幾何原本

叁

幾何原本第四卷之首

泰西利瑪竇口譯

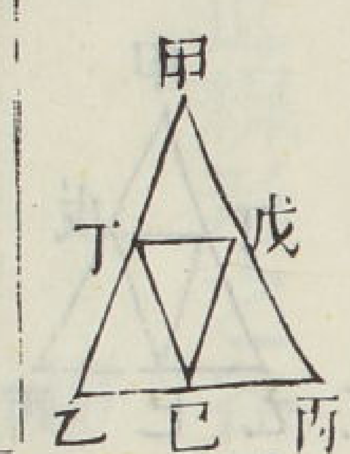
吳淞徐光啓筆受

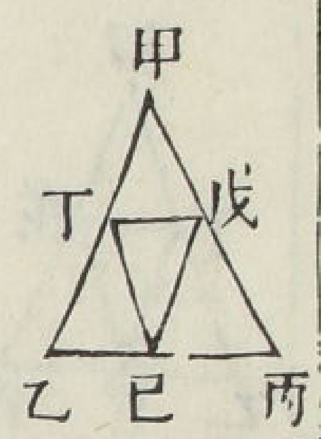
界說七則

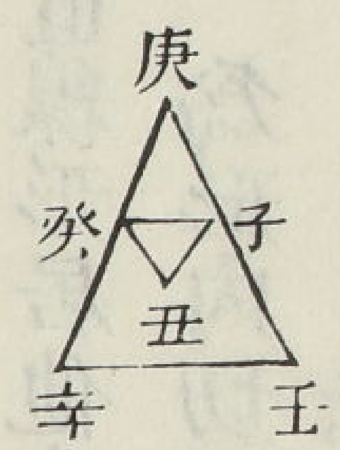
第一界

直線形居他直線形內。而此形之各角切他形之各邊。為形內切形

此卷將論切形在圜之內外。及作圜在形之內外。故解形之切在形內、及切在形外







者先以直線形為例如前圖丁戊已角形之丁戊已三角切甲乙丙角形之甲乙丙丙甲三邊則丁戊已為甲乙丙之形內切形如後圖癸子丑角形雖癸子兩角切庚辛壬角形之庚辛壬庚兩邊而丑角不切辛壬邊則癸子丑不可謂庚辛壬之形內切形

第二界

一直線形居他直線形外而此形之各邊切他形之各角為形外切形

如第一界圖甲乙丙為丁已戊之形外切形　其餘各形倣此二例

第三界

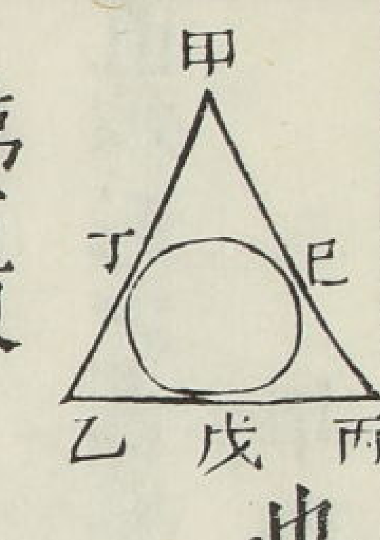
直線形之各角切圓之界為圓內切形

甲乙丙形之三角各切圓界於甲於乙於丙是也

第四界

直線形之各邊切圓之界為圓外切形

甲乙丙形之三邊切圓界於丁於已於戊是



也

第五界

圜之界切直線形之各邊為形內切圜

同第四界圖

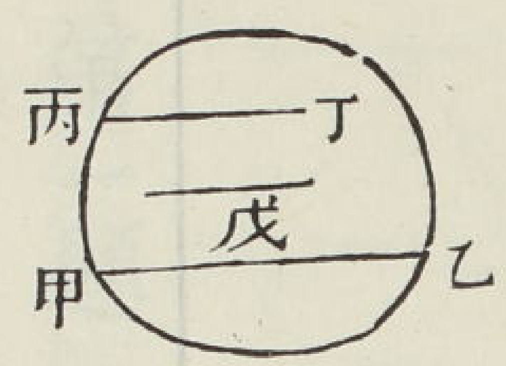
第六界

圜之界切直線形之各角為形外切圜

同第三界圖

第七界

直線之兩界各抵圜界為合圜線



甲乙線兩界各抵甲乙丙圜之界為合圜線若丙抵圜而丁不至及戊之兩俱不至不為合圜線

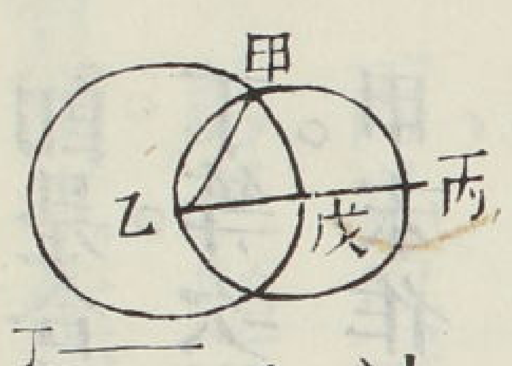
幾何原本第四卷之首終

幾何原本第四卷　本篇論圓內外形　計十六題

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

第一題

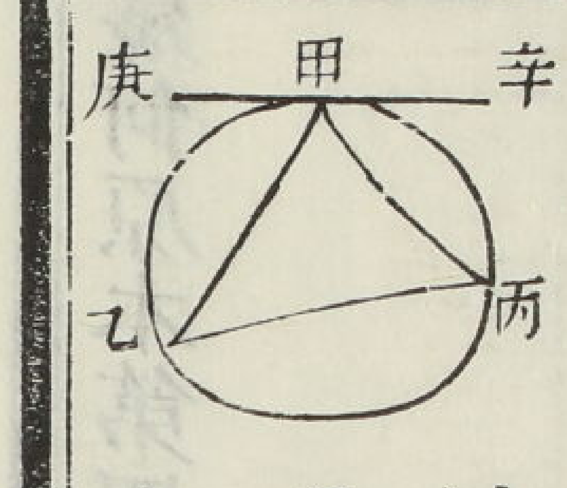
有圓求作合圓線與所設線等此設線不大於圓之徑線



法曰甲乙丙圓求作合線與所設丁線等其丁線不大於圓之徑線（徑為圓內之最大線更大不可合見三卷十五）先作甲乙圓徑為乙丙若乙丙與丁等者

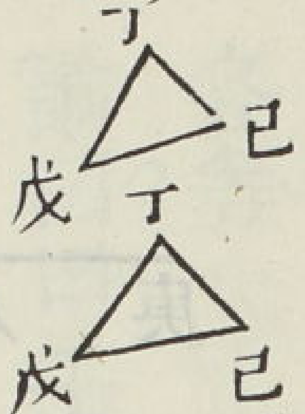
即是合線。若丁小於徑者。即於乙丙上截取乙戊與丁等。次以乙爲心。戊爲界。作甲戊圜。交甲乙丙圜於甲。末作甲乙合線。即與丁等。何者。甲乙與乙戊等。則與丁等

第二題



有圜求作圜內三角切形。與所設三角形等角

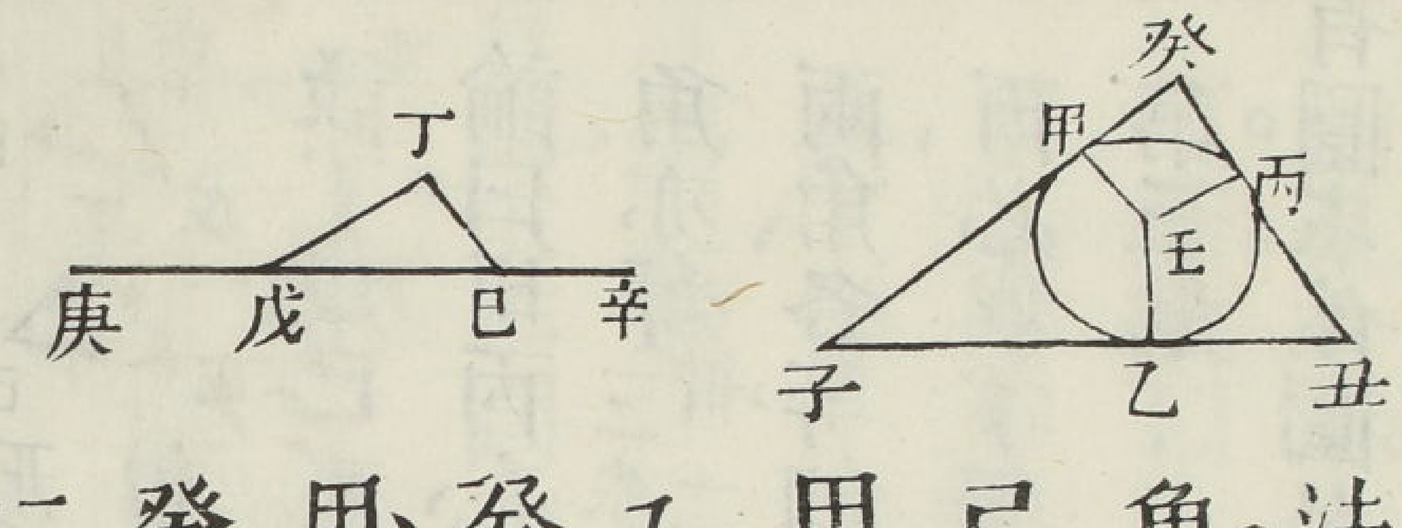
法曰。甲乙丙圜求作圜內三角切形。其三角與所設丁戊己形之三角。各等。先作庚辛線切圜於甲（三卷十七）次作庚甲乙角與設己形之己角等。次作辛甲丙角與設形之戊角等。末作乙丙線。即圜內三角切形與所設丁戊己形等角



論曰。甲丙乙、與庚甲乙、兩角等。甲乙丙、與辛甲丙兩角亦等（三卷卅二）而庚甲乙、辛甲丙、兩角既與所設己戊兩角各等。即甲丙乙、甲乙丙、亦與己戊各等。而乙甲丙必與丁等（一卷卅二）則三角俱等

第三題

有圜求作圜外三角切形。與所設三角形等角



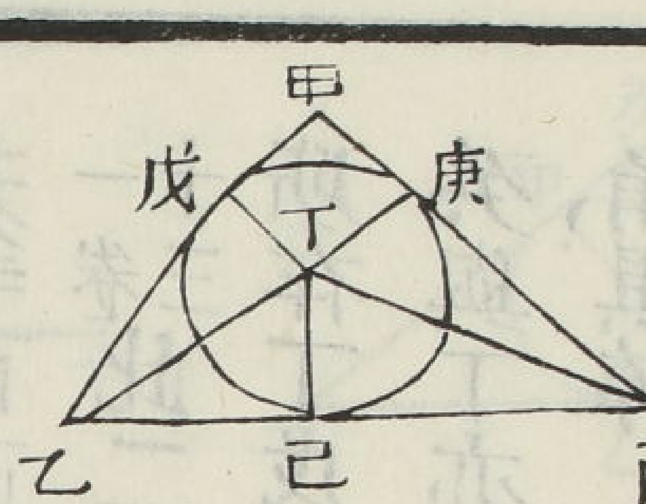
法曰。甲乙丙圜。求作圜外三角切形。其三角與所設丁戊己形之三角各等。先於戊己一邊引長之爲庚辛。次於圜界抵心作甲壬線。次作甲壬乙角。與丁戊庚等。次作乙壬丙角。與丁己辛等。末於甲乙丙上。作癸子、子丑、丑癸三垂線。此三線各切圜於甲、於乙、於丙。三卷十六之系而相遇於子、於丑、於癸。若作甲丙線。即癸甲丙、癸丙甲兩角小於兩直角。而子癸、丑癸兩線必相遇。餘二倣此

此癸子丑三角。與所設丁戊己三角各等。

論曰。甲壬乙子四邊形之四角。與四直角等。一卷卅二題內而壬甲子、壬乙子兩爲直角。卽甲壬乙、甲子乙兩角并等兩直角。彼丁戊庚、丁戊己兩角并亦等兩直角。一卷十三此二等率者。每減一相等之丁戊庚、甲壬乙。則所存丁戊己與甲子乙等。依顯丑角與丁己戊等。則癸與丁亦等。一卷卅二而癸子丑與丁戊己兩形之各三角俱等。

第四題

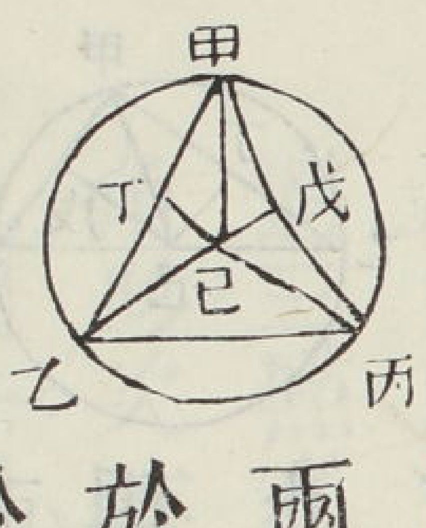
三角形。求作形內切圜。



法曰。甲乙丙角形。求作形內切圜。先以甲乙丙、甲丙乙角各兩平分之。一卷九 作乙丁、丙丁兩直線相遇於丁。次自丁至角形之三邊各作垂線。爲丁己、丁庚、丁戊。其戊丁乙角形之丁戊乙、丁乙戊兩角。與乙丁己角形之丁己乙、丁乙己兩角各等。乙丁同邊。卽丁戊、丁己兩邊亦等。一卷廿六 依顯丁丙己角形與丁庚丙角形之丁己、丁庚兩邊亦等。卽丁戊、丁己、丁庚三線俱等。末作圜。以丁爲心。戊爲界。卽過庚己。爲戊庚己圜。而切角形之甲乙、乙丙、丙甲三邊於戊、於己、於庚。三卷十六之系 此爲形內切圜。

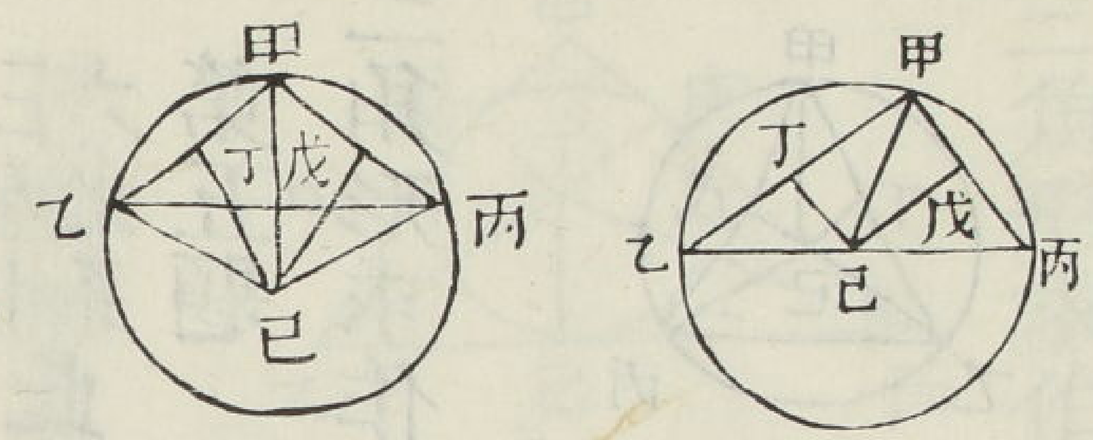
第五題

三角形。求作形外切圜。



法曰。甲乙丙角形。求作形外切圜。先平分兩邊若形是直角、鈍角。則分直角鈍角之兩旁邊於丁、於戊。次於丁、戊上各作垂線。爲己丁、己戊。而相遇於己若自丁至戊作直線。卽己丁戊角形之己丁戊、己戊丁兩角。小於兩直角。

故丁己、戊己、兩線必相遇。其己點或在形內。或在形外。俱作己甲、己乙、己丙、三線。或在乙丙邊上。止作己甲線。其甲丁己角形之甲丁。與乙丁己角形之乙丁。兩腰等。丁己同腰。而丁之兩旁角俱直角。卽甲己、己乙、兩底必等。一卷四依顯甲己、戊丙己、戊兩形之甲己、己丙、兩底亦等。則己甲、己乙、己丙、三線俱等。末作圜。以己爲心。甲爲界。必切丙、乙、而爲角形之形外切圜



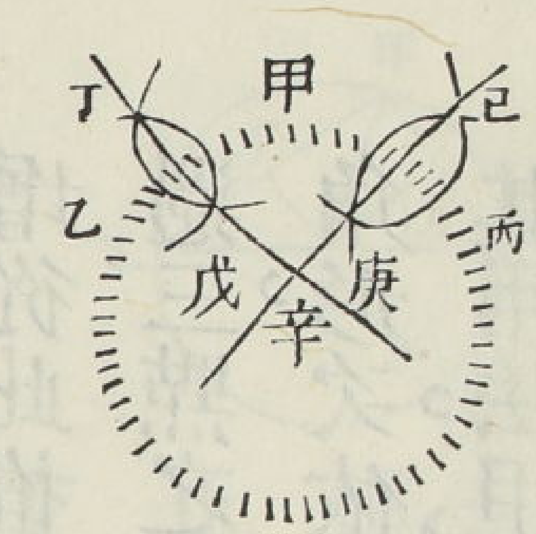
一系。若圜心在三角形內。卽三角形爲鋭角形。何者。每角在圜大分之上。故若在一邊之上。卽爲直角形。若在形外。卽爲鈍角形。

二系。若三角形爲鋭角形。卽圜心必在形內。若直角形。必在一邊之上。若鈍角形。必在形外。

增。從此推得一法。任設三點。不在一直線。可作一過三點之圜。其法先以三點作三直線相聯成三角形。次依前作。

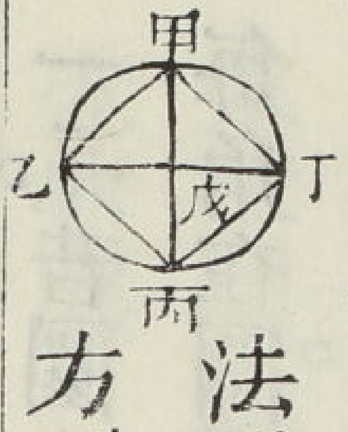
其用法。甲、乙、丙、三點。先以甲、乙、兩點各自爲心。相

向各任作圜分令兩圜分相交於丁、於戊、次甲丙兩點亦如之令兩圜分相交於己、於庚末作丁戊、己庚兩線各引長之令相交於辛卽辛爲圜之心 論見三卷二十五增



第六題

有圜求作內切圜直角方形

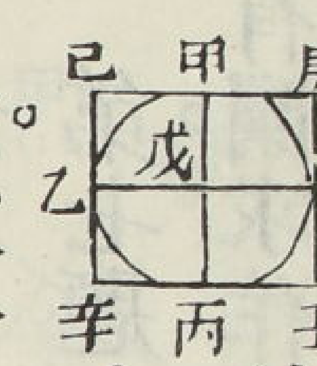


法曰甲乙丙丁圜其心戊求作內切圜直角方形先作甲丙、乙丁兩徑線以直角相交於戊次作甲乙、乙丙、丙丁、丁甲四線卽甲乙丙丁爲內切圜直角方形

論曰甲乙戊角形之甲戊與乙戊丙角形之戊丙兩腰等乙戊同腰而腰間角兩爲直角卽其底甲乙、乙丙等 一卷四 依顯乙丙、丙丁、丁甲亦等則四邊形之四邊俱等而甲乙丙丁四角皆在半圜分之上又皆直角 三卷卅一 是爲內切圜直角方形

第七題

有圜求作外切圜直角方形

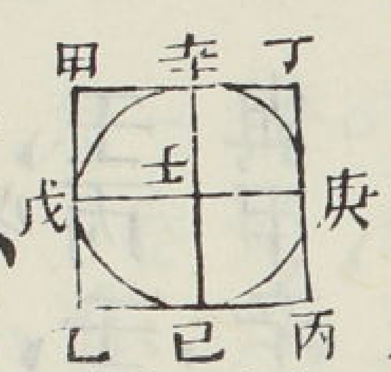


法曰。甲乙丙丁圜。其心戊。求作外切圜直角方形。先作甲丙、乙丁、兩徑線。以直角相交於戊。次於甲乙丙丁作庚己、己辛、辛壬、壬庚、四線。爲兩徑之垂線。而相遇於己、於辛、於壬、於庚。卽己庚壬辛、爲外切圜直角方形

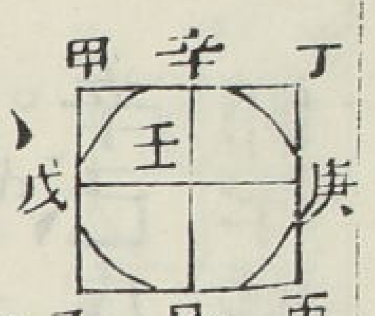
論曰。甲戊乙、己乙戊。既皆直角。卽己辛、甲丙、平行。一卷廿八依顯甲丙、庚壬、亦平行。則己庚、辛壬、亦平行。一卷三十又甲丙辛己、既直角形。卽甲丙、己辛、必等。一卷卅四而甲丙辛、甲己辛、兩角亦等。甲丙辛既直角。卽甲己辛、亦直角。依顯庚壬辛、亦直角。而辛壬、壬庚、庚己、三邊俱等。於甲丙、乙丁、兩徑。既四邊俱等於兩徑。則己庚壬辛、爲直角方形。而四邊各切圜。三卷十六之系

第八題。

直角方形。求作形內切圜



法曰。甲乙丙丁直角方形。求作形內切圜。先以四邊各兩平分於戊、於己、於庚、於辛。而作辛己、戊庚、兩線。交於壬。其甲丁與乙丙。既平行相等。卽半減線之甲辛、乙己。亦平行相等。而甲乙與辛己。



亦平行相等。一卷卅三依題丁丙、與辛己。亦平行、相等。甲丁、乙丙、戊庚。俱平行相等。而甲壬、乙壬、丙壬、丁壬四俱直角形。壬戊、壬己、壬庚、壬辛四線。與甲辛、戊乙、丁辛、甲戊四線各等。夫甲辛、戊乙、丁辛、甲戊各為等線之半。即與之等者壬戊、壬己、壬庚、壬辛。亦自相等。次作圓以壬為心。戊為界必過己庚辛。而切甲丁、丁丙、丙乙、乙甲四邊。三卷十六是為形內切圓

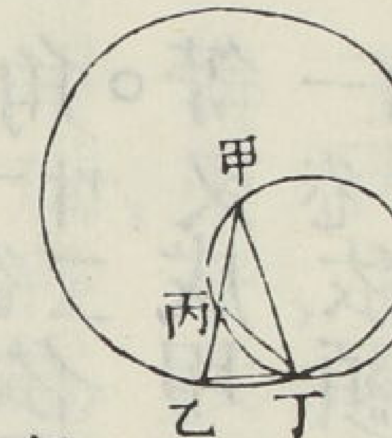
第九題。

直角方形求作形外切圓

法曰。甲乙丙丁直角方形。求作外切圓。先作對角兩線。為甲丙、乙丁。而交於戊。其甲乙丁角形之甲乙、甲丁。兩腰等。即甲乙丁、甲丁乙。兩角亦等。一卷五而乙甲丁為直角。即甲乙丁、甲丁乙。俱半直角。一卷卅二依顯丙乙丁、丙丁乙。亦俱半直角。而四角俱等。又戊甲丁、戊丁甲。兩角等。即戊甲、戊丁。兩邊亦等。一卷六依顯戊甲、戊乙。兩邊亦等。而戊乙、戊丙。兩邊戊丙、戊丁。兩邊各等。次作圓以戊為心。甲為界必過乙丙丁。而為形外切圓

第十題

求作兩邊等三角形而底上兩角各倍大於腰間角。



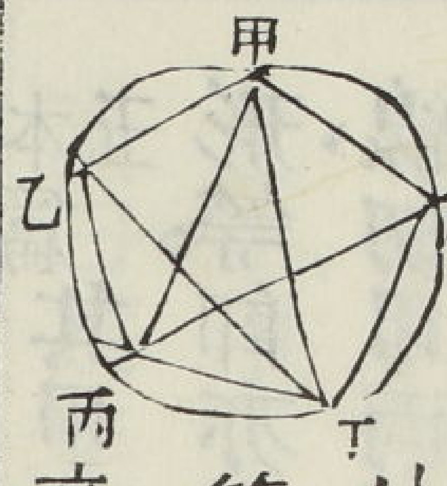
法曰先任作甲乙線。次分之於丙。其分法。須甲乙偕丙乙、矩內直角形與甲丙上直角方形等二卷十一次以甲為心。乙為界作乙丁圓。次作乙丁合圓線與甲丙等本篇一末作甲丁線相聯。其甲乙、甲丁、等。即甲乙丁為兩邊等角形而甲乙丁、甲丁乙兩角各倍大於甲角。

論曰試作丙丁線。而甲丙丁角形外、作甲丙丁切圓本篇五其甲乙偕丙乙、矩內直角形。與甲丙上直角方形等。即亦與至規外之乙丁上直角方形等。而乙丁線切甲丙丁圓於丁三卷卅七即乙丁切線、偕丁丙割線所作乙丁丙角與負丁甲丙圜分之甲角交互相等三卷卅二此二率者每加一丙丁甲角。即甲丁乙全角與丙甲丁、丙丁甲兩角并等。夫乙丙丁外角亦與丙甲丁、丙丁甲、相對之兩內角并等一卷卅二即乙丙丁角與甲丁乙全角等。而與相等之甲乙丁、亦等。丙丁與乙丁、兩線亦等一卷六。夫乙丁元與甲丙等。即丙丁與甲丙、

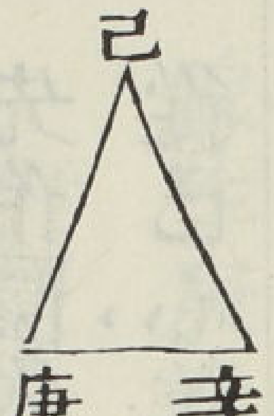
亦等。丙甲丁、丙丁甲兩角亦等。而甲角既與乙丁丙角等。卽乙丁丙與丙丁甲兩角亦等。是甲丁乙倍大於丙丁甲。必倍大於相等之甲角也。而相等之甲乙丁亦倍大於甲也

第十一題

有圜求作圜內五邊切形。其形等邊、等角



法曰。甲乙丙丁戊圜。求作五邊內切圜形。等邊、等角。先作己庚辛兩邊等角形。而庚、辛兩角各倍大於己角。本篇十 次於圜內作



甲丙丁角形。與己庚辛角形各等角。本篇二 次以甲丙丁、甲丁丙兩角各兩平分。一卷九 作丙戊、丁乙兩線。末作甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲五線相聯。卽甲乙丙丁戊為五邊內切圜形而五邊、五角俱自相等

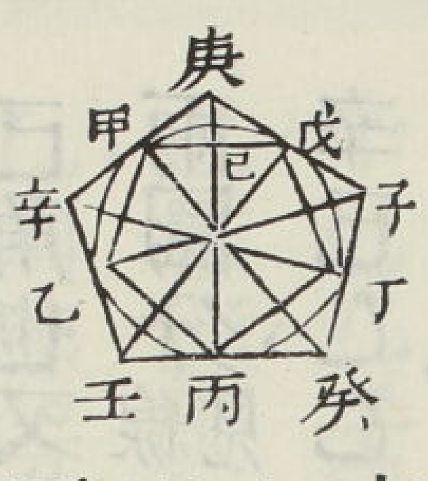
論曰。甲丙丁、甲丁丙兩角。皆倍大於丙甲丁角。而兩角又平分。卽甲丁乙、乙丁丙、丙甲丁、丁丙戊、戊丙甲五角皆等。而五角所乘之甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲五圜分亦等。三卷廿六 卽甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲五線

亦等。三卷廿九是五邊形之五邊等。又甲乙、戊丁、兩圜分
等。而各加一乙丙丁圜分。即甲乙丙丁、與戊丁丙乙
兩圜分等。乘兩圜分之甲戊丁、乙甲戊、兩角亦等。依
顯餘三角與兩角俱等。是五邊形之五角等

第十二題

有圜求作圜外五邊切形。其形等邊、等角

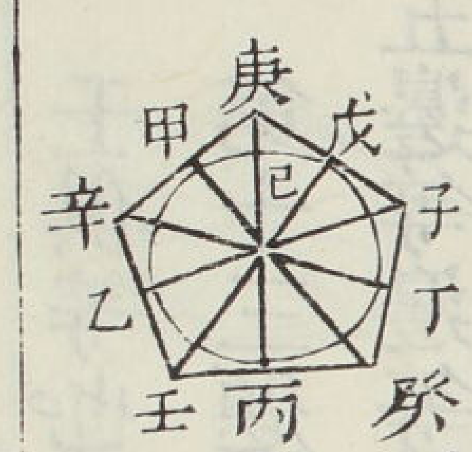
法曰。甲乙丙丁戊圜求作五邊外切圜形等邊等角
先作圜內甲乙丙丁戊五邊等邊、等角、切形。本篇十一次
從己心作己甲、己乙、己丙、己丁、己戊五線。次從此五
線作庚辛、辛壬、壬癸、癸子、子庚、五垂線。相遇於庚、於
辛、於壬、於癸、於子。庚戊甲、庚甲戊、兩角小於兩直角。故甲庚、戊庚、線必相遇。餘四倣此五垂線既切圜。三卷十六即成外切



圜五邊形。而等邊、等角

論曰。試從己心。作己庚、己辛、己壬、己癸、己子、五線。其
己甲、甲辛上兩直角方形。己乙、乙辛上兩直角方形
之兩并、各與己辛上直角方形等。一卷四七即兩并自相
等。此兩并率者、每減一相等之甲己、己乙上直角方
形。即所存甲辛、辛乙上兩直角方形等。則甲辛、辛乙、

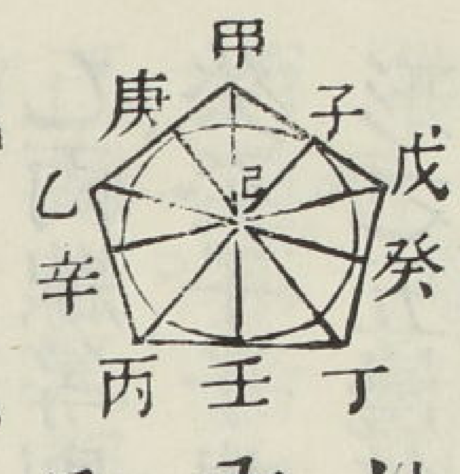
兩線等也。又甲己辛角形之甲己。與乙己辛角形之乙己。兩腰等。己辛同腰。而甲辛、辛乙兩底又等。即甲己辛、辛己乙兩角等一卷八。而甲辛己、乙辛己兩角亦等一卷四。則甲己乙角倍大於辛己乙角也。依顯乙己丙角亦倍大於乙己壬角。乙壬丙角亦倍大於乙壬己角也。又甲己乙、乙己丙兩角。乘甲乙、乙丙相等之兩圜分見三卷廿八線等故圜分等。即兩角自相等三卷廿七。半減之辛己乙、乙己壬兩角亦等。既乙己辛角形之乙己辛、辛乙己兩角與乙己壬角形之乙己壬、壬乙己兩角各等。而乙己同邊。是辛乙、乙壬兩邊亦等也一卷廿六。乙辛己、乙壬己兩角亦等也。則辛壬線倍大於辛乙線也。依顯庚辛線亦倍大於辛甲線也。前已顯甲辛、辛乙兩線等。則倍大之庚辛、辛壬、壬癸、癸子、子庚與庚辛、辛壬俱等也。是爲庚辛壬癸子形之五邊等。又依前所顯乙辛己與乙壬己兩角等。是乙辛甲之減半角與乙壬丙之減半角、等。即倍大之乙辛甲與乙壬丙亦等也。依顯辛壬癸、壬癸子、癸子庚、子庚辛、與庚辛



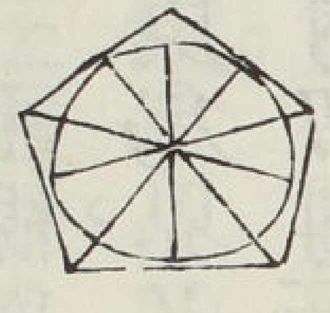
壬俱等也。是爲庚辛壬癸子形之五角等

第十三題

五邊等邊等角形。求作形內切圓。



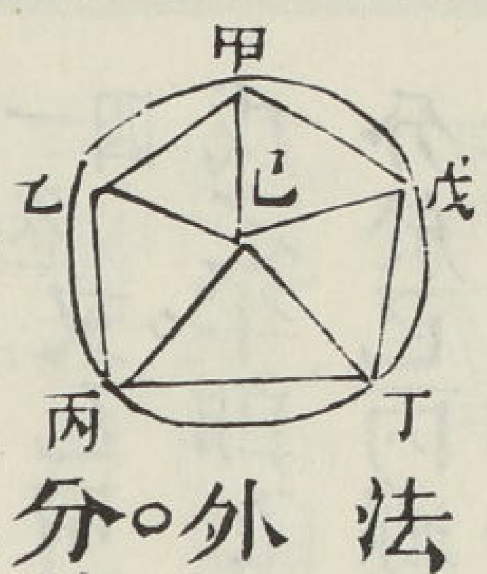
法曰。甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作內切圓。先分乙甲戊、甲乙丙、兩角各兩平分。一卷九 其線爲己甲、己乙。而相遇於己。己甲乙、己乙甲兩角小於兩直角。故己甲、己乙兩線必相遇 自己作己丙、己丁、己戊三線。其甲己乙角形之甲乙腰與乙己丙角形之乙丙腰等。乙己同腰。而兩腰間之甲乙己、丙乙己、兩角等。卽甲己、己丙、兩底亦等。乙甲己、乙丙己、兩角亦等。一卷四 又乙甲戊與乙丙丁、兩角等。而乙甲己爲乙甲戊之半。卽乙丙己亦乙丙丁之半。則乙丙丁角亦兩平分於己丙線矣。依顯丙丁戊、丁戊甲、兩角亦兩平分於己丁、己戊、兩線矣。次從己向各邊作己庚、己辛、己壬、己癸、己子、五垂線。其甲己庚角形之己甲庚、己庚甲、兩角與甲己子角形之己甲子、己子甲、兩角各等。甲己同邊。卽兩形必等。一卷廿六 己子與己庚、兩線亦等。依顯己辛、己壬、己癸、



三垂線與己庚己子兩垂線俱等末作圓以己爲心庚爲界必過辛壬癸子而爲甲乙丙丁戊五邊形之內切圓三卷十六

第十四題

五邊等邊等角形求作形外切圓



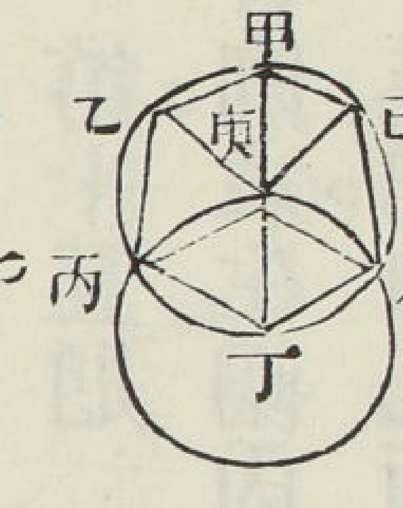
法曰甲乙丙丁戊五邊等邊等角形求作外切圓先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分其線爲己甲己乙而相遇於己次說見前從己作己丙己丁己戊三線依前題論推顯乙丙丁丙丁戊丁戊甲三角各兩平分於己丙己丁己戊三線夫五角既等即其半減之角亦等而甲乙己角形之己甲乙己乙甲兩角等即甲己與己乙兩線亦等一卷六依顯己丙己丁己戊三線與己甲己乙俱等末作圓以己爲心甲爲界必過乙丙丁戊而爲甲乙丙丁戊五邊形之外切圓

第十五題

有圓求作圓內六邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊己圓其心庚求作六邊內切圓形

等邊、等角。先作甲丁徑線。次以丁為心。庚為界。作圜。兩圜相交於丙、於戊。次從庚心作丙庚、戊庚兩線。各引長之。為丙己、戊乙。末作甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊己、己甲六線相聯。即成甲乙丙丁戊己內切圜六邊形。而等邊、等角



論曰。庚丙、庚丁兩線等。而丁丙與丁庚亦等。依圜界說三邊俱等。即庚丙丁為平邊角形。而庚丁丙、丁丙庚、丙庚丁三角俱等。一卷五此三角元與兩直角等。一卷卅二即每角為兩直角三分之一。而丙庚丁角為兩直角三分之一也。依顯丁庚戊角亦兩直角三分之一。而丙庚丁、丁庚戊、戊庚己三角。又等於兩直角。一卷十三即戊庚己角亦兩直角三分之一。則丙庚丁、丁庚戊、戊庚己三角亦自相等。而此三角與己庚甲、甲庚乙、乙庚丙三角亦等。一卷十五是輳庚心之六角俱自相等。而所乘之六圜分三卷廿六及甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊己、己甲六線俱自相等。三卷廿九則甲乙丙丁戊己形之六邊等。又乙丙、與甲己兩圜分等。而各加一丙丁戊己圜分。即乙丙丁戊己與甲己戊丁丙兩圜分等。而所乘

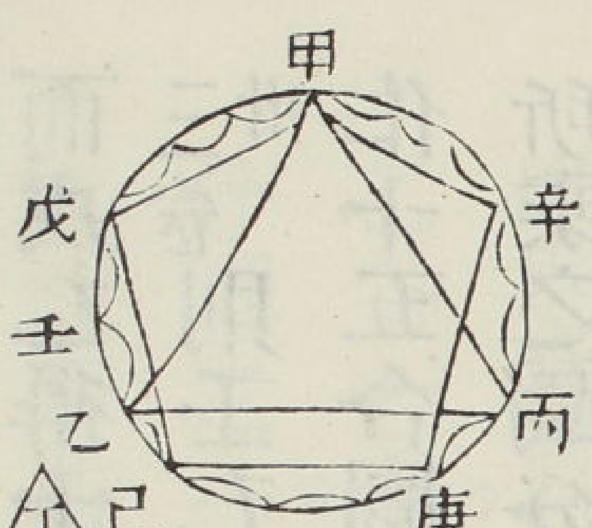
之乙甲己與甲乙丙兩角等三卷廿七依顯乙丙丁、丙丁戊、丁戊己、戊己甲四角與乙甲己、甲乙丙兩角俱等則甲乙丙丁戊己形之六角等

一系凡圜之半徑為六分圜之一之分弦何者庚丁與丁丙等故一開規為圜不動而可六平分之

二系依前十二、十三、十四題可作六邊等邊等角形在圜之外又六邊等邊等角形內可作切圜又六邊等邊等角形外可作切圜

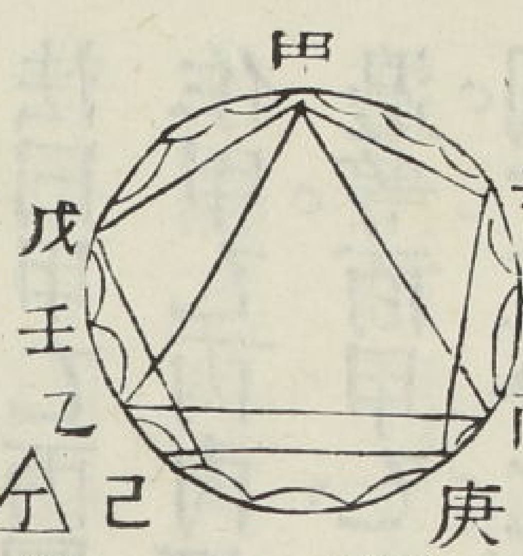
第十六題

有圜求作圜內十五邊切形其形等邊等角



法曰甲乙丙圜求作十五邊內切圜形等邊等角先作甲乙丙內切圜平邊三角形與丁等角本篇二即三邊等而甲乙、乙丙、丙甲三圜分亦等三卷廿八夫甲乙丙圜十五分之則甲乙三分圜之一當為十五分之五次從甲作甲戊己庚辛內切圜五邊形等角本篇十一即甲戊、戊己、己庚、庚辛、辛甲五圜分等三卷廿八夫甲乙丙圜十五分之則甲戊五分圜之一當為十五分之三

而戊乙得十五分之二。次以戊乙圓分兩平分於壬
三卷卅 則壬乙得十五分之一。次作壬乙線。依壬乙共
作十五合圓線。本篇一 則成十五邊等邊形。而十五角
所乘之圓分等。即各角亦等。三卷廿七



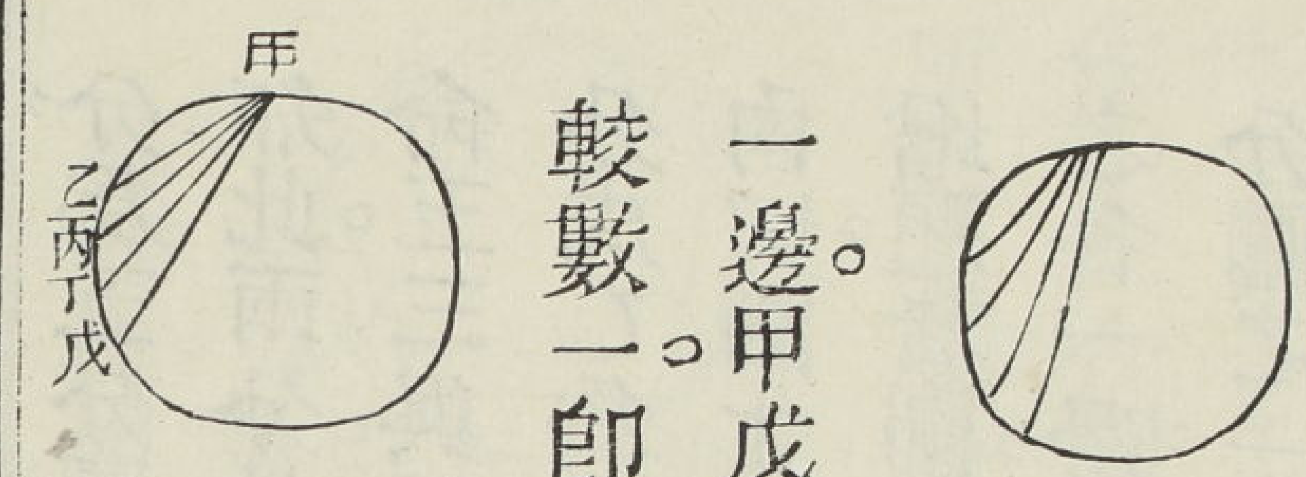
一系 依前十二、十三、十四題。可作外切
圓十五邊形。又十五邊形內可作切圓。
又十五邊形外可作切圓。

注曰 依此法可設一法作無量數形。如
本題圖甲乙圓分為三分圓之一。即命三。甲戊圓
分為五分圓之一。即命五。三與五相乘得十五。即
知此兩分法可作十五邊形。又如甲乙命三。甲戊
命五。三與五較得二。即知戊乙得十五分之二。因
分戊乙為兩平分。得壬乙線為十五分之一。可作
內切圓十五邊形也。以此法為例。作後題

增題 若圓內從一點設切圓兩不等等邊等角形
之各一邊。此兩邊一為若干分圓之一。一為若干
分圓之一。此兩若干分相乘之數。即後作形之邊
數。此兩若干分之較數。即兩邊相距之圓分所得

後作形邊數內之分數

法曰甲乙丙丁戊圓內從甲點作數形之各一邊如甲乙爲六邊形之一邊甲丙爲五邊形之一邊甲丁爲四邊形之一邊甲戊爲三邊形之一邊甲乙命六甲丙命五較數一卽乙丙圓分爲所作三十邊等邊等角形之一邊何者五六相乘爲三十故當作三十邊也較數一故當爲一邊也



論曰甲乙圓分爲六分圓之一卽得三十分圓之五而甲丙爲五分圓之一卽得三十分圓之六則乙丙得三十分圓之一也依顯乙丁爲二十四邊形之二邊也何者甲乙命六甲丁命四六乘四得二十四也又較數二也依顯乙戊爲十八邊形之三邊也丙丁爲二十邊形之一邊也丙戊爲十五邊形之二邊也丁戊爲十二邊形之一邊也

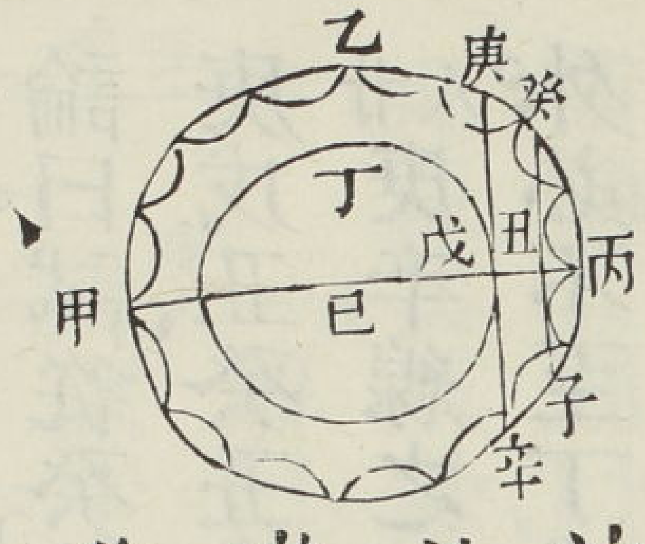
二系凡作形於圓之內等邊則等角何者形之角所乘之圓分皆等故三卷廿七凡作形於圓之外卽從圓心

作直線抵各角依本篇十二題可推顯各角等

三系凡等邊形既可作在圓內即依圓內形可作在圓外即形內可作圓即形外亦可作圓皆依本篇十二十三十四題

四系凡圓內有一形欲作他形其形邊倍於此形邊即分此形一邊所合之圓分為兩平分而每分各作一合線即三邊可作六邊四邊可作八邊倣此以至無窮

又補題圓內有同心圓求作一多邊形切大圓不至小圓其多邊為偶數而等



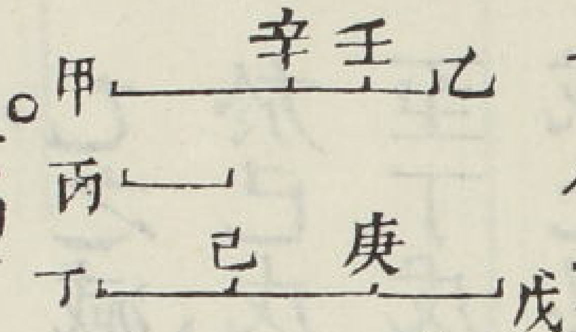
法曰甲乙丙丁戊兩圓同以己為心求於甲乙丙大圓內作多邊切形不至丁戊小圓其多邊為偶數而等先從己心作甲丙徑線截丁戊圓於戊次從戊作庚辛為甲戊之垂線即庚辛線切丁戊圓於戊也卷三十六之系夫甲庚丙圓分雖大於丙庚若于甲庚丙減其半甲乙存乙丙又減其半乙壬存壬丙又減其半壬癸如是遞減至其減餘丙癸必小於丙庚如下補論既得

丙癸圜分。小於丙庚。而作丙癸合圜線。即丙癸為所求切圜形之一邊也。次分乙壬圜分。其分數。與丙壬之分數等。次分甲乙與乙丙分數等。分丙甲與甲乙丙分數等。則得所求形。三卷廿九而不至丁戊小圜。

論曰。試從癸作癸子為甲丙之垂線。遇甲丙於丑。其庚戊丑癸丑戊兩皆直角。即庚辛癸子為平行線。一卷廿八庚辛線之切丁戊圜。既止一點。即癸子線更在其外。必不至丁戊矣。何況丙癸更遠於丑癸乎。依顯其餘與丙癸等邊。同度距心者。三卷十四俱不至丁戊圜也。

此係十二卷第十六題。因六卷今增題宜藉此論。故先類附於此

補論。其題曰。兩幾何不等。若於大率遞減其大半。必可使其減餘小於元設小率。



解曰。甲乙大率。丙小率。題言於甲乙遞減其大半。至可使其減餘小於丙。

論曰。試以丙倍之。又倍之。至僅大於甲乙而止。為丁戊。丁戊之分為丁己。己庚。庚戊。各與丙等也。次於甲乙減其大半甲辛。存辛乙。又減其大半辛壬。存壬乙。如是遞減。至甲乙與丁戊之分數等。夫甲辛。

辛壬、壬乙。與丁己、己庚、庚戊。分數既等。丁戊、又大於
甲乙。若兩率各為兩分而大丁戊之減丁己、止於半。
小甲乙之減甲辛。為大半。即丁戊之減餘必大於甲
乙之減餘也。若各為多分而己戊尚多於丙者。即又
於己戊減己庚。於辛乙減其大半辛壬。如是遞減。卒
至丁戊之末分庚戊。大於甲乙之末分壬乙也。而庚
戊元與丙等。是壬乙小於丙也

又論曰。若於甲乙遞減其半。亦同前論。何者。大丁戊
所減不大於半。則丁戊之減餘每大於甲乙之減餘。

以至末分。亦大於末分此係十卷第一題借用於此以足上論

幾何原本第四卷終

幾何原本第五卷之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說十九則

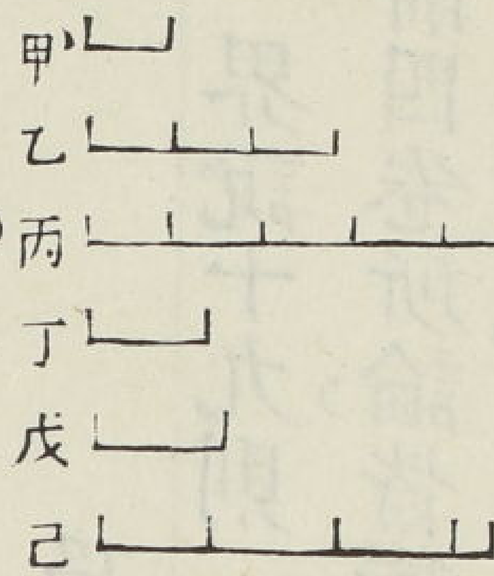
前四卷所論皆獨幾何也此下二卷所論皆自兩以上多幾何同例相比者也而本卷則總說完幾何之同例相比者也諸卷中獨此卷以虛例相比絕不及線面體諸類也第六卷則論線論角論圜界諸類及諸形之同例相比者也今先解向後所用名目為界說

十九

第一界

分者幾何之幾何也小能度大以小為大之分

以小幾何度大幾何謂之分曰幾何之幾何者謂非此小幾何不能為此大幾何之分也如一點無分亦非幾何即不能為線之分也一線無廣狹之分非廣狹之幾何即不能為面之分也一面無厚薄之分非厚薄之幾何即不能為體之分也曰能度



大者謂小幾何能盡大之分者也如甲為乙為丙之分則甲為乙三分之一為丙六分之一無贏不足也若戊為丁之一即贏為二即不足己為丁之三即贏為四即不足是小不盡大則丁不能為戊己之分也以數明之若四於八於十二於十六於二十諸數皆能盡分無贏不足也若四於六於七於九於十於十八於三十八諸數或贏或不足皆不能盡分者也本書所論皆指能盡分者故稱為分若不盡分者當稱幾分幾何之幾如四於六為三分六之二

不得正名為分。不稱小度大也。不為大幾何內之小幾何也

第二界

若小幾何能度大者。則大為小之幾倍

如第一界圖甲與乙。能度丙。則丙為甲與乙之幾倍。若丁、戊。不能盡己之分。則己不為丁、戊之幾倍

第三界

比例者。兩幾何以幾何相比之理

兩幾何者。或兩數。或兩線。或兩面。或兩體。各以同類大小相比。謂之比例。若線與面。或數與線。相比。此異類。不為比例。又若白線與黑線。熱線與冷線。相比。雖同類。不以幾何相比。亦不為比例也

比例之說。在幾何為正用。亦有借用者。如時。如音。如聲。如所。如動。如稱之屬。皆以比例論之

凡兩幾何相比。以此幾何比他幾何。則此幾何為前率。所比之他幾何為後率。如以六尺之線比三尺之線。則六尺為前率。三尺為後率也。反用之。以三尺之線比六尺之線。則三尺為前率。六尺為後率也

比例爲用甚廣。故詳論之如左

凡比例有二種。有大合。有小合。以數可明者爲大合。如二十尺之線。比十尺之線是也。其非數可明者。爲小合。如直角方形之兩邊。與其對角線。可以相比。而非數可明者是也

如上二種。又有二名。其大合者。爲有兩度之線。如二十尺。比八尺。兩線爲大合。則二尺。四尺。皆可兩度之者是也。如此之類。凡數之比例。皆大合也。何者。有數之屬。或無他數可兩度者。無有一數不可兩度者。若七比九。無他數可兩度之。以一則可兩度之也。其小合線。爲無兩度之線。如直角方形之兩邊。與其對角線。爲小合。卽分至萬分。以及無數。終無小線可以盡分。能度兩率者是也。此論詳見十卷末題

小合之比例。至十卷詳之。本篇所論。皆大合也

凡大合有兩種。有等者。如二十比二十。十尺之線比十尺之線是也。有不等者。如二十比十。十八比四十六尺之線。比二尺之線是也。

如上等者。爲相同之比例。其不等者。又有兩種。有以

大不等。如二十比十是也有以小不等如十比二十是也。大合比例之以大不等者又有五種一爲幾倍大。二爲等帶一分三爲等帶幾分四爲幾倍大帶一分。五爲幾倍大帶幾分

一爲幾倍大者謂大幾何內有小幾何。或二、或三、或十、或八也如二十與四是二十內爲四者五如三十尺之線與五尺之線是三十尺內爲五尺者六則二十與四。名爲五倍大之比例也三十尺與五尺名爲六倍大之比例也倣此爲名可至無窮也

二爲等帶一分者謂大幾何內既有小之一別帶一分此一分或元一之半或三分之一四分之一以至無窮者。是也如三與二是三內既有二別帶一爲二之半如十二尺與九尺、之線是十二內既有九別帶三三爲九三分之一則三與二名爲等帶半也十二尺與九尺名爲等帶三分之一也

三爲等帶幾分者謂大幾何內既有小之一別帶幾分而此幾分、不能合爲一盡分者是也如八與五是八內既有五別帶三一每一各爲五之分而三一不

能合而爲五之分也。他如十與八。其十内既有八。別帶二一。雖每一各爲八之分。與前例相似。而二一却能爲八四分之一。是爲帶一分。屬在第二。不屬三也。則八與五名爲等帶三分也。又如二十二與十六。卽名爲等帶六分也。四爲幾倍大帶一分者。謂大幾何内既有小幾何之二之三之四。等別帶一分。此一分。或元一之半。或三分四分之一。以至無窮者是也。如九與四。是九内既有二四。別帶一。一爲四四分之一。則九與四名爲二倍大帶四分之一也

五爲幾倍大帶幾分者。謂大幾何内既有小幾何之二之三之四。等別帶幾分。而此幾分不能合爲一盡分者是也。如十一與三。是十一内既有三三。別帶二一。每一各爲三之分。而二一不能合而爲三之分也。則十一與三名爲三倍大帶二分也

大合比例之以小不等者。亦有五種。俱與上以大不等五種相反。爲名一爲反幾倍大。二爲反等帶一分。三爲反等帶幾分。四爲反幾倍大帶一分。五爲反幾倍大帶幾分

凡比例諸種如前所設諸數俱有書法。書法中有全數有分數。全數者如一、二、三、十、百等是也。分數者如分一以二、以三、以四等是也。書全數依本數書之。不必立法。書分數必有兩數。一爲命分數。一爲得分數。即如分一以三而取其二。則爲三分之二。卽三爲命分數。二爲得分數也。分一爲十九而取其七。則爲十九分之七。卽十九爲命分數。七爲得分數也。

書以大小不等各五種之比例。其一幾倍大以全數書之。如二十與四爲五倍大之比例。卽書五是也。若四倍、卽書四。六倍、卽書六也。其反幾倍大。卽用分數書之。而以大比例之數爲命分之數。以一爲得分之數。如大爲五倍大之比例。則此書五之一、是也。若四倍、卽書四之一。六倍、卽書六之一也。

其二等帶一分之比例。有兩數。一全數。一分數。其全數恆爲一。其分數則以分率之數爲命分數。恆以一爲得分數。如三與二名爲等帶半。卽書一別書二之一也。其反等帶一分。則全用分數。而以大比例之命分數爲此之得分數。以大比例之命分數加一爲此

之命分數如大為等帶二之一。即此書三之二也。又如等帶八分之一。反書之。即書九之八也。又如等帶一千分之一。反書之。即書一千〇〇一之一千也

其三等帶幾分之比例。亦有兩數。一全數。一分數。其全數亦恆為一。其分數亦以分率之數、為命分數。以所分之數為得分數。如十與七。名為等帶三分。即書一。別書七之三也。其反等帶幾分。亦全用分數。而以大比例之命分數、為此之得分數。以大比例之命分數加大之得分數。為此之命分數。如大為等帶七之三。命數七。得數三。七加三為十。即書十之七也。又如等帶二十之三。反書之。二十加三。即書二十三之二十也

其四幾倍大帶一分之比例。則以幾倍大之數、為全數。以分率之數。為命分數。恆以一為得分數。如二十二與七。二十二內既有三七。別帶一。一為七。七分之一。名為三倍大帶七分之一。即以三為全數。七為命分數。一為得分數。書三。別書七之一也。其反幾倍大帶一分。則以大比例之命分數、為此之得分數。以大之

命分數、乘大之倍數加一。爲此之命分數。如大爲三帶七之一。卽以七乘三、得二十一。又加一。爲命分數書二十二之七也。又如五帶九之一。反書之。九乘五、得四十五。加一、爲四十六。卽書四十六之九也

其五幾倍大帶幾分之比例。亦以幾倍大之數爲全數。以分率之數爲命分數。以所分之數、爲得分數。如二十九與八。二十九內。既有三八。別帶五一。名爲三倍大帶五分。卽以三爲全數。八爲命分數。五爲得分數。書三別書八之五也。其反幾倍大帶幾分。則以大比例之命分數。爲此之得分數。以大比例之命分數、乘大之倍數。加大之得分數。爲此之命分數。如大爲三帶八之五。卽以八乘三、得二十四。加五、爲二十九。書二十九之八也。又如四帶五之二。卽書二十二之五也

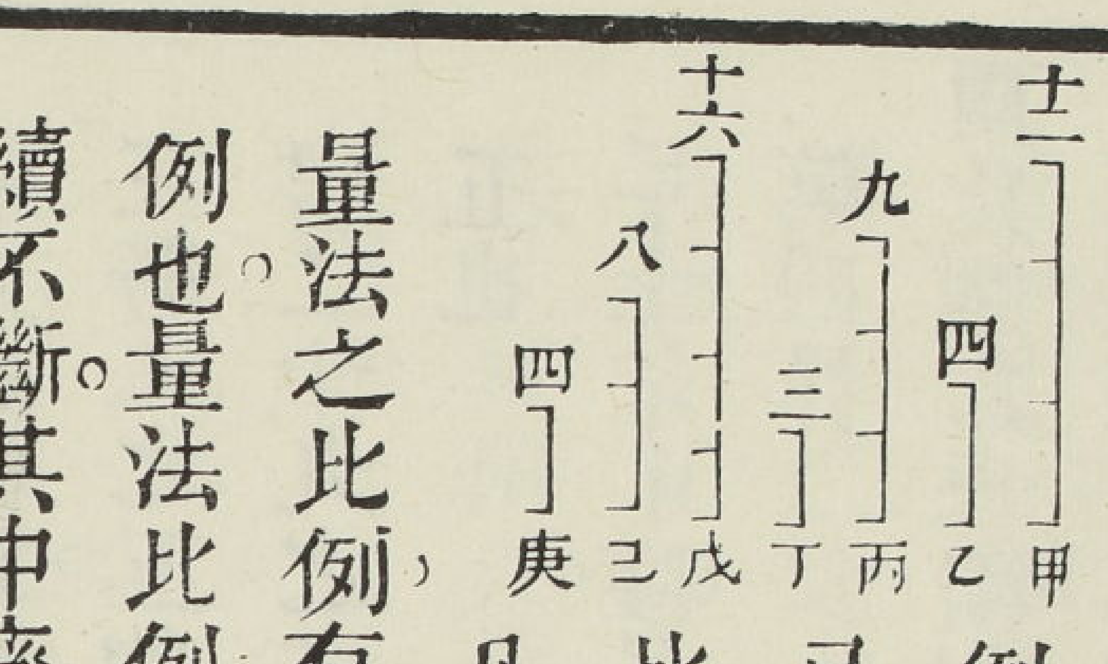
已上大小十種。足盡比例之几。不得加一、減一

第四界

兩比例之理相似。爲同理之比例

兩幾何相比謂之比例。兩比例相比謂之同理之比

例如甲與乙兩幾何之比例偕丙與丁兩幾何之比



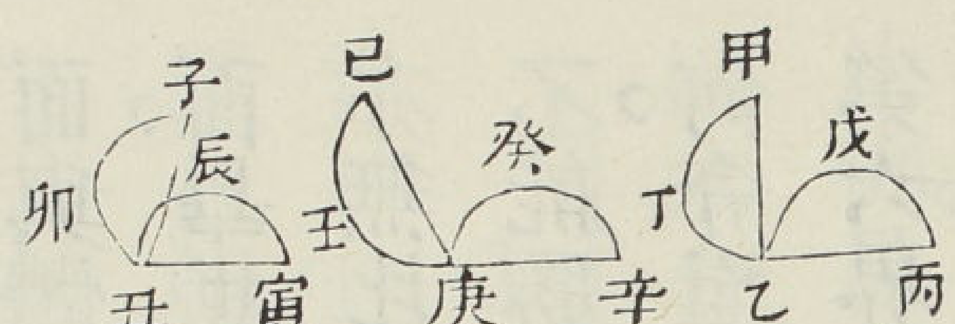
例其理相似爲同理之比例又若戊與
己兩幾何之比例偕己與庚兩幾何之
比例其理相似亦同理之比例
凡同理之比例有三種有數之比例有
量法之比例有樂律之比例本篇所論皆量法之比
例也量法比例又有二種一爲連比例連比例者相
續不斷其中率與前後兩率遞相爲比例而中率既
爲前率之後又爲後率之前如後圖戊與己比己又
與庚比是也二爲斷比例斷比例者居中兩率一取
不再用如前圖甲自與乙比丙自與丁比是也

第五界

兩幾何倍其身而能相勝者爲有比例之幾何
上文言爲比例之幾何必同類然同類中亦有無比
例者故此界顯有比例之幾何也曰倍其身而能相
勝者如三尺之線與八尺之線三尺之線三倍其身
即大於八尺之線是爲有比例之線也又如直角方
形之一邊與其對角線雖非大合之比例可以數明

而直角方形之一邊一倍之。即大於對角線。兩邊等三角形。其兩邊并。必大於一邊。見一卷二十是亦有小合比例之線也。又圖之徑四倍之。即大於圓之界。則圓之徑與界亦有小合比例之線也。圓之界。當三徑七分徑之一弱。別見圜形書又曲線與直線亦有比例。如以大小兩曲線相合為初月形。別作一直角方形與之等。六卷三十三一增題今附即曲直兩線相視有大有小。亦有比例也。又方形與圜。雖自古至今學士無數。不能為相等之形。然兩形相視。有大有小。亦不可謂無比例也。又直線角與曲線角。亦有比例。如上圖。

直角、鈍角、銳角。皆有與曲線角等者。若第一圖。甲乙丙直角。在甲乙、乙丙兩直線內。而其間設有甲乙丁、與丙乙戊兩圜分角等。即於甲乙丁角加甲乙戊角。則丁乙戊曲線角與甲乙丙直角等矣。依顯壬庚癸曲線角與已庚辛鈍角等也。又依顯卯丑辰曲線角與子丑寅銳角。各減同用之子丑、丑辰、內圖小分。即兩角亦等也。



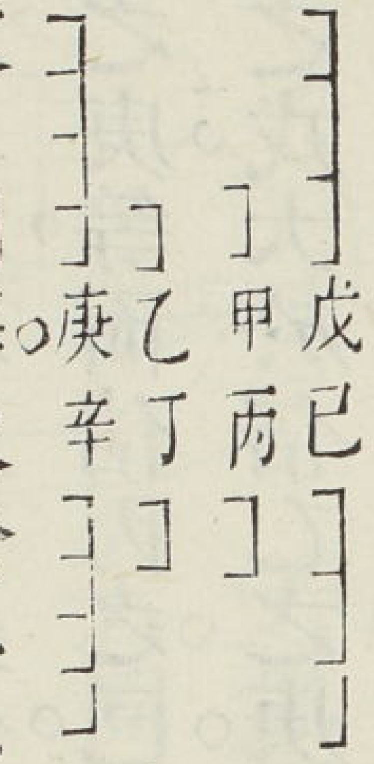
此五者皆疑無比例。而實有比例者也。他若有窮之線、與無窮之線。雖則同類。實無比例。何者。有

窮之線畢世倍之不能勝無窮之線故也又線與面面與體各自爲類亦無比例何者畢世倍線不能及面畢世倍面不能及體故也又切圜角與直線銳角亦無比例何者依三卷十六題所說畢世倍切邊角不能勝至小之銳角故也此後諸篇中每有倍此幾何令至勝彼幾何者故備著其理以需後論也

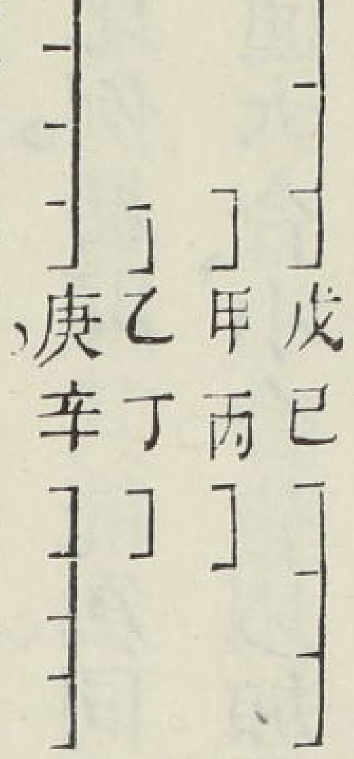
第六界

四幾何若第一與二偕第三與四爲同理之比例則第一第三之幾倍偕第二第四之幾倍其相視或等或俱爲大俱爲小恆如是

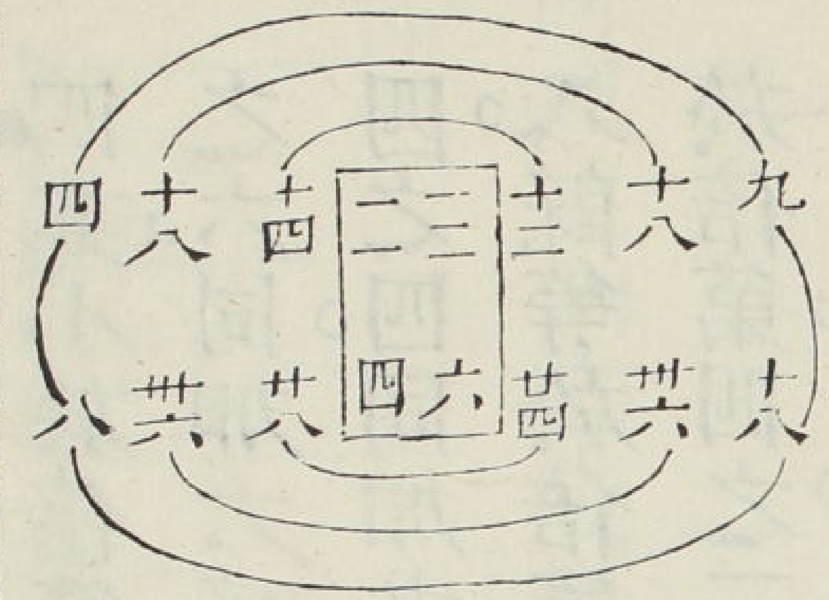
兩幾何曷顯其能爲比例乎上第五界所說是也兩比例曷顯其能爲同理之比例乎此所說是也其術通大合小合皆以加倍法求之如一甲二乙三丙四



丁四幾何於一甲三丙任加幾倍爲戊爲己戊倍甲己倍丙其數自相等次於二乙四丁任加幾倍爲庚爲辛庚倍乙辛倍丁其數自相等而戊與己偕庚與辛相視或等或俱大或俱小如是等大小累試之恆如是即知

一甲與二乙偕三丙與四丁爲同理之比例也
如初試之甲幾倍之戊小於乙幾倍之庚而丙幾倍
之巳亦小於丁幾倍之辛又試之倍甲之戊與倍乙
之庚等而倍丙之巳亦與倍丁之辛等三試之倍甲
之戊大於倍乙之庚而倍丙之巳亦大於倍丁之辛


此之謂或相等或雖不等而俱
爲大俱爲小若果合一差即元
設四幾何不得爲同理之比例如下第八界所指是
也

下文所論若言四幾何爲同理之比例即當推顯第
一第三之幾倍與第二第四之幾倍或等或俱大俱
小若許其四幾何爲同理之比例亦如之


以數明之如有四幾何第一爲三第二爲二第三爲
六第四爲四今以第一之三第三之
六同加四倍爲十二爲二十四次以
第二之二第四之四同加七倍爲十
四爲二十八其倍第一之十二既小
於倍第二之十四而倍第三之二十

四。亦小於倍第四之二十八也。又以第一之三。第三之六。同加六倍。爲十八。爲三十六。次以第二之二。第四之四。同加九倍。爲十八。爲三十六。其倍第一之十八。既等於倍第二之十八。而倍第三之三十六。亦等於倍第四之三十六也。又以第一之三。第三之六。同加三倍。爲九。爲十八。次以第二之二。第四之四。同加二倍。爲四。爲八。其倍第一之九。既大於倍第二之四。而倍第三之十八。亦大於倍第四之八也。若爾或倶大、倶小。或等。累試之。皆合。則三與二。偕六與四。得爲

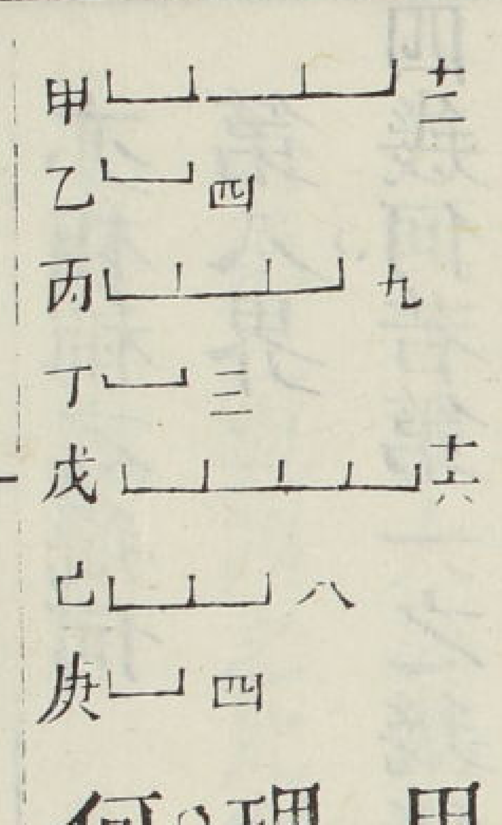
同理之比例也

以上論四幾何者。斷比例之法也。其連比例法倣此。但連比例之中。率兩用之。既爲第二。又爲第三。視此異耳

第七界

同理比例之幾何。爲相稱之幾何

甲與乙。若丙與丁。是四幾何、爲同理之比例。卽四幾何、爲相稱之幾何。又戊與己。若己與庚。卽三幾何、

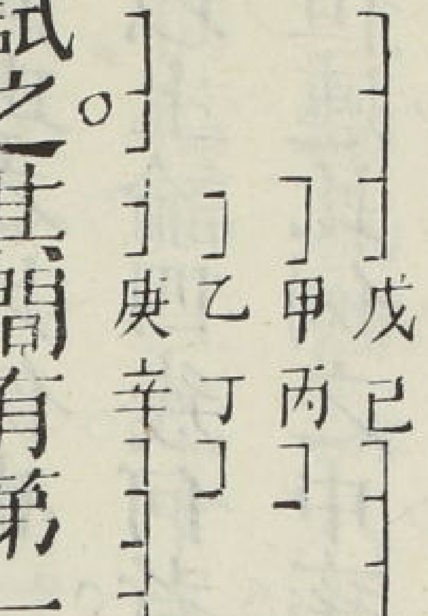


亦相稱之幾何

第八界

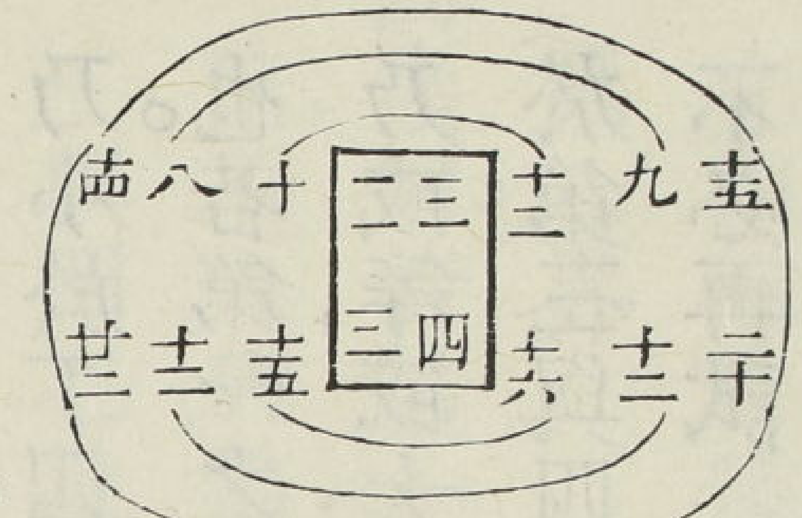
四幾何若第一之幾倍大於第二之幾倍而第三之幾倍不大於第四之幾倍則第一與二之比例大於第三與四之比例

此反上第六界而釋不同理之兩比例其相視曷顯



爲大曷顯爲小也謂第一第三之幾倍與第二第四之幾倍依上界試之其間有第一之幾倍大於第二之幾倍而第三之幾倍乃或等或小於第四之幾倍卽第一與二之比例大於第三與四之比例也如上圖甲一乙二丙三丁四甲與丙各三倍爲戊己乙與丁各四倍爲庚辛其甲三倍之戊大於乙四倍之庚而丙三倍之己乃小於丁四倍之辛卽甲與乙之比例大於丙與丁也若第一之幾倍小於第二之幾倍而第三之幾倍乃或等或大於第四之幾倍卽第一與二之比例小於第三與四之比例如是等大小相戾者但有其一不必再試

以數明之。中設三、二、四、三、四幾何。先有第一之倍。大於第二之倍。而第三之倍。亦大於第四之倍。後復有第一之倍。大於第二之倍。而第三之倍。乃或等或小、於第四之倍。卽第一與二之比例。大於第三與四也。



若以上圖之數反用之。以第一爲二。第二爲一。第三爲四。第四爲三。則第一與二之比例。小於第三與四

第九界

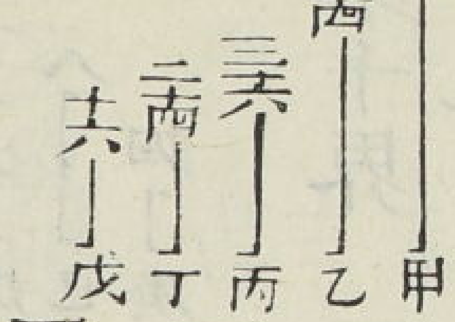
同理之比例。至少必三率

同理之比例。必兩比例相比。如甲與乙。若丙與丁。是四率斷比例也。若連比例之戊與己。若己與庚。則中率己、既爲戊之後。又爲庚之前。是以三率當四率也

第十界

三幾何。爲同理之連比例。則第一與三。爲再加之比例。四幾何。爲同理之連比例。則第一與四。爲三加之比例。倣此以至無窮

甲乙丙丁戊五幾何。為同理之連比例。其甲與乙。若
乙與丙。乙與丙若丙與丁。丙與丁若丁與戊。即一甲
與三丙視一甲與二乙為再加之比例。又一甲與四



丁視一甲與二乙為三加之比例。何者。甲、
丁之中。有乙、丙兩幾何。為同理之比例。如
甲與乙故也。又一甲與五戊視一甲與二
乙為四加之比例也。若反用之。以戊為首。則一戊與
三丙為再加。與四乙為三加。與五甲為四加也。
下第六卷二十題言。此直角方形與彼直角方形。為

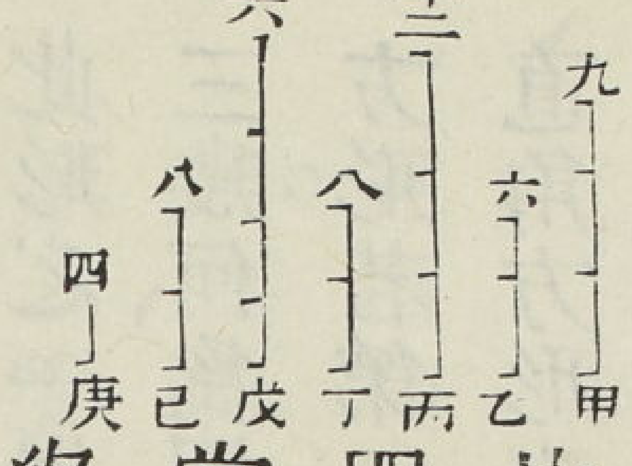
此形之一邊與彼形之一邊再加之比例。何者。若作
三幾何。為同理之連比例。則此直角方形與彼直角
方形。若第一幾何與第三幾何故也。以數明之。如此
直角方形之邊三尺。而彼直角方形之邊一尺。即此
形邊與彼形邊。若九與一也。夫九與一之間。有三為
同理之比例。則九、三、一三幾何之連比例。既有三與
一為比例。又以九比三。三比一為再加之比例也。則
彼直角方形。當為此形九分之一。不止為此形三分
之一也。大畧第一與二之比例。若線相比。第一與三

若平面相比。第一與四。若體相比也。第一與五。若筭家三乘方。與六若四乘方。與七若五乘方。倣此以至無窮

第十一界

同理之幾何前與前相當後與後相當

上文已解同理之比例。此又解同理之幾何者。葢一比例之兩幾何。有前後。而同理之兩比例四幾何。有兩前兩後。故特解言比例之論常以前與前相當。後與後相當也。如上甲



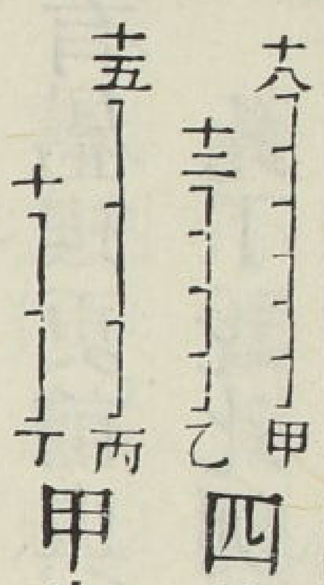
與乙丙與丁兩比例同理。則甲與丙相當。乙與丁相當也。戊己己庚兩比例同理。則己既為前。又為後。兩相當也。如下文有兩三角形之邊相比。亦常以同理之兩邊相當。不可混也

上文第六第八界說幾何之幾倍常以一與三同倍。二與四同倍。則以第一第三為兩前。第二第四為兩後。各同理故

第十二界

有屬理更前與前更後與後

此下說比例六理皆後論所需也



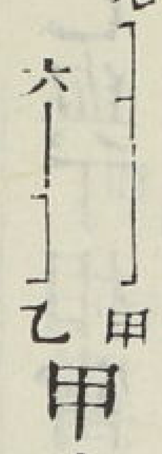
四幾何。甲與乙之比例。若丙與丁。今更推甲與丙。若乙與丁。爲屬理　下言屬理皆省曰更

此論未證。證見本卷十六

此界之理。可施於四率同類之比例。若兩線兩面。或兩面兩數等。不爲同類。卽不得相更也

第十三界

有反理。取後爲前。取前爲後



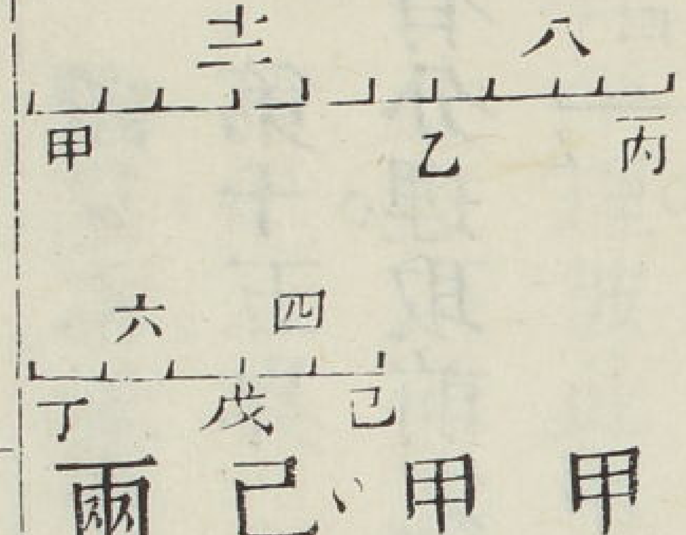
甲與乙之比例。若丙與丁。今反推乙與甲。若丁與丙。爲反理

證見本篇四之系

此界之理。亦可施於異類之比例

第十四界

有合理。合前與後爲一。而比其後



甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊己。今合甲丙爲一。而比乙丙。合丁己爲一。而比戊己。卽推甲丙與乙丙。若丁己與戊己。是合兩前後率。爲兩一率。而比兩後率也

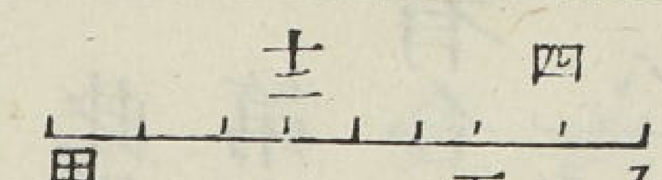
證見本卷十八

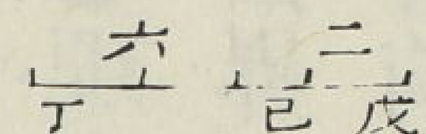
第十五界

有分理。取前之較、而比其後

甲乙與丙乙之比例。若丁戊與己戊。今分推甲乙之較甲丙、與丙乙。若丁戊之較丁己、與己戊

證見本卷十七



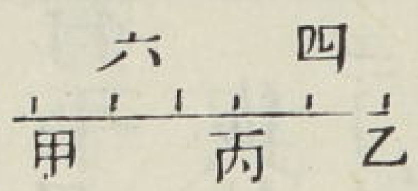


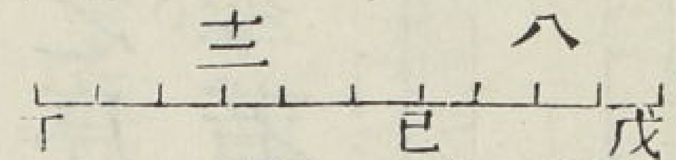
第十六界

有轉理。以前為前。以前之較為後

甲乙與丙乙之比例。若丁戊與己戊。今轉推甲乙與甲丙。若丁戊與丁己

證見本卷十九

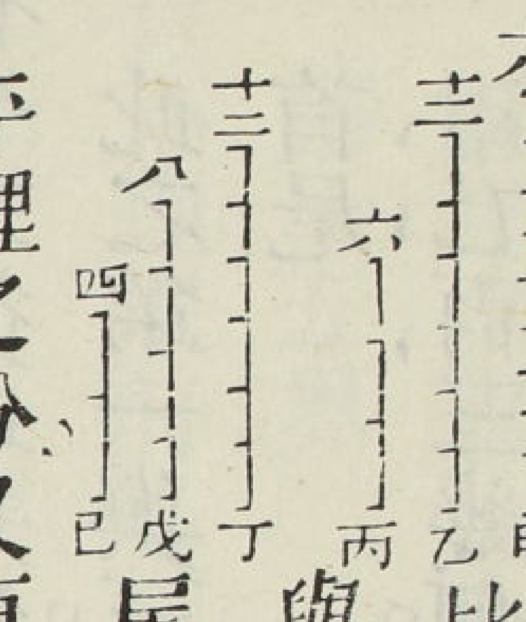




第十七界

有平理。彼此幾何各自三以上。相為同理之連比例。則此之第一與三。若彼之第一與三。又曰去其中。取其首尾

甲乙丙三幾何。丁戊己三幾何。等數相為同理之連

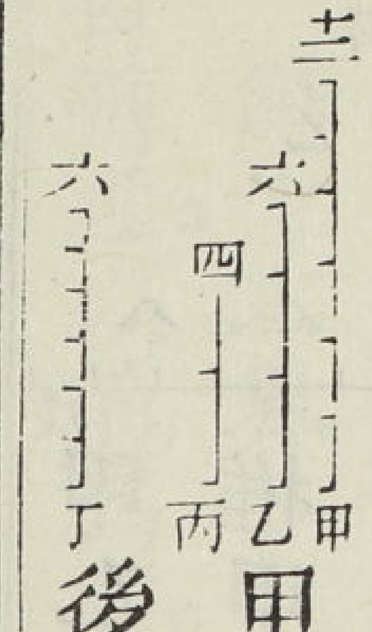


比例者。甲與乙、若丁與戊。乙與丙、若戊與己也。今平推首甲、與尾丙、若首丁、與尾己。

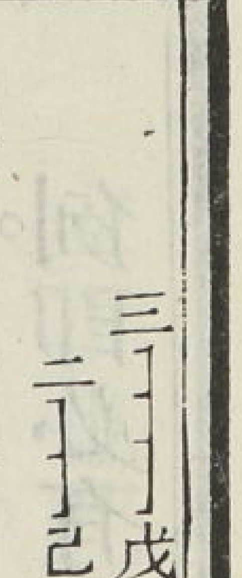
平理之分、又有二種。如後二界。

第十八界。

有平理之序者。此之前與後、若彼之前與後。而此之後、與他率。若彼之後與他率。



甲與乙、若丁與戊。而後乙、與他率丙。若後戊、與他率己。是序也。今平推甲與丙、

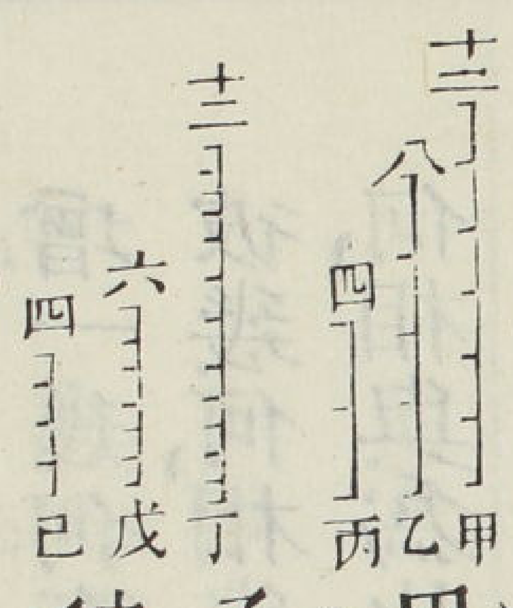


若丁與己也。此與十七界同。重宣序義。以別後界也。

證見本卷廿二。

第十九界。

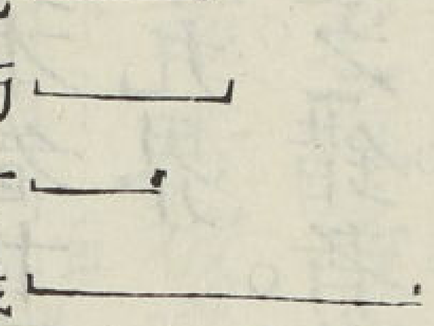
有平理之錯者。此數幾何、彼數幾何。此之前與後、若彼之前與後。而此之後與他率、若彼之他率與其前。



甲乙丙數幾何。丁戊己數幾何。其甲與乙、若戊與己。又此之後乙、與他率丙。若彼之他率丁、與前戊。是錯也。今平推甲與丙、若丁與己也。十八、十九界推法、於十七界中通論之。故兩題中不再著也。

證見本卷廿三

增。一幾何有一幾何、相與爲比例。卽此幾何。必有彼幾何、相與爲比例而兩比例等。一幾何有一幾何相與爲比例。卽必有彼幾何與此幾何爲比例。而兩比例等此例同理省曰比例等


甲 乙 丙 丁 戊

甲幾何與乙幾何、爲比例。卽此幾何丙亦必有彼幾何、如丁相與爲比例若甲與乙也。丙幾何與丁幾何、爲比例。卽必有彼幾何、如戊與此幾何丙、爲比例若丙與丁也。此理推廣無礙。於理有之。不必舉其率也。舉率之理備見後卷

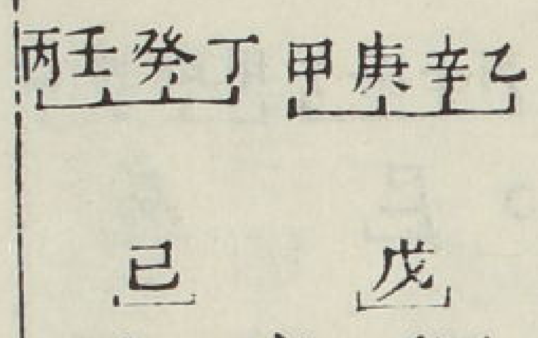
幾何原本第五卷之首終

幾何原本第五卷　本篇論比例　計三十四題

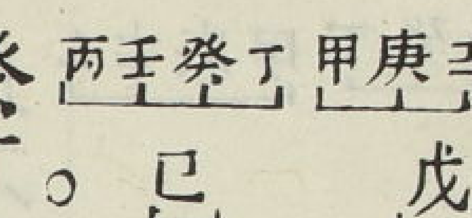
泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

第一題

此數幾何。彼數幾何。此之各率同幾倍於彼之各率。則此之并率亦幾倍於彼之并率。



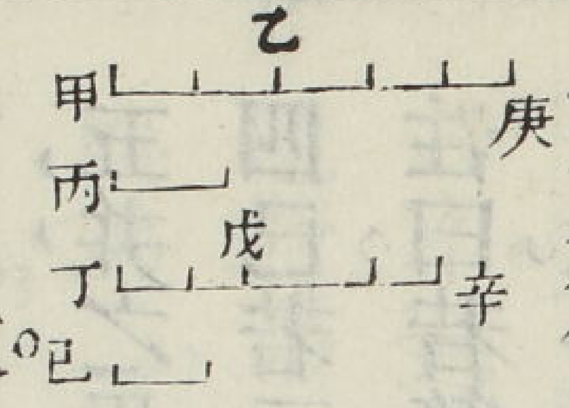
解曰。如甲乙、丙丁。此二幾何。大於戊己、彼二幾何。各若干倍。題言甲乙、丙丁并。大於戊己并。亦若干倍。



論曰如甲乙與丙丁既各三倍大於戊與己即以甲乙三分之各與戊等為甲庚庚辛辛乙又以丙丁三分之各與己等為丙壬壬癸癸丁即甲乙與丙丁所分之數等而甲庚既與戊等丙壬既與己等即於甲庚加丙壬於戊加己其甲庚丙壬并與戊己并必等依顯庚辛壬癸并辛乙癸丁并與戊己并各等夫甲乙與丙丁之分三合於戊己皆等本卷界說二則甲乙丙丁并三倍大於戊己并

第二題

六幾何其第一倍第二之數等於第三倍第四之數而第五倍第二之數等於第六倍第四之數則第一第五并倍第二之數等於第三第六并倍第四之數

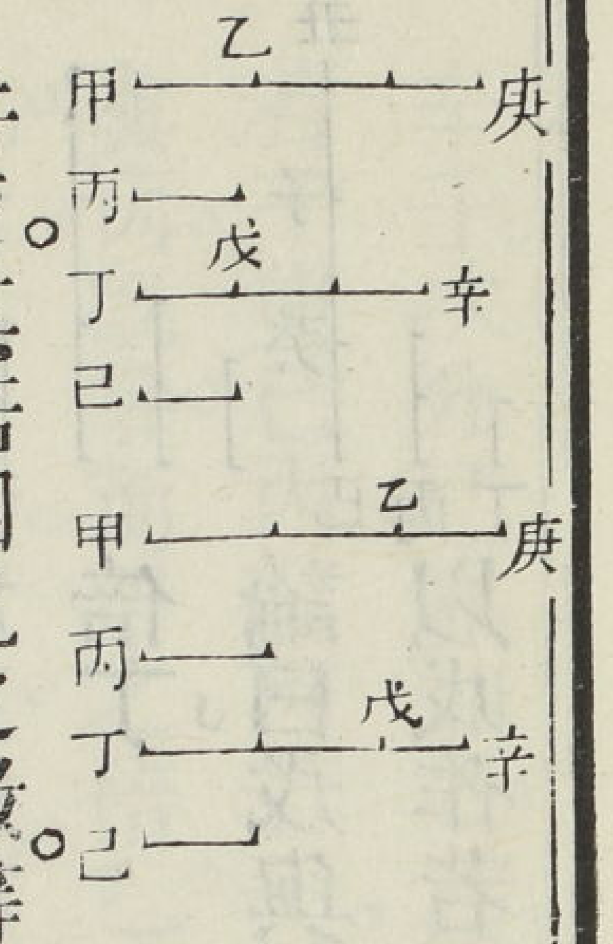


解曰一甲乙倍二丙之數如三丁戊倍四己之數又五乙庚倍二丙之數如六戊辛倍四己之數題言一甲乙五乙庚并倍二丙之數若三丁戊六戊辛并倍四己之數

論曰甲乙丁戊之倍於丙己其數等則甲乙幾何內有丙幾何若干與丁戊幾何內有己幾何若干其數

亦等本卷界說二依顯乙庚內有丙若干與戊辛內有已若干亦等。次於甲乙丁戊兩等數率每加一等數之乙庚戊辛率則甲庚丁辛兩幾何內之分數等。而一五并之甲庚內有二丙若干與三六并之丁辛內有四已若干亦等。

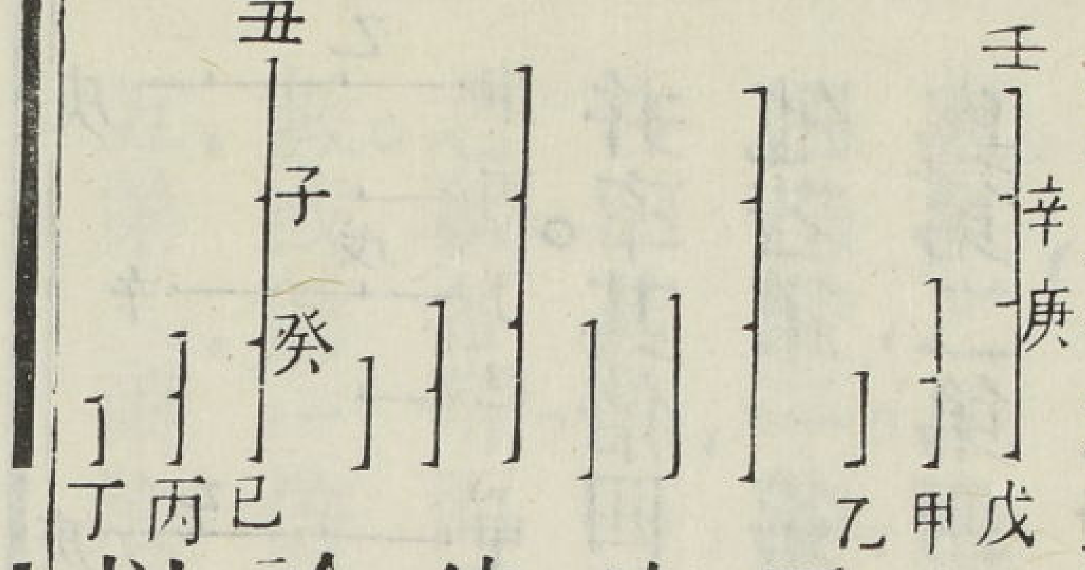
注曰若第一第三兩幾何之數與第二第四兩幾何之數各等而第五倍第二之數等於第六倍第四之數或第一倍第二之數等於第三倍第四之數而第五第二兩幾何之數與第六第四兩幾何之數各等。



倶同本論。如上二圖。甲庚為第一第五之并率其倍二丙之數與丁辛為第三第六之并率。其倍四已之數等也甲庚內有丙若干與丁辛內有已若干等故同理他若第一第三兩幾何之數第五第六兩幾何之數與第二第四兩幾何之數各等。此理更明。何者。第一第五并之倍第二若第三第六并之倍第四倶兩倍故

第三題

四幾何。其第一之倍於第二。若第三之倍於第四。次倍第一。又倍第三。其數等。則第一所倍之與第二。若第三所倍之與第四



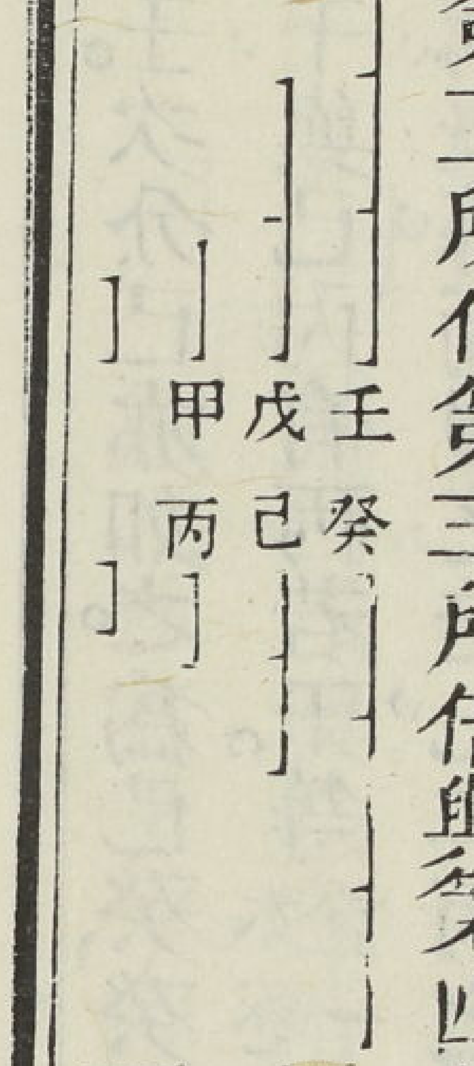
解曰。一甲所倍於二乙。若三丙所倍於四丁。次作戊己兩幾何。同若干倍於甲、於丙。題言以平理推。戊倍乙之數。若己倍丁。

論曰。戊與己之倍甲與丙。其數既等。試以戊作若干分。各與甲等。爲戊庚、庚辛、辛壬。次分己亦如之。爲己癸、癸子、子丑。即戊內有甲若干。與己內有丙若干等。本卷界說一夫戊庚與甲。己癸與丙。既等。而甲之倍乙。與丙之倍丁。又等。則戊庚倍乙。若己癸倍丁也。依顯庚辛、辛壬。各所倍於乙。若癸子、子丑。各所倍於丁也。夫一戊庚之倍二乙。既若三己癸之倍四丁。而五庚辛之倍二乙。亦若六癸子之倍四丁。則一戊庚、五庚辛幷之倍二乙。若三己癸、六癸子、幷之倍四丁也。本篇二又一戊辛之倍二乙。既若三己子之倍四丁。而五辛壬之倍二乙。亦若六子丑

之倍四丁。則一戊辛、五辛壬、并之倍二乙。若三己子、六子丑、并之倍四丁也。辛壬、子丑、以上任作多分。皆倣此論

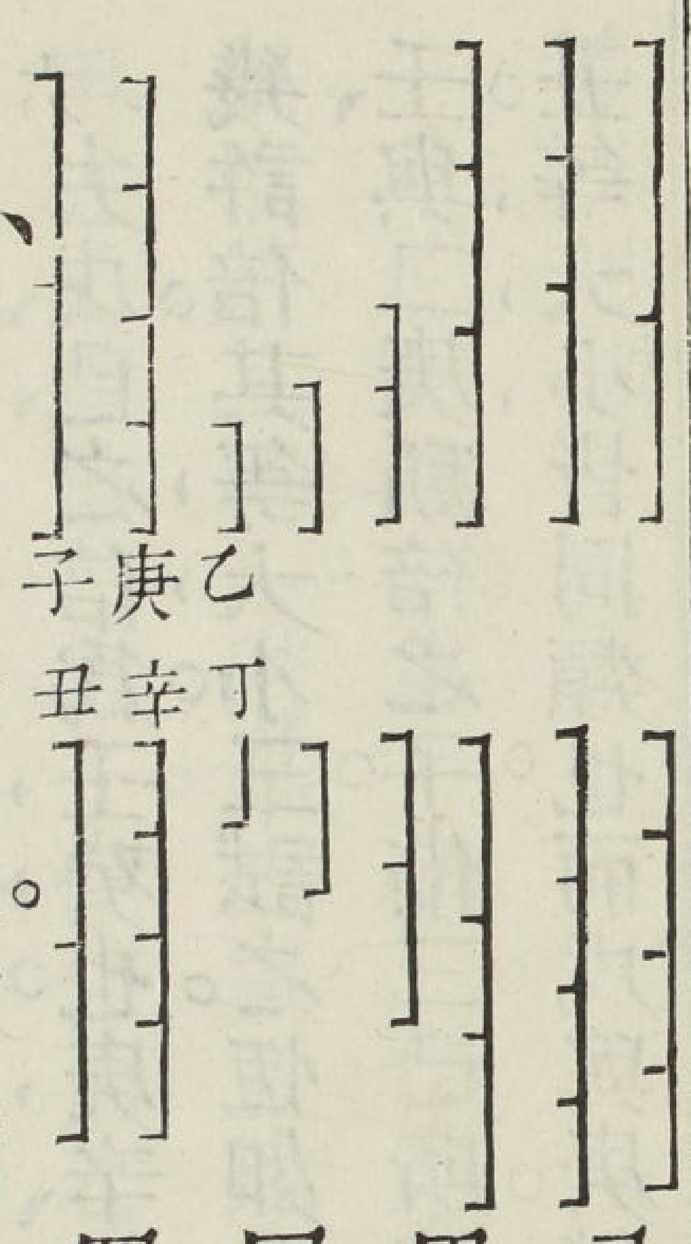
第四題 其系爲反理

四幾何。其第一與二。偕第三與四。比例等。第一、第三同任爲若干倍。第二、第四同任爲若干倍。則第一所倍、與第二所倍。第三所倍、與第四所倍。比例亦等。



解曰。甲與乙。偕丙與丁。比例等。次作戊與

己。同任若干倍於一甲、丙。別作庚與辛。同任若干倍於二乙、四丁。



題言一甲所倍之戊、與二乙所倍之庚。偕三丙所倍之己、與四丁所倍之辛。比例亦等

論曰。試以戊、己二幾何。同任倍之、爲壬、爲癸。別以庚、辛、同任倍之、爲子、爲丑。其戊之倍甲。既若己之倍丙。而壬之倍戊。亦若癸之倍己。卽壬之倍甲。亦若癸之

倍丙也（本篇三）依顯子之倍乙。亦若丑之倍丁也。夫甲與乙、偕丙與丁、之比例既等。而壬癸所倍於甲丙子丑所倍於乙丁。各等。卽三試之若倍甲之壬小於倍乙之子。則倍丙之癸。亦小於倍丁之丑矣。若壬子等、卽癸丑亦等矣。若壬大於子。卽癸亦大於丑矣（本卷界說六）夫戊、己之倍爲壬癸也。庚辛之倍爲子丑也。不論幾許倍。其等大小三試之。恆如是也。則一戊所倍之壬、與二庚所倍之子。偕三己所倍之癸、與四辛所倍之丑、等大小皆同類也。而戊與庚。偕己與辛之比例、必等（本卷界說六）

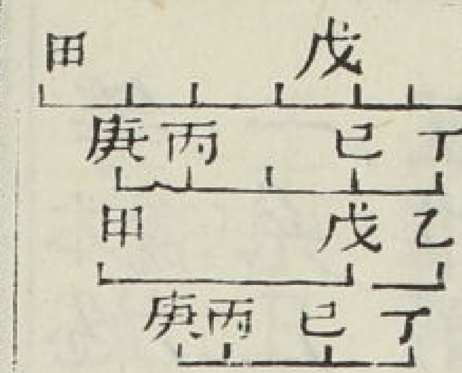
一系。凡四幾何。第一與二。偕第三與四。比例等。卽可反推第二與一。偕第四與三。比例亦等。何者。如上倍甲之壬、與倍乙之子。偕倍丙之癸、與倍丁之丑。等大、小、俱同類。而顯甲與乙、若丙與丁。卽可反說倍乙之子、與倍甲之壬。偕倍丁之丑、與倍丙之癸。等、大、小、俱同類。而乙與甲。亦若丁與丙（本卷界說六）

二系。別有一論。亦本書中所恆用也。曰若甲與乙、偕丙與丁比例等。則甲之或二、或三倍、與乙之或二、或

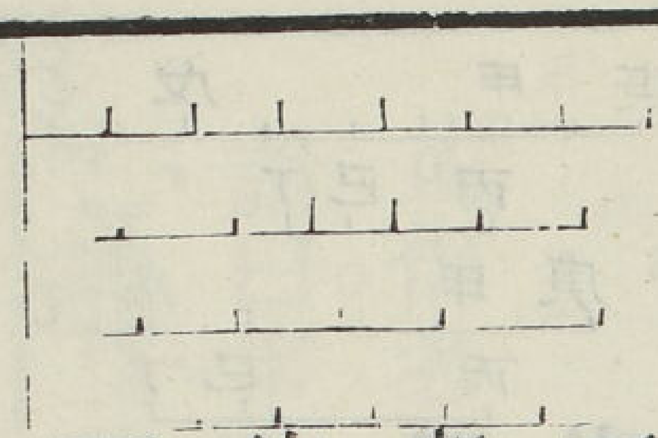
三倍偕丙之或二或三倍、與丁之或二或三倍。比例俱等。倣此以至無窮

第五題

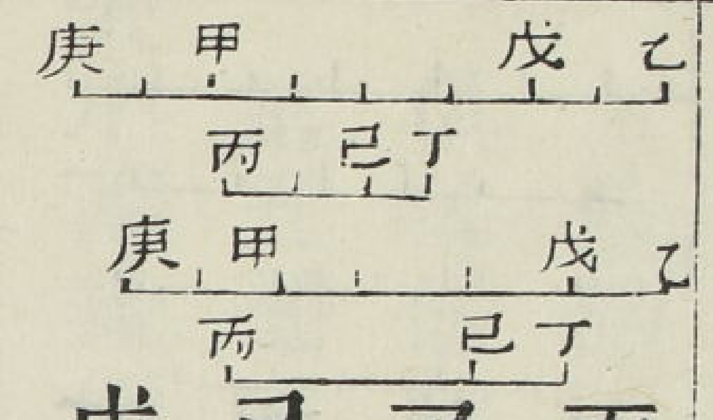
大小兩幾何。此全所倍於彼全。若此全截取之分、所倍於彼全截取之分。則此全之分餘所倍於彼全之分餘。亦如之



解曰。甲乙大幾何。丙丁小幾何。甲乙所倍於丙丁。若甲乙之截分甲戊、所倍於丙丁之截分丙己。題言甲戊之分餘戊乙、所倍於丙己之分餘己丁、亦如其數



論曰。試作一他幾何為庚丙。令戊乙之倍庚丙。若甲戊之倍丙己也（本卷界說增）甲戊、戊乙之倍丙己、庚丙。其數等。即其兩并甲乙之倍庚己。亦若甲戊之倍丙己也（本篇一）而甲乙之倍丙丁。元若甲戊之倍丙己。則丙丁與庚己等也。次每減同用之丙己。即庚丙與己丁、亦等。而戊乙之倍己丁。亦若戊乙之倍庚丙矣。夫戊乙之倍庚丙。既若甲戊之倍丙己。則戊乙為甲戊之分餘。所倍於己丁、為

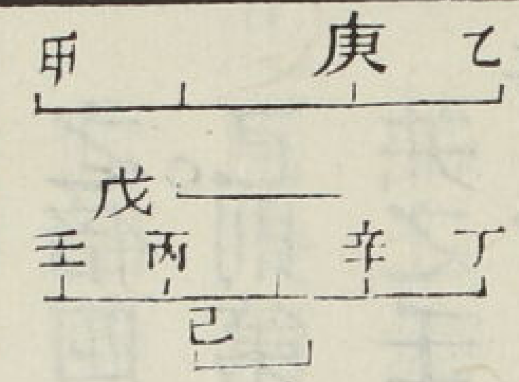


丙己之分餘者亦若甲乙之倍丙丁也

又論曰。試作一他幾何、爲庚甲。令庚甲之倍己丁。若甲戊之倍丙己。本卷界說二十即其兩并庚戊之倍丙丁。亦若甲戊之倍丙己也。本篇一而甲乙之倍丙丁。元若甲戊之倍丙己。是庚戊與甲乙等矣。次每減同用之甲戊。卽庚甲與戊乙等也。而庚甲之倍己丁。若甲乙之倍丙丁也。則戊乙之倍己丁。亦若甲乙之倍丙丁也

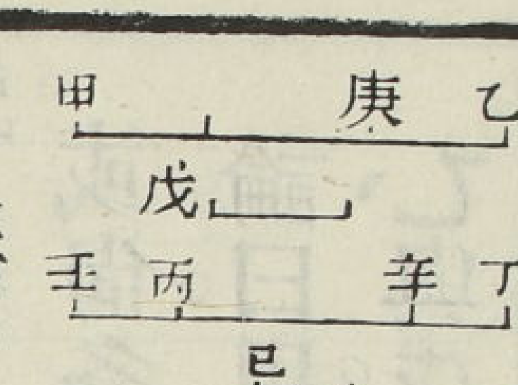
第六題

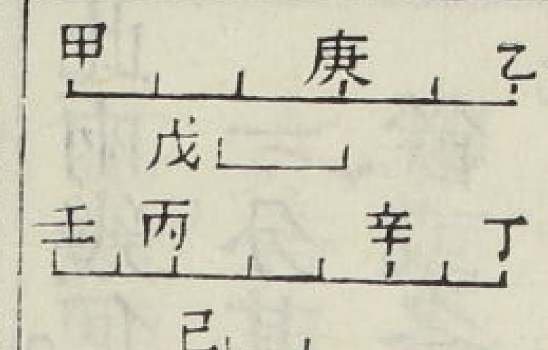
此兩幾何。各倍於彼兩幾何。其數等。於此兩幾何。每減一分。其一分之各倍於所當彼幾何。其數等。則其分餘。或各與彼幾何等。或倘各倍於彼幾何。其數亦等



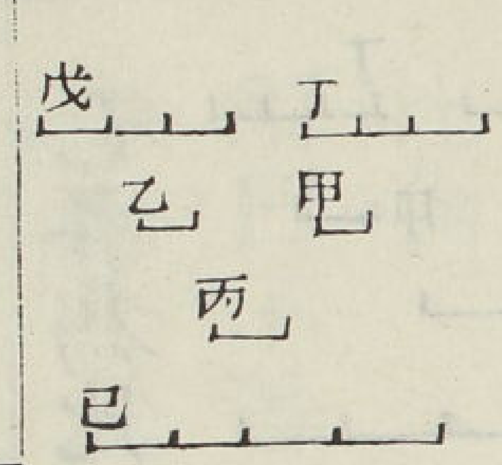
解曰。甲乙、丙丁、兩幾何。各倍於戊、己、兩幾何。其數等。每減一甲庚、丙辛。甲庚、丙辛之倍戊、己。其數等。題言分餘庚乙、辛丁、或與戊、己、等。或倘各倍於戊己。其數亦等

論曰。甲乙全與其分甲庚。既各多倍於戊。則分餘庚乙與戊。其或等。或倘幾倍。必矣。何者。庚乙與戊不等。





不幾倍其加於甲庚不成爲戊之多倍也然則庚乙與戊等曷爲辛丁與己亦等試作壬丙與己等其一甲庚之倍二戊旣若三丙辛之倍四己而五庚乙之等二戊又若六壬丙之等四己則第一第五幷之甲乙所倍於二戊若第三第六幷之壬辛所倍於四己也本篇二而甲乙之倍戊元若丙丁之倍己卽壬辛與丙丁亦等次每減同用之丙辛卽壬丙與辛丁必等是辛丁與己亦等矣然則庚乙之倍戊曷爲與辛丁之倍



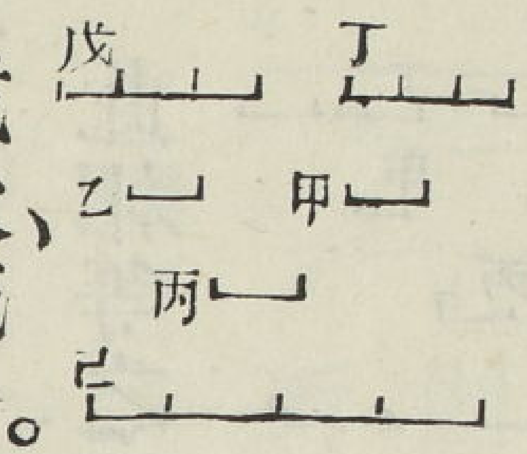
己等試作壬丙其倍己若庚乙之倍戊依前論甲乙之倍戊若壬辛之倍己本篇二而壬辛與丙丁等壬丙與辛丁亦等是辛丁之倍己亦若庚乙之倍戊矣

第七題二支

此兩幾何等則與彼幾何各爲比例必等而彼幾何與此相等之兩幾何各爲比例亦等

解曰甲乙兩幾何等彼幾何丙不論等大小於甲乙題言甲與丙偕乙與丙各爲比例必等又反上言丙與甲偕丙與

乙各爲比例亦等
論曰試作丁戊兩率任同若干倍於甲
乙卽丁與戊等別作巳任若干倍於丙
其丁戊既等卽丁視巳與戊視巳或等



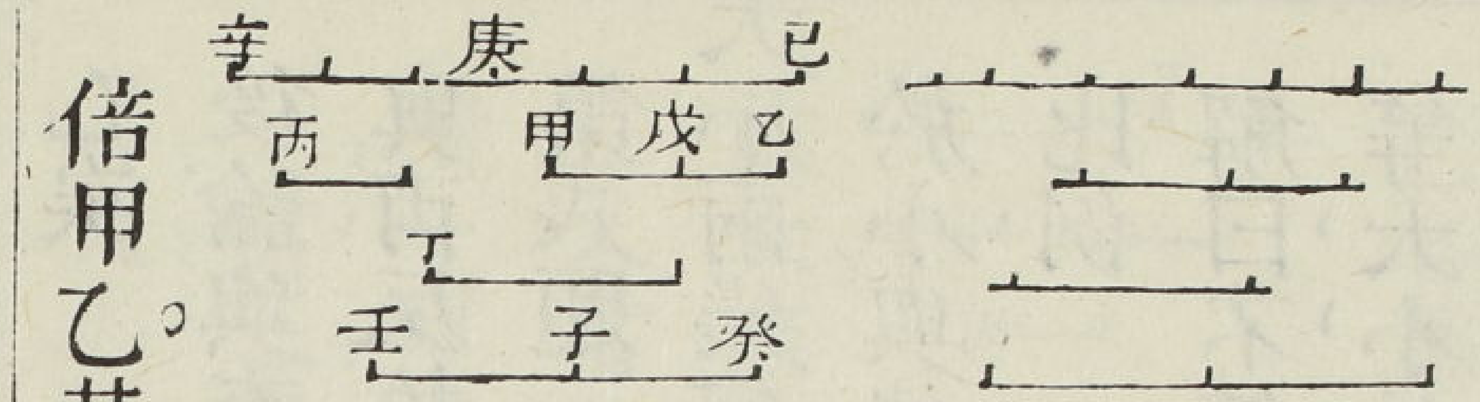
或大或小必同類矣夫一甲三乙所倍之丁戊偕當
二又當四之丙所倍之巳其等大小既同類本卷界說六
則一甲與二丙之比例若三乙與四丙矣反說之當
一當三之丙所倍之巳偕二甲四乙所倍之丁戊其
等大小既同類則一丙與二甲之比例若三丙與四

乙矣
後論與本篇第四題之系同用反理如甲與丙若乙
與丙反推之丙與甲亦若丙與乙也

第八題

大小兩幾何各與他幾何爲比例則大與他之比例大
於小與他之比例而他與小之比例大於他與大之
比例

解曰不等兩幾何甲乙大丙小又有他幾何丁不論
等大小於甲乙於丙題言甲乙與丁之比例大於丙



與丁之比例又反上言丁與丙之比例大於丁與甲乙之比例

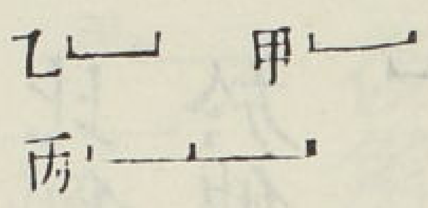
論曰試於大幾何甲乙內分甲戊與小幾何丙等而戊乙爲分餘次以甲戊戊乙作同若干倍之辛庚庚己而庚己爲戊乙之倍必令大於丁辛庚爲甲戊之倍必令大於丁或等於丁如不足以倍加之也其庚己辛庚之倍於戊乙甲戊既等卽辛己之倍甲乙若辛庚之倍甲戊矣本篇一甲戊卽丙也次作一壬癸爲丁之倍令僅大於辛庚兩倍不足三之又不足任加之已大勿倍也次於壬癸截取子癸與丁等卽壬子必不大於辛庚何者向作壬癸爲丁之倍元令僅大於辛庚若壬子大於辛庚者何必又倍之爲壬癸也故僅大之壬癸截去子癸者必不大於辛庚也則壬子或等或小於辛庚矣夫庚己既大於丁而子癸與丁等卽庚己必大於子癸又辛庚不小於壬子或大或等卽辛己亦大於壬癸也夫辛己辛庚同若干倍於第一甲乙第三丙也而壬癸之倍於當二之

丁當四之丁。又同一率也。則第一所倍之辛己大於第二所倍之壬癸。而第三所倍之辛庚不大於第四所倍之壬癸（辛庚元小於壬癸）是一甲乙與二丁之比例。大於三丙與四丁矣（本卷界說八）次反上說一丁所倍之壬癸（反說則丁當一、當三丙二甲乙四）大於二丙所倍之辛庚。而三丁所倍之壬癸。不大於四甲乙所倍之辛己（壬癸必小於辛己）是一丁與二丙之比例。大於三丁與四甲乙矣（本卷界說八）

第九題二支

兩幾何、與一幾何。各爲比例、而等。則兩幾何必等。一幾何、與兩幾何。各爲比例、而等。則兩幾何亦等

先解曰。甲乙兩幾何。各與丙爲比例、等。題言甲與乙等



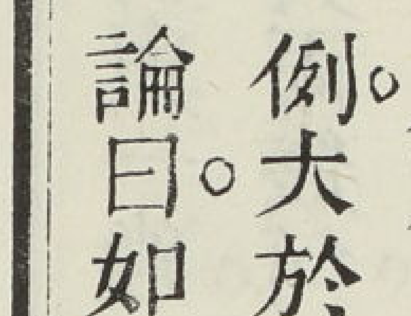
論曰。如云不然。而甲大於乙。卽甲與丙之比例。宜大於乙與丙（本篇八）何先設兩比例等也。故比例等。則甲與乙等

後解曰。丙幾何。與甲、與乙。各爲比例、等。題言甲與乙等

論曰。如云不然。而甲大於乙。卽丙與乙之比例。宜大於丙與甲。本篇八何先設兩比例等也。

第十題二支

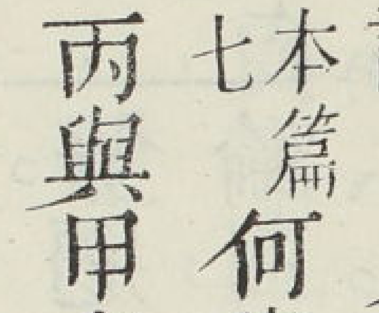
彼此兩幾何。此幾何與他幾何之比例。大於彼與他之比例。則此幾何大於彼。他幾何與彼幾何之比例。大於他與此之比例。則彼幾何小於此。



先解曰。甲乙兩幾何。復有丙幾何。甲與丙之比例。大於乙與丙。題言甲大於乙。

論曰。如云不然。甲與乙等。卽所爲兩比例。宜等。本篇七何先設甲與丙大也。又不然。甲小於乙。卽乙與丙之比例。宜大於甲與丙。本篇八何先設甲與丙大也。

後解曰。丙與乙之比例。大於丙與甲。題言乙小於甲。

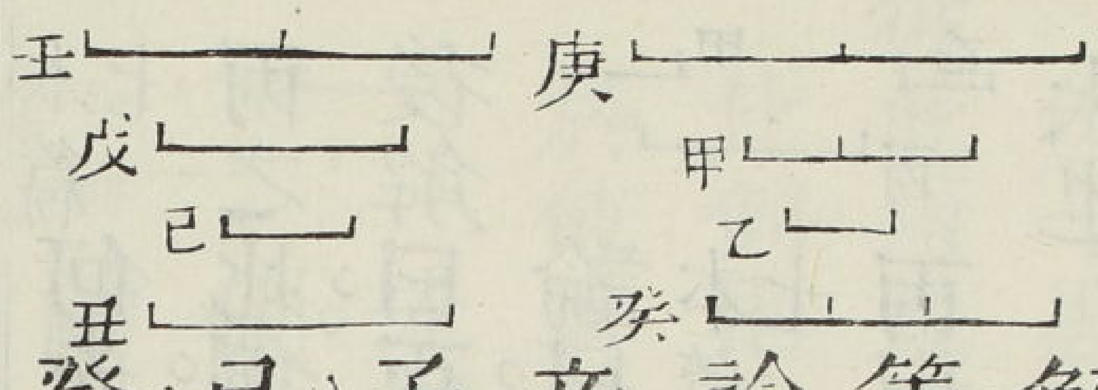


論曰。如云不然。乙與甲等。卽所爲兩比例。宜等。本篇七何先設丙與乙大也。又不然。乙大於甲。卽丙與甲之比例。宜大於丙與乙。何先設丙與乙大也。

第十一題

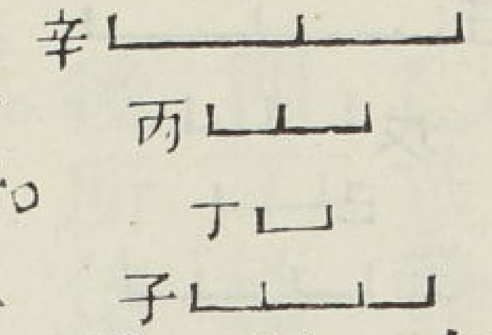
此兩幾何之比例。與他兩幾何之比例等。而彼兩幾何

之比例與他兩幾何之比例、亦等。則彼兩幾何之比例。與此兩幾何之比例、亦等



解曰。甲乙偕丙丁之比例。各與戊己之比例等。題言甲乙與丙丁之比例、亦等

論曰。試於各前率之甲、丙、戊、同任倍之爲庚、辛、壬。別於各後率之乙、丁、己、同任倍之爲癸、子、丑。其一甲與二乙之比例。既若三戊與四己。即三試之。若倍一甲之庚小於倍二乙之癸。即倍三戊之壬亦小於倍四己之丑矣。若

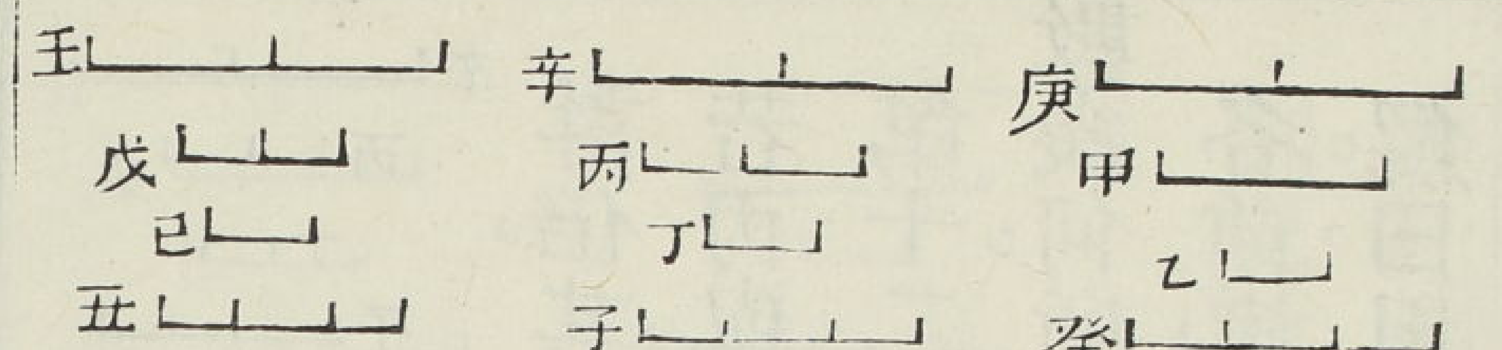


庚、癸、等。即壬丑亦等。若庚大於癸。即壬亦大於丑矣（本卷界說六）。依顯壬之視丑若辛之視子其等、大、小、亦同類矣。此三前三後率任作幾許倍。其等、大、小、皆同類也（本卷界說六）。則甲與乙之比例若丙與丁也

第十二題

數幾何所爲比例皆等。則并前率與并後率之比例若各前率與各後率之比例

解曰。甲、乙、丙、丁、戊、己數幾何。所爲比例皆等者。甲與



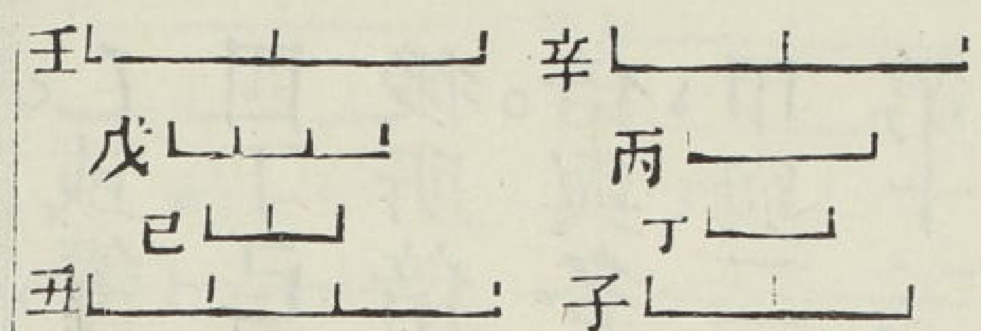
乙若丙與丁若戊與己也題言甲丙戊諸前率并與乙丁己諸後率并之比例若甲與乙丙與丁戊與己各前各後之比例也

論曰試於各前率之甲丙戊同任倍之爲庚辛壬別於各後率之乙丁己同任倍之爲癸子丑卽庚辛壬并之倍甲丙戊并若庚之倍甲也癸子丑并之倍乙丁己并若癸之倍乙也（本篇一）夫一甲與二乙既若三丙與四丁又若三戊與四己則庚之倍一甲與癸之倍二乙或等或大或小偕辛壬之倍三丙戊與子丑之倍四丁己等大小同類也又各前所倍庚辛壬并與各後所倍癸子丑并其或等或大或小亦偕各前所自倍與各後所自倍其等大小必同類也（本卷界說六）則一甲與二乙之比例若三甲丙戊并與四乙丁己并矣

第十三題

數幾何第一與二之比例若第三與四之比例而第三與四之比例大於第五與六之比例則第一與二之比例亦大於第五與六之比例

解曰一甲與二乙之比例若三丙與四丁而三丙與四丁之比例大於五戊與六己題言



甲與乙之比例亦大於戊與己

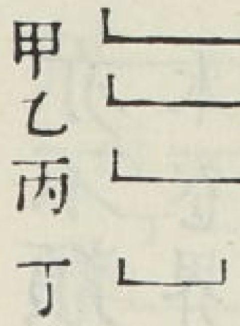
論曰試以甲丙戊各前率同任倍之為庚辛壬別以乙丁己各後率同任倍之為癸子丑其甲與乙既若丙與丁卽三試之若倍甲之庚大於倍乙之癸卽倍丙之辛必大於倍丁之子矣若庚癸等卽辛子亦等若庚小於癸卽辛亦小於子矣本卷界說六次丙與丁既大於戊與己又三試之卽倍丙之辛大於倍丁之子而倍戊之壬不必大於倍己之丑也或等或小矣本卷界說八夫庚癸與辛子等大小同類則壬丑不類於辛子者亦不類於庚癸也故甲與乙之比例亦大於戊與己本卷界說八

注曰若三丙與四丁之比例或小或等於五戊六己則一甲與二乙之比例亦小亦等於五戊六己倣此論推顯

第十四題

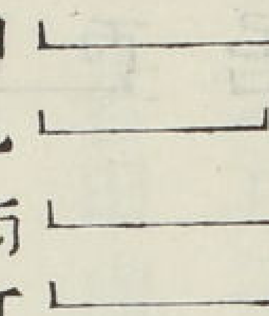
四幾何第一與二之比例若第三與四之比例而第一幾何大於第三則第二幾何亦大於第四第一或等或小於第三則第二亦等亦小於第四

解曰甲與乙之比例若丙與丁題言甲大於丙則乙亦大於丁若等亦等若小亦小


甲乙丙丁

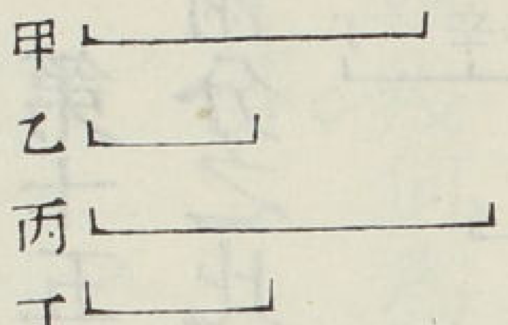
先論曰如甲大於丙卽甲與乙之比例大於丙與乙矣本篇八夫一丙與二丁之比例既若三甲與四乙而三甲與四乙之比例大於五丙與六乙卽一丙與二丁之比例亦大於五丙與六乙本篇十三是丁幾何小於乙也本篇十

次論曰如甲丙等卽甲與乙之比例若丙與乙本篇七夫甲與乙之比例元若丙與丁而又若丙與乙是丙與丁之比例亦若丙與乙也


甲乙丙丁

本篇十則乙與丁等也本篇九

後論曰如甲小於丙卽丙與乙之比例大於甲與乙矣本篇八夫一丙與二丁之比例既若三甲與四乙而三甲與四乙之比例小於五丙與六乙卽一丙與二丁之比例亦小於五丙與六

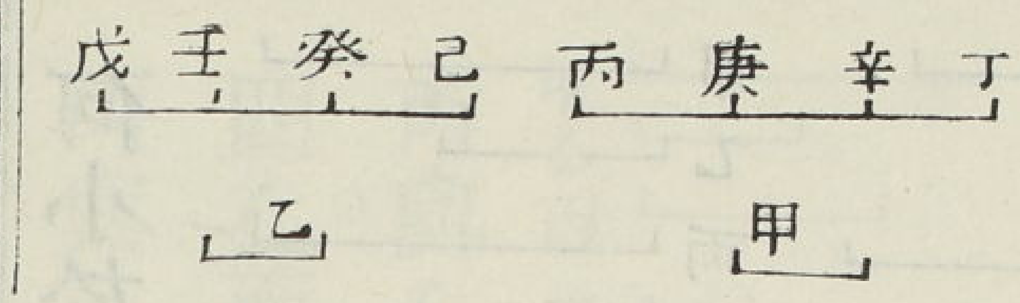

甲乙丙丁

乙也本篇十三是乙小於丁也本篇十

第十五題

兩分之比例與兩多分并之比例等

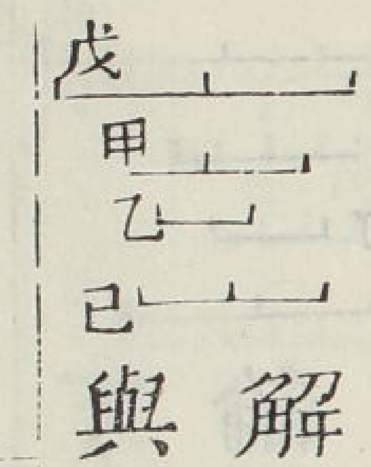
解曰甲與乙同任倍之為丙丁為戊己題言丙丁與戊己之比例若甲與乙



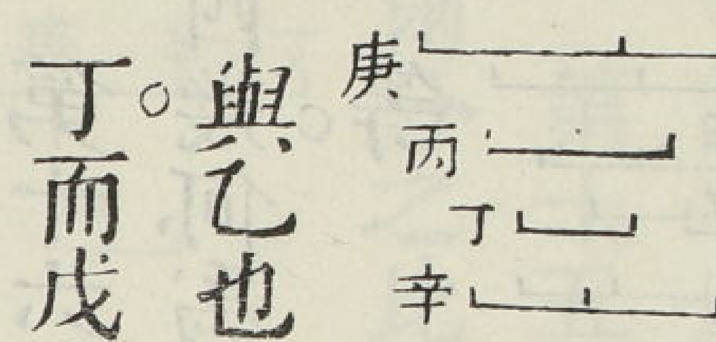
論曰丙丁之倍甲既若戊己之倍乙卽丙丁內有甲若干與戊己內有乙若干等次分丙丁為丙庚庚辛辛丁各與甲分等分戊己為戊壬壬癸癸己各與乙分等卽丙庚與戊壬若甲與乙也丙庚與甲等戊壬與乙等故見本篇七庚辛與壬癸辛丁與癸己皆若甲與乙也本篇十一則等甲之丙庚與等乙之戊壬定若丙丁全與戊己全而丙丁全與戊己全若甲與乙矣本篇十二

第十六題 更理

四幾何為兩比例等卽更推前與前後與後為比例亦等

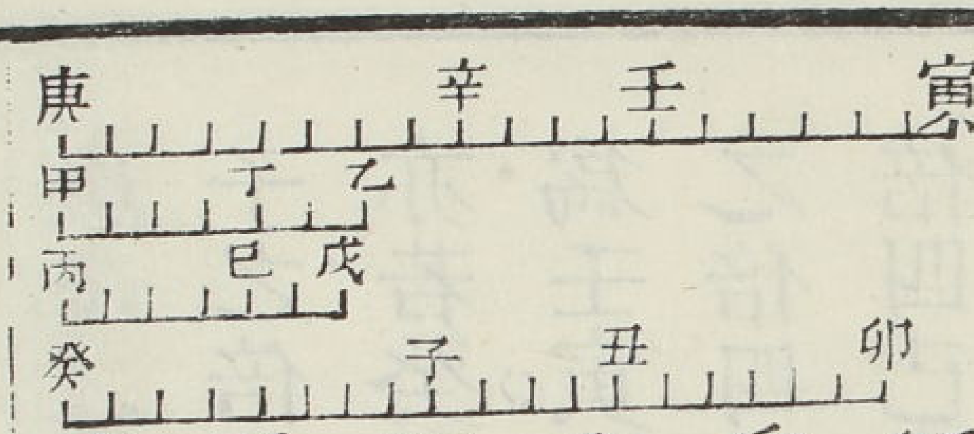


解曰甲乙丙丁四幾何甲與乙之比例若丙與丁題言更推之甲與丙之比例亦若乙與



丁

論曰。試以甲與乙同任倍之爲戊。爲己。別以丙與丁同任倍之爲庚、爲辛。卽戊與己若甲與乙也。本篇十五 庚與辛若丙與丁也。夫甲與乙若丙與丁。而戊與己亦若甲與乙。卽戊與己亦若丙與丁矣。依顯庚與辛若丙與丁。卽戊與己亦若庚與辛也。本篇十一 次三試之。若戊大於庚。則己亦大於辛也。若等、亦等。若小、亦小。任作幾許倍。恆如是也。本篇十四 則倍一甲之戊。倍三乙之己。與倍二丙之庚。倍四丁之辛。其等、



大小必同類也。而甲與丙若乙與丁矣。

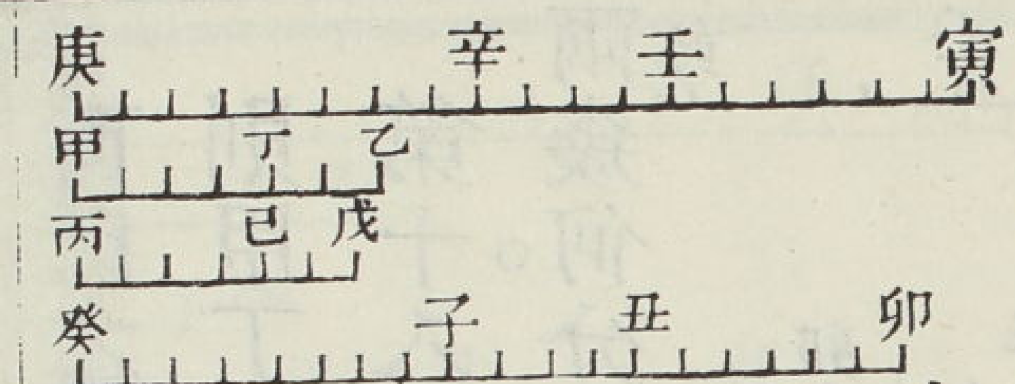
第十七題 分理

相合之兩幾何爲比例等。則分之爲比例。亦等。

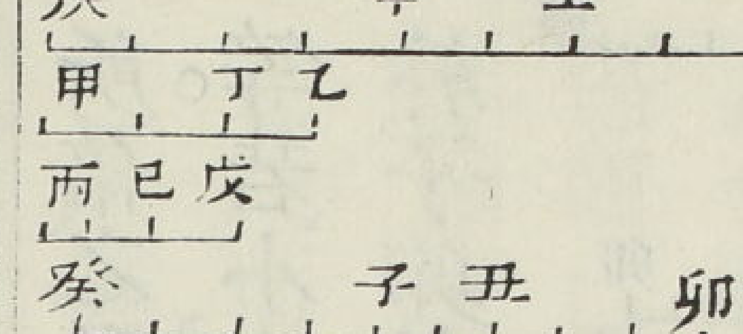
解曰。相合之兩幾何。其一爲甲乙、丁乙。其一爲丙戊、己戊。比例等者。甲乙與丁乙若丙戊與己戊也。題言分之爲比例亦等者。甲丁與丁乙若丙己與己戊也

論曰。試以甲丁、丁乙、丙己、己戊同任倍之爲庚辛、辛壬、爲癸子、子丑。卽庚壬之倍甲乙。若

庚辛之倍甲丁也。亦若癸子之倍丙已也。本篇一夫癸子之倍丙已。亦若癸丑之倍丙戊。即庚壬之倍甲乙、亦若癸丑之倍丙戊也。次別以丁乙、已戊同任倍之。為壬寅為丑卯。其一辛壬之倍二丁乙。既若三子丑之倍四已戊。而五壬寅之倍二丁乙、亦若六丑卯之倍四已戊。即辛寅之倍丁乙。亦若子卯之倍已戊也。本篇二。夫一甲乙與二丁乙之比例。既若三丙戊與四已戊。而一與三、二與四各所倍等。即三試之。若一甲乙所倍之庚壬大於二丁乙所倍之辛寅。即三丙戊所倍之癸丑亦大於四已戊所倍之子卯也。若等、亦等。若小、亦小也。本卷界說六 如庚壬小於辛寅。而癸丑小於子卯者。即每減一同用之辛壬、子丑。其所存庚辛



亦小於壬寅。而癸子亦小於丑卯矣。依顯庚壬等辛寅。而癸丑等子卯者。即庚辛等壬寅。而癸子等丑卯矣。庚壬大於辛寅。而癸丑大於子卯者。即庚辛大於壬寅。而癸子大於丑卯矣。夫庚辛為甲丁之倍。癸子為丙已之倍。壬寅為丁乙之倍。丑卯為已戊之倍。而甲丁、



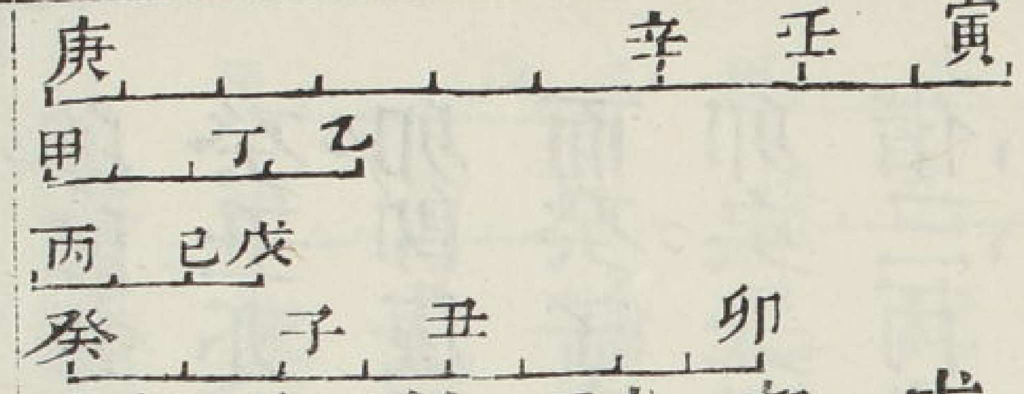
丙巳之所倍視丁乙巳戊之所倍其等大小皆同類。則甲丁與丁乙若丙巳與巳戊也本卷界說六

第十八題 合理

兩幾何分之為比例等則合之為比例亦等。

解曰甲丁、丁乙與丙巳、巳戊兩分幾何。其比例等者甲丁與丁乙若丙巳與巳戊也。題言合之為比例亦等者甲乙與丁乙若丙戊與巳戊也

論曰如前論以甲丁、丁乙、丙巳、巳戊同任倍之為庚辛、辛壬為癸子、子丑本篇二次則以丁乙、巳戊。同任倍之為壬寅為丑卯即庚壬之倍甲乙若癸丑之倍丙戊也本篇一而辛寅之倍丁乙若子卯之倍巳戊也本篇二夫一甲丁與二丁乙既若三丙巳與四巳戊而一與三二與四各所倍等即三試之若一甲丁所倍之庚辛小於二丁乙所倍之壬寅即三丙巳所倍之癸子亦小於四巳戊所倍之丑卯也若等亦等若大亦大也本卷界說六如庚辛小於壬寅而癸子亦小於丑

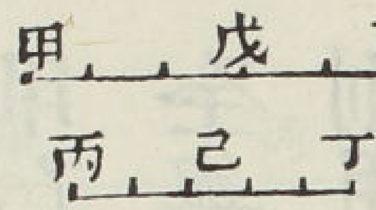


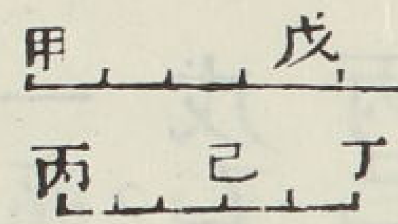
卯即每加一辛壬子丑其所并庚壬亦小於辛寅而癸丑亦小於子卯矣依顯庚辛等壬寅而癸子等丑卯即庚壬等辛寅而癸丑等子卯矣庚辛大於壬寅而癸子大於丑卯即庚壬大於辛寅而癸丑大於子卯矣夫一甲乙所倍之庚壬與二丁乙所倍之辛寅偕三丙戊所倍之癸丑與四已戊所倍之子卯其等、大、小皆同類則甲乙與丁乙若丙戊與已戊也本卷界說六

第十九題其系為轉理

兩幾何各截取一分其所截取之比例與兩全之比例等則分餘之比例與兩全之比例亦等

解曰甲乙丙丁兩幾何其甲乙全與丙丁全之比例若截取之甲戊與丙已題言分餘戊乙與已丁之比例亦若甲乙與丙丁





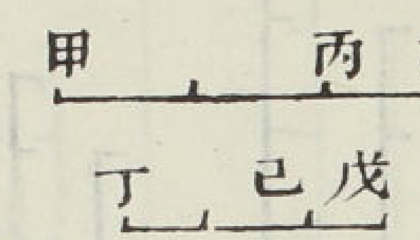
論曰甲乙與丙丁既若甲戊與丙已試更之甲乙與甲戊若丙丁與丙已也本篇十六次分之戊乙與甲戊若已丁與丙已也本篇十七又更之戊乙與已丁若甲戊與丙已也本篇十六夫甲戊與丙已元若甲

乙與丙丁則戊乙與己丁亦若甲乙與丙丁矣

一系從此題可推界說第十六之轉理如上甲乙與戊乙若丙丁與己丁卽轉推甲乙與甲戊若丙丁與丙己也何者甲乙與戊乙旣若丙丁與己丁試更之甲乙與丙丁若截取之戊乙與己丁也本篇十六卽甲乙全與丙丁全又若分餘之甲戊與丙己矣本題又更之則甲乙與甲戊若丙丁與丙己也本篇十六此轉理也

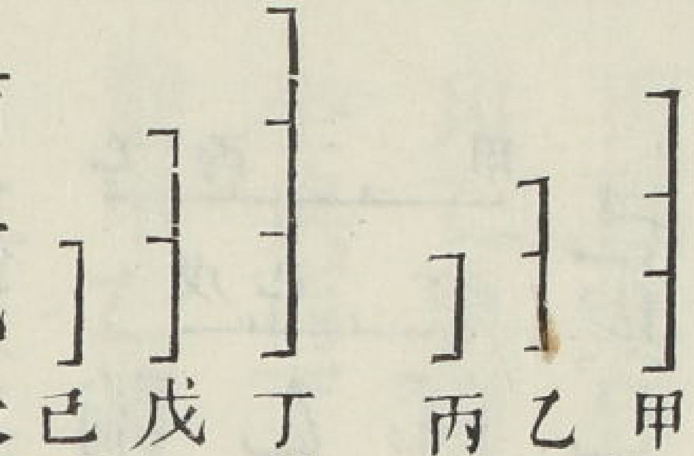
注曰凡更理可施於同類之比例不可施於異類若轉理不論同異類皆可用也依此系卽轉理亦賴更理爲用似亦不可施於異類矣今別作一論不賴更理以爲轉理明轉理可施於異類也

論曰甲乙與丙乙若丁戊與己戊卽轉推甲乙與甲丙若丁戊與丁己何者甲乙與丙乙既若丁戊與己戊試分之甲丙與丙乙若丁己與己戊也本篇十七次反之丙乙與甲丙若己戊與丁己也本篇四次合之甲乙與甲丙若丁戊與丁己也本篇十八



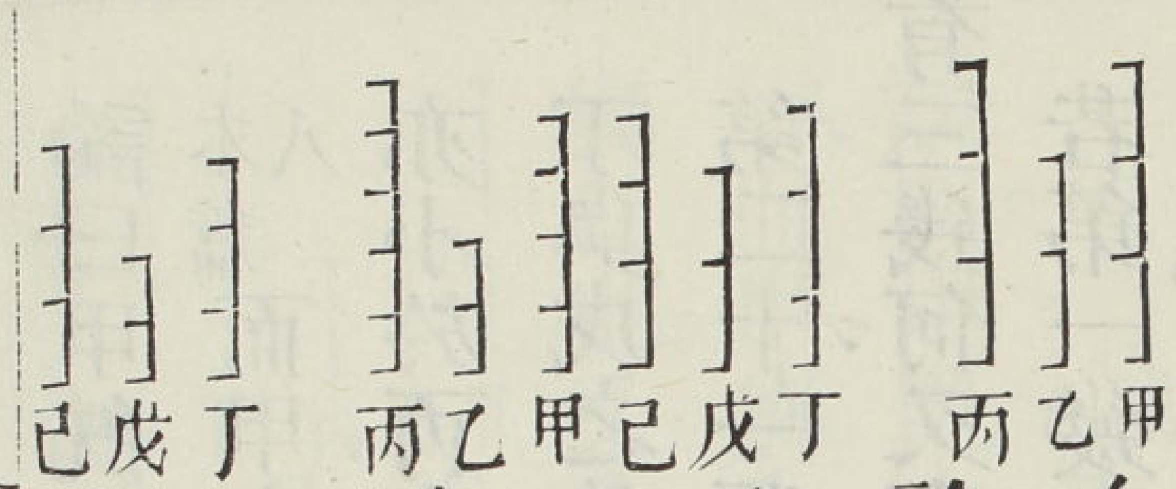
第二十題三支

有三幾何。又有三幾何。相為連比例。而第一幾何大於第三。則第四亦大於第六。第一或等、或小於第三。則第四亦等、亦小於第六。



先解曰。甲、乙、丙三幾何。丁、戊、己三幾何。其甲與乙之比例。若丁與戊。乙與丙之比例。若戊與己。而甲大於丙。題言丁亦大於己。

論曰。甲既大於丙。即甲與乙之比例。大於丙與乙矣。本篇八 而甲與乙之比例。若丁與戊。即丁與戊之比例。亦大於丙與乙矣。本篇十三 又丙與乙之比例。若己與戊。乙與丙若戊與己。反之。則丙與乙若己與戊。即丁與戊之比例。大於己與戊矣。是丁大於己也。本篇十



次解曰。若甲、丙等。題言丁、己亦等。

論曰。甲、丙既等。即甲與乙之比例。若丙與乙矣。本篇七 而甲與乙之比例。若丁與戊。即丁與戊之比例。亦若丙與乙矣。本篇十一 又丙與乙之比例。若己與戊。反理 即丁與戊之比例。亦若己與戊矣。是丁、己等也。本篇九

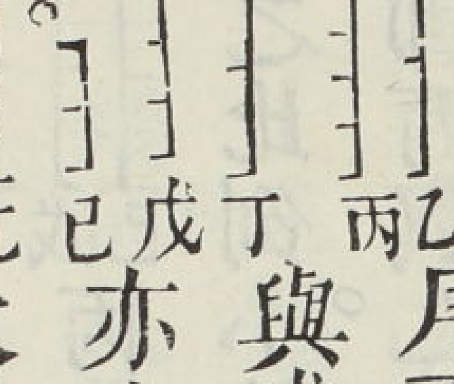
後解曰。若甲小於丙。題言丁亦小於己。

論曰甲既小於丙即甲與乙之比例小於丙與乙矣本篇八而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦小於丙與乙矣又丙與乙之比例若己與戊反理即丁與戊之比例小於己與戊矣是丁小於己也本篇十

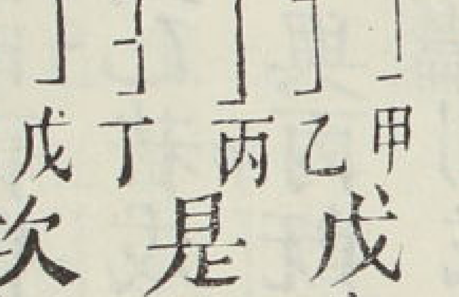
第二十一題三支

有三幾何又有三幾何相爲連比例而錯以平理推之若第一幾何大於第三則第四亦大於第六若第一或等或小於第三則第四亦等亦小於第六

解曰甲乙丙三幾何丁戊己三幾何相爲連比例不序不序者甲與乙若戊與己乙與丙若丁與戊也以平理推之若甲大於丙題言丁亦大於己

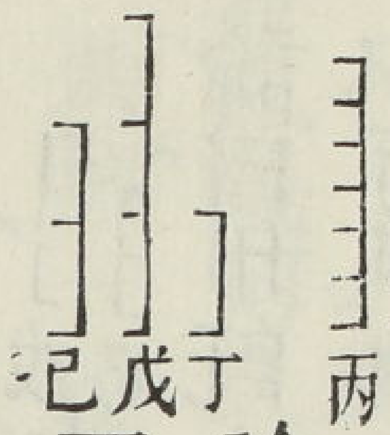


論曰甲既大於丙即甲與乙之比例大於丙與乙本篇八而甲與乙若戊與己即戊與己之比例亦大於丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也本篇四則戊與己大於戊與丁也是丁大於己也本篇廿



次解曰若甲丙等題言丁己亦等

論曰。甲丙既等。即甲與乙之比例。若丙與乙本篇七而
甲與乙。若戊與己。即丙與乙之比例。亦若戊與己也。
又乙與丙。既若丁與戊。反之。即丙與乙。亦若戊與丁
也本篇四則戊與己。若戊與丁也。是丁、己等也本篇九



後解曰。若甲小於丙。題言丁亦小於己

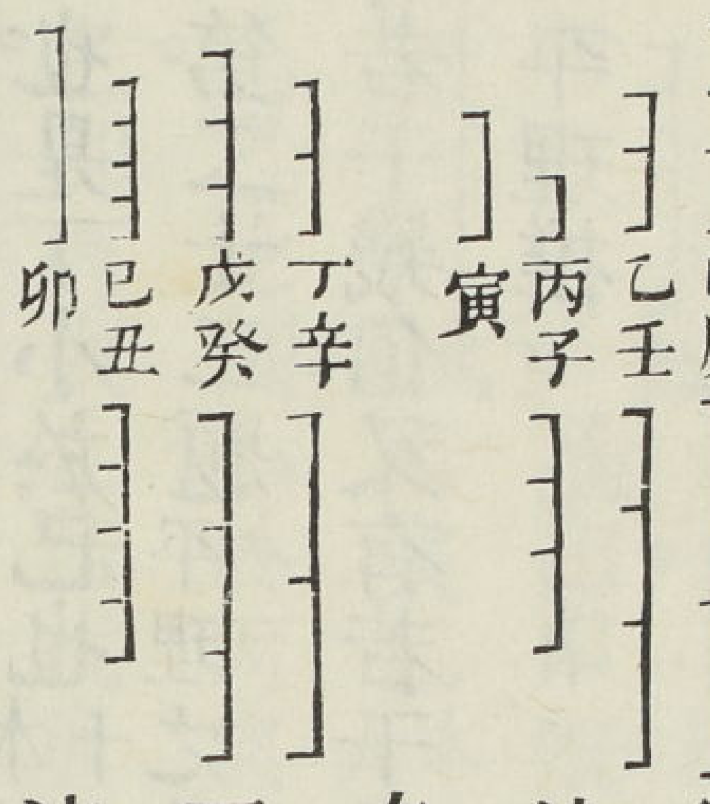
論曰。甲既小於丙。即甲與乙之比例。小於
丙與乙本篇八而甲與乙。若戊與己。即戊與
己之比例。小於丙與乙也。又乙與丙。既若丁與戊。反
之。即丙與乙。若戊與丁本篇四則戊與己。小於戊與丁
也。是丁小於己也本篇十

第二十二題平理之序

有若干幾何。又有若干幾何。其數等。相為連比例。則以
平理推

解曰。有若干幾何甲、乙、丙。又有
若干幾何丁、戊、己。而甲與乙之
比例。若丁與戊。乙與丙之比例。
若戊與己。題言以平理推之。甲
與丙之比例。若丁與己

論曰。試以甲與丁同任倍之。爲庚。爲辛。別以乙與戊同任倍之。爲壬。爲癸。別以丙與己同任倍之。爲子。爲丑。其一甲與二乙。既若三丁與四戊。卽倍甲之庚。與倍乙之壬。若倍丁之辛。與倍戊之癸也。本篇四 依顯一

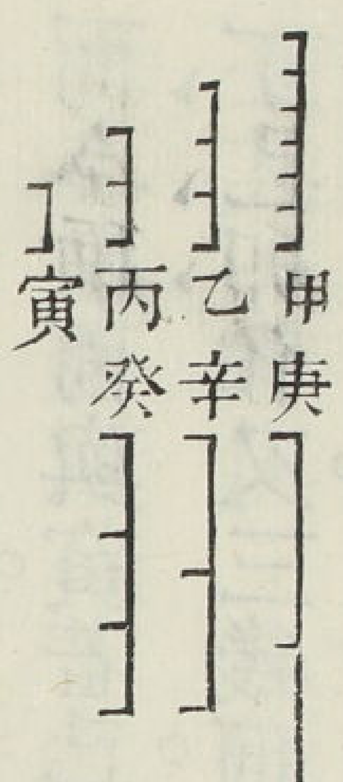


乙與二丙。既若三戊與四己。卽倍乙之壬。與倍丙之子。若倍戊之癸。與倍己之丑也。是庚壬子三幾何。辛癸丑三幾何。又相爲連比例矣。次三試之。若庚大於子。卽辛必大於丑也。本篇二十 若等。亦等。若小。亦小也。則倍一甲之庚。倍三丁之辛。與倍二丙之子。倍四己之丑等。大小皆同類也。是甲與丙。若丁與己也。本卷界說六 其幾何自三以上。如更有丙與寅。若己與卯。亦依顯甲與寅。若丁與卯也。何者。上既顯甲與丙。若丁與己。而今稱丙與寅。若己與卯。卽以甲丙寅。作三幾何。以丁己卯。作又三幾何。相爲連比例。依上推論。亦得甲與寅之比例。若丁與卯也。自四以上。可至無窮。依此推顯。十三

幾何原本 卷五

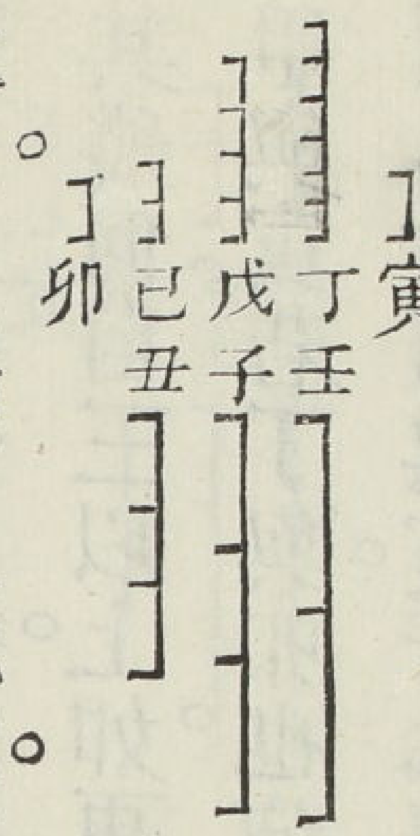
第二十三題 平理之錯

若干幾何又若干幾何相為連比例而錯亦以平理推



解曰甲乙丙若干幾何丁戊

己若干幾何相為連比例而



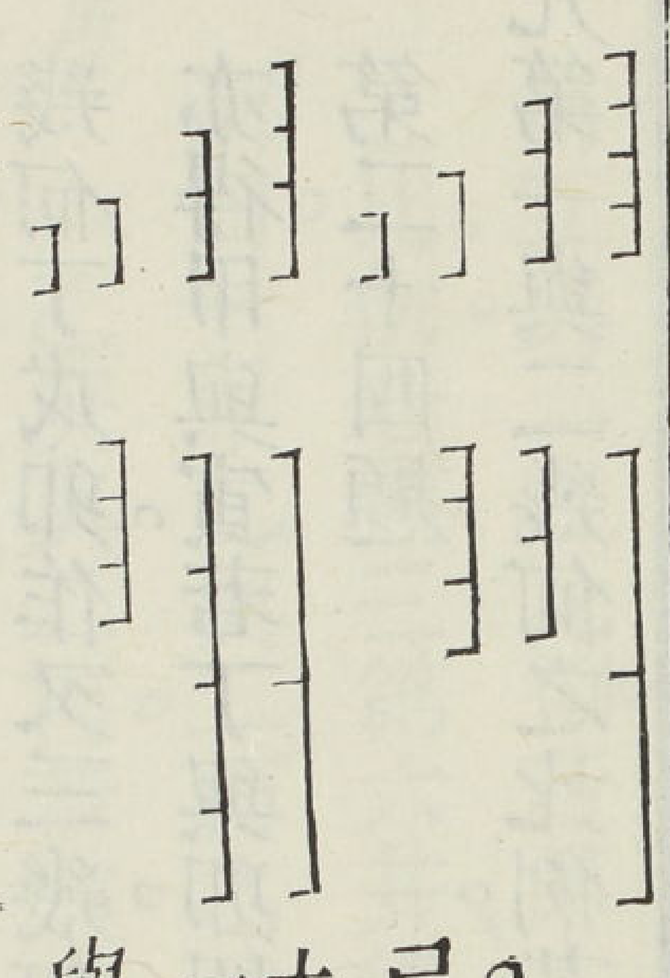
錯者甲與乙若戊與己乙與

丙若丁與戊也題言以平理

推之甲與丙之比例亦若丁與己

論曰試以甲乙丁同任倍之為庚辛壬別以丙戊己

同任倍之為癸子丑即甲與乙若所自倍之庚與辛



本篇十五而甲與乙既若戊與

己即庚與辛亦若戊與己本篇

十一戊與己又若所自倍之子

與丑即庚與辛亦若子與丑

本篇十一依顯一乙與二丙既若三丁與四戊即倍一乙

之辛與倍二丙之癸若倍三丁之壬與倍四戊之子

也本篇四是庚辛癸三幾何壬子丑三幾何又相為連

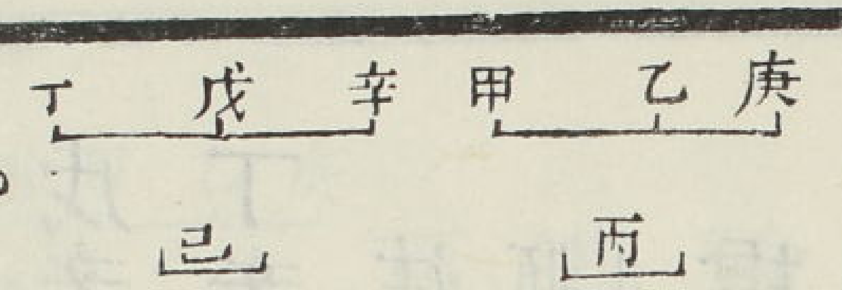
比例而錯矣次三試之若庚大於癸即壬亦大於丑

若等亦等若小亦小本篇廿一則一甲三丁所倍之庚壬

與二丙、四己、所倍之癸、丑等、大小皆同類也。是一甲與二丙、若三丁與四己。本卷界說六 如三以上、既有甲與乙、若己與卯。乙與丙、若戊與己。又有丙與寅、若丁與戊。亦顯甲與寅、若丁與卯。何者。依上論。先顯甲與丙、若戊與卯。次丙與寅、又若丁與戊。即以甲、丙、寅、作三幾何。丁、戊、卯、作又三幾何。相爲連比例而錯。依上論。亦得甲與寅、若丁與卯。四以上悉依此推顯

第二十四題

凡第一與二幾何之比例、若第三與四幾何之比例。而第五與二之比例、若第六與四。則第一第五并、與二之比例、若第三第六并與四。



解曰。一甲與二丙之比例、若三丁與四己。而五乙庚與二丙、若六戊辛與四己。題言一甲乙、五乙庚并、與二丙、若三丁戊、六戊辛并、與四己。

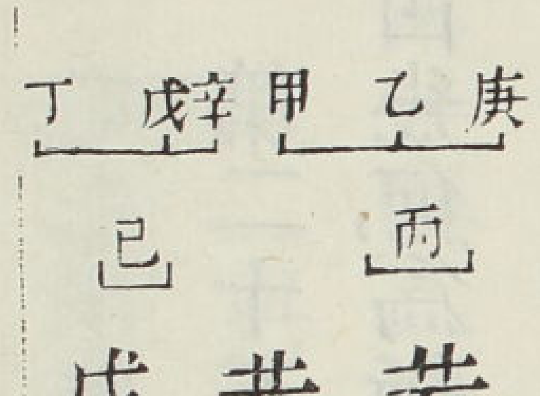
論曰。乙庚與丙、既若戊辛與己。反之、丙與乙庚、若己與戊辛也。本篇四 又甲乙與丙、既若丁戊與己。而丙與乙庚、亦若己與戊辛。平之、甲乙與乙庚、若丁戊與戊辛也。本篇廿二 又合之、甲庚與乙庚、若

丁辛全與戊辛也。本篇十八 夫甲庚與乙庚。既若丁辛與戊辛。而乙庚與丙。亦若戊辛與己。平之甲庚與丙。若丁辛與己矣。本篇廿二

注曰。依本題論。可推廣第六題之義。作後增題。第六題言幾倍。後增題不止言倍。其義稍廣矣

增題。此兩幾何與彼兩幾何。比例等。於此兩幾何。每截取一分。其截取兩幾何、與彼兩幾何比例等。則分餘兩幾何、與彼兩幾何。比例亦等

解曰。如上圖。甲庚、丁辛。此兩幾何。與丙、己。彼兩幾何。比例等者。甲庚與丙。若丁辛與己也。題言截取之甲乙與丙。若丁戊與己。則分餘之乙庚與丙。亦若戊辛與己



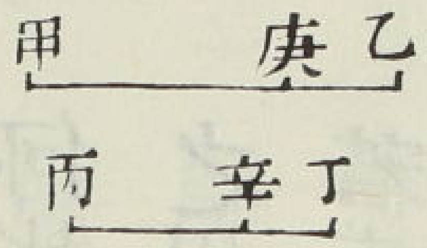
論曰。甲乙與丙。既若丁戊與己。即反之。丙與甲乙。若己與丁戊也。本篇四 又甲庚與丙。既若丁辛與己。而丙與甲乙。亦若己與丁戊。即平之。甲庚與甲乙。若丁辛與丁戊也。本篇廿二 又分之。乙庚與甲乙。若戊辛與丁戊也。本篇十七 夫乙庚與甲乙。既若戊辛與丁戊。而甲乙與丙。若丁戊與己。即平

之。乙庚與丙若戊辛與己也本篇廿三

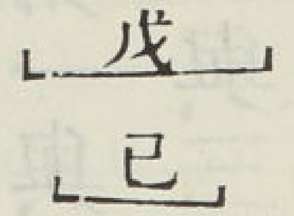
第二十五題

四幾何。爲斷比例。則最大與最小兩幾何并。大於餘兩幾何并

解曰。甲乙與丙丁之比例。若戊與己。甲乙最大。己最小。題言甲乙、己并。大於丙丁、戊并



論曰。試於甲乙截取甲庚與戊等。於丙丁、截取丙辛與己等。卽甲庚與丙辛之比例。若戊與己也。亦若甲乙與丙丁也。夫甲乙全與丙丁全。既若截取之甲庚與丙辛。卽亦若分餘之庚乙與辛丁也本篇十九而甲乙最大。必大於丙丁。卽庚乙亦大於辛丁矣。又甲庚與戊、丙辛與己。既等。卽於戊加丙辛。於己加甲庚。必等。而又加不等之庚乙、辛丁。則甲乙、己并。豈不大於丙丁、戊并

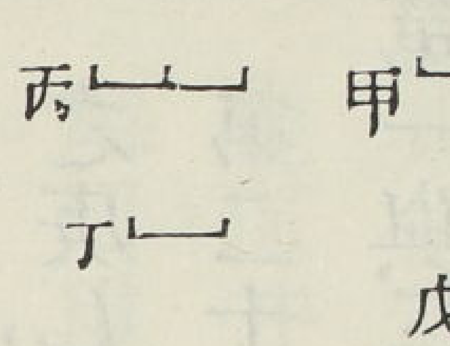


第二十六題

第一與二幾何之比例。大於第三與四之比例。則第二與一之比例。小於第四與三之比例

解曰。一甲與二乙之比例。大於三丙與四丁。題言反

之二乙與一甲之比例。小於四丁與三丙。

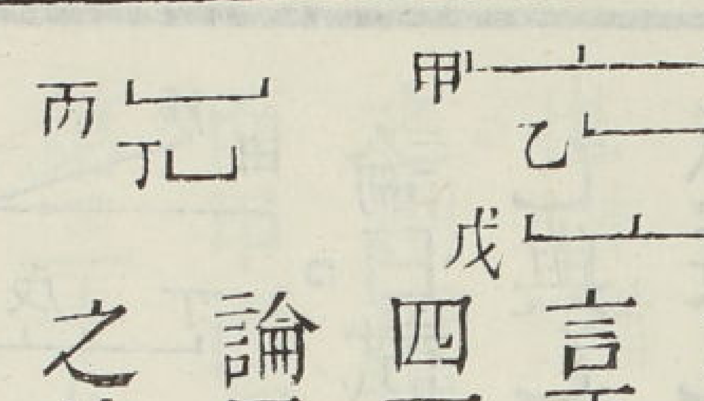


論曰。試作戊與乙之比例。若丙與丁。卽甲與乙之比例。大於戊與乙。而甲幾何大於戊本篇十。則乙與戊之比例。大於乙與甲也本篇八。反之。則乙與戊之比例。若丁與丙本篇四。而乙與甲之比例。小於丁與丙。

第二十七題

第一與二之比例。大於第三與四之比例。更之。則第一與三之比例。亦大於第二與四之比例

解曰。一甲與二乙之比例。大於三丙與四丁。題言更之。則一甲與三丙之比例。亦大於二乙與四丁。

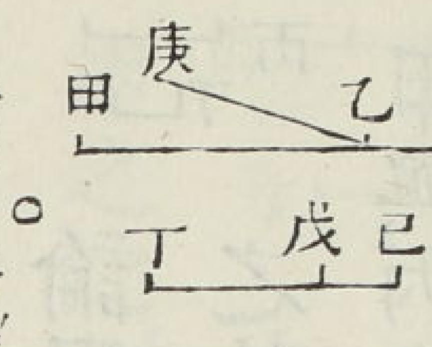


論曰。試作戊與乙之比例。若丙與丁。卽甲與乙之比例。大於戊與乙。而甲幾何大於戊本篇十。則甲與丙之比例。大於戊與丙也本篇八。夫戊與乙之比例。既若丙與丁。更之。則戊與丙之比例。亦若乙與丁本篇十六。而甲與丙之比例。大於乙與丁矣

第二十八題

第一與二之比例。大於第三與四之比例。合之。則第一第二并與二之比例。亦大於第三第四并與四之比例

解曰。一甲乙與二乙丙之比例。大於三丁戊與四戊己。題言合之。則甲丙與乙丙之比例。亦大於丁己與戊己

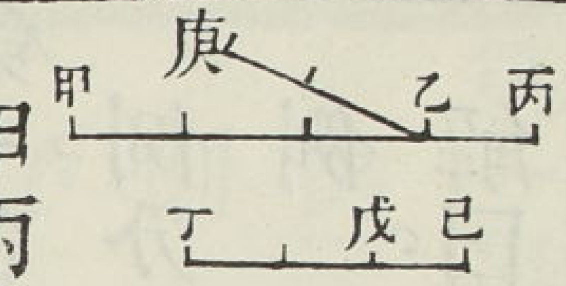


論曰。試作庚乙與乙丙之比例。若丁戊與戊己。卽甲乙與乙丙之比例。大於庚乙與乙丙。而甲乙幾何大於庚乙矣本篇十。此二率者每加一乙丙。卽甲丙亦大於庚丙。而甲丙與乙丙之比例。大於庚丙與乙丙也本篇八。夫庚乙與乙丙之比例。旣若丁戊與戊己。合之。則庚丙與乙丙之比例。亦若丁己與戊己也本篇十八。而甲丙與乙丙之比例。大於丁己與戊己矣

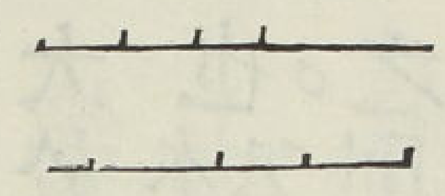
第二十九題

第一合第二與二之比例。大於第三合第四與四之比例。分之。則第一與二之比例。亦大於第三與四之比例

解曰。甲丙與乙丙之比例。大於丁己與戊己。題言分



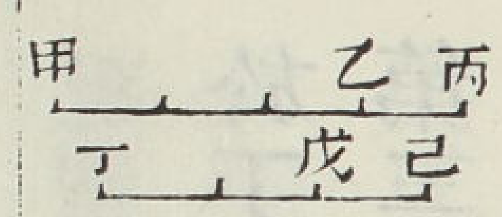
之則甲乙與乙丙之比例亦大於丁戊與戊己
論曰試作庚丙與乙丙之比例若丁己與戊己
卽甲丙與乙丙之比例亦大於庚丙與乙丙而
甲丙幾何大於庚丙矣本篇十此二率者每減一同用
之乙丙卽甲乙亦大於庚乙而甲乙與乙丙之比例
大於庚乙與乙丙也本篇八夫庚丙與乙丙之比例旣
若丁己與戊己分之則庚乙與乙丙之比例亦
若丁戊與戊己也本篇十七而甲乙與乙丙之比例
大於丁戊與戊己矣



第三十題

第一合第二與二之比例大於第三合第四與四之比
例轉之則第一合第二與一之比例小於第三合第
四與三之比例

解曰甲丙與乙丙之比例大於丁己與戊己題言轉
之則甲丙與甲乙之比例小於丁己與丁戊

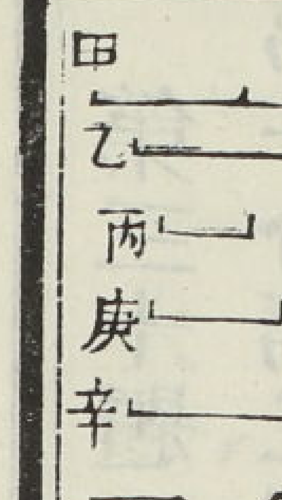


論曰甲丙與乙丙之比例旣大於丁己與戊己
分之卽甲乙與乙丙之比例亦大於丁戊與戊
己也本篇廿九又反之乙丙與甲乙之比例小於戊

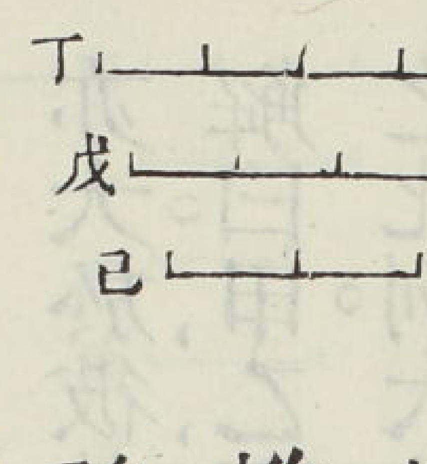
己與丁戊矣本篇廿六又合之甲丙與甲乙之比例亦小於丁己與丁戊也本篇廿八

第三十一題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大於彼第一與二之比例此第二與三之比例大於彼第二與三之比例如是序者以平理推則此第一與三之比例亦大於彼第一與三之比例



解曰甲乙丙此三幾何丁戊己彼三幾何而甲與乙之比例大於丁與戊乙與丙之比例大於戊與己如是序者題言以平理推則甲與丙之比例亦大於丁與己



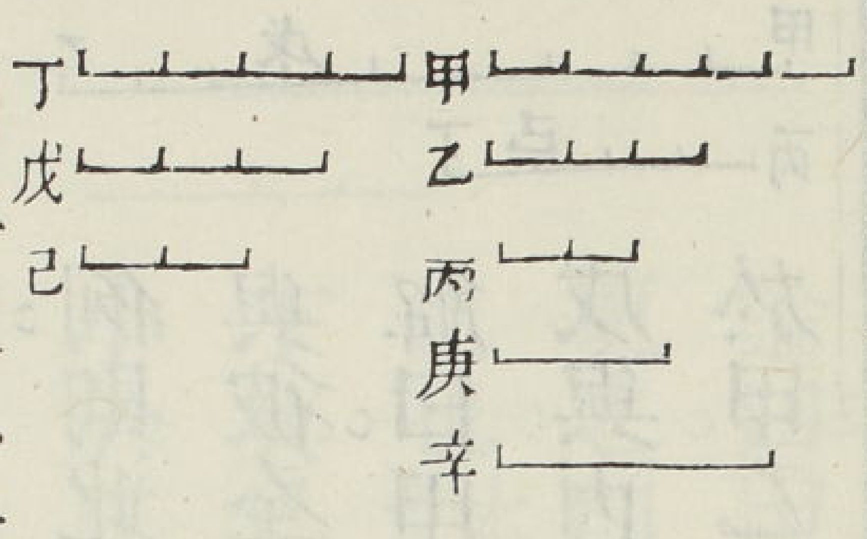
論曰試作庚與丙之比例若戊與己即乙與丙之比例大於庚與丙而乙幾何大於庚本篇十甲與小庚之比例大於甲與大乙矣本篇八夫甲與乙之比例元大於丁與戊即甲與庚之比例更大於丁與戊也次作辛與庚之比例若丁與戊即甲與庚之比例亦大於辛與庚而甲幾何大於辛本篇十是大甲與丙之比例大於小辛與丙矣本篇八夫辛與丙之比

例。以平理推之。若丁與己也。本篇廿二則甲與丙之比例。大於丁與己也

第三十二題

此三幾何彼三幾何。此第一與二之比例。大於彼第二與三之比例。此第二與三之比例。大於彼第一與二之比例。如是錯者。以平理推。則此第一與三之比例亦大於彼第一與三之比例

解曰。甲乙丙此三幾何。丁戊己彼三幾何。而甲與乙之比例。大於戊與己。乙與丙之比例。大於丁與戊。如是錯者。題言以平理推。則甲與丙之比例。亦大於丁與己

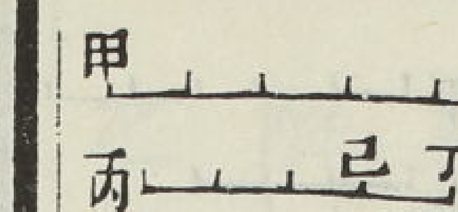


論曰。試作庚與丙之比例。若丁與戊。即乙與丙之比例。大於庚與丙。而乙幾何大於庚。本篇十是甲與小庚之比例。大於甲與大乙矣。本篇八夫甲與乙之比例。既大於戊與己。即甲與庚之比例。更大於戊與己也。次作辛與庚之比例。若戊與己。即甲與庚之比例。亦大於辛與庚而甲幾何大於辛。本篇十是大甲與丙之比例。大於小辛

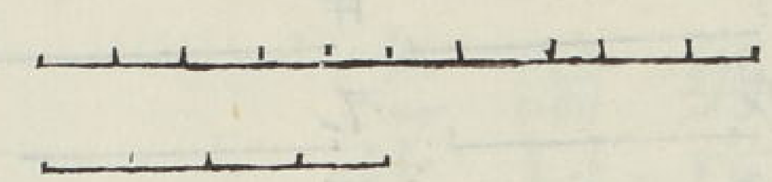
與丙矣本篇八夫辛與丙之比例以平理推之若丁與
己也本篇廿三則甲與丙之比例大於丁與己也

第三十三題

此仝與彼仝之比例大於此仝截分與彼仝截分之比
例則此仝分餘與彼仝分餘之比例大於此仝
與彼仝之比例



解曰甲乙仝與丙丁仝之比例大於兩截分甲
戊與丙己題言兩分餘戊乙與己丁之比例大
於甲乙與丙丁

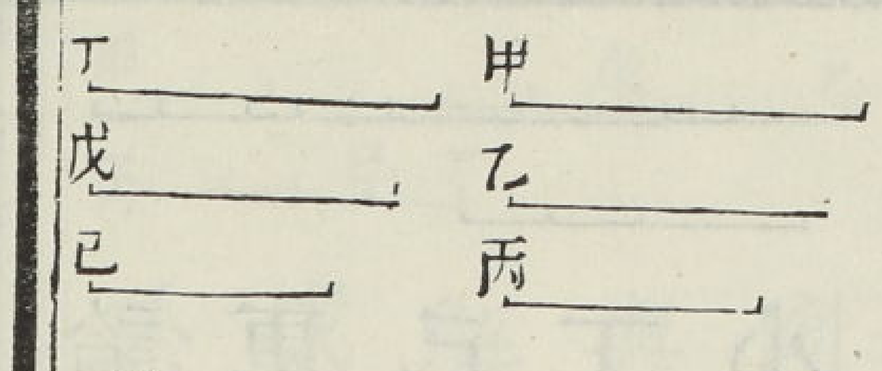


論曰甲乙與丙丁之比例既大於甲戊與丙己
更之即甲乙與甲戊之比例亦大於丙丁與丙
己也本篇廿七又轉之甲乙與戊乙之比例小於丙
丁與己丁也本篇三十又更之甲乙與丙丁之比例
小於戊乙與己丁也本篇廿七戊乙與己丁分餘也
則分餘之比例大於甲乙仝與丙丁仝矣依顯兩仝
之比例小於截分則分餘之比例小於兩仝

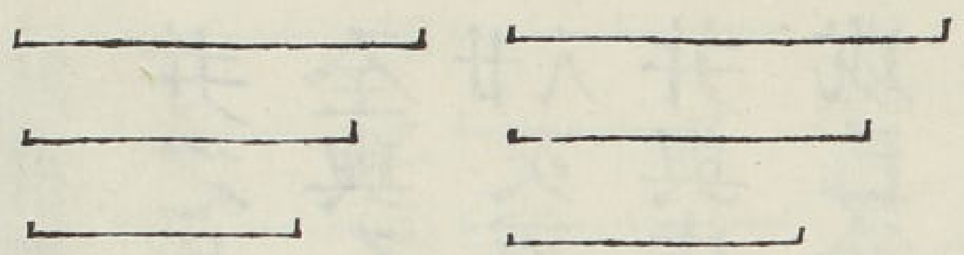
第三十四題 三支

若干幾何又有若干幾何其數等而此第一與彼第一

之比例大於此第二與彼第三之比例此第二與彼第二之比例大於此第三與彼第三之比例以後俱如是則此并與彼并之比例大於此末與彼末之比例亦大於此并減第一與彼并減第一之比例而小於此第一與彼第一之比例

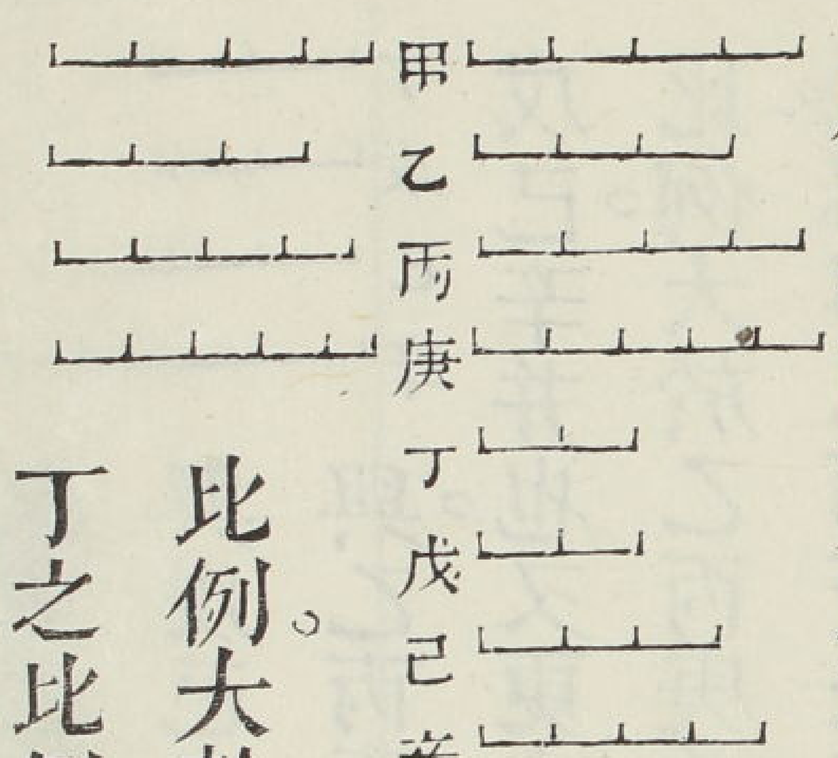


解曰如甲乙丙三幾何又有丁戊己三幾何其甲與丁之比例大於乙與戊乙與戊之比例大於丙與己題先言甲乙丙并與丁戊己并之比例大於丙與己次言亦大於乙丙并與戊己并後言小於甲與丁



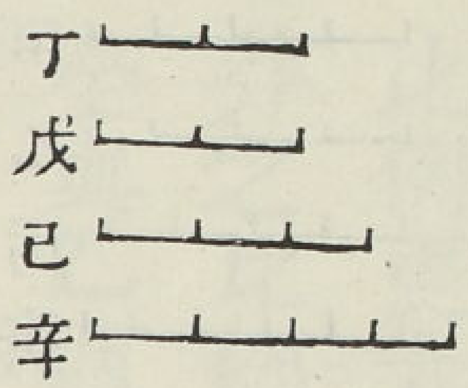
論曰甲與丁之比例既大於乙與戊更之卽甲與乙之比例大於丁與戊也本篇廿七又合之甲乙并與乙之比例大於丁戊并與戊也本篇廿八又更之甲乙并與丁戊并之比例大於乙與戊也本篇廿七是甲乙全與丁戊全之比例大於減并乙與減并戊也既爾卽減餘甲與減餘丁之比例大於甲乙全與丁戊全也本篇卅三依顯乙與戊之比例亦大於乙丙全與戊己全卽甲與丁之

比例更大於乙丙全與戊己全也又更之甲與乙丙并之比例大於丁與戊己并也本篇廿七又合之甲乙丙全與乙丙并之比例大於丁戊己全與戊己并也本篇廿八又更之甲乙丙全與丁戊己全之比例大於乙丙并與戊己并也本篇廿七則得次解也又甲乙丙全與丁戊己全之比例既大於減并乙丙與減并戊己卽減餘甲與減餘丁之比例大於甲乙丙全與丁戊己全也本篇廿二則得後解也又乙與戊之比例既大於丙與己更之卽乙與丙之比例大於戊與己也本篇廿七又合之乙丙全與丙之比例大於戊己全與己也本篇廿八又更之乙丙并與戊己并之比例大於丙與己也本篇廿七而甲乙丙并與丁戊己并之比例既大於乙丙并與戊己并卽更大於末丙與末己也則得先解也



若兩率各有四幾何而丙與己之比例亦大於庚與辛卽與前論同理蓋依上文論、乙與戊之比例大於乙丙庚并與戊己辛并卽甲與丁之比例更大於乙丙庚并與戊己辛并

也更之即甲與乙丙庚并之比例大於丁與戊己辛并也本篇十八又合之甲乙丙庚全



與乙丙庚并之比例大於丁戊己辛全與戊己辛并也又更之甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例大於乙丙庚并與戊己辛并也本篇廿七則得次解也又甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例既大於減并乙丙庚與減并戊己辛即減餘甲與減餘丁之比例大於甲乙丙庚全與丁戊己辛全也本篇卅三則得後解也又依前論顯乙丙庚并與戊己辛并之比例既大於庚與辛而甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例大於乙丙庚并與戊己辛并即更大於末庚與末辛也則得先解也自五以上至於無窮俱倣此論可顯全題之旨

幾何原本第五卷終

番禺孟鴻光校