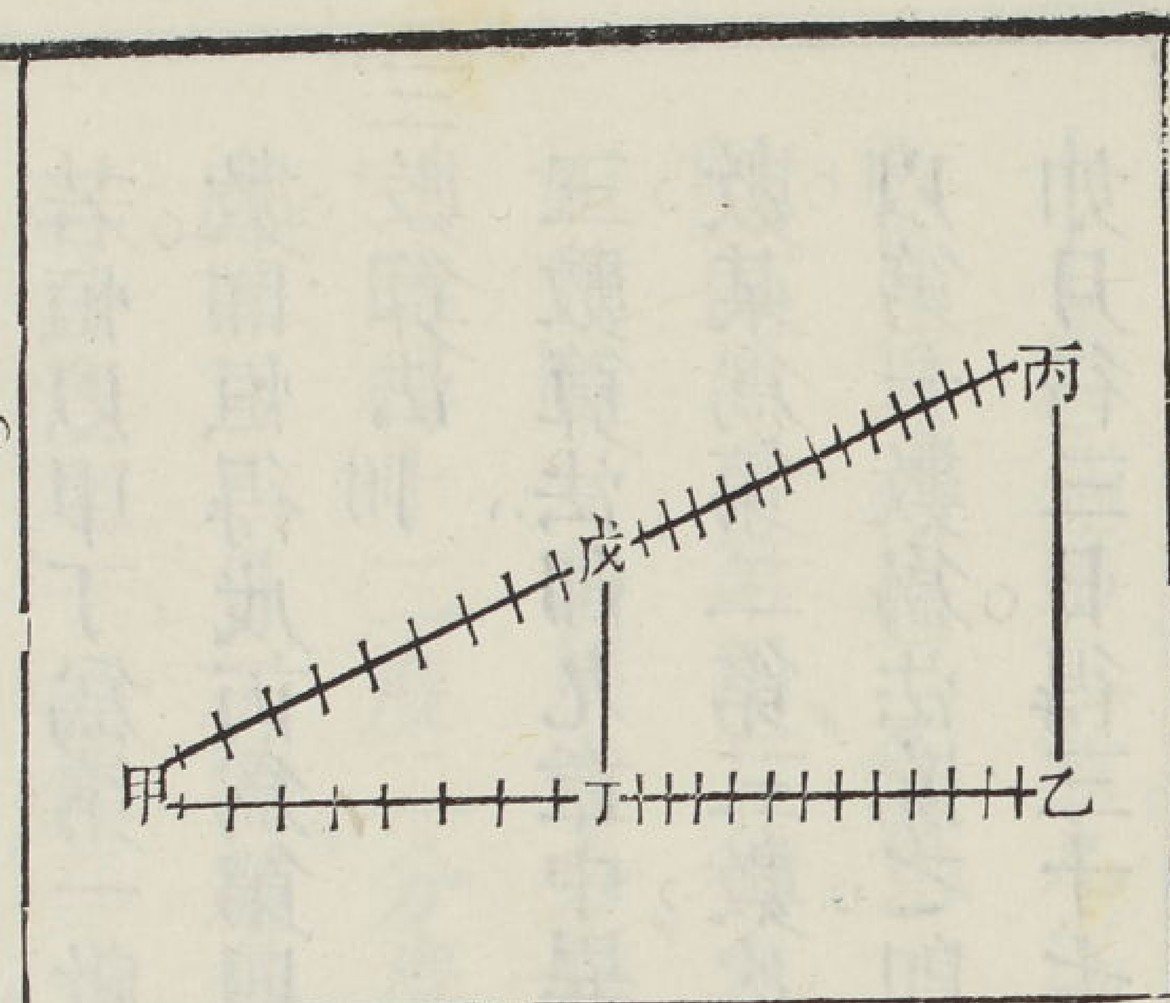
測高深廣遠不用推算而得其度分

不諳布算難用前法其有畸分者更難今求不用布
算而全數畸分俱可推得與布算同功其法曰凡測
高深廣遠必先得三率而推第四率三率者其一直
景或倒景其二所立處至所測之底若不能至者則
景較或兩測較其三表或距較也設如測一高景較

八。距較十步。其景較八、與表十二、之比例若距較十步與所求之高。此不論目至足之高。則於平面作甲乙丙兩直線。任相聯爲甲角。從甲向乙。規取八平



分。任意長短。以當景較。爲甲丁。次用元度。從丁向乙。規取十二平分。以當表度。次從甲向丙。規取十平分。其用度與前度、任等不等。以當距較。爲甲戊。次從戊至丁、作一直線。次從乙作一直線與戊丁平行。而截甲丙線於丙。次規取自甲至戊諸分內之一分爲度。



從戊向丙。規得若干分。卽所求之高。

論曰。甲乙丙角形內之戊丁、與乙丙兩線平行。卽甲丁與丁乙之比例。若甲戊與戊丙。六卷二 則戊丙當爲十五分。與三數法合。加目至足之高。卽得全高。

又法曰。若景較七度有半。距較八步三分步之一。卽

物高度十三步三分步之二。如後圖加目至足之高。卽得全高。

若恒以甲丁爲第一數。丁乙爲第二數。甲戊爲第三數。卽恒得戊丙爲第四數。

三數算法 附

三數算法。卽九章中異乘同除法也。先定某爲第一數。某爲第二、第三數。次以第二、第三兩數相乘爲實。以第一數爲法除之。卽得所求第四數。

如月行三日。得三十七度。問九日、行幾何度。卽以三十七度爲第二數。九爲第三數。相乘得三百三十三數爲實。次以三爲第一數爲法除之。得一百一十一數。卽所求第四月行九日度數。

如有畸分。卽用通分、約分法。依上算。如一星行八日三時。得十二度二分度之一。問十四日六時、行幾何度。卽以八日三時、通作九十九爲第一數。以十二度二分度之一、通作二十五爲第二數。以十四日六時、通作一百七十四爲第三數。次以二十五與一百七十四相乘。得四千三百五十爲實。以九十九爲法除

之得四十三分九十三。次以二分爲一度。約得二十一度三十三分度之三十二。即所求第四本星行十四日六時度分之數。

測量法義終