同文算指 伍

同文算指通編卷七

浙西　李之藻　演

積較和相求開平方諸法第十四

凡平方長濶不等以長濶相乘爲實積以長濶相減爲較以長濶相併爲和

凡以積和求較者以和自乘以積四因相減開其餘得較假如直田積八百六十四步長濶和六十步求長多濶幾步者用和自乘得三千六百又四因直積得三千四百五十六以少減多餘一百四十四平方開之得差一十二步

右開法見前不重列所以和自乘又四因直積者蓋和自乘有四段直田積一段差方積故以四積減和乃剩下差方一段以取方面見步 有圖在後

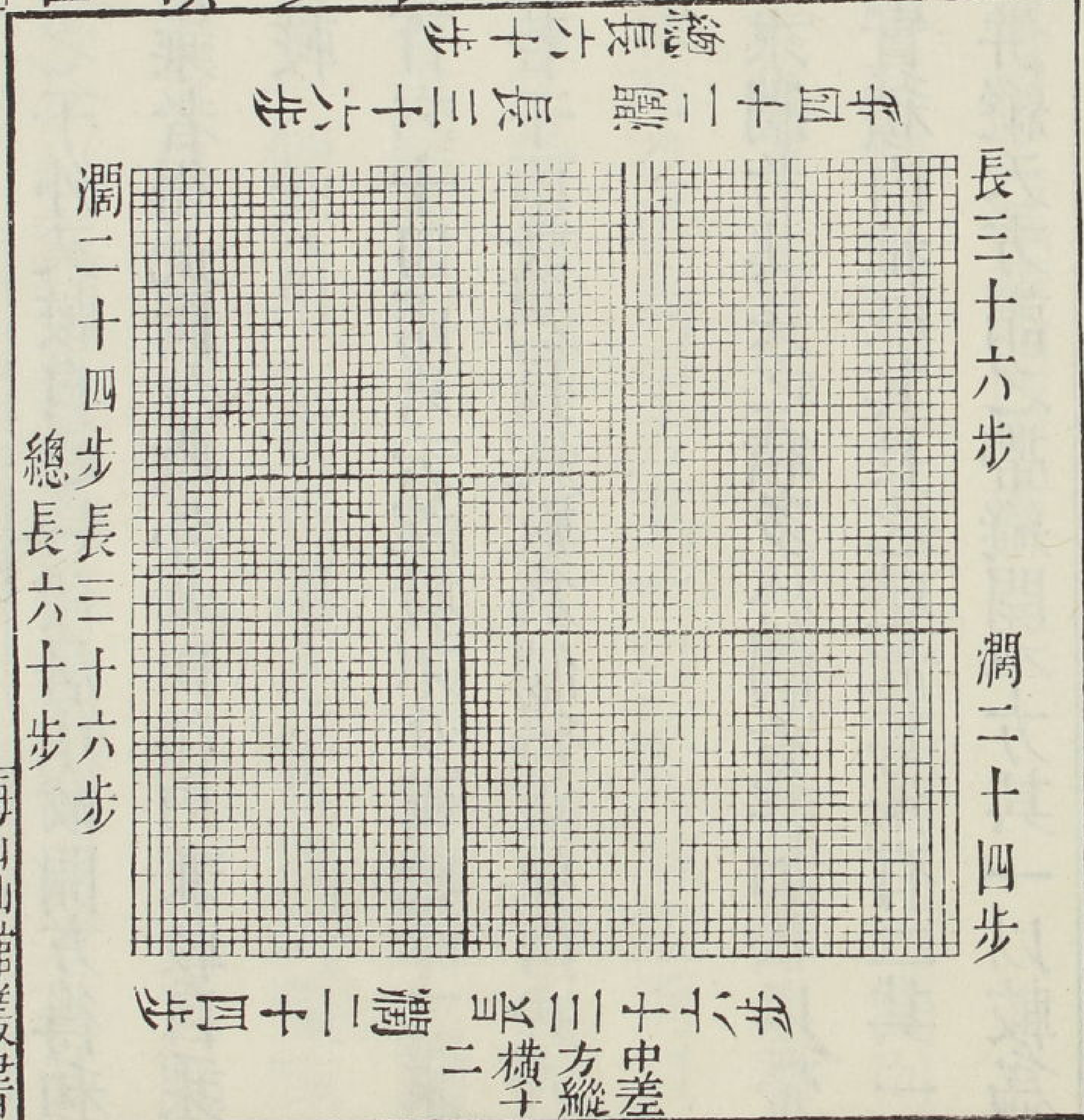
比類如有金八百六十四兩數人分之只云人數與各得銀數共六十其差幾何銀數爲濶人數爲長得三十六人每人二十四兩

凡以積較求和者四因實積又以差自乘併入開平方除之得和

假如直田積八百六十四步濶不及長一十二步求長濶和共幾步

者以積步四因得三千四百五十六以較自乘一百四十四相併三千六百開方得長濶和六十步

右四因積有四長四



濶縱橫列之于外又較自之一段居中故開方得和
其用和自乘者得此圖全數外兼四積內兼較自乘
故除積得較

此類金八百六十四兩只云錠數不及兩數十二求
錠與兩共若干兩數爲長錠數爲濶得錠與兩共六
十

若夫積與較求濶者其長之積多於濶若非加法以帶
除其長當於實積內抽減其長之積故其法有二其一
以較爲縱方併縱入方謂之帶縱開平方其一以較爲
減積以方乘減謂之減積開平方

積與較求長者其濶之積少於長若非益積以補濶則
當損其法之長也求法有二其一以較爲負縱乘上商
以添積謂之負縱益積開平方其一以較爲減縱而以
負縱減方法謂之帶減縱開平方

積與和求濶者以和爲縱方一爲負隅和併一長一濶
積得一長而少一濶故用一爲負隅或益負隅於積或
減負隅於縱皆可以求其濶也其益隅於積者乘負隅
爲方法又乘方法以益積是爲帶縱益隅開平方其減

隅於縱者乘負隅以減縱命餘縱以除實是為帶縱負
隅減縱開平方
積與和求長者原積有長濶相乘而無長自乘宜損濶
以益長故以和為縱方而置一算為負隅稍羸其商以
減其縱用減餘者以除積而積常不足則翻以積減縱
而餘為負積或再商命隅以減縱而縱反不足亦翻以
縱減商而餘積縱三者俱負乃以負縱約餘負積商命
負隅開之是為帶縱負隅減縱翻法開平方
右縱方六術所以通平方之變而翻法一術又所以通

縱方之窮也此外有積與二濶較及長濶較求濶者則
有所謂帶縱減積開平方有以大小二方和積求徑者
則有所謂減積帶縱負隅併縱開平方有以方圓二徑
虛設相同及積求其實徑者則有所謂隅算開平方至
於匿其積實而虛張長濶和較之數互求長濶者則又
有所謂帶縱隅益積開平方帶縱負隅減縱開平方減
積帶縱隅益積開平方帶縱負隅減縱益實開平方帶
縱廉開平方帶縱廉負隅開平方帶縱方廉開平方帶
縱廉負隅乘縱減實開平方皆以帶縱諸法錯綜為用

以御開方諸積之變神明變化存乎當機初不可一途而取今每則略著數例以便初學

帶縱開平方法 積較求濶

有句股積若干平方開之第云句不及股若干用加法帶除其股積餘為開方名帶縱開平方法列實點定開位亦列所不及為縱數于下以首位隨首點下須于縱上空一橫行以容商除初商若干紀格右亦以商數併縱數列首點下有小數者照常退位排之次第呼乘以除實數但所商數須與帶縱相照若縱數多則減商數就之不盡之數再倍作廉法然倍方不倍縱亦併入帶縱商之

假如有直田積八百六十四步濶不及長一十二步求濶幾步列實定位以帶縱一二隨首位列之初商二紀格右亦列首點下以併帶縱一共三乃變壹貳註三 相呼二三除六 三上捌變二二二除四 貳上陸變二

四

二

肆四貳六

二陸四貳一五

完首段餘實二百二十四步次倍二作四為廉法挨退位下亦列帶縱以廉四併縱一其下列五次商四紀格右亦註末位點下為隅法以併隅二

下註六乃相呼除
先呼五四除二十進抹二又呼四六

二捌二壹三
列實　帶縱

二十四恰盡得濶二十四步
比類給銀八百六十四兩只云所得銀之兩比得分
人數多一十二兩求總是幾人每人各得銀幾兩銀
多為長人少為濶得銀兩數二十四人數三十六
假如二十三萬〇四四百為實帶縱七百二十初商可用

〇
四
二
〇

四數因有帶縱七乃減商作二紀
格右亦紀首點下為隅以併帶縱

〇
肆四〇二六
二六〇四二七一
四五叁二七九一
貳
帶縱
列實

七共九乃變二七作九九是為二九與
右二疊呼除之　二九一十八
九上叁變五進削貳本位下削九
次以右二乘二除四用借法
二上〇變六　進位五變四本位
下削二次倍二作四為廉法列次
點之進位〇下另列帶縱數于廉下以待商除次商四
紀格右亦註次點四下為隅法而以帶縱及廉法併入
除之四七併一十一廉下變一　進位亦加一　四二

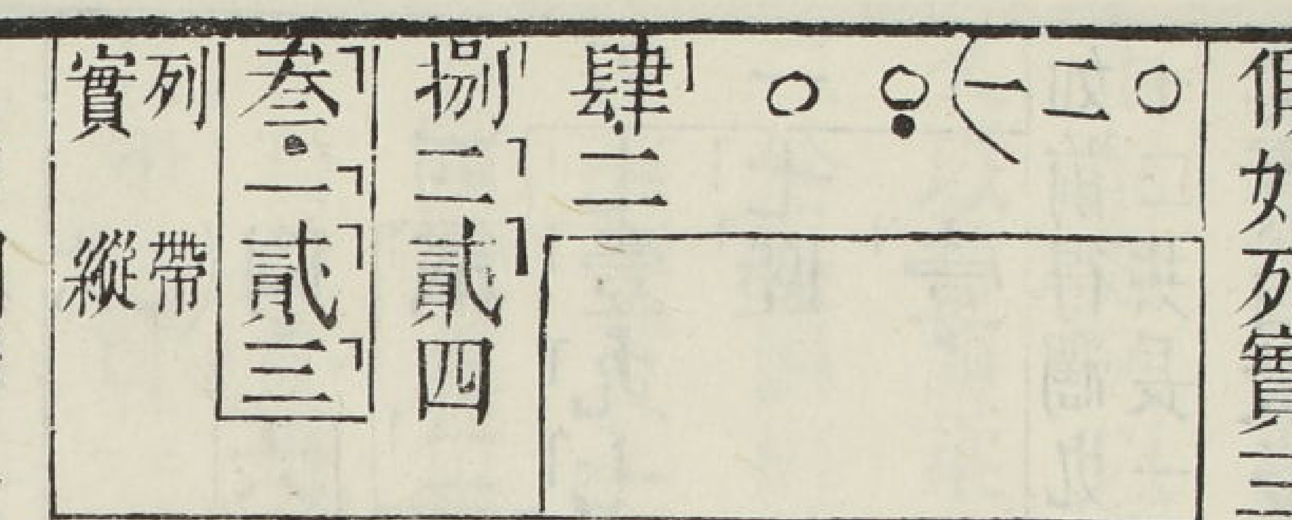
併得六隅下變六乃以右四呼首一　一四除四　一
上削四又以右四呼次一　一四除四　一上六變二
又以右四乘次六四六二十四　六上除肆　進位除
二恰盡因尚餘一點于右加一〇
右平方二百四十帶縱共九百六十
若實數首位寡而帶縱數多不能併累開方者雖點段
在首位亦退一位列商及列帶縱而減一商
假如列實一萬六千一百廿八帶縱七十二點段該將
左首位商起因帶縱是七卽減一商置次點下　初商

九紀格右亦註次點之下併帶縱七共一十六乃改七

六
九捌 六二 八
四貳 二 八七 五
五七壹九七六 一 二
一七陸 一
壹

九作六進位置一爲方法與商
九相呼　一九除九　一上陸
變七進抹一　六九五十四
六上壹變七進位　七變一　二　九一十八
二上貳變四進位七變五次倍
九得一十八爲廉法另退一位
置帶縱再商六紀右亦註末點
下爲隅法而併廉法帶縱呼除
如前得濶九十六帶縱七
十二共長一百六十八
其實首數多帶縱數少可開除者仍照所點段位開起

假如列實三萬八千四百帶縱二百首位三自爲一段

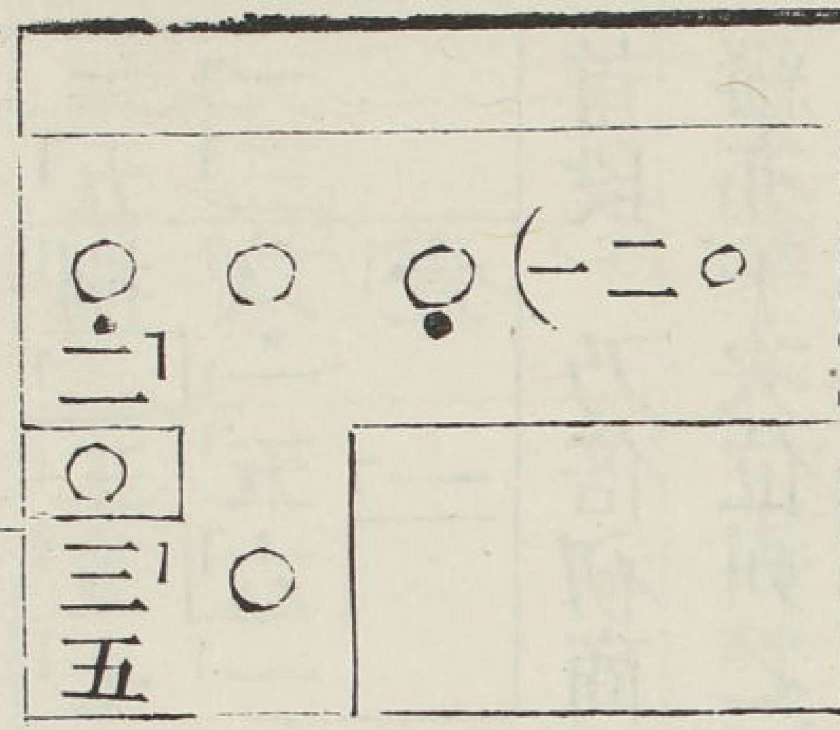


初商一紀右亦紀一于首位下併帶縱二得三乃以貳變三與右一相呼一三如三徑除叁次倍一作二爲廉法以註初商之次位以併帶縱得四註縱下如前再商二以紀右亦以註第二點下俱與右二相呼先呼二四如入徑除捌又呼二二如四徑除肆外尚剩一點該于格右加〇

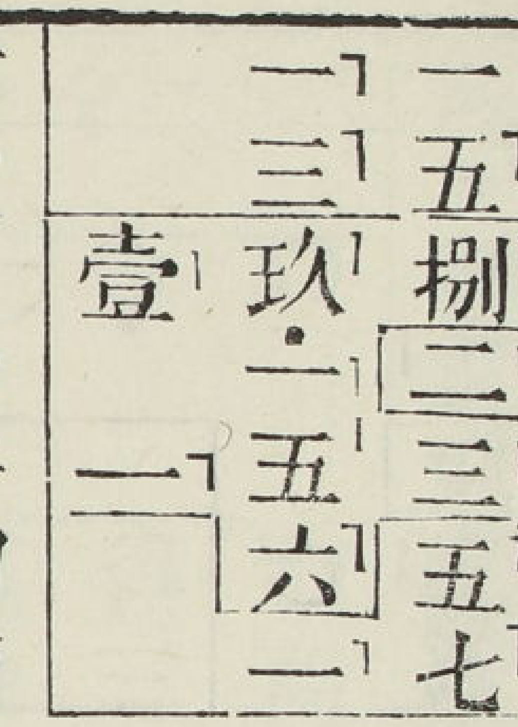
右開方一百二十縱三百二十

若點段開位少而帶縱之位反多如開位三點只該百而帶縱乃至千之類以初商置首點下而以帶縱大數進位列之必首段係二位者方有此例

假如列實一十九萬八千帶縱一千五百三十只點作

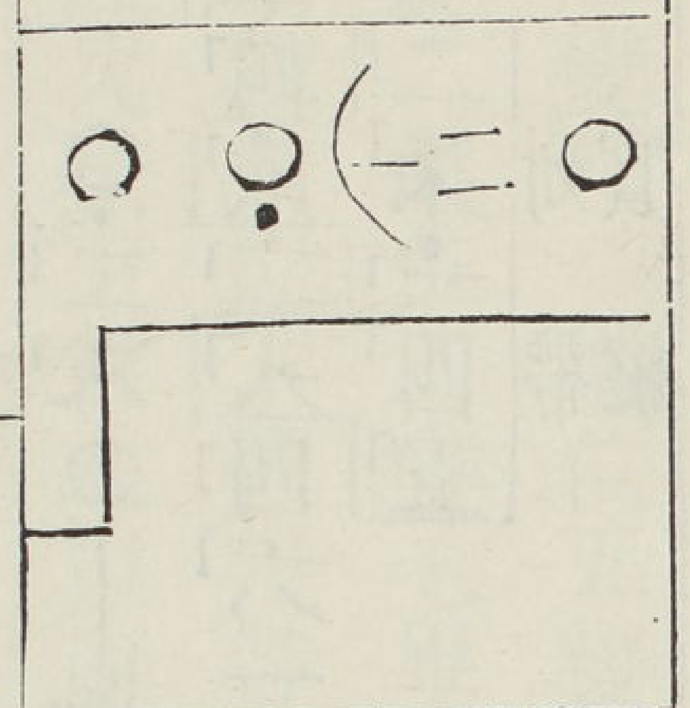


三段其開數止有三位初商只是百數而所帶乃踰至千此其併縱亦須以百隨百以千進一位　初商一紀右亦註首點之下併帶縱五得六另改註其下先以右一與



縱一呼之一一除壹次以右一呼
併六 一六如六六上玖變三
次以右一呼縱三三上捌變五完
首段 乃倍初商之一作二爲廉法註初商之次其帶
縱亦于次位列之列五百于廉下二五併得七另註七于下一千進位再商二紀
右亦註次點下以併三得五另註五乃以遞呼 先呼
一二如二 一上三變一 再呼二七一十四 七上
五變一 進除一 又呼二五得一十恰盡外尚餘一
點右加○

右開方一百二十縱一千六百五十
帶縱併商數有共一十者進位照式呼除第一圖亦有此
假如列實七萬二千帶縱四百八十點在首位初商一
紀右亦註點下併縱四得五註于下以呼一五除五四
上柒變二 再呼一八除八 八上貳變四 進位二



變一乃倍初商之一作二爲廉法
註次位其下另列帶縱以二併四
得六註于下次商二紀右亦註次
點之下以相呼除 二六除一十

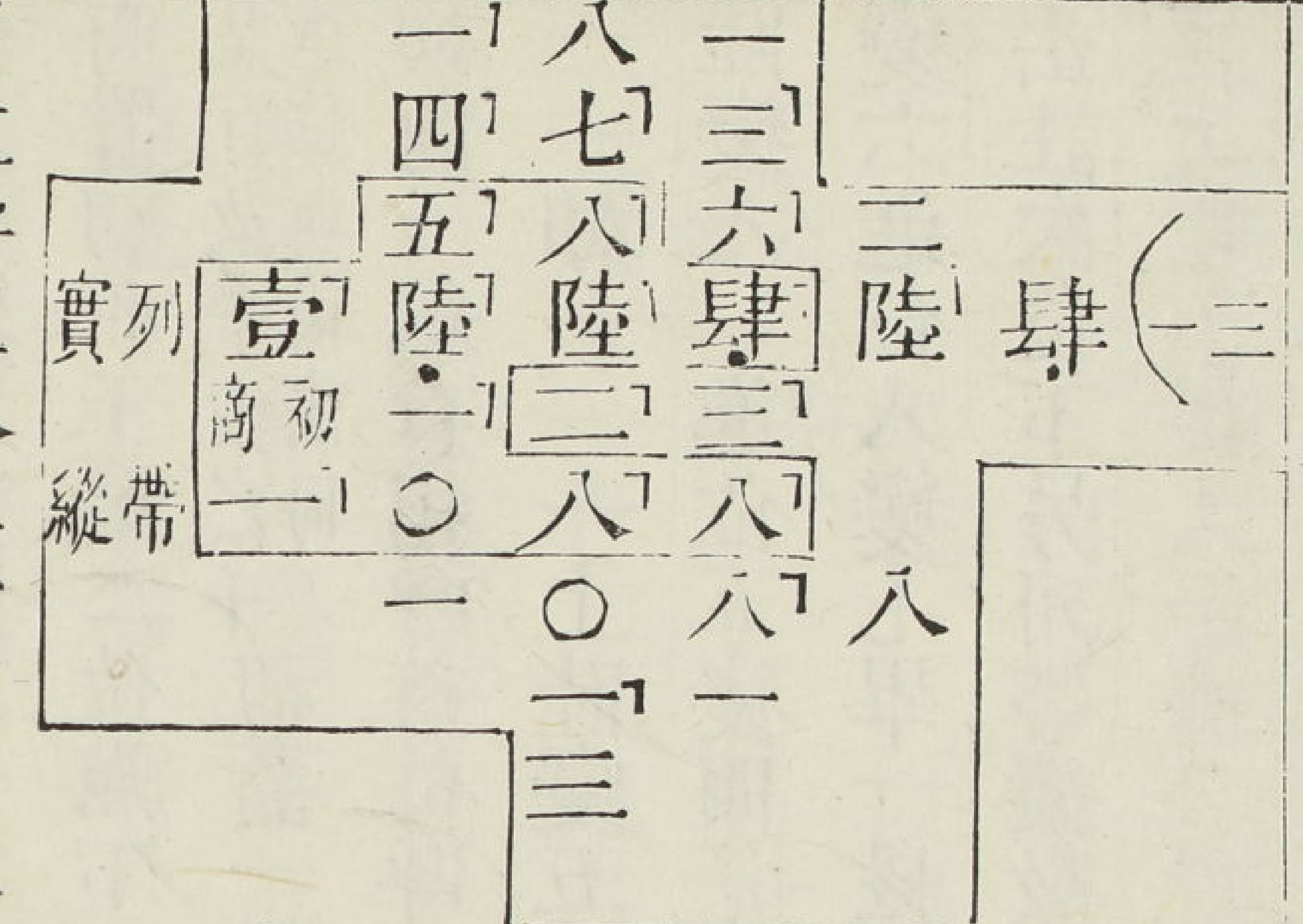
○·二八○
二四貳二八四六二
二三柒·二四五
列帶
實縱

二　六上四變二進倒一商二併縱入得一十進位註一本位註○以相呼除一二除二恰盡外餘一點加○于右

右開方一百二十縱六百

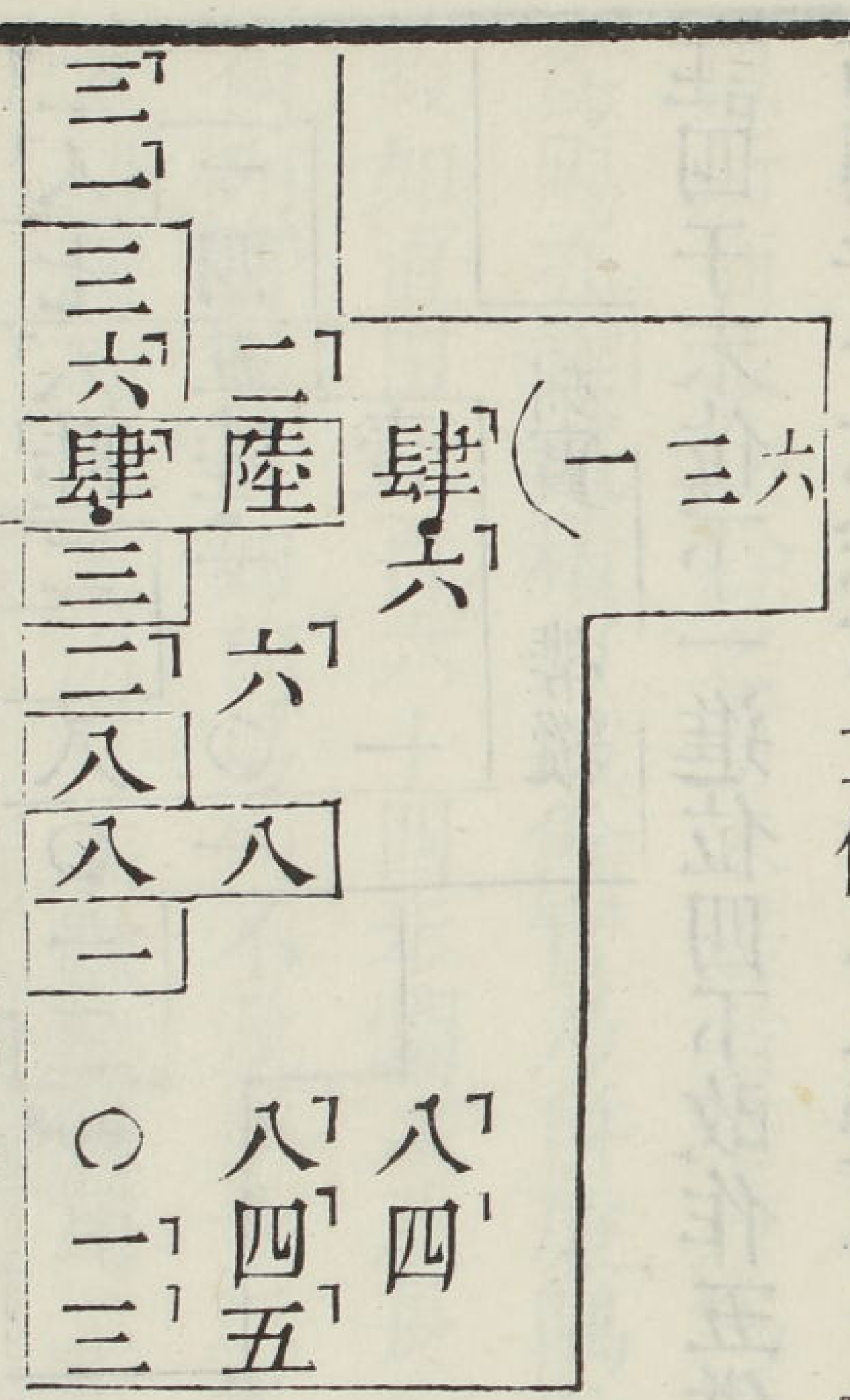
若實數縱數商除數俱多襍糅易淆者務須先將帶併之數逐一歸併停當各註其本位之下乃以呼除大抵只據最下一字為準則不淆亂

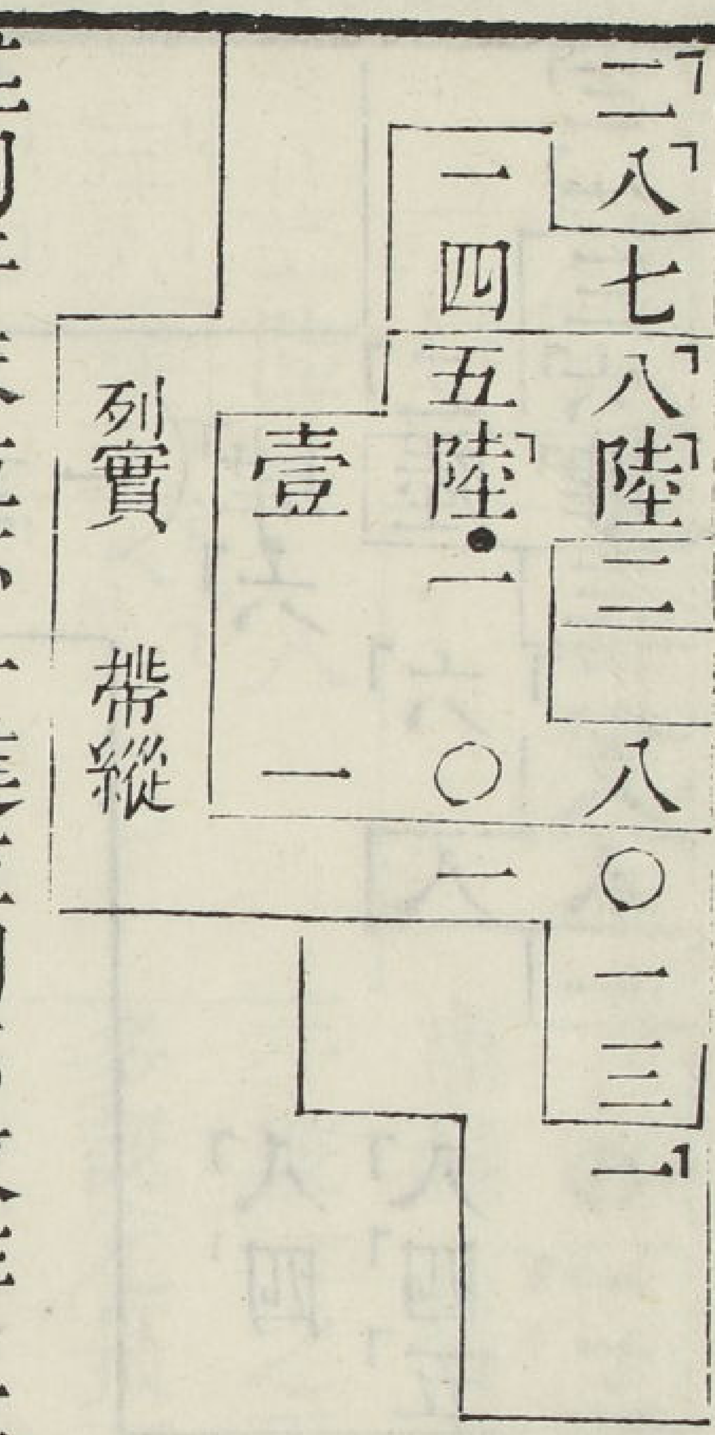
假如列實一十六萬六千四百六十四帶縱一千○八十八先點定該開三位訖其帶縱低二行列之以便塡商置初商于第二位點下以帶縱之千進一位列之初商是百故帶縱之千進位與前法同　初商一紀右相呼首位呼一一如一以削壹　次位呼一一如一　一上陸變五　三位呼一八如八　八上陸變八　進位五變四　四位呼一八如八　八上肆變六進位八變七畢一段以上甚簡倍初商之一作二為廉法註次位下另列帶縱數併得一千二百八十八次商三紀右亦註次點下併入以商三併縱八得一十一註一于八下



又註一于進位廉二之下以
商縱一併廉二得三另註三
于廉二之下併畢其併註數
多認定最下字為主以與右
相呼首位呼一三如三一上
四變一次位呼三三如九三
上七變八進削一第三位呼
一三如三　一上六變三第
四位呼三八二十四　八上陸變二進位三變一畢二

段以上除過一十五萬八千三百四十餘實八千一百
二十四未盡
又倍前商之一三作二六為廉法空末位之點以待隅
法而以六註二下右第二位以二註一下右第三位另列帶縱數
以相併乃以廉
六併縱八共一
十四系四于八
下一進位又以
一併廉二共得





三系于其下乃
商六紀右亦註
未位下又以併
縱八共一十四
註四于末位下一進位四下改作五併訖以最下字與
右相呼一六除六　一上八變二　三六一十八　三
上一變三進除二　五六三十進除三　四六二十四
除恰盡
右開方一百三十六縱一千二百二十四

減積開平方法積較求濶
句股積若干句不及股亦有減積法減積者於實內減
股之積以就其方也列實定位另列不足數爲減積以
商乘減積以所乘出之數列原積下對減視餘實若干
以所商依法除之有未盡者倍方爲廉約得再商別置
爲隅亦乘減積以減餘實乃併廉隅除之
假如直田八百六十四步濶不及長一十二步求濶幾
何列實點位如前另列不及一十二爲減積以初商乘
之初商可用三因有乘數故約用二紀右亦註首位下

減積貳壹　初乘四二　再乘八四

四
（二
六肆四　八
一七八二陸四四
一二六捌二二
列實　初乘　次乘

以乘減積得二百四隨位列之
相對減原積二上捌變六　四
上陸變二餘實六百二十四乃
以方法呼除　二二除四二上
六變二餘實二百二十四次倍
二作四為廉法註退位再商得
四紀右亦紀末位為隅法以乘
減積得四十八亦相對減餘實四上二變八進位二變
一八上肆變六進位八變七乃以方廉呼除　四四

除十六　四上七變一進削一又以方隅呼除四四除
一十六恰盡得濶二十四步
假如直積一千七百五十濶不及長一十五問濶幾何
列實定位另列不及為減積初商三紀右亦註首點之
下為方法以乘減積得五四隨方法之位列之以減原積
四上柒變三　五上伍變〇　乃以方法除之　三三
除九　四上三變四進削壹餘

減積伍壹　初乘五四　再乘五七

五
（三

實四百次倍三作六為廉法註
退位再商五紀右亦註末位為

五〇五　五
二〇伍六五七
三四三米三四
壹　初乘　再乘
列實

隅法以乘減積得七十五對註
以減餘實五上〇變五　七上
〇變二　進位四變三尚餘三
百二十五皆與次商相呼五六
進除三　五五二十五恰盡得

廣三十五

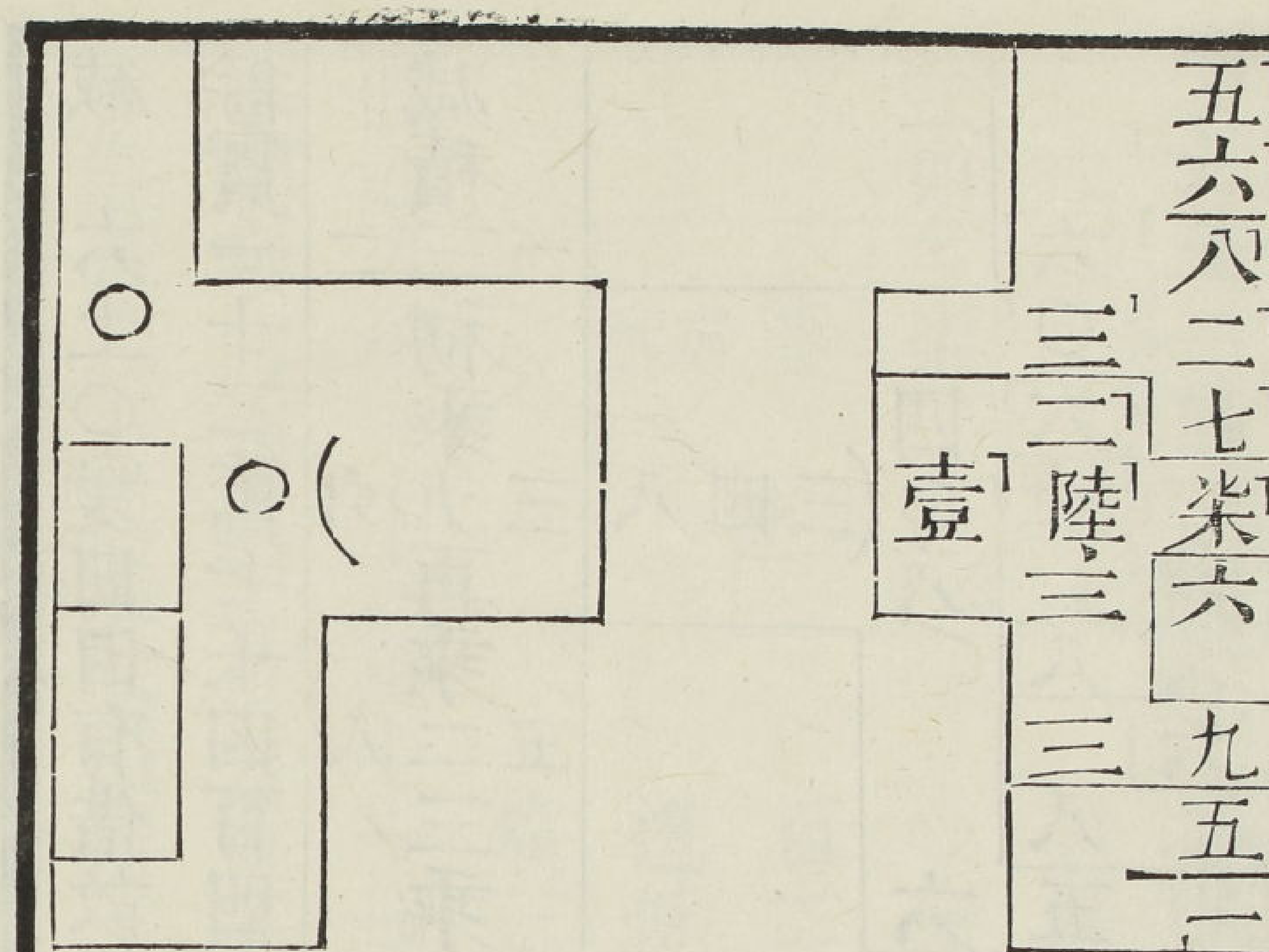
假如直積一十六萬七千四十濶不及長一百三十二
求濶幾何列實定位另置不及爲減積初商三紀格右
亦註首點下以乘減積得三百九十六隨首點列位對

減　六上〇變四因有借故進位仍七　三上陸變二
餘實一十二萬七千四百四十乃以方法開之三三除

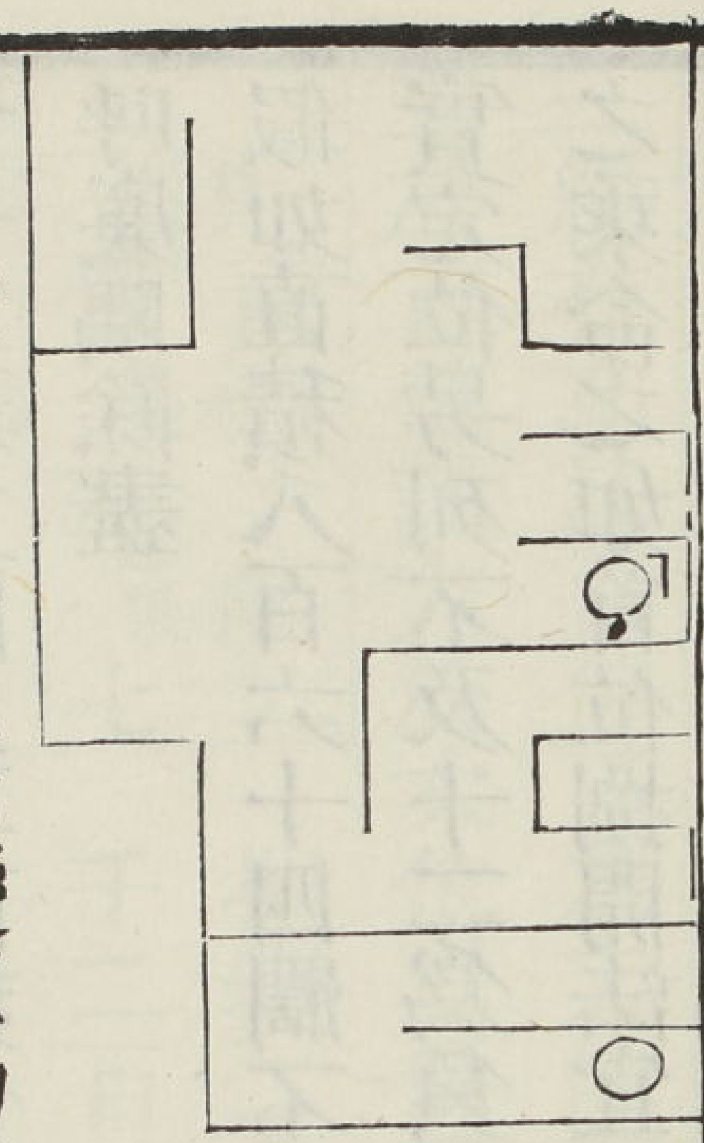
二　六　八　六
減積三初乘九再乘二三乘
一　三　五　五
一〇

九　三上二變三進削
壹餘實三七四四〇次
倍三作六爲廉法註退
位商實得四紀右亦註
次段點下爲隅法亦乘
減積得五百二十八退
前積一位列之對減八

八　四　三
四〇八　六
六〇六肆　八　八　五
七五一四〇四六六三〇



上肆變六　二上四變一五上七變二仍餘三二一六却以廉隅呼除四六二十四六上二變八進削三　四四一十六　四上一變五進位八變六尚餘六五六〇乃倍三四作六八爲廉法挨尾點一位列之再



商得八紀右亦註尾下爲隅法又乘減積得一千五十六挨尾位列之對減六上〇變四　五上六變〇　一上六變五仍餘五五〇四乃以廉隅呼除六八四十八　六上五變七進削五　八八六十四八上〇變六進削七又八八六十四恰盡得濶三百四十八

負縱益積開平方法　積較求長

海山仙館叢書

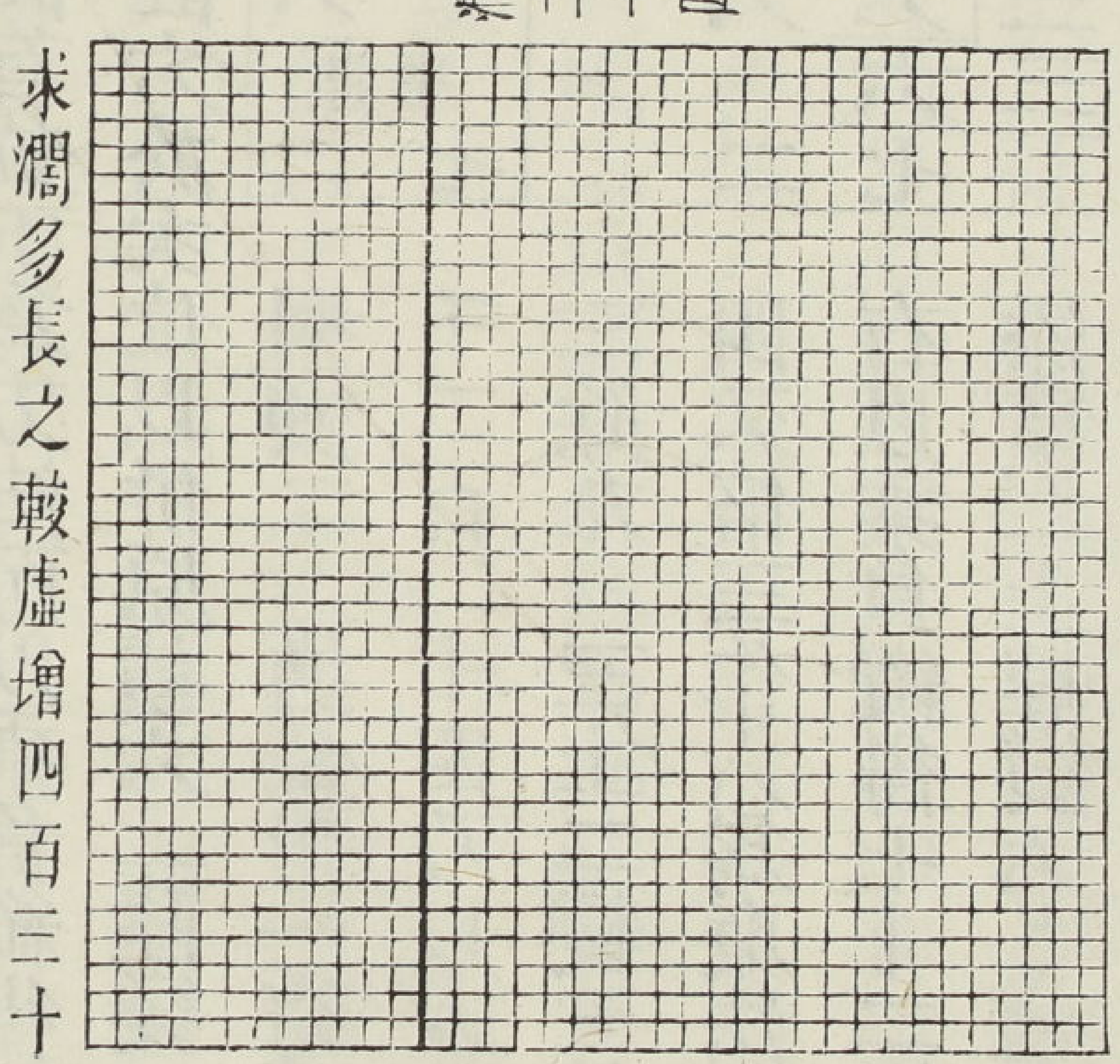
有句股積若干句不及股爲較以積及較求股而句少於股則盈積以補句名負縱盈積開平方列實定位另置所不及數爲負縱以商乘負縱虛增其積而後以方法開除不盡者倍方爲廉又以再商乘負縱增積而另置一算爲負隅以再商乘負隅爲隅法置於廉次以商呼廉隅除盡

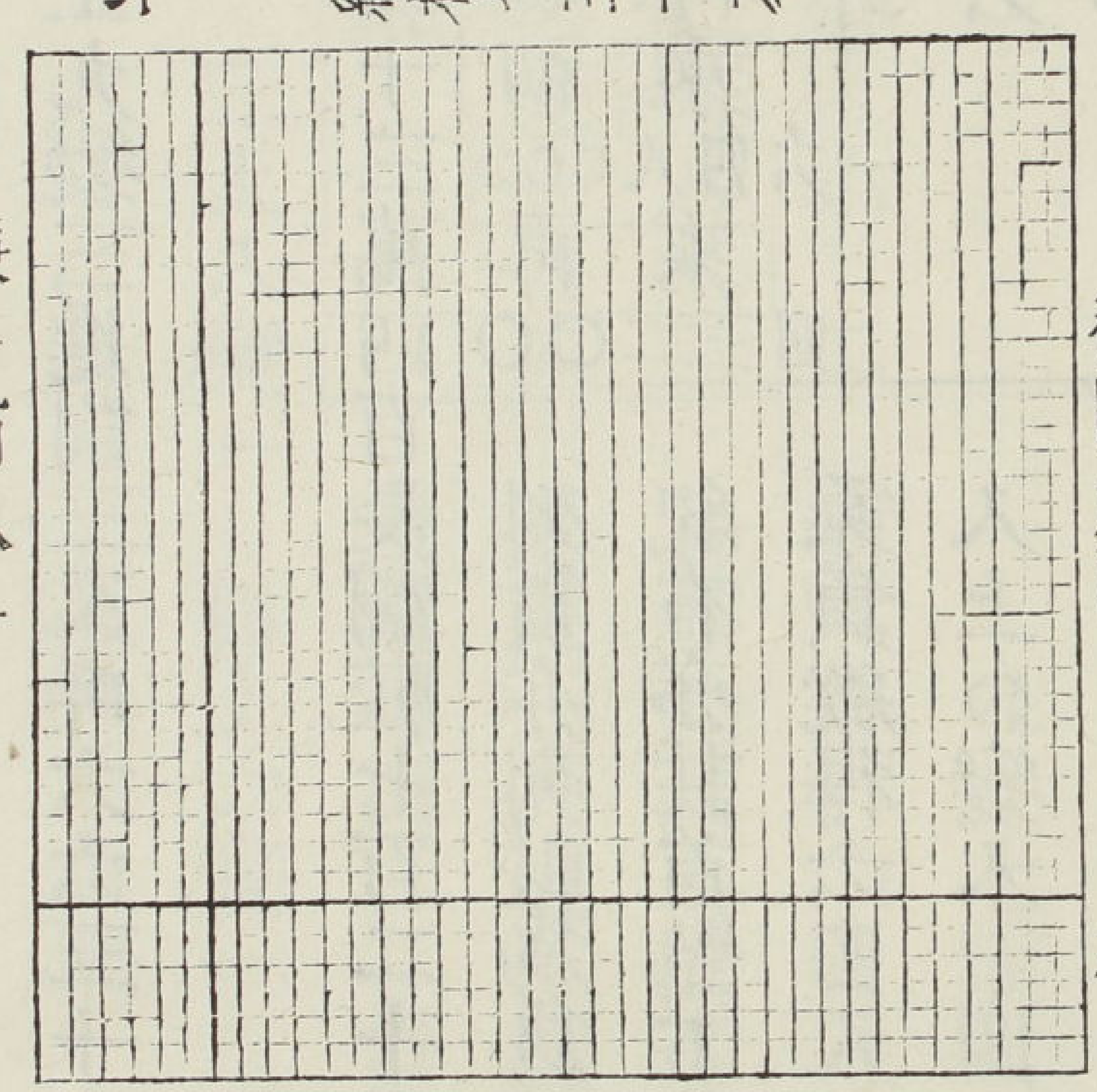
假如直積八百六十四濶不及長一十二求長幾何列實定位另列不及十二爲負縱而初商則約所增負縱之乘命之如首位捌開法宜用二因有負縱之乘乃商

三紀右亦註首位下爲方法而以乘負縱得三十六註三於首位註六於次位以併原積六上陸變二　三上捌變二　進位置一盈積得數一千二百二十四乃以方法呼除三三除九　三上二變三餘積三二四又倍三作六爲廉法另商六紀右以乘負縱得七十二退位列之添積二上肆變六　七上二變九共積三九六而另置一算爲負隅

貳　初　六　再　二
負縱　壹　乘　三　乘　七
六　〡〡〡
六　肆　六　二
三　九　二　陸　六　六　七
三　三　捌　三　三
一

負縱益積圖


闊四十二
長三十六
求闊多長之較虛增四百三十二
元積八百六十四十二


縱橫皆三十步
六
初開九百
六
廉一百八十
廉一百八十
隅三十六

以次商六乘之仍得六為隅法乃併廉隅呼除六六三
十六　六上九變三進削三又呼六六三十六恰盡得
長三十六

假如直積二十三萬四百長濶較七百二十求長幾何

負○初○○○再○○
縱貳乘八乘二
積六四乘三四

○
六
九

列實亦列較為負縱初商九
紀右亦註首點下為方法以
乘負縱得六四八以益積
八上○變八　四上叁變七
六上貳變八共八七八肆

○
○
六肆　六　二
三一八○八八三
五一六七叁九一四四
一一八貳六

○○以方法除之九九八十
一　九上七變六進削八餘
實六八肆○○乃倍九作一八
為廉法註八於次隅之進位
又註一於進位次商六亦乘
負縱得四三二以益餘積二
上肆變六　三上八變一　四上六變一　進位置一
共得一一六○○又以次商六乘負隅一仍得六註
本段點下為隅法乃以廉隅呼除　一六除六　一上

一變五進削一　六八四十八　八上一變三進削五
六六三十六恰盡得長九百六十

帶減縱開平方 積較求長

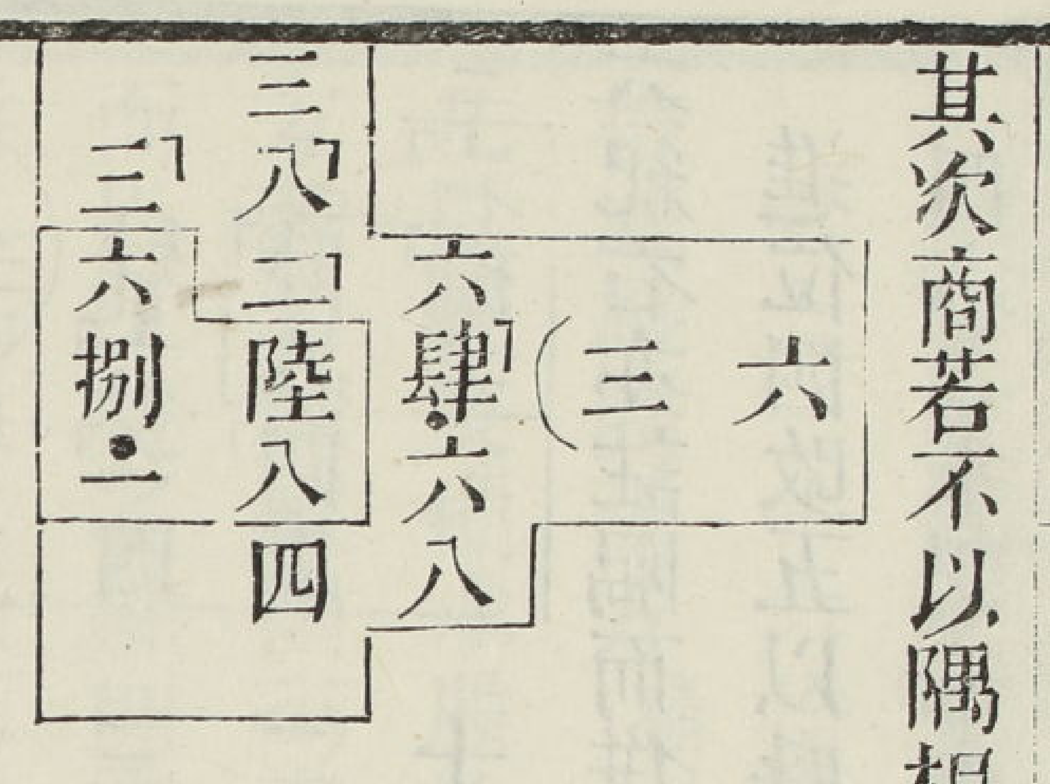
凡以較及積求股者股長於句亦有損股之長以就其方者名減縱開平方列實定位列較爲減縱以減初商而以所減之餘即乘初商以開之其次商又即以初商併入爲廉法而商之置隅如常

假如直積八百六十四濶不及長一十二求長若干列實另置不及一十二爲負縱初商三十 因有二點故知三十 置右

負縱貳壹　初商三〇
六三
肆六八四
二陸八四五
三六捌二

另以負縱減之餘一十八挨註首位點下爲方法以呼所商三八二十四
八上陸變二　進位捌變六　一三除三　一上六變三　餘積三百二十肆乃于右三加〇以併方法一十八共四十八爲廉法註退位再商六紀右亦註隅而併入廉法共五十四而六八併改四進位四改五以呼次商五六三十　五上進位削三
四六二十四恰盡得長三十六

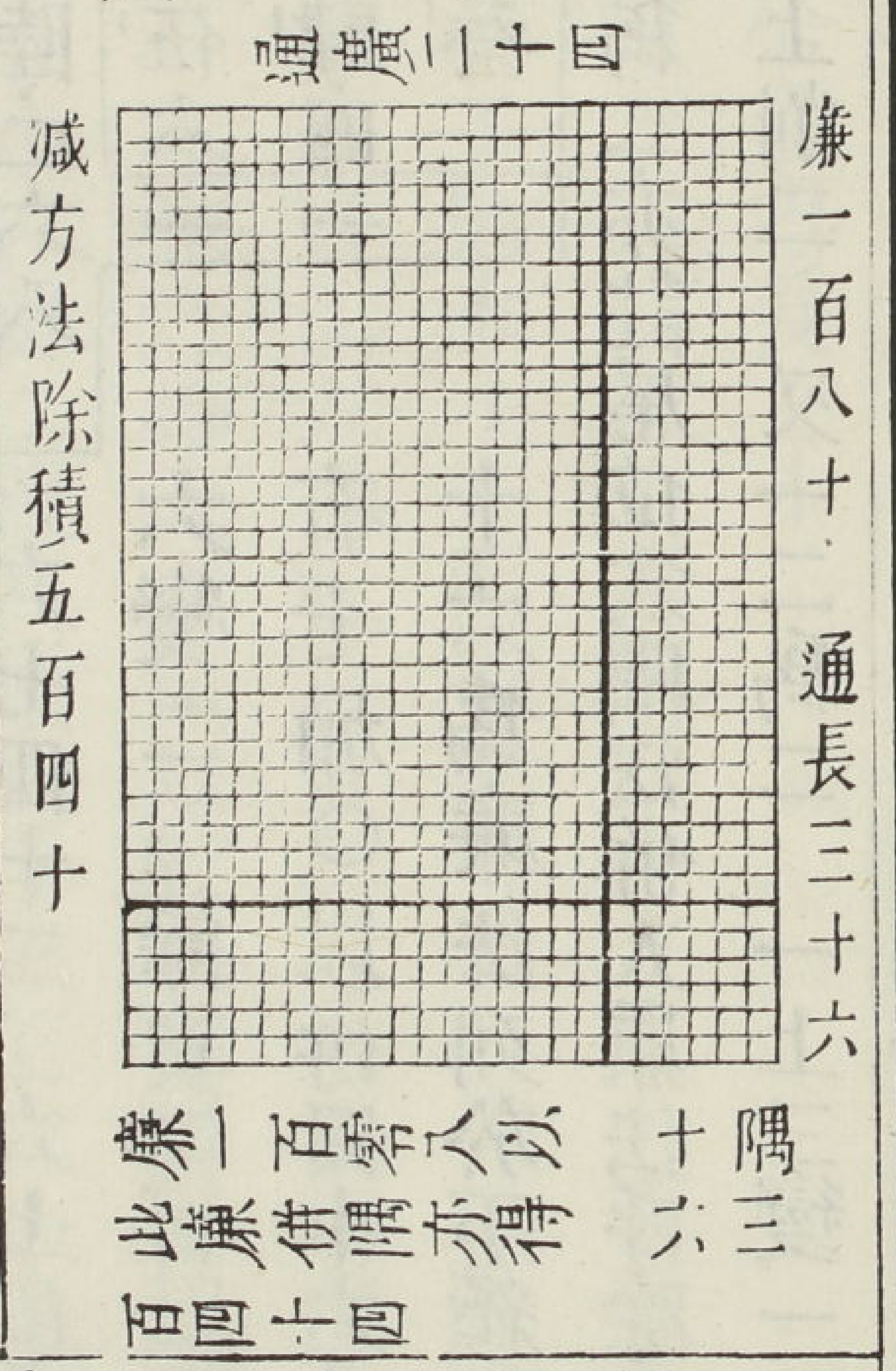
其次商若不以隅相併亦同前法



次商六併前一八為四十八退位註之以呼四六二十四　四上二變八　進位削三　六八四十八　八上肆變六　進位八變三　又置隅法於尾位六六三十六恰盡

比類以金換絹八百六十四匹不知金一兩換絹幾匹但云原金總兩多於絹數十二今求原金幾何如長絹匹如濶得金三十六

帶減縱法圖



兩其所換匹數即直積也

假如直積三千四百五十六濶不及長二十四求長幾何列實定位另置較二十四為負縱初商七十因有二點故知

負縱肆貳　初商七○
二七
陸二六八
一三伍六二
二六肆四一
叁

七十紀右以負縱減之餘四十六挨註
首位為方法四多于三照例退位與商相呼
四七二十八　四上肆變六進俏叁
六七四十二　六上伍變三進位
六變二　餘實二百三十陸乃於
右七加○以併四十六共一百一
十六為廉法列於下續商得二改
右○為二亦註尾位為隅法併入廉法呼除一二為二
一上俏二　又一二為二　一上三變一　二八一

十六恰盡得長七十二
又有兩方共積若干第云以小方之二面乘大方之一
面共若干問大小方面各幾何者倍乘積以減共積以
所餘積為實開方得較再置二方乘數為實以較為減
縱開平方除之得大方面以較減之得小方面
假如大小方田二段共積六千五百二十九步以小方
大方各一邊相乘得三千一百二十步求大小方面幾
何者倍二方乘積得六千二百四十步以減共積餘二百八十九步
為實以開平方法除之得較一十七步再置二方乘數

負縱柒壹　初商六〇
五　六
〇五三八
四貳三〇
五七壹四一
叁

三千一百二十步爲實以較爲負縱
初商六十紀右以負縱減之餘四十
三註下爲方法以呼所商四六二十
四　四上壹變七進削叁三六一十
八　三上貳變四進位七變五餘實
五百四十乃於六右加〇以併方法
共得一百零三爲廉法列下續商五
紀右亦註尾位爲隅法併入廉法共一百零八以相呼
一五除五五八四十恰盡得大方面六十五步以較

一十七減之得小方面四十八步

帶縱益隅開平方法 積和求濶

凡積和求濶者用其和爲帶縱則已兼長濶而積有長無濶故虛置一積爲負隅而以負隅益積卽以帶縱開之得濶數名帶縱益隅開平方列實定位另置帶縱數以初商紀右用自乘以益原積是爲負隅而以所商呼縱方除之不盡者倍商爲廉註退位又再商紀右亦註廉次爲隅法廉隅併數以乘所商益積乃用商呼縱方若不盡須再商者則以後廉併前廉餘如前法除盡得

濶數

假如直積八百六十四長濶和六十求濶幾何置積爲實以和爲帶縱初商二紀右亦註首位下自乘得四以益積共一千二百六十四乃以初商乘帶縱二六一十

帶縱
陸
○初商乘 二
一

四
二
○肆四

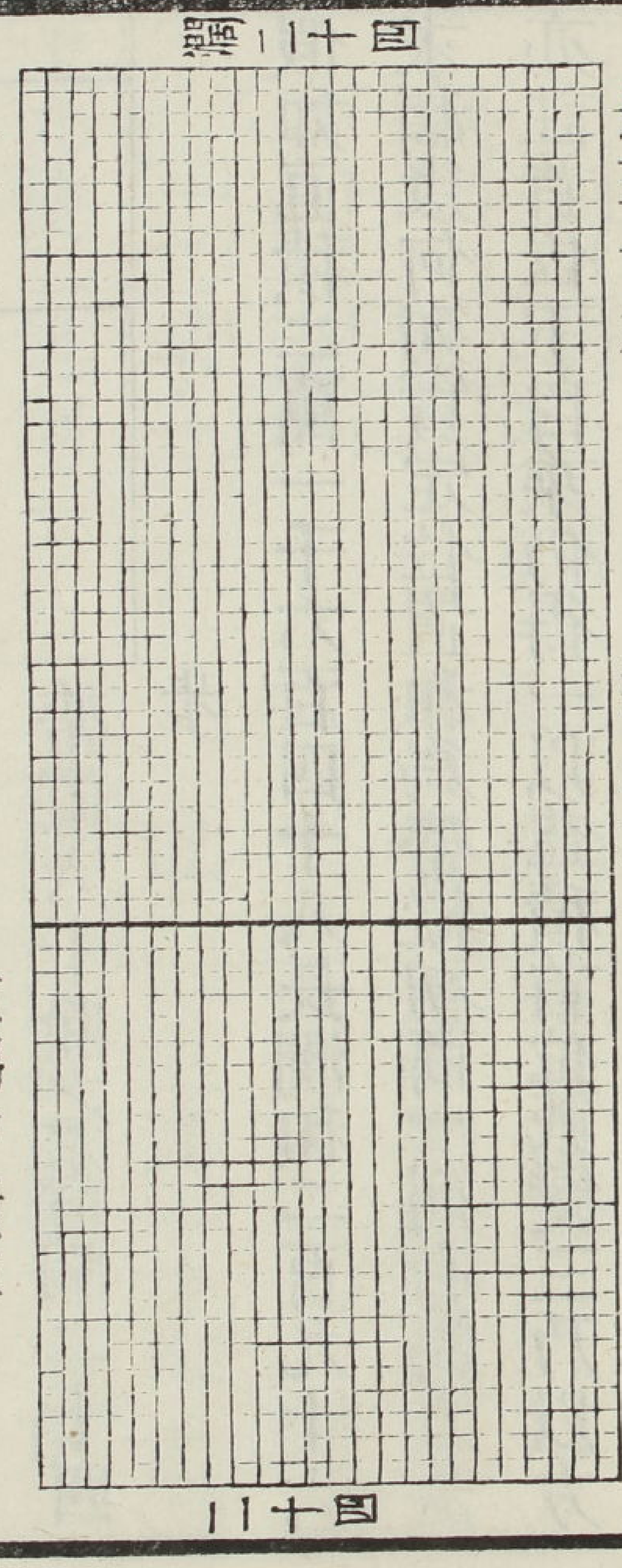
二二上削二進削一餘實六十四倍方爲廉得四註次位次商四紀右亦註尾位爲隅法以乘廉法得一十六併入餘實四上陸變二進加二亦以乘隅法

帶縱益隅圖

四二陸四
二三捌二二
一

初商乘 四
再商乘 六 一

尾位肆變○進位二變四共六二二百四十而以次商呼帶縱恰盡得濶二十四步

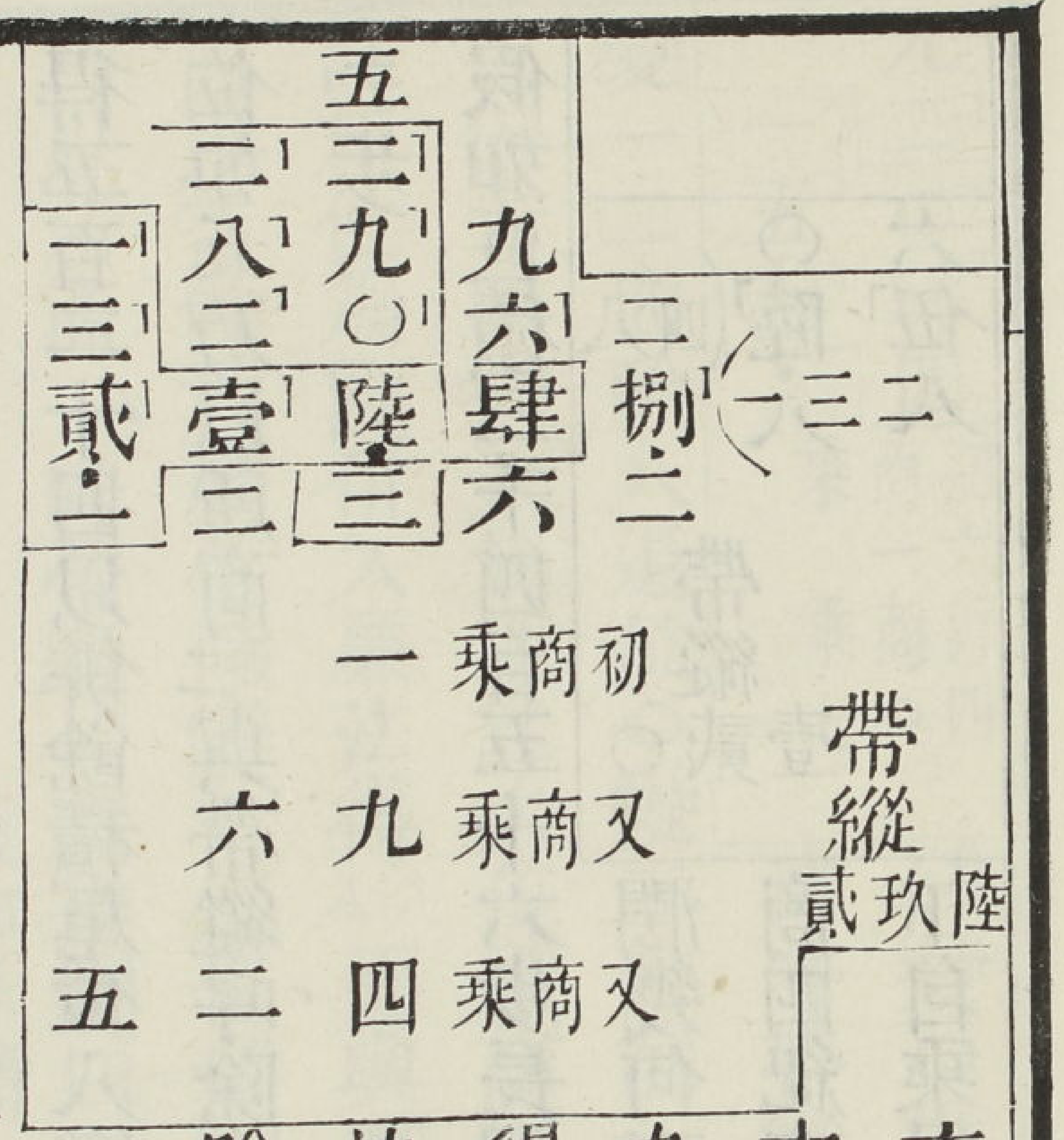


本積八百六十四

益隅方積五百七十六

二積共一千四百四十步以
帶縱六十除之得濶二十四
步

假如直積二萬一千六百四十八長濶和二百九十六
求濶幾何列實定位置和為帶縱初商一 列右為方法
亦註首位下自乘仍得一以益積首位貳變三乃以方
法與帶縱相呼除實首位三變一 次位壹變二進削
一退位陸變〇餘實二千〇四十八倍方為廉得二註
退位次商三紀右為方法亦註廉次為隅法共二三以乘



方法得六十九益入
本段餘積三上〇變
九二上三變八共
得八九四八乃以方
法呼帶縱除之二三
除六二上八變二
三九二十七 三
上九變三進削二 三六一十八退位四變六進削二
餘實六十八又倍方法之三為六作廉法註退位併入

前廉二共二百六十所以併入前廉者蓋一方外必具兩廉故為方法再商

二紀右亦註尾位為隅法併入方法共二六二以乘所商二

得五百二十四以併餘積尾位八變二進位六變九進

位加五乃以所商二與帶縱呼除恰盡得濶一百三十

二步

假如直積三千四百五十六步長濶和一百二十步求

八　〇
四
〇陸八　帶縱貳
六伍八　壹

濶幾何列實以和為帶縱初

商四紀右為方法亦註首點

下自乘得一十六益積四上

九二〇肆四
一五叁

初六再四
商一商〇
乘　乘七

肆變〇進位叁變五乃以方

法呼帶縱一四除四首位五

變一二四除八退位〇變二進削一尚剩二百五十六

次倍方四得八為廉註次位續商得八為方法紀右亦

註尾位為隅併入廉法得八八而與方法八相乘共七百

四以益餘實尾位陸變〇進位伍變六　進位二變九

乃以所商八呼帶縱恰盡得濶四十八步

帶縱負隅減縱開平方　積和求濶

積和求濶若難以益隅開之者即用減隅法而減負隅

於縱名帶縱負隅減縱開平方列實定位列和爲帶縱
置一爲負隅初商紀右乘負隅以減帶縱列減餘於實
下而乘所商以開之不盡者倍方爲廉以廉減縱次再
商紀右亦減餘縱而以其減餘乘商除盡得濶數
假如直積八百六十四長濶和六十求濶列實定位另
列和爲縱方初商二紀右亦紀首點下以乘負隅一仍
得二爲方法以減縱數陸剩四隨首位註之以呼初商

四
(二) 原縱〇 陸
肆四 〇六

二四爲八二上削捌餘實六十四倍
方法之二作四爲廉法註初商之次

二陸四〇二一
捌二四
列實 減縱

位亦乘負隅得四以減縱剩二十註
退位次商四紀右亦註末位爲隅以
減餘縱之二十餘一十六附註乃與
右四相呼先呼一四除四 一上陸變二再呼四六二
十四恰盡得濶二十四亦有初商除實訖即以初商再
減剩縱以所餘爲縱方而即以再商再減爲下法者前法
倍初商爲廉以減原縱此即以初商減剩縱不立
廉數然巳將原縱再減以應兩廉之數與倍商同

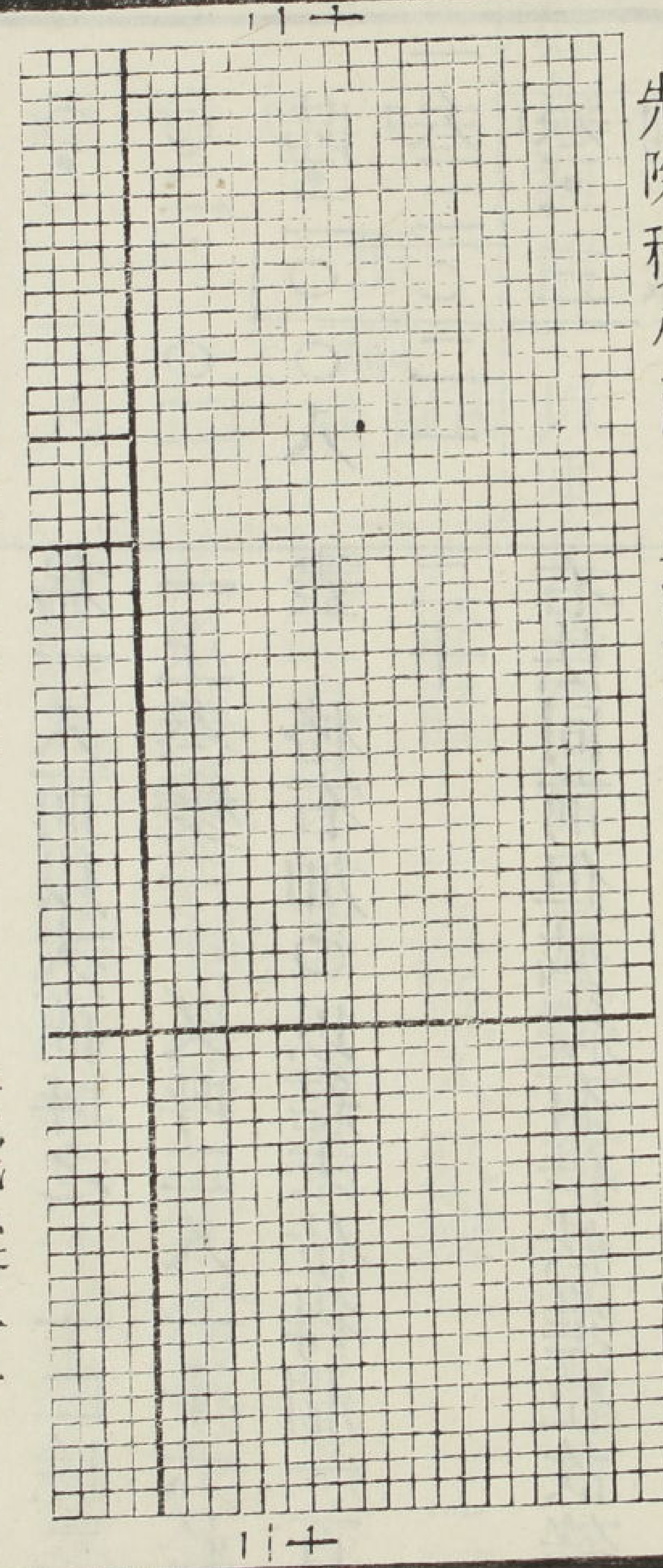
原縱 〇 陸

初商除實八百訖即將初商之二十

四
(二) 肆四 ○六
二陸 ○二一
捌二四
列實 減縱

再減餘縱四十剩二十退位列之
次商四以減餘縱二十尚剩一十六呼
除如前
右得廣二十四以除實積得縱三十
六若欲還原以廣縱相乘
長濶和變作通長
六十
濶二十四共負四
百八十

負隅減縱圖



假如列實三萬三千六百長濶和四百列實亦列和為
減縱初商一乘負隅仍得一以減縱四餘三百隨首位

○　○
二　原縱肆○
（一
○̣
○　○
陸二○○八
一叁三○二一
叁二三
列實　減縱

列註以呼所商一三除叁訖　次倍初商一作二爲廉法以減縱四仍餘二註退位再商二亦以減縱變二○爲一八而以次商呼之　一二除二一上叁變一　又呼二八一十六恰盡　格右加○以結末位得闊一百二十

右法同前但減縱有借法進位故錄爲式

假如列實六萬九千三百六十長闊和七百八十二列如前初商一以乘負隅仍得一減縱七餘六相呼　一

二
（·○
原縱　貳捌柒
○̣二　二
陸○　二八
二叁三三八五
一玖三八五
陸一六

六除陸　一八除八玖變一　一二除二叁變一訖　次倍一作二爲廉法以減縱仍剩五附列而縱數多于原數無可商除則紀○于右併初次商得一十另倍一十作二十爲廉法挨註退位以二減縱七是爲五八二挨尾段列之續商二以相呼　二五除一

十 進削一 二八一十六除盡得濶一百二 初商除訖即以

先減縱數亦然

假如列實九萬六千長濶和六百四十

○ ○
四 原縱 肆陸
（二
○.
○ ○
○.四 ○ 四 ○

初商二以乘負隅一仍得二紀右亦
註首位以減六 餘四以相呼二
四除八 四上玖變一又呼二四除
八 四上陸變八 進削一訖
乃倍二作四為廉法以減縱六剩二
亦隨退位註之 次商四紀右亦註

八陸 四 四 二
一玖.二 四

退位為隅以減縱二只剩乃以四變○
以商相呼 二四除八恰盡 因有
餘位 右加○得濶二百四十
右法已見因縱有重位故錄備例
若以積與虛長濶共若干而欲求其濶者及欲求其長
者皆以共若干為帶縱方而求濶則以濶為負隅以長
乘積為實求長則以長為負隅以濶乘積為實列例如
左
假如直積八百六十四步三長五濶共二百二十八步

求濶幾何以三乘積步得二千五百九十二爲實三長原有三積故以三乘五爲負隅已用三長尚少五濶故用爲負隅暗添五段濶方之積以共步爲帶縱列實定位初商二紀右以乘負隅五得一〇以一減縱首貳

四　初
(二　帶貳乘〇
貳·　縱貳隅一
負隅伍

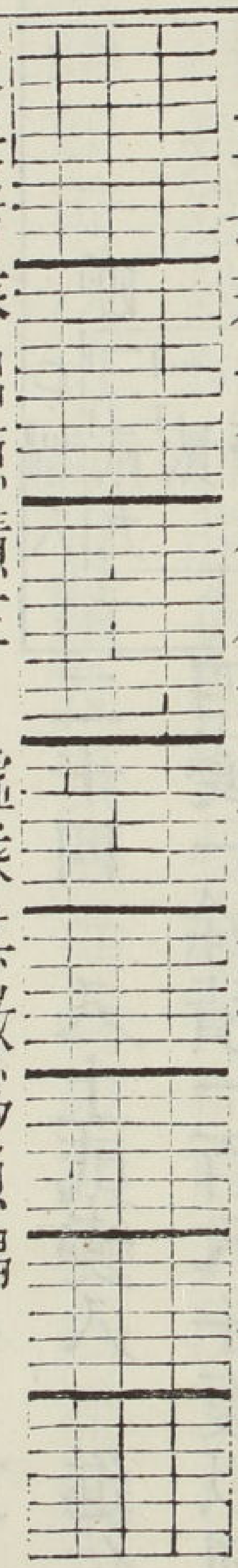
三玖八
一伍·二
貳一

變一　餘縱一百二十八挨註首位與商相呼一二除二三三除四退位伍變一　二八一十六退位玖變三進削一餘實三十二再以所商二乘負隅得一〇以一減餘縱剩二十八即前倍方爲廉之法續商四以乘負隅得二〇

再減餘縱二十剩八以呼所商四八三十二恰盡得濶二十四步

三長五濶演段圖

三長共一百零八步　五濶共一百二十步



求長者乘出原積三　虛乘其數爲負隅

共縱方二百二十八步

假如直積八百六十四步三長五濶共二百二十八步求長幾何以五乘積步得四千三百二十爲實五濶原有五積

故五乘之以三爲負隅於原縱減去二長故以共步爲帶縱初商三以

乘負隅三得九減縱註其退位九上貳變三　進位貳

變一餘縱一三八挨註首位以呼初商一三除三　一

上肆變一　三三除九退位叁變四　進削一　三八

六
三
○
三「四「三「貳九一
○捌八
一「貳
帶縱
八貳八
負隅叁

二十四　八上貳變八　進位

四變一餘積一百八十復以初

商三乘負隅三得九以減縱九

上三變四進削一剩四十八次

商六又乘負隅三得十八亦以

減縱剩三十與商相呼恰盡得長

三十六步

二四「叁三
一「肆一

又有以積與虛長濶和較共若干求濶者及求長者約

和得長濶幾何併濶與較得長幾何而視其所求爲長

爲濶如前法以別實積及負隅而皆以共數爲帶縱

假如直積八百六十四步一長二濶三和四較共三百

一十二步求濶幾何約三和自具三長三濶以併一長

八貳「四
六七「九「壹二

二濶共四長五濶又以四較盎濶

爲四長共得八長而餘一濶應八

二叄
帶縱
四
二
貳•入
七壹二六
〇一玖•九二
一二陸二

乘積步得數六千九百一十二為
實以餘一為負隅以共步為帶縱
初商二以乘負隅一仍得二因點為二
段此為二十以置縱次位減之二上壹
變九　進位叄變二餘縱二百九
十二列原積之下以呼所商二二
除四　二上陸變二　二九一十八次位玖變一　進
位二變一　二二除四　二上壹變七　進位一變〇
餘實二〇七貳復以初商二又乘負隅以減縱二上

九變七　剩縱二七貳續商四又乘隅減縱四上貳變
八　進位七變六是為二六八以乘所商四除盡得濶
二十四步
又有以虛長虛濶約其子母共若干與積若干求長濶
若干者法以長毋乘濶子為濶率以濶母乘長子為長
率又兩毋相乘以乘共數為帶縱而約帶縱為幾長幾
濶以一乘原積為實以一為負隅如前法為減縱開平
方除之
假如直積二千三百五十二步只云長取八之五濶取

三之二併得六十三步求濶者兩毋三八互乘得二十四
以乘相併六十三共一千五百一十二為帶縱而以長毋
八乘濶子二得一十六為濶率以濶毋三乘長子五得
一十五為長率則知此帶縱數內具有長十五濶十六
也以長十五乘直積得三萬五千二百八十為實以濶

貳二
帶縱 三七壹四三
減法 二八伍六
壹

一十六為負隅初商四紀右有二點即作四十以乘負隅得六百四十
以減縱四上壹變七六上伍變
八 進削壹 餘縱八百七十

二 四
○
○捌二
四貳七
三伍八
叁

負隅 陸壹

二以註實下與商呼除四八三
十二 八上伍變三進削三四
七二十八七上貳變四進削三二四
除八尾位變○餘實四百再以初
商所乘隅算六百四十減餘縱四上
七變三六上八變二餘縱二百
三十二續商二紀右以乘負隅
得三十二亦以減縱尾位除貳進位三變○剩縱二百與
續商二相呼恰盡得濶四十二以除直積得長五十六

帶縱負隅減縱翻法開平方法 積和求長

凡積與句股和求股者原積但有長乘濶數而負長自乘之數法須損濶益長求之先立一爲負隅以和爲縱方而以負隅減縱方初商令稍浮常法以乘負隅減縱次呼餘縱開積而原積不及翻以原積減商除之積而以餘負積爲實復以初商乘隅以減餘縱如餘縱不及即以餘縱翻減以爲負縱而隅積縱三者俱負乃以負縱約餘負積以得次商命負隅以除負積謂帶縱負隅減縱翻法開平方

假如直積八百六十四長濶和六十求長幾何列實以和爲縱方一爲負隅初商三 有二段即係三十正得長濶之平損濶盁長 紀右以乘負隅一仍得三以減縱剩三十與商相呼三三得九 即九百 而原積不及乃翻列九百於原積之上而以

縱陸三三
六三
六〇肆六
三〇陸〇
九捌三

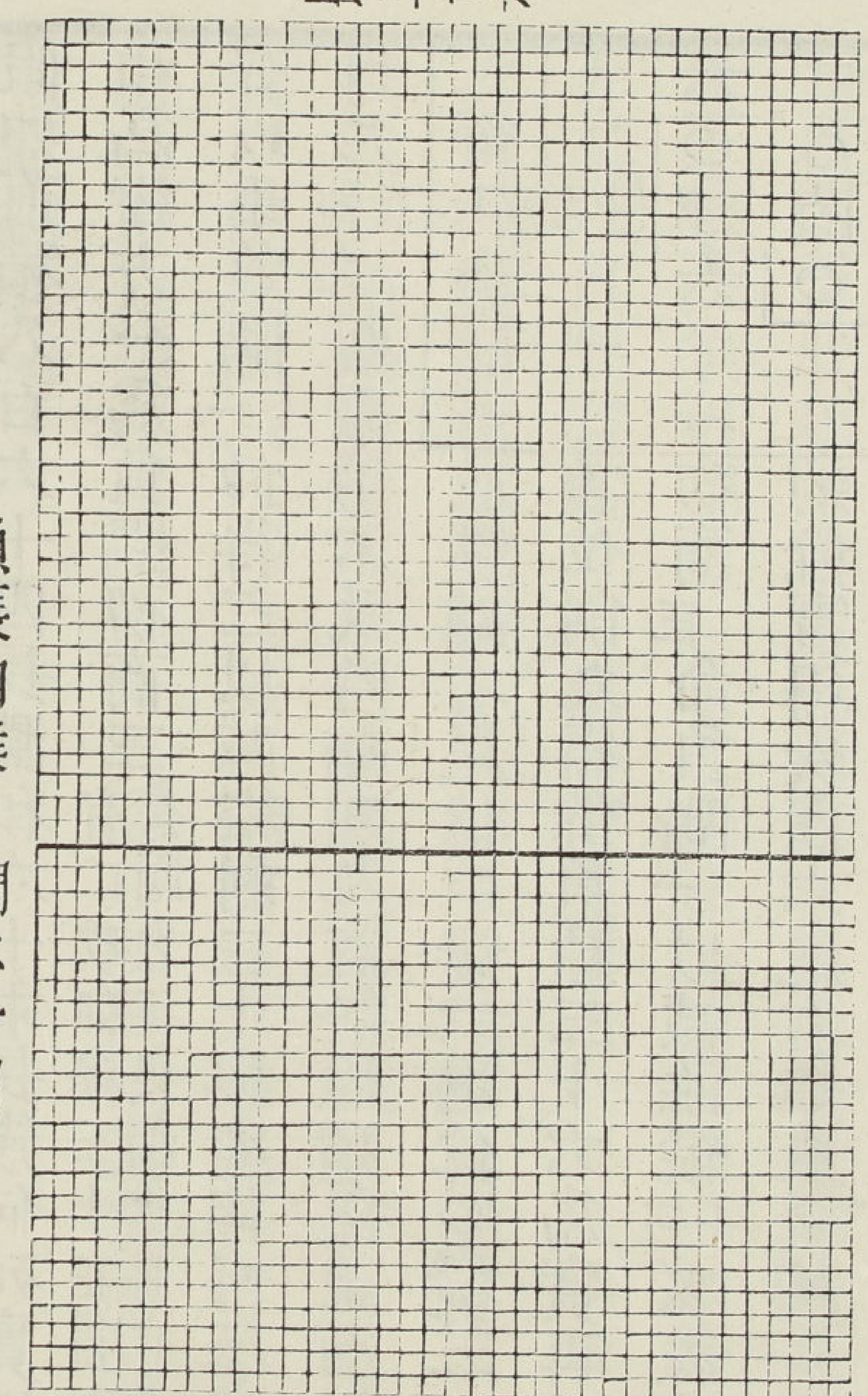
原積減之尾位〇變六進位〇變三首位削九得餘負積三十六爲實再以初商三命負隅一以減餘縱三十減盡乃約餘實得次商六紀右以乘負隅一仍得六註尾位呼除負實六六三十六恰

翻法圖

盡得長三十六

通長六十

長三十六



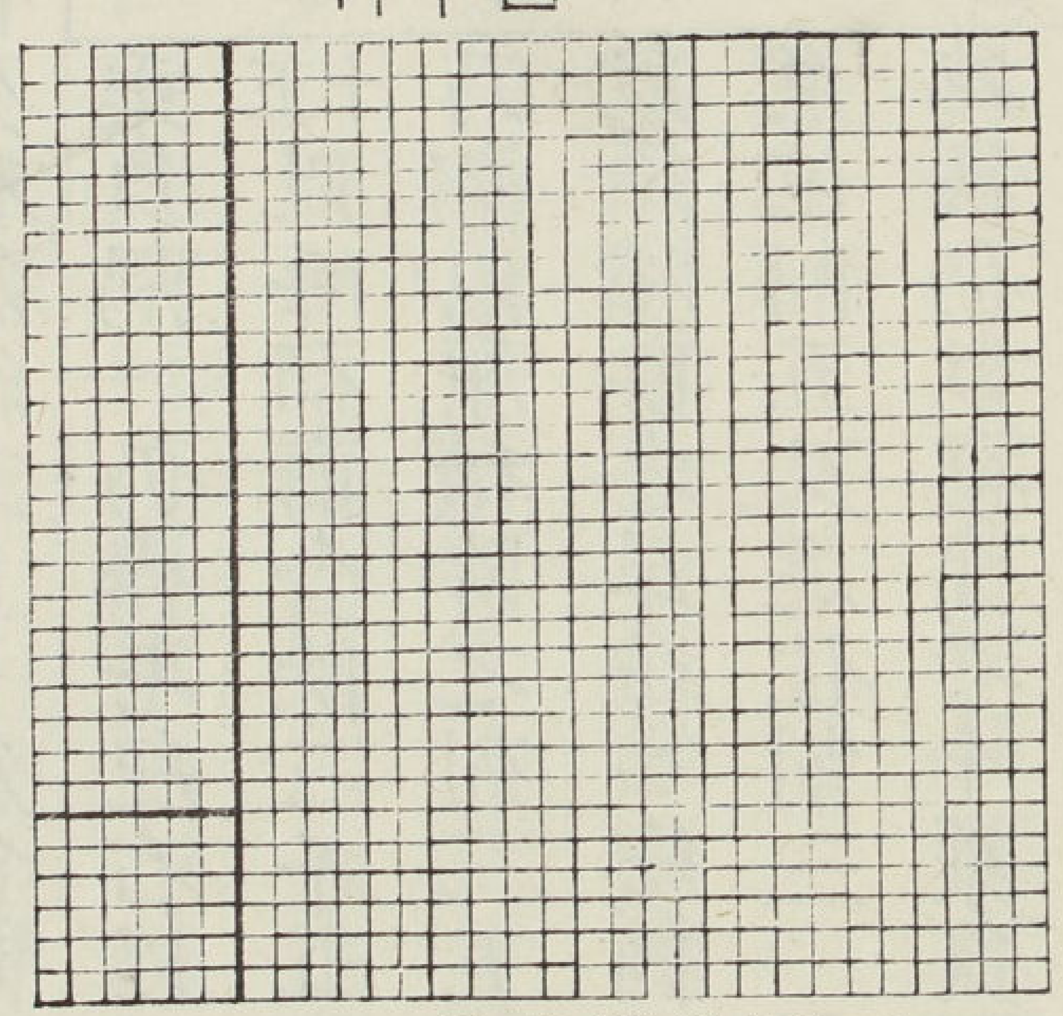
負長自乘

濶二十四

上圖減縱

三十步

四十二



下圖損濶益長

二十四

通積八百六十四損右廉以益左廉合原積隅三十六在外

假如直積三千四百五十六長濶和一百二十求長幾何列實定位列和為縱方立一為負隅初商七有二段即七十乘負隅一仍得七紀右以減縱方餘縱五即五十以呼初商合除三千五百而原積不足乃翻以原積除之列三五於原積之上反以原積除之尾位○變四進位○變四進位削五又進位削三剩負積四十四為實仍以初商七十乘負隅減餘縱五十而餘縱不足乃以餘縱五十反減初商七十餘二

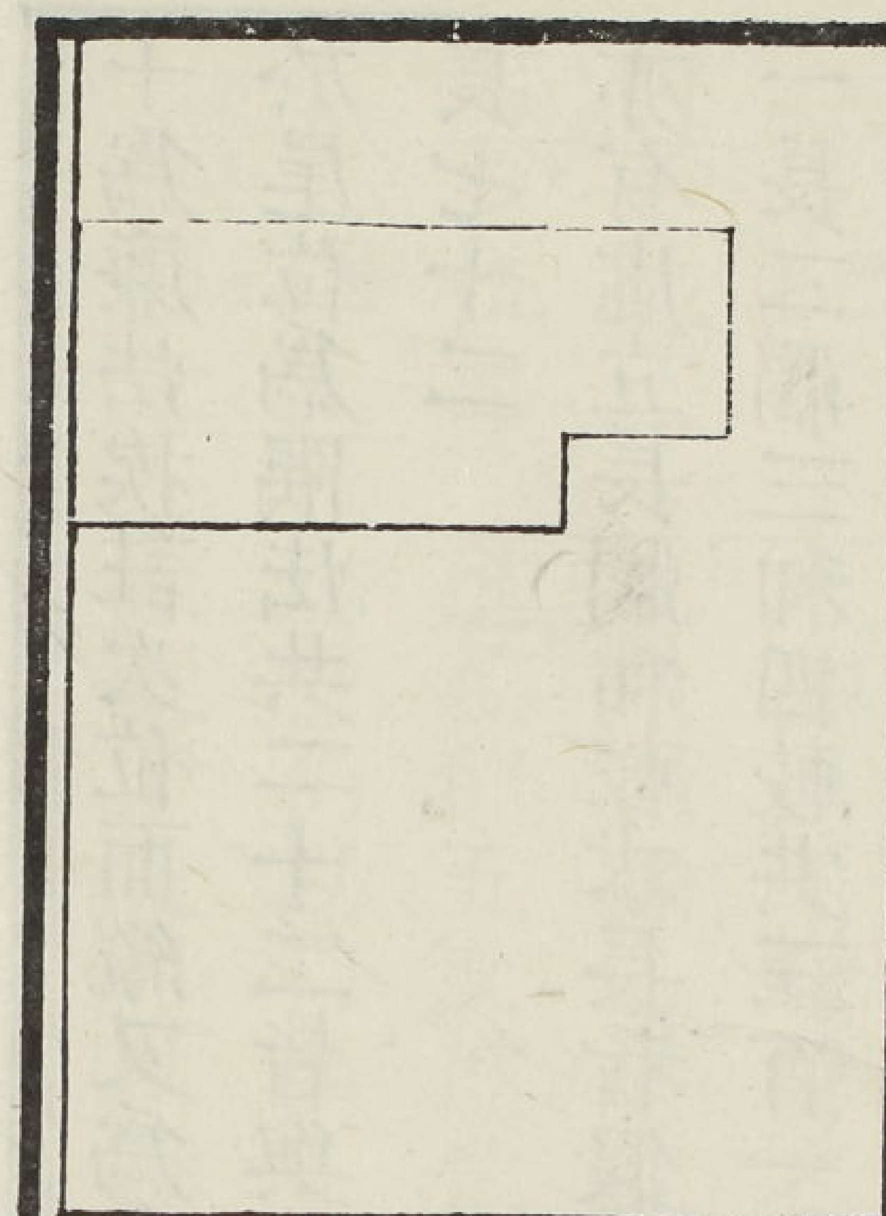
縱貳五二
壹
○○○
二七
四○陸二
四○伍二
五肆五
三叁三

十為廉法挨註次位而縱又為負次商二紀右亦註二於尾位為隅法共二十二皆與所商之二呼除恰盡得長七十二

亦有虛立長濶和較求長者假如直積八百六十四步一長二濶三和四較共三百一十二步求長若干依前法演得八長一濶以一濶為實八長為負隅共步為縱方列實初商三紀右即三十以乘隅八得二百四十以減縱一變七進削三餘縱七十二以呼所商三除

六三
六○肆六
縱貳八
壹七六
叁一

三九六陸二一
二一捌七三
一三
隅捌〇八六
四四一
二二
肆上〇變六　進位六變九



積合除二千一百六十
而積反不足乃翻以積
除之列二一六〇於上
進位一變二　進位
二變一　尚餘負積一
二九六復以初商三乘
負隅八合減縱二百四
十而餘縱二七十不足翻
以餘縱減之剩負縱一
百六十八是餘縱積算俱負
次約負積商六紀右以乘負隅八又併負縱共二百一
十六挨註尾位以呼所商二六一十二　二上削二
進削一　一六除六　一上九變三　六六三十六恰
盡得長三十六
假如直積三千四百五十六步一長二濶三和四較共
六百二十四步求長幾何仍前八長一濶以一為實八
為負隅共步為縱方初商七紀右以乘負隅八得五百
六十以減縱方剩六十四註首位合除四千四百八〇

列原積上以視原積不足翻以原積減之尾位〇變四四

二　肆六
七　縱貳六九
四〇陸二　陸四
二八伍四一　隅捌〇六二
〇四肆六五　六一一
一四叁　五五

四上八變二　六上

四變〇　進位四變一

餘負一千二十四為

實再以初商七十乘負隅

八得五百六十者減餘

縱而縱又不足則翻以縱減之餘縱四百九十六而隅

法縱法積法俱負續商二紀右以乘隅八得一十六併

入負縱共五百一十二挨尾註之與所商二相呼恰盡

得長七十二步

海山仙館叢書

同文算指通編卷七

同文算指通編卷八

帶縱諸變開平方第十五

開方帶縱其變無窮更繹其要有十一種餘可神而明之若積與二濶較及長濶較求濶用帶縱減積開平方

八　　帶縱壹一
一(一
八伍七　　壹二
五陸〇　　減積柒七
〇肆四　　陸〇
四

假如三廣田積二千四百六十五步第云中廣不及南廣八步亦不及北廣三十六步又不及正長六十七步問二廣併長各幾列積為實併不及二廣共四十四以四而一得

一貳一　一　一十一為縱方以不及正長
六十七為減積初商一紀右卽一十以併帶縱共二十一列
註首點下為方法以乘減積得一千四百七先以減積
所乘呼商一七除七尾位伍變八　進位陸變五　一
四除四　進位肆變〇一一除一首位貳變一　次以
所註方法呼商一二除二三上〇變八進前一　一一
入　一　帶壹一　除一　一上五變四餘實
入伍·七八　六　縱壹二　八四八乃倍方一作二為
四五陸〇一九〇　減柒七　廉法卽二十併減積六十七又

入〇肆·四二　一　積陸〇　併帶縱一一十共九十八為
一貳一　一四　方法註退位續商八紀右
以併方法得一百六呼除一八除八　一上削八　六
八四十八恰盡得中廣一十八步各加不及得南廣二
十六步北廣五十四步正長八十五步

右凡梯田斜田箕田杖鼓田四不等田以積求長廣
者俱以此法求之

凡大小二方和積求徑者用減積帶縱負隅併縱開平
方

假如大小方田二段共積七千五百九十二步大方面較小方面多二十八步求大小方面各幾何用較自乘得七百八十四以減積餘六千八百零八為實倍較二十八得五十六為帶縱另置二為負隅初商四十即四乘負隅二得八十併縱方共一百三十六為方法註積下以呼所商

六（四）
捌·六八
帶縱陸伍
六〇六一二
三六捌·三二
負貳〇二

一四除四一上陸變二　三四
一十二　三上捌變六進位二
變一　四六二十四　六上〇
變六進位六變三餘實一三六

一三陸二
隅　八二

八次倍商得八併初方一百三十六共二百一十六為廉法註退位續商六紀右亦乘負隅得一十二為隅法併入廉法共二百二十八與次商呼除盡得小方面四十六步加較得大方面七十四步

又假如大小方田三段共積四千七百八十八步大方面多中方面十八步中方面多小方面十二步求各方面幾何以大方面較小方面數三十自乘得九百以中方面較小方面數十二自乘得一百四十四相併共一千四十四以減共積餘三千七百四十四為實併二較倍之得八十四為

縱方以三為負隅初商二紀右即二十以乘負隅三得六十併縱方共一百四十四為方法列首位以呼所商二

四　縱肆四四
（二　𢬵四〇
肆四六　一二
二六肆四〇一
八六柒四二負叁〇二
二叁一　隅六一

四除八　四上肆變六　進位七變六　二四除八　四上陸變八進位三變二　三除一　一上削二餘實八百六十四倍方法六十作一百二十為廉法以併縱方八四得二百四註退位為方法次商四紀右以乘負隅三得一十二為隅法併方法共二百一十六與次

商呼除二四除八　二上削八　一四除四　一上六變二　四六二十四恰盡得小方面二十四步以較加之得中方面三十六步大方面五十四步

凡方田圓田徑相似以其共積求相似之徑幾何者用隅算開平方凡圓者之四可當方者之三併方圓之率為七用七為隅算用四乘原積開方

假如方圓田共積二千二百六十八步只云方面圓徑相等求方面圓徑者四乘原積得九千七十二步為實另列七為隅算初商三紀右即三十乘隅七共二百一十

六
三　隅柒〇二
貳二　一四
二
柒六
七〇一四
二三玖二

為方法與商相呼二三除六　二
上玖變三一三除三　一上〇變
七進位三變二餘實二七七二乃
倍三十作六十為廉法註退位次
商六以乘隅七得四十二為隅法又以乘廉六十
得三百六十併共四百〇二仍併入廉法共四六二
與商相呼恰盡得方面圓徑俱三十六步　又法四
乘原積得九千〇七十二步併方四圓三得七為法
除之得一千二百九十六為實乃以開平方法求得
方面圓徑三十
六步更簡易
凡匿其原積只云一長二濶三和四較更以長乘之共
數若干其長濶之較若干以求其長幾何者用益積以
補濶則有帶縱隅益積開平方
假如田不知積但以長乘一長二濶三和四較共得四
萬四千九百二十八步其長濶之較二十四步求長者
列實另置較為益縱約三和得三長三濶併一長二濶
得四長五濶又併四較入濶為長得八長一濶共九段

二
七
六捌八
八
益肆〇八
縱貳八四
一六
五
〇貳八四六七

以九為隅算初商
七十乘隅算九得
六百三十為隅法

五六一玖六三二
二四六一肆一六一
肆

隅玖〇〇八
三六一
六二一

又以初商七乘益縱二十四得一千六百八十註原積之下以益原積　八上貳變〇進加一六上玖併一變六進加一　一上肆併一變六共四萬六千六百〇八卻以隅法六百三十註退位與商相呼六七四十二六上六變四進削四　三七二十一　三上六變五進位四變二餘實二五〇八乃倍隅法六百三十得一千二百六十為方法註退位以商餘實得二紀右又乘隅算九得一十八為隅法另以所商二乘益縱二十四得四十八併入餘實八上八變六　四上〇變五共得二五五六卻以方隅二法併共一千二百七十八皆與所商二呼除恰盡得長七十二步

又同前田不知實用長數乘一長二濶三和四較共若干及其較若干以求長者或損長以就之用帶縱負隅減縱開平方

假如一長二濶三和四較以長乘之得四萬七千二百一十二其較二十八步而不知其積求其長列長乘之

積爲實較爲縱方仍前法
推得九爲負隅初商七十
紀右乘負隅得六百三十
爲方法内減負隅二十八剩
六百二退位註實下以呼
所商六七四十二六上柒

四
七
貳二八　帶縱捌貳
七壹二三六
○貳○二　負隅玖○二六
五柒六一　三三三　六二　一
肆

變五進削肆二七一十四二上壹變七進位貳變
○餘實五○七二次倍方法得一千二百六十内減縱法二十八
得一千二百三十二爲廉法列餘實之下約實續商得

四紀右乘負隅得三十六爲隅法併廉法共一二六八
改註尾位與續商相呼恰盡得長七十四步
又有同前不知積知較而以濶乘其一長二濶三和四
較得若干求長者用減積帶縱隅益積開平方
假如設爲一長二濶三和四較以濶數乘之得二萬九
千九百五十二其較二十四問長幾何置較自乘五百七十
六以減原積餘二萬九千三百七十六爲實以較自乘減原積

二
七
四陸二
益縱肆○八
貳八四
六

故曰減積較爲益縱六爲隅
算初商七十紀右乘隅

○五柒　五　一
七六○叄·二八　隅陸○○二
一三一玖四　算二四一
三貳·　四八
六得四百二十為隅法
註實下又以商七十乘益
縱二十得一千六百八
四十以益原積尾次七變
五進位叄變○　又進玖變一　又進貳變三得三一
○五六乃以隅法乘商呼之四七二十八　四上一變
三進削三二七一十四　二上○變六　進位三變
一餘實一六五六乃倍隅法得八百四十為廉法續商
二以乘隅六得一十二為隅法另以所商二乘益縱得

四十八以益餘實尾位陸變四進位五變○進位六變
七共一千七百四四却以廉隅二法共八百五十二註尾
位以呼續商恰盡得長七十二步
亦有匿積只以濶乘一長二濶三和四較共若干及較
若干求長而用帶縱負隅減縱益實開平方者
假如田不知積一長二濶三和四較以濶乘得二萬九
千三百四十八步濶不及長二十八步者列實亦列較
為縱方九為負隅共得九段初商七紀右即七十以乘負隅得
六百三十為方法內減縱方二八得六百二註實下又以

乘縱方得一萬六千八百五十六以益實六上捌變四

四
七
二四捌六八八
三七六〇肆五二六〇
二〇二叁八〇二〇
一五四六玖六六一一
四貳一

縱捌六八
方貳五〇
八〇
一六一
負玖〇二
隅三三
六二
一

五上肆變〇八上叁變二六上玖變六一上貳變四乃以所商七呼除所註之下法六百二十二上〇變六進位二變〇六上六變四進削四餘實四〇六四次倍方法一千二百六十減縱方得一千二百三十二為廉法

次商四紀右以乘負隅九得三十六為隅法以乘縱方得一千零八為益實併入餘積八上四變二進位六變七一上四變五以廉一千二百三十二隅三十六相併一千二百六十八呼商恰盡得長七十四步

右法以濶求長積欠一較故乘較為益實以補其缺亦有同前不知積而以濶乘長濶和較共數及較求濶者用帶縱廉開平方

假如直田不云積步只云一長二濶三和四較以濶乘得二萬九千九百五十二步濶不及長二十四步求濶

者置乘積為實減較之半一十二為縱廉而以初商乘之
初商四十即四紀右為方法以乘縱廉得四十八即與商
相併共五十二註實下照式退位以呼初商四五四二
十進削貳二四除八二上玖變一餘實九一五二
次倍所乘縱廉得九十六及方法八十共一百四進位得一

三一
玖二二一
伍四
貳四 方壹
八四 縱貳

千四十為方法再置縱方一十二為
廉以相併共一千五十二商實得八
紀右亦註尾位為隅以乘縱方得九
十六併方廉隅共一千一百四十四

註實下以呼次商恰盡得濶四十八步

一玖五一
貳

又有同前匿積和較又以濶乘長濶和較共數求濶用
帶縱廉負隅開平方者
假如田不知積只云一長二濶三和四較以濶乘之共
二萬九千三百四十八其較二十八以求濶者置濶乘
數為實推得共八較九濶用九為負隅以較八乘得二
百二十四為縱廉以初商乘負隅為方法初商四十即四
紀右乘隅得三百六十併

六四
縱肆四四

捌、八　廉貳八四
貳五九

八肆四九
九一叁八九
五六玖五
貳
負玖○○四
隅六二五
三七

縱廉共五百八十四註實
下呼商五四除二十進削
貳　四八三十二八上叁
變一進位玖變六　四四
一十六　四上肆變八進
位一變九　進位六變五餘積五九八八次倍方法得
七百二十為廉法併縱廉九百四十四為實續商六紀
右以乘負隅九得五十四為隅法併廉法縱廉共九百
九十八註實下呼商恰盡得濶四十六步

若同前不知積步第置長濶和較以長乘得若干及較
求濶用帶縱方廉開平方
假如一長二濶三和四較以長乘之得四萬四千九百
二十八步較二十四步求其濶若干列實以較為縱方
推得八長一濶共九段倍之得一十八為縱廉以乘初
商而併計之又兼縱方乃以呼商除之初商四紀右即四
十為方法乘縱廉八一十得七百二十併入方法四十共七
百六十又併縱方四二十共七百八十四以呼商四七二

八
四
縱肆四四
十八　七上肆變六進位

捌六　方貳八四
七五
六貳四九　一
五七玖八六　縱捌〇〇〇
三六肆七一　廉壹二六二　七七五
一肆　一五

肆變一　四八三十二
八上玖變七進位六變三
四四一十六　四上貳
變六進位七變五餘實一
三五六八乃倍四得八為
方法倍縱廉得一千五百二十併入縱方二十四共一千
五百四十四為廉法以商餘實得八紀右以乘縱廉一十
八得一百四十四為隅法乃併方八廉一千五百四十四隅一百
四十三法共一千六百九十六詿實下呼商恰盡得濶
四

四十八步
又同前不知積及置長濶和較以長乘得若干及較求
濶用帶縱廉負隅乘縱減實開平方者
假如一長二濶三和四較長乘得四萬七千二百一十
二步濶不及長二十八步求濶幾何列實推得八長用
八乘較得二百二十四為縱廉推得九段用九為負隅
又以較為減縱方初商四四十即四紀右以乘負隅得三百
六十為方法併入縱廉共五百八十四為下法乘減縱

六　縱肆四
四　廉貳八

得一萬六千三百五

〇貳二八
〇六壹五四九
五六八貳三八九
七〇柒六五
一三肆一

貳五
負玖〇四
隅　六五
三
減捌二二
縱貳五一
三五
六一
一

十二為減實註實下變為三〇八六〇乃以初商四呼下法照常註退位五四得二十進位三變一　四八三十二　八上八變六進位〇變七進俏一　四四一十六　四上六變〇進位六變五餘實七千五百乃倍方法得七百二十併縱廉二百二十四　共九百四十四為廉法約商得六紀右以乘負隅得五十四為隅法

乘減縱得一千五百一十二以減實餘五九八八以廉隅二法相併得九百九十八與次商相乘開之恰盡得濶四十六

開立方法第十六

凡數自乘平列一面為平方更以原數再乘則四面皆方中積充實為立方矣凡立方點段俱隔二超三而首段尋其原數以自乘再乘如適合見數者即為方法開訖如少于見數則挨身減數尋原而以其再乘所得列首段下除之以為方法若再乘之數反浮見數即非其原餘實三倍其

方為廉另置而以方法進一十如係一則作一十係二則作二十之類與相乘得數以較餘實約得幾何分之幾何假如已得二之一者即以二為次商亦以乘廉法得數若干以併前所乘數共若干而以次商數總乘之即得三面之廉復以次商數自乘再乘為隅法併入開盡有不盡者以法命之

六 ○三○二○○

依法分為四段先開首位之捌尋原係二乃以二自乘再乘得八恰盡　抹捌右紀二　次開叁陸伍除點上之伍未用且作三六開之乃三倍

○柒・貳肆伍・陸叁捌・

其二為六另置於方法之上試加一為二一以六乘之得一百二十六以除原積叁陸其數反浮乃只作○紀格右為二○次求第三位更三倍其二○為六○於方法二○之上隨意加一位且如只加○為二○○以與六○相乘得一萬二千以視原積叁陸伍肆貳約得三之一乃商三紀格右為二○三以乘六○得一百八十併前一萬二千共得一萬二千一百八十又以三乘之得三萬六千五百四十又以三自乘再乘得二十七為隅法

併入恰盡　凡隅法皆以尾位挨本位所點之下尚餘
尾段三箇○再加一○于格右
假如列實一千七百二十八

二
三(一
捌
貳
柒
「壹

首位一自乘再乘只得一以一為方法紀右
抹壹次倍一為三作廉法另置乃以方法加
○為一○以乘廉法三得三○約得原積二七十內
二之一矣乃改○作二為次商紀格右以乘
廉法三得六併三○共得三十六而以次商之
二乘之得七十二又以二自乘再乘得八為

隅法併入是為七百二十八開盡
假如列實三萬二千七百六十八數

二
九三(三
捌
陸
柒
五「貳
「叄

首位尋原係三以三為方法自乘再乘得二七二
變五抹叄次倍三作九為廉法加○于方法之
右為三○以乘九得二百七十以視餘實五千七百六十
為二之一乃商二紀二于三右以二乘九得一
十八併前乘共得二百八十八以二總乘得五
百七十六符三廉之數又以二自乘再乘得八
為隅法併入盡若次商以方法進位乘廉法而乘得之

數適符餘實或於餘實相近不足二之一及三之一以上者只以一爲次商之數

假如列實九千二百六十一數

一	玖	貳	陸	壹	六 二	一

先開首位玖尋原用二自乘再乘得八即除八于玖而抹玖變一以二爲方法紀右次倍二得六爲廉法另置次以二爲二〇與相乘得一百二十適近本積只以一爲次商數以乘所置六仍得六併前乘共得一百二十六又以一自乘再乘爲隅依法併入是爲一千二百六十一恰盡

廣諸乘方法第十七

凡積數若干以平面開之適得自乘之數者爲開平方其立方乃開平再乘積也四面皆方中積滿布三乘方長立方也如以二自乘起者得兩立方以三自乘起者得三立方之類但以平面一邊之數為準四乘方平面立方也如長立方得兩方數則進作四立方如長立方得三方數則進作九立方又如長立方係九方數則進作八十一立方之類倣此以至無窮俱係平面五乘方大立方也如係二自乘起者有四立方則進併八立方為大方如係五自乘起者有二十五立方則進併一百二十五方為大方之類自此推之六乘方視三乘形七乘方視四乘形八乘方視五乘形餘乘倣此可至無窮舊法繁碎且僅止于

五乘此立捷法由平面至諸乘總一機軸先以諸乘原委布為一圖乘母為原乘出之子為開

一乘	平方	再乘	立方	三乘方	
一	一	一	一	一	一
二	四	二	八	二	一六
三	九	三	二七	三	八一
四	一六	四	六四	四	二五六
五	二五	五	一二五	五	六二五
六	三六	六	二一六	六	一二九六
七	四九	七	三四三	七	二四○一
八	六四	八	五一二	八	四○九六
九	八一	九	七二九	九	六五六一

凡開方列位以點分段者平方每二位點作一段再乘方每三位一段三乘方每四位一段倣此推之至九乘方則十位一段矣皆自尾小數起而先以最大數之首

	四乘方		五乘方	
	一	一	一	一
	二	三二	六四	二
	三	二四三	七二九	三
	四	一○二四	四○九六	四
	五	三一二五	一五六二五	五
一	六	七七七六	四六六五六	六
二	七	一六八○七	一一七六四九	七
四	八	三二七六八	二六二一四四	八
六	九	五九○四九	五三一四四一	九

段檢上圖以尋其原卽以原數開之假如平方開者檢知首段數四十九卽知七是原數用七自乘可開若首段數係六十四者卽知八是原數用八自乘可開若係六十三者不及六十四向以七數開之餘積另

六乘方		七乘方
一	一	一
一二八	二	二五六
二一八七	三	六五六一
一六三八四	四	六五五三六
七八一二五	五	三九〇六二五
二七九九三六	六	一六七九六一六
八二三五四三	七	五七六四八〇一
二〇九七一五二	八	一六七七七二一六
四七八二九六九	九	四三〇四六七二一

求再乘三乘以上皆同
此法假如再乘首段係
二十七撿知其原係三
卽以三開之若是六十
三以下亦以三開又假
如七乘方首段係二五
六原數是二以二開之
若原數是六五五六不及
三數之六五六一仍以
二開之也上圖係乘出
之數已得乘出之數開
方之時第以此數註首
段下以除爲開

右法已得首位方法餘實倍方爲廉平方者一倍再乘
方者再倍三乘以上皆以本乘之數倣此倍之別立通
率凡平方只一率爲二〇再乘立方有二率爲三〇三〇三乘
方有三率爲四十爲六百爲四千自此以上諸乘倣此
漸加而皆如後圖所推乃以方法之數乘之以乘出之

數較餘實約得幾何毋之幾何而卽以其毋爲廉法

平方	二							
立方	三	三						
三乘	四	六						
四乘	五	一〇	一〇					
五乘	六	一五	二〇					
六乘	七	二一	三五	三五				
七乘	八	二八	五六	七〇				
八乘	九	三六	八四	一二六	一二六			
九乘	一〇	四五	一二〇	二一〇	二五二			
十乘	一一	五五	一六五	三三〇	四六二	四六二		
十一乘	一二	六六	二二〇	四九五	七九二	九二四		
十二乘	一三	七八	二八六	七一五	一二八七	一七一六	一七一六	
十三乘	一四	九一	三六四	一〇〇一	二〇〇二	三〇〇三	三四三二	
十四乘	一五	一〇五	四五五	一三六五	三〇〇三	五〇〇五	六四三五	六四三五
十五乘	一六	一二一	五六〇	一八二〇	四三六八	八〇〇八	一一四四〇	二八七〇
十六乘	一七	一三六	六八〇	二三八〇	六一八八	一二三七六	一九四四八	四三一〇

此圖以首行所列之二爲平方三爲立方四爲三乘至十七則十六乘方也餘乘倣此首行順列其第二行數悉承首行上格二數積之如三三爲六四六爲一〇之類數窮則挨加一數如第二行第五格爲一〇其第三行第五格

亦為一〇是也

右格內數以檢各乘合用通率而各視其乘法多寡於本位疊加虛〇凡平方一乘者用一率為二以加〇為二〇以與方法相乘其立方再乘者用兩率為三三而左小數加一〇為三〇右大數加兩〇為三〇〇而以三〇〇乘方法若三乘方者則用三率為四六四于末位之四加一〇為四〇進位之六加二〇為六〇〇首位之四加三〇為四千

一
二〇一三四二

亦以大數乘方法右圖只具四六兩位而乘法却宜三位則迴用右方之四以足三率若並位之數相重如四乘方之連用一〇一〇者迴轉減其重數竟以首位之五用之末位為五一〇一〇五照前依位增〇其數則為五十為一千為一萬為五萬而以五萬乘方法也至六乘方八乘方以上皆然

一乘 〇 右列廉法
通率 二 左列方法
列法

再乘 〇〇
通率 〇三
三
列法

三乘 〇〇〇
通率 〇〇四
〇六
四
列法

四乘
通率
列法

五〇〇〇〇
一〇〇〇〇
一〇〇〇
五〇

五乘
通率
列法

六〇〇〇〇〇
一五〇〇〇〇
二〇〇〇〇
一五〇〇
六〇

此末位加一〇進位一五加二〇又進位二〇加三〇又進位一五加四〇凡每位有二字者倣此

六乘
通率
列法

七〇〇〇〇〇〇
二一〇〇〇〇〇
三五〇〇〇〇
三五〇〇〇
二一〇〇
七〇

七乘
通率
列法

八〇〇〇〇〇〇〇
二八〇〇〇〇〇〇
五六〇〇〇〇〇
七〇〇〇〇〇
五六〇〇〇
二八〇〇
八〇

一乘開平方

假如列實六百七十六萬五千二百〇一以平方開之

六
二(

柒 陸· 伍 貳· 〇 壹·
毋 中 廉 右
—二〇—六
三六

初商得二為方法以求廉法立二〇為通率列中位亦列方法于左位以相乘得四〇以較餘實二七約得六之一乃立六為廉法列於右位以自乘得三六為隅法附列乃以廉數六乘四十得二百四十以併自乘之三十六共二百七十六盡第二段餘實五二〇一另置通率併廉入方為二六置左位以乘二〇得數五百二十

二陸• 左二方
以較餘實得一又以一為廉法置右位
自乘仍得一為隅法併入恰盡
若己得廉法而以乘通率反浮餘實或廉法相合而隅
法又浮餘實者皆減其廉法以乘之假如列實二百八
十九初商一除實一百餘實一百八十九次商以方法
乘通率只係二〇以較餘積可用九除實一百八十而乘
出隅法八十一則浮原積又試用八除實一百六十而
一（玖• 七九四 〇—
乘出隅法六十四亦浮原積惟再減用
七為廉法乘得一十四以除餘積尚餘

捌 二
一貳• 一一
四十九而以廉法自乘得四十九為餘
法併入恰盡凡諸乘所用廉法有浮原
積者皆照遞減求之
再乘開立方
假如列實二十三萬八千三百二十八以立方開之尋
原以六為毌以六自乘再乘得二一六除積 六上捌
變二一上叄變二 進抹貳以六為方法以求廉法凡
立方皆用二數為通率為三十為三百自下而上疊位
而以方法 六對三〇 以方法自乘得 三六對三〇〇 各列于左

六）捌·貳叁
二「捌·六
二「叁一
「貳二

右廉 二	○	○ 中毋	三	六	左方三
四八	○		三	六	

初乘乃以三六乘三○○得一萬八百以視餘積約得二之一乃立二為廉法以對三○○復以廉法二自乘得四以對三○各列于右又以二乘四得八為隅法附列于下乃以廉二乘一萬八百得二萬一千六百

再乘以六對三○乘之得一百八十又以四乘得七百二十以上二次乘出數併之得二萬二千三百二

十加入隅法之八恰盡

凡方法之乘皆在通率位左以方法數對尾位其乘數自下而上凡廉法之乘皆在通率位右以廉法數對首位其乘數自上而下四乘五乘以上皆倣此

右再乘方法若以還原則以六十二自乘再乘

若初商方法只係一數者通率無乘須併諸率位除之

一）壹·叁
一 一 ○
二 一 ○

一而淨即以一為廉法假如列實一千三百三十一以再乘立方開之初商以一為方法除淨首位一千次併中位兩通率一除

叁　○三
壹•　三一
　　一一

可淨以一爲廉法對通率三百次以自乘
仍得一對次通率三十又以再乘亦得一
爲隅法系其下而以隅法之一併入三百
三十恰盡

右式可例其餘凡以一爲方法者不論幾乘方皆以
諸位通率併求

三乘方

假如列實一千四百七十七萬六千三百三十六以三
乘方開之尋原以六爲毋自乘再乘得一二九六除積

六上柒變一　九上柒變捌　二上肆變一　一上
前壹次以六爲初商方法以求廉法凡三乘皆疊用通
率三位爲四十爲六百爲四千先列通率於中位乃列
方法于左尾位自乘六三再乘二一六自下而上對列初
乘以二百一十六乘四千得數八十六萬四千較原積
約二之一以二爲廉法列右首位自
乘四再乘八三乘一六聯列乃以二乘
八十六萬四千得數一百七十二萬
八千

右廉　二　四　八　一六
六　——○　——○　——○
陸•　中　○　○　四
叁　毋　○　六　一

叁　四一一一
陸方左六一六一三六
一桼六二
入桼九
一肆二
壹一

再乘以六三乘六〇〇得數二萬一千六百
又以右四乘之得數八萬六千四百
三乘以六乘〇四得數二百四十以右
入乘之得數一千九百二十乃合三
乘數積之併入隅法六一共得一百八
十一萬六千三百三十六恰盡

右三乘方法若以還原則以六十二之數自乘再乘
三乘　一法以開平方法所得數更以平方開之

四乘方

假如列實九億一千六百一十三萬二千八百三十二
數以四乘方開之尋原六為初商除積七億七千七百
六十萬餘實一億三千八百五十三萬二千八百三十
二以求廉法凡四乘方通率疊用四位為五十為一千
為一萬為五萬中列自下而上而以方法六對尾位〇五
列之又自乘再乘三乘四乘亦自下而上對列于左

六
貳
二四八一六二三
〇〇一
〇〇一
〇〇一
五〇一

初乘首位左乘得六千四百八十
萬以較餘實約得二之一以二為
廉法對首位五萬列之亦自乘再

叄　○○○
　　○○一
捌　五一一
貳　六六六六
叄　九一三
　　二二
　　一

五壹六
八陸七
三壹七
一玖七

乘三乘自上而下對列又四乘得
二三為隅法系于其下而以首位二
數乘左乘所得之數計得一億二
千九百六十萬
次乘 次位左乘得二百一十六萬
而以右四乘之得八百六十四萬
三乘 第三位左乘得三萬六千而
以右八乘之得二十八萬八千
四乘 尾位左乘得三百而以右六一
乘之得四千八百以上四乘之積
併入右廉四乘所得隅法三十二
恰盡

右四乘方若以還原則以六十二數自乘再乘以至
四乘

五乘方
假如列實五百六十八億〇〇二十三萬五千五百八
十四數以五乘方開之㝵原六為初商除積四百六十
六億五千六百萬餘積一百一億四千四百二十三萬

六肆捌伍伍叁貳

四〇六

一六〇〇〇〇〇——二
一一五〇〇〇〇——四
——二〇〇〇〇——八
——一五〇〇——一六
——六〇——三二
六四

五千五百八十四數以求廉法凡五乘方皆疊用通率
五位為六十為一千五百為
二萬為一十五萬為六十萬
中列自下而上而以方法六
對尾位六〇列之又自乘再乘
三乘四乘自下而上皆列于
左位
初乘 首位左乘得四十六億
六千五百六十萬以較餘實

四〇五
一捌六
〇陸六
一伍四

六——
六七七七
六九二一
六一二
六三
六

六肆捌伍伍

〇〇〇〇——二
〇〇〇〇——四
〇〇〇〇——八
一五〇〇——一六
——六〇——三二
六四

約得二之一以二為廉法對
首位六十萬列之亦自乘再
乘三乘四乘自上而下對列
于右又五乘得六四為隅法系
下而以首位二數乘左乘所
得之數共得九十三億三千
一百二十萬
次乘 次位左乘得數一億九
千四百四十萬而以右四乘

參
貳
四〇六
四〇五
一捌六
〇陸六
一伍四

〇五二
六一
六六六六六
七九一三
七二二
七一

之得七億七千七百六十萬
三乘 三位左乘得四百三十二萬而以右八乘之得三千四百五十六萬
四乘 四位左乘得五萬四千而以右一六乘之得八十六萬四千
五乘 五位左乘得三百六十以右三二乘之得一萬一千五

百二十併上五乘積又併右廉所乘隅法六十四恰盡

右五乘方若以還原則以六十二之數自乘再乘以至五乘

六乘方

假如列實三萬五千二百一十六億一千四百六十萬六千二百〇八以六乘方開之每原六為初商除實三萬七千九百九十三億六千萬餘實七千二百二十二億五千四百六十萬六千二百〇八數以求廉法凡六

六捌○貳陸○陸

○○——二
○○——四
○○——八
○○——一六
○○——三二
七○——六四
一二八

乘方通率疊用六位爲七十爲二千一百爲三萬五千爲三十五萬爲二百一十萬爲七百萬中列而以方法六對尾位七○列之又自乘再乘三乘四乘五乘自下而上皆列其左

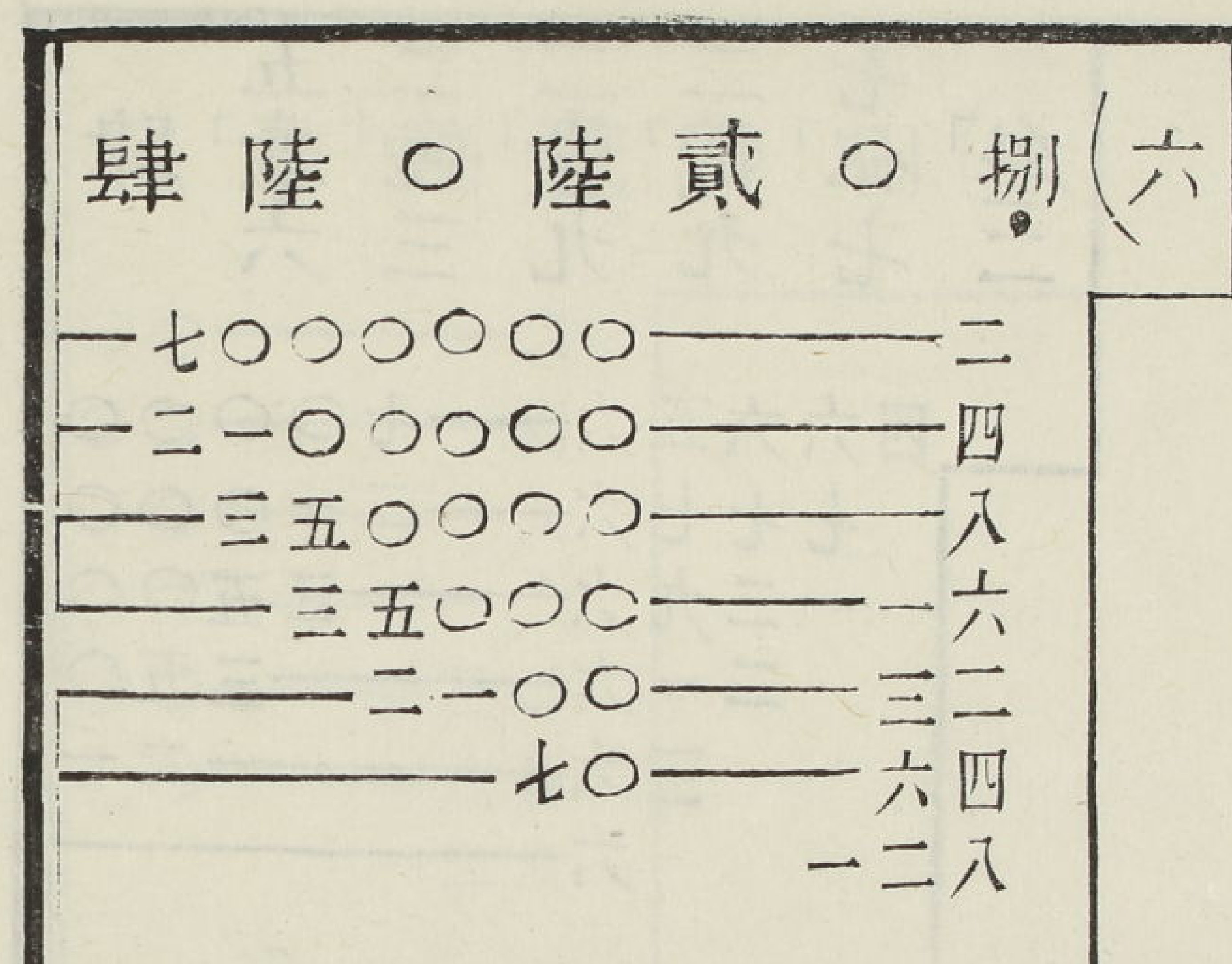
初乘 首位左乘得數三千二百六十五億九千二百

肆
五壹六
二陸三
二壹九
二貳九
七伍七
叄二

四六六五六——七○○○○
七七七六——二一○○○
一二九六——三五○○
二一六——三五○
三六——二一
六——

萬以較餘積約得二之一以二爲廉法對首位七百萬列之亦自乘再乘三乘四乘五乘對列千右又以六乘得一二八爲隅法系下而以首位二數乘左乘所得之數共得六千五百三十一億八千四百萬

次乘 次位左乘得一百六



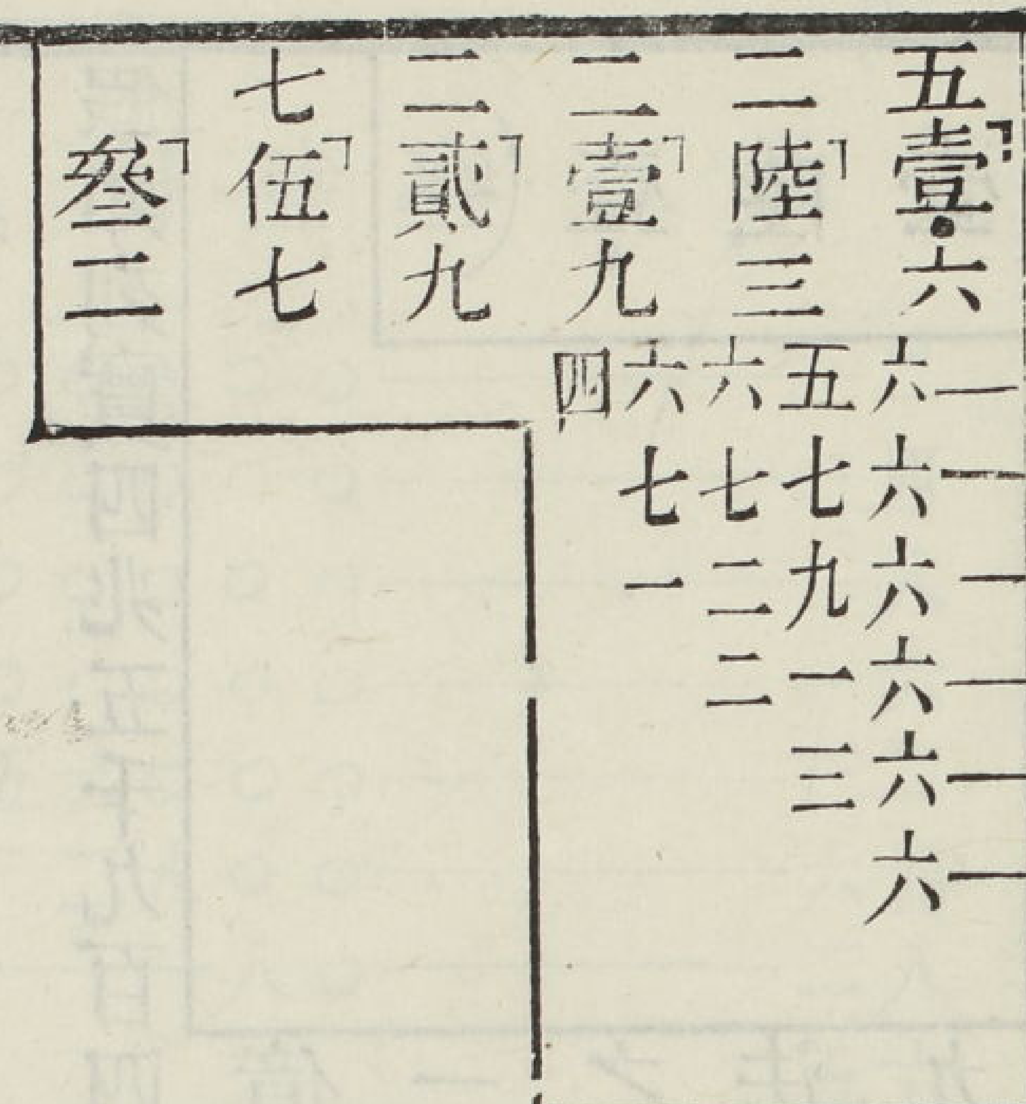
十三億二千九百六十萬以右四乘之得六百五十三億一千八百四十萬

三乘 三位左乘得四億五千三百六十萬以右八乘之得三十六億二千八百八十萬

四乘 四位左乘得七百五十六萬以右六一乘之得一億二千〇九十六萬

五乘 五位左乘得七萬五千六百以右二三乘之得二百四十一萬九千二百

六乘 六位左乘得四百二十以右四六乘之得二萬六千八百八十併上六乘之積又併隅法一百二十八恰盡



右六乘方若以還原則以六十二之數自乘再乘以至六乘

七乘方

假如列實四兆五千九百四十九萬七千二百九十八億六千三百五十七萬二千一百六十一數以七乘方開之首位四其原一以一為方法餘實三兆五千九百四十九萬七千二百九十八億共

（一　壹陸壹

貳柒伍叁陸捌玖貳柒

二	八〇〇〇〇〇〇〇
四	二八〇〇〇〇〇〇
八	五六〇〇〇〇〇
一六	七〇〇〇〇〇
三二	五六〇〇〇
六四	二八〇〇
一二八	八〇
二五六	

求一廉法因方法一數無乘當併下位以較餘實而惟首次兩數同位為大數其餘小數不足為多寡且從省只併首次兩位開之若不相併者以首率八千萬較餘實試用四為廉法乘之似可除然次率八乘即浮原數矣試減用三亦浮原數見後註此二數併得一億〇八百萬以較餘實約可

壹(一	三肆二	伍	玖	肆	玖
					一
					一
					一
					一
					一
					一
					一

用三數然絲次乘之六以乘中列之第二位其數反浮初以三乘中首位固可除至次乘六以乘次位得一億六千八百萬併初乘共四億有奇反浮餘實當減用二爲廉法自乘再乘至七乘依式列右凡乘數多于原數者減法倣此

初乘 以廉二乘八千萬得一億六千萬

玖	捌	陸	參	伍	柒	貳	壹	陸
○	○	○	○	○	○			二
○	○	○	○	○	○			四
六	○	○	○	○	○			八
七	○	○	○	○	○			一六
一	五	六	○	○	○			三二
		二	八	○	○			六四
				八	○			一二八
								二五六

再乘 以廉再乘數四乘二千八百萬得一億一千二百萬

三乘 以廉三乘數八乘五百六十萬得四千四百八十萬

四乘 以廉四乘數一六乘七十萬得一千一百二十萬

五乘 以廉五乘數三二乘五萬六千得一百七十九萬

貳柒玖肆玖伍三肆•一

〇八五一一一一一
八二一一一一一一
一一一一一一一

二千

六乘以廉六乘數六四乘二千八百得一十七萬九千二百

七乘以廉七乘數一二八乘八十得一萬〇二百四十

右併前七乘之積共得三億二千九百九十八萬一千四百四十併入隅法二百五十六以除餘積尚剩

二千九百五十一萬五千六百二億六千三百五十七萬二千一百六十一數再商自首至尾共以一段開之

乃併廉法入方法共一十二爲三商之數以對尾位八〇列千左以自乘再乘三乘四乘五乘六乘悉自下而上對列

二
一
壹

初乘首位左乘得二千八百六十十六萬五千四百四十六億四千萬以較餘積

陸
壹
貳
柒
伍
叄
陸
二捌〇六
〇玖四五九

八〇〇〇〇〇〇——一
二八〇〇〇〇〇〇——一
五六〇〇〇〇〇——一
七〇〇〇〇〇——一
五六〇〇〇——一
二八〇〇——一
八〇——一
一

只可一乃以一爲廉法乘無可乘故自乘至七乘皆只一照式列右其對中末位之下仍系一爲隅法

再乘 次位左乘得八十三萬六千〇七十五億五千二百萬

三乘 三位左乘得一

六貳四二六
五柒一
一玖八
五肆九
玖九
二伍二
叄三

三五八三一八〇八——
二九八五九八四——
二四八八三二——
二〇七三六——
一七二八——
一四四——
一二——

萬三千九百三十四億五千九百二十萬

四乘 四位左乘得一百四十五億一千五百二十萬

五乘 五位左乘得九千六百七十六萬八千

六乘 六位左乘得四

十萬三千二百

$\boxed{\text{七乘}}$尾位左乘得九

百六十併七乘之積

增入隅法之一恰盡

右七乘開方若欲還原則以一百二十二數自乘再

乘以至七乘

以上開方則例共七乘衍至十乘百乘亦復如是妙在

𢍰原變在通率熟玩自得難以備述

若夫𢍰原之法固與還原不同還原者依本乘之數以

還實積耳𢍰原者用前列乘圖以𢍰下手方法凡𢍰原

惟平方最易以每段只二位也次則立方亦易以每段

只三位也三乘則四位爲一段𢍰原難矣自是而上位

寘愈多𢍰原愈難矣然而郎平方可求立方之原兼平

方立方可以求多乘之原若三乘方者以平方法開之

得數又以平方法開之得數郎原矣若五乘方者先以

平方開之得數乃以立方開之或先以立方開之得數

乃以平方開之郎原矣若六乘方者作四乘方開二次

郎得其原若七乘方者作開平方三次郎得其原若八

乘方者作立方二次卽得其原若九乘方者先以平方開一次又以四乘方開之或先以四乘方開一次又以平方開之卽得其原若十乘方者作四乘開方三次亦得其原錯綜變化總由自然進退開闔具有定法孰謂開方諸乘迂遠難冀者乎神而明之從積正負帶減加飜巧由心造妙以熟生智者于斯蓋不啻思過半也

奇零諸乘開方法第十八

凡開方諸法不惟全數可開卽奇零之數亦各有法大都皆以等原爲第一義有母數子數俱有原數可用者如平方九之四則以三之二爲原以三自乘得九以二自乘得四也如再乘立方二七之八亦以三之二爲原以三自乘得九再乘得二七以二自乘得四再乘得八也又如三乘方八一之一六以三之二爲原謂三再乘得二七三乘得八一謂二再乘得八三乘得一六也如五乘方者七二九之六四以三之二爲原謂三數以五乘則得七二九二數以五乘則得六四也有二數並列子母不同而亦有原數可用者如四之二與九之八並列依對乘法兩母乘得三十六兩子乘得一十六是爲三六之一六其平方之原爲九之四以

四九三十六與夫四四一十六用四為鈕數者也有以全數帶奇數而亦有原可筭者如有全數二又二七之一〇依化法乃二七之六四筭其立方之原為三之四以三再乘為二七四再乘為六四歸其整數即一零三之一也凡有原可筭則可開無原可筭則不可開必命分之母與得分之子各有原則可開若一有原一無原則不可開筭原之術數之多者約之以至于寡如四五之二〇必約之為九之四其開平方之原即三之二也如八一之二四必約之為二七之八其立方之原亦三之二也他如九之六者九有原六無原不可開矣又如二〇之二一者命分數與得分數俱無原不可開矣然則終不可開乎又非也數窮則變變則通雖無原有數之最相近者可借之以為原吾以本數析之又析而相近之原可得也析之之法多取進位平方或析一為十為百立方或析一為百為千數彌多者求彌密其原亦彌近也彌近之數或稍多于所求或稍約于所求然而皆可以為原者也

假如以五數為開平方是為無原而任借一〇為一〇〇之原以自乘得一百以五乘得五〇〇雖一〇不為五〇〇之原乃其原

之最近者有兩數其一爲四八四以二二爲原二十二自乘得四百八十四此近而朒者其一爲五二九以二三爲原二十三自乘得五百二十九此近而盈者何也試以所借一〇爲命分之母以二二爲得分之子以一〇之二二自乘此係整二零一〇之二得一〇〇之四八四內除四百爲四整數而八四爲一〇〇之八四夫四零一〇〇之八四以視二零一〇之二猶五百與二二之比例也試以所借一〇爲毋以二三爲子以一〇之二三自乘此係整二零一〇之三得一〇〇之五二九內除五百爲五整數而二九爲一〇〇之二九夫五零一〇〇之二九以視二零一〇之三猶五百與二三之比例也故一〇可以爲五借也

假如以$\boxed{九}$數爲開立方亦爲無原而任借一〇爲一〇〇〇之原以自乘再乘故以九乘得九〇〇〇雖九千不以一十爲原而其近原者亦有兩數一爲八〇〇〇以二〇爲原自乘再乘此近而朒者一爲九二六一以二一爲原自乘再乘此近而盈者則何也試以一〇爲毋一〇之二〇係整二數以自乘再乘卽得一〇之八試以一〇爲毋一〇之二一係整二數零一〇之一以自乘再乘卽得九零一〇〇〇之二六一也毋一十自乘得一百再乘得一千子整二化二十併入一仍二十一自乘得四百四十一再乘得九千二百六十一以九千歸元得整九餘爲一千之二六一故一〇可以爲九借也

假如列實四○以四乘方開之為無原任借一數為一○以自乘至四乘得一十萬以四○乘之得四百萬用前法推衍其原之近者有兩數其一為二○其一為二一何也以一○為二○之毋此一○之二○係整二數以二自乘再乘三乘四乘為一○之三二以視四○其近而朒者以一○為二一之毋此一○之二一係整二數零一○之一以二零一○之一自乘再乘化整數併子法如前毋四乘得一十萬子自乘再乘得九千二百六十一三乘四乘得整四十數零一十萬之八萬四千一百○一二十一以三乘得一十九萬四千四百八十一以四乘得四百○八萬四千一百○一內以四百萬還元得整四十數其零為八四二○一以視四十其近而盈者故一○可以為四○借也以上三論姑借一○見例若進至百千萬數其數彌多其析愈精則原愈近矣

同文算指通編卷八終