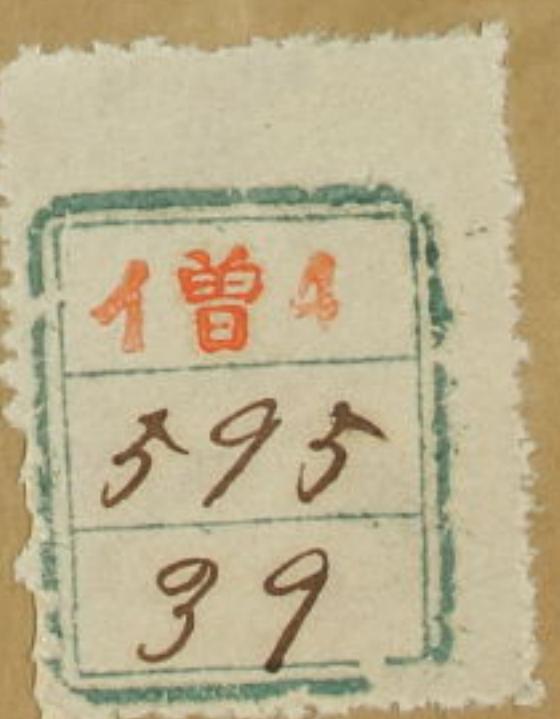




埽葉山房叢鈔

三十九



三十九



門
14
卷

李善蘭先生校正

中西算學四種

勾股義 測量異同

歸葉山房

測量法義 圓容較義

叢鈔



勾股義

歸葉山房叢鈔第十二

句股義序

周髀算經曰。昔者周公問於商高曰。竊聞乎大夫善數也。請問古者庖犧立周天。度夫天不可階而升。地不可尺寸而度。請問數從安出。商高曰。數之法出於圓方。圓出於方。方出於矩。矩出於九九八十一。故折矩以爲句。廣三股修四徑隅五。既方之外半其一矩環而共盤。得成三四五。兩矩共長二十有五。是謂積矩。故禹所以治天下者。此數之所生也。漢趙君卿注曰。禹治洪水。決流江河。望山川之形。定高下之勢。除滔天之災。釋昏。

墾之厄。使東注於海而無浸溺。乃句股之所由生也。又曰。觀其迭相規矩。共爲反覆。互與通分。各有所得。然則統叙羣倫。弘紀眾理。貫幽人微。鉤深致遠。故曰。其裁制萬物。惟所爲之也。徐光啟曰。周髀句股者。世傳黃帝所作。而經言庖犧。疑莫能明也。然二帝皆用造厞。而禹復藉之以平水土。蓋度數之用。無所不通者也。後世治厞之家。代不絕人。亦且增修遞進。至元郭守敬。若思十得其六七矣。亡不資算術爲用者。獨水學久廢。卽有耑門名家。代不二人。亦絕不聞。以句股從事。僅見元史載。

守敬受學於劉秉忠。精算數水利。巧思絕人。世祖召見。面陳水利六事。又陳水利十有一事。又嘗以海面較京師至汴梁。定其地形高下之差。又自孟門而東。循黃河故道。縱廣數百里間。各爲測量地平。或可以分殺河勢。或可以灌溉田土。具有圖志。如若思者。可謂博大精深。繼神禹之絕學者矣。勝國畧信用之。若通惠會通諸役。僅十之一二。後其書復不傳。實可惜也。至乃遡其爲法。不過句股測量。變而通之。故在人耳。又自古迄今。無有言二法之所以然者。自余從泰西子譯得測量法義。不揣復

作句股諸義。卽此法底裏洞然。於以通變施用。如伐材於林。挹水於澤。若思而在。當爲之撫掌一快已。方今麻象之學。或歲月可緩。紛綸眾務。或非世道所急。至如西北治河。東南治水利。皆目前救時至計。然而欲等禹績。恐此法終不可廢也。有紹明郭氏之業者。必能佐平成之功。周公豈欺我哉。句股遺言。獨見於九章中。凡數十法。不出余所撰正法十五條。元李治廣之作。測圓海鏡。近顧司寇應祥爲之分類釋術。余欲爲說其義。未遑也。其造端第一論。則此篇之七。亦畧具矣。周髀首章九章。

句股之鼻祖。甄鸞李淳風輩爲之重釋。頗明悉實爲算術中古文第一。余故爲採摭要語。并諸篇端以俟用世之君子。不廢芻蕘者。其圖註見他本爲節解。至於商高問答之後。所謂榮方問於陳子者。言日月天地之數。則千古大愚也。李淳風駁正之。殊爲未辨。若周髀果盡此其學。廢弗傳不足怪。而亦有近理者。數十語絕勝渾天家。余嘗爲雌黃之別有論。

句股義

吳淞徐光啟譏

句股卽三邊直角形也。底線爲句。底上之垂線爲股。對直角邊爲弦。句股上兩直角方形并。與弦上直角方形等。故句三、股四、則弦必五。一卷四
七注 從此可以句股求弦。句、弦求股。股、弦求句。一卷四
七注 可以求句股中容方、容圓。可以各較求句、求股、求弦。可以各和求句、求股、求弦。可以大小兩句股互相求。可以立表求高深廣遠。以通句股之窮。可以二表、四表求極高深、極廣遠。以通立表之。

窮其大小相求及立表諸法測量法義所論著畧備矣。句股自相求以至容方、容圓各和各較相求者舊九章中亦有之。第能言其法不能言其義也。所立諸法蕪陋不堪讀。門人孫初陽氏刪爲正法十五條稍簡明矣。余因各爲論譏其義使夫精於數學者攬圖誦說庶或爲之解頤。

第一題

句股求弦

法曰、甲乙股四、乙丙句三、求弦。以股自之

甲
丙
得十六。句自之得九。并得二十五爲實。開
乙 方得甲丙弦五。

第二題

句弦求股

法曰、如前圖。乙丙句三。自之得九。甲丙弦五。自之得二十五。相減得較十六。開方得甲乙股四。

第三題

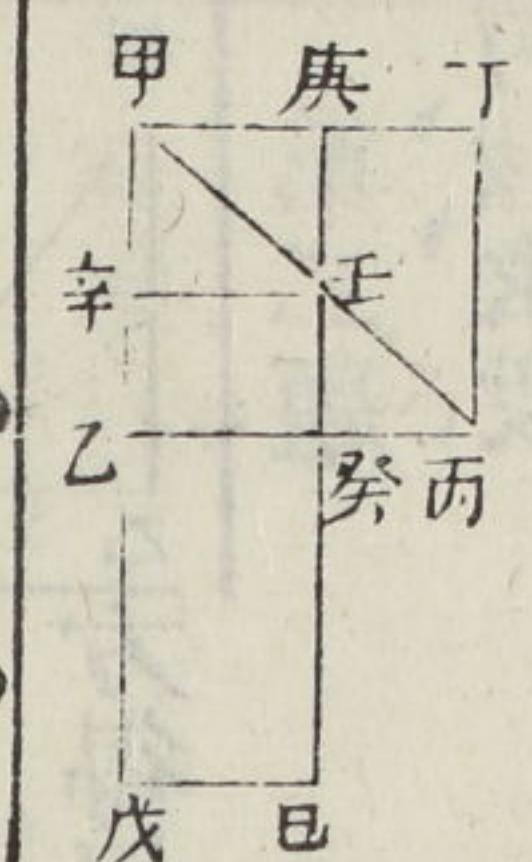
股弦求句

法曰、如前圖。甲乙股四。自之得十六。甲丙弦五。自之

得二十五相減得較九開方得乙丙句三
已上三論俱見一卷四十七題。凡言某卷某題者皆
同。

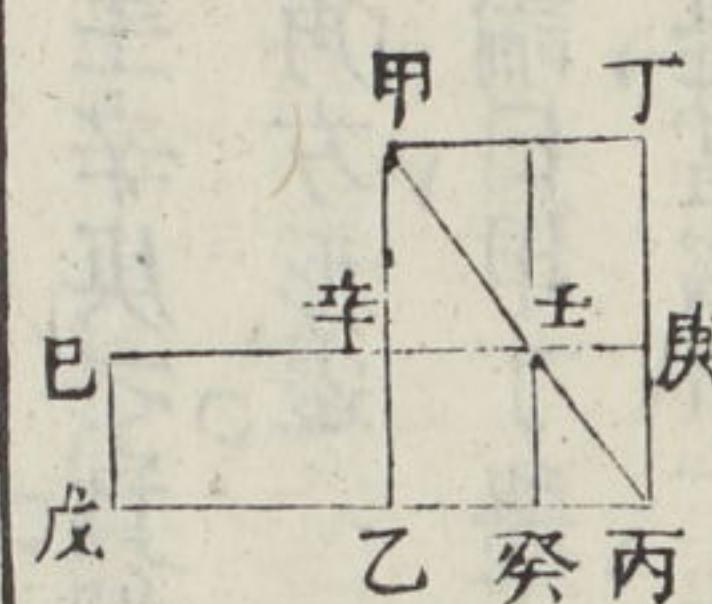
第四題
句股求容方

法曰、甲乙股三十六。乙丙句二十
七。求容方以句股相乘爲實。并句
股得甲戊六十三爲法除之。得容
方辛乙。乙癸各邊俱一十五四二八。



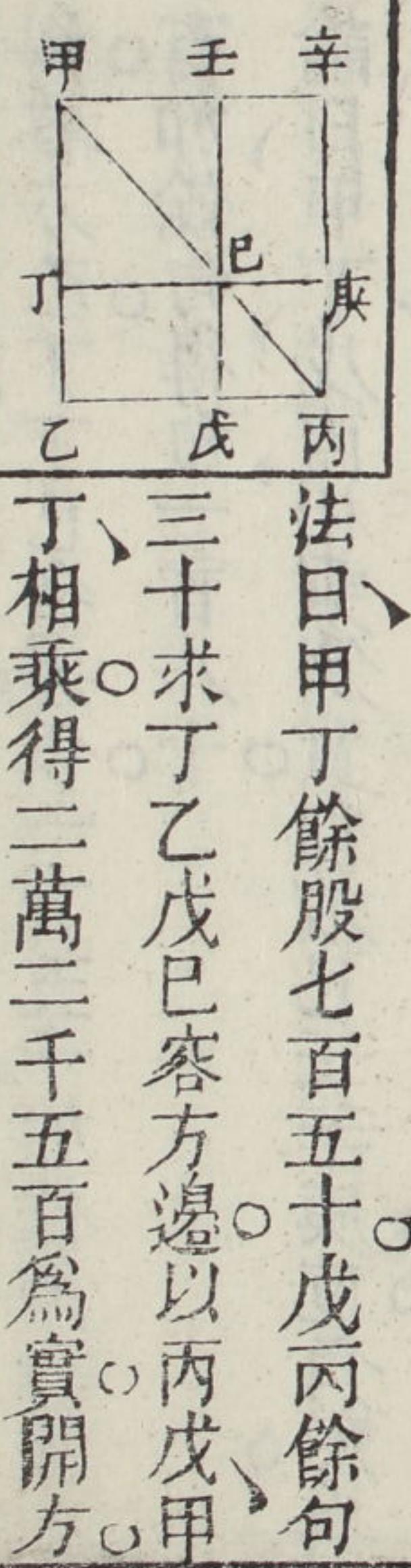
論曰、甲乙三十六。乙丙二十七相乘得九百七十二。
以爲實。卽成甲乙丙丁直角形。次以甲乙丙并得
六十三爲法。卽成甲戊線。除實得戊己邊一五四二
八。卽成甲戊己庚直角形。與甲乙丙丁形等。六卷而
己庚邊截乙丙句於癸甲丙弦於壬。卽成乙辛壬癸
滿句股之直角方形。何者。甲乙丙丁與甲戊己庚兩
形互相視。卽甲乙與甲戊。若乙癸與癸丙。是甲乙與乙丙。亦若
卽甲乙與乙戊。若乙癸與癸丙。是甲乙與乙丙。亦若
乙癸與癸丙也。乙丙之元等。又甲辛與辛壬。若壬癸與癸

丙。六卷更之卽甲辛與壬癸。若辛壬與癸丙也而辛乙與壬癸等。乙癸與辛壬等。則甲辛與辛乙。若乙癸與癸丙矣。夫甲乙與乙丙既若乙癸與癸丙而甲辛與辛乙。又若乙癸與癸丙則甲乙與乙丙亦若甲辛與辛乙。而乙辛壬癸爲滿句股之直角方形。六卷十五增題又簡論曰。如前圖以甲乙戊爲法。而除甲丙實。既得甲庚戊己。各與方形邊等。今以等甲乙戊之丙乙戊爲法。而除甲丙實。得庚丙戊己。亦各與方形邊等。則辛乙癸壬爲直角方形。



第五題

餘句、餘股求容方、求句、求股。



法曰。甲丁餘股七百五十。戊丙餘句三十求丁。乙戊己容方邊。以丙戊甲丁相乘。得二萬二千五百爲實。開方。

得容方乙丁、丁巳各邊俱一百五十。加餘股得股九百加餘句。得句一百八十。

論曰。甲丁、戊丙相乘爲實。卽成己壬辛庚直角形。與丁乙戊己爲甲丙角線形內之兩餘方形等。一卷四
四三而壬己與己戊偕丁己與己庚爲互相視之邊。六卷十四故己壬辛庚之實。卽丁乙戊己之實。開方得丁乙戊己直角方形邊。

又論曰。甲丁與丁己。旣若己戊與戊丙。六卷四
之系卽方形邊當爲甲丁、戊丙之中率。六卷三十三
之十五增題今列甲丁

七百五十戊丙三十。而求其中率之數。其法以前率比後率爲二十五倍大之比例。二十五開方得五。則中率當爲五倍之比例。甲丁七百五十反五倍。得一百五十一。一百五十反五倍。得丙戊三十。則方形邊一百五十。爲甲丁、丙戊之中率。六卷五
說五

第六題

容方與餘句。求餘股。與餘股求餘句。

法曰。容方乙丁、丁巳各邊俱一百五

十。戊丙餘句三十。求甲丁餘股。以容

方邊自之爲實。以餘句爲法除之。得甲丁餘股七百五十。以容方與餘股求餘句法同。

論曰。如上論兩餘方形等實。故以等已庚之丙戊除之。得等壬巳之甲丁。

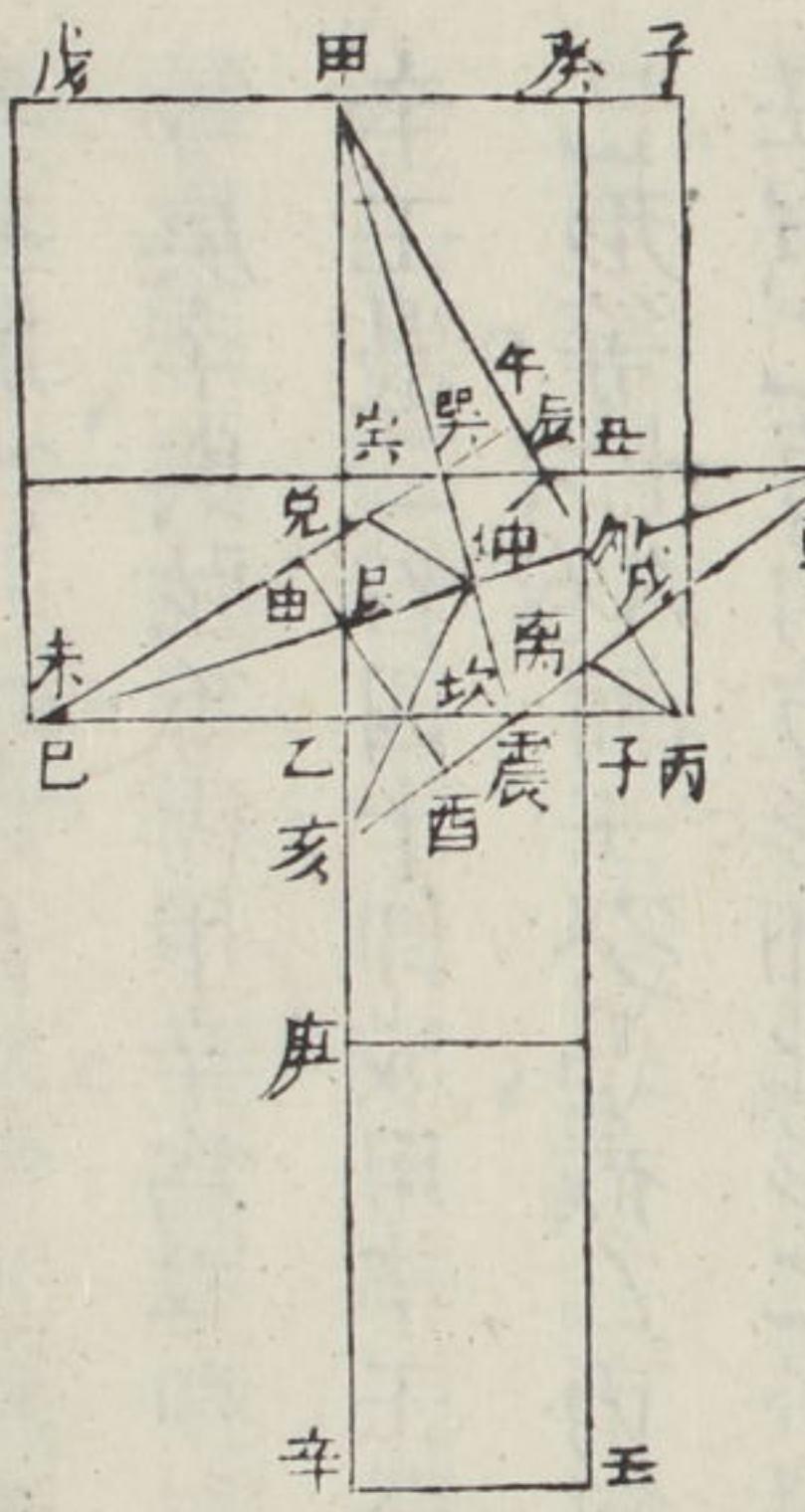
又論曰。方形邊既爲甲丁、戊丙之中率。六卷三十三之十五增題卽方形邊自乘爲實。以戊丙除之。得甲丁。以甲丁除之。得戊丙。六卷十七

第七題

句股求容圓。

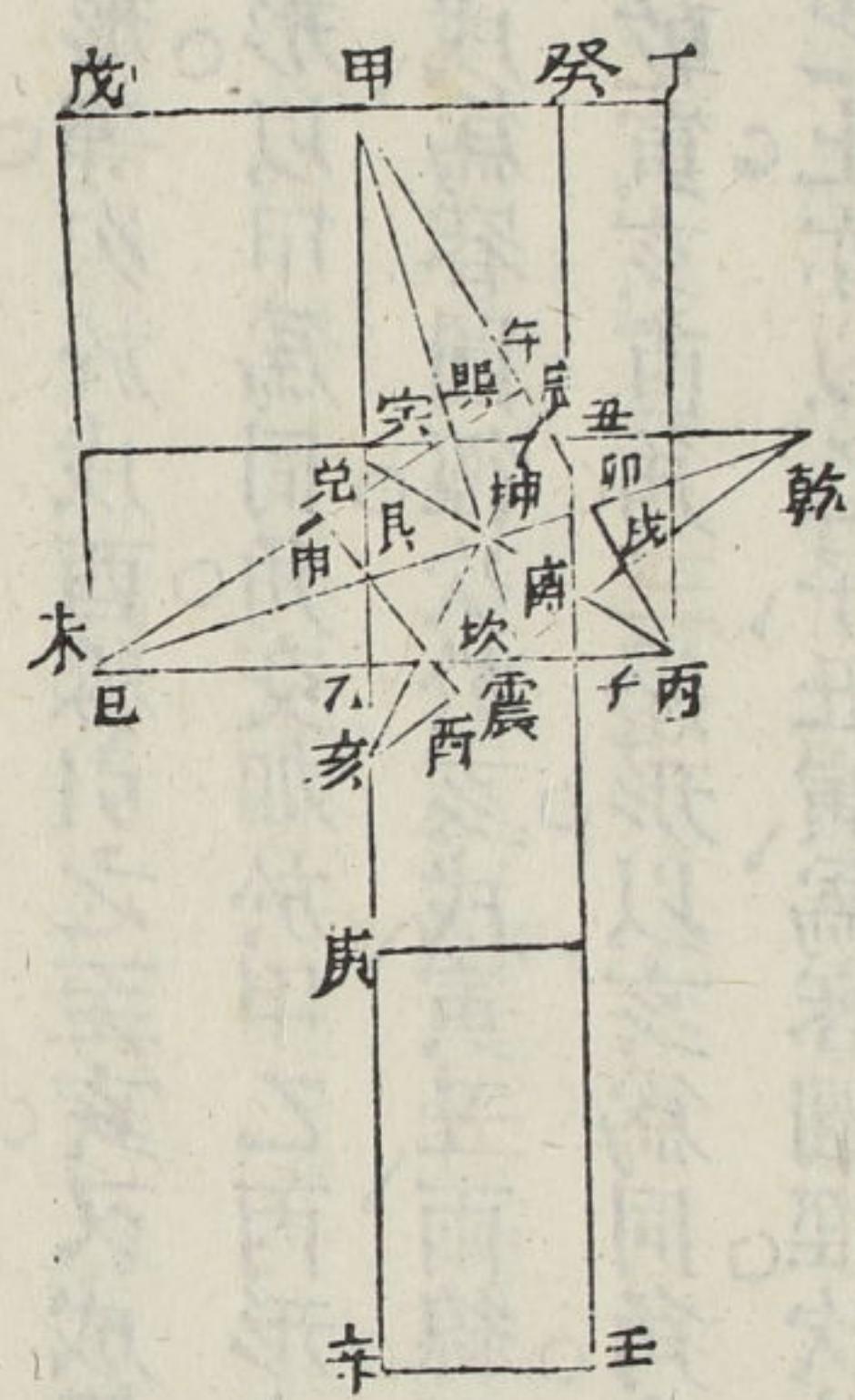
法曰。甲乙股六百。乙丙句三百二十。求容圓。以句股相乘。得一萬九千二百倍之。得三萬八千四百爲實。別以句股求弦。得甲丙弦六百八十。本篇并勾股弦爲法除實。得容圓徑乙子二百四十。

論曰。甲乙股乙丙勾相乘。卽甲乙丙丁直角形倍之爲實。卽丙丁戊己直角形求得甲丙弦。



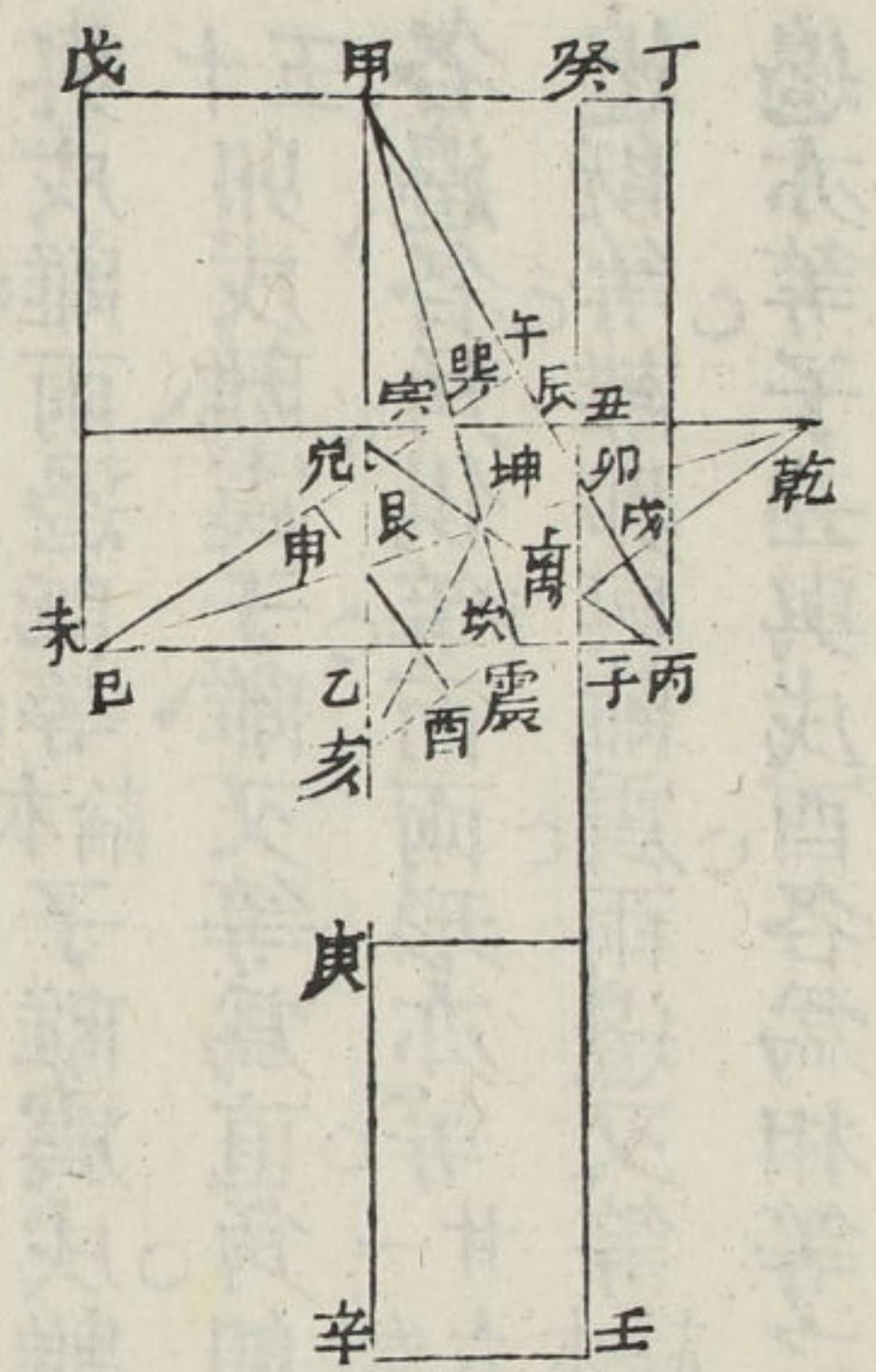
并勾股得一千六百。於甲乙線引長之。截乙庚與句等庚辛與弦等得甲辛爲弦和和線。以爲法除實。得辛壬邊二百四十卽成甲辛壬癸直角形與丙丁戊己形等_{十六}卷而壬癸邊截乙丙句於子次從子作子丑寅乙直角方形卽此形之各邊皆爲容圓徑。曷名爲容圓徑也。謂於甲乙丙三邊直角形內作一圓其甲丙弦截子丑寅乙直角方形之卯辰線與乙子、子丑、丑寅、寅乙諸邊皆爲切圓線也。則何以顯此五邊之皆爲切圓線乎。試於甲乙丙形上復作一丙午未

直角三邊形交加其上。其午丙與乙丙等。未午與甲乙等。未丙與甲丙等。卽兩形必等_{一卷廿二可推}次依丙午未直角作午申酉戌直角方形與乙子丑寅直角方形等。次於戌酉線引之至亥。又成甲戌亥直角三邊形。以甲爲同角。交加於甲乙丙形之上。才以午申酉戌爲容圓徑。次於亥戌寅丑兩線引之遇於乾。又成乾寅亥直角三邊形。以亥爲同角。交加於甲乙丙形之上。亦以乙子丑寅爲容圓徑。次作丙兌線遇諸形之交加線於離於兌。次作甲震線遇諸形之交加線。



於巽、於震次作亥辰線遇諸形之交加線于坎于辰次作未乾線遇諸形之交加線於艮於卯而四線俱相遇於坤夫午丙與乙丙兩線等而減相等之午戌、乙子卽戊丙與子丙必等丙離同線丙戊離丙子離又等

爲直角。戊離丙子離丙又俱小於直角。卽丙離戌丙離子兩三角形必等。而兩形之各邊各角俱等。六卷則丙兌線必分甲丙未角爲兩平分矣。一卷又子離與戊離兩邊既等。本子離震、戊離卯兩交角又等。卷十卵戌離、震子離又等爲直角。卽卯離戌離震子之五。卵戌離、震子離又等爲直角。卽卯離戌離震子之各邊各角俱等。而兩形亦等。一卷又子離與離戌兩邊既等。離卯與離震兩邊又等。本又子離與離戌兩邊亦等。子丑與戊酉各爲相等之直角。方形邊必等而各減相等之子卯、戌震。其所存卯丑、震酉必等丑。

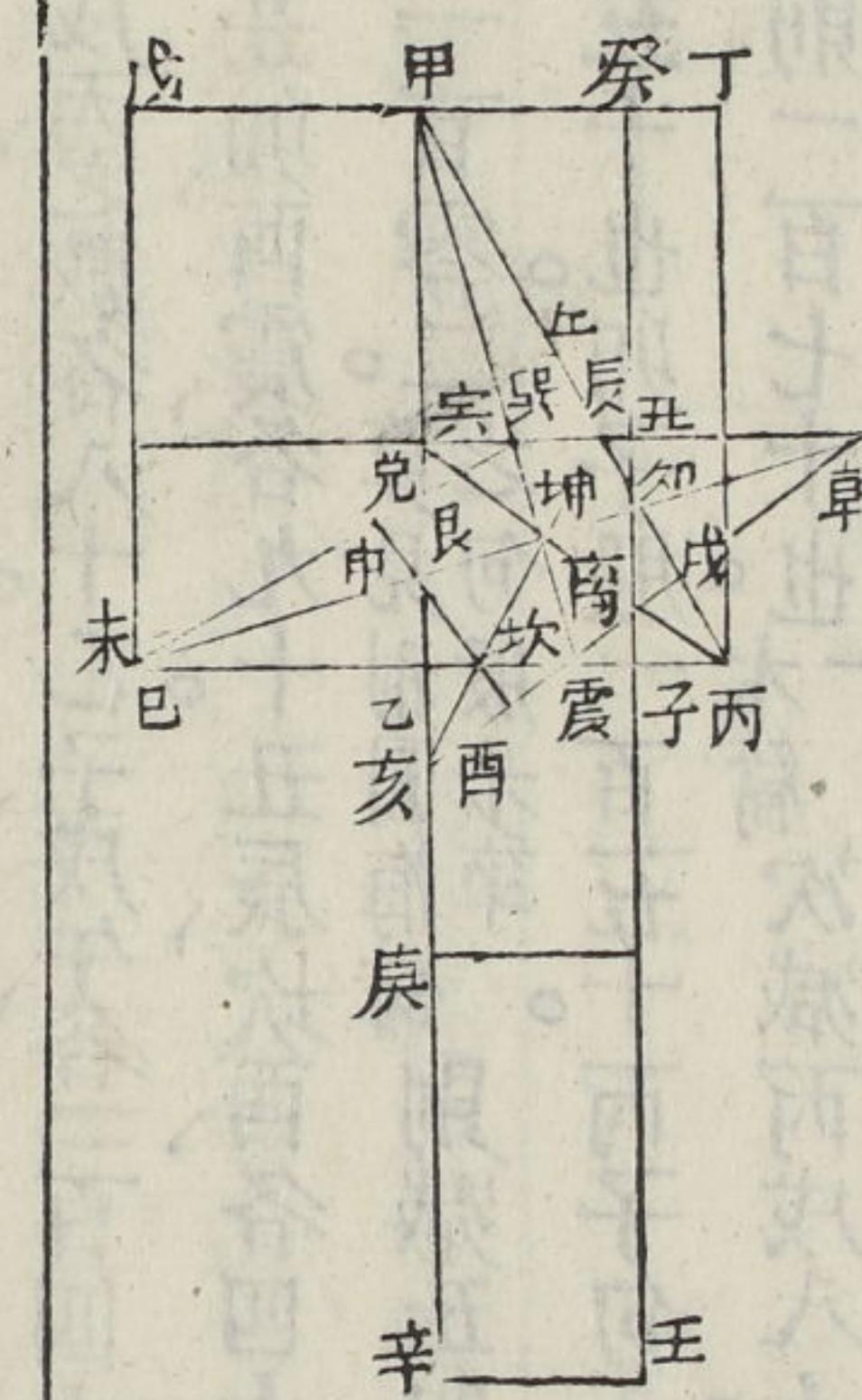


卯辰坎震酉、兩角○又各爲離卯
戌離震子○相等
角之交角必等。
卯丑辰震酉坎之各邊各角俱等而兩形亦等。
依顯午巽辰與坎艮乙之各邊各角俱等而兩形亦
等。巽兌與兌艮申之各邊各角俱等而兩形亦等。
又等爲直角。卽
辰丑卯震酉坎
廿六卷

戌丙之數各八十。乙子、戊午各三百四十。以諸率分數論之。
丑卯酉震各九十。丑辰坎酉各四十八。卯辰坎震各一百零二。
算見測圓海鏡則減丑卯之卯子必一百五十也。卯子股一百五十。丙子句八十。以求卯丙弦。則一百七十也。
木篇次減丙戌八十。卽卯戌亦九十九也。丑辰卯卯戌離。兩二角形之辰丑卯離戌卯既等爲直角。丑卯辰戊卯離兩交角又等。丑卯與戊卯復等。卽兩形必等。而其各邊各角俱等。
廿六依顯子離震與震酉坎兩形亦等。依顯諸形之交角者皆相等。

其連角如酉亥坎乙亥坎兩形亦等。而子離離戌皆四十八也。則酉坎坎乙亦皆四十八也。亥酉亥乙皆八十也。子乙與戌酉等。子丙與酉亥復等。則乙丙與

戊亥必等。而甲爲同角。甲乙丙



甲戊亥又等爲直角。則甲乙丙、甲戊亥之各邊各角俱等。而兩

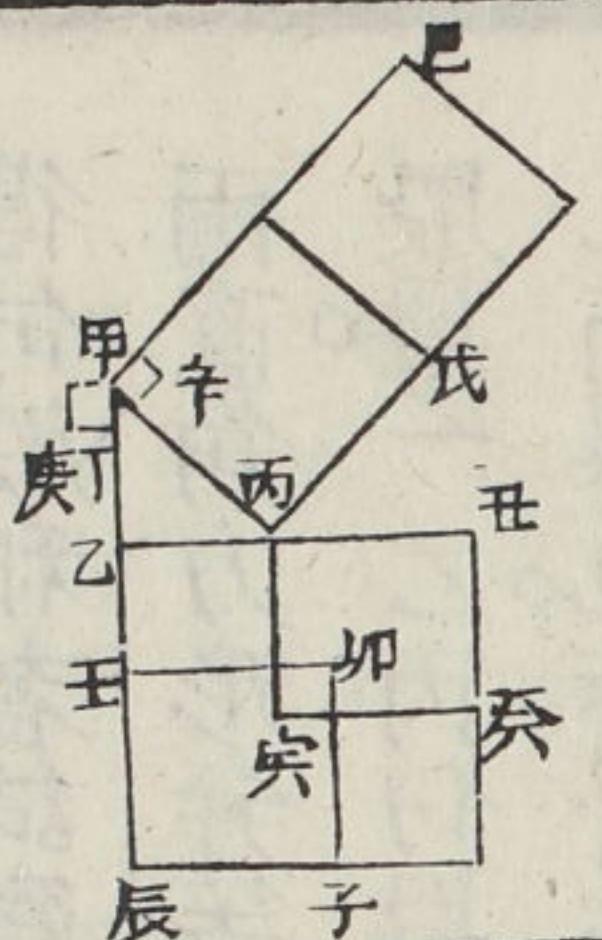
形亦等。一卷甲亥與甲丙既等。各減相等之丙戌、乙亥。又減相等之乙寅、戊午。卽甲寅與甲午必等。夫甲巽午、甲巽寅、兩形之甲寅甲午既等。甲巽同線。甲午巽、甲寅巽、又等爲直角。卽兩形必等。而各邊各角俱等。六卷是甲震線。必分丙甲亥角爲兩平分也。一卷甲乙丙一形內。旣以丙兌線分甲丙乙角爲兩平分。又以甲震線分丙甲乙角爲兩平分。而相遇於坤。則以坤爲心。甲乙爲界。作圓。必切乙子、子丑、丑寅、寅乙。卯辰、五邊。而爲甲乙丙直角三邊形之內切圓。卽乙

丑直角方形之各邊爲容圓徑。四卷展轉論之則各大直角三邊形內之分角線皆分本角爲兩平分。皆遇於坤而坤心圓爲各形之內切圓。卽兩直角方形邊爲各句股形內之容圓徑。

又法曰。甲乙股六百。乙丙句三百二十。并得九百二十。與甲丙弦六百八十相減。亦得乙子二百四十。論曰。如前論。諸大句股形之分餘勾。俱八十。諸勾股和與諸弦相減之較。亦俱八十。則初分句二百四十。爲諸形之容圓徑。

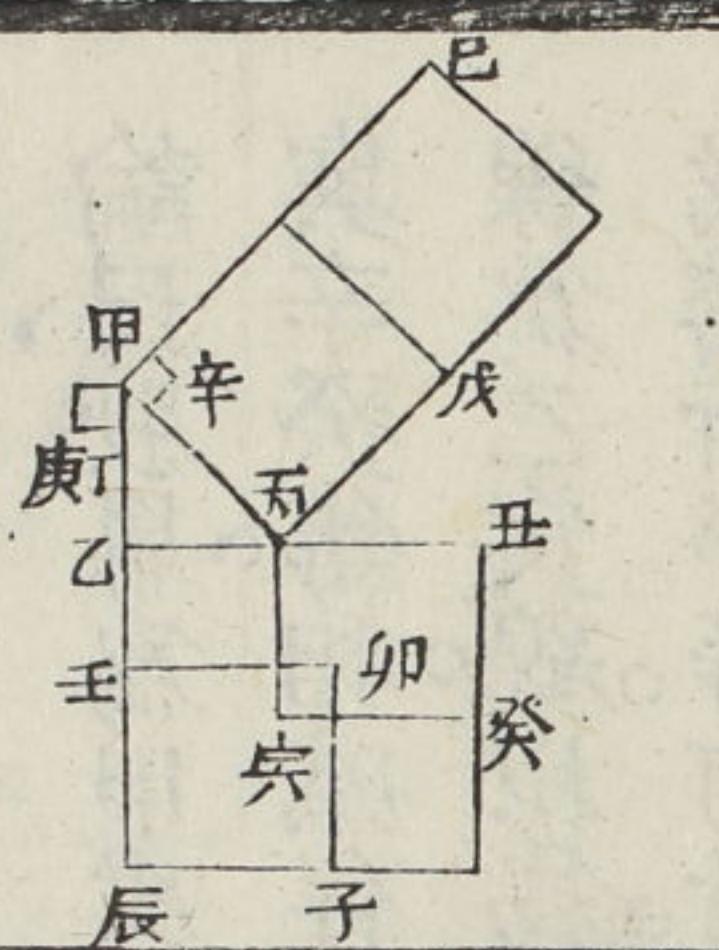
第八題

句股較求股、求句。



法曰。用丙弦四十五。甲乙股乙丙句之較。爲甲丁九。求股求句。以弦自之。得二千零二十五。倍得四千零五十。較自之。得八十一。以減兩弦。畧存三千九百六十九。爲實。開方。得句股和六十三。加較九。得七十二。半之。得三十六。爲甲乙股減較。得二十七。爲乙丙句。

論曰。弦幕爲甲戊直角方形。倍之爲巳丙直角形。較幕爲甲庚直角方形。與甲辛等相減。卽得減甲辛形之巳辛丙磬折形也。今欲顯巳辛丙磬折形開方而得句股和者。試察甲丙上直角方形。與甲乙、乙丙上兩直角方形并等。一卷四七卽甲戊一弦幕內有一甲乙股幕。一乙丙句幕也。巳丙兩弦幕內有兩甲乙幕。乙丙幕也。故以巳辛丙爲實。開方卽得丑辰直角方形。其丑寅與卯辰兩形。兩股幕也。丙壬與癸子兩形。兩句幕也。而丑寅、卯辰之間。則重一等甲辛之卯寅形。

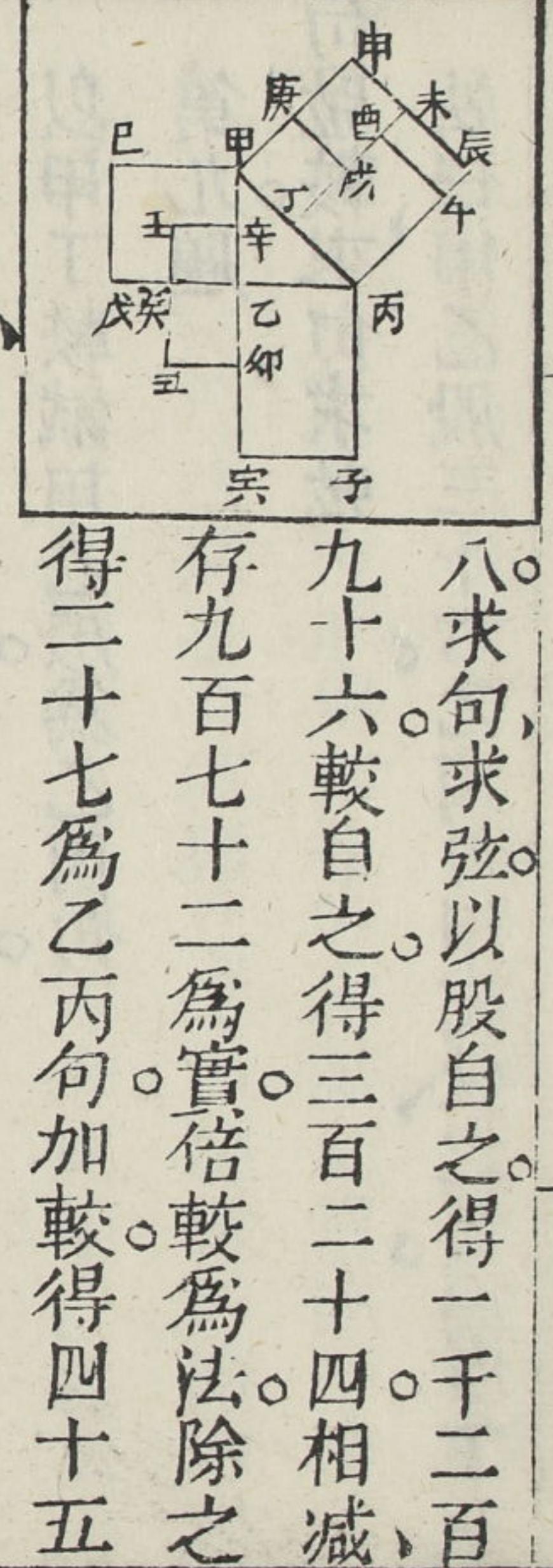


減之卽丑辰直角方形。與巳辛丙磬折形等矣。乙丙爲句丙丑與甲乙等。故乙丑邊卽句股和也。若干乙丙句加甲丁較。卽與甲乙股等。故甲乙、乙丙、甲丁、并半之爲甲乙股。以甲丁較減甲乙股爲乙丙句。

第九題

句弦較求句求弦

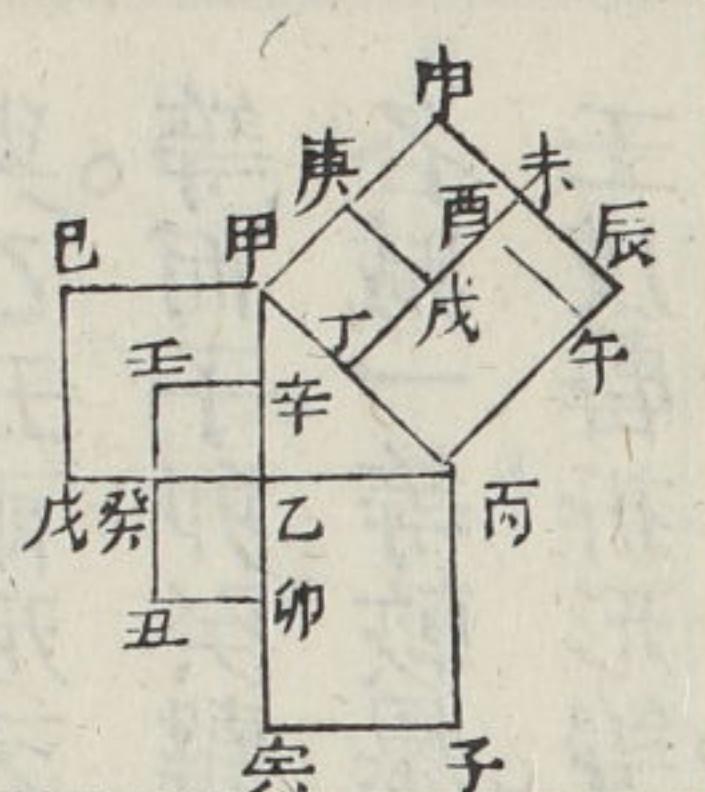
法曰。甲乙股三十六。乙丙句甲丙弦之較爲甲丁十



爲甲丙弦。

論曰。股畢爲甲戊直角方形。較畢爲丁庚直角方形。與辛癸等相減存甲壬戊磬折形爲實。次倍甲丁較線爲乙寅線。以爲法除實。卽得乙子直角形。與甲壬戊磬折形等。何者。乙子直角形加一等較畢之乙丑

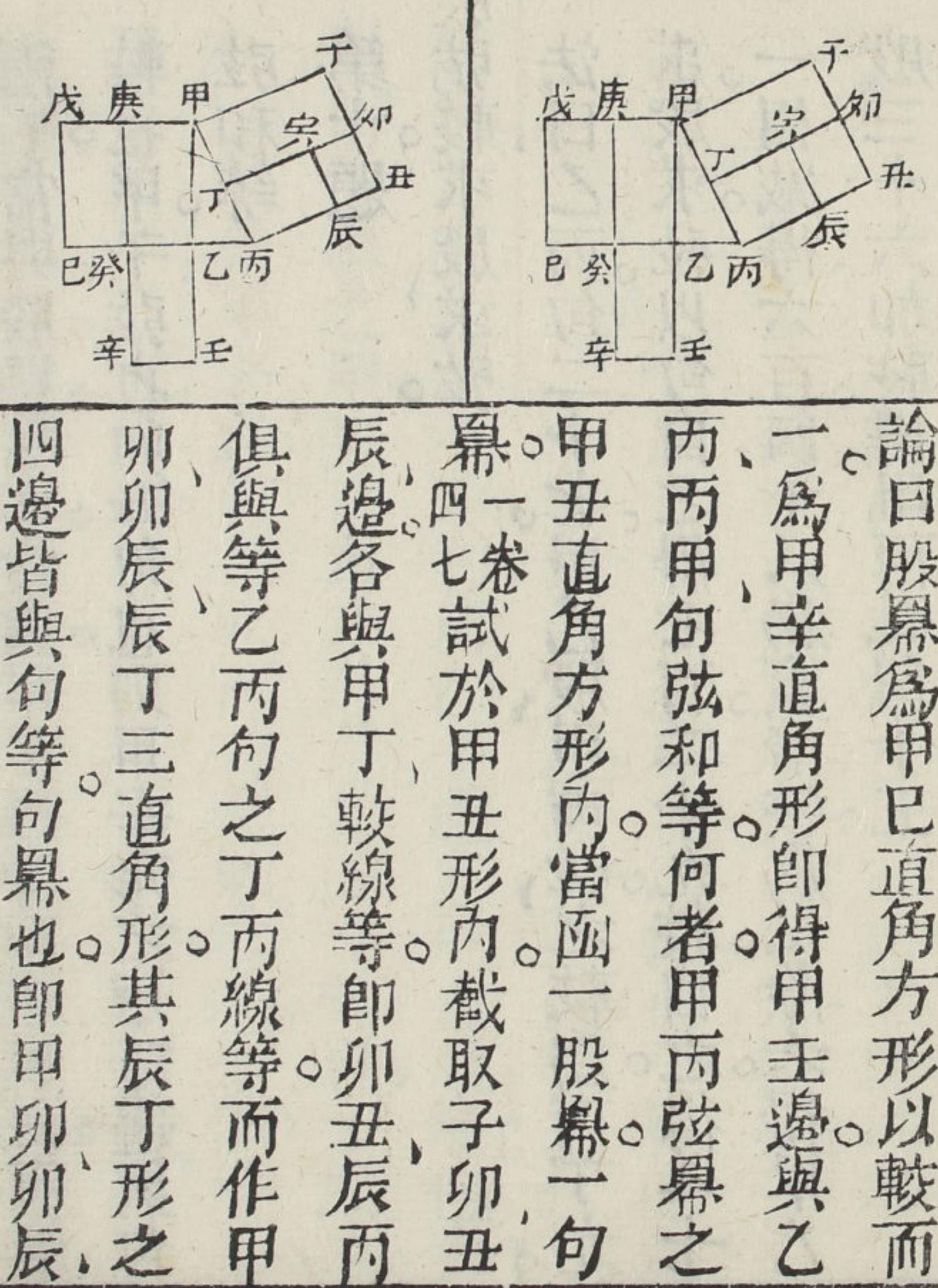
八。求句。求弦。以股自之。得一千二百九十六。較自之。得三百二十四。相減存九百七十二。爲實。倍較爲法。除之得二十七。爲乙丙句。加較。得四十五



直角方形。成子卯癸磬折形。卽與股畢之甲戊直角方形等也。又何者。甲丙弦畢之甲辰直角方形內。當函一句畢。一股畢。一卷試於甲辰形內。截取丁庚較畢之外。分作庚未。未午。午丁。三直角形。其甲庚。申未。酉戌。三線各與甲丁較線等。庚申。未戌。未辰。午酉四線。各與等乙丙句之丁丙線等。夫未酉酉戌。并與句等。卽甲未。未酉。并亦與句等。而庚申。未辰。各與句等。卽庚未。未午。兩形并爲句畢。而丁庚。午丁。

兩形并爲股畢矣。丁戌戌酉兩較也。乙卯卯寅亦兩較也。而丁丙與乙丙元等。卽丁午、乙子兩形等。丁庚與乙丑兩形又等。卽丁庚午丁，并與子卯癸磬折形等。而子卯癸磬折形與股畢之甲戌形等。此兩率者各減一等較畢之辛癸、乙丑形。卽乙子直角形與甲壬戊磬折形等。

又法曰。股自之得一千二百九十六爲實。以句弦較十八爲法除之。得句弦和七十二。加較得九十半之。得弦四十五。減較得句二十七。



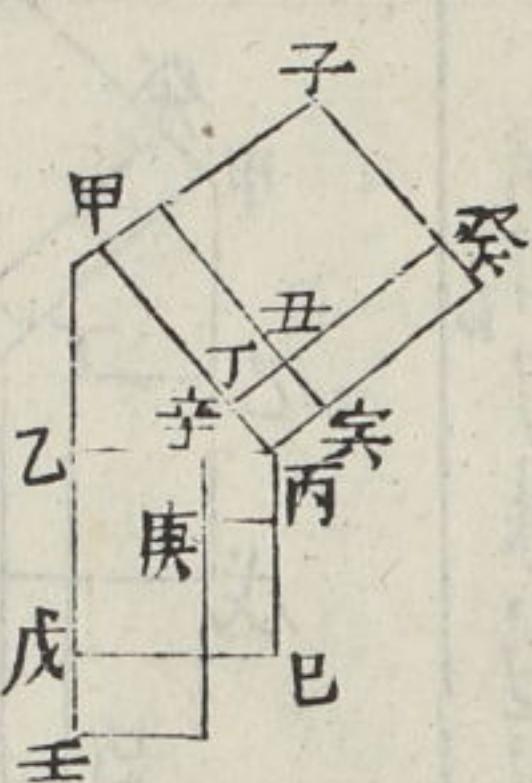
論曰。股畢爲甲巳直角方形。以較而一爲甲辛直角形。卽得甲壬邊與乙丙、丙甲句弦和等。何者。甲丙弦畢之甲丑直角方形內。當函一股畢。一句畢。一卷試於甲丑形內。截取子卯丑辰邊。各與甲丁較線等。卽卯丑辰丙俱與等乙丙句之丁丙線等。而作甲卯、卯辰、辰丁三直角形。其辰丁形之四邊皆與句等。句畢也。卽甲卯、卯辰。

兩形當與股畢等亦當與甲辛形等。而甲庚卯寅皆較也。甲子弦也。卯丑句也。則甲辛形之甲壬邊與句弦和等。

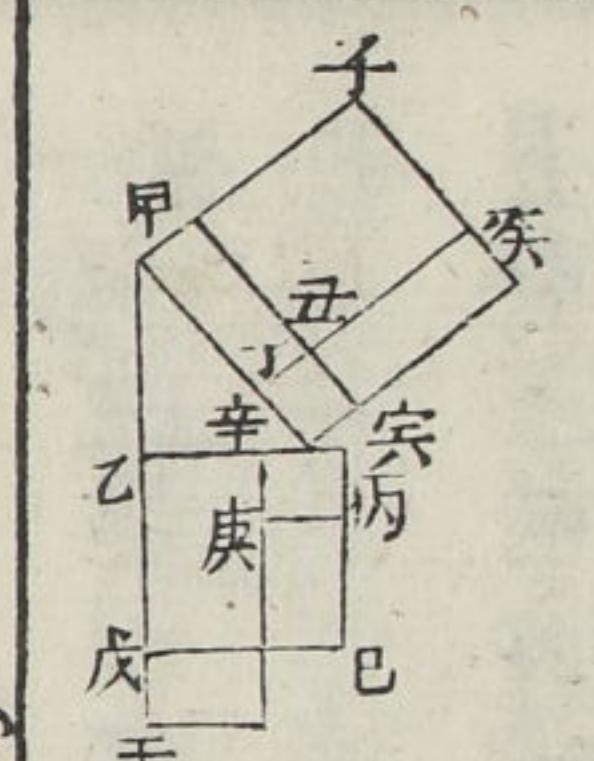
第十題

股弦較求股求弦。

法曰。乙丙句二十七。甲乙股。甲丙弦之較爲丙丁九。求股求弦。以句自之。得七百二十九。較自之。得八十一。相減。得六百四十八爲實。倍較爲法。除之。得甲乙股三十六。加較。得用丙弦四十五。

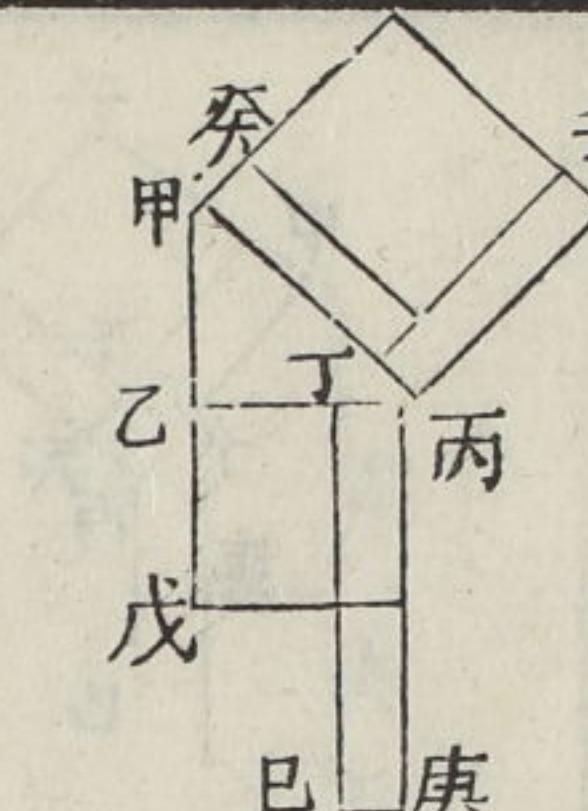


論曰。句畢爲乙巳直角方形。較畢爲丙丑直角方形。與丙庚等相減。存乙庚巳磬折形爲實。次倍丙丁較線爲乙辛線。以爲法。除實。卽得辛壬直角形與乙庚巳磬折形等。而乙壬邊與甲乙股等。何者。甲丙弦畢之甲癸直角方形內。當函一句畢。一股畢。一卷試於甲癸形內。截取丙丑較畢之外。分作甲丑、丑癸、丑子。三直角形。卽丑子與股畢等。而丙丑、甲丑、丑癸三形并。當與句畢等。次各減一相等之丙丑、丙



庚卽甲丑丑癸并。與乙庚巳磬折形等亦與辛壬直角形等。辛乙與寅丑、丑丁并等。卽乙壬與甲丁或寅癸等。

亦與甲乙等。



又法曰。句自之得七百二十九爲實。以較爲法除之。得股弦和八十一。加較得九十半之。得弦四十五。減較得

股三十六。

論曰。句累爲丙戊直角方形。以較而一爲丙巳直角。

形卽得丙庚邊。與甲乙、甲丙、股弦和等。何者。甲丙弦累之。甲辛直角方形內。當函一股累。一句累。一卷試四七於甲辛形內。依丙丁較。截作丁辛、丁癸、癸壬、三直角形。卽癸壬形與股累等。而丁辛、丁癸、兩形并。當與句累等。亦與丙巳直角形等。夫壬辛、甲癸、己庚皆較也。而甲丁與股等。丙辛與弦等。卽丙庚與股弦和等。

第十一題

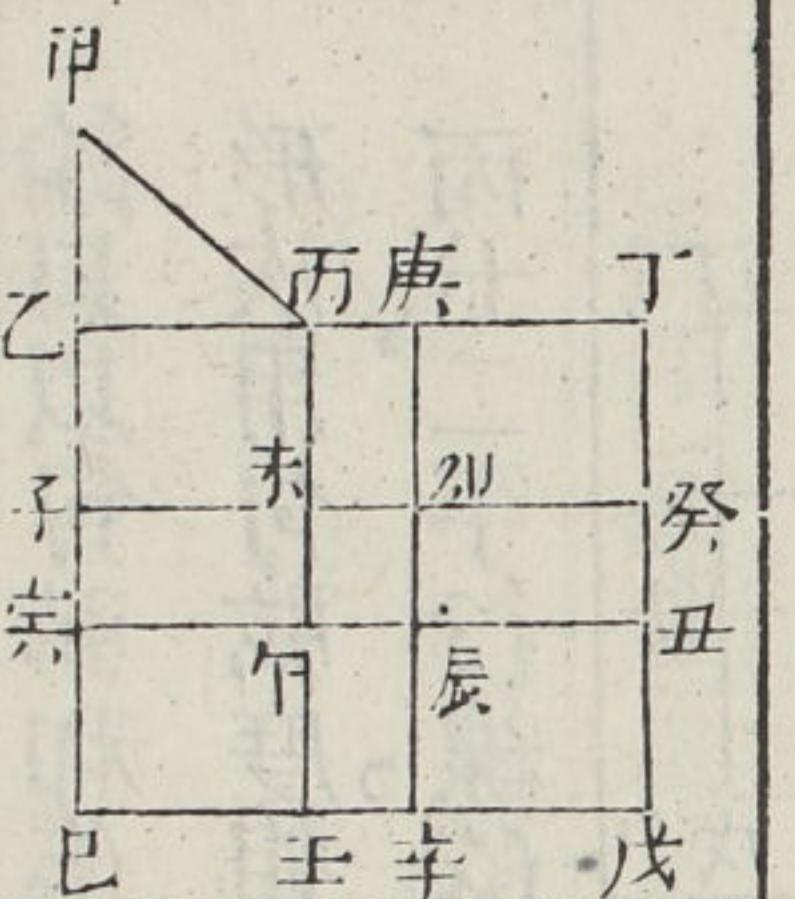
句股和求股求句。

法曰。甲丙弦四十五。甲乙、乙丙、句股和六十三。求句。

求股。以弦自之。得二千零一十五句。
股和自之。得三千九百六十九。相減。
得一千九百四十四。復與弦累相減。

The diagram illustrates a square root extraction method. The square is divided into four quadrants by lines from the center to the midpoints of the sides. The top-right quadrant contains the labels '甲' (Jia) at the top, '卯' (Mao) on the right, '丙' (Bing) at the bottom-right corner, and '乙' (Yi) at the bottom. The bottom-right quadrant contains '丁' (Ding) at the bottom-right corner, '寅' (Yin) at the bottom, '辛' (Xin) on the left, and '壬' (Ren) at the top-left corner. The bottom-left quadrant contains '己' (Ji) at the bottom-left corner, '壬' (Ren) at the top-left corner, '子' (Zi) on the left, and '壬' (Ren) at the top-left corner. The top-left quadrant contains '戊' (Wu) at the top-left corner, '庚' (Geng) at the top, '壬' (Ren) on the left, and '壬' (Ren) at the top-left corner.

論曰。以句股和作甲丁。一直線。自之爲甲巳。直角方。
形此形內。函甲辛癸巳。兩股。累乙寅庚壬。兩句。累而
甲辛癸巳之間。重一癸辛。直角方形。夫甲丙弦之累。
既與句股兩累并等。四七以減甲巳形內之甲辛。乙



寅雨形卽所存戊辛寅磬折形少於弦最者爲癸辛
形矣乙辛股也乙丑句也則丑辛較也

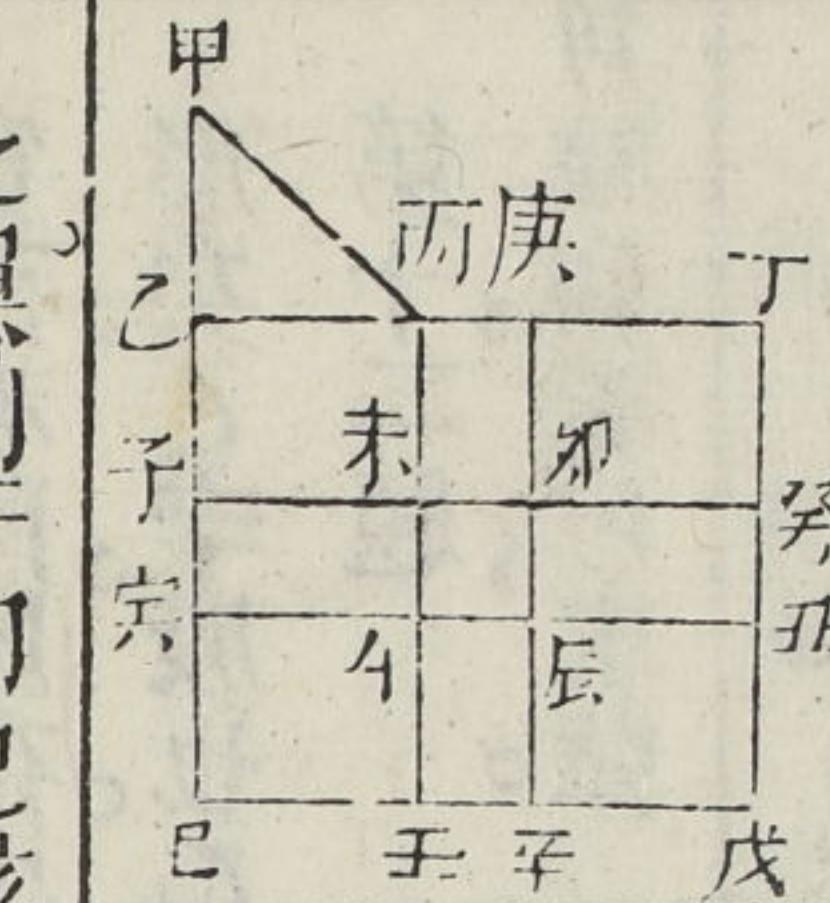
第十二題

句弦和求句求弦

		丙	庚	丁
	未		卯	
子				癸
亥	午		辰	丑
		壬	辛	戌

法曰、甲乙股三十六、乙丙、甲丙句弦和七十二。求句求弦以股目之。得一千二百九十六。句弦和自之得五千一百八十四。相减得三千八百八十八。半之得一千九百四十四。爲實以和爲

法除之得乙丙句二十七。以減和得甲丙弦四十五論曰。以句弦和作乙丁一直線。自之爲乙戊直角方形次用句弦度相減。取丙庚兩點。從丙從庚作庚辛、丙壬二平行線。依此法作癸子、丑寅二平行線。即乙丙壬二平行線。今欲于乙戊全形中減一。用乙股之累則于卯巳弦累內一句一較并爲弦存午巳句累而減



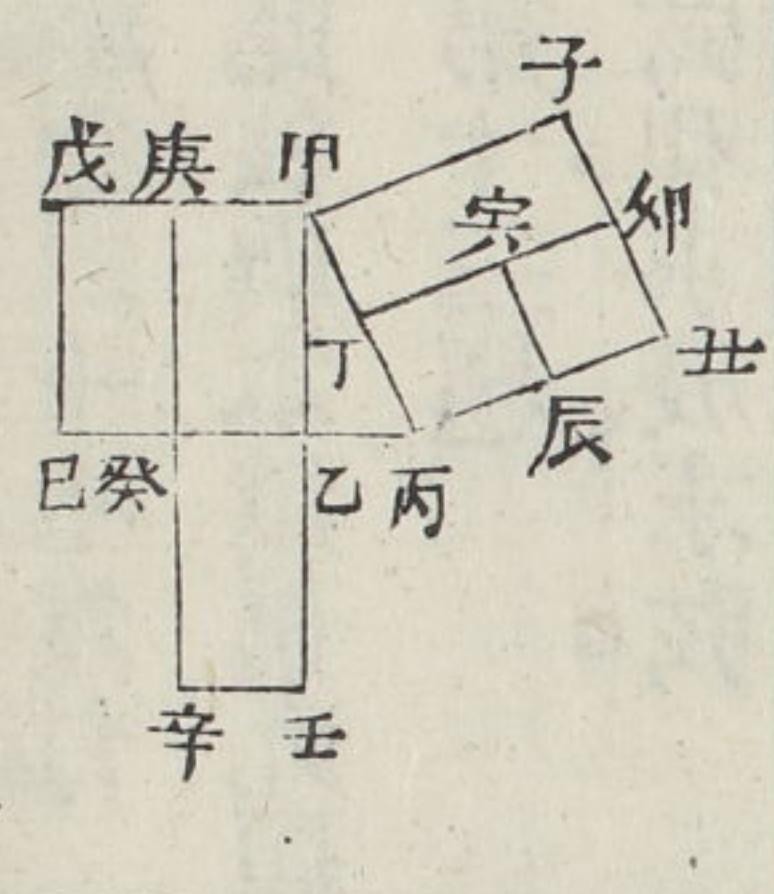
戊一形中截成丙子、丑辛、丁卯、午已句累四。庚未、辰壬、癸辰、未寅較句矩內直角形四。卯午較累一也。

子午辛磬折形。卽股累矣。何者。卯巳弦累內當函一句累。一股累也。一卷四七又庚未與未寅等。卽庚王形亦股累也。以庚王形代磬折形。卽丁辛丙巳兩形爲和累與股累之減存形也。半之。卽丙巳形。以等句弦和之乙己除之。得乙丙句。

又法曰股自之得一千二百九

十六。以句弦和七十二爲法除之。得十八爲句弦較。加句弦和得九十。半之。得四十五爲弦減。

得五十半之。得四十五爲弦減。



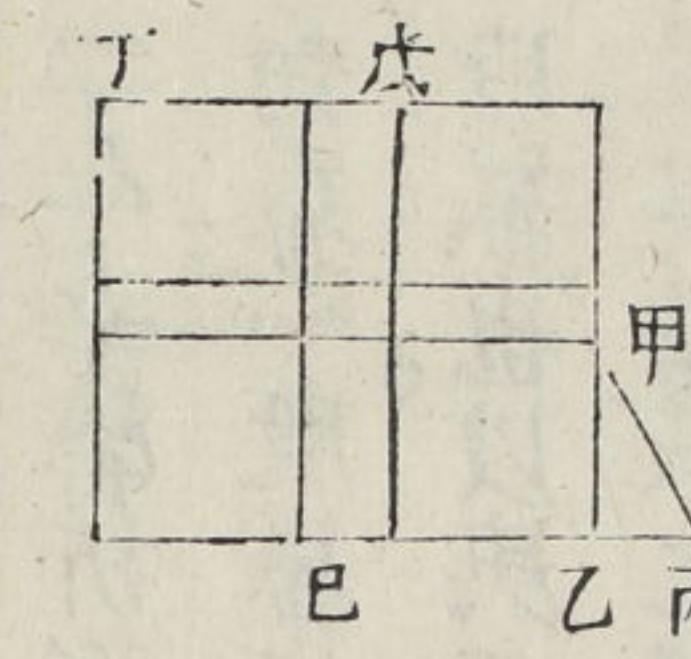
較得二十七爲句。

此法與本篇第九題又法同論。

第十三題

股弦和求股、求弦。

法曰、乙丙句二十七。甲乙、甲丙、股弦和八十一。求股、求弦、以句自之。得七百二十九。股弦和自之得六千五百六十一。相減得五千八百三十二。半之得二千九百零十六爲實。以和爲法除之。得甲乙



股三十六。以減和。得甲丙弦四十五。

論曰。乙丁和。累內之。戊己句。累也。餘論同本篇十二題。

又法曰。句自之。得七百二十九。以股弦和八十一爲法除之。得九爲股弦較。加股弦和。得九十。半之。得

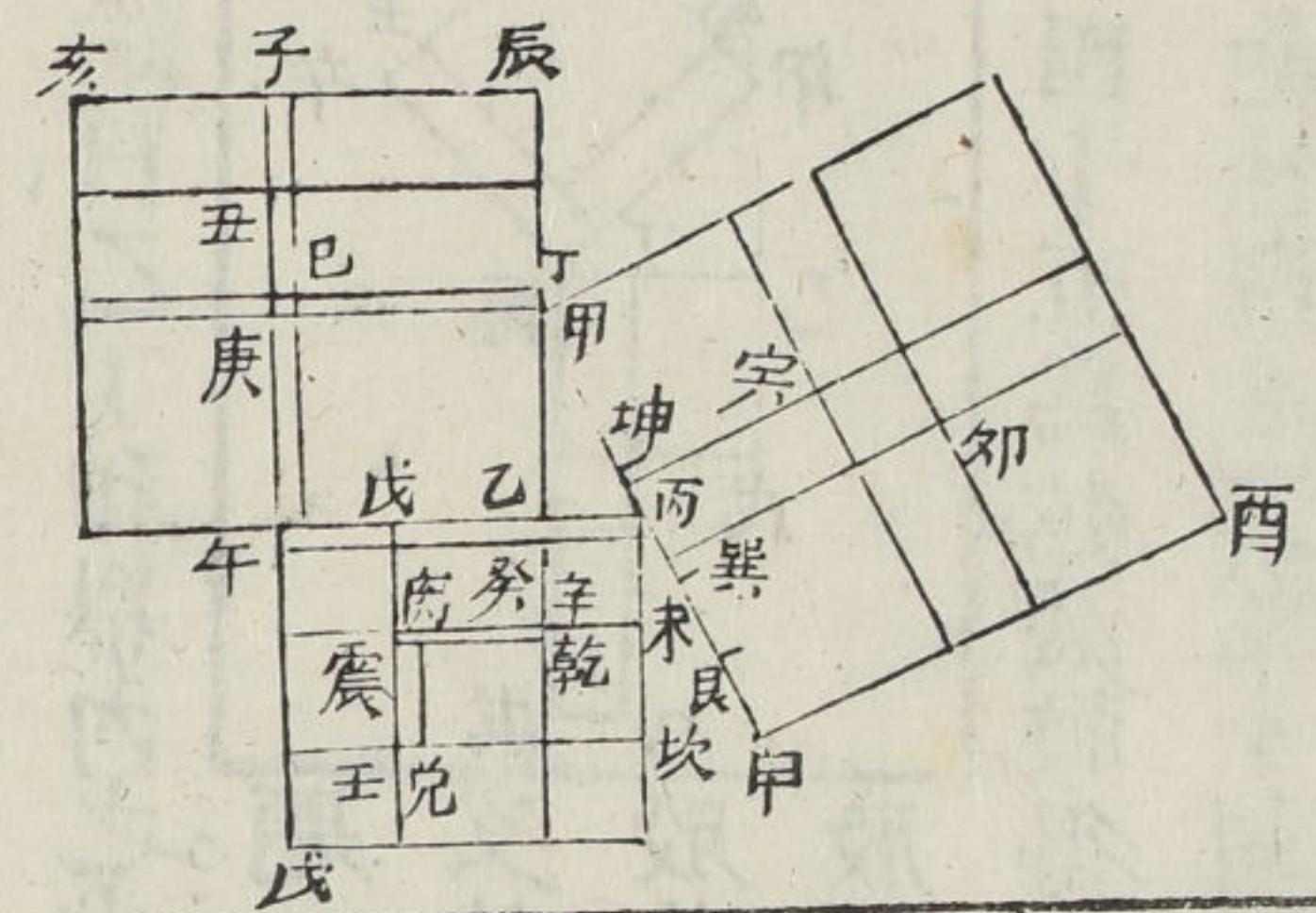
四十五爲弦。減較。得三十六爲股。

此法與本篇第十題又法同論。

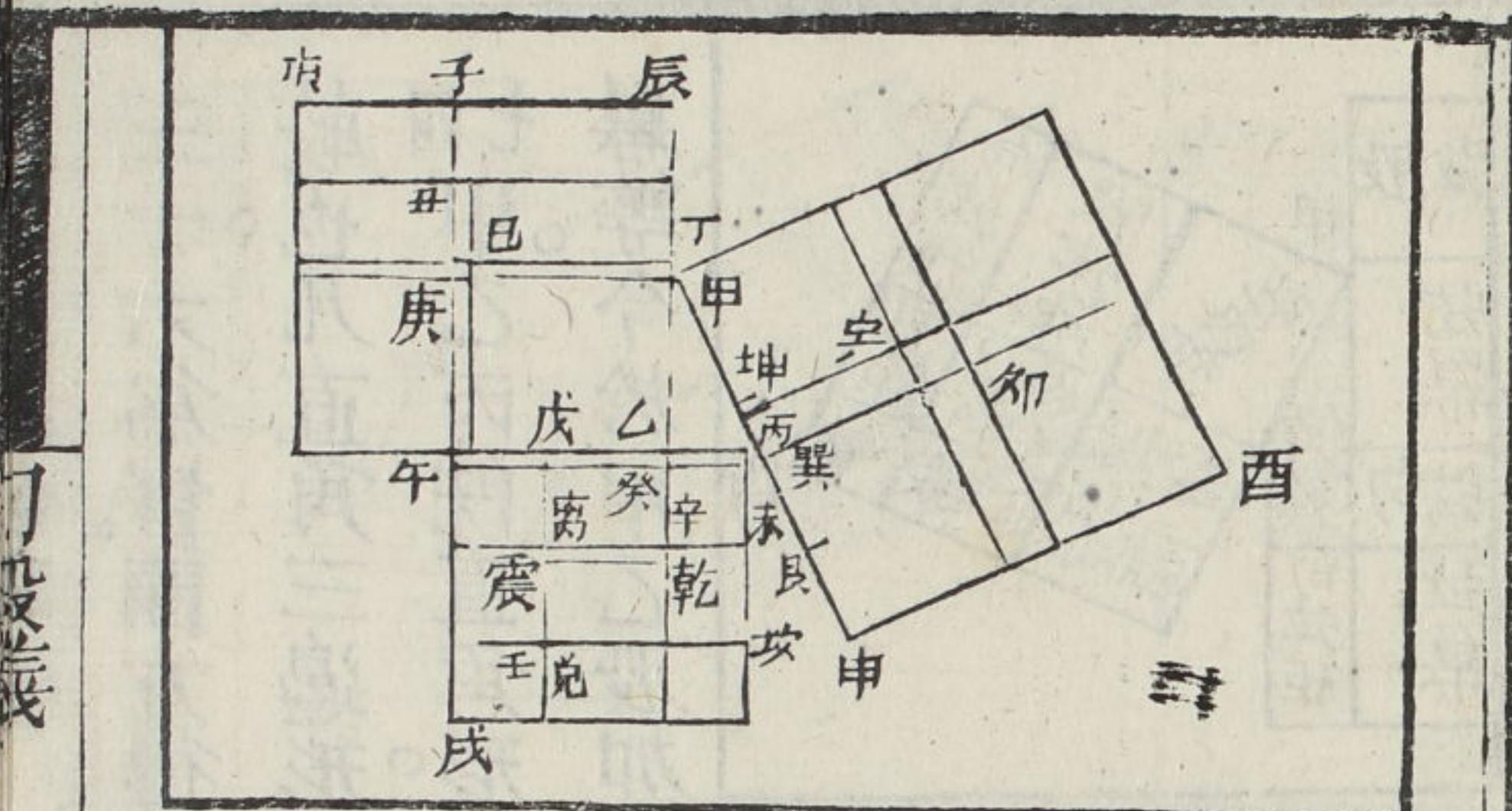
第十四題

股弦較，句弦較。求句求股求弦。

股求弦法曰甲乙股甲丙弦較二乙丙句甲丙弦較九求句求股求弦以二較相乘得十八倍之得三十六爲實平方開之得六爲弦和較加句弦較九得甲乙股十五加股弦較二得乙丙句人以句弦較加句或股弦較加股得十七爲甲丙弦

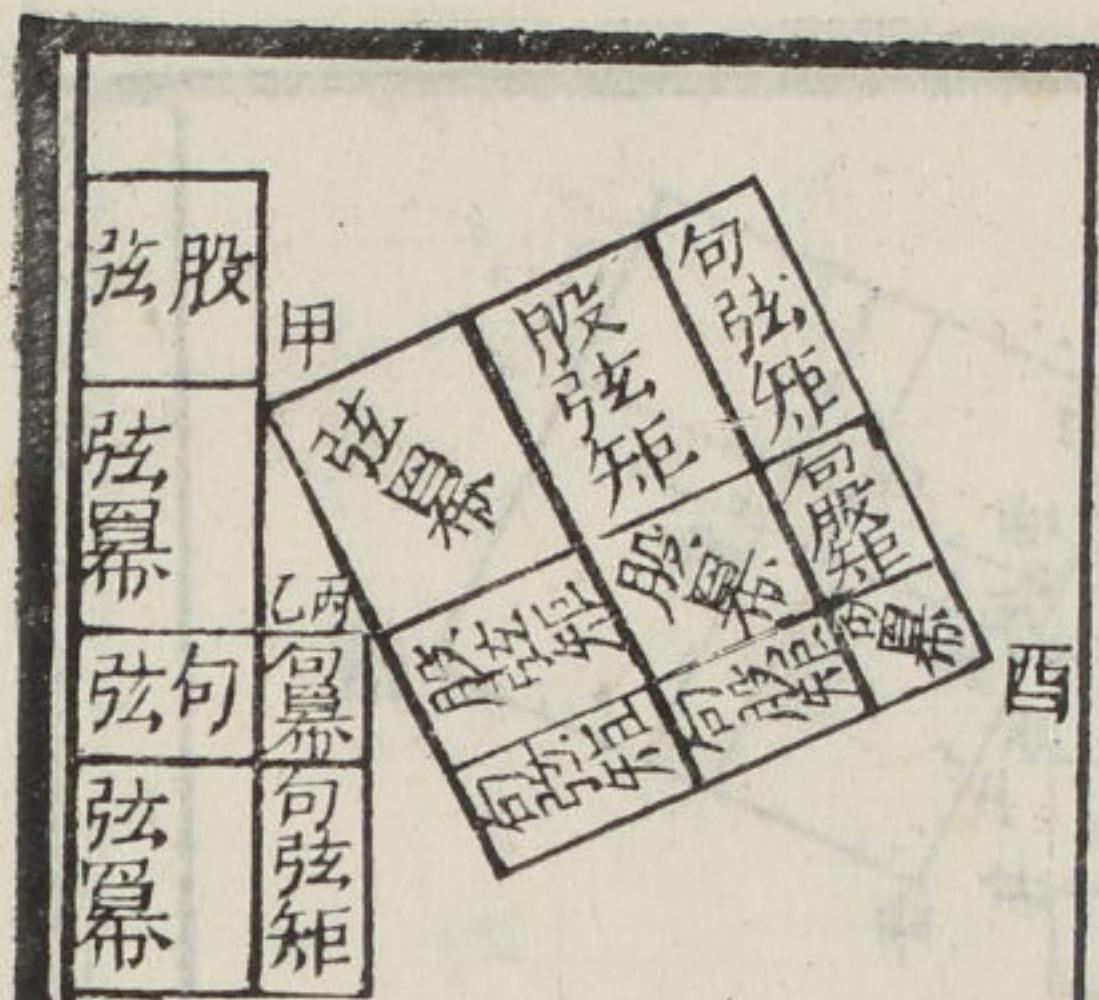


論曰股弦較甲丁。二自之得四。
爲己庚直角方形。句弦較乙戊。
九自之得八十一。爲辛壬直角。
方形兩畢并得八十五。以二減。
九得七。卽句股較。自之得四十。
九爲乾兌直角方形。元設兩較。
互乘爲癸戌、子丑兩直角形。并。
得三十六。以三十六減八十五。
亦得四十九。何以知癸戌、子丑。



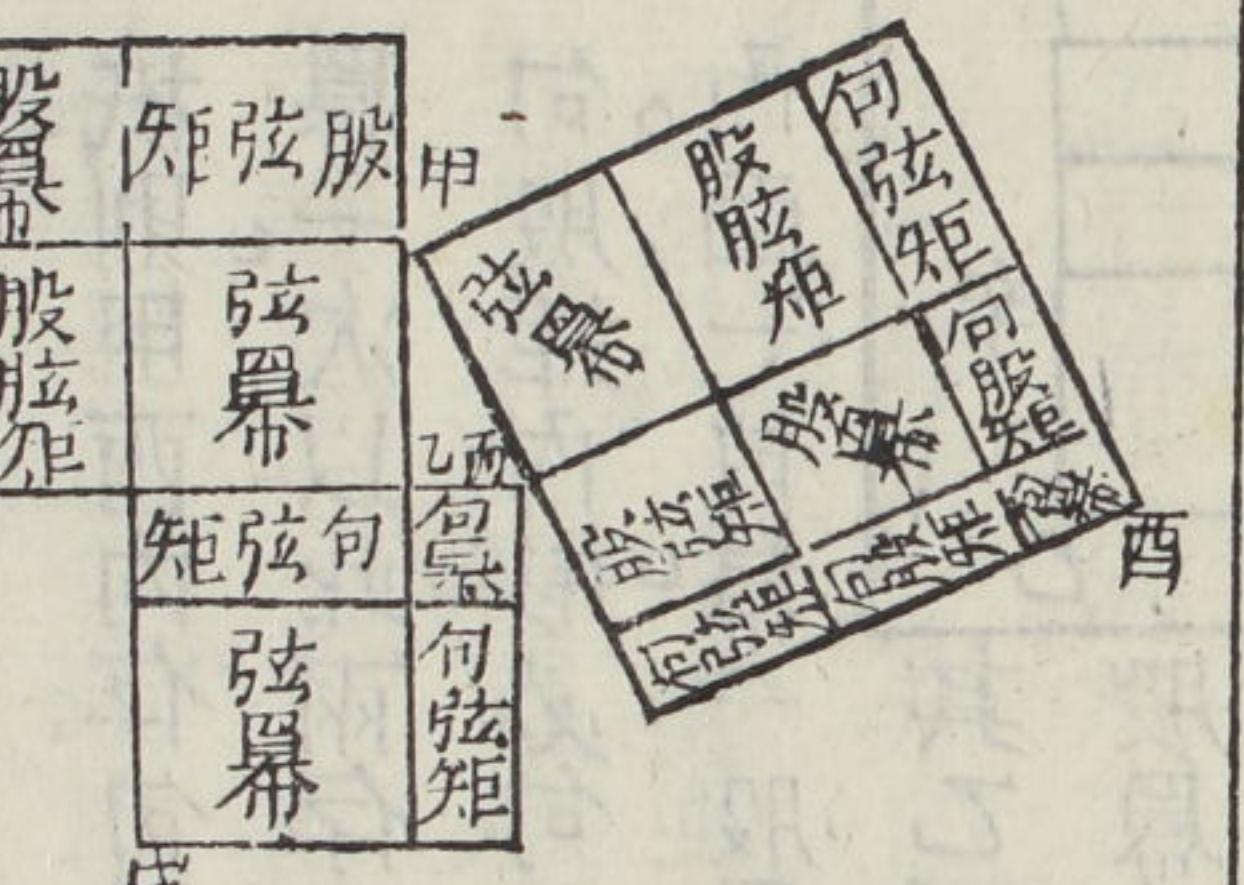
三十六爲實。開方得六之寅卯直角方形邊。則弦和較也。凡直角三邊形之弦幕。必與句股兩幕并等。一四七甲乙丙既直角形。則甲乙、乙丙、丙甲。兩幕并。必與甲丙幕等。今於甲乙股加甲辰弦。丙乙句加乙午弦。甲丙

弦加丙未句。未申股各作一直線。以此三和線作一三邊形。一廿二卽甲申上之甲酉直角方形。必不等於丙午上之丙戌直角方形。乙辰上之乙亥直角方形。



股	知
弦幕	
句	
弦幕	

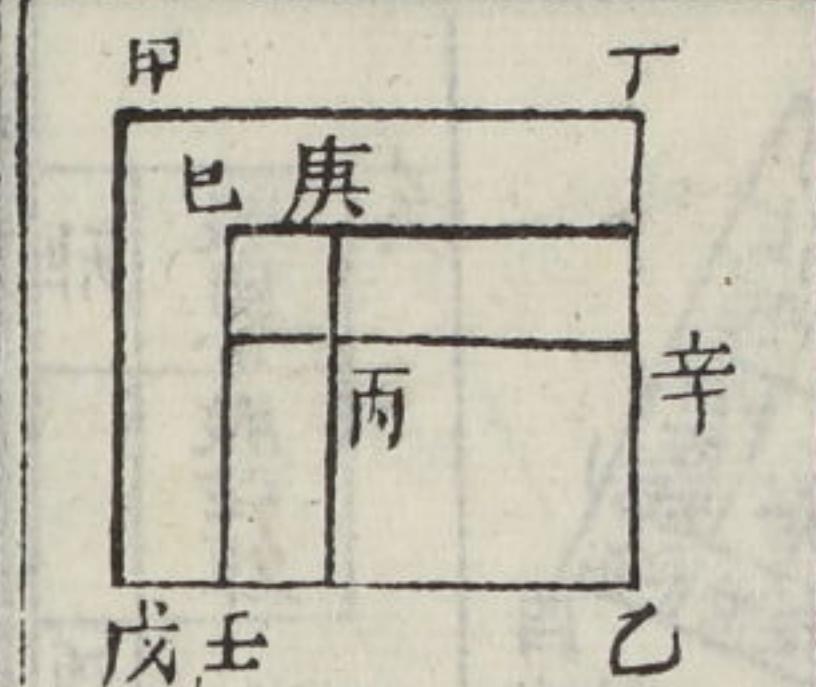
股幕 股弦矩



亥	知
股	
弦幕	
句	

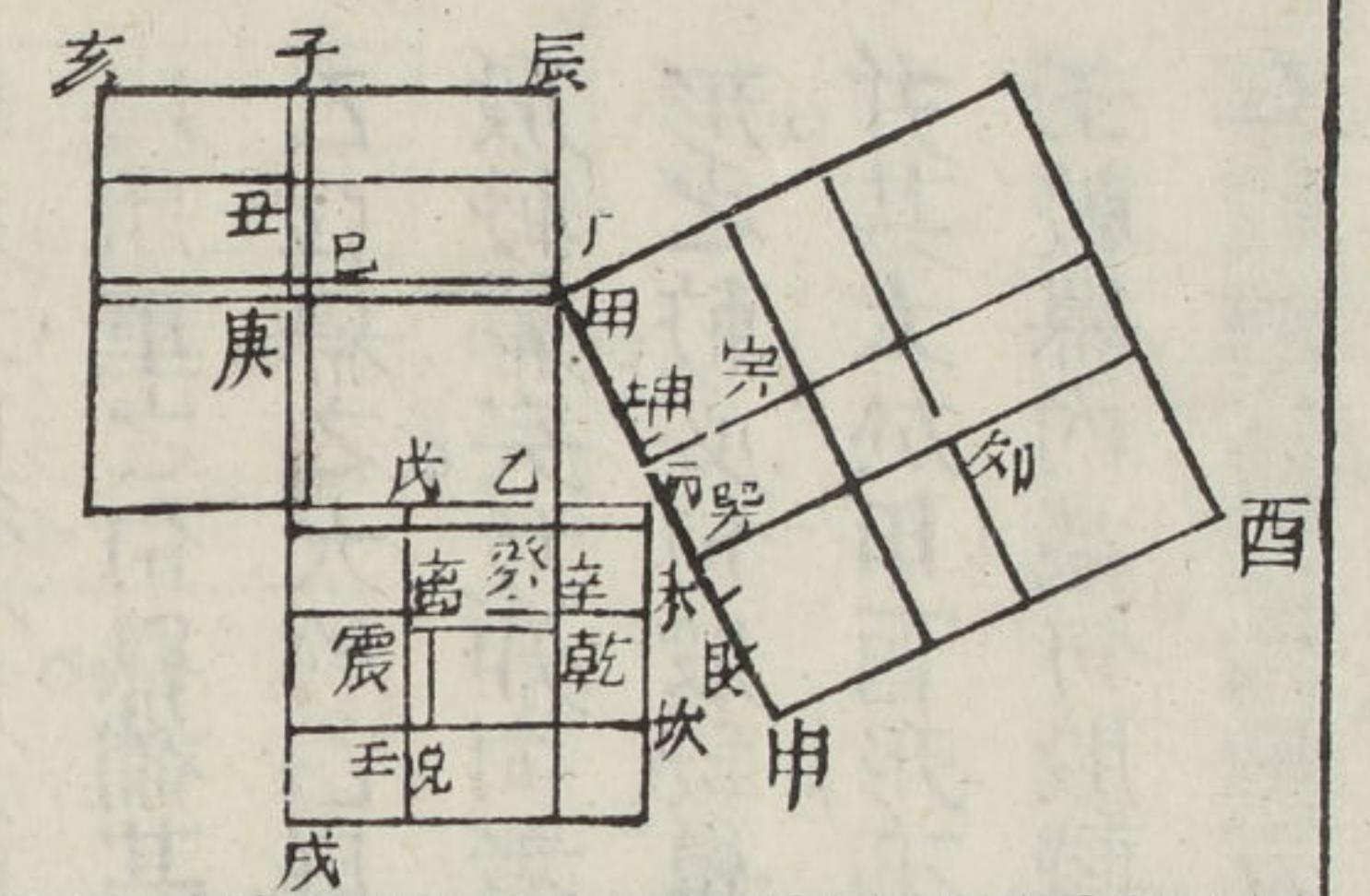
股幕 股弦矩

并。而此不相等之較。必句股較。幕之四十九也。何者。若於甲酉、丙戌、乙亥、三直角方形。各以元設句股弦分之。卽甲酉形內。有弦幕。一股幕。一句幕。一股弦矩。內形二。一句弦矩。內形二。一句股矩。內形二。而乙亥形內。有弦幕。一股幕。一股弦矩。內形二。丙戌形內。有弦幕。一句幕。一句弦矩。內形二。



形二次以甲酉內諸形與乙亥、丙戌、內諸形相當相抵。則甲酉內存句股矩內形二丙戌或乙亥內存弦幕一次。以此兩存形相當相抵。則一弦幕之大於兩句股矩內形。必句股較幕之四十九也。何者。一弦幕內函一句幕一股幕。今試如上圖。任作一甲乙弦幕。其乙丙爲句幕。則丁丙戊磬折形。必與股幕等。乙巳爲股幕。則丁巳戊磬折形。必與句幕等。次以乙庚辛壬兩句股矩內形。轉乙角依角旁兩邊縱橫交加於

弦幕土。卽得句股之較幕丙巳。而乙丙上重一句幕。次以所重之句幕補其等句幕之丁巳戊磬折形。則甲乙弦幕之大於乙庚辛壬兩句股矩內形。必丙巳句股較幕矣。故知向者乙亥或丙戌內與甲酉內兩存形之較。必句股較幕之四十九也。則乙亥丙戌兩形并。其大於甲酉形。亦句股較幕之四十九也。今於辛壬較幕內減句股較幕四十九之乾兌直角方形。其所存乾離震兌兩餘方形。及離震己庚兩直角方形并。必與癸戊子丑兩形并等。次以癸戊子丑兩形開方爲寅



卯形則減寅卯之甲酉形。與減辛壬之丙戌形減巳庚之乙亥形并。必等。而減寅卯之甲酉形內。元有弦幕如甲寅者。四有弦偕寅卯形邊矩內形如寅巽者。四减辛壬之丙戌形內。元有句幕如丙辛者四。有句偕句弦較矩內形如辛坎者四。减巳庚之乙亥形內。元有股幕如己辰者四。有股偕股弦較矩如己辰者四。有股偕股弦較矩

內形如甲巳者四。今以四弦累。當四句累。四股累。卷一四七則甲巳辛坎兩形并。必與寅巽形等。甲丙與巽申等弦也。丙申句股和也。則兩弦間等寅卯形邊之丙巽不得不爲弦和較矣。既得內巽六爲弦和較。即以元設兩較相加。可得句股弦各數也。何者。巽申弦也。巽艮句弦較也。艮申句也。丙申句股和也。於丙申句股和減艮申句。則丙巽加巽艮之丙艮股也。丙甲弦也。丙坤股弦較也。坤甲股也。巽甲句股和也。于巽甲句股和減坤甲股。則巽丙加丙坤之巽坤句也。次以巽

右朋羣

艮加艮申。或丙坤加坤甲。則弦也。

第十五題

句弦和股弦和求句求股求弦

	甲		
	乙	丙	丁
勾 弦 矩 句	弦 幕	勾 弦 矩 句	弦 幕
句 股 矩 弦	知 弦 股	句 股 矩 弦	知 弦 股
戊	弦 矩 句	弦 股 矩 弦	弦 幕
己	弦 矩 句	弦 股 矩 弦	弦 股
庚	弦 矩 句	矩 股 句	矩 弦 句

法曰。甲丙乙丙。句弦和七。
十二。甲乙甲丙。股弦和八。
十一。求句求股。求弦以兩。
和相乘。得五千八百三十。
二倍之。得一萬一千六百。
六十四爲實。平方開之。得。

弦和和一百零八以股弦和减之得乙丙句二十七以
旬弦和减之得甲乙句三十六以句股和减之得甲
丙弦四十五

論曰兩和相乘爲乙巳直角形倍之爲丁戊直角形以爲實平方開之得己庚直角方形與丁戊等卽其邊爲弦和和者何也丁戊全形丙有弦幕二股弦矩內形句弦矩內形各一與己庚全形內諸形比各等獨丁戊形內餘一弦幕己庚形內餘一句幕一股幕并二較一亦等一卷四七卽己庚方形之各

測量異同

歸善山房叢鈔第十三

句股義終

邊皆弦和和。

合用事

測量異同

吳淞徐光啟譏

九章算法句股篇中。故有用表、用矩尺、測量數條。與今譯測量法義相較。其法畧同。其義全闕。學者不能識其所繇。既具新論。以攷舊文。如視掌矣。今悉存諸法。對題臚列。推求同異。以俟討論。其舊篇所有。今譯所無者。仍補論一則。共爲測量異同六首。如左。

第一題與前篇第
四題同

以景測高。

卷之四

欲測甲乙之高。其全景乙丙長五丈。立表於戊爲丁。
戊高一丈。表景戊丙長一丈二尺五寸。
以表與全景相乘。得五萬寸爲實。以表
景百二十五寸爲法。除之。得甲乙高四
丈。此舊法與今譯同。

第一題

以表測言而

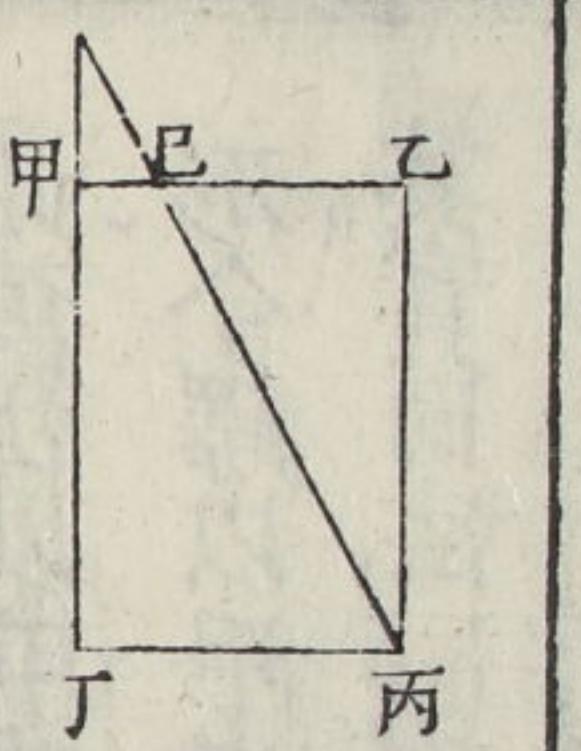
The diagram shows a vertical staff (乙) standing upright. A plumb line (甲) is attached to its top and hangs vertically. Another plumb line (丙) is attached to a point on the staff and also hangs vertically. The intersection of the two plumb lines forms a right angle at point (丁). The distance from the base of the staff (乙) to the vertical projection of point (丁) is labeled (戊). Points (庚) and (辛) are also marked on the staff.

戊使目在巳。戌至巳高四尺。視表末丁與甲爲一直線。次以丁丙表高十尺減目至足辛丙四尺得表目之較丁辛六尺。以乘乙丙二十五尺得百五十尺爲實。以丙戌五尺爲法除之得三十尺。加表十尺得甲乙高四十尺。

此舊法以甲壬丁爲大三角形。以丁辛巳爲小三角形。今譯以甲庚巳爲大三角形。丁辛巳爲小三角形。其實同法同論。何者。甲壬與壬丁。若甲庚與庚巳也。六卷四

題同

以表測深。



甲乙丙丁井。欲測深。其徑甲乙五尺。
立一表於井口。爲戊甲高五尺。從戊
視丙截甲乙徑於己甲至己。得四寸。

次以井徑五尺減甲乙四寸。存己乙四尺六寸。以乘
戊甲五尺。得二千三百寸爲實。以甲己四寸爲法除
之。得井深五丈七尺五寸。

此舊法。以戊甲己爲小三角形。己乙丙爲大三角形。
今譯當以戊甲己爲小三角形。戊丁丙爲大三角形。

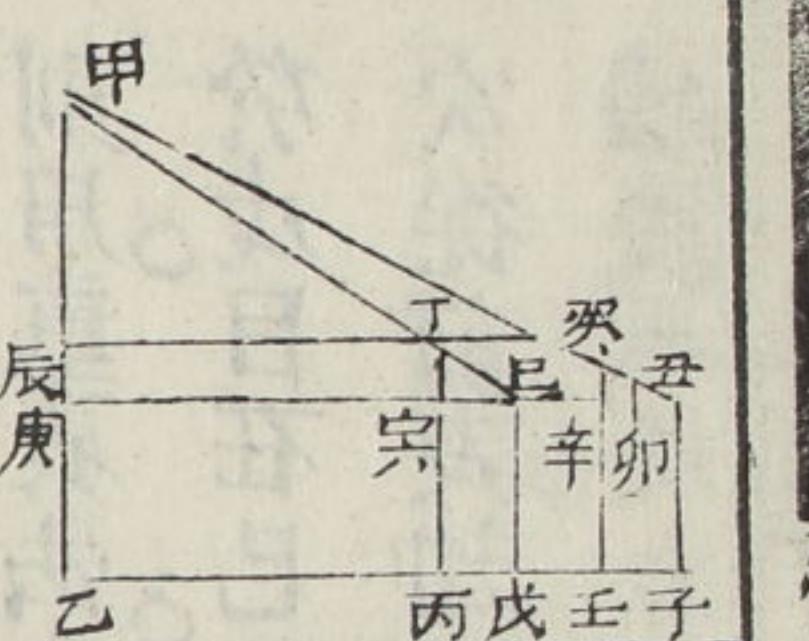
其實同法同論。何者。戊丁與丁丙。若丙乙與乙己也。

一卷三十
四可推

第四題與前篇第十
題後法同

以重表兼測無遠之高。無高之遠。

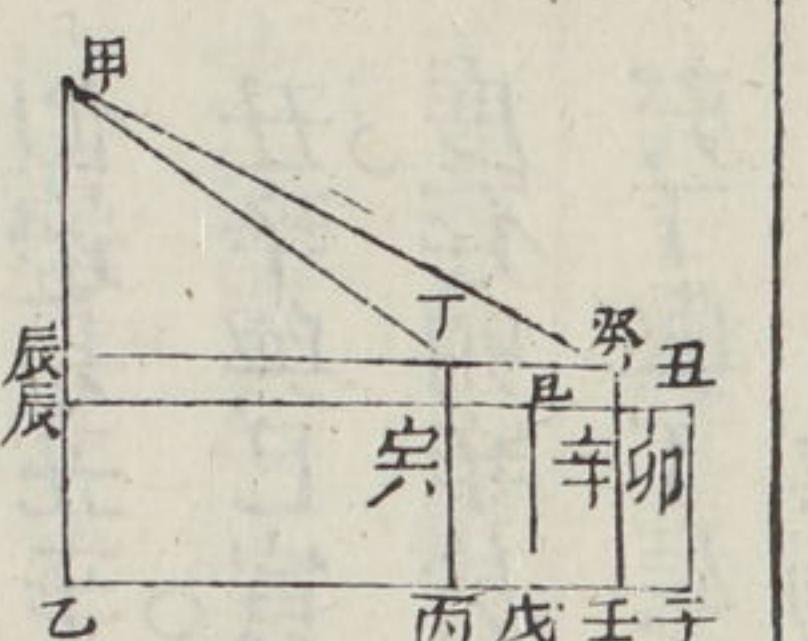
欲於戊測甲乙之高。乙丙之遠或不欲至。或不能至。
則用重表法。先於丙立丁丙表。高十尺。却後五尺。立
於戊。目在己。己戊高四尺。視表未丁。與甲爲一直線。
次從前表却後十五尺。立一癸王表。於王亦高十尺。
却後八尺。立於子。去王八尺。其目在丑。丑子亦高四



尺從丑視癸甲亦一直線次以表高十
尺減足至目四尺得表目較癸辛或丁
寅六尺與表間度癸丁或壬丙十五尺

丑辛相減之較卯辛三尺此較舊名景差今名兩測較爲法除之

得三十尺加表高十尺得甲乙高四十尺若以兩測
所得之小率丙戊五尺與表間度癸丁或壬丙十五
尺相乘得七十五尺爲實以卯辛三尺爲法除之卽
得乙丙達二十五尺



此舊法測高以癸辛或丁寅與辛卯偕甲辰與等壬
而之丁癸爲同理之比例今譯以癸辛或丁寅與辛
卯偕用庚與等戊子之巳丑爲同理之比例舊用壬
子距較也今用戊何者甲辰與
辰丁若甲庚與庚巳也辰丁與丁癸若
庚巳與巳丑也六卷平之則甲辰與丁
癸若甲庚與巳丑也

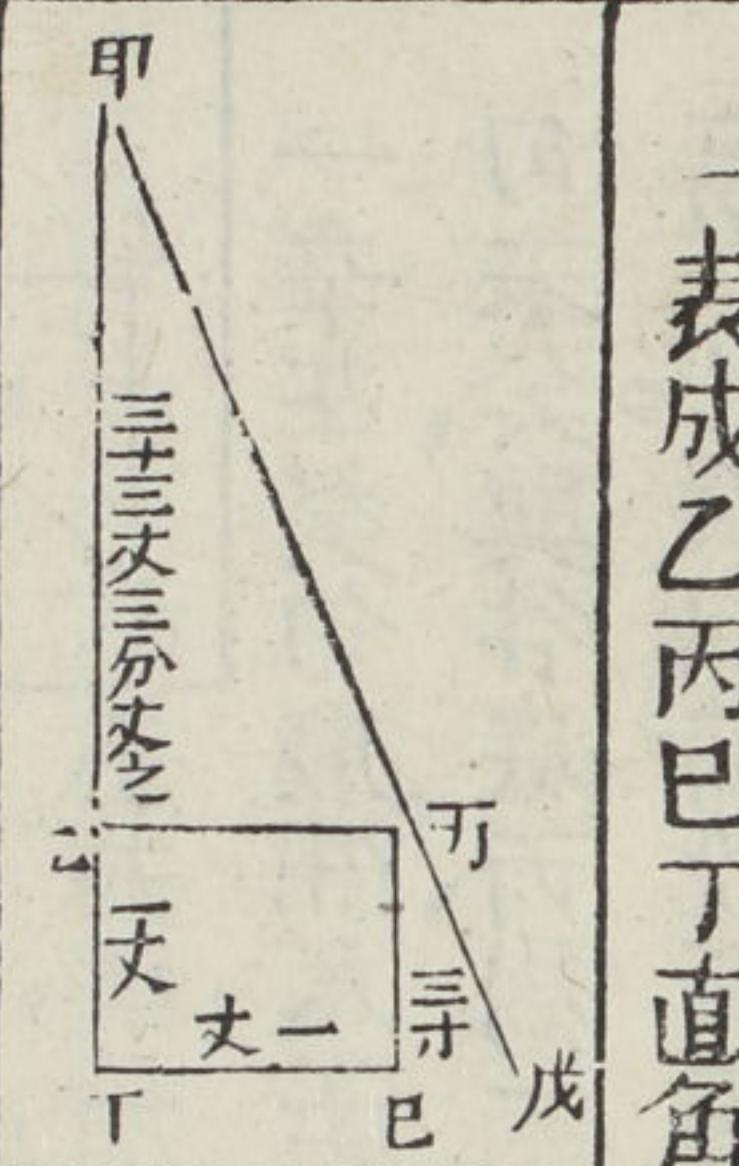
補論曰舊法以重表測遠則卯辛與等丙戊之巳寅
之比例若等壬丙之癸丁與等乙丙之丁辰何者甲

辰癸癸辛丑爲等角形六卷三卽丑辛癸辰爲相似
邊六卷四甲辰丁丁寅巳爲等角形。卽巳寅丁辰爲相
似邊是丑辛與癸辰。若巳寅與丁辰六卷四更之則
丑辛與巳寅若癸辰與丁辰也。今於丑辛減巳寅之
度存卯辛於癸辰減丁辰。存癸丁則卯辛與巳寅若
癸丁與丁辰也。所減之比例等所存之比例亦等

第五題與前篇第十四題同

以四表測遠。

欲測甲乙之遠于乙上立一表。次于丙巳丁上各立

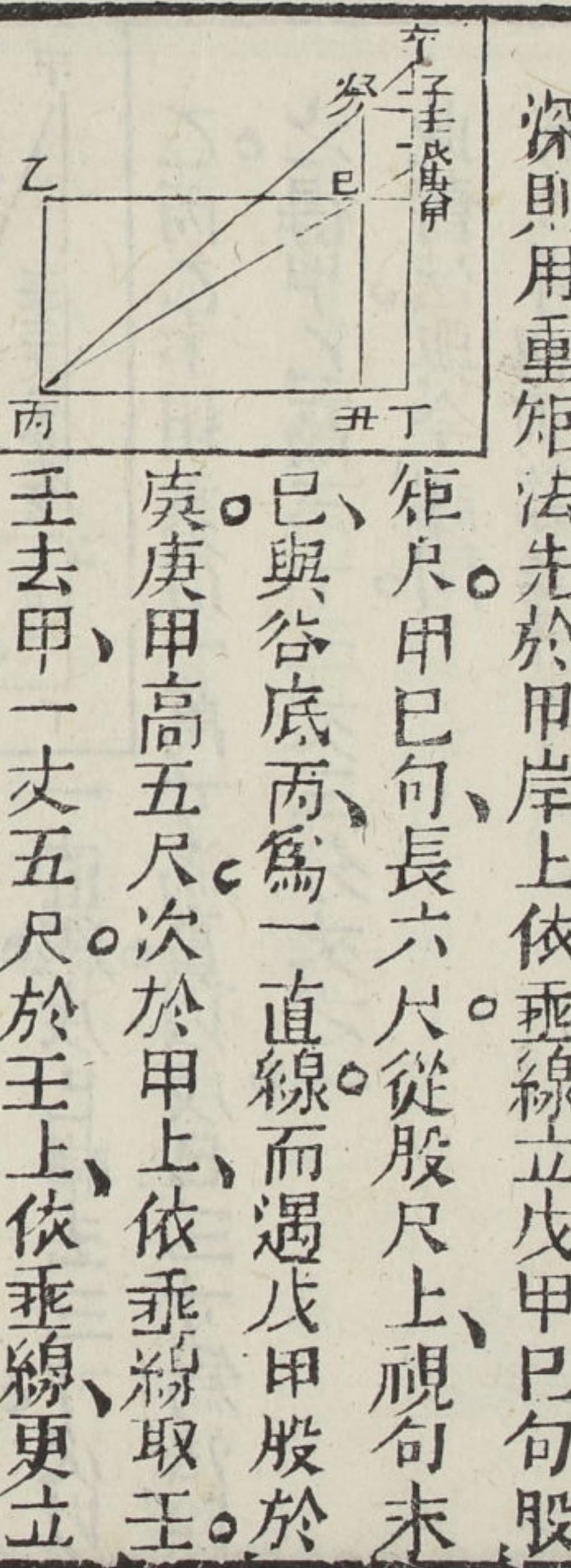


一表成乙丙巳丁直角方形。每表相去一丈令丁乙二表與甲爲一直線。次於巳表之右。戊上視丙表與甲爲一直線。戊巳相去三寸。次以乙丙乙下相乘得一萬寸爲實。以戊巳三寸爲法除之。得甲乙高三十三丈三分丈之一。

此舊法與今譯同。

第六題與前篇第十一題後法同理

以重矩兼測無廣之深無深之廣。稍改舊法。以從今論。



有甲乙丙丁壁立深谷。不知甲乙之廣。欲測乙丙之深。則用重矩法。先於甲岸上。依垂線。立戊甲巳句股矩尺。甲巳句長六尺。從股尺上。視句未已。與谷底丙爲一直線。而遇戊甲股於庚。庚甲高五尺。次於甲上。依垂線。更立壬去甲一丈五尺。於壬上。依垂線。更立一辛王癸句股矩尺。壬癸句亦長六尺。從股尺上。視句未癸。與谷底丙爲一直線。而遇辛王股于辛。辛王高八尺。次以前股所得庚甲五尺。與兩句間壬甲十

五尺相乘。得七十五尺爲實。以兩股所得庚甲辛壬相減之較辛子三尺爲法除之。卽得乙丙深二十五尺。若以句六尺。與兩句間十五尺相乘。得九十尺爲實。以辛子三尺爲法除之。卽得甲乙之廣三十尺。測深論。作癸巳丑直線。與本篇第四題重表測達補論。同測達論。與前篇第十題重表測高論同。

測量異同終

