# 幾何原本

貳

幾何原本第二卷之首

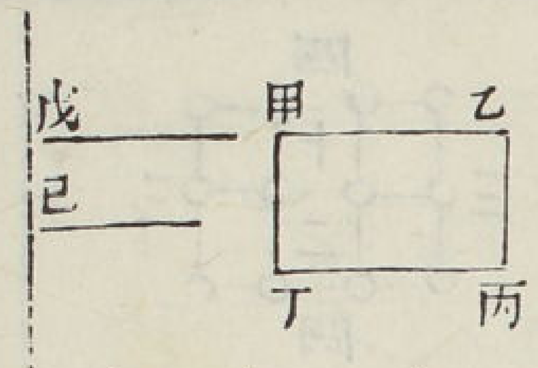
泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

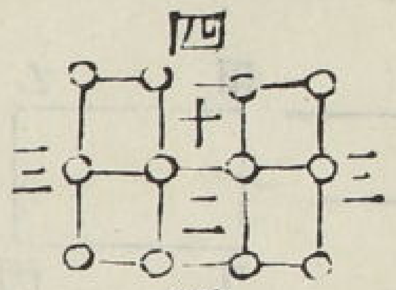
界說二則

第一界

凡直角形之兩邊函一直角者。爲直角形之矩線。




如甲乙偕乙丙。函甲乙丙直角。得此兩邊卽知直角形大小之度。今别作戊線己線。與甲乙乙丙各等。亦卽知甲乙丙丁直角形大小




之度則戊偕己兩線爲直角形之矩線

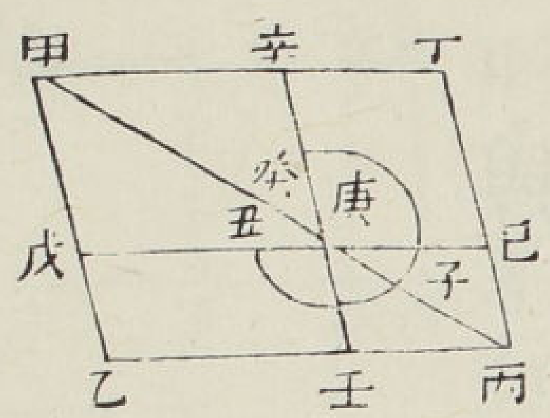
此例與筭法通如上圖一邊得三一邊得四相乘得十二則三偕四兩邊爲十二之矩數

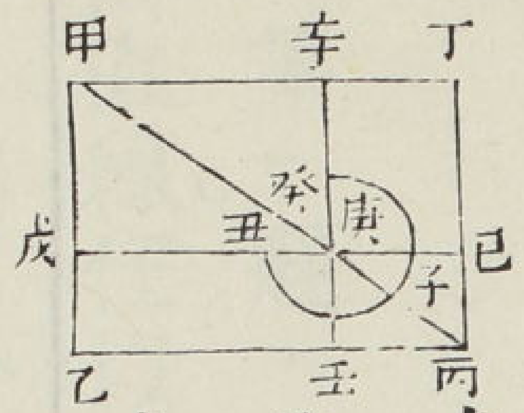
凡直角諸形之內四角皆直故不必更言四邊及平行線止名爲直角形省文也

凡直角諸形不必全舉四角止舉對角二字卽指全形如甲乙丙丁直角形止舉甲丙或乙丁亦省文也

## 第二界

諸方形有對角線者其兩餘方形任偕一角線方形爲罄折形




甲乙丙丁方形任直斜角作甲丙對角線從庚點作戊己辛壬兩線與方形邊平行而分本形爲四方形其辛己庚乙兩形爲餘方形辛戊己壬兩形爲角線方形一卷界說三六兩餘方形任偕一角線方形爲罄折形如辛己庚乙兩餘方形偕己壬角線方形同在癸子丑圜界內者是癸子丑罄折形也用辛戊角線方形倣此

幾何原本第二卷之首終

幾何原本第二卷　本篇論線　計十四題

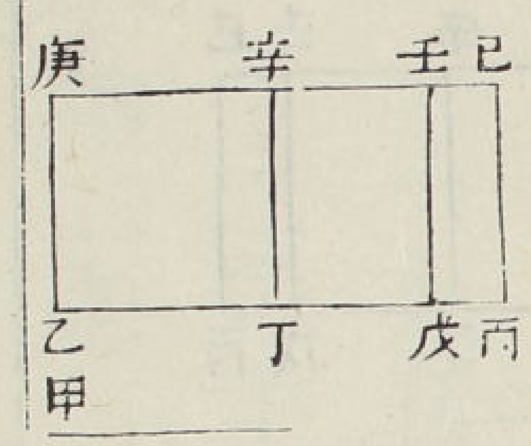
泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

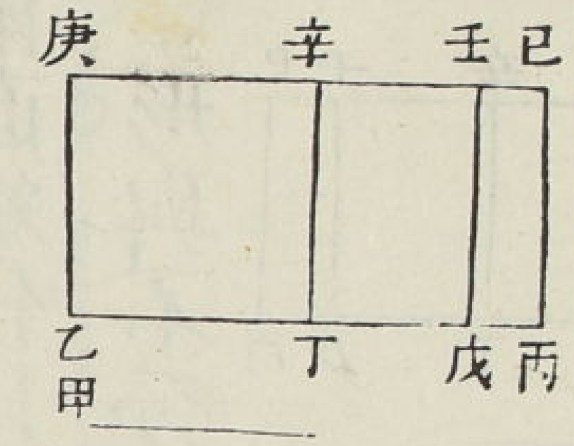
第一題

兩直線任以一線任分為若干分其兩元線矩內直角形與不分線偕諸分線矩內諸直角形并等

解曰甲與乙丙兩線如以乙丙三分之為乙丁丁戊戊丙題言甲偕乙丙矩線內直角形與甲偕乙丁甲偕丁戊甲偕戊丙三



矩線內直角形并等



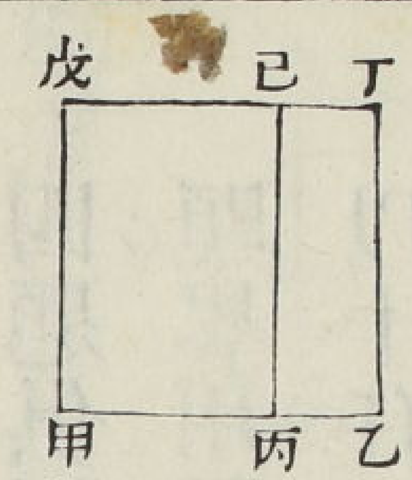

論曰。試作乙已直角形。在乙丙偕等甲之已丙矩線內。作法。于乙界作庚乙。丙界作已丙兩垂線。俱與甲等。爲平行。次作庚已直線。與乙丙平行。次於丁、戊兩點作辛丁、壬戊兩垂線。與庚乙、已丙平行。一卷卅三其辛丁與庚乙、壬戊與已丙既平行。則辛丁與壬戊亦平行。而辛丁、壬戊與已丙等。即亦與甲等。一卷卅四如此則乙辛直角形在甲偕乙丁矩線內。丁壬直角形在甲偕丁戊矩線內。戊已直角形在甲偕戊丙矩線內。并之則三矩內直角形。與甲偕乙丙兩元線矩內直角形等。

注曰。二卷前十題。皆言線之能也。能者謂其上能爲直角形也。如十尺線。其上能爲百尺方形之類。其說與筭數最近。故九卷之十四題。俱以數明此十題之理。今未及詳。因題意難顯。畧用數明之。如本題設兩數當兩線。爲六、爲十。以十任三分之。爲五、爲三、爲二。六乘十爲六十之一大實。與六乘五爲三十。及六乘三爲十八。六乘二爲十二之三小實并等。

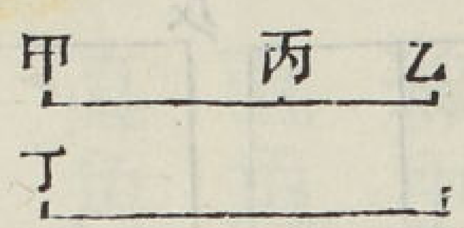
第二題

一直線任兩分之其元線上直角方形與元線偕兩分線兩矩內直角形并等

解曰甲乙線任兩分於丙題言甲乙上直角方形與甲乙偕甲丙甲乙偕丙乙兩矩線內直角形并等




論曰試於甲乙線上作甲丁直角方形從丙點作己丙垂線與甲戊乙丁平行（一卷卅一）其甲戊與甲乙既等（一卷卅四）則甲己直角形在甲乙甲丙矩線內乙丁與甲乙既等則丙丁直角形在甲乙丙乙矩線內而此兩形并與甲丁直角方形等

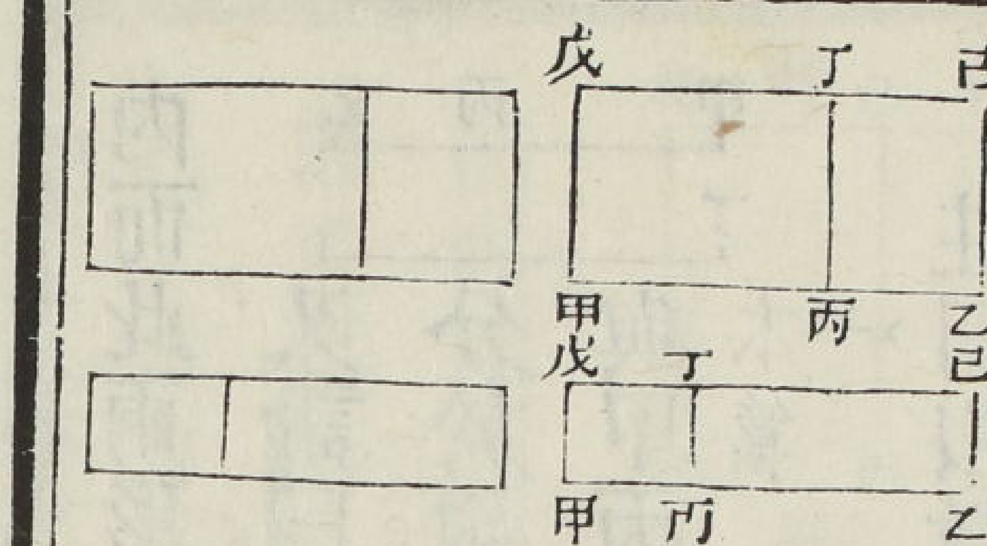



又論曰試別作丁線與甲乙等其甲乙線既任分於丙則甲乙偕丁矩線內直角形（即甲乙上直角方形）與甲丙偕丁丙乙偕丁兩矩線內直角形并等（本篇一）

注曰以數明之設十數任兩分之為七為三十乘七為七十及十乘三為三十之兩小實與十自之百一大實等

第三題

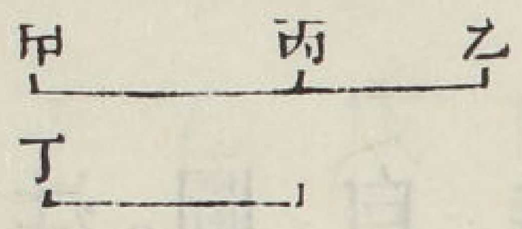
一直線任兩分之其元線任偕一分線矩内直角形與分餘線偕一分線矩内直角形及一分線上直角方形并等




解曰甲乙線任兩分於丙題言元線甲乙任偕一分線如甲丙矩内直角形不論甲丙為長分為短分與分餘丙乙偕甲丙矩線内直角形及甲丙上直角方形并等

論曰試作甲丁直角方形從乙界作乙巳垂線與甲戊平行一卷卅一而於戊丁引長之遇於己其甲戊與甲丙等則甲己直角形在元線甲乙偕一分線甲丙矩内丙丁與甲丙等則丙己直角形在一分線甲丙偕分餘線丙乙矩内而甲己直角形與甲丙丙乙矩線内丙己直角形及甲丙上甲丁直角方形并等

又論曰試別作丁線與一分線甲丙等其甲乙線既任分於丙則甲乙偕丁矩線内直角形即甲乙偕甲丙矩線内直角形與丁偕丙乙即甲丙偕丙乙丁偕甲丙即甲丙上直角方形兩矩線内直角形并等本篇一

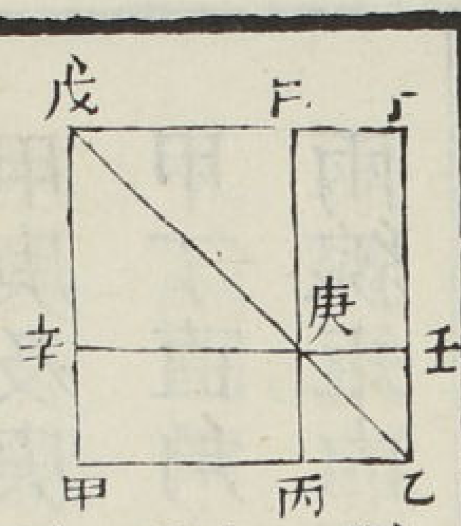


注曰以數明之設十數任兩分之為七為三如前圖則十乘七為七十與七乘三之實二十一及七自之冪四十九并等如後圖十乘三為三十與七乘三之實二十一及三之冪九并等

第四題

一直線任兩分之其元線上直角方形與各分上兩直角方形及兩分互偕矩線內兩直角形并等

解曰甲乙線任兩分於丙題言甲乙線上直角方形與甲丙丙乙線上兩直角方形及甲丙偕丙乙丙乙偕甲丙矩線內兩直角形并等

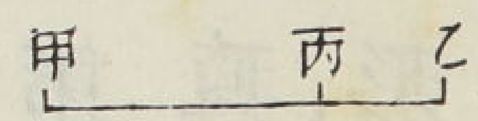



論曰試於甲乙線上作甲丁直角方形次作乙戊對角線次從丙作丙己線與乙丁平行遇對角線於庚末從庚作辛壬線與甲乙平行而分本形為四直角形即甲乙戊角形之甲乙甲戊兩邊等而甲乙戊與甲戊乙兩角亦等一卷五夫甲乙戊形之三角并與兩直角等一卷卅二而甲為直角即甲乙戊甲戊乙皆半直角一卷卅二之二系依顯丁乙戊角形之丁乙戊丁戊乙兩角亦皆半直角則戊己庚外角與

丙角丁、等為直角。一卷廿九。而已戊庚、既半直角。則已庚、戊等為半直角矣。角既等則已庚已戊兩邊亦等。一卷六。庚辛、辛戊亦等。一卷卅四。而辛已為直角方形也。依顯丙壬亦直角方形也。又庚辛與甲丙兩對邊等。一卷卅四。則辛已為甲丙線上直角方形。丙壬為丙乙線上直角方形也。又甲庚及庚丁兩直角形各在甲丙丙乙矩線內也。則甲丁直角方形與甲丙丙乙兩線上兩直角方形、及兩線矩內兩直角形并等矣

系。從此推知、凡直角方形之角線形。皆直角方形

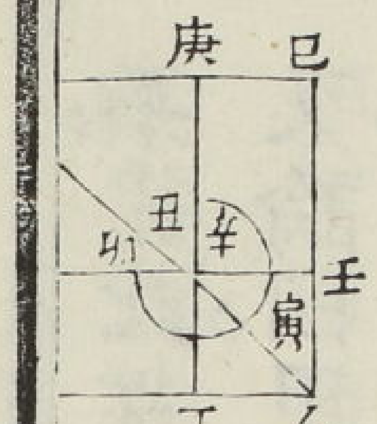
又論曰。甲乙線既任分於丙。則元線甲乙上直角方形。與元線偕各分線、矩內兩直角形并等。本篇二 又甲乙偕甲丙、矩線內直角形與甲丙偕丙乙矩線內直角形及甲丙上直角方形并等。本篇三 甲乙偕丙乙矩線內直角形與丙乙偕甲丙、矩線內直角形及丙乙上直角方形并等。本篇三 則甲乙上直角方形與甲丙丙乙上兩直角方形及甲丙偕丙乙、丙乙偕甲丙、矩線內兩直角形并等



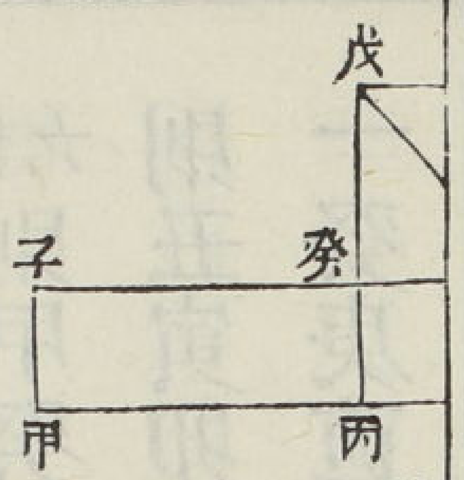
注曰。以數明之。設十數。任兩分之。為七、為三。十之羃百。與七之羃四十九。三之羃九。及三七互乘之實兩二十一、并等。

第五題

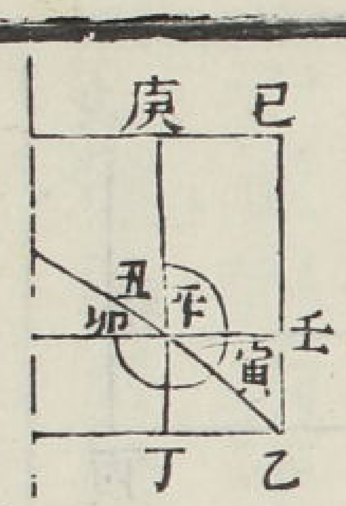
一直線兩平分之。又任兩分之。其任兩分線、矩內直角形、及分內線上直角方形并。與平分半線上直角方形等。



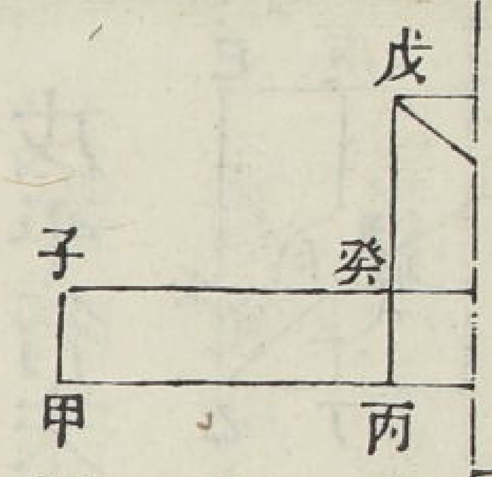

解曰。甲乙線、兩平分於丙。又任兩分於丁。其丙丁為分內線。丙丁線者。丙乙所以大於丁乙之較。又甲丁所以大於甲丙之較。故曰分內線題言甲丁、丁乙矩線內直角形、及分內線丙丁上直角方形并。與丙乙線上直角方形等。




論曰。試於丙乙線上作丙巳直角方形。次作乙戊對角線。從丁作丁庚線。與乙巳平行。遇對角線於辛。次從辛作壬癸線。與丙乙平行。次從甲作甲子線。與丙戊平行。末從壬癸線引長之。遇於子。夫丁壬、癸庚。皆直角方形。本篇四之系而辛丁、與丁乙兩線等。




一卷卅四、癸辛與丙丁、兩線等。則甲辛直角形。



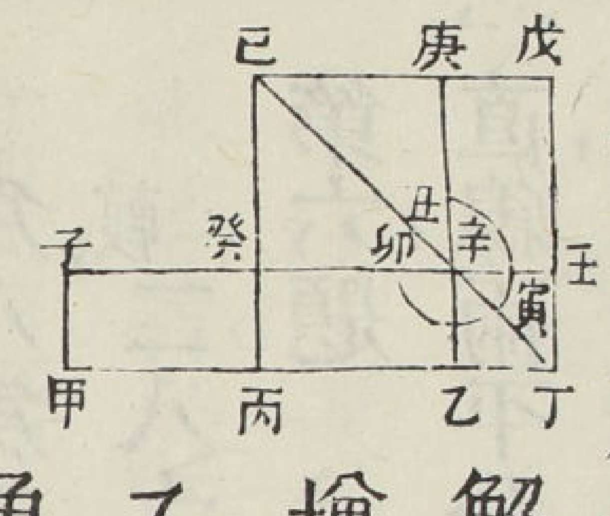

在任分之甲丁、丁乙矩線內。而癸庚爲分內線丙丁上直角方形也。今欲顯甲辛直角形及癸庚直角方形并與丙巳直角方形等者。於丙辛、辛巳相等之兩餘方形。一卷四三每加一丁壬直角方形。卽丙壬及丁巳兩直角形等矣。而甲癸與丙壬兩形。同在平行線內。又底等。卽形亦等。一卷卅六則甲癸與丁巳亦等也。卽又每加一丙辛直角形。則丑寅卯磬折形。豈不與甲辛等。次於磬折形又加一癸庚直角方形。豈不與丙巳直角方形等也。而甲辛、癸庚兩形并。亦與丙巳等也。則甲丁、丁乙矩線內直角形。及丙丁上直角方形并。與丙乙上直角方形等。

注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又任分之。爲八、爲二。則三爲分內數。三者。五所以大於二之較。又八所以大於五之較。二八之實十六、三之羃九。與五之羃二十五等。

第六題

一直線。兩平分之。又任引增一直線。共爲一全線。其全線偕引增線矩內直角形。及半元線上直角方形并。

與半元線偕引增線上直角方形等。

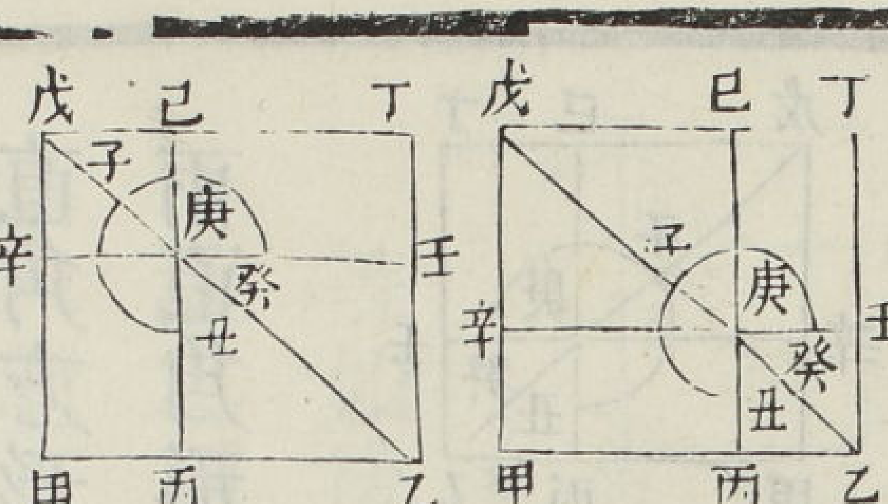



解曰。甲乙線兩平分於丙。又從乙引長之。增乙丁。與甲乙通爲一全線。題言甲丁偕乙丁矩線內直角形。及半元線丙乙上直角方形并。與丙丁上直角方形等。

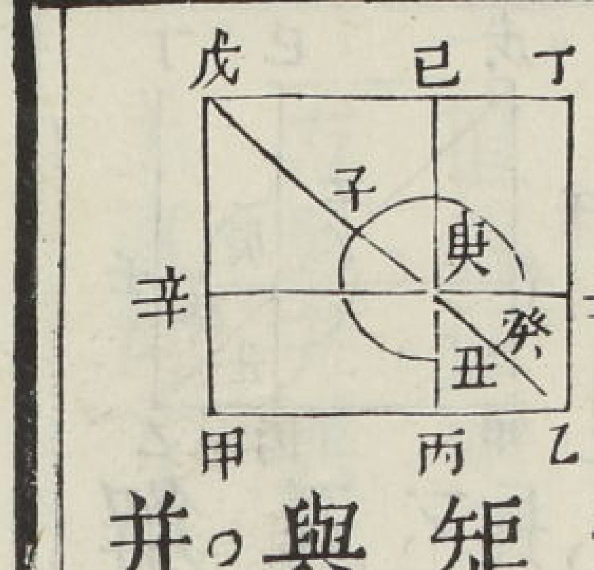
論曰。試於丙丁上作丙戊直角方形。次作丁己對角線。從乙作乙庚線。與丁戊平行。遇對角線於辛。次從辛作壬癸線。與丙丁平行。次從甲作甲子線。與丙己平行。末從壬癸線引長之。遇於子。夫乙壬癸庚皆直角方形。本篇四之系 而乙丁丁壬兩線等。一卷卅四 癸辛與丙乙兩線等。則甲壬直角形在甲丁偕乙丁矩線內。而癸庚爲丙乙上直角方形也。今欲顯甲壬直角形及癸庚直角方形并。與丙戊直角方形等者。試觀甲癸與丙辛兩直角形同在平行線內。又底等。即形亦等。一卷卅六 而丙辛與辛戊等。一卷四三 則辛戊與甲癸亦等。即又每加一丙壬直角形。則丑寅卯磬折形與甲壬等。夫磬折形加一癸庚形。本與丙戊直角方形等也。即甲壬癸庚兩形并。亦與丙戊等也。則甲丁乙丁矩

線內直角形及丙乙上直角方形并。豈不與丙丁上
直角方形等。
注曰。以數明之。設十數。兩平分之各五。又引增二。
共十二。二乘之為二十四。及五之冪二十五。與七
之冪四十九等。
第七題
一直線任兩分之。其元線上及任用一分線上兩直角
方形并。與元線偕一分線矩內直角形二。及分餘線
上直角方形并等。

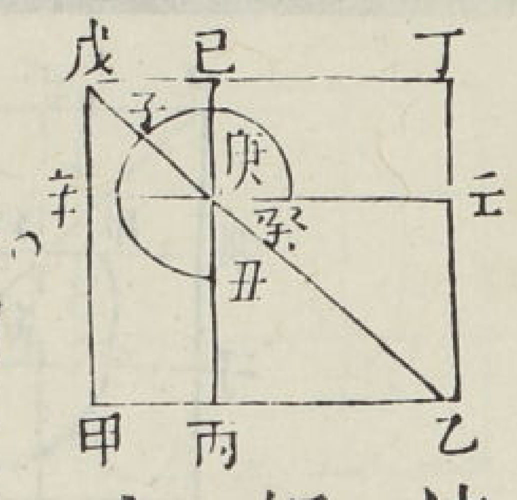





解曰。甲乙線任分於丙。題言元線甲乙上
及任用一分線如甲丙上兩直角方形并。
不論甲丙為長分為短分與甲乙偕甲丙矩內直角形
二。及分餘線丙乙上直角方形并等。
論曰。試於甲乙上作甲丁直角方形。次作
乙戊對角線。從丙作丙己線與乙丁平行。
遇對角線於庚。末從庚作辛壬線與甲乙平行。夫辛
己丙壬皆直角方形。本篇四之系而辛庚與甲丙等。一卷卅四
即辛己為甲丙上直角方形也。又甲戊與甲乙等。即



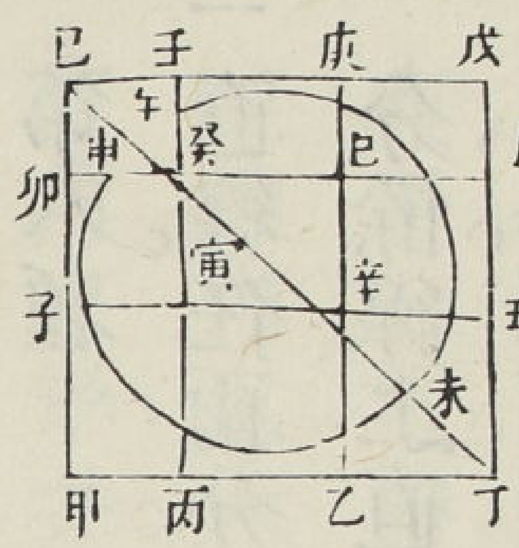

甲己直角形、在甲乙偕甲丙、矩線內也。又戊丁、丁壬、與甲乙甲丙各等、即辛丁直角形、亦在甲乙偕甲丙、矩線內也。夫甲己、己壬、兩直角形。即癸子丑罄折形并本與甲丁直角方形等、今於甲己、辛丁、兩直角形并加一丙壬直角方形。即與甲丁直角方形加一辛己直角方形等矣。則甲乙、甲丙、矩線內直角形二、及丙乙上直角方形并。與甲乙上直角方形、及甲丙上直角方形并等也。

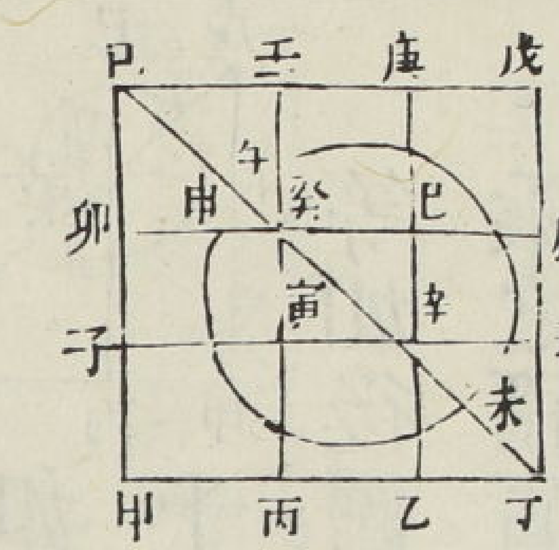



注曰。以數明之。設十數任分之、爲六、爲四。如前圖。十之羃百、及六之羃三十六、并與十六互乘之兩實百二十、及四之羃十六、等。如後圖。十之羃百、及四之羃十六、并與十四互乘之兩實八十、及六之羃三十六、等。

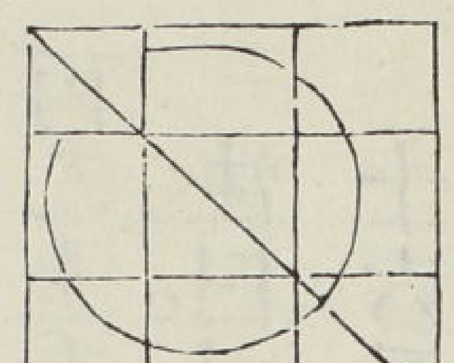
第八題

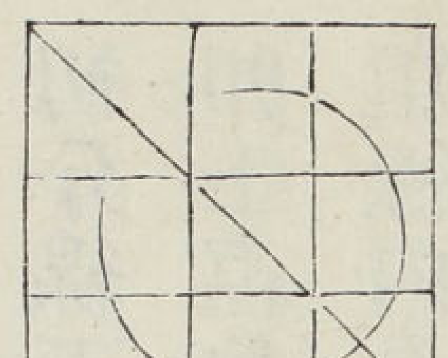
一直線任兩分之。其元線偕初分線、矩內直角形四、及分餘線上直角方形、并與元線偕初分線上直角方形等。解曰。甲乙線任分於丙。題言元線甲乙、偕初分




線丙乙、矩內直角形四。不論丙乙爲長分爲短分及
分餘線甲丙上直角方形，并。與甲乙偕
丙乙上直角方形等。
論曰。試以甲乙線、引增至丁。而乙丁與
丙乙等。於全線上、作甲戊直角方形、次
作丁己對角線。從乙作乙庚線與丁戊
平行、遇對角線於辛。次從丙作丙壬線、
與甲己平行、遇對角線於癸。次從辛作
子丑線與甲丁平行、遇丙壬於寅。末從





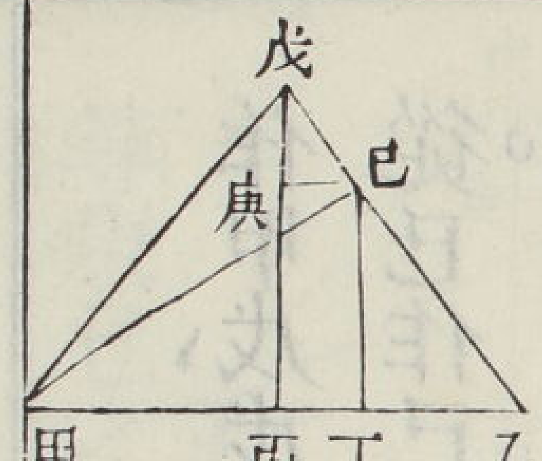
癸作卯辰線與戊己平行、遇乙庚於己。
其卯壬、寅己、乙丑、俱角線方形、一卷卌四之系
而卯癸、與甲丙、丙兩線等。一卷卌四卽卯壬爲
甲丙上直角方形、又寅辛與丙乙、兩線
等。一篇卌四卽寅己爲丙乙上直角方形與
乙丑等。丙乙與乙丁等故又乙辛、辛己兩線。亦
各與丙乙等。而甲辛、子己、兩直角形各在甲乙、丙乙、
矩線內卽等。子辛與甲乙等故寅庚、辛戊、兩直角形。亦各在
甲乙、丙乙、矩線內卽又等。寅辛、辛丑與丙乙、乙丁等。辛庚、丑戊。與等甲乙之子

辛等故寅己既與乙丑等。而每加一癸庚、即乙丑、癸庚、
并與寅庚、又等。是甲辛、一子己、二辛戊、三乙丑、四癸
庚、五五直角形并為午未申罄折形。與元線甲乙、偕
初分線丙乙、矩內直角形四等。而午未申罄折形、及
卯壬直角方形、本與甲戊直角方形等。則甲乙、乙丙、
矩線內直角形四、及甲丙上直角方形、并與甲乙、偕
丙乙上直角方形等。

注曰。以數明之。設十數。任分之、為六、為四。如前圖。
十六互乘之實四、為二百四十、及四之冪十六、共
二百五十六。與十六之冪等。如後圖。十四互乘之
實四、為一百六十、及六之冪三十六。共一百九十
六。與十四之冪等。

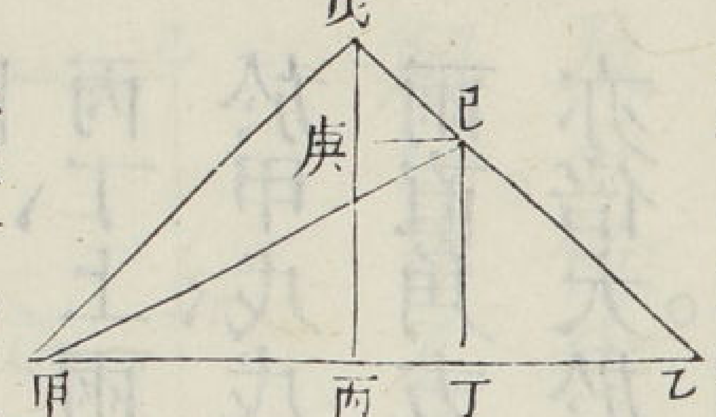
第九題

一直線。兩平分之。又任兩分之。任分線上兩直角方形
并。倍大於平分半線上及分內線上兩直角方形并。




解曰。甲乙線平分於丙。又任分於丁。題言
甲丁、丁乙、上兩直角方形并、倍大於平分
半線甲丙、上分內線丙丁、上兩直角方形并。

論曰。試於丙上作丙戊垂線。與甲丙等。次作甲戊、戊乙、兩腰。次從丁作丁己垂線。遇戊乙於己。從己作己庚線。與甲乙平行。遇戊丙於庚。末作甲己線。其甲丙戊角形之甲丙、丙戊、兩腰等。卽丙戊甲、甲戊丙、兩角亦等。一卷五而甲丙戊爲直角。卽餘兩角、皆半直角。一卷卅二之系依顯丙戊乙、亦半直角。又戊庚己角形之戊庚己角。爲戊丙乙之外角。卽亦直角。一卷廿九而庚戊己半直角。卽庚己戊亦半直角。一卷卅二之系又庚戊己、庚己戊、兩角等。卽庚戊、庚己、兩腰亦等。一卷六依顯




丁乙己角形之丁乙、丁己、兩腰亦等。夫甲丙戊角形之丙爲直角。卽甲戊線上直角方形。與甲丙、丙戊、線上兩直角方形并等。一卷四七而甲丙、丙戊、上兩直角方形。自相等。卽甲戊上直角方形。倍大於甲丙上直角方形矣。又戊庚己角形之庚爲直角。卽戊己線上直角方形。與庚戊、庚己、線上兩直角方形并等。一卷四七而庚戊、庚己、上兩直角方形。自相等。卽戊己上直角方形。倍大於等庚己之丙丁上直角方形矣。庚己、丙丁。爲丙己直角形之對邊。故見一

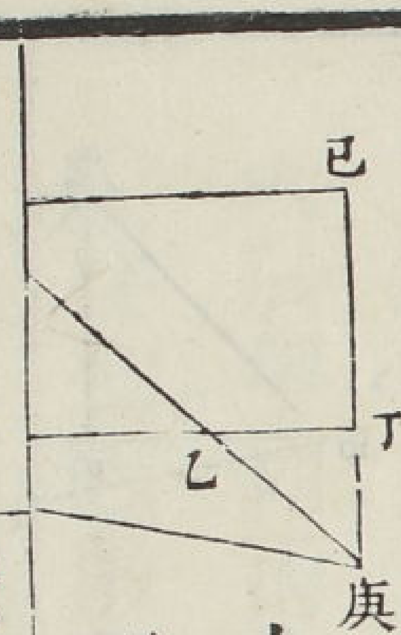
卷卅四則是甲戊、戊己上兩直角方形并倍大於甲丙、丙丁上兩直角方形并也。又甲己上直角方形既等於甲戊、戊己上兩直角方形并、又等於甲丁、丁己上兩直角方形并。一卷四七則甲丁、丁己上兩直角方形并。亦倍大於甲丙、丙丁上兩直角方形并矣。而丁己與丁乙等。則甲丁、丁乙上兩直角方形并豈不倍大於甲丙、丙丁上兩直角方形并也。

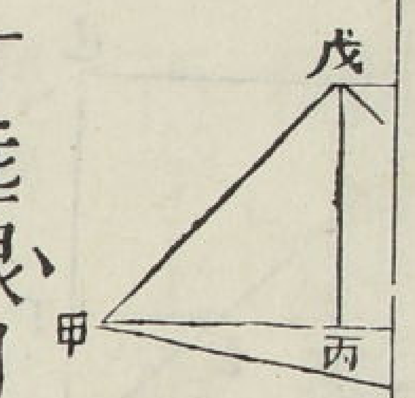
注曰。以數明之。設十數兩平分之各五。又任分之、爲七爲三。分內數二。其七之冪四十九。及三之冪九。倍大於五之冪二十五、及二之冪四。

第十題

一直線兩平分之。又任引增一線。共爲一全線。其全線上及引增線上兩直角方形并。倍大於平分半線上及分餘半線偕引增線上兩直角方形并。

解曰。甲乙直線平分於丙。又任引增爲乙丁。題言甲丁線上及乙丁線上兩直角方形并。倍大於甲丙線上及丙丁線上兩直角方形并






論曰。試於丙上作丙戊垂線。與甲丙等。自戊至甲、至乙各作腰線。次從丁作已丁垂線、引長之。又從戊乙引長之。遇於庚。次作戊已線。與丙丁平行。末作甲庚線。依前題論推顯甲戊乙為直角。而丙戊乙為半直角。即相對之戊庚已亦半直角。一卷廿九又已為直角。一卷卅四即已戊庚亦半直角。一卷卅二而已戊已庚兩腰必等。一卷六依顯乙丁丁庚兩腰亦等。夫甲戊上直角方形。等於甲丙丙戊上兩直角方形并。一卷四七必倍大於甲丙上直角方形。而戊庚上

直角方形。等於戊已已庚上兩直角方形并。一卷四七必倍大於對戊已邊之丙丁上直角方形。一卷卅四則甲戊戊庚上兩直角方形并。倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并也。又甲庚上直角方形。等於甲戊戊庚上兩直角方形并。亦等於甲丁丁庚上兩直角方形并。則甲丁丁庚上兩直角方形并。亦倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并也。而甲丁、乙丁上兩直角方形并。倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并矣。丁庚與乙丁等故

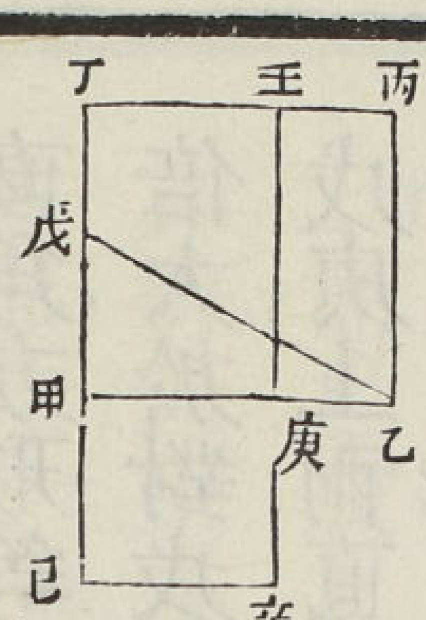
注曰。以數明之。設十數平分之各五。又任增三。為

十三十三之冪一百六十九及三之冪九倍大於五之冪二十五及八之冪六十四也



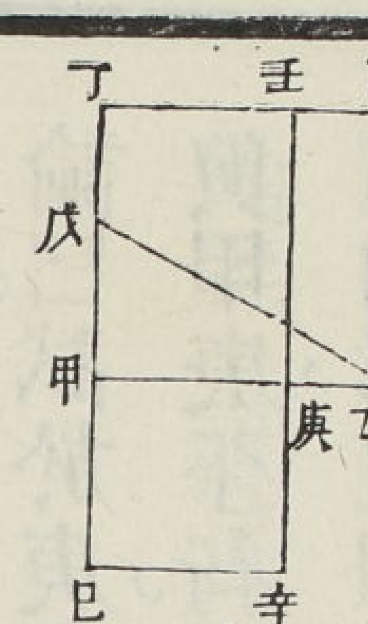
第十一題

一直線求兩分之而元線偕初分線矩內直角形與分餘線上直角方形等




法曰甲乙線求兩分之而元線偕初分小線矩內直角形與分餘大線上直角方形等先於甲乙上作甲丙直角方形次以甲丁線兩平分於戊次作戊乙線次從戊甲引增至己而戊己線與戊乙等末於甲乙線截取甲庚與甲己等卽甲乙偕庚乙矩線內直角形與甲庚上直角方形等如所求

論曰試於庚上作壬辛線與丁己平行次作己辛線與甲庚平行其壬庚與丙乙等卽與甲乙等而庚丙直角形在甲乙偕庚乙矩線內也又甲庚與甲己等而甲為直角卽己庚為甲庚上直角方形也卷一卌四今欲顯庚丙直角形與己庚直角方形等者試觀甲丁兩平分於戊而引增一甲己是丁己偕甲己矩線內



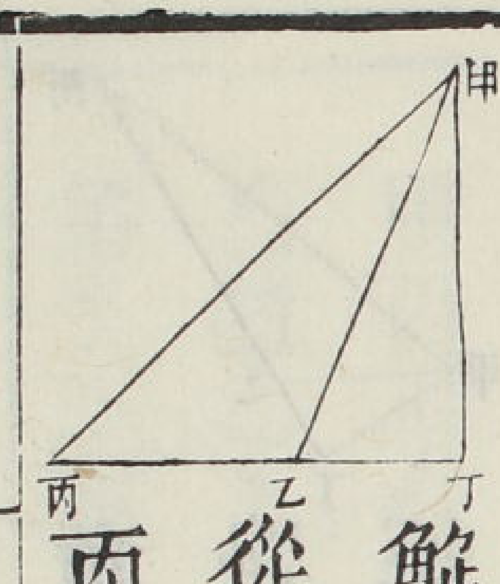

直角形卽丁辛直角形及甲戊上直角方形并與等戊己之戊乙上直角方形等本篇六夫戊乙上直角方形等於甲戊甲乙上兩直角方形并一卷四七卽丁辛直角形及

甲戊上直角方形并與甲戊甲乙上兩直角方形并等矣次各減同用之甲戊上直角方形卽所存丁辛直角形不與甲乙上甲丙直角方形等乎此二率者又各減同用之甲壬直角形則所存已庚直角方形與庚丙直角形等而甲乙偕庚乙矩線內直角形與甲庚上直角方形等也

注曰此題無數可解說見九卷十四題

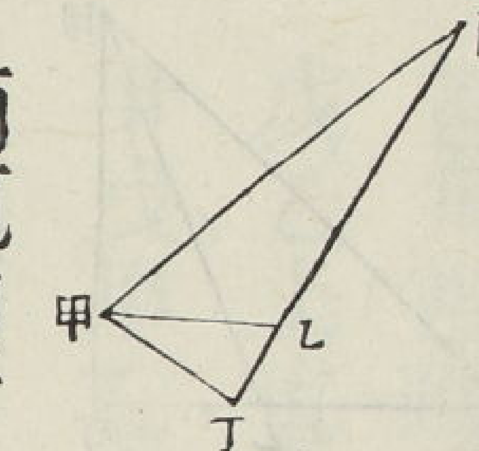
第十二題

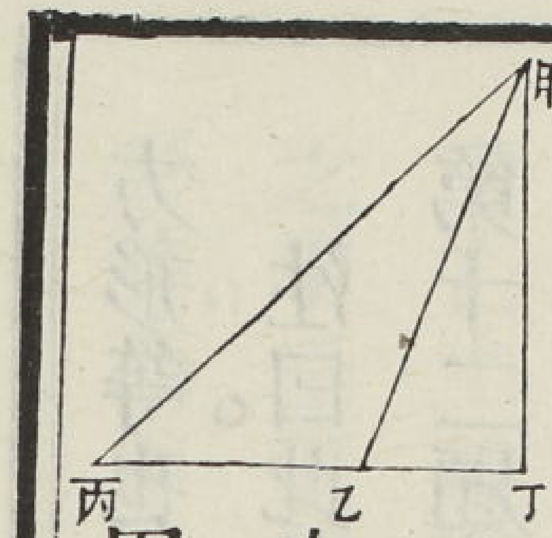
三邊鈍角形之對鈍角邊上直角方形大於餘邊上兩直角方形并之較爲鈍角旁任用一邊偕其引增線之與對角所下垂線相遇者矩內直角形二



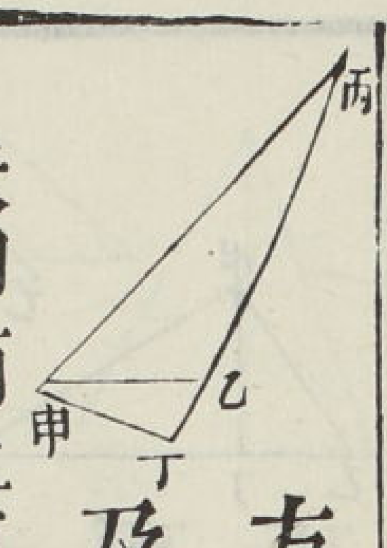

解曰甲乙丙三邊鈍角形甲乙丙爲鈍角從餘角如甲下一垂線與鈍角旁一邊如丙乙之引增線遇於丁爲直角題言對鈍

角之甲丙邊上直角方形大於甲乙丙邊上兩直角方形并之較為丙乙偕乙丁矩線內直角形二反說之則甲乙乙丙上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并與甲丙上直角方形等



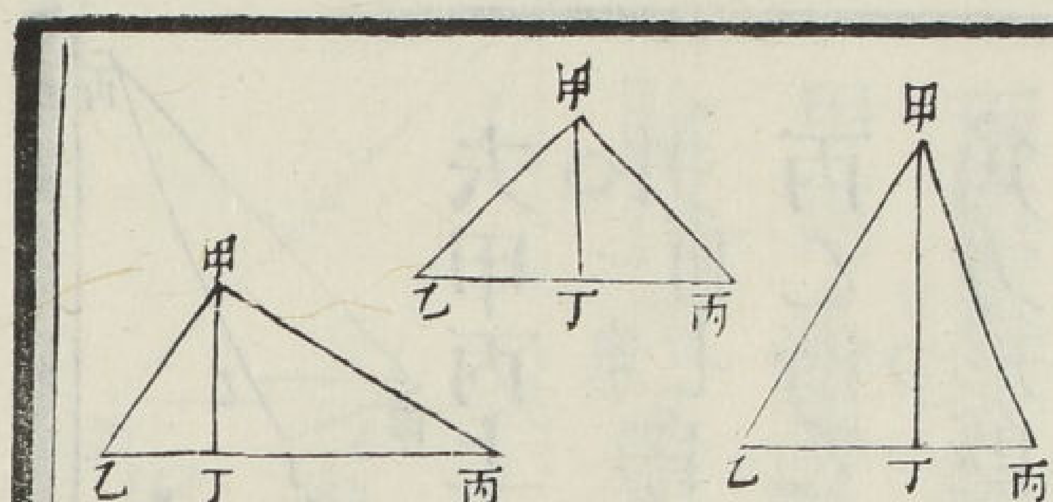

論曰丙丁線既任分於乙即丙丁上直角方形與丙乙乙丁上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等（本篇四）此二率者每加一甲丁上直角方形即丙丁甲丁上兩直角方形并與丙乙乙丁甲丁上直角方形三及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等也



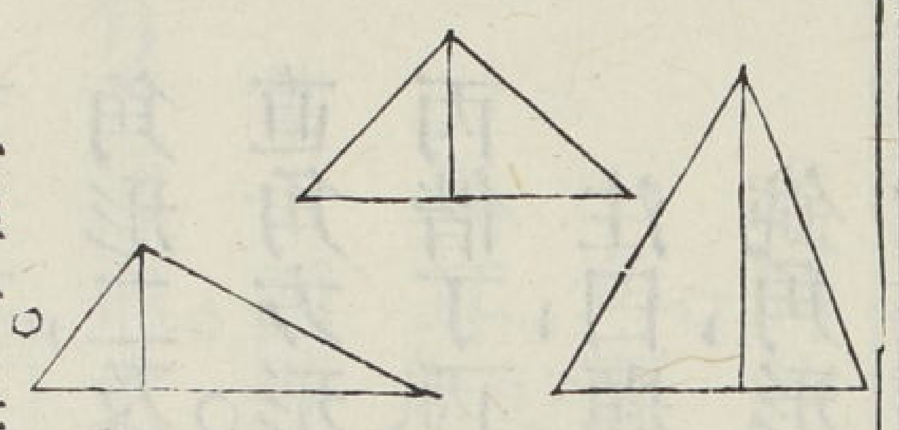

夫甲丙上直角方形等於丙丁甲丁上兩直角方形并（一卷四七）即亦等於丙乙乙丁甲丁上直角方形三及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并也又甲乙線上直角方形既等於乙丁甲丁上兩直角方形并（一卷四七）即甲丙上直角方形與甲乙丙乙上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等矣

第十三題

三邊銳角形之對銳角邊上直角方形。小於餘邊上兩直角方形并之較。爲銳角旁任用一邊。偕其對角所下垂線旁之近銳角分線。矩內直角形二。




解曰。甲乙丙三邊銳角形。從一角如甲向對邊乙丙下一垂線。分乙丙於丁。題言對甲丙乙銳角之甲乙邊上直角方形。小於乙丙甲丙邊上兩直角方形并之較。爲乙丙偕丁丙矩線內直角形二。反說之。則乙丙甲丙上兩直角方形并與甲乙上直角方形。及乙丙偕丁丙矩線內直角形二。并等



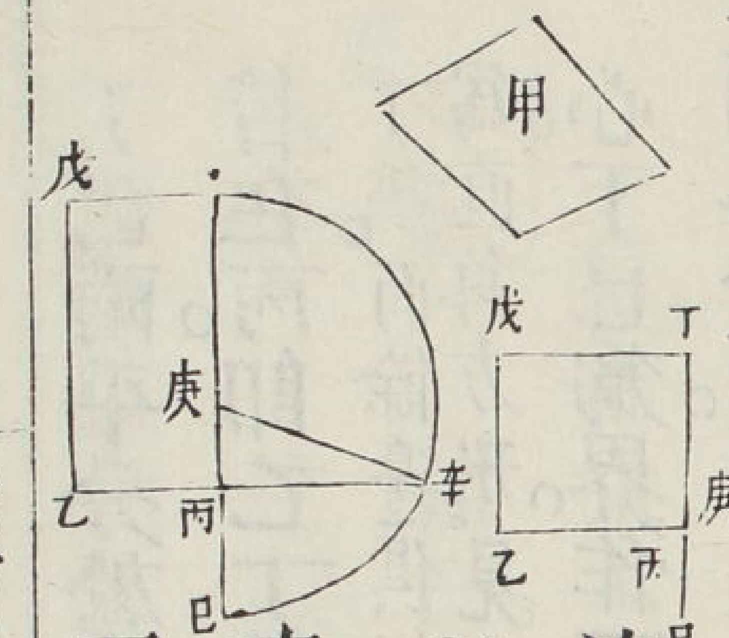
論曰。乙丙線既任分於丁。卽乙丙丁丙上兩直角方形。并與乙丙偕丁丙矩線內直角形二。及乙丁上直角方形。并等。本篇七此二率者。每加一甲丁上直角方形。卽乙丙丁丙甲丁上直角方形三。與乙丙偕丁丙矩線內直角形二。及乙丁甲丁上兩直角方形。并等也。又甲丙上直角方形。等於丁丙甲丁上兩直角方形并。一卷四七卽乙丙甲

丙上兩直角方形并。與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及乙丁甲丁上兩直角方形并等也。又甲乙上直角方形。等於乙丁甲丁上兩直角方形并。一卷四七卽乙丙甲丙上兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及甲乙上直角方形并等。反說之則甲乙上直角方形小於乙丙甲丙上兩直角方形并者為乙丙偕丁丙矩線內直角形二也。

注曰。題中止論銳角形。不言直角鈍角形。而直角鈍角形中。俱有兩銳角。一卷十七卄二卽對銳角邊上形。亦同此論。如第二第三圖是但三銳角形所作垂線。任用一角。而直角形必用直角。鈍角形必用鈍角。此為異耳。直角鈍角形。不用直角鈍角。不能作垂線

## 第十四題

有直線形。求作直角方形。與之等。

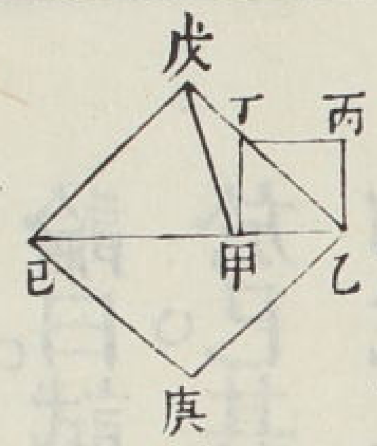



法曰。甲直線無法四邊形。求作直角方形與之等。先作乙丁形與甲等而直角。一卷四五次任用一邊引長之。如丁丙引之至己。而丙己與乙丙等。次以

丁已兩平分於庚。其庚點、或在丙點、或在丙點之外。若在丙。即乙丁是直角方形。與甲等矣。蓋丙已與乙丙等。又與丙丁等。而餘邊俱相等。故乙丁爲直角方形。見一卷卅四 若庚在丙外、即以庚爲心。丁已爲界。作丁辛已半圜。末從乙丙線引長之。遇圜界於辛。即丙辛上直角方形與甲等。

論曰。試自庚至辛、作直線。其丁已線既兩平分於庚。又任兩分於丙。則丁丙偕丙已矩內直角形、即乙丁直角形 益丙已與乙丙等故 及庚丙上直角方形、并與等庚已之庚辛上直角方形等。本篇五 夫庚辛上直角方形等於庚丙、丙辛、上兩直角方形并。一卷四七 即乙丁直角形、及庚丙、丙辛、上兩直角方形并、與庚丙、丙辛、上兩直角方形并等。次各減同用之庚丙上直角方形。則丙辛上直角方形與乙丁直角形等。

增題。凡先得直角方形之對角線、所長於本形邊之較。而求本形邊。




法曰。直角方形之對角線、所長於本形邊之較。爲甲乙。而求本形邊。先於甲乙上作甲丙直角方形。次作乙丁對角線。又引長之、爲丁

戊線。而丁戊與甲丁等。即得乙戊線。如所求

論曰。試於乙戊作戊巳垂線。從乙甲線引長之。遇於巳。其乙戊巳既直角。而戊乙巳為半直角。一卷卅二即戊巳乙亦半直角。而戊乙、與戊巳兩邊等。一卷六次作巳庚、與戊乙平行。作乙庚、與戊巳平行。即戊庚形、為戊乙邊上直角方形也。末作戊甲線。即丁戊甲、丁甲戊、兩角等也。一卷五夫乙戊巳、丁甲巳、既兩皆直角。試每減一相等之丁戊甲、丁甲戊角。即所存巳戊甲、巳甲戊、兩角必等。而巳戊、巳甲、兩邊必等。一卷六則乙巳對角線。大於乙戊邊之較。為甲乙矣。

此增不在本書。因其方形。故類附於此

幾何原本第二卷終

幾何原本第三卷之首

泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啟筆受

界說十則

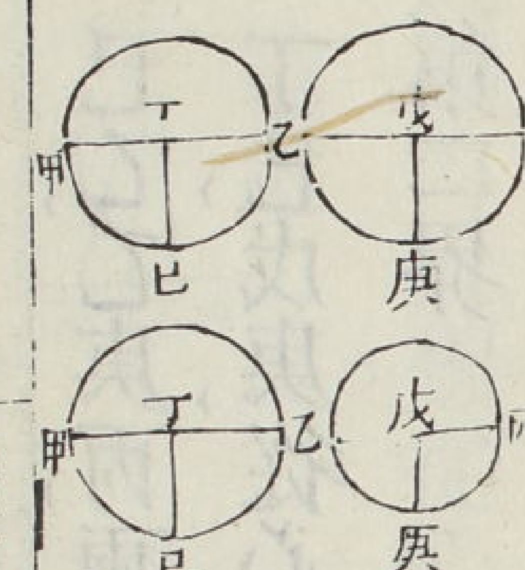
第一界

凡圜之徑線等或從心至圜界線等爲等圜

三卷將論圜之情故先爲圜界說此

解圜之等者如上圖甲乙乙丙兩徑

等或丁己戊庚從心至圜界等即甲

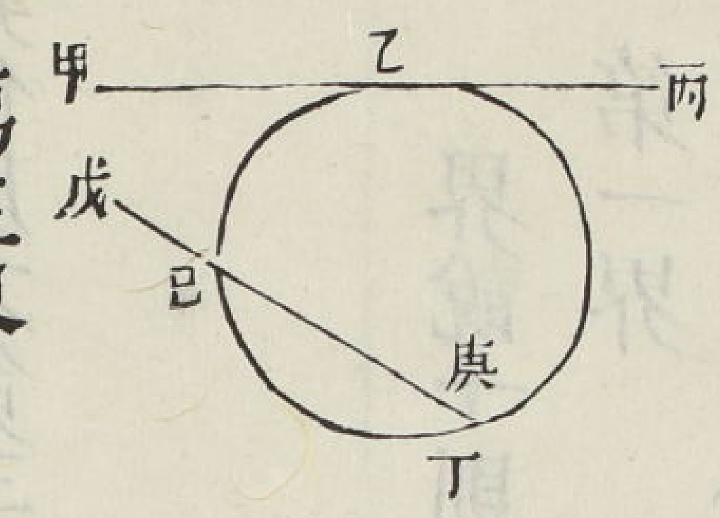


已乙庚丙兩圓等。若下圖甲乙丙兩徑不等。或丁已戊庚從心至圓界不等。則兩圓亦不等矣。

第二界

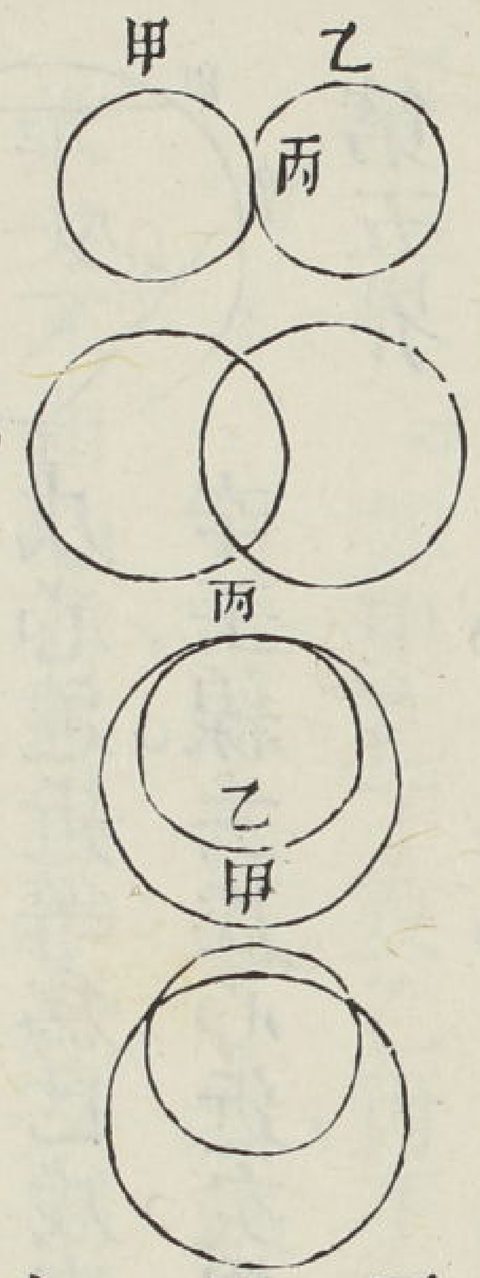
凡直線切圓界。過之而不與界交。為切線。

甲乙線切乙已丁圓之界乙。又引長之至丙而不與界交。其甲丙線全在圓外。為切線。若戊已線先切圓界。而引之至庚入圓內。則交線也。




第三界

凡兩圓相切而不相交。為切圓。



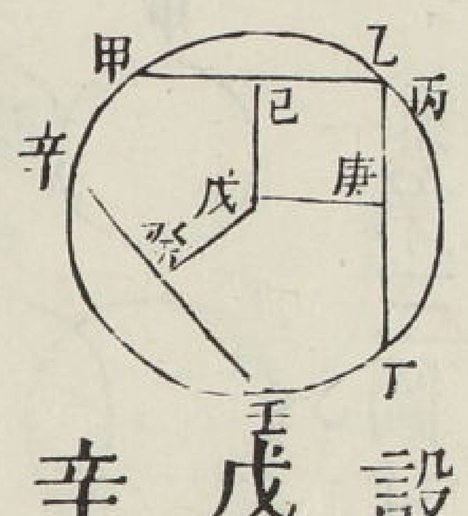

甲乙兩圓。不相交而相切於丙。或切於外。如第一圖。或切於內。如第三圖。其第二第四圖則交圓也。

第四界

凡圓內直線。從心下垂線。其垂線大小之度。即直線距心遠近之度。


凡一點至一直線上。惟垂線至近。其他即

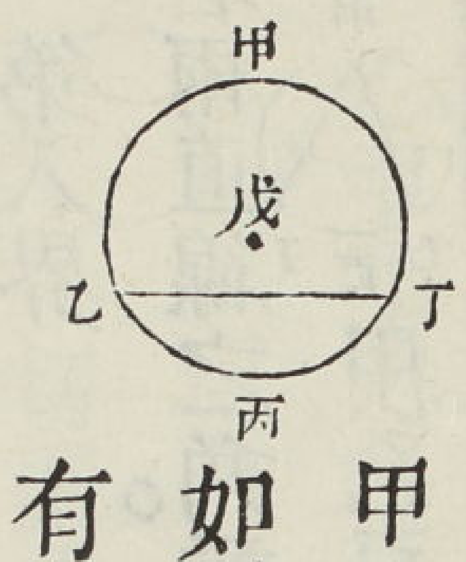
遠。垂線一而已。遠者無數也。故欲知點與線相去遠近。必用垂線為度。試如前圖甲點與乙丙線、相去遠近。必以甲丁垂線為度。爲甲丁一線。獨去直線至近、他若甲戊甲己諸線。愈大愈遠。乃至無數。故如後圖。




設甲乙丙丁圓內之甲乙、丙丁、兩線。其去戊心遠近等。為己戊、庚戊、兩垂線等。故若辛壬線去戊心近矣。為戊癸垂線小故。

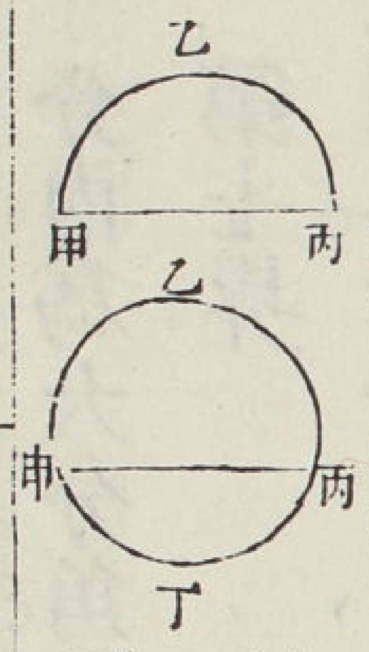
第五界

凡直線割圓之形。為圓分。




甲乙丙丁圓之乙丁直線。任割圓之一分。如甲乙丁、及乙丙丁、兩形。皆為圓分。凡分有三形。其過心者。為半圓分。函心者為圓大分。不函心者。為圓小分。又割圓之直線為絃。所割圓界之一分為弧。

第六界




凡圓界偕直線內角。為圓分角。

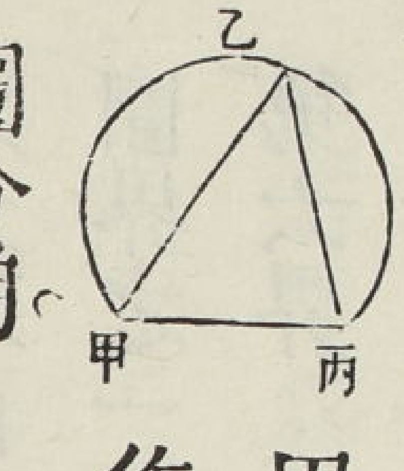
以下三界論圓角。三種本界所言。雜圓也。其在半圓分內。為半圓角。在大

分內爲大分角。在小分內爲小分角。

第七界

凡圜界任於一點。出兩直線。作一角。爲負圜分角。

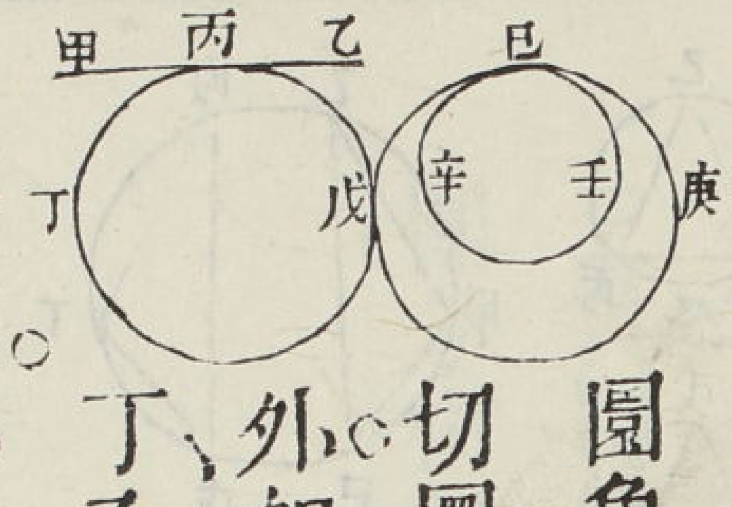
甲乙丙圜分。甲丙爲底。於乙點出兩直線。作甲乙丙角形。其甲乙丙角。爲負甲乙丙圜分角。




第八界

若兩直線之角。乘圜之一分。爲乘圜分角。

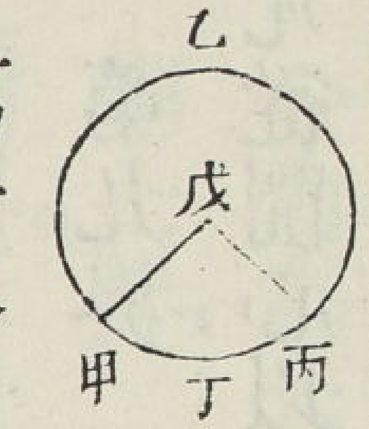

甲乙丙丁圜內。於甲點出甲乙、甲丁兩線。其乙甲丁角。爲乘乙丙丁圜分角。




圜角三種之外。又有一種。爲切邊角。或直線切圜。或兩圜相切。其兩圜相切者。又或內或外。如上圖。甲乙線。切丙丁戊圜於丙。即甲丙丁、乙丙戊兩角。爲切邊角。又丙丁戊、己戊庚兩圜。外相切於戊。及己戊庚、己辛壬兩圜。內相切於己。即丙戊己、戊己辛、壬己庚三角。俱爲切邊角。

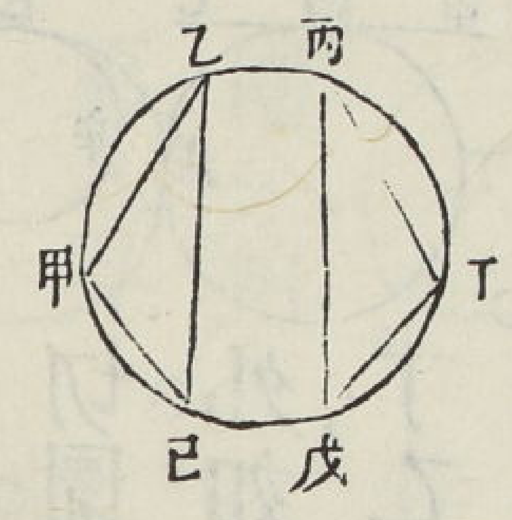
第九界

凡從圜心。以兩直線作角。偕圜界作三角形。爲分圜形。



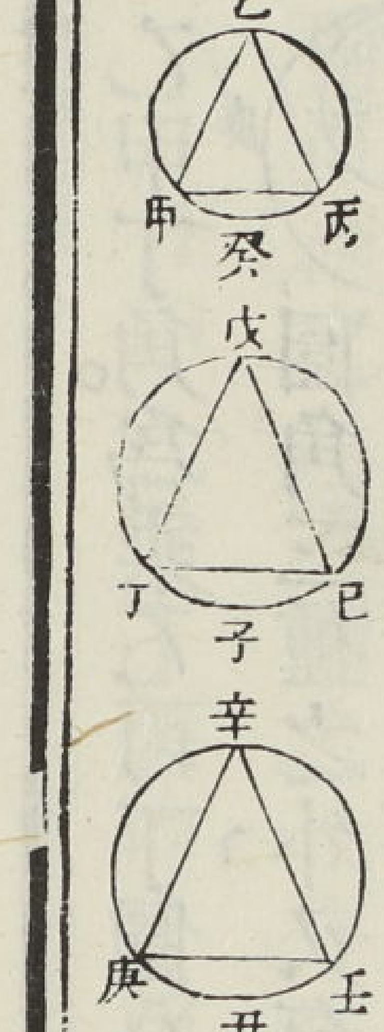

甲乙丙丁圜。從戊心出戊甲、戊丙兩線偕甲丁丙圜界作角形爲分圜形

第十界




凡圜內兩負圜分角相等。即所負之圜分相似。

甲乙丙丁圜內有甲乙己、與丁丙戊、兩負圜分角等。則所負甲乙丁己、與丁丙甲戊、兩圜分相似。




又有兩圜或等或不等。其負圜分角等。即圜分倶相似。如上三圖。三圜之甲乙丙、丁戊己、庚辛壬、三負圜分角等。即所負甲乙丙、丁戊己、庚辛壬、三圜分相似。相似者。如云同爲幾分圜之幾也

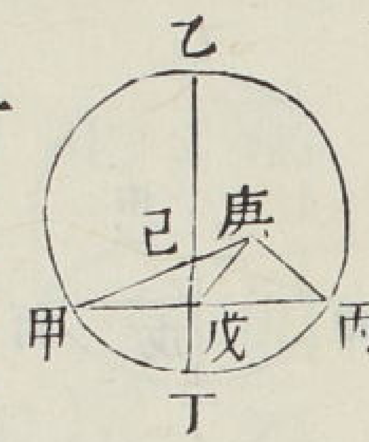
幾何原本第三卷之首終

幾何原本第三卷　本篇論圜　計三十七題

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啟筆受

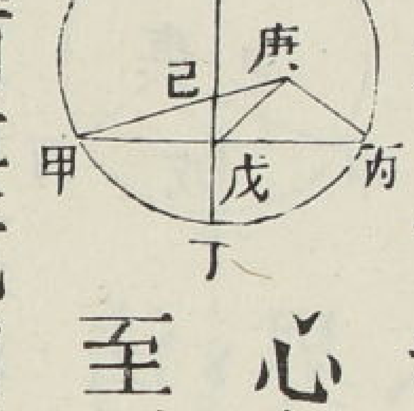
第一題

有圜。求尋其心。




法曰。甲乙丙丁圜。求尋其心。先於圜之兩界任作一甲丙直線。次兩平分之於戊。卷一十 次於戊上作乙丁垂線。兩平分之於己。即己為圜心。

論曰。如云不然。令言心何在。彼不得言在己之上下。
何者。乙丁線既平分於己。離平分。不能為心故。必言



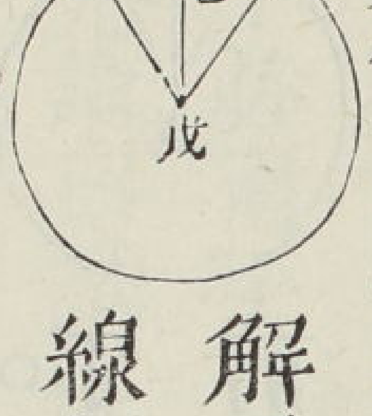

心在乙丁線外。為庚。即令自庚至丙。至戊。
至甲。各作直線。則甲庚戊角形之甲戊既
與丙庚戊角形之丙戊兩邊等。戊庚同邊。而庚甲、庚
丙兩線俱從心至界。宜亦等。即對等邊之庚戊甲、庚
戊丙兩角。宜亦等。（一卷八）而為兩直角矣。（一卷界說十）夫乙
戊甲、既直角。而庚戊甲又為直角。可不可也。
系。因此推顯圜內有直線分他線為兩平分。而作直



角。即圜心在其內。

第二題

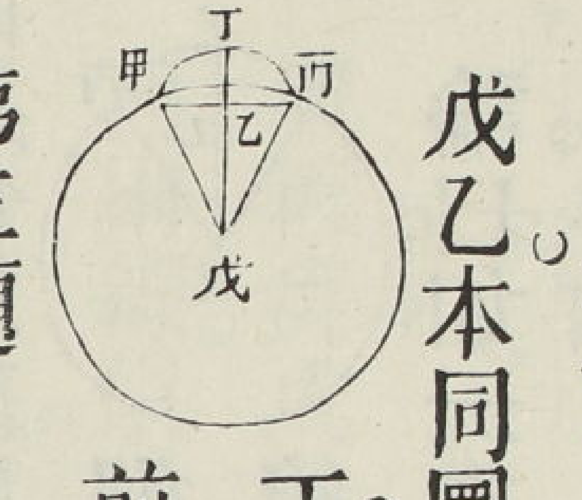
圜界任取二點。以直線相聯。則直線全在圜內。




解曰。甲乙丙圜界上任取甲、丙二點。作直
線相聯。題言甲丙線、全在圜內。

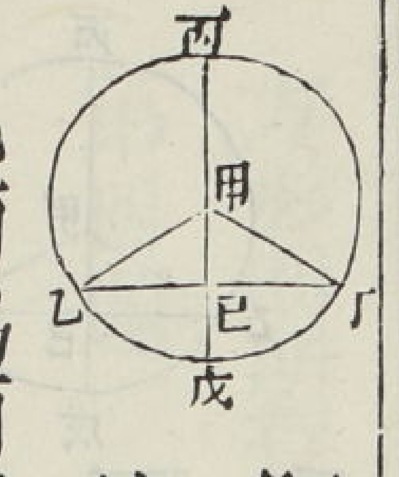
論曰。如云在外。若甲丁丙線。令尋取甲乙丙圜之戊
心。（本篇一）次作戊甲、戊丙兩直線。次於甲丁丙線上作
戊乙丁線。而與圜界遇於乙。即戊甲丁丙當為三角
形。以甲丁丙為底。戊甲、戊丙兩腰等。其戊甲丙、戊丙

甲、丙兩角宜等。一卷五而戊丁甲、爲戊丙丁之外角。宜大於戊丙丁角。卽亦宜大於戊甲丁角。一卷十六則對戊丁甲大角之戊甲線。宜大於戊丁線矣。一卷十九夫戊甲與戊乙本同圜之半徑。等。據如所論。則戊乙亦大於戊丁。不可通也。若云不在圜外、而在圜界。依前論。令戊甲大於戊乙。亦不可通也。




第三題

二直線過圜心。分他直線爲兩平分。其分處必爲兩直角。爲兩直角。必兩平分。

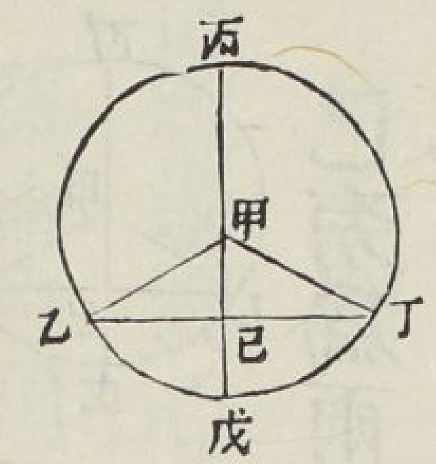



解曰。乙丙丁圜。有丙戊線。過甲心。分乙丁線爲兩平分於已。題言甲已必是垂線。而已旁爲兩直角。又言已旁既爲兩直角。則甲已分乙丁。必兩平分。

先論曰。試從甲作甲乙、甲丁、兩線。卽甲乙已角形之乙已。與甲丁已角形之丁已兩邊等。甲已同邊。甲乙、甲丁、兩線俱從心至界又等。卽兩形等。則其對等邊之甲已乙、甲已丁、亦等。一卷八而爲兩直角矣。

後論曰。如前作甲乙、甲丁、兩線。甲乙丁角形之甲乙、

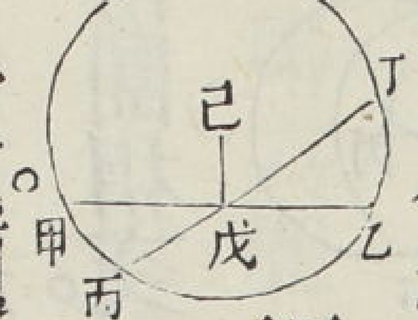
甲丁、兩邊既等。則甲乙丁、甲丁乙、兩角亦等。（一卷五）又甲乙己角形之甲己乙、甲乙己兩角。與甲丁己角形之甲己丁、甲丁己兩角各等。而對直角之甲乙、甲丁、兩邊又等。則己乙、己丁、兩邊亦等。（一卷廿六）欲顯次論之旨。又有一說。如甲丁上直角方形與甲己、己丁、上兩直角方形并等。（一卷四七）而甲乙上直角方形與甲己、己乙、上兩直角方形并亦等。卽甲己、己乙、上兩直角方形并、與甲己、己丁、上兩直角方形并、亦等。此二率者。每減一甲己上直角方形。則所存乙己、己丁、上兩直角方形自相等。而兩邊亦等。




## 第四題

圜內不過心兩直線相交。不得俱爲兩平分。

解曰。甲丙乙丁圜內。有甲乙、丙丁、兩直線。俱不過己心。（若一過心。一不過心。卽兩線不得俱爲兩平分。其理易顯。）而交於戊。題言兩直線或有一線爲兩平分。不得俱爲兩平分。

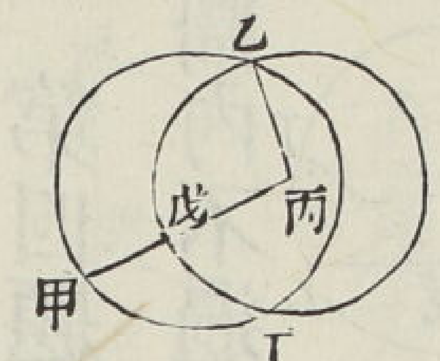



論曰。若云不然。而甲乙、丙丁、能俱兩平分於戊。試令尋本圜心於己。（本篇一）從己至戊作甲乙之垂線。其己

戊既分甲乙為兩平分。即為兩直角。本篇三而又能分
丙丁為兩平分。亦宜為兩直角。是己戊甲為直角。而
己戊丙亦直角。全與其分等矣。

第五題

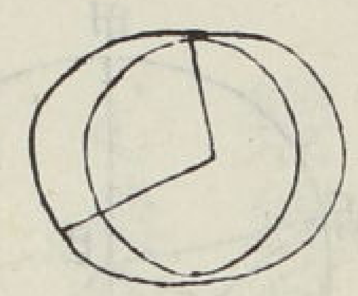
兩圜相交。必不同心。




解曰。甲乙丁、戊乙丁兩圜交於乙於丁。題言
兩圜不同心。

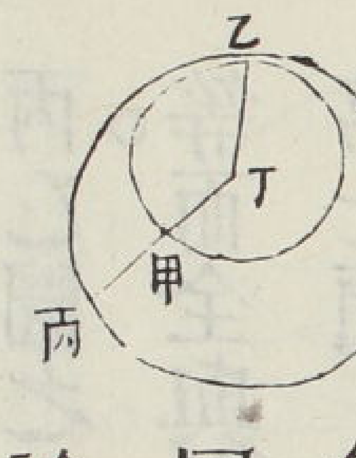
論曰。若言丙為同心。令自丙至乙、至甲各作
直線。其丙乙至圜交。而丙甲截兩圜之界於戊於甲。

夫丙既為戊乙丁圜之心。則丙乙與丙戊等。
而又為甲乙丁圜之心。則丙乙與丙甲又等。
是丙戊與丙甲亦等。而全與其分等也。



第六題

兩圜內相切。必不同心。



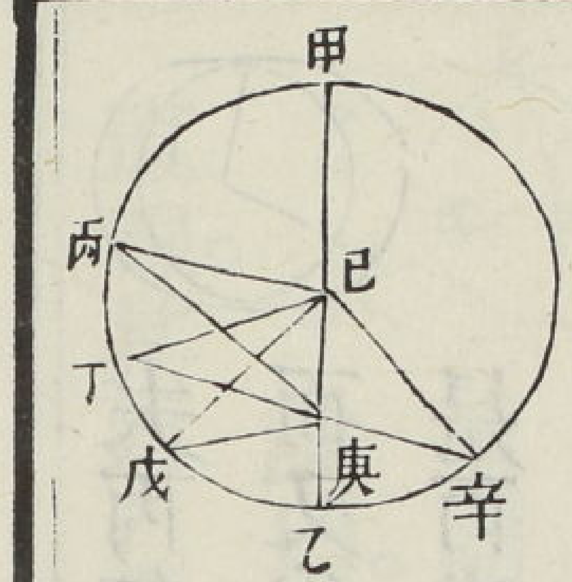

解曰。甲乙丙、乙丁兩圜內相切於乙。題言兩
圜不同心。

論曰。若言丁為同心。令自丁至乙、至丙各
作直線。其丁乙至切界。而丁丙截兩圜之界於甲於

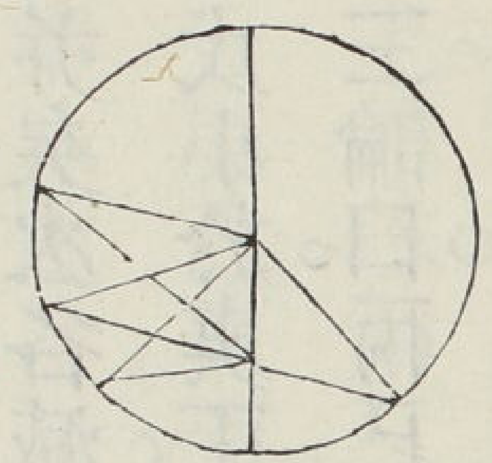
丙。夫丁既爲甲乙圜之心。則丁乙與丁甲等。而又爲丙乙圜之心。則丁乙與丁丙又等。是丁甲與丁丙亦等。而全與其分等也。

第七題

圜徑離心任取一點。從點至圜界任出幾線。其過心線最大。不過心線最小。餘線愈近心者愈大。愈近不過心線者愈小。而諸線中止兩線等。




解曰甲丙丁戊乙圜。其徑甲乙。其心己。離心任取一點爲庚。從庚至圜界任出幾線。爲庚丙、庚丁、庚戊。題先言從庚所出諸線。惟過心庚甲最大。次言不過心庚乙最小。三言庚丙大於庚丁。庚丁大於庚戊。愈近心愈大。愈近庚乙愈小。後言庚乙兩旁、止可出兩線等。



先論曰。試從己心出三線至丙、至丁、至戊。其丙己庚角形之丙己、己庚兩邊并大於丙庚一邊。（一卷二十）而丙己、己庚等於甲己、己庚。則庚甲大於庚丙。依顯庚丁、庚戊俱小於庚甲。是庚甲最大。

次論曰。已庚戊角形之已戊一邊。小於已庚、庚戊兩邊并。一卷二十而已戊與已乙等。則已乙小於已庚、庚戊并矣。次各減同用之已庚。則庚乙小於庚戊。依顯庚戊小於庚丁。庚丁小於庚丙。是庚乙最小。

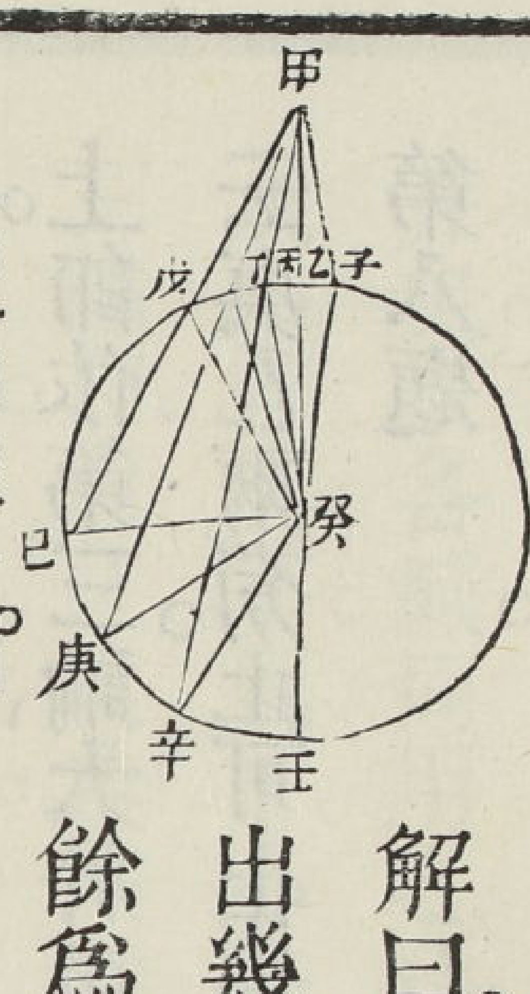
三論曰。丙已庚角形之丙已。與丁已庚角形之丁已兩邊等。已庚同邊。而丙已庚角大於丁已庚角。全大於分則對大角之庚丙邊。大於對小角之庚丁邊。一卷廿四依顯庚丁大於庚戊。而愈近心愈大。愈近庚乙愈小。

後論曰。試依戊已乙作乙已辛相等角。而抵圜界為已辛線。次從庚作庚辛線。其戊已庚角形之戊已腰。與庚已辛角形之辛已腰既等。已庚同腰。兩腰間角又等。則對等角之庚戊、庚辛兩底亦等。一卷四而庚乙兩旁之庚戊、庚辛等矣。此外若有從庚出線在辛之上。即依第三論大於庚辛。在辛之下。即小於庚辛。故云庚乙兩旁止可出庚戊、庚辛兩線等。

第八題

圜外任取一點。從點任出幾線。其至規內。則過圜心線最大。餘線愈離心愈小。其至規外。則過圜心線為徑

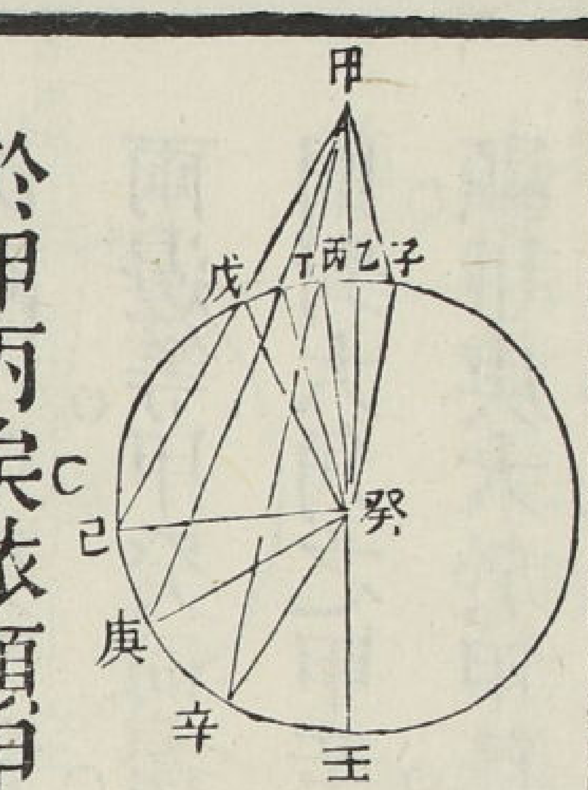
之餘者最小。餘線愈近徑餘愈小。而諸線中止兩線等。




解曰。乙丙丁戊圜之外。從甲點任出幾線。其一爲過癸心之甲壬。其餘爲甲辛、爲甲庚、爲甲己。皆至規內、規內線者。如車輻之指牙 題先言過心之甲壬最大。次言近心之甲辛、大於離心之甲庚。甲庚又大於甲己。三反上言規外之甲乙、爲乙壬徑餘者、規外線者。如車輻之奏轂 最小。四言甲丙近徑餘小於甲丁。甲丁又小於甲戊。後言甲乙兩旁止可出兩線等。

先論曰。試從癸心至丙、丁、戊、己、庚、辛、各出直線。其甲癸辛角形之甲癸、癸辛兩邊并大於甲辛一邊。一卷二十 而甲癸、癸辛與甲壬等。則甲壬大於甲辛。依顯甲壬更大於甲庚、甲己。而過心之甲壬最大。

次論曰。甲癸辛角形之癸辛與甲癸庚角形之癸庚兩邊等。甲癸同邊。而甲癸辛角大於甲癸庚角。全大於分 則對大角之甲辛邊大於對小角之甲庚邊。一卷廿四 依顯甲庚大於甲己。而規內線愈離心愈小。




三論曰。甲癸丙角形之甲癸一邊。小於甲丙、丙癸兩邊并。一卷二十 次每減一相等之乙癸、丙癸。則甲乙小於甲丙矣。依顯甲乙更小於甲丁、甲戊。而規外甲乙最小。

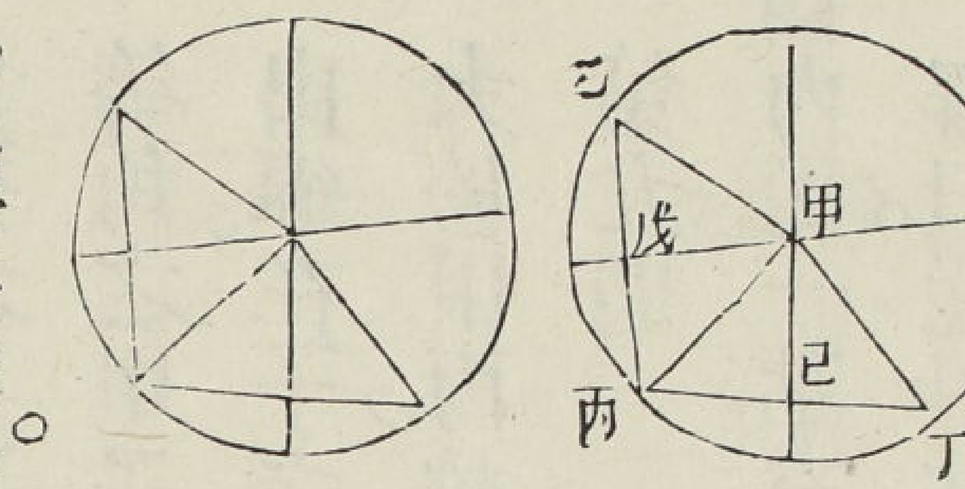
四論曰。甲丁癸角形之內。從甲與癸。出甲丙、丙癸兩邊并。小於甲丁、丁癸兩邊并。一卷廿一 此二率者每減一相等之丙癸、丁癸。則甲丙小於甲丁矣。依顯甲丙更小於甲戊。而愈近徑餘甲乙者愈小。

後論曰。試依乙癸丙作乙癸子相等角。抵圜界。次作甲子線。其甲子癸角形之甲癸、癸子兩腰。與甲癸丙角形之甲癸、癸丙兩腰各等。而兩腰間角又等。則對等角之甲子、甲丙兩底亦等也。一卷四 此外若有從甲出線。在子之上。即依第四論小於甲丙。在子之下。即大於甲丙。故云甲乙兩旁止可出甲丙、甲子兩線等。

第九題

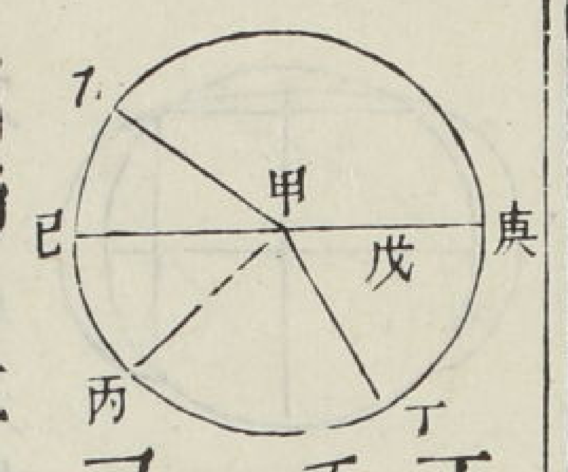
圜內從一點至界。作三線以上皆等。即此點必圜心。

解曰。從甲點至乙丙丁圜界。作甲乙、甲丙、甲丁三直




線若等題言甲點爲圜心三以上等者更不待論

論曰試於乙丙丙丁界作乙丙丙丁兩直線相聯此兩線各兩平分於戊於己從甲出兩直線爲甲戊爲甲己其甲乙戊角形之甲乙與甲戊丙角形之甲丙兩腰既等甲戊同腰乙戊戊丙兩底又等卽甲戊乙與甲戊丙兩角亦等一卷八爲兩直角依顯甲己丙甲己丁亦等爲兩直角則甲戊甲己之分乙丙丙丁俱平分爲直角而此兩線俱爲函心線本篇一之系定相遇於甲甲爲圜心矣

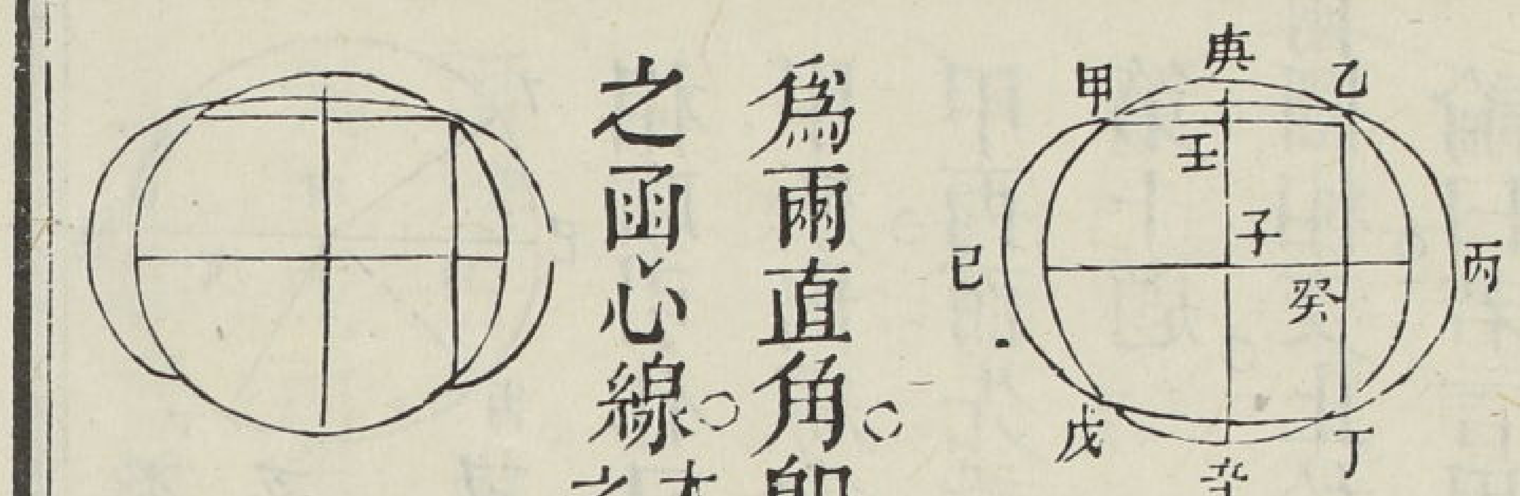



又論曰若言甲非心心在於戊者令戊甲相聯引作己庚徑線卽甲是戊心外所取一點而從甲所出線愈近心者宜愈大矣本篇七則甲丁宜大於甲丙而先設等何也

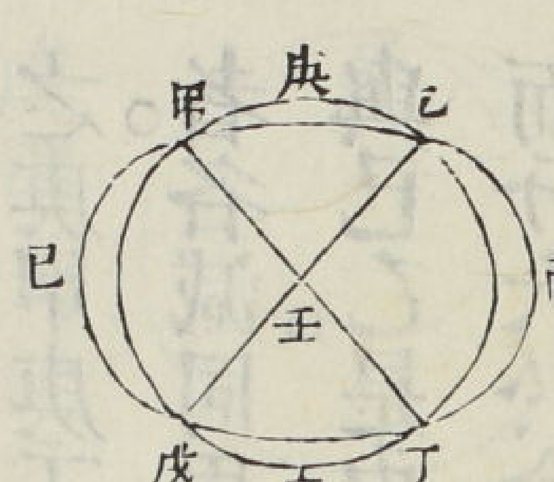
## 第十題

兩圜相交止於兩點

論曰若言甲乙丙丁戊己圜與甲庚乙丁辛戊圜三




相交於甲、於乙、於丁。令作甲乙、乙丁、兩
直線相聯。此兩線各兩平分於壬、於癸、
次從壬、癸作子壬、子癸兩垂線。其子壬
分甲乙、子癸分乙丁。既皆兩平分而各
為兩直角。卽子壬、子癸兩線俱為甲庚乙丁辛戊圜
之函心線。本篇一之系 而子為其心矣。依顯甲乙丙丁戊
已圜亦以子為心也。夫兩交之圜尚不
得同心。本篇五 何緣得有三交
又論曰。若言兩圜三相交於甲、於乙、於

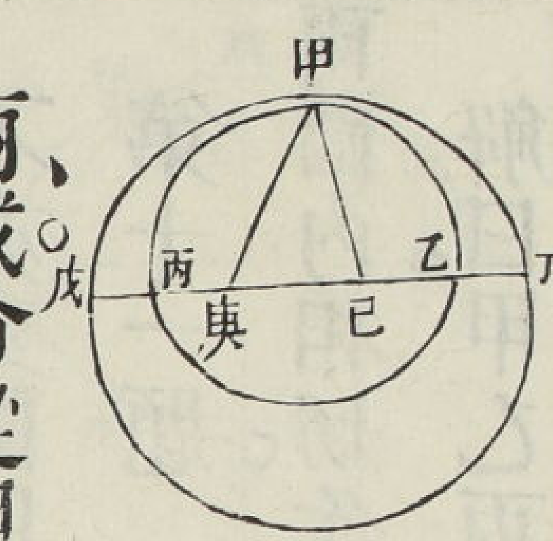



丁。令先尋甲庚乙丁辛戊圜之心於壬、
本篇一 次從心至三交界作壬甲、壬乙、壬
丁三線。此三線等也。一卷界說十五 又甲乙丙
丁戊己圜內有從壬出之壬甲、壬乙、壬
丁三相等線。則壬又為甲乙丙丁戊己圜之心。本篇九
不亦交圜同心乎。本篇五

第十一題

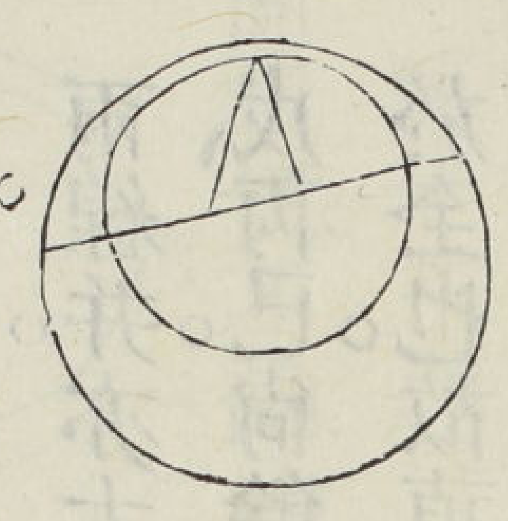
兩圜內相切。作直線聯兩心。引出之必至切界。

解曰。甲乙丙、甲丁戊兩圜內相切於甲。而己為甲乙




丙之心。庚爲甲丁戊之心。題言作直線聯庚己兩心。引抵圜界。必至甲

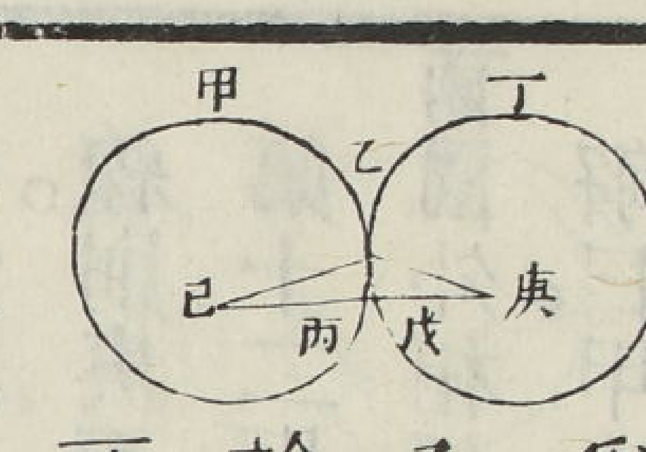
論曰。如云不至甲而截兩圜於乙、丁、及丙、戊。令從甲作甲己、甲庚、兩線。其甲己庚角形之庚己、己甲兩邊并大於庚甲一邊（一卷二十）。而同圜心所出之庚甲、庚丁宜等。即庚己、己甲大於庚丁矣。此二率者各減同用之庚己。即己甲亦大於己丁矣。夫己甲與己乙是內圜同心所出等線。則己乙亦大於己丁。而分大於全也。可乎。若曰庚爲甲乙丙心。己爲甲丁戊心。亦依前轉說之。甲己庚角形之己庚、庚甲兩邊并大於甲己一邊（一卷二十）。而同圜心所出之己甲、己戊宜等。即己庚、庚甲大於己戊矣。此二率者各減同用之己庚。即庚甲大於庚戊矣。夫庚甲與庚丙是內圜同心所出等線。則庚丙亦大於庚戊。而分大於全也。可乎。



第十二題

兩圜外相切。以直線聯兩心。必過切界。

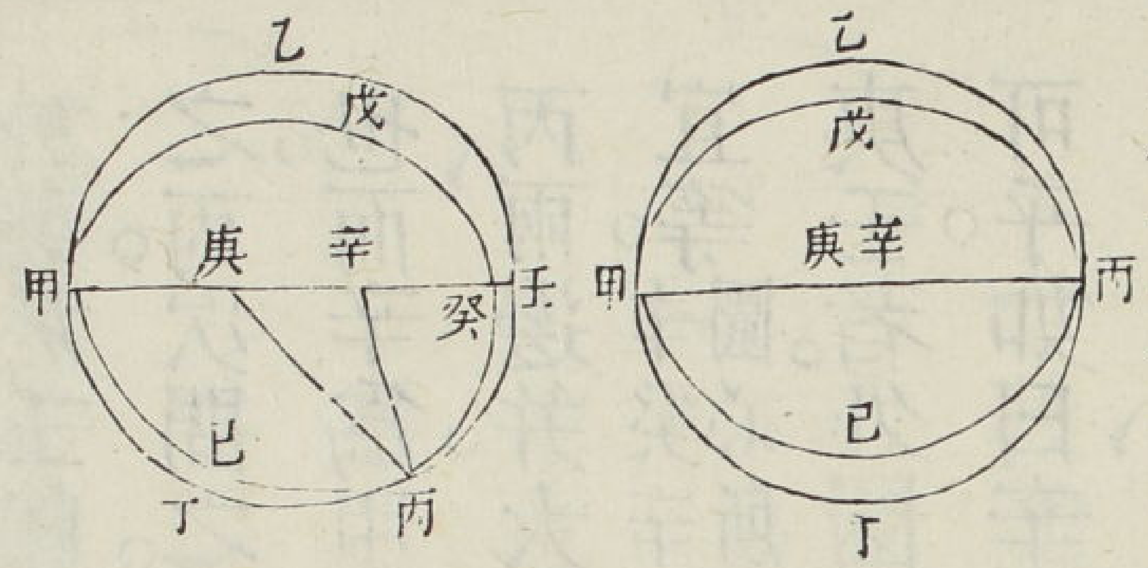
解曰。甲乙丙、丁乙戊兩圜外相切於乙。其甲乙丙心




爲己丁乙戊必爲庚。題言作己庚直線。必過乙。

論曰。如云不然。而己庚線、截兩圜界於戊、於丙。令於切界作乙己、乙庚、兩線。其乙己庚角形之己乙、乙庚兩邊并大於己庚一邊。而乙庚與庚戊。乙己與己丙俱同心所出線。宜各等。即庚戊、丙己、兩線并亦大於庚己一線矣。一卷二十夫庚己線分爲庚戊、丙己。尚餘丙戊。而云庚戊、丙己大於庚己。則分大於全也。故直線聯己庚必過乙。



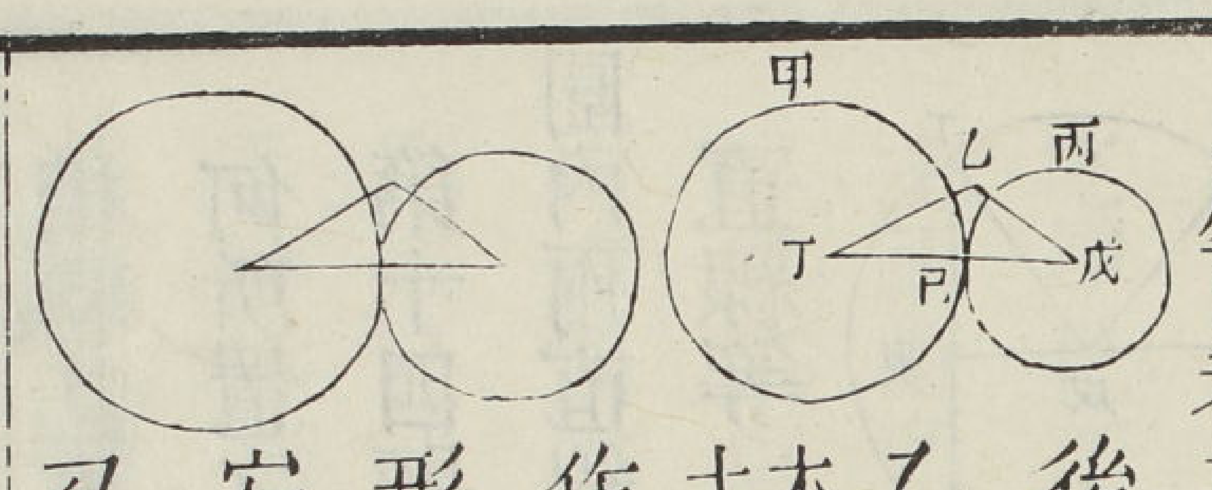



第十三題二支

圜相切。不論內外。止以一點。

先論曰。甲乙丙丁、與甲戊丙己、兩圜內相切。若云有兩點相切於甲、又於丙。令作直線、函兩圜心庚辛、引出之。如前圖。宜至相切之甲之丙。本篇十一則甲丙爲兩圜之同徑矣。而此徑線者兩平分於庚。又兩平分於辛。何也。一直線止以一點兩平分若云、庚辛引出直線。一抵甲。一截兩圜之界

於癸、於壬。即如後圖。令從兩心各作直線。至又相切之丙。次問之甲乙丙丁圜之心。爲庚、邪辛、邪。如曰庚也。而辛爲甲戊丙已之心。則丙庚辛角形之庚辛、辛丙、兩邊并大於庚丙一邊。一卷二十而庚辛辛丙與庚癸宜等。辛癸辛丙同圜心所出故即庚癸亦大於庚丙矣。夫庚丙與庚壬者。外圜同心所出等線也。將庚癸亦大於庚壬可乎。如曰辛也。而庚爲甲戊丙已之心。則丙庚辛角形之辛庚、庚丙兩邊并大於辛丙一邊。一卷二十而辛丙、與辛甲宜等。即辛庚、庚丙、亦大於辛甲矣。此二率者。各滅同用之辛庚。即庚丙亦大於庚甲也。夫庚甲與庚丙者。亦同圜心所出等線也。而安有大小。



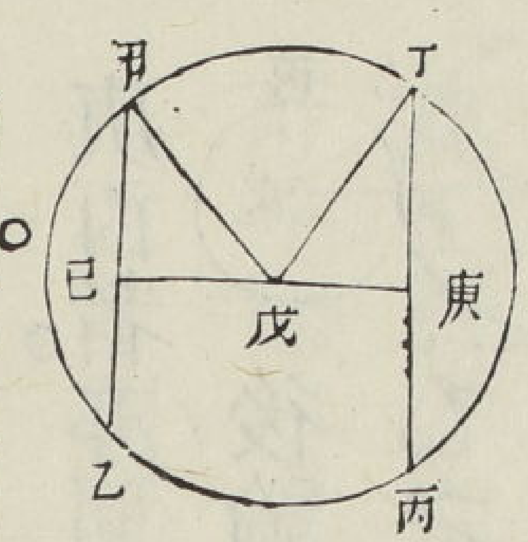

後論曰。甲乙與乙丙、兩圜外相切於已。從甲乙之丁心。丙乙之戊心。作直線相聯。必過已。本篇十二。若云又相切於乙。令自乙至丁、至戊各作直線。其丁乙、乙戊并。宜與丁戊等。而爲角形之兩腰。又宜大於丁戊。一卷二十則兩圜相切安得兩點。

又後論曰。更令於兩相切之乙之已作直線

相聯。其直線當在甲乙圜內。本篇二 又當在乙丙圜內。何所置之。

第十四題 二支

圜內兩直線等。即距心之遠近等。距心之遠近等。即兩直線等。

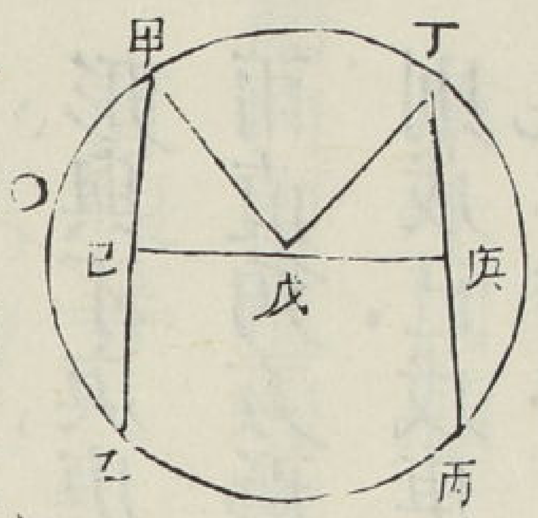



先解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。圜內甲乙、丁丙兩線等。題言兩線距戊心遠近亦等。

論曰。試從戊心向甲乙作戊己。向丁丙作戊庚各垂線。次自丁自甲至戊各作直線。其戊己、戊庚既各分甲乙、丁丙線為兩平分。本篇三 而甲乙、丁丙等。則平分之甲己、丁庚亦等。夫甲戊上直角方形與甲己、己戊上兩直角方形并等。一卷四七 等甲戊之丁戊上直角方形與丁庚、庚戊上兩直角方形并等。而甲己、丁庚上兩直角方形既等。即戊己、戊庚上兩直角方形亦等。則戊己、戊庚兩線亦等。是甲乙、丁丙兩線距心之度等。本卷界說四

後解曰。甲乙、丁丙兩線距戊心遠近等。題言甲乙、丁

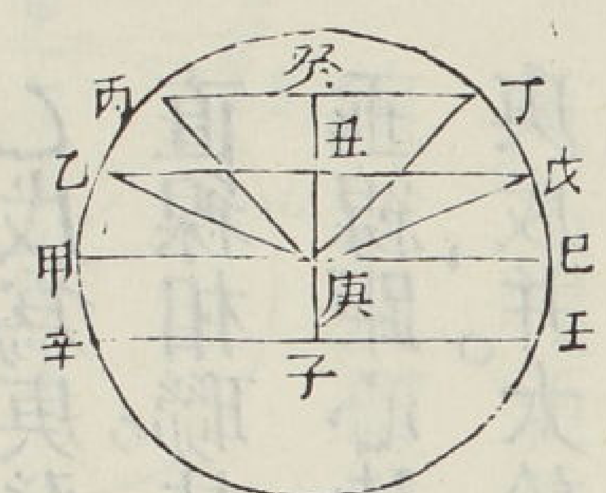
丙、兩線亦等。




論曰。依前論。從戊作戊己、戊庚兩垂線既等。本卷界說四而分甲乙、丁丙、各為兩平分。本篇三其甲戊上直角方形。與甲己、己戊上兩直角方形并等。一卷四七等甲戊之丁戊上直角方形。與丁庚、庚戊上兩直角方形并等。即甲己、己戊上兩直角方形并。與丁庚、庚戊上兩直角方形并亦等。此二率者。每減一相等之己戊、戊庚上直角方形。即所存甲己、丁庚上兩直角方形亦等。是甲己、丁庚兩線等也。夫甲乙倍甲己。丁丙倍丁庚。其半等。其全必等。

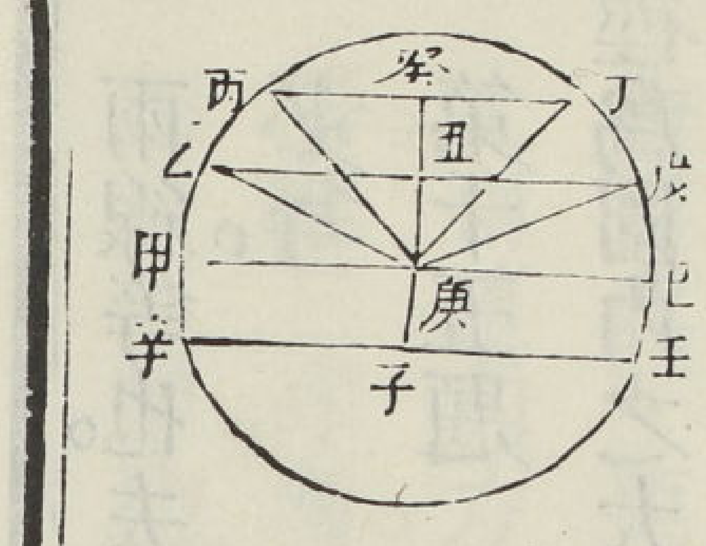
第十五題

徑為圜內之大線。其餘線者。近心大於遠心。



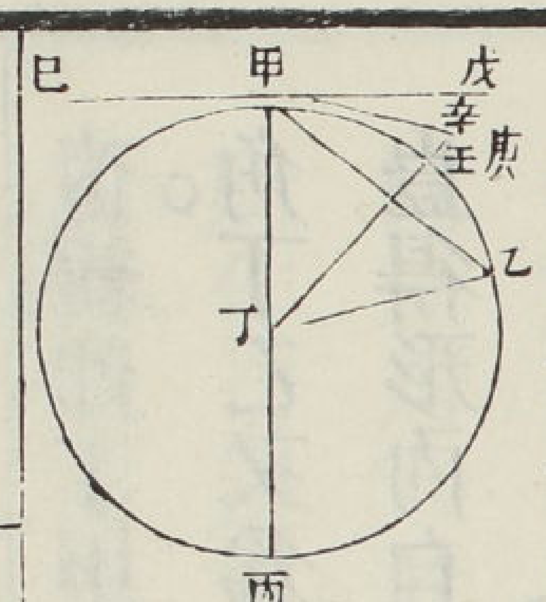

解曰。甲乙丙丁戊己圜。其心庚。其徑甲己。其近心線為辛壬。遠心線為丙丁。題言甲己最大。辛壬近心。大於丙丁遠心。

論曰。試從庚向丙丁作庚癸。向辛壬作庚子、各垂線。其丙丁距心遠於辛壬。即庚癸大於庚




子。本卷界說四次於庚癸線、截庚丑與庚子等。次從丑作乙戊爲庚癸之垂線。末於庚乙、庚丙、庚丁、庚戊各作直線相聯。其庚丑既等於庚子、卽乙戊與辛壬各以垂線距心遠近等。本卷界說四而兩線亦等。本篇十四夫庚乙、庚戊并大於乙戊。一卷二十而與甲已等。卽甲已大於乙戊、亦大於辛壬矣。依顯甲已大於他線。則甲已最大。又乙庚戊角形之乙庚、庚戊兩腰、與丙庚丁角形之丙庚、庚丁兩腰等。而乙庚戊角、大於丙庚丁角。則乙






戊底、大於丙丁底。一卷廿四故等乙戊之辛壬。亦大於丙丁也。是近心線大於遠心線也。

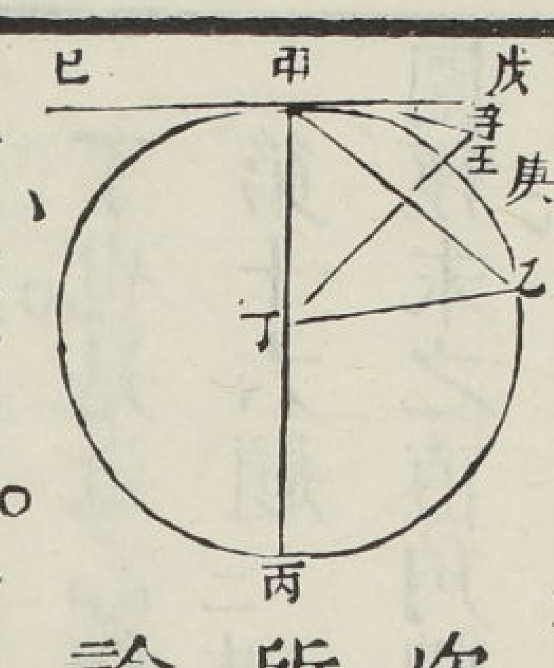
## 第十六題 三支

圜徑末之直角線。全在圜外。而直線偕圜界、所作切邊角。不得更作一直線入其內。其半圜分角、大於各直線銳角。切邊角小於各直線銳角。

先解曰。甲乙丙圜丁爲心。甲丙爲徑。從甲作甲丙之垂線。題言此線全在圜外。

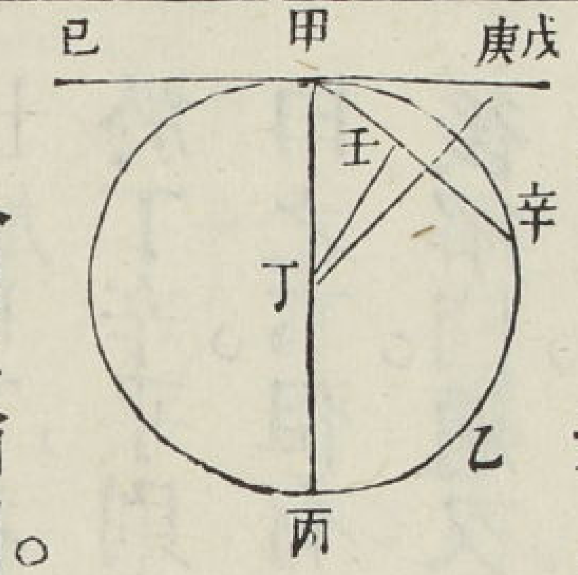
論曰。若言在內、如甲乙令自丁至乙作

直線。即丁甲乙與丁乙甲兩角等。一卷五丁甲既為直
角。丁乙又為直角。乎夫角形三角并等兩直角。一卷十七
豈得形內自有兩直角也。則垂線必在圜外。若巳戊
必不在圜內、若甲乙又不在圜界之上。如云在界。亦依此論故
曰全在圜外。




次解曰。題又言戊甲垂線偕乙甲圜界
所作切邊角。不得更作一直線入其內。
論曰。若云可作。如庚甲。令從丁心向庚
甲作丁辛。為庚甲之垂線。一卷十二夫丁甲辛角形之丁

甲辛、丁辛甲兩角并小於兩直角。一卷十七而丁辛甲為
直角。即對小角之丁辛線小於對大角之甲丁線矣。
一卷十九甲丁者與丁壬為同圜相等者也。將丁壬亦大
於丁辛乎。則戊甲乙角之內不得更作一直線而戊
甲之下但有直線。必入本圜之內也。
後解曰。題又言丁甲垂線偕乙甲圜界所作丙甲乙
圜分角大於各直線銳角。而戊甲垂線偕乙甲圜界
所作切邊角小於各直線銳角。
論曰。依前論甲戊下有直線。既云必入圜內。即此直

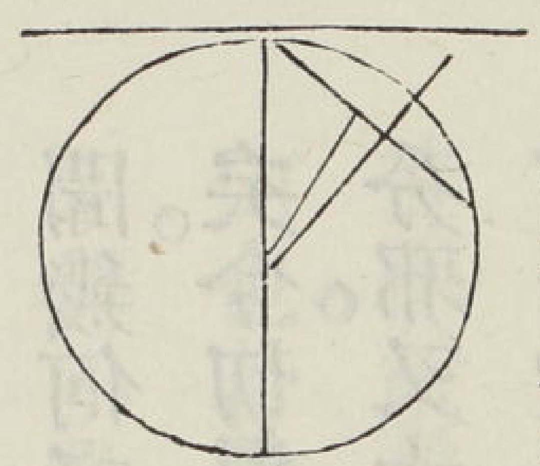



線偕戊甲所作各直線銳角皆小於圜分角而切邊角小於各直線銳角

系已甲線必切圜以一點

增先解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙從甲作戊甲爲甲丙之垂線題言戊甲全在圜外

增正論曰試於甲戊線內任取一點爲庚自庚至丁作直線其甲丁庚角形之丁甲庚丁庚甲兩角小於兩直角一卷十七而丁甲庚爲直角卽丁庚甲小於直角對大角之丁庚線大於對小角之丁甲線矣一卷十九則庚點在圜之外也凡戊甲以內作點皆依此論故戊甲線全在圜外



增次解曰從甲作甲辛線在戊甲之下題言甲辛必割圜爲分

增正論曰試作甲丁壬角與戊甲辛角等其甲丁壬辛甲丁兩角并等於戊甲丁直角必小於兩直角而丁壬甲辛兩線必相遇公論十一其相遇又必在圜之內如壬何者壬甲丁壬丁甲兩角既與一直

角等。即甲壬丁必爲直角。一卷卅二而對大角之甲丁線。必大於對小角之丁壬線矣。一卷十九夫甲丁線僅至圜界。則丁壬不能抵圜界。必在圜之內也

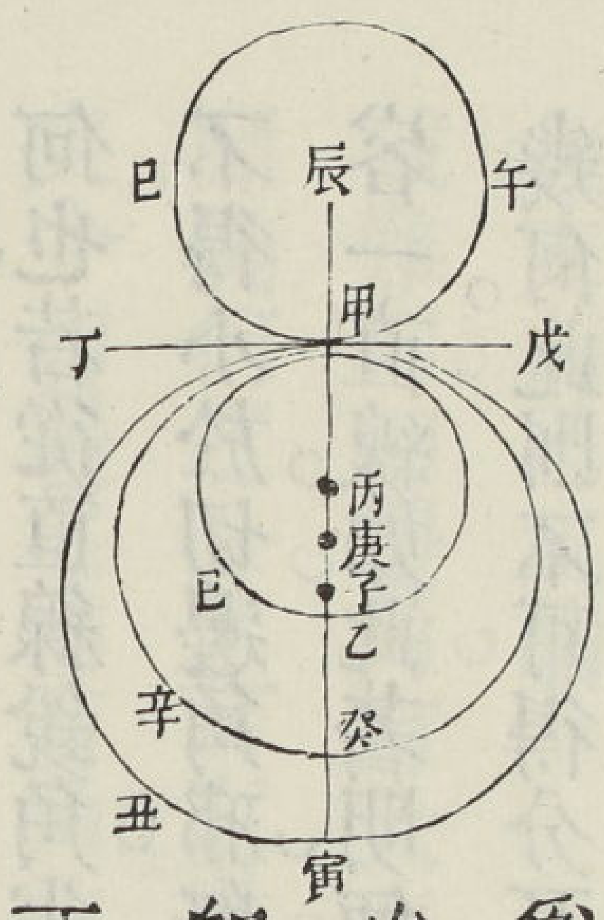
後支前已正論

或難曰。切邊角有大有小。何以畢不得兩分。向者聞幾何之分。不可窮盡。如莊子尺棰之義。深著明矣。今切邊之內有角。非幾何乎。此幾何何獨不可分邪。又十卷第一題言。設一小幾何。又設一大幾何。若從大者半減之。減之又減。必至一處小於所

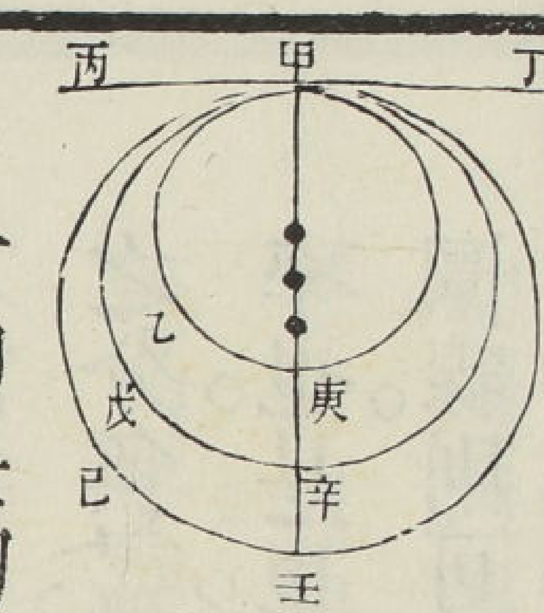


設小率。此題最明無可疑者。今言切邊之角小於直線鋭角。是亦小幾何也。彼直線鋭角是亦大幾何也。若從直線鋭角半減之。減之又減。何以終竟不得小於切邊角邪。既本題推顯切邊角中不得容一直線。如此著明。便當并無切邊角無角則無幾何。此則不可得分耳。且幾何原本書中無有至大不可加之率。無有至小不可減之率。若切邊角不可分。豈非至小不可減乎。荅曰。謬矣。子之言也。有圜有線。安得無切邊角。且既言直線鋭角大於

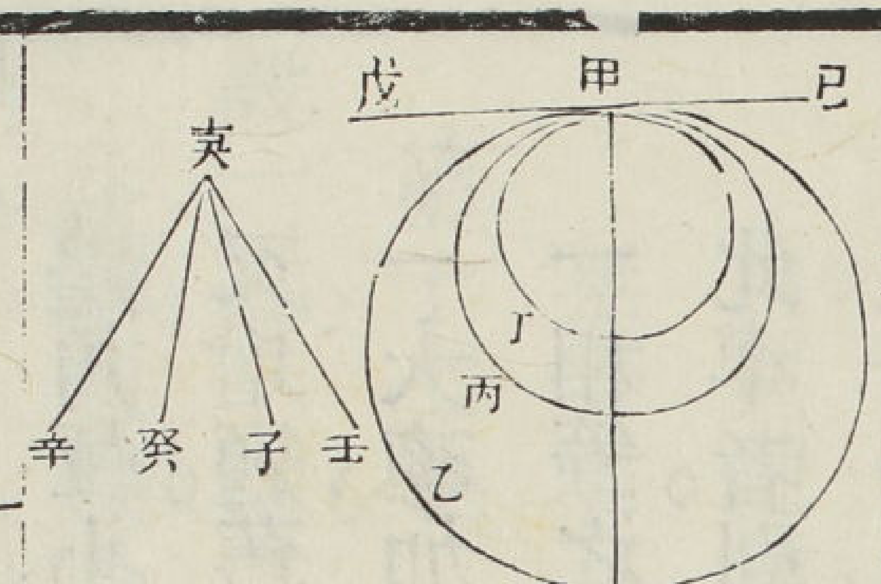
切邊角。即有切邊角矣。苟無無角。安所較大小哉。且子言直線與圜界并無切邊角。則兩圜外相切。亦無角乎。曰然。曰試如作甲巳乙圜。其心丙。而丁戊為切線。即丁甲巳為切邊角。




次移心於庚。又作甲辛癸圜。即丁甲辛為切邊角。而小於丁甲巳。次移心於子。又作甲丑寅圜。即丁甲丑為切邊角。而又小於丁甲辛。如是小之又小。疑無角焉。次又於切線之外。以辰為心作甲巳午圜。而與前圜外相切於甲。依子所說。疑無角焉。然兩圜外相切。而以丁戊線分之。不可分乎。更自辰至寅作直線。截兩圜之界而分丁戊為兩平分。不可分乎。兩圜兩直線交羅相遇於甲也。能不皆以一點乎。如以一點也。即此一點之外。不能無空。即不能不為四切邊角矣。子所據尺棰之分無盡。又言幾何原本書中無至小不可滅之率也。是也。夫切邊角但不可以直線分之耳。若用圜線。則可分矣。如甲乙庚圜與丙甲丁直線相切

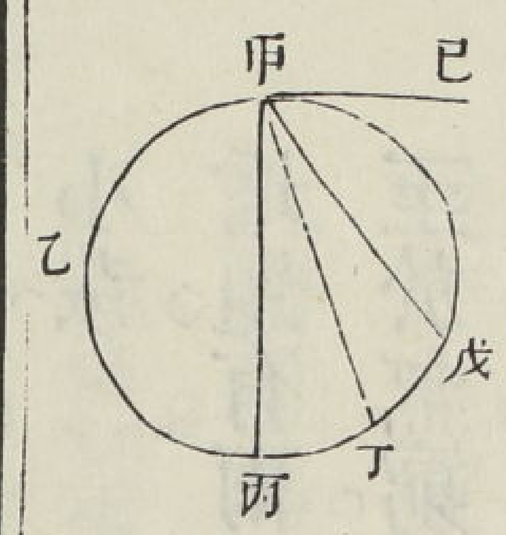



於甲作丁甲庚切邊大角。若移一心作
甲戊辛圜。又得丁甲辛切邊角。卽小於
丁甲庚也。又移一心作甲巳壬圜。又得
丁甲壬切邊小角。卽又小於丁甲辛也。如此以至
無窮。則切邊角分之無盡。何謂不可減耶。若十卷
第一題所言。元無可疑。但以圜角分圜角。則與其
說合矣。彼所言大小兩幾何者。謂夫能相較爲大
能相較爲小者也。如以直線分直線角。以圜線分
圜線角是巳。此切邊角與直線角。豈能相較爲大




小哉。
增題。有兩種幾何。一大一小。以小率半增之。遞增
至於無窮。以大率半減之。遞減至於無窮。其元大
者恆大。元小者恆小。
解曰。戊甲乙切邊角爲小率。壬庚辛直
線銳角爲大率。今別作甲丙、甲丁等圜。
俱切戊巳線於甲。其切邊角愈增愈大。
加前論。別以庚癸、庚子線作角。分壬庚
辛角於庚。愈分愈小。然直線角恆大。切

邊角恆小乃至終古不得相比
又增題舊有一說以一小率加一大率之上或以一大率加一小率之上不相離逐線漸移之必至一相等之處又一說有率大於此率者有率小於此率者則必有率等於此率者昔人以為皆公論也若用以律本題即不可得故今斥不為公論




解曰甲乙丙圜其徑甲丙令甲丙之甲界定在於甲而引丙線逐線漸移之向已其所經丁戊已及中間逐線所經無數然依本題論則甲丙所經凡割圜時皆為銳角即小於半圜分角纔離銳角便為直角即大於半圜分角是所經無數線終無有相等線可見前一舊說未為公論又直線銳角皆小於半圜分角直角與鈍角皆大於半圜分角是有大者有小者終無等者可見後一舊說未為公論也

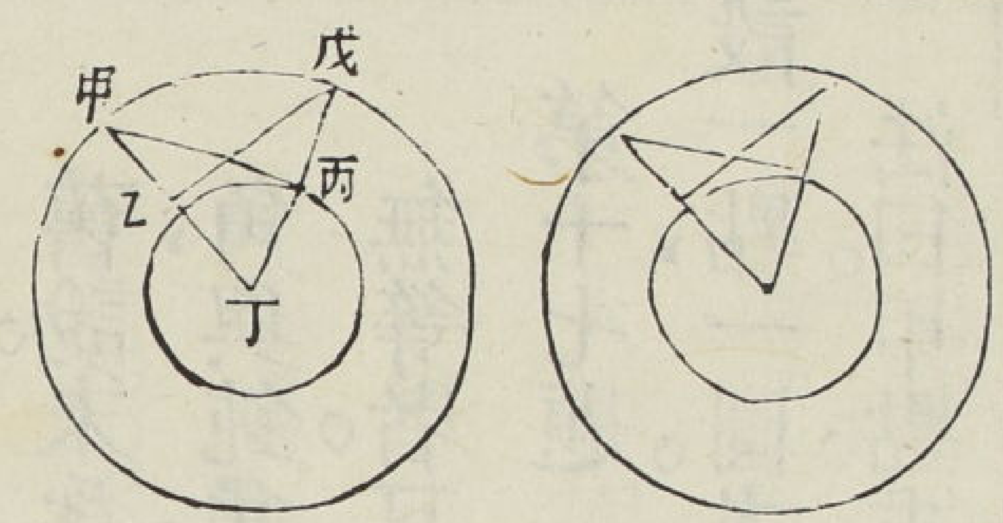


## 第十七題

設一點一圜求從點作切線

法曰甲點求作直線切乙丙圜其圜心丁先從甲作

甲丁直線截乙丙圜於乙。次以丁為心。甲為界。作甲戊圜。次從乙作甲丁之垂線。而遇甲戊圜於戊。次作戊丁直線。而截乙丙圜於丙。末作甲丙直線。卽切乙丙圜於丙。

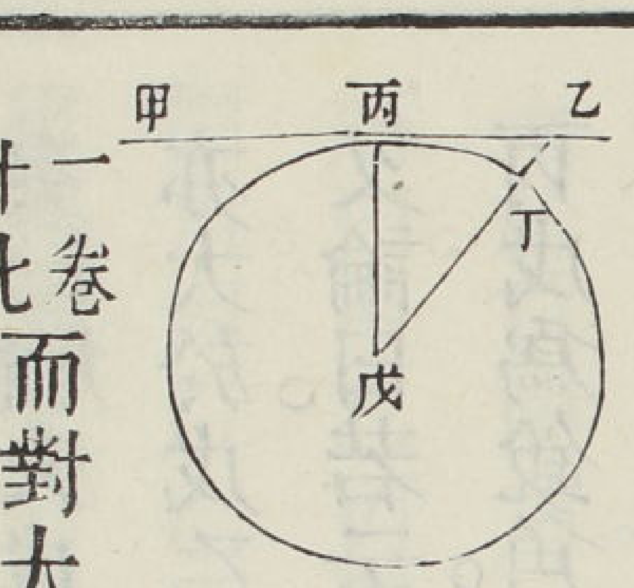



論曰。乙戊丁角形之戊丁、丁乙兩腰。與甲丙丁角形之甲丁、丁丙兩腰各等。一卷界說十五丁角同。卽甲丙、乙戊兩底亦等。一卷四而戊乙丁為直角。卽甲丙丁亦直角。則甲丙偕乙丙圜之半徑丁丙為一直角矣。豈非圜之切線。本篇十六之系

第十八題

直線切圜。從圜心作直線至切界。必為切線之垂線。

解曰。甲乙直線切丙丁圜於丙。從戊心至切界作戊丙線。題言戊丙為甲乙之垂線。



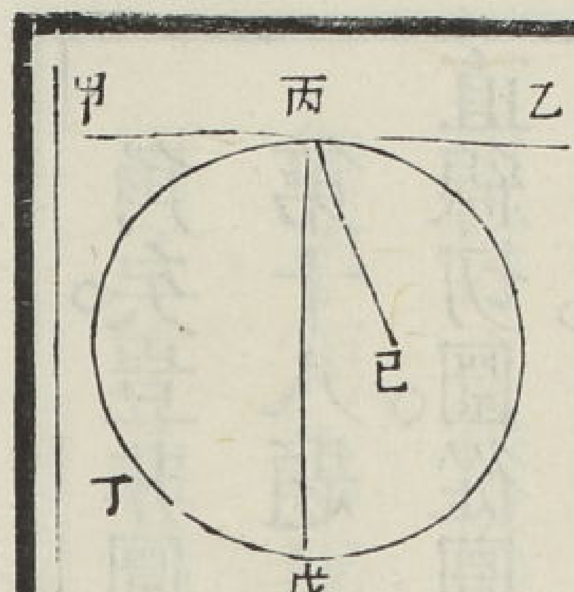

論曰。如云不然。令從戊別作垂線如至乙。而截丙丁圜於丁。其丙戊乙角形之戊乙丙既為直角。卽宜大於乙丙戊角。一卷十七而對大角之戊丙邊。宜大於對小角之戊乙邊。

矣。一卷十九夫戊丙與戊丁等也、戊丙大於戊乙。則戊丁亦大於戊乙乎。

又論曰、若云丙非直角、即其兩旁角一銳一鈍。令乙丙戊為銳角、則銳角乃大於半圓分角乎。本篇十六

## 第十九題

直線切圜、圜內作切線之垂線、則圜心必在垂線之內。



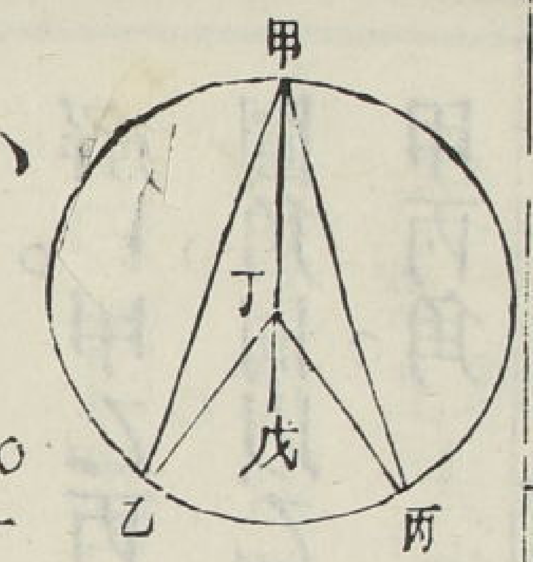

解曰、甲乙線切丙丁戊圜於丙、圜內作戊丙為甲乙之垂線。題言圜心在戊丙線內。

論曰、如云不然、必在於己。令從己作己丙直線、即己丙亦為甲乙之垂線。本篇十八而己丙甲與戊丙甲等為直角、是全與其分等矣。

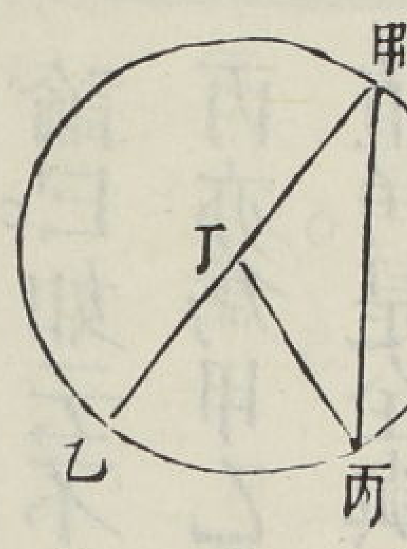
## 第二十題

負圜角與分圜角所負所分之圜分同、則分圜角必倍大於負圜角。

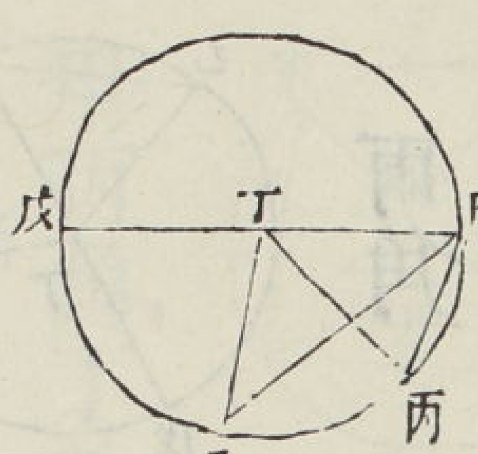
解曰、甲乙丙圜、其心丁、有乙丁丙分圜角、乙甲丙負圜角、同以乙丙圜分為底。題言乙丁丙角倍大於乙甲丙角。




先論分圜角在乙甲、甲丙、之內者。曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其甲丁乙角形之丁甲、丁乙、等。卽丁甲乙、丁乙甲、兩角等。（一卷四）而乙丁戊外角與內相對兩角并、等。（一卷卅二）卽乙丁戊倍大於乙甲丁。依顯丙丁戊亦倍大於丙甲丁。則乙丁丙全角。亦倍大於乙甲丙全角。



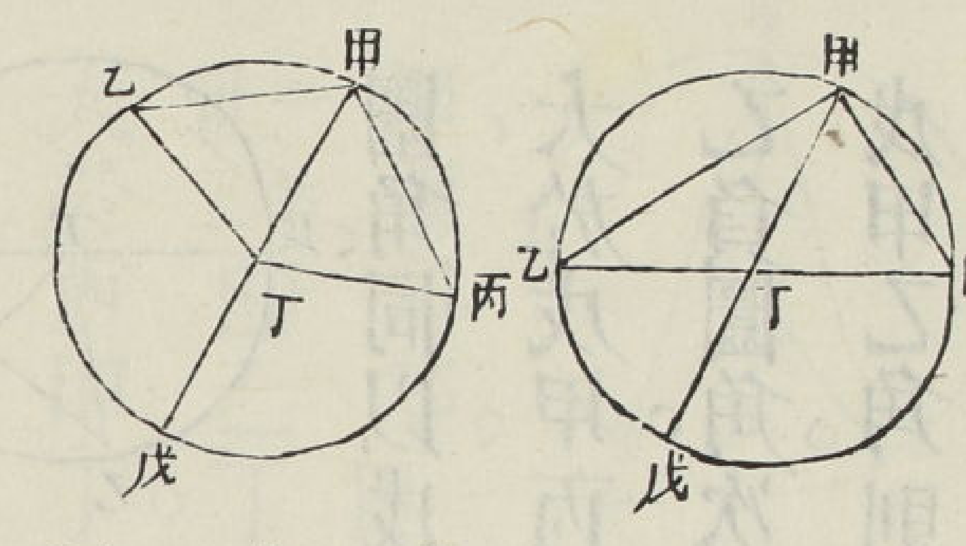

次論分圜角不在乙甲、甲丙、之內。而甲乙線過丁心者。曰如上圖依前論推顯乙丁丙外角等於內相對之丁甲丙、丁丙甲、兩角并、（一卷卅二）而丁甲、丁丙、兩腰等。卽甲丙、兩角亦等。（一卷五）則乙丁丙角倍大於乙甲丙角。




後論分圜角在負圜角線之外。而甲乙截丁丙者。曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其戊丁丙分圜角與戊甲丙負圜角同以戊乙丙圜分爲底。如前次論戊丁丙角倍大於戊甲丙角。依顯戊丁乙分圜角亦倍大於戊甲乙負圜角。次於戊丁丙角、減戊丁乙角。戊甲丙角、減戊甲乙角。則所存乙丁丙角。必倍大於乙甲丙角

增若乙丁、丁丙不作角於心。或為半圜。或小於半圜。則丁心外餘地亦倍大於同底之負圜角。

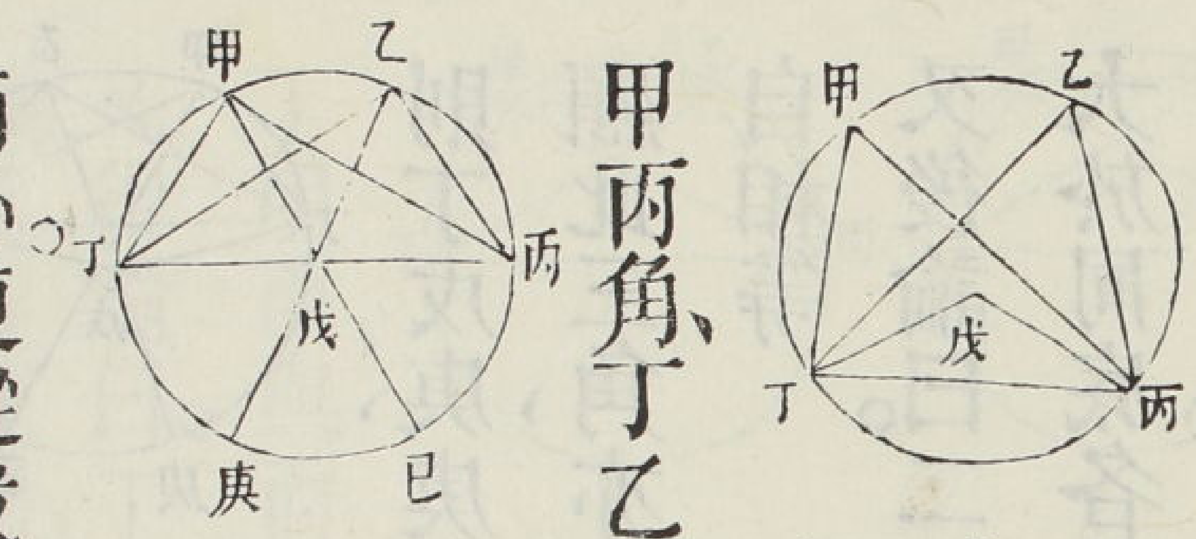
論曰。試從甲過丁心作甲戊線。即丁心外餘地分為乙丁戊、戊丁丙兩角。依前論推顯此兩角倍大於乙甲丁、丁甲丙、兩角




第二十一題

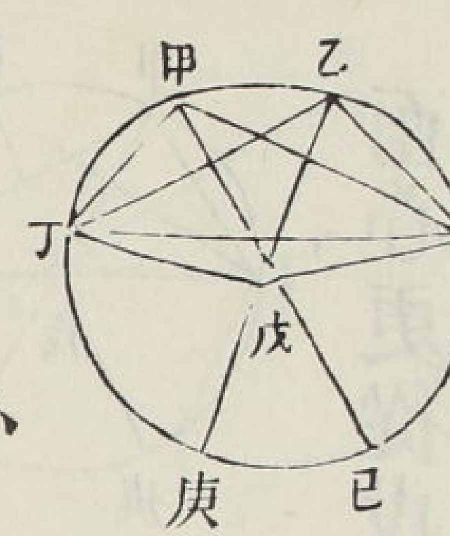
凡同圜分內所作負圜角俱等。

解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。於丁甲乙丙圜分內任作丁甲丙、丁乙丙兩角。題言此兩角等




先論函心大分。曰。試從戊作戊丁、戊丙線。其丁戊丙分圜角。既倍大於丁甲丙角、丁乙丙角。本篇十二即甲乙兩角自相等。公論七

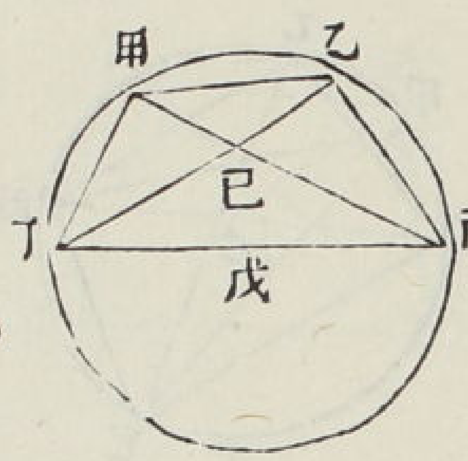
後論半圜分、不函心小分所作。曰。丁甲乙丙或為半圜分。或為不函心小分。俱從甲、從乙過戊作甲己、乙庚兩線。若不函心更從戊作戊丁、戊丙兩線。其丁戊己分圜角既

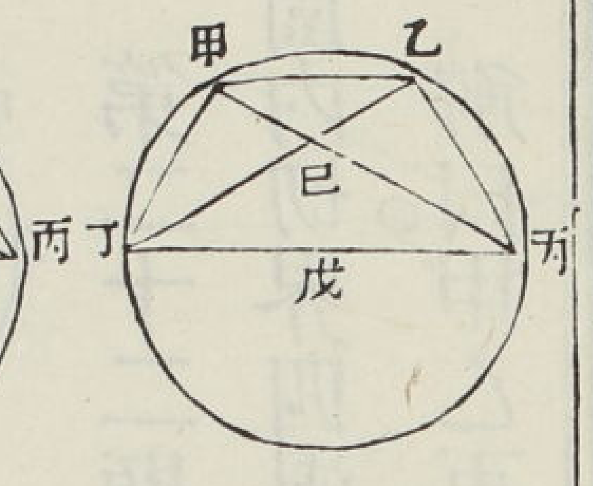



倍大於丁甲已負圜角。本篇二十依顯丙戊已分圜角。亦倍大於丙甲已負圜角。而丁戊庚、庚戊已兩角。與丁戊已一角等。則丁戊庚、庚戊已、已戊丙三角。必倍大於丁甲丙。依顯此三角。亦倍大於丁乙丙。則丁甲丙、丁乙丙兩角自相等

又後論曰。二十題增。言分圜不作角。其心外餘地。倍大於同底各負圜角。即各角自相等。

又後論曰。甲丙、乙丁線。交羅相遇爲已。試作甲乙線

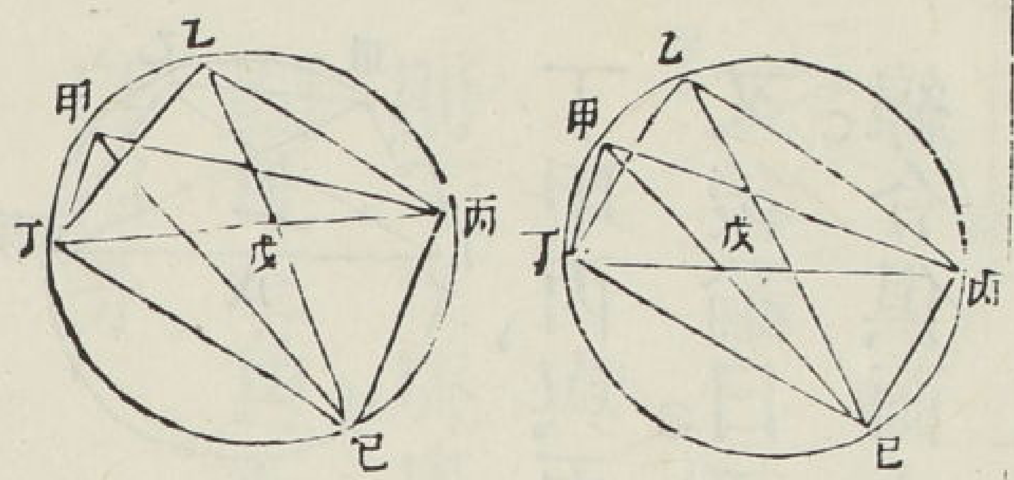



相聯。其甲丁已角形之三角并。與乙丙已角形之三角并等。一卷卅二次每減一交角相等之甲已丁、乙已丙。一卷十五即已甲丁、已丁甲兩角并。與已丙乙、已乙丙兩角并等矣。而甲丁乙、丙甲乙兩角。同在甲丁丙乙圅心大分內。又等。本題第一論則丁甲丙、與丙乙丁。亦等

又後論曰。丁丙之外。任取一界爲已。作丁已、丙已兩線。令俱圅心。而丁甲乙丙已。與丙乙甲丁已。俱爲大

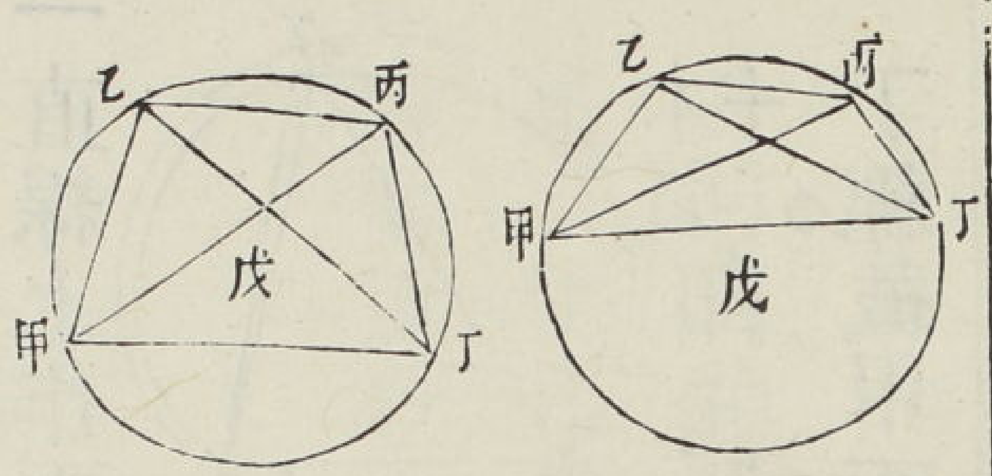
分次於甲巳、乙巳各作直線相聯。其丁甲巳與丁乙巳兩角同負丁甲乙丙巳圜界卽等。本題第一論 依顯丙乙巳與丙甲巳兩角同負丙乙甲丁巳圜界又等。此二相等率并之則丁甲丙、丁乙丙兩全角亦等。




## 第二十二題

圜內切界四邊形每相對兩角并與兩直角等。

解曰甲乙丙丁圜其心戊圜內有甲乙丙丁四邊形。



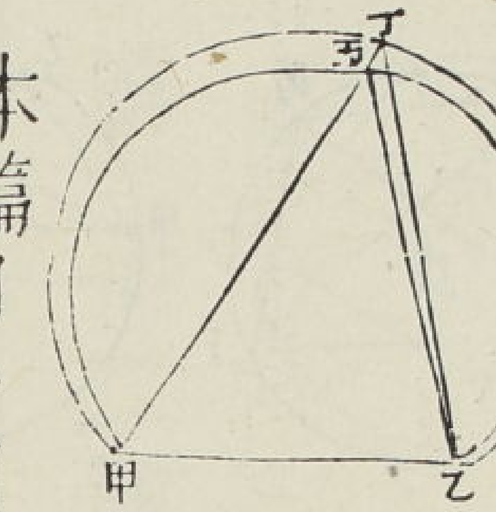

題言甲乙丙、丙丁甲兩角并、乙丙丁、丁甲乙兩角并各與兩直角等。

論曰試作甲丙、乙丁兩對角線。其甲乙丁、甲丙丁兩角同負甲乙丙丁圜分卽等。本篇廿一 依顯丙甲丁、丙乙丁兩角亦等。則甲乙丁、丙乙丁兩角并爲甲乙丙一角與甲丙丁、丙甲丁兩角并等。次每加一丙丁甲角卽甲乙丙、丙丁甲并與甲丙丁、丙甲丁、丙丁甲三角并等。此三角并元與兩直角等。一卷卅二 則甲乙丙、丙丁

甲、相對兩角并與兩直角等。依顯乙丙丁、丁甲乙并、
亦與兩直角等。

第二十三題

一直線上作兩圜分。不得相似而不相等。

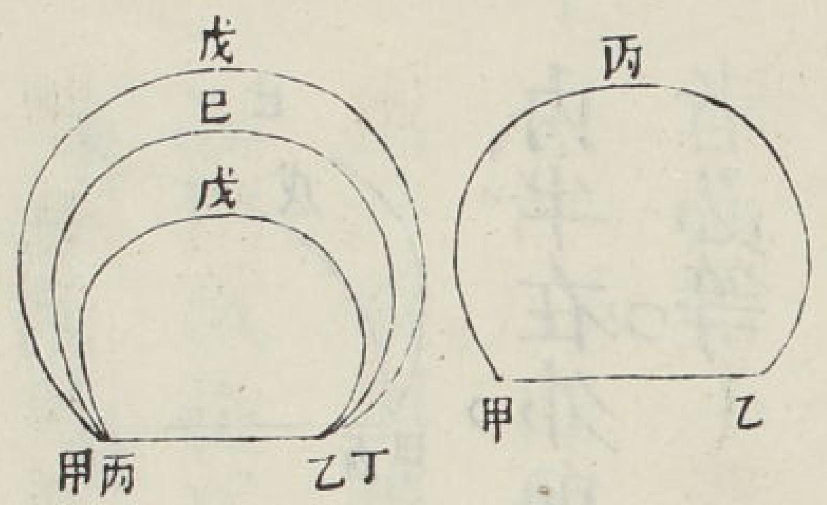



論曰。如云不然。令於甲乙線上作同方
兩圜分相似而不相等。必作甲丙乙。又
作甲丁乙。其兩圜相交止於甲乙兩點。本篇十。即一圜分全在內。一圜分全在外矣。次令作甲
丁線。截甲丙乙圜於丙。末令作丙乙、丁乙兩線相聯。

夫兩圜分相似者。其負圜角宜等、本卷界說十一則乙丙甲
。外角與相對之乙丁甲內角等乎。一卷十六

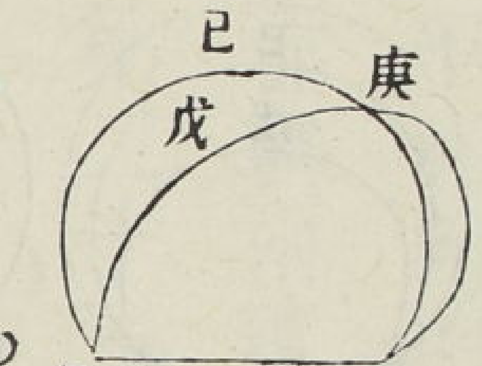
第二十四題

相等兩直線上作相似兩圜分。必等。



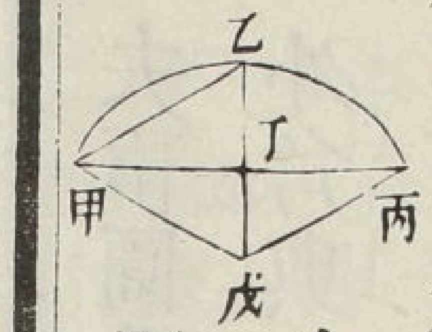

解曰。甲乙、丙丁兩線上作甲丙乙、丙己
丁相似兩圜分。題言兩圜分等。
論曰。甲乙、丙丁兩線既等。試以甲乙線、
加丙丁線上、兩線必相合。即甲丙乙、丙
己丁兩圜分相加亦相合。如云不然。必

兩圜分相加或在內或在外或半在內、半在外矣若在內在外即一直線上有兩圜分相似而不相等也本篇廿三若半在內、半在外即兩圜三相交也本篇十兩俱不可故相似者必等




## 第二十五題

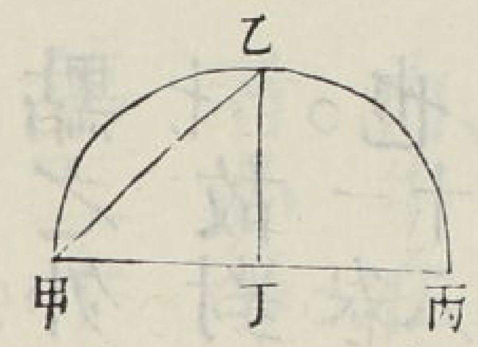
有圜之分求成圜




法曰甲乙丙圜分求成圜先於分之兩端作甲丙線次作乙丁、為甲丙之垂線次作甲乙線相聯其丁乙甲角或大於丁甲乙角或等或小若大即甲乙丙當為圜之小分何也乙丁分甲丙為兩平分即知圜之心必在乙丁線內本篇一之系而心在丁點之外則從丁點所出丁乙為不過心徑線至小本篇七故對小邊之丁甲乙角小於對大邊之丁乙甲角也一卷十八即作乙甲戊角與丁乙甲角等次從乙丁引出一線與甲戊線遇於戊即戊為圜心

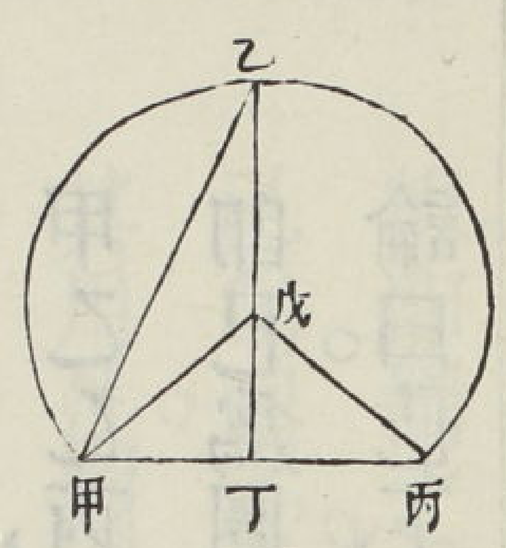
論曰試從戊作戊丙線其甲丁戊角形之甲丁線與丙丁戊角形之丙丁線等丁戊同線而甲丁戊丙丁

戊、兩皆直角。卽對直角之甲戊、與戊丙、兩線等。一卷四
夫甲戊與乙戊。以對角等故。旣等。一卷六戊丙與甲戊、
又等。則從戊至界三線皆等。而戊爲心。本篇九



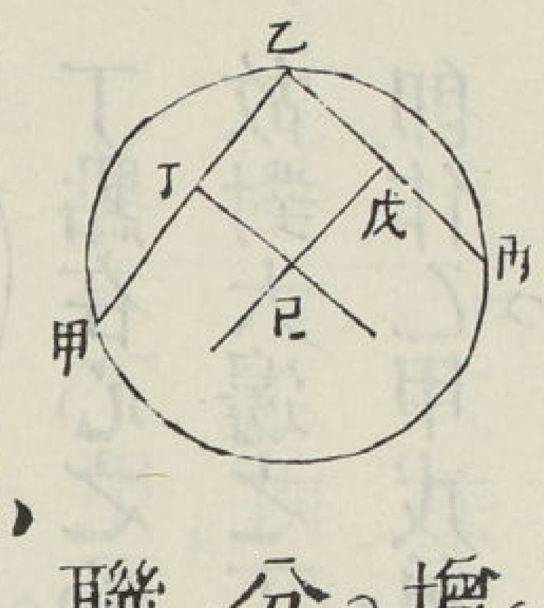

次法兼論曰。若丁乙甲、丁甲乙、兩角等。卽甲
乙丙爲半圓。而甲丙爲徑。丁爲心。何也。丁乙、
丁甲兩邊等。然後丁乙甲、丁甲乙、兩角等。一卷
五今丁乙甲、丁甲乙、兩角旣等。卽丁乙、丁甲兩線必
等。一卷六丁丙、元與丁甲等。則從丁所出三線等。而丁
爲圓心。本篇九



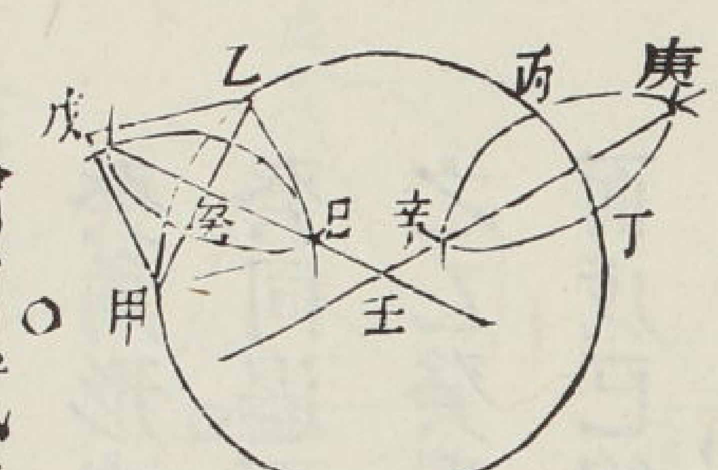



後法曰。若丁乙甲、小於丁甲乙。卽甲乙
丙、當爲圓大分。何也。乙丁分甲丙爲兩
平分。卽知圓心在乙丁線內。本篇一之系而
丁點在心之外。則所出丁乙、爲過心徑線。至大本篇七
故對大邊之丁甲乙大於對小邊之丁乙甲也。一卷十八
卽作乙甲戊角與丁乙甲角等。而甲戊線與乙丁線、
遇於戊。卽戊爲圓心。
論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之甲丁線與
丙丁戊角形之丙丁線等。丁戊同線。而甲丁戊、丙丁

戊丙皆直角。卽對直角之甲戊、戊丙兩線亦等。一卷四
夫乙戊與甲戊以對角等。故既等。一卷五 戊丙與甲戊
亦等。則從戊至界三線皆等。而戊爲心。本篇九




增。求圜分之心。有一簡法。於甲乙丙圜
分任取三點。於甲、於乙、於丙。以兩直線
聯之。各兩平分於丁、於戊。從丁、從戊作
甲乙、乙丙之各垂線。爲己丁、爲己戊。而相遇於己。
卽己爲圜心。
論曰。己丁、己戊既各以兩直角平分甲乙、乙丙兩
線。卽圜之心。當在兩垂線內。本篇一 而相遇於己。卽
己爲圜心。

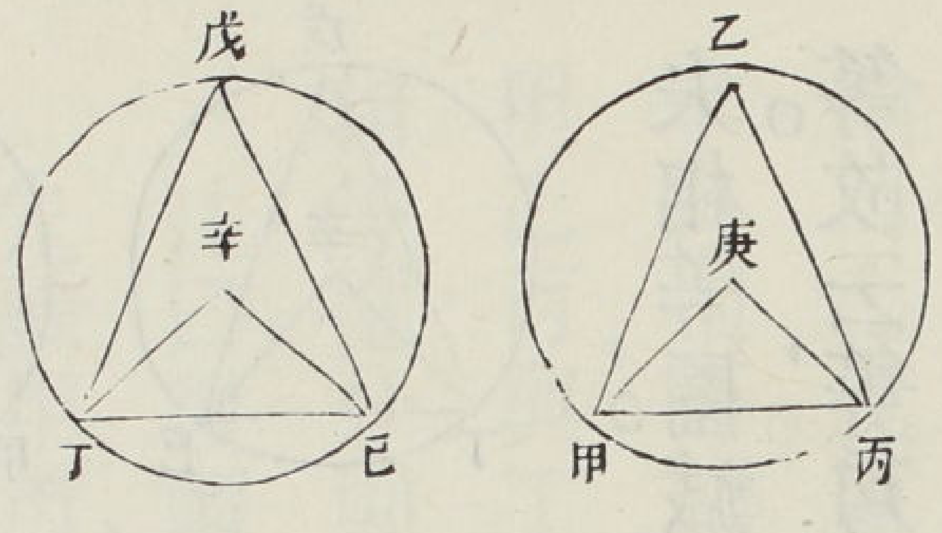



其用法。圜界上任取四點。爲甲、爲乙、爲丙、爲丁。每
兩點各自爲心。相向各任作圜分。四圜
分兩兩相交於戊、於己、於庚、於辛。從戊
己、從庚辛各作直線。引長之交於壬。卽
壬爲圜心。
論曰。試作甲戊、戊乙、乙己、己甲四直線。此四線各
爲同圜、等圜之半徑。各等。卽甲戊己角形之甲戊

己、甲己戊兩角等。而乙戊己角形之乙戊、己乙、己戊、兩角亦等。次作甲乙直線。分戊己於癸。即甲己癸角形之甲己邊。與乙己癸角形之乙己邊等。己癸同邊。而對甲己癸角之甲癸邊。與對乙己癸角之乙癸邊亦等。（一卷八）則甲癸己、乙癸己俱為直角。而戊己線必過心。（本篇一）依顯庚辛線亦過心。而相遇於壬。為圓心。

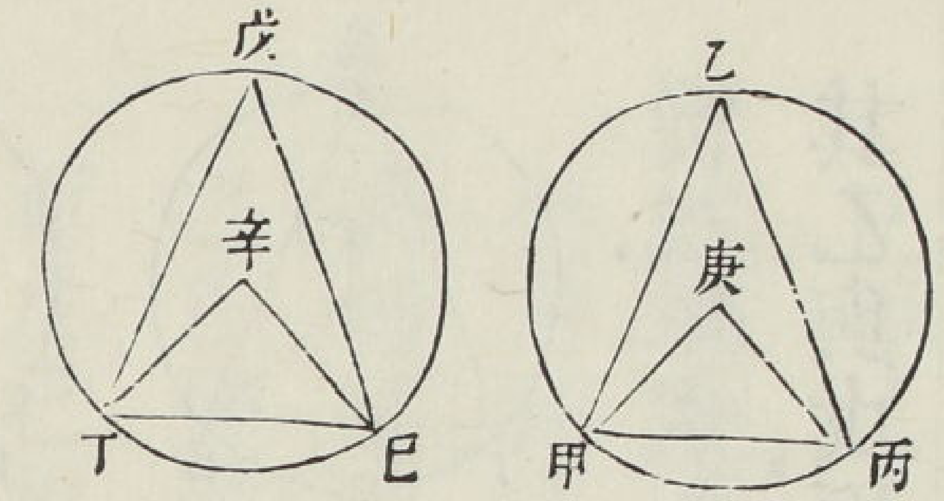
## 第二十六題二支

等圓之乘圓分角。或在心。或在界。等。其所乘之圓分亦等。




先解在心者。曰甲乙丙、丁戊己兩圓等。其心為庚、為辛。有甲庚丙與丁辛己兩乘圓角等。題言所乘之甲丙、丁己兩圓分亦等。

論曰。試於甲乙丙、丁戊己兩圓分之上。任取兩點於乙、於戊。從乙作乙甲、乙丙。從戊作戊丁、戊己。各兩線。次作甲丙、丁己兩線相聯。其乙與戊兩角既各半於庚辛兩角。即乙與戊自相




等。本篇二十而所負甲乙丙、與丁戊己、兩圜分相似。本卷界說十又甲庚丙角形之甲庚、庚丙兩邊、與丁辛己角形之丁辛、辛己、兩邊各等。庚角與辛角又等。卽甲丙與丁己、兩邊亦等。一卷四而相似之甲乙丙、與丁戊己、兩圜分、在等線上。亦等。本篇廿四夫相等圜。減相等圜分。則所存甲丙、丁己、兩圜分亦等。故云等角所乘之圜分等。

後解在界者。曰兩圜之乙與戊、兩乘圜角等。題言所乘之甲丙、丁己、兩圜分亦等。

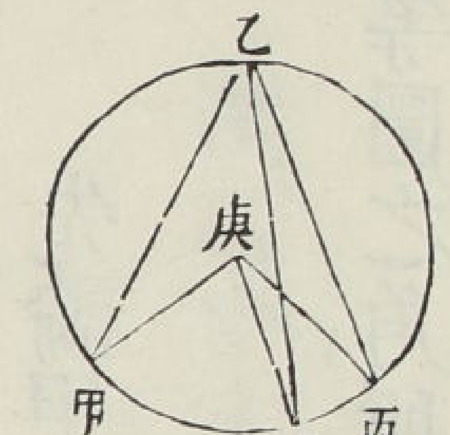
論曰。乙、戊、兩角既等。而庚辛兩角各倍於乙、戊。卽庚、辛自相等。本篇二十依前論甲丙、丁己、兩邊亦自相等。而甲乙丙、與丁戊己、兩圜分亦等。本篇廿四今於相等圜。減相等圜分。則所存甲丙、丁己、兩圜分亦等。

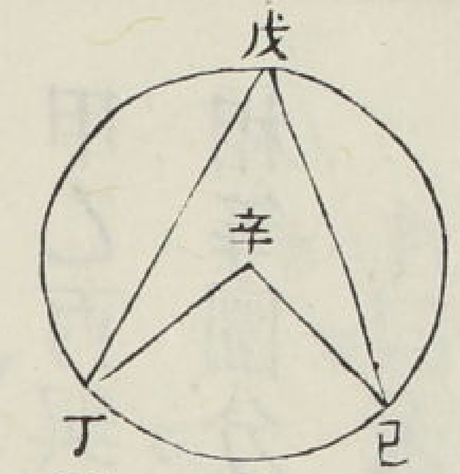
注曰。後解極易明。葢庚、辛、角既各倍於乙、戊。則依先論甲丙、丁己、自相等。在心之乘圜角。卽分圜角。隨類異名

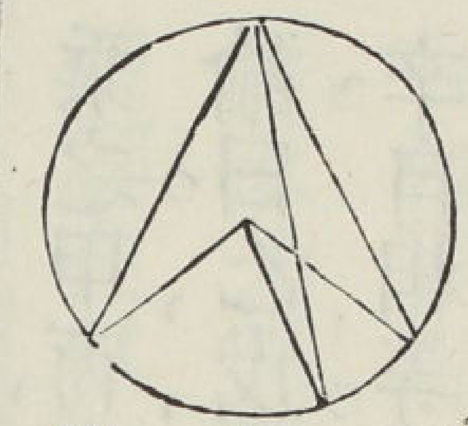
第二十七題二支

等圜之角。所乘圜分等。則其角或在心。或在界。俱等。

先解在心者。曰甲乙丙、丁戊己兩圜等。其心爲庚、爲辛。若甲庚丙乘圜角所乘之甲丙分、與丁辛己所乘之丁己分等。題言甲庚丙、丁辛己兩角等

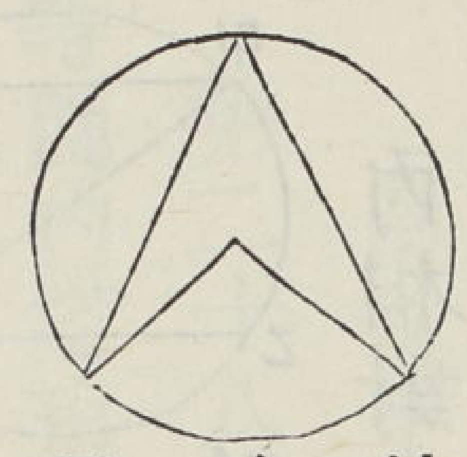


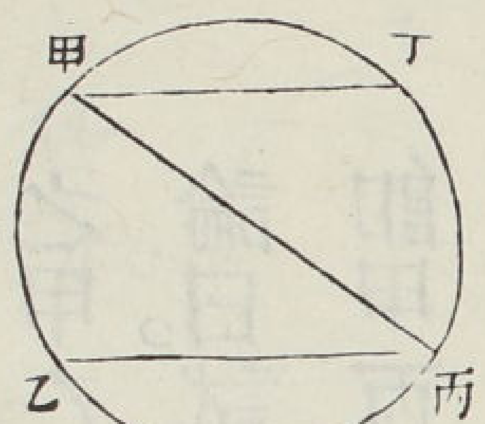



論曰。如云不然。而庚大於辛。令作甲庚壬角與丁辛己角等。即甲壬圜分宜與丁己圜分等。本篇廿六 而甲丙與丁己元等。則甲壬與甲丙亦等乎

後解在界者。曰甲丙、丁己兩圜分等。題言其上乙、戊兩角亦等。



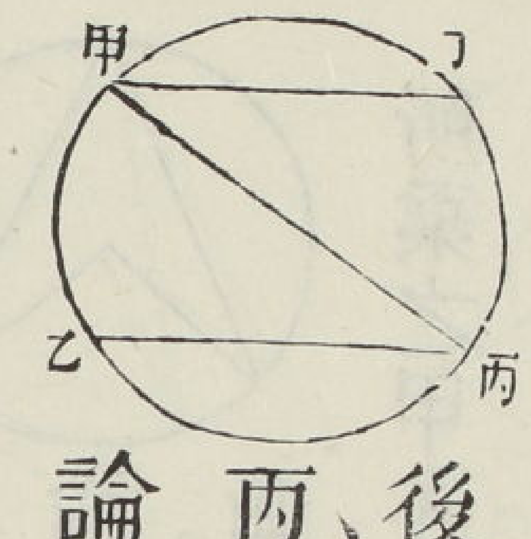



論曰。如云不然。而乙大於戊。令作甲乙壬角與戊角等。其甲乙壬與丁戊己若等。即所乘之甲壬、丁己宜等。本篇廿六 而甲丙與丁己元等。則甲壬與甲丙亦等乎。

增題。從此推顯兩直線不相交。而在一圜之內。若兩線界相去之圜分等。則兩線必平行。若兩線平行。則兩線界相去之圜分等。

先解曰。甲乙丙丁圜內有甲丁、乙丙兩線。其相去之甲乙、丁丙兩圜分等。題言兩線必平行。

論曰。試自甲至丙作直線相聯。其甲乙、丁丙既等。即甲丙乙與丙甲丁兩乘圜角亦等。本題既內相對之兩角等。即兩線必平行。一卷廿七

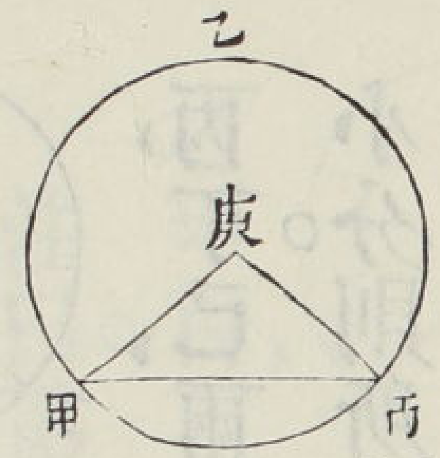



後解曰。甲丁、乙丙為平行線。題言甲乙、丁丙兩圜分必等。

論曰。試作甲丙線。其甲丁、乙丙既平行。即內相對之兩角甲丙乙、丙甲丁必等。一卷廿七而所乘圜分甲乙、丁丙亦等。本篇廿六

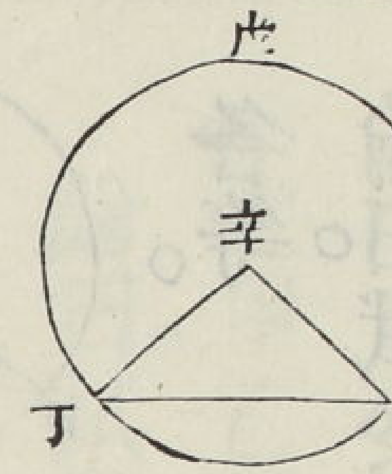
第二十八題

等圜內之直線等。則其割本圜之分。大與大。小與小。各等。



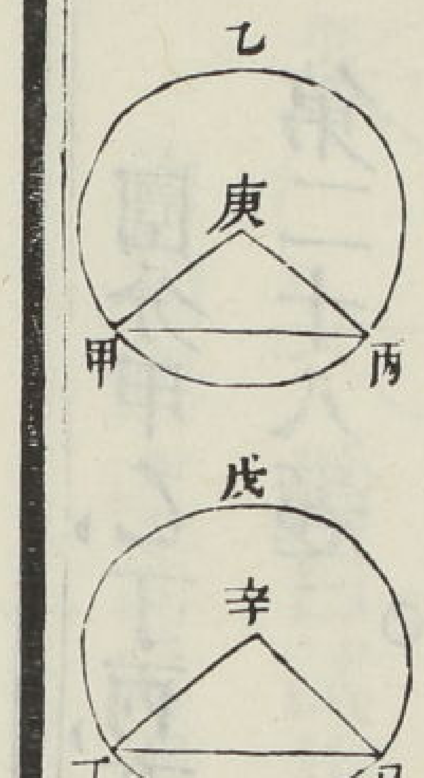

解曰。甲乙丙、丁戊己兩圜等。其心為庚為辛。圜內有甲丙、丁己兩直線等。題言甲乙丙與丁戊己兩大分。甲丙與丁己兩小分各等。

論曰。試於甲庚、庚丙、丁辛、辛己各作直線。其甲庚丙



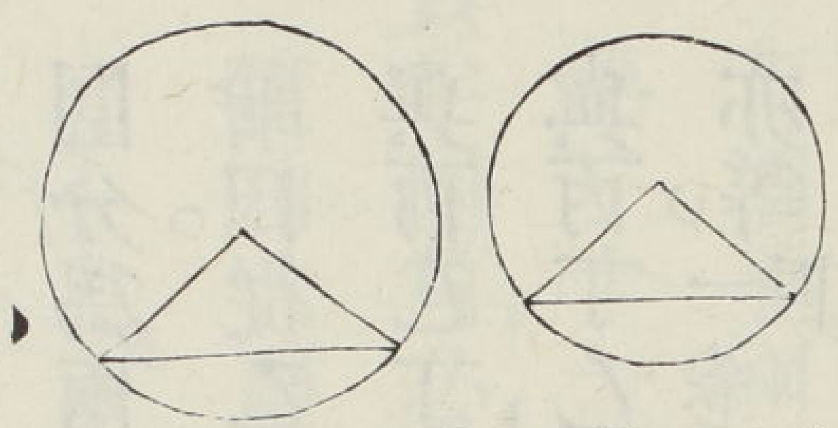

角形之甲丙與丁辛已角形之丁已。兩底既等。而甲庚、庚丙、兩腰。與丁辛、辛已、兩腰。又等。即庚辛兩角亦等。一卷八 其所乘之甲丙、丁已、兩小分必等。本篇廿六 次減相等之甲丙、丁已、兩小分。則所存甲乙丙、丁戊已、兩大分亦等

第二十九題




等圓之圓分等。則其割圓分之直線亦等。

解曰。依前題。兩圓之甲乙丙、丁戊已、兩圓分等。而甲丙、丁已、兩



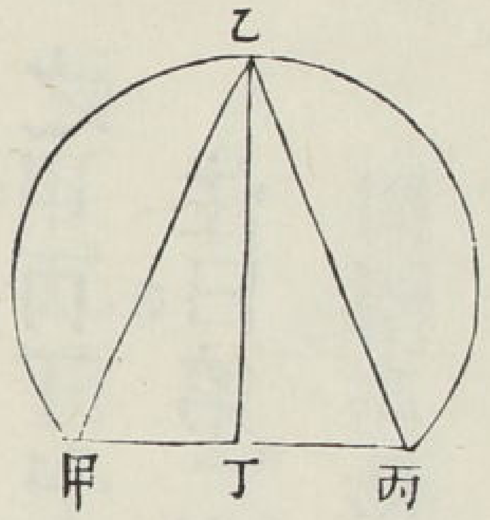
圓分亦等。題言甲丙、丁已、兩線必等

論曰。依前題作四線。其甲庚丙角形之甲庚、庚丙、兩腰。與丁辛已角形之丁辛、辛已、兩腰等。而庚辛兩角所乘之甲丙、丁已、兩圓分等。即庚辛兩角亦等。本篇廿七 而對等角之甲丙、丁已、兩線必等。一卷四

注曰。第二十六至二十九。四題所說。俱等圓。其在同圓。亦依此論。

第三十題

有圓之分。求兩平分之。

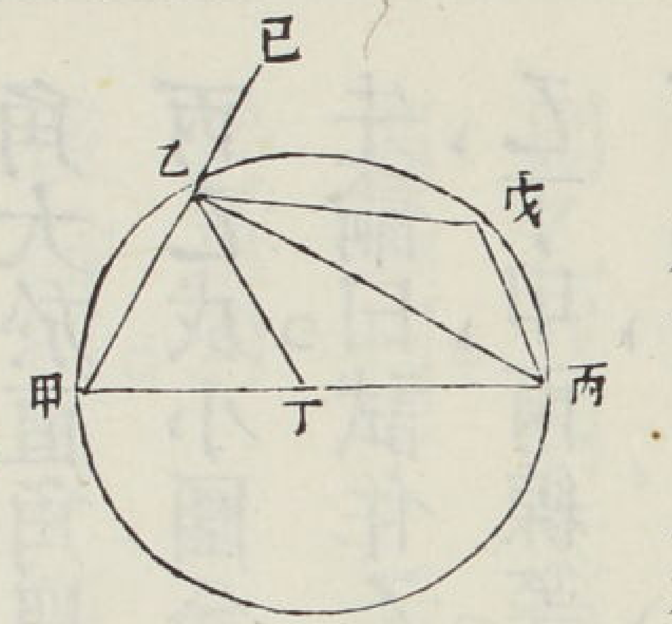



法曰。甲乙丙圓分。求兩平分。先於分之兩界、作甲丙線。次兩平分於丁。從丁作乙丁、為甲丙之垂線。即乙丁分甲乙丙圓分為兩平分。

論曰。從乙作乙甲、乙丙兩線。其甲乙丁角形之甲丁、與丙乙丁角形之丙丁。兩腰等。丁乙同腰。而甲丁乙、與丙丁乙兩直角又等。即對直角之甲乙、乙丙兩底亦等。一卷四而甲乙、與乙丙兩圓分亦等。本篇十八則甲乙丙圓界、兩平分於乙矣。

第三十一題。五支

負半圓角、必直角。負大分角、小於直角。負小分角、大於直角。大圓分角、大於直角。小圓分角、小於直角。




解曰。甲乙丙圓。其心丁。其徑甲丙。於半圓分內任作甲乙丙角形。即甲乙丙角負甲乙丙半圓分。乙甲丙角負乙甲丙大分。又任作乙戊丙角。負乙戊丙小分。題先言負半圓之甲乙丙為直角。二言負

大分之乙甲丙角。小於直角。三言負小分之乙戊丙角。大於直角。四言丙乙甲大圜分角。大於直角。後言丙乙戊小圜分角。小於直角。

先論曰。試作乙丁、線。次以甲乙線引長之、至己。其丁乙、丁甲兩線等。卽丁乙甲、丁甲乙兩角等。一卷五 依顯丁乙丙、丁丙乙兩角亦等。而甲乙丙全角與乙甲丙、甲丙乙兩角并等。又己乙丙外角亦與相對之乙甲丙、甲丙乙兩角并等。一卷卅二 則己乙丙與甲乙丙等。爲直角。

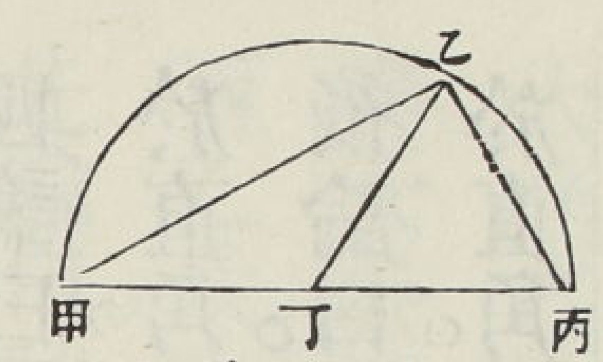
二論曰。甲乙丙角形之甲乙丙、既爲直角。則乙甲丙、小於直角。一卷十七

三論曰。甲乙戊丙四邊形、在圜之內。其乙甲丙、乙戊丙相對兩角并等兩直角。本篇廿二 而乙甲丙、小於直角。則乙戊丙、大於直角。

四論曰。甲乙丙直角。爲丙乙甲大圜分角之分。則大於直角。

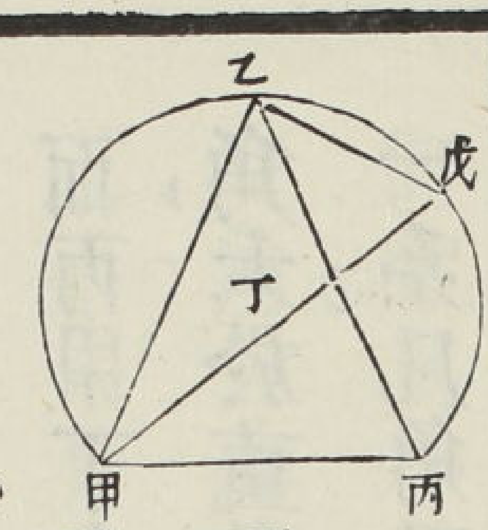
後論曰。丙乙戊小圜分角。爲己乙丙直角之分。則小於直角。

此題別有四解四論。先解曰。甲乙丙半圜。其心丁。其上任作甲乙丙角。題言此爲直角。



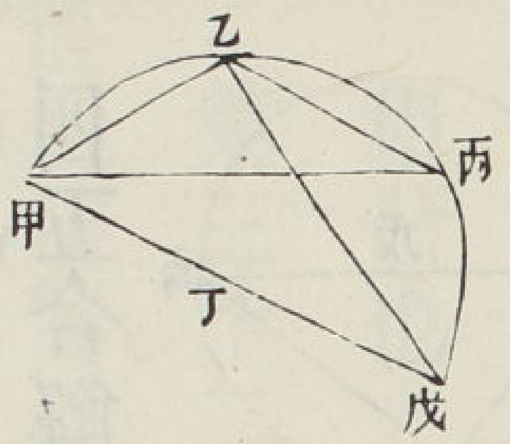

論曰。試作乙丁線。其丁乙、丁甲兩線既等。卽丁乙甲、丁甲乙兩角亦等。一卷五 而乙丁丙外角既與丁乙甲、丁甲乙相對之兩内角并等。一卷卅二 卽倍大於丁乙甲角。依顯乙丁甲外角亦倍大於丁乙丙角。卽乙丁甲、乙丁丙兩角并亦倍大於甲乙丙角。夫乙丁甲、乙丁丙并等兩直角。一卷十三 則甲乙丙爲直角。

二解曰。甲乙丙大圜。分其心丁。任作甲乙丙角。題言此小於直角。




論曰。試作甲丁戊徑線。次作乙戊線相聯。其甲乙戊既爲直角。本題一論 卽甲乙丙爲其分。而小於直角。

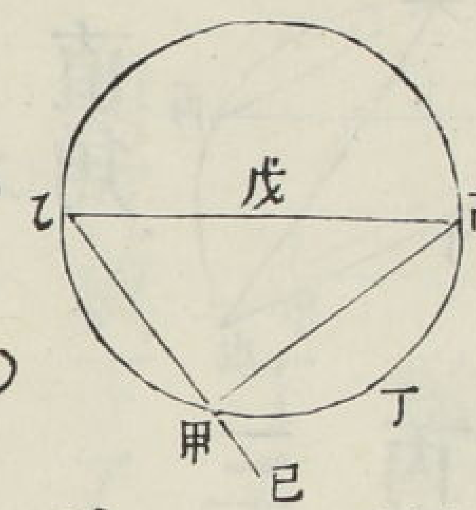
三解曰。甲乙丙小圜。分其心丁。任作甲乙丙角。題言此大於直角。




論曰。試作甲丁戊徑線。而引乙丙圜界至戊。次作乙戊線。其甲乙戊既負半圜之直角。而爲甲

乙丙角之分則甲乙丙大於直角
四五合解曰甲乙丙大圓分丙丁甲小圓分其心戊

題言丙甲乙大圓分角大於直角丙甲丁小圓分角小於直角




論曰試作乙戊丙徑線次作乙甲線引長之至已其乙甲丙直角為丙甲乙大圓分角之分而丙甲丁小圓分角又為已甲丙直角之分則大分角大於直角小分角小於直角

一系凡角形之內一角與兩角并等其一角必直角何者其外角與內相對之兩角等則與外角等之內交角豈非直角

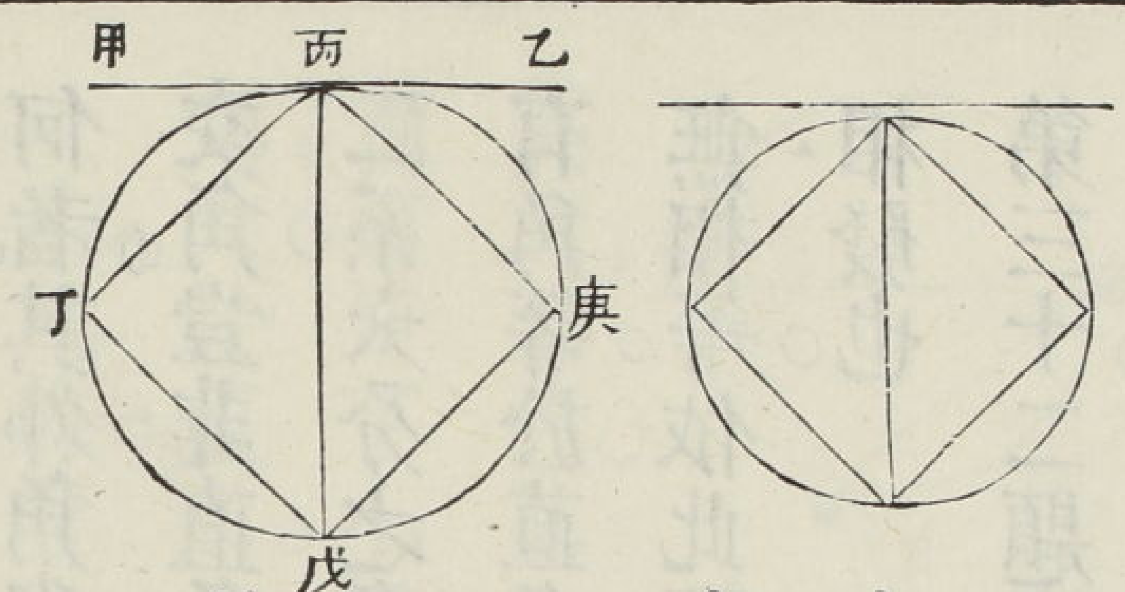
二系大分之角大於直角小分之角小於直角終無有角等於直角又從小過大從大過小非大即小終無相等依此題四五論甚明與本篇十六題增注互相發也

第三十二題

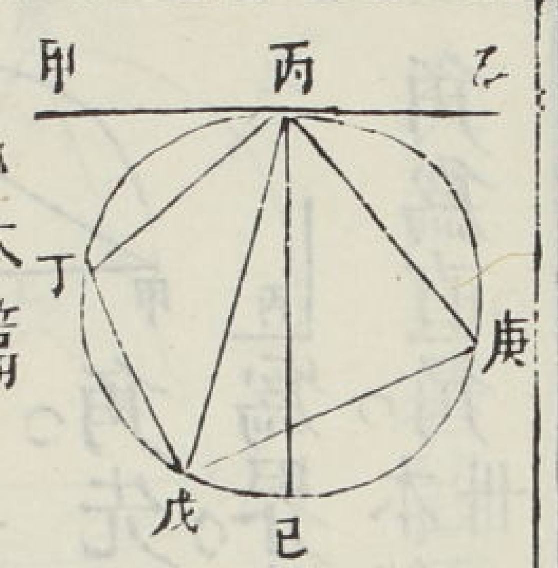
直線切圓從切界任作直線割圓為兩分分內各任為負圓角其切線與割線所作兩角與兩負圓角交互

相等。

解曰。甲乙線。切丙丁戊圜於丙。從丙任作丙戊直線。割圜爲兩分。兩分內任作丙丁戊、丙庚戊兩負圜角。題言甲丙戊角與丙庚戊角。乙丙戊角、與丙丁戊角。交互相等。




先論割圜線過心者。曰如前圖甲丙戊、乙丙戊兩皆直角。一卷十八而丙庚戊、丙丁戊兩負半圜角。亦皆直角。本篇卅一則交互相等。

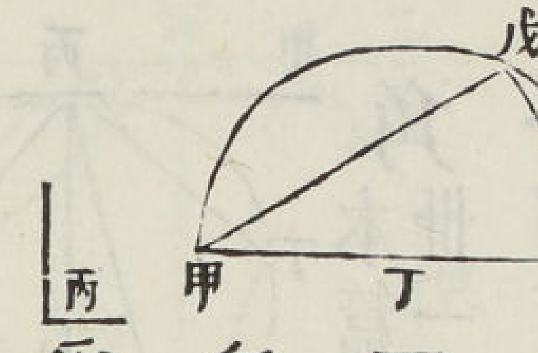



後論割圜線不過心者。曰。如後圖。試作丙己過心直線。次作戊己線相聯。其己丙、爲甲乙之垂線。一卷十八而丙戊己爲直角。本篇卅一即戊丙己、戊己丙兩角并等於一直角。亦等於甲丙己角矣。此兩率者。各減同用之戊丙己角。即所存戊己丙、與甲丙戊等也。夫戊己丙、與丙庚戊元等。本篇廿一則甲丙戊與丙庚戊交互相等。又丙丁戊庚四邊形之丙丁戊、丙庚戊兩對角并等兩直角。本篇廿二而甲丙戊、乙丙戊兩交角亦等兩直角。一卷十三此二率

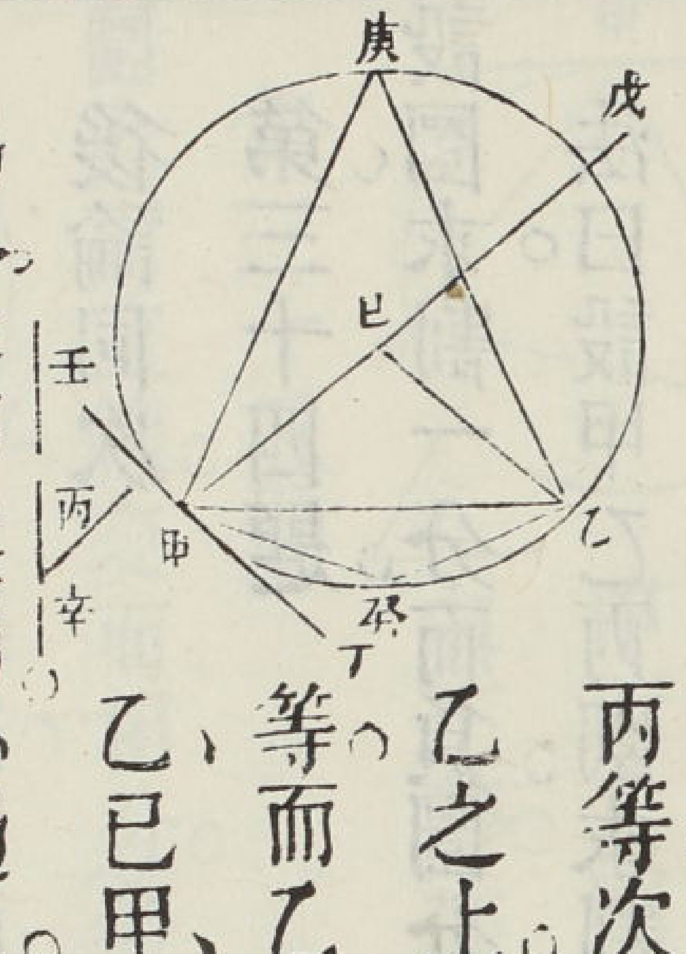
者各滅一相等之甲丙戊丙庚戊則所存丙丁戊乙丙戊亦交互相等

第三十三題

一線上求作圜分而負圜分角與所設直線角等




先法曰設甲乙線丙角求線上作圜分而負圜分角與丙等其丙角或直或鋭或鈍若直角先以甲乙兩平分於丁次以丁爲心甲乙爲界作半圜圜分內作甲戊乙角即負半圜角爲直角本篇卅一如所求




次法曰若設丙鋭角先於甲點上作丁甲乙鋭角與丙等次作戊甲爲甲丁之垂線於甲乙之上次作己乙甲角與己甲乙角等而乙己線與甲戊線遇於己即己乙己甲兩線等一卷六末以己爲心甲爲界作甲庚圜必過乙即甲庚乙圜分內甲乙線上所作負圜角必爲鋭角而與丙等

論曰試作甲庚乙角其甲己戊線過己心而丁甲又爲戊甲之垂線即丁甲線切甲庚乙圜於甲本篇十六之系

則丁甲乙與甲庚乙兩角交互相等〔本篇卅二〕如所求

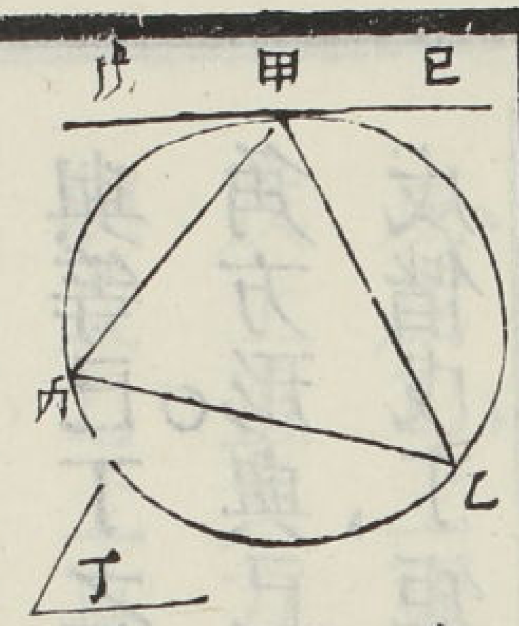
後法曰若設辛鈍角依前作壬甲乙鈍角與辛等次作戊甲爲壬甲之垂線餘倣第二法而於甲乙線上作甲癸乙角卽與辛等

後論同次

第三十四題

設圜求割一分而負圜分角與所設直線角等

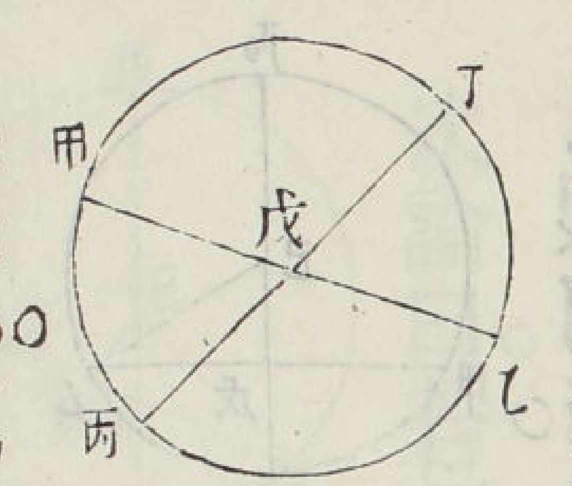
法曰設甲乙丙圜求割一分而負圜分角與丁等先作戊己直線切圜於甲〔本篇十七〕次作己甲乙角與丁等




卽割圜之甲乙線上所作甲丙乙角負甲丙乙圜分而與丁等何者己甲乙角與丁等亦與甲丙乙交互相等故〔本篇卅二〕

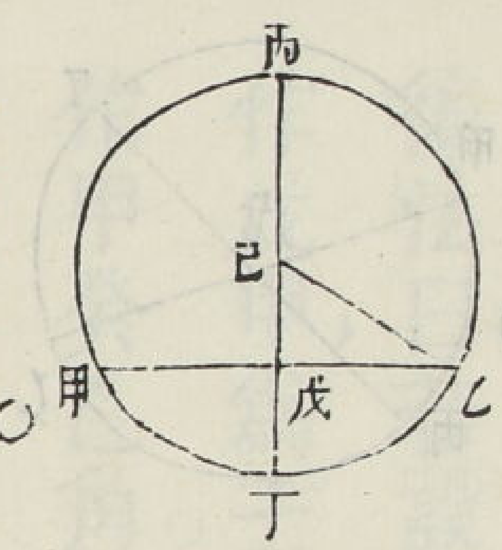
第三十五題

圜內兩直線交而相分各兩分線矩內直角形等

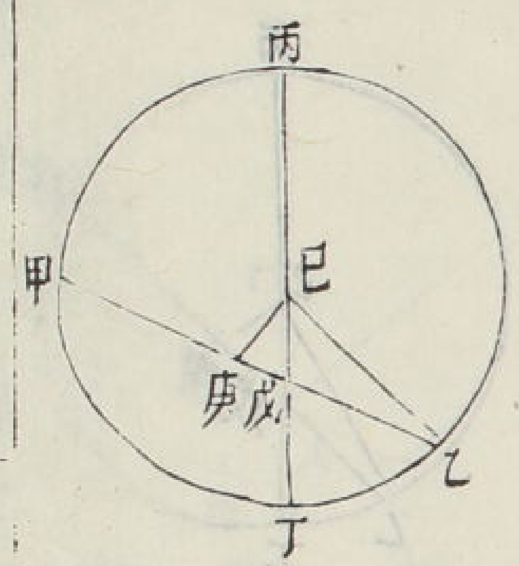



解曰甲丙乙丁圜內有甲乙丙丁兩線交而相分於戊題言甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等其兩線或俱過心或一過心一不過心或俱不過心若俱過心

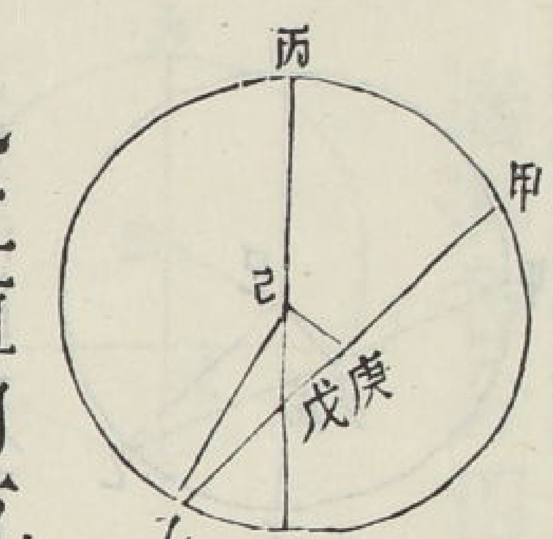
者其各分四線等。即兩矩內直角形亦等。




先論曰。圜內線獨丙丁過已心者。又有二種。其一丙丁平分甲乙線於戊。即丙戊線在甲乙上爲兩直角。本篇三 試作已乙線相聯。其丙丁線既兩平分於已。又任兩分於戊。即丙戊偕戊丁矩內直角形及已戊上直角方形并與等已丁之已乙上直角方形等。二卷五 夫已乙上直角方形與已戊戊乙上兩直角方形并等。一卷四七 即丙戊偕戊丁矩內直角形及已戊上直角方形并與已戊戊乙上兩直角方形并亦等矣。次每減同用之已戊上直角方形。則所存丙戊偕戊丁矩內直角形。不與戊乙上直角方形等乎。戊乙與甲戊既等。即甲戊偕戊乙矩內直角形與丙戊偕戊丁矩內直角形亦等。

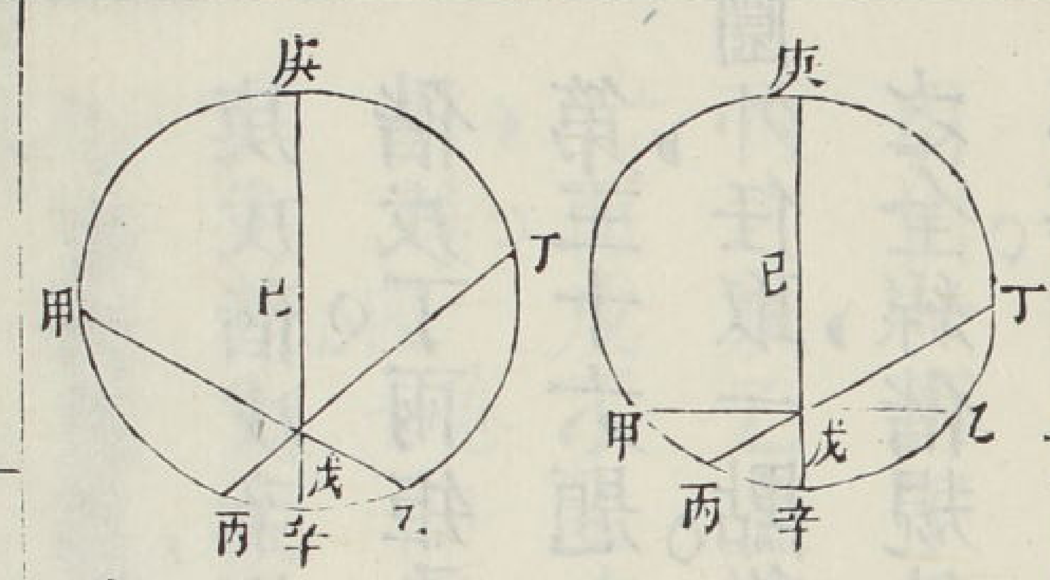



次論曰。若丙丁任分甲乙線於戊。即以甲乙線兩平分於庚。次於庚已已乙各作直線相聯。即已庚爲甲乙之垂線而成兩直角。本篇三 其丙戊偕戊丁矩內直角形及已戊




上直角方形并。與等已丁之已乙上直角方形等。二卷五 而已戊上直角方形。與已庚、庚戊上兩直角方形并、等。一卷四七 已乙上直角方形。與已庚、庚乙上兩直角方形并、亦等。則丙戊偕戊丁矩內直角形、及已庚、庚戊上兩直角方形并、與已庚、庚乙上兩直角方形并等。次每減同用之已庚上直角方形。卽所存丙戊偕戊丁矩內直角形、及庚戊上直角方形、不與庚乙上直角方形等乎。夫甲戊偕戊乙矩內直角形、及庚戊上直角方形并。

亦與庚乙上直角方形等。二卷五 此二相等率者。每減同用之庚戊上直角方形。則丙戊偕戊丁與甲戊偕戊乙兩矩內直角形等矣。



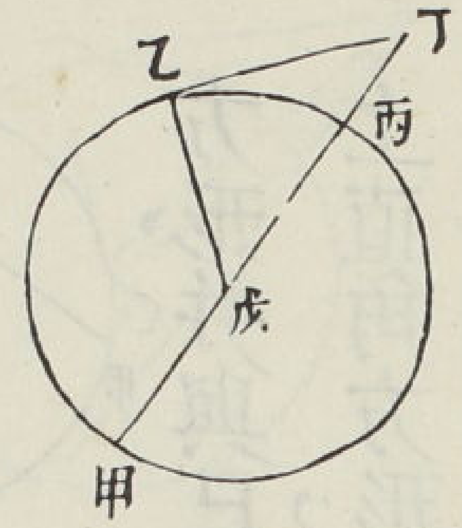

後論曰。圜內兩線俱不過心者。又有二種。或一線平分。或兩俱任分。皆從已心、與戊相聯作直線。引長之爲庚辛線。依上論甲戊偕戊乙矩內直角形。不論甲乙線平分任分。皆與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等。又依上論丙戊偕戊

丁矩內直角形不論丙丁線平分任分亦與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等則甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等

第三十六題

圜外任取一點從點出兩直線一切圜一割圜其割圜之全線偕規外線矩內直角形與切圜線上直角方形等

解曰甲乙丙圜外任取丁點從丁作丁乙線切圜於乙（本篇十七）作丁甲線截圜界於丙題言甲丁偕丙丁矩

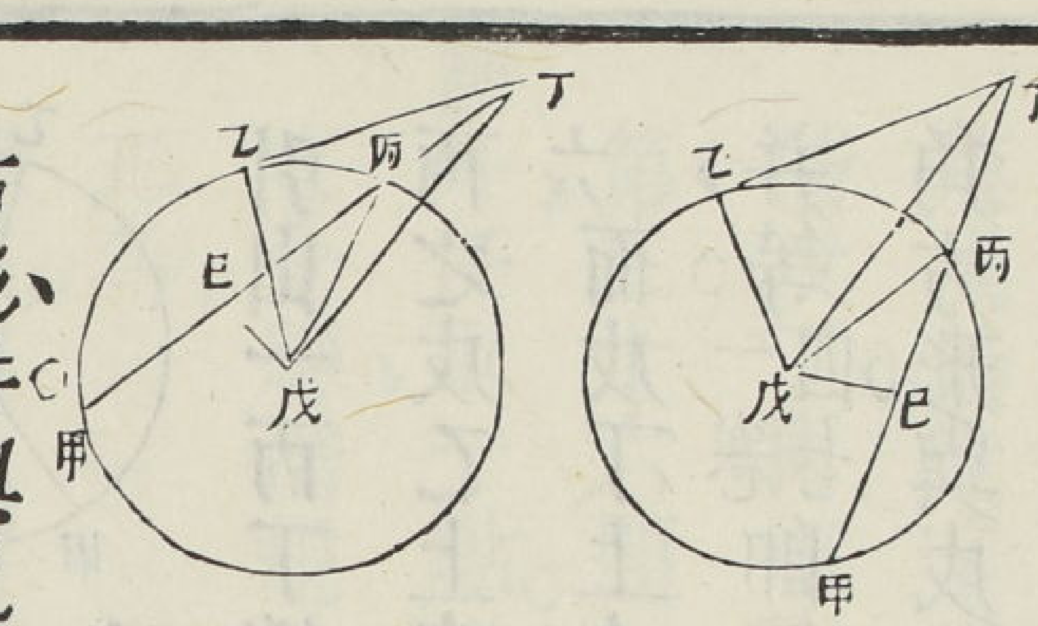



內直角形與丁乙上直角方形等

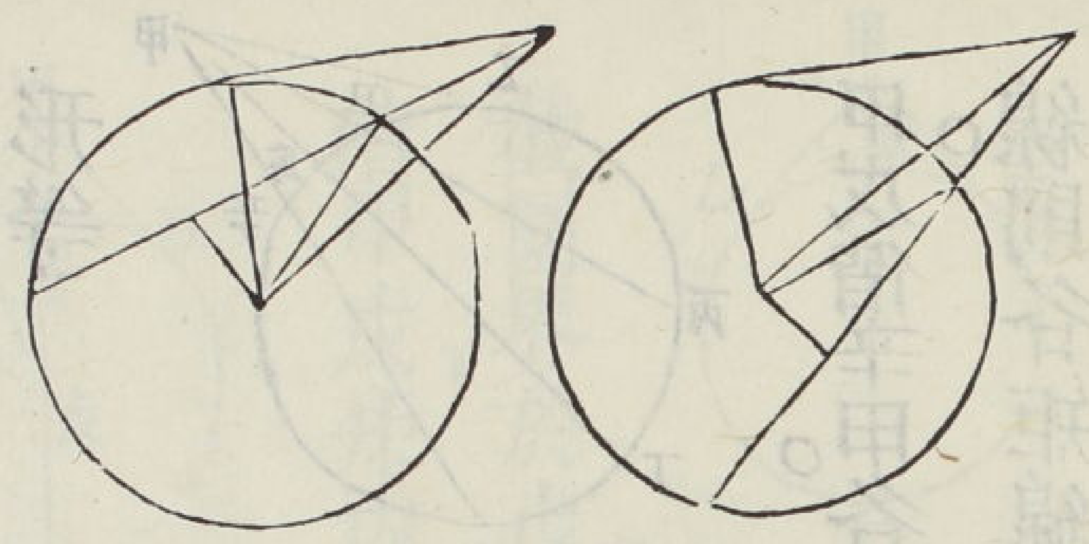
先論丁甲過戊心者曰試作乙戊線為丁乙之垂線（本篇十八）其甲丙線平分於戊又引出一丙丁線即甲丁偕丙丁矩內直角形及等戊丙之戊乙上直角方形并與戊丁上直角方形等（二卷六）而戊丁上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形并等（一卷四七）即甲丁偕丙丁矩內直角形及戊乙上直角方形并與戊乙丁乙上兩直角方形并等此兩率者每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丙丁

矩內直角形。與丁乙上直角方形等。

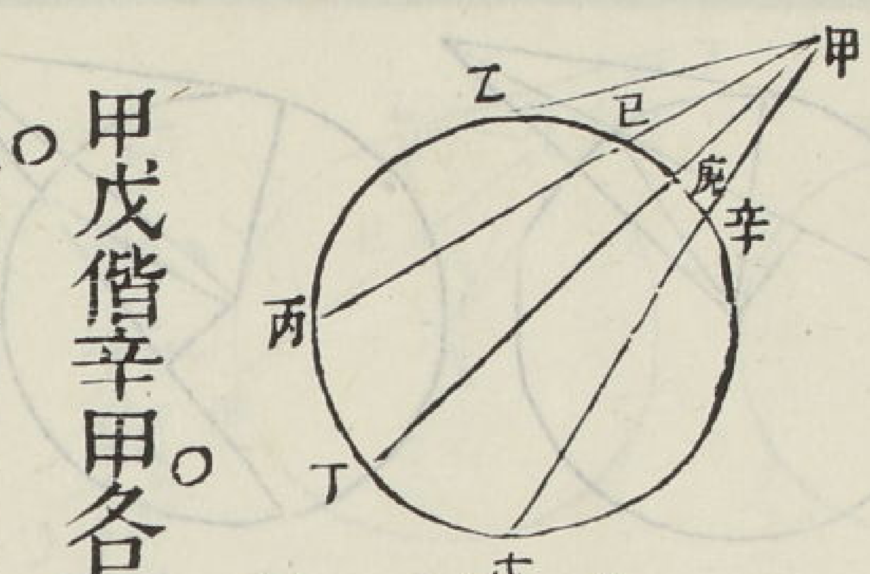
後論丁甲不過戊心者。曰試以甲丙線、兩平分於已。次從戊心作戊已、戊丙、丁戊乙四線。卽戊乙爲丁乙之垂線。本篇十八戊已爲甲丙之垂線。本篇三其甲丙線、既兩平分於已。又引出一丙丁線。卽甲丁偕丁丙矩內直角形、及已丙上直角方形、并。與已丁上直角方形等。二卷六次每加一戊已上直角方形。卽甲丁偕丁丙矩內直角形、及已丙戊



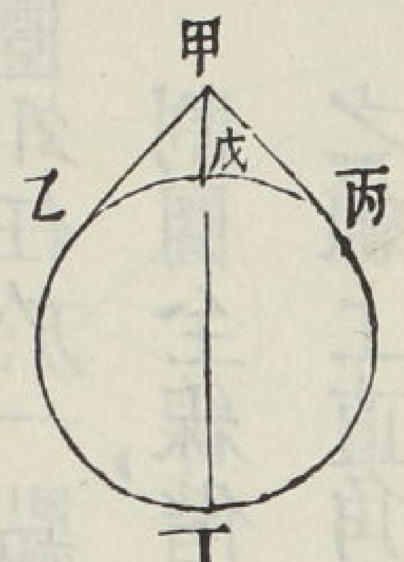

已、上兩直角方形、并。與已丁、戊已、上兩直角方形并等。夫已丙、戊已上兩直角方形、并。與等戊丙之戊乙上直角方形等。一卷四七而戊丁上直角方形與已丁、戊已、上兩直角方形并、等。卽甲丁偕丁丙矩內直角形、及戊乙上直角方形與戊丁上直角方形等矣。又戊丁上直角方形。與戊乙、丁乙、上兩直角方形并、等。卽甲丁偕丁丙矩內直角形、及戊乙上直角方形、并。與戊乙、丁乙上



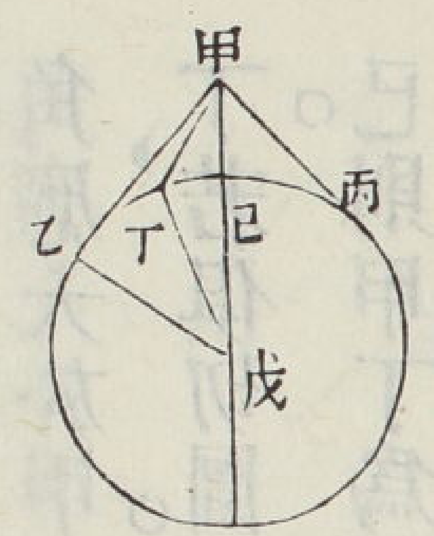
兩直角方形并等次每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丁丙矩內直角形與丁乙上直角方形等




一系若從圜外一點作數線至規內各全線偕規外線矩內直角形俱等如從甲作甲丙甲丁甲戊各線截圜界於已於庚於辛其甲丙偕已甲甲丁偕庚甲甲戊偕辛甲各矩內直角形俱等何者試作甲乙切圜線則各矩線內直角形與甲乙上直角方形俱等故本題




二系從圜外一點作兩直線切圜此兩線等如甲點作甲乙甲丙兩切圜線即甲丙與甲乙等何者試從甲作甲丁線截圜界於戊其甲乙甲丙上兩直角方形各與甲丁偕甲戊矩內直角形等本題則此兩直角方形自相等

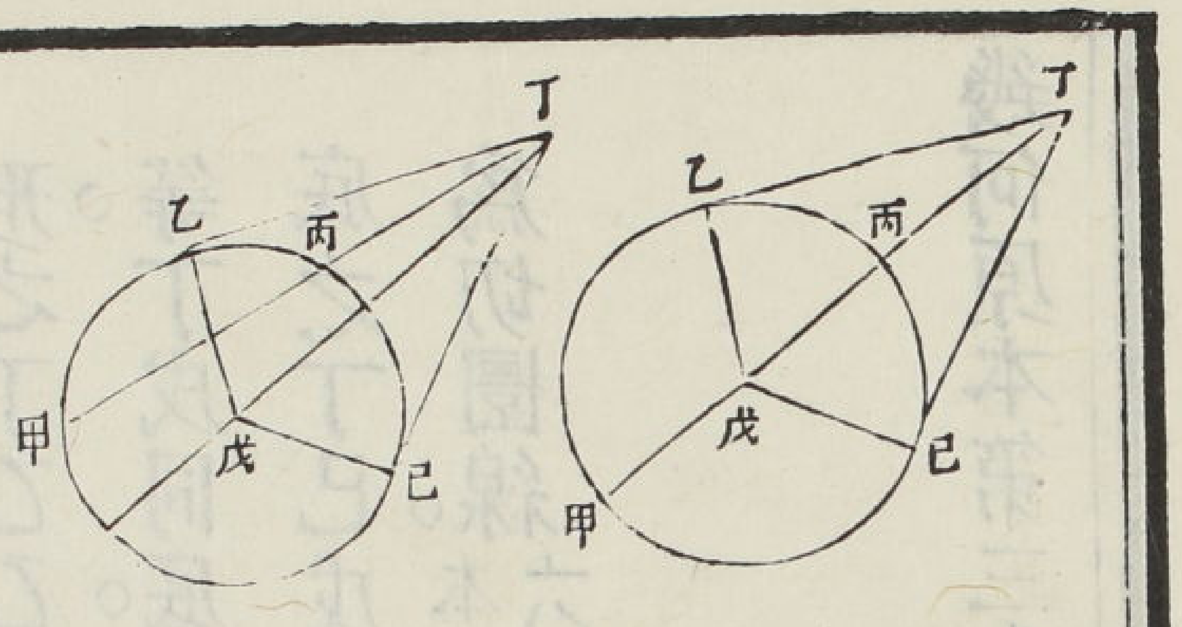



三系從圜外一點止可作兩直線切圜若言從甲既作甲乙甲丙兩線切圜又可作甲丁線亦切圜令從戊心作戊乙戊丁兩線即甲乙戊爲直角而甲丁戊亦宜等爲直

角。本篇十八 試作甲戊直線。則甲乙戊角形內。有甲丁戊角。應大於甲乙戊角。一卷廿一 安得爲直角也。又甲乙、甲丁若俱切圜。卽兩線宜等。本題二系 試作甲戊線、截圜於己。則甲丁爲近己線。甚小。當小於遠己之甲乙線。本篇八 又安得相等也。故一點上、止可作切圜線兩也。

第三十七題

圜外、任於一點、出兩直線。一至規外、一割圜至規內。而割圜全線、偕割圜之規外線、矩內直角形。與至規外之線上直角方形等。則至規外之線、必切圜。




解曰。甲乙丙圜。其心戊。從丁點作丁乙至規外之線。遇圜界於乙。又作丁甲割圜至規內之線。而截圜界於丙。其丁甲、偕丁丙矩內直角形。與丁乙上直角方形等。題言丁乙爲切圜線。

論曰。試從丁、作丁己線。切圜於己。本篇十七 次作戊乙、戊己兩線相聯。若丁甲不過戊心者。又作丁戊直線。其丁己上直角方形。與丁甲、偕丁丙矩內直角形、等。本篇卅六 而丁乙上直角方形與

丁甲偕丁丙、矩內直角形、亦等。則丁乙、丁己、上兩直角方形自相等。而丁乙、丁己兩線亦等。夫丁乙戊角形之丁乙、乙戊與丁己、己戊角形之丁己、己戊各兩腰等。丁戊同底。卽兩角形之三角各等。一卷八而對丁戊底之丁己戊爲直角。本篇十八卽丁乙戊亦直角。故丁乙爲切圜線。本篇十六之系

幾何原本第三卷終

番禺孟鴻光校