

三角法舉要卷五

測量

三角用法算例已具茲則舉高深廣遠以徵諸實事亦與算例互相補備也

一測高

一測遠

一測斜坡

一測深

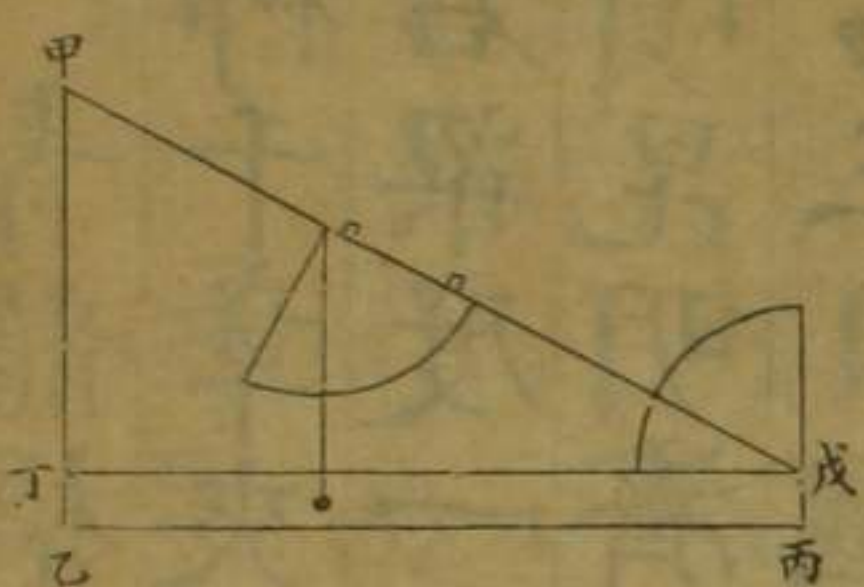
附隔水量田



三角測高第一術

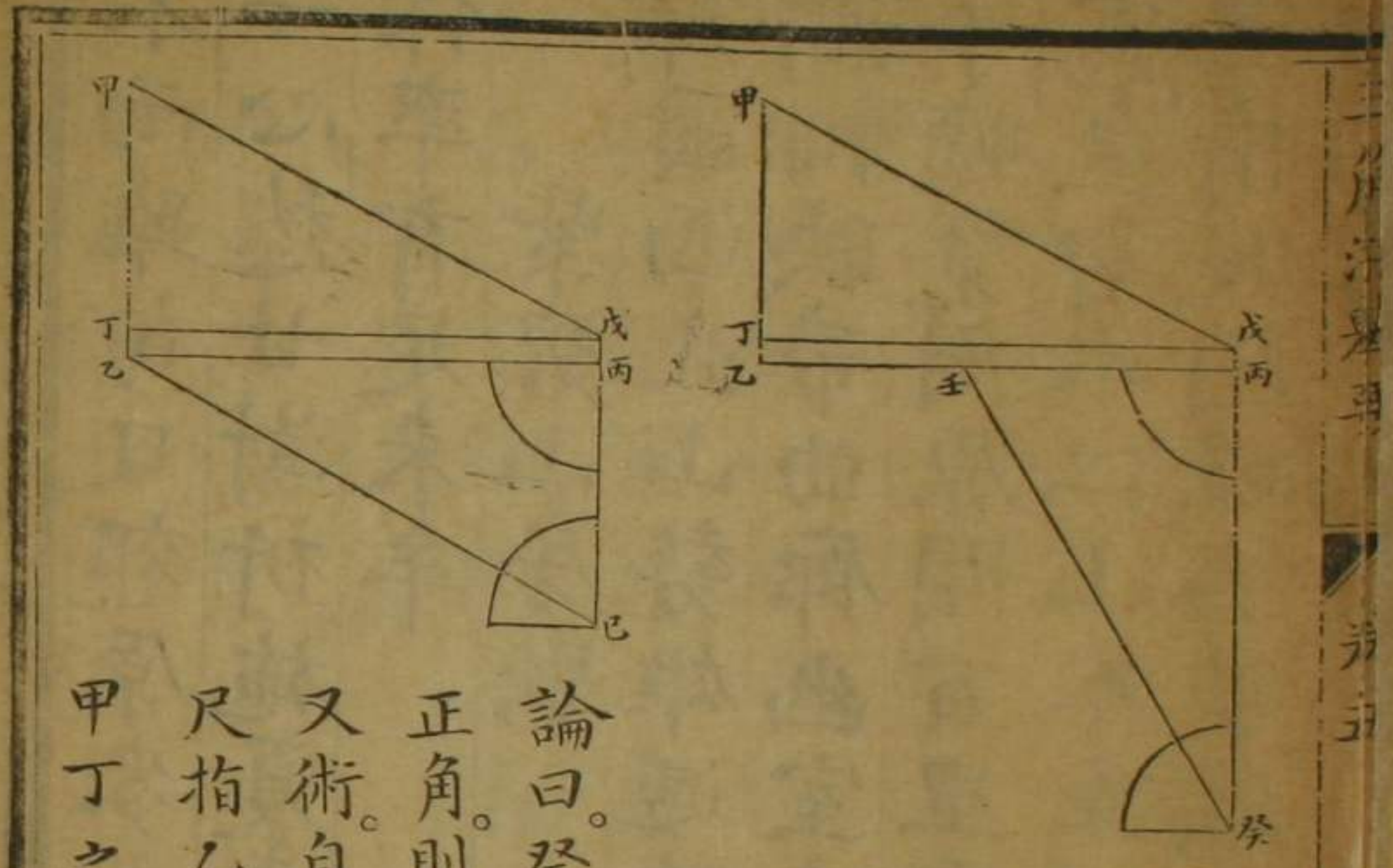
自平測高

假如有塔不知其高。距三十丈。立表一丈。用象限儀測得高二十六度三十四分弱。依切線術。求得塔高十六丈。



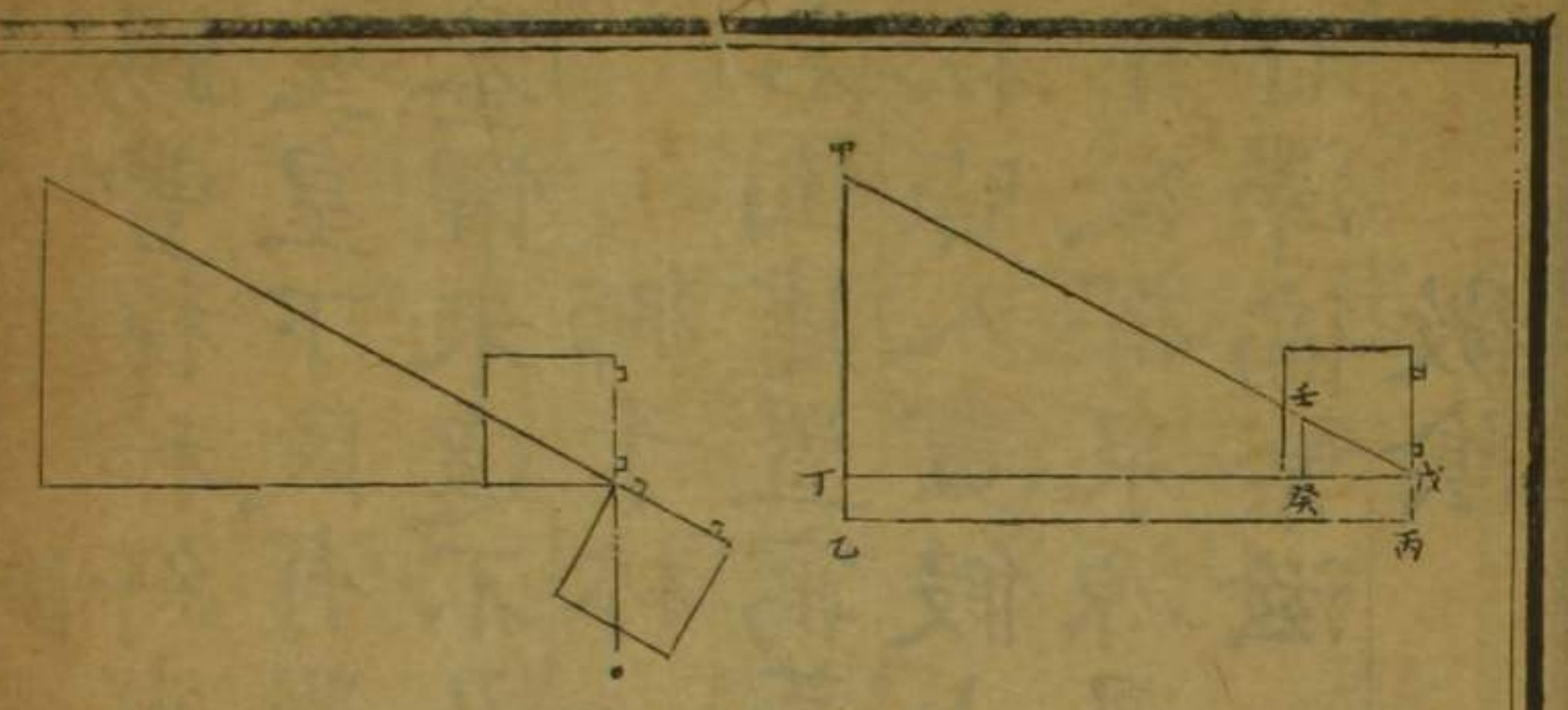
- 一 半徑 一〇〇〇〇〇
  - 二 戊角切線 〇五〇〇〇〇
  - 三 距塔根 三十丈
  - 四 塔頂高 十五丈
- 加戊丙表一丈。共得塔高十六丈。

凡用象限儀。以垂線作角。與用指尺同理。指尺。即闕管。亦曰闕管。若戊丙表立於高所。當更加立處之高。以為塔高。



省算法。從表根丙平安象限。以一  
 邊指塔根乙。一邊指癸。乃順丙癸  
 直線行至癸。得三十丈。與丙乙等。  
 復于癸平安象限。作癸角與戊角  
 等。邊指丙。尺指壬。則壬丙遠即甲  
 丁之高。亦加丁乙為塔高

論曰。癸角同戊角。丙癸同丙乙。丙與乙並  
 正角。則兩句股形等。立面與平面一也。  
 又術。自丙向癸却行。以象限平安。邊指丙。  
 尺指乙。求作戊之餘角。得己丙之距。即同  
 甲丁之高。



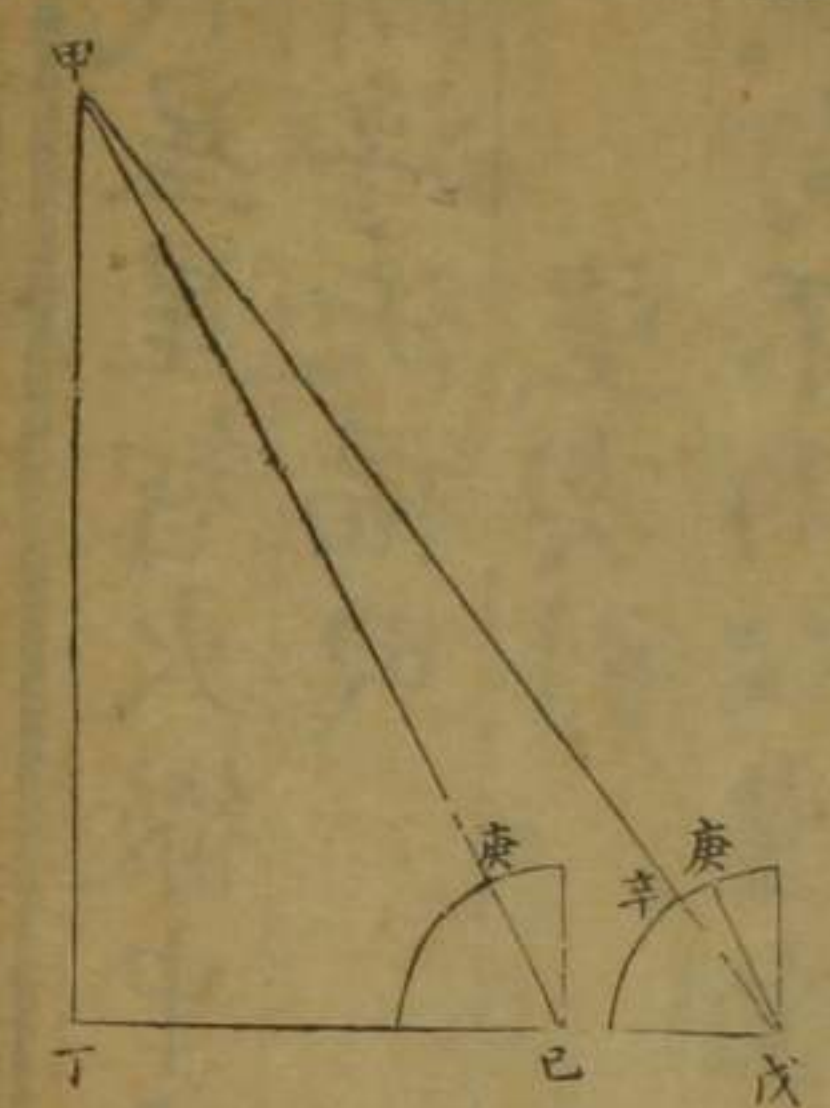
又省算法。用有細分矩度。自戊數至癸。令  
 其分如丙乙之距。或兩倍三倍從癸數至癸。直  
 線之分。即甲丁之距也。先以二分為丈。或三分為丈。今亦同之

用矩度以垂線作角。其用亦同

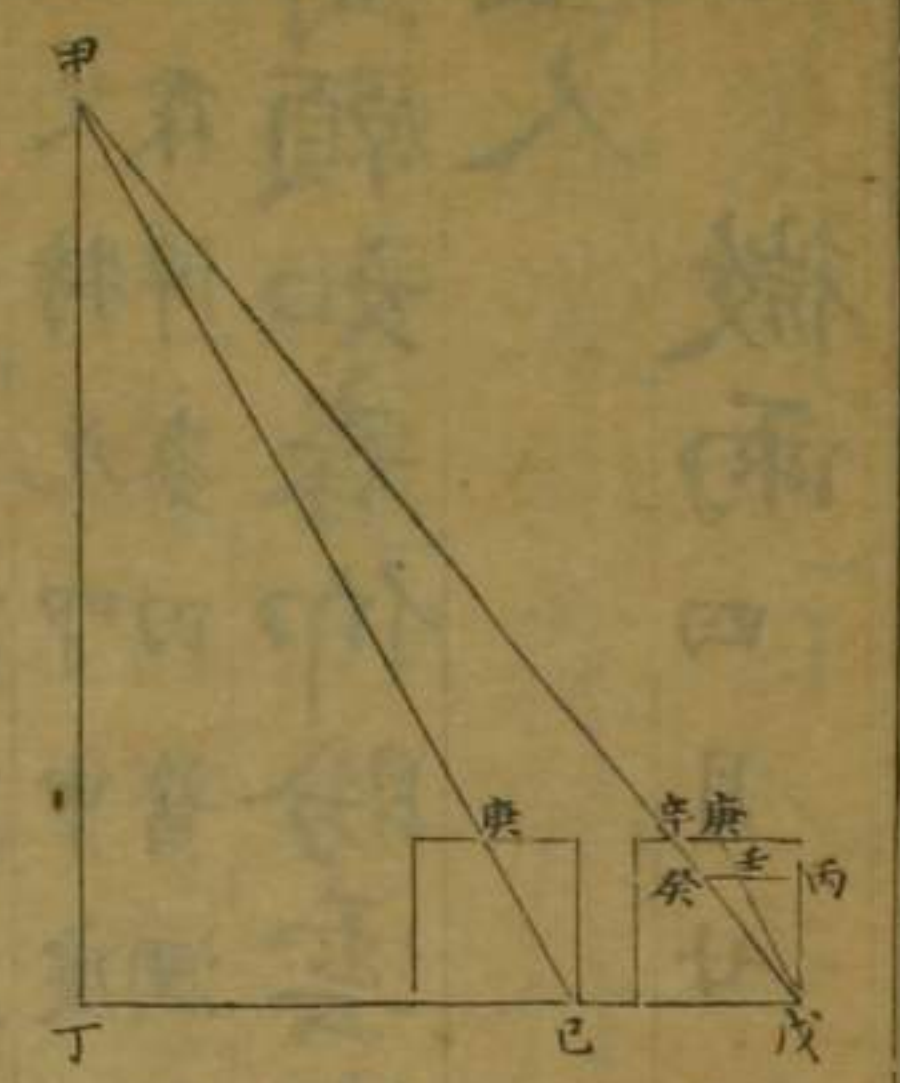
三角測高第二術

平面測不知遠之高。法用重測

假如有山頂欲測其高。而不知所距之遠。依術立二表。相距一丈二尺。用象限儀測得高六十度十九分。退測後表。得五十八度三十七分。查其兩餘切線以相減。得較數為法。表距乘半徑為實。算得山高三十一丈。



- 一 餘切線較 ○ ○ 四 ○ ○ ○
  - 二 半徑 一 ○ ○ ○ ○ ○
  - 三 表距戊己 一丈二尺
  - 四 山高甲丁 三十一丈
- 加表一丈共三十一丈



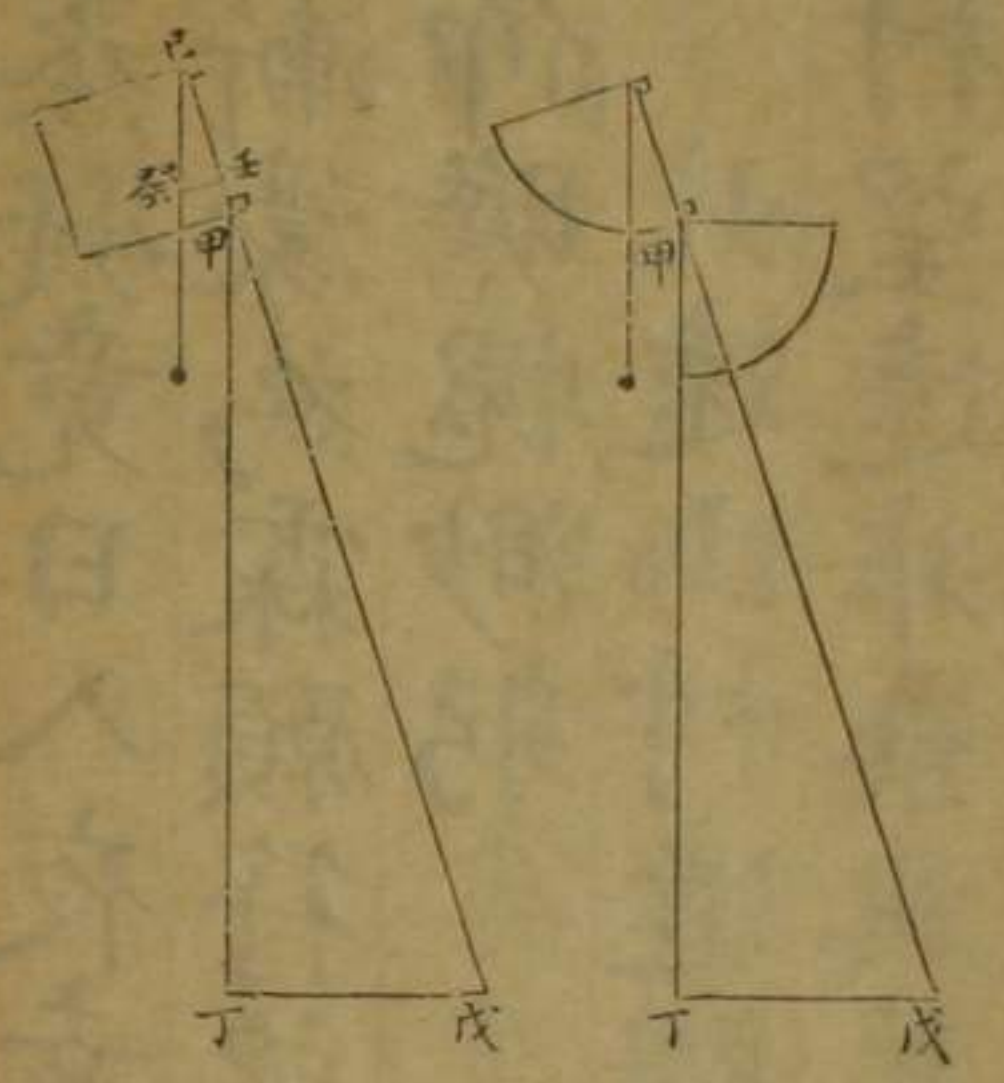
論曰。此即古人重表法也。或隔水量山。或於城外測城內之山。並同。

省算法。用矩度。假令先測指線交于辛。後測指線交于庚。成辛庚戊三角。形。法于兩指線中間。以兩測表距戊即已變為分。如壬癸小線。引長之至丙。即丙戊當所測高。

三角測高第三術

從高測高 又謂之因遠測高

假如人在山顛。欲知此山之高。但知山左有橋。離山半里。用象限測橋。得遠度一十八度二十六分強。依切線法。求得山高一里半。



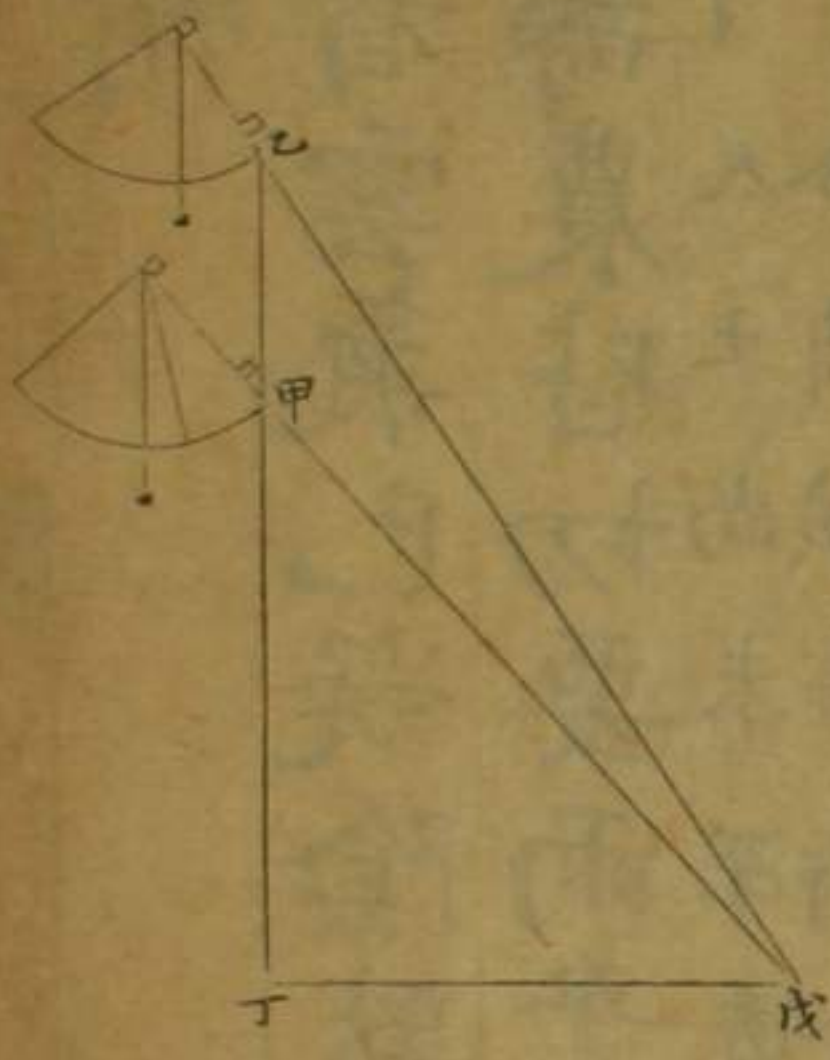
一	甲角切線	半径	一〇〇
二	半径	甲角餘切	三〇〇
三	橋遠	戊丁	一〇八〇步
四	山高	甲丁	五百四十步

省算法。用矩度。作壬癸線以當戊丁。則已壬當甲丁。

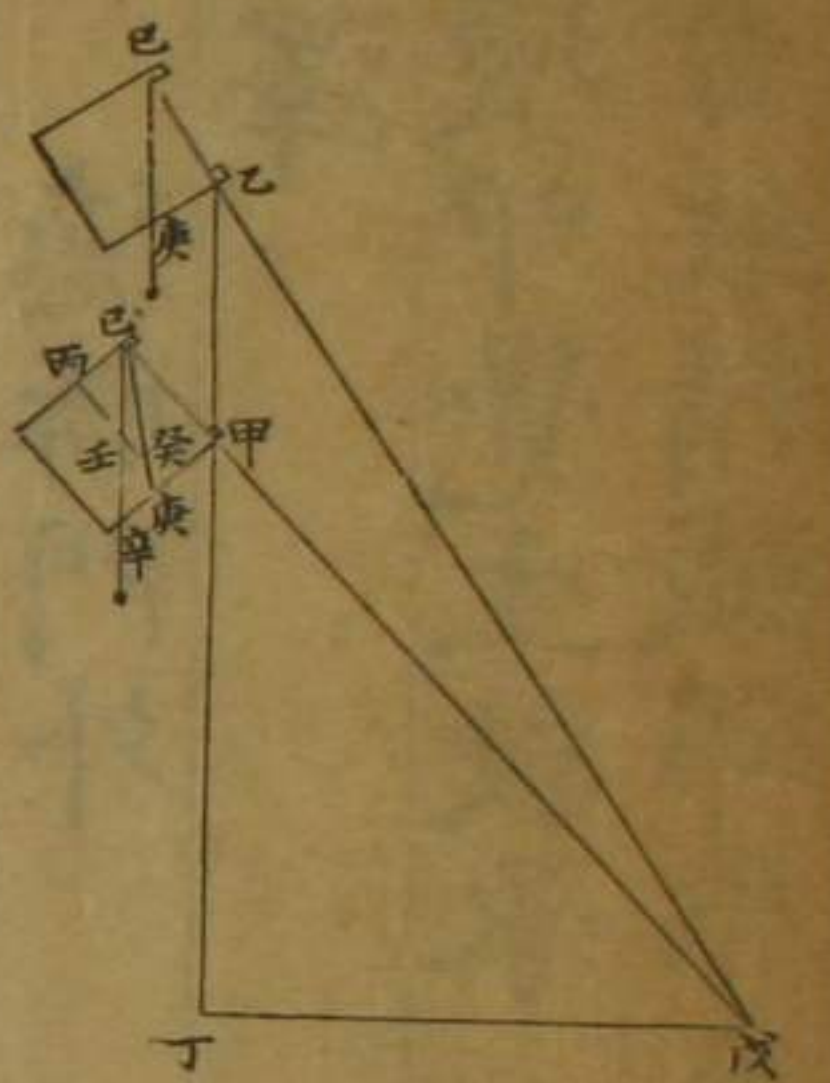
三角測高第四術

從高測不知遠之高 法用重測

假如人在山上。欲知本山之高。然又無可據之遠。但山有樓或塔。量得去山二十一丈。以象限儀指定一處。于樓下測得五十五度二十六分。又于樓上測得五十三度五十分。用餘切線。求得山高三百四十四丈五尺。



一	兩餘切較	〇四二
二	下一測餘切	六八九
三	樓高之兩測距	二十一丈
四	山高	三百四十四丈五尺

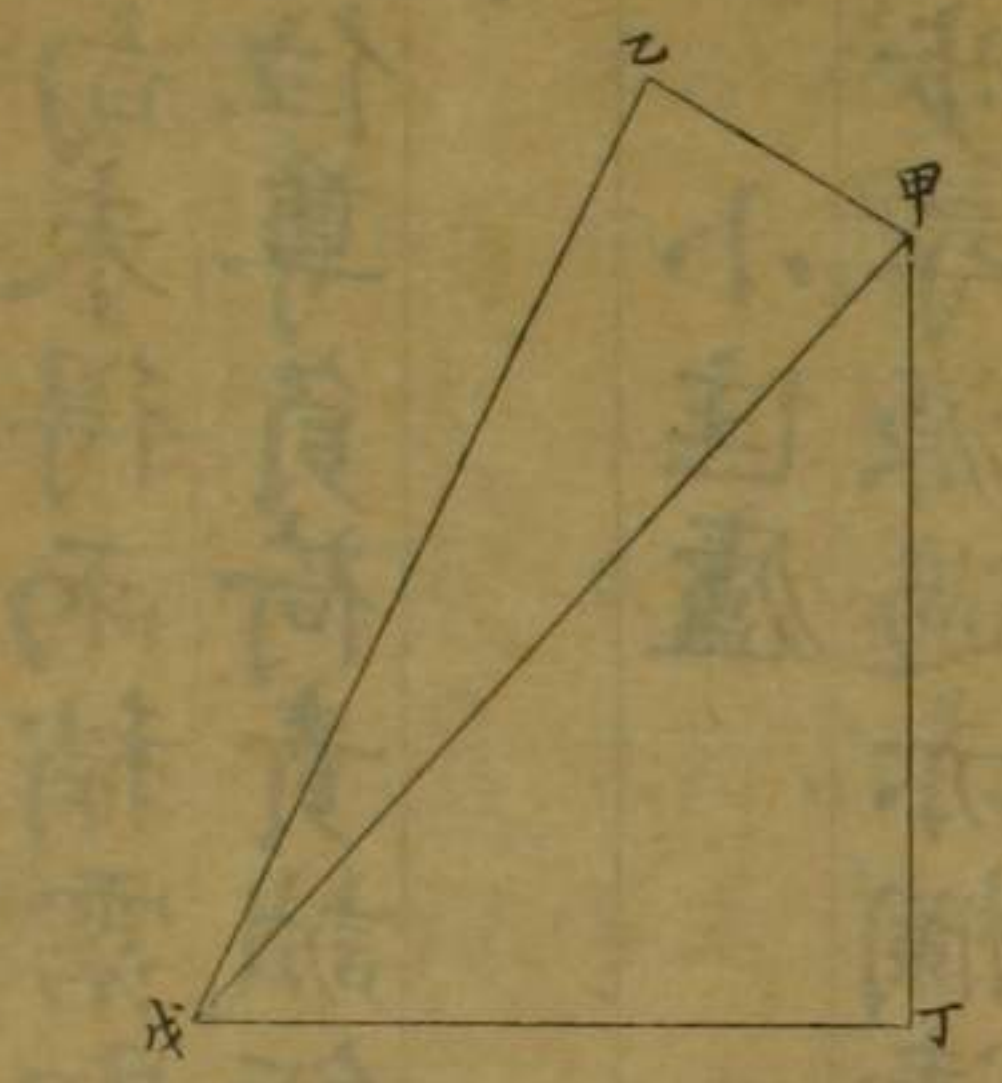


省算法。用矩度。上測交庚。下測交辛。成辛已庚三角形。法于兩指線中間。以上下兩測之距變為分。如壬癸小線。引長之至丙。即壬丙當所測本山之高。

三角測高第五術

若山上無兩高可測。則先測其弦。

但山上有兩所。可以並見此物。即可測矣。



甲乙為山上兩所。但取直線。任指一處如戊。於甲於乙。用器兩測之。成甲乙戊形。此形有甲乙兩角。又有甲乙之距。為兩角一邊。可求甲戊邊。法為戊角之正弦與甲乙邊。若乙角之正弦與甲戊。

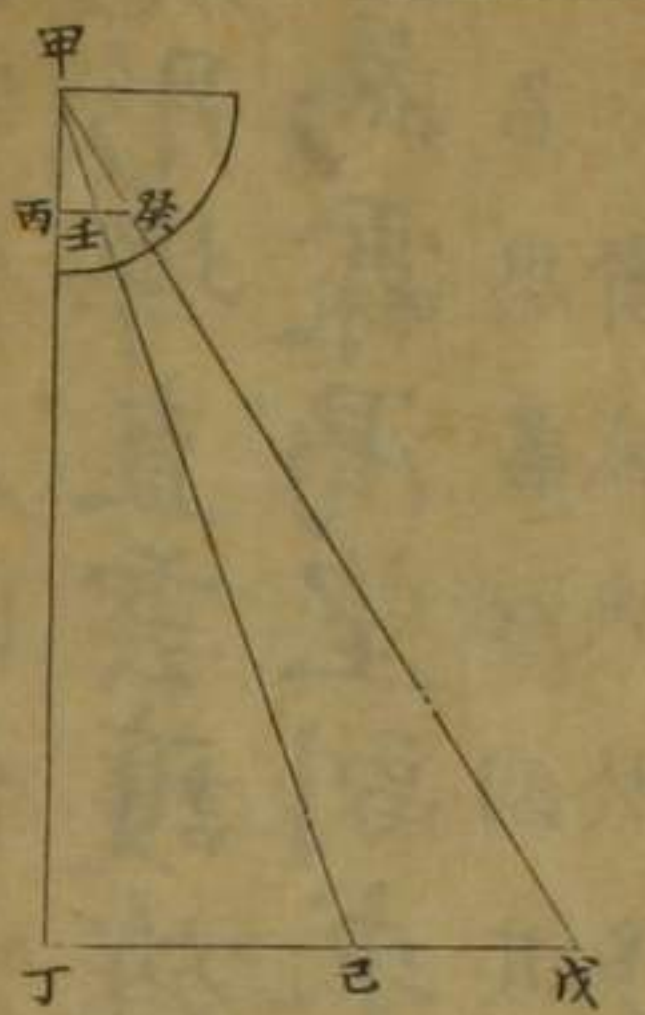
再用甲戊丁句股形。為半徑與甲戊。若甲角餘弦與甲丁。即山之高也。



三角測高第六術

借兩遠測本山之高

有山不知其高。亦無距山之遠。但山前有大樹。從此樹向山而行。相去一百八十五丈。又有一樹。人在山上。可見兩樹。如一直線。即於山上以象限儀測此二樹。一測遠樹四十三度三十二分。一測近樹三十度七分。用切線較。得本山高五百丈。

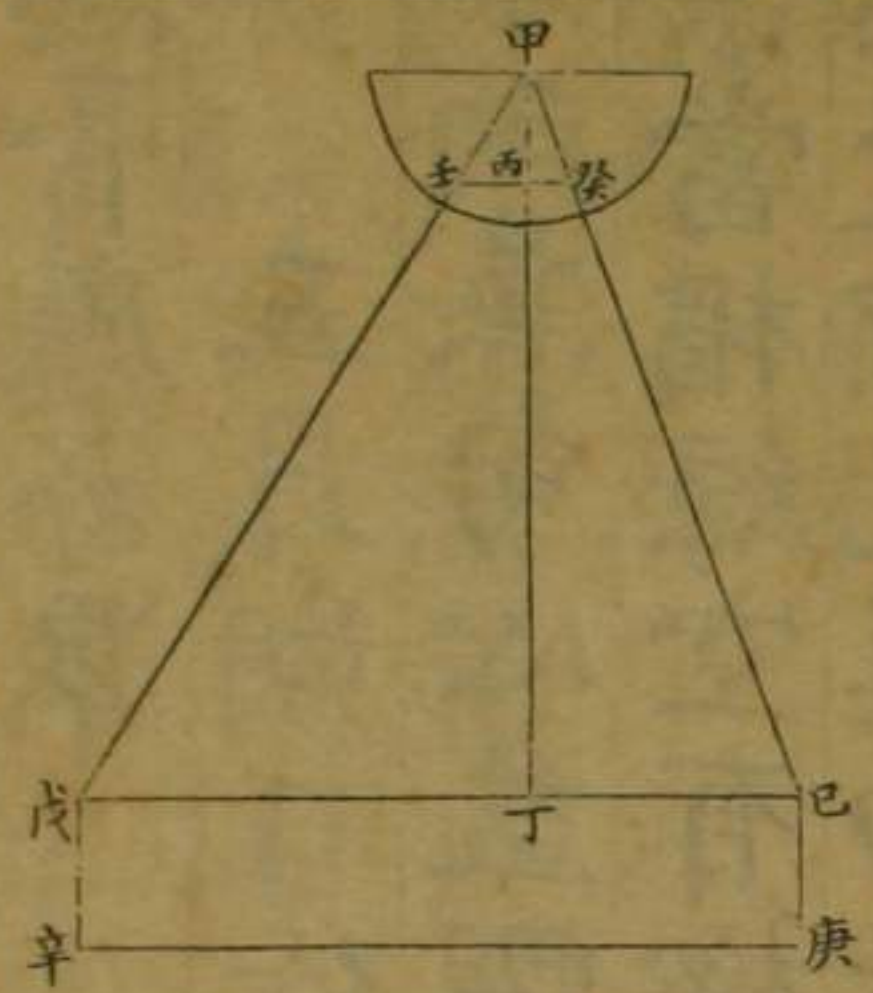


省算。作壬癸小線。當兩遠之距。已而丙甲當本山高。丁甲

- 一 切線較 〇三七〇〇〇
- 二 半徑 一〇〇〇〇〇
- 三 兩遠之較 一百八十五丈
- 四 本山高 五百丈

三角測高第七術

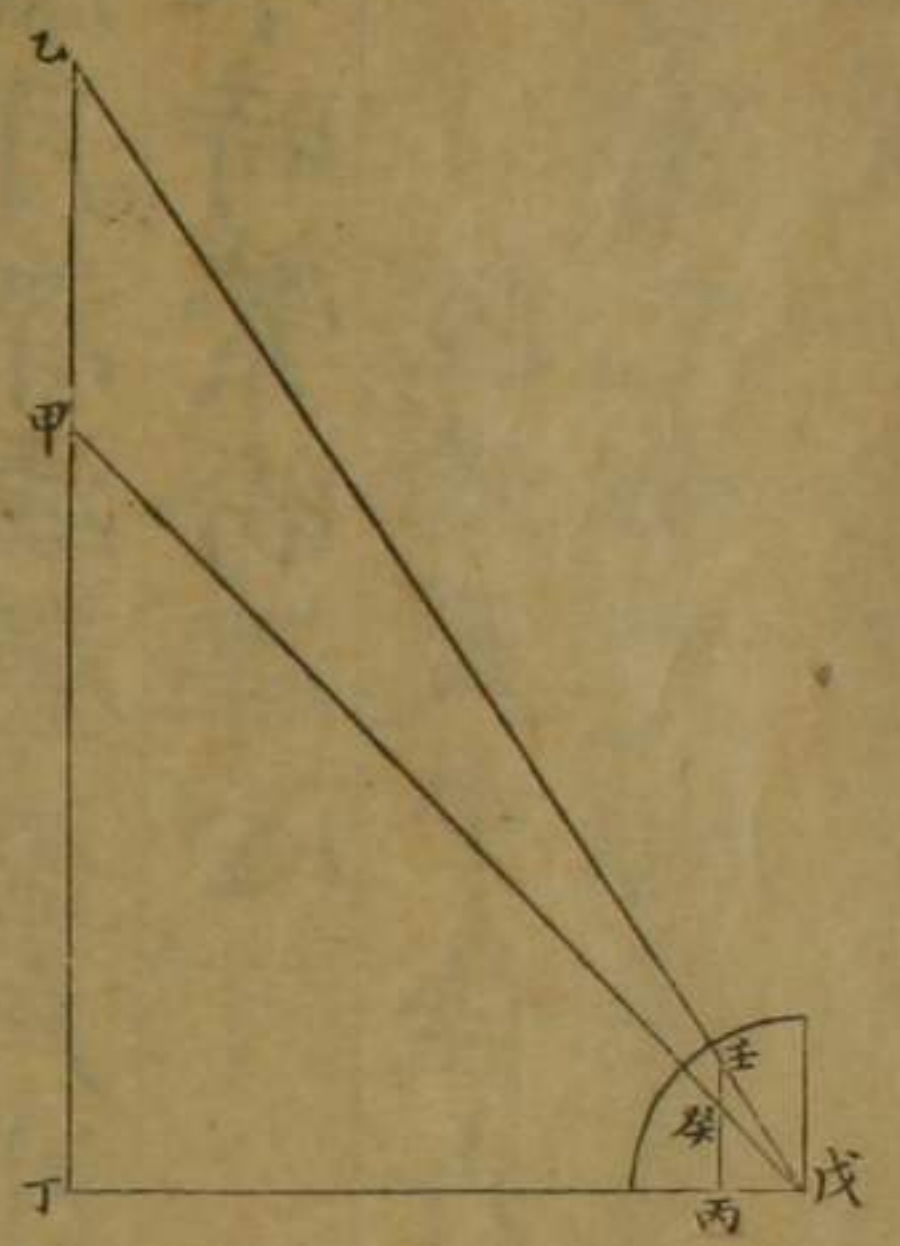
用山之前後兩遠測高



甲為山顛。可見戊己兩樹。其樹與山參相直。如山南樹直正。而不知其距。但山外有路。與此樹平行。為庚辛。其長三里。如兩樹正南北。此路亦自南向正北行。即借庚辛之距。為兩樹之距。以兩切線并為法求之。

先從甲測己。得甲角一十七度四分。又從甲測戊。得甲角三十四度三十四分。法為兩切線并與己戊。若半徑與甲丁也。一率兩切線并。六〇九九。二率半徑。一〇〇〇。三率己戊即庚辛。里三。求得四率甲丁。又三之一。四步。強。

三角測高第八術  
測山上之兩高

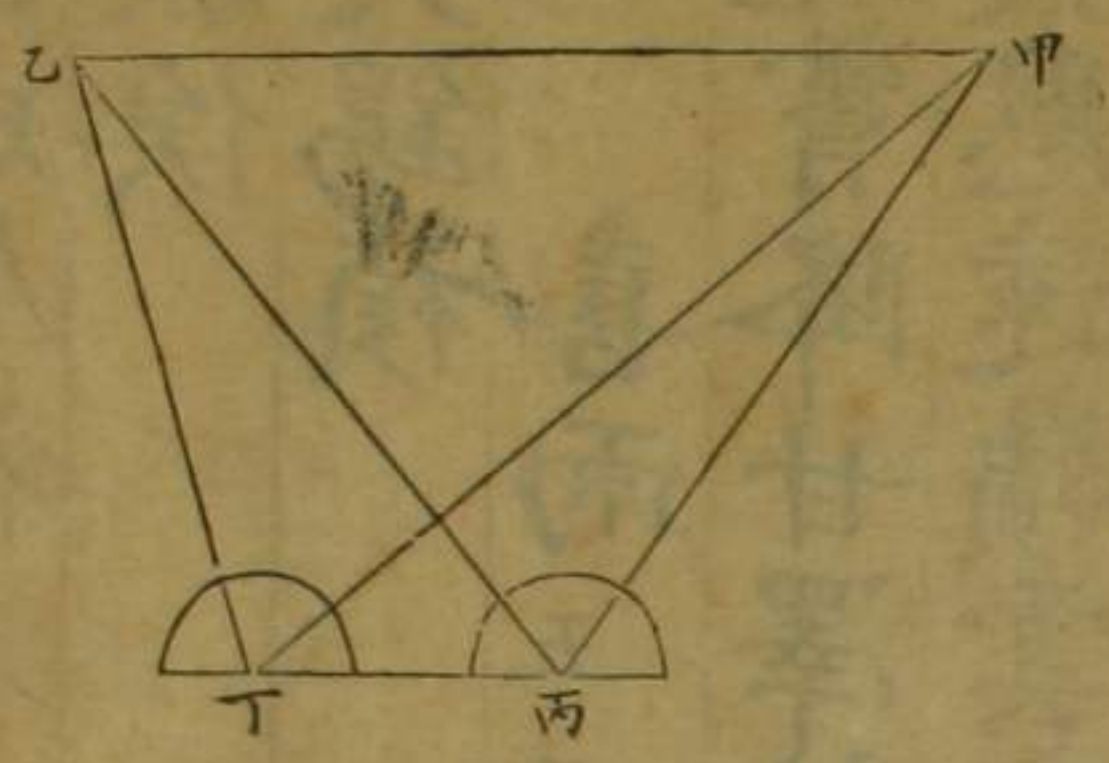


甲山上有塔如乙。欲測其高如乙  
甲之距。於戊安儀器。測乙測甲。得  
其兩戊角之度。一乙戊丁。二甲戊丁。各取其  
切線相減得較。法為半徑比切線  
較。若戊丁與乙甲

省算法。數戊丙之分。以當戊丁。作壬癸丙小線。則壬癸之分即  
當乙甲  
用矩度亦同

三角測高第九術

隔水測兩高之橫距



有甲乙兩高在水外。欲測其相距之遠。任於  
丙用儀器。以邊向丁。窺筭指甲。得甲丙丁角。一百二十度  
又指乙。得乙丙丁角。一百一十五度  
直線行至丁。得一百步再用儀器。以邊向丙。窺筭  
指甲。得甲丁丙角。九十度  
又指乙。得乙丁丙角。八十度  
又甲丁乙角。九十度  
得三角形三丁甲  
三丁甲乙丙。

今算甲丁丙形。有丁丙邊。丁丙二角。求甲丁邊

一率甲角 度十六 正弦 六二七五 二率丁丙 步一百 三率丙角 度二十一

度五 正 弦。一八一九 求得四率甲丁邊 二百九十七步

次 乙丁丙形。有丁丙邊。丙丁二角。求乙丁邊。一率乙角。二度。正 弦。三六四。二率丁丙邊。一百步。三率丙角。十五度。正 弦。七四六。求得四率乙丁邊。二百四十四步。

末 乙丁甲形。有甲丁邊。二百九十七步。乙丁邊。二百四十四步。丁角。六十度。先求甲角。

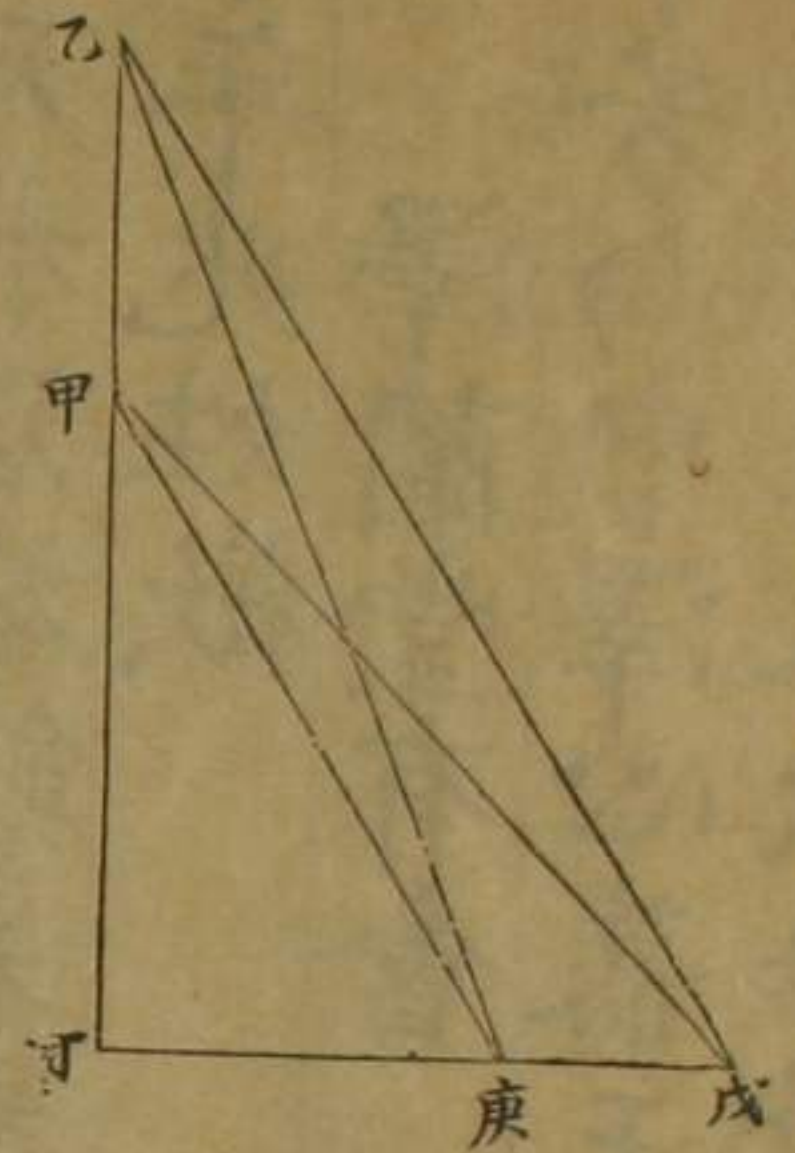
一率兩邊之總。五百。二率兩邊之較。九十三。三率半外角。十五度。半。切 線。一四五。求得四率半較角切線。二七九。查表得一十五度。七分弱。以減半外角。得甲角。四十四度。二十三分強。

次 求甲乙邊。一率甲角正 弦。六四七。二率乙丁邊。二百四十四步。三率丁角正 弦。

九三三 求得四率甲乙邊。二百九十四步弱。

論曰。此所測甲丁及乙丁。皆斜距也。或甲乙兩高。並在一山之頂。於山麓測之。或甲乙分居兩峯。於兩峯間平地測之。或甲在水之東。乙在水之西。於一岸測之。並同。若用有度數之指尺。並可用省筭之法。

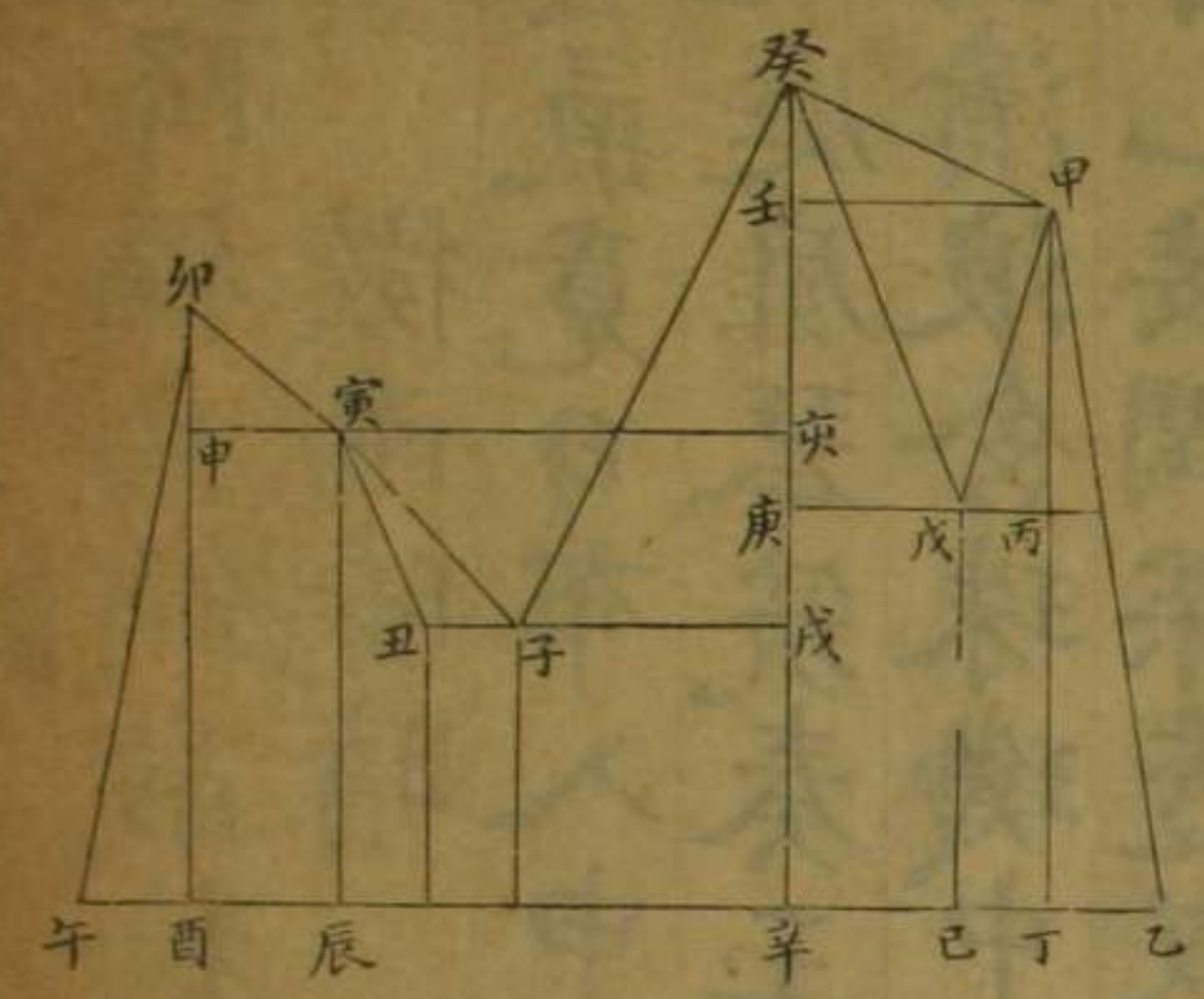
三角測高第十術  
隔水測兩高之直距



有兩高。如乙與甲。于戊于庚測之。  
先以乙庚戊形。求乙庚斜距。次以甲  
庚戊形。求甲庚斜距。末以乙甲庚形。  
有乙庚邊。甲庚邊。求乙甲邊。即所求  
庚邊。及庚角。

三角測高第十一術

若山之最高顛。為次高所掩。則用遍測。  
山前後左右。地勢不同。則用環測。環測者。從高測下。與測深同。  
太高之山。則用屢測。



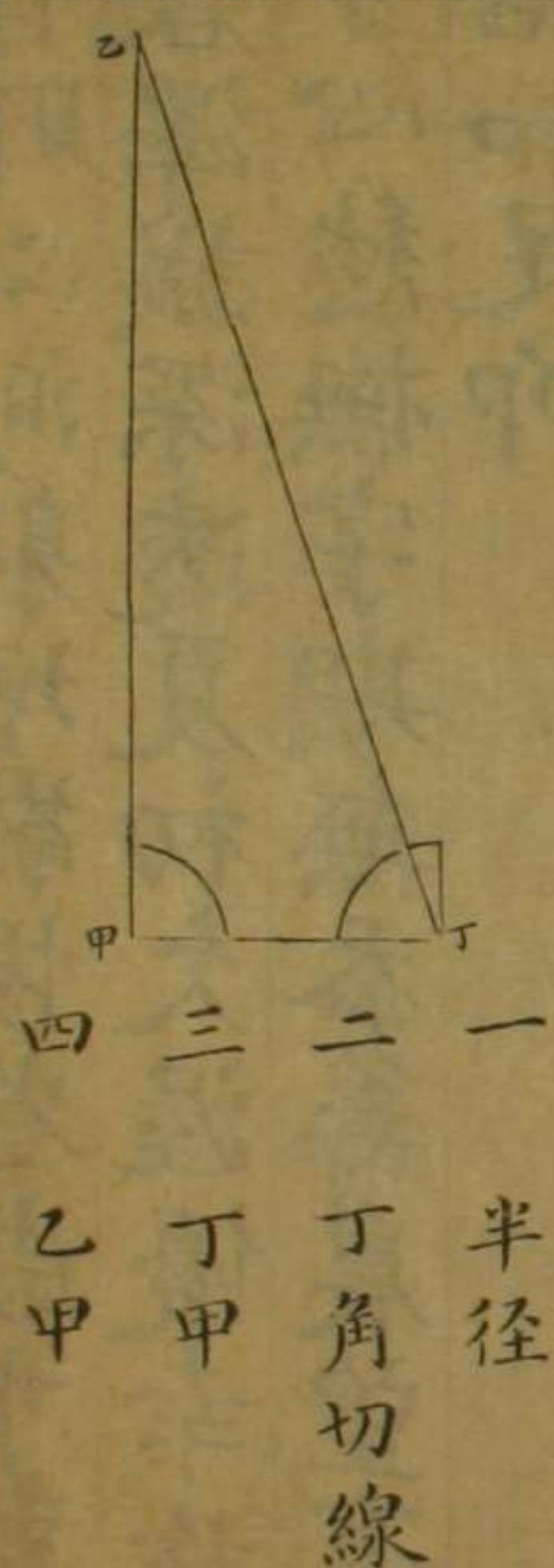
癸極高。為甲次高所掩。則先測甲。復從  
甲測癸。謂之遍測。  
乙丁與子丑。居癸山之下。為地平。而各  
不等。則從癸四面測之。如測癸辛之高。  
以辛乙為地平。又測癸戊之高。以戊子  
丑為地平。則乙丁與子丑之較。為戊辛。  
謂之環測。

若山太高太大。則於乙測甲。又於甲測癸。或先測卯。又測寅。又測丑。測子。再從子丑測癸。細細測之。則真高自見。而地之高下。亦從可知矣。謂之屢測。

三角測遠第一術

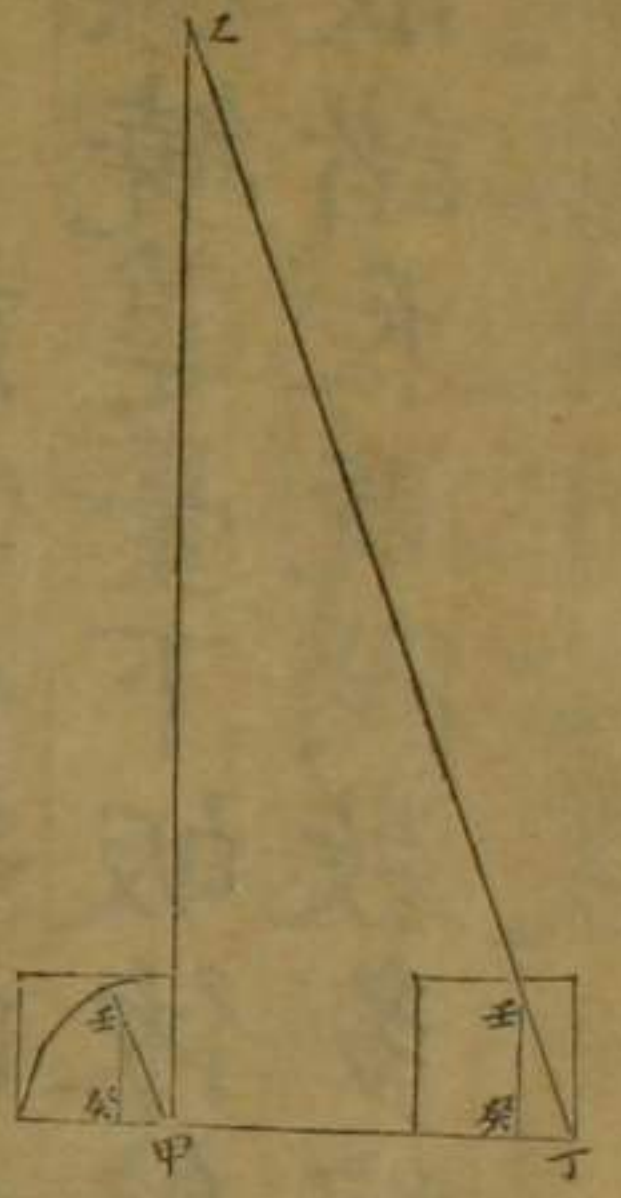
平面測遠

有所測之物如乙。於甲立表安象限。以邊指乙。餘一邊對丁。從甲乙直線上任取九步如丁。於丁復安象限。以邊對甲。闕管指乙。得丁角七十一度三十四分。用切線。算得乙距甲二十七步。



若欲知丁乙之距。依句股法。甲丁甲乙各自乘。并而開方。即得乙丁。

若徑求乙丁。則為以半徑比丁角之割線。若甲丁與丁乙也。是為以句求弦。

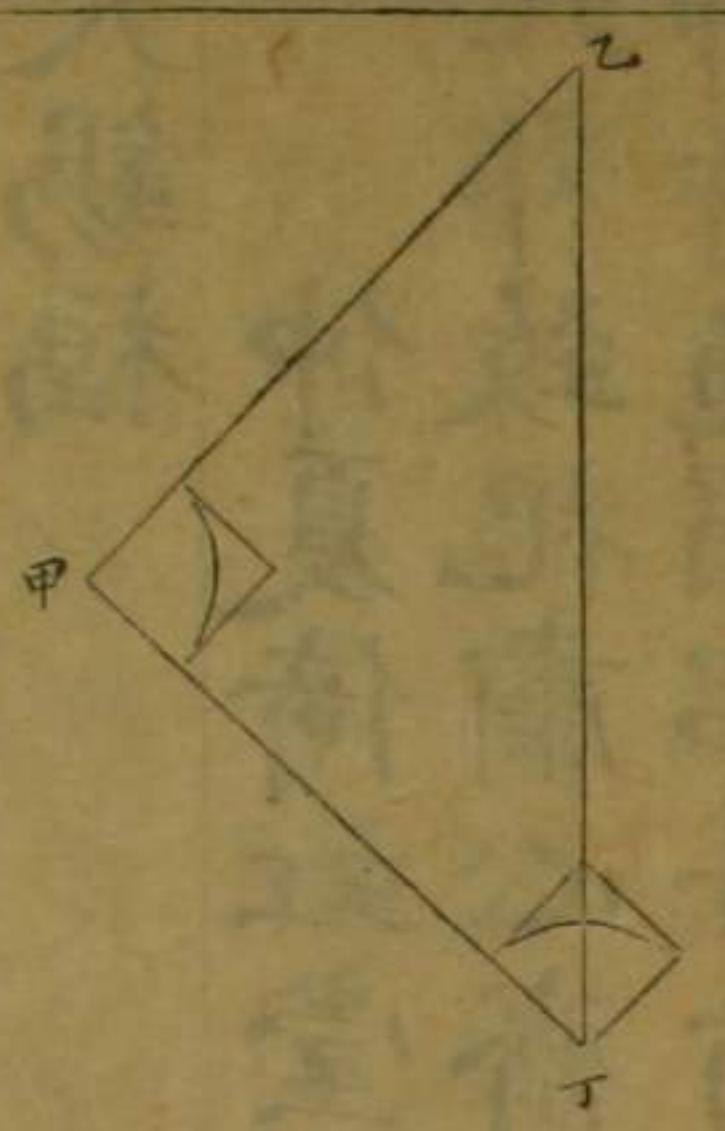


省算用矩度。自丁數自癸。取丁癸之分。如丁甲之距。或三分當一步。或二分作壬癸丁小句股。則壬癸之分。即乙甲也。或一分當步。或二分而丁壬亦即當丁乙數。即徑取之。

若先從丁測。則以測器向甲。指尺向乙。作丁角。次依丁甲直線行至甲。務令測器之一邊順丁甲直線。餘一邊指乙。則甲為正方角。如前算之。即得。若甲非正方角。則於丁甲直線上。或前或後移測。求為正方角。乃止。

三角測遠第二術

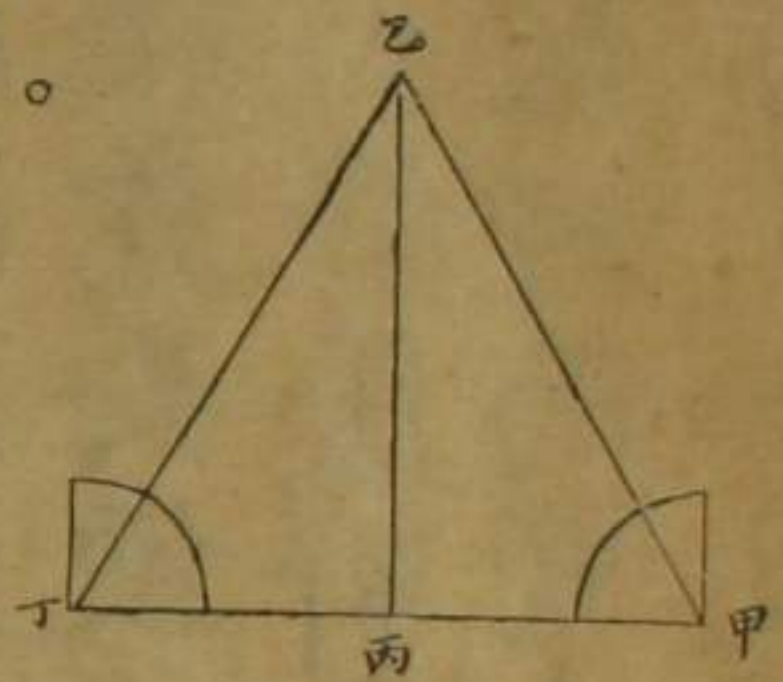
省算法



人在甲。欲測乙之遠。於甲置儀器。一邊向乙。一邊向丁。成正方角。乃依甲丁直線行至丁。以邊向甲。闕管指乙。作四十五度角。即甲丁與甲乙等。

若用矩度。以乙丁線正對方角。則丁角為正方角之半。而甲丁等乙甲。  
論曰。丁角為正方角之半。則乙角亦正方角之半。而句與股齊。故但量甲丁。即知甲乙。

又省算法

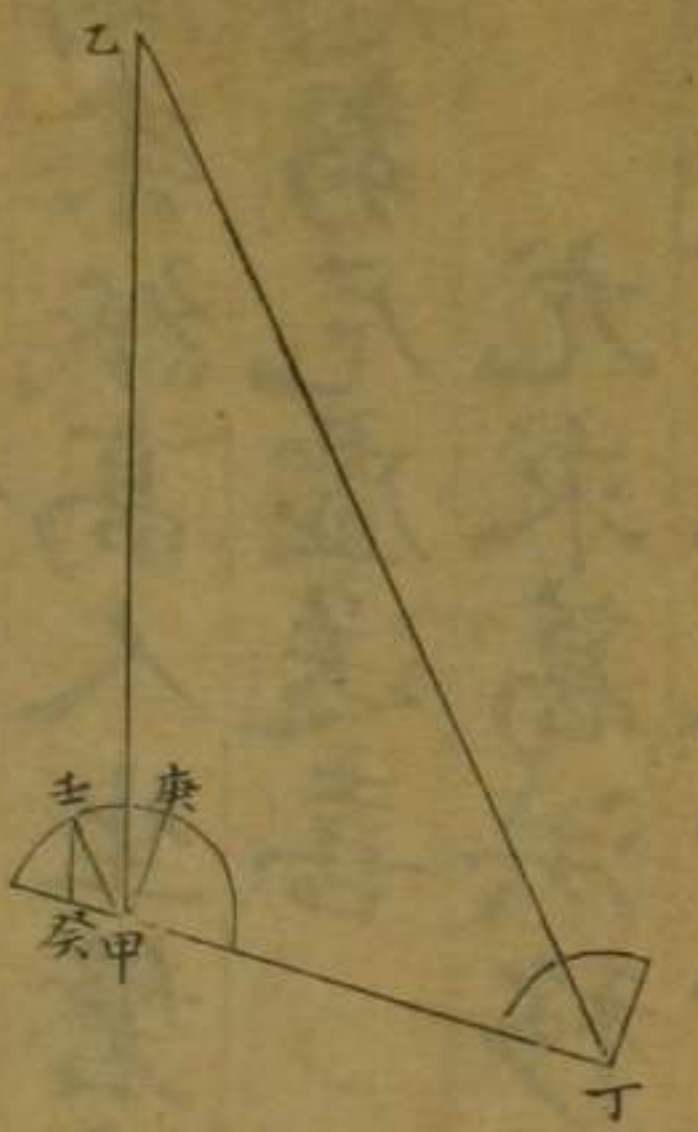


於甲置儀器。以邊向丁。闕管指乙。作六十度角。順甲丁直線行至丁。復作六十度角。則甲丁等甲乙。

論曰。甲角丁角俱六十度。則乙角亦六十度矣。故三邊俱等。若丁不能到。則於甲丁線上取丙。以儀器二邊對甲對乙。成正方角。則甲丙為乙甲之半。

三角測遠第三術

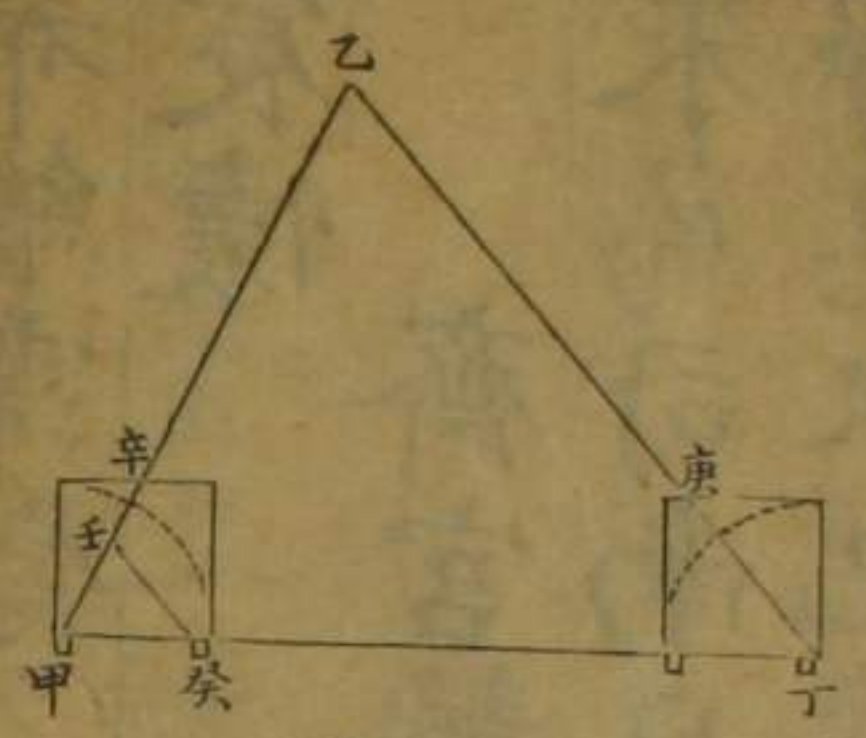
平面測遠用斜角



人在甲測乙。而兩旁無餘地。可作句股。則任指一可測之地。如丁。量得丁甲二十丈。於丁安儀器。以邊向甲。窺筩指乙。得丁角。四十度又於甲安儀器。

以邊指丁。窺筩指乙。得乙甲庚角。二十度加象限。九十度得甲鈍角。一百一十度法為以乙角之正弦。二十度減半周之餘。比丁甲。若丁角之正弦與乙甲。算得乙甲三十六丈八尺二寸。若求乙丁。則為以乙角之正弦比丁甲。若甲角之正弦與乙丁。算得乙丁四十七丈七尺八寸。甲為銳角法同

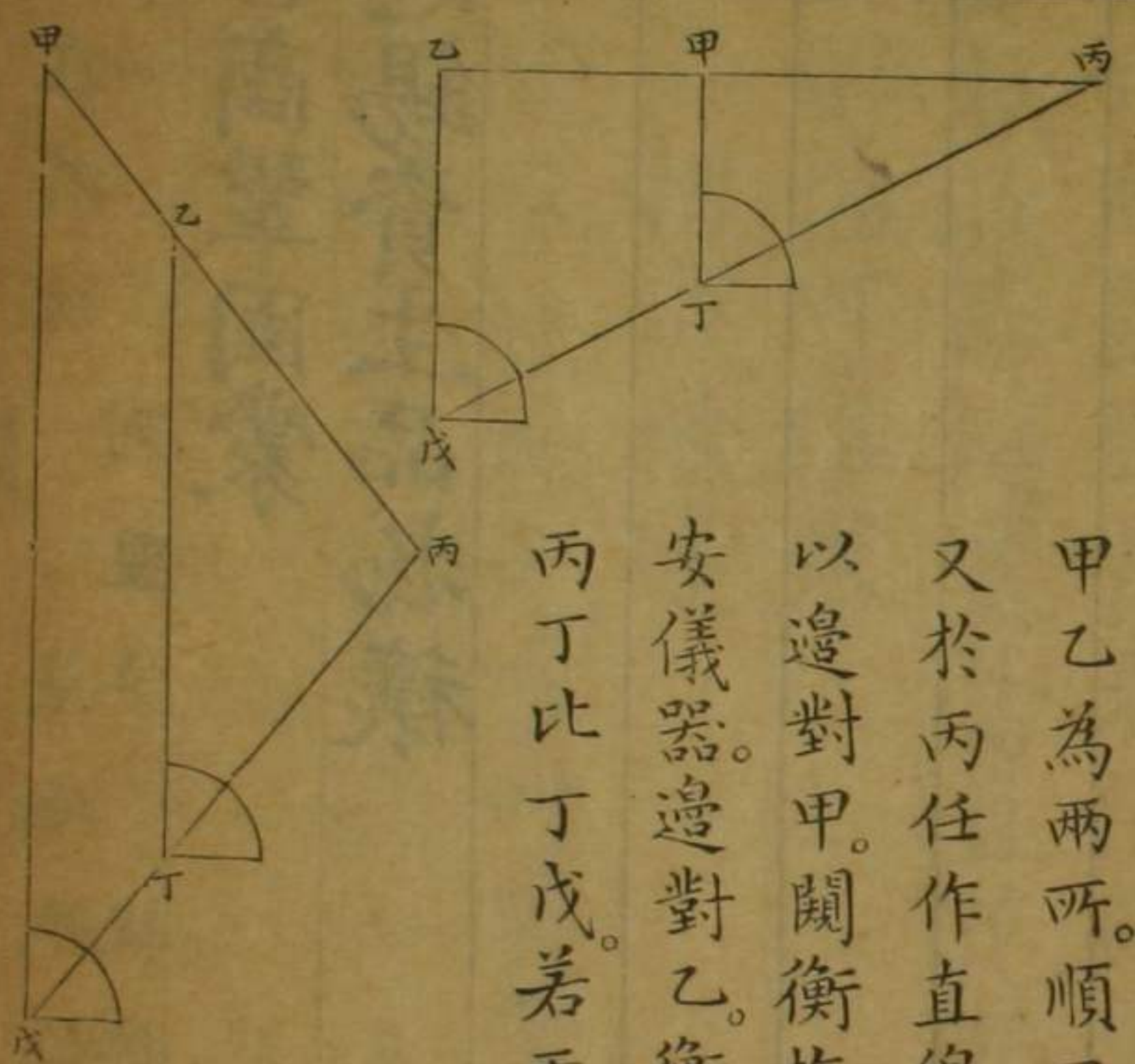
省算法。於儀器作壬甲線。與乙丁平行。作壬癸線。與乙甲平行。成壬癸甲小三角形。與丁乙甲等。則甲癸當甲丁。而壬癸當甲乙。又壬甲當乙丁。用矩度同但於象限內作橫直分。用同矩度論曰。壬角既同乙角。壬甲與乙丁平行。則作角必相等癸鈍角又同甲角。則兩三角相似。而比例等。



銳角形。於甲測乙。用矩度之邊指丁。作甲角。另用一矩度。其矩須于兩面紀度從丁測之。以邊向甲。闕箭指乙。作丁角。末移丁角作癸角。於器上作壬癸線。與乙丁平行。則癸甲當丁甲。而壬甲當乙甲。壬癸當乙丁。

三角測遠第四術

平面測遠。借他線為比例

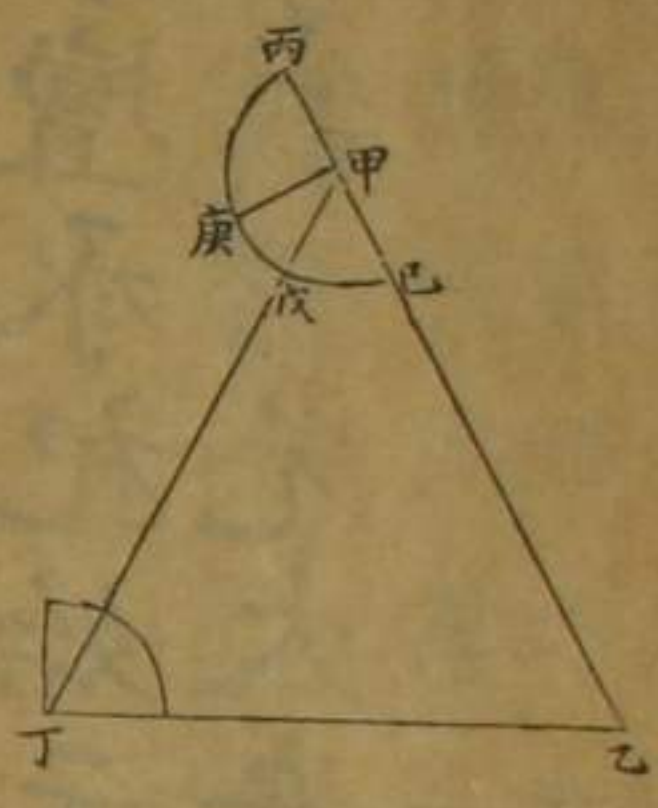


甲乙為兩所。順甲乙直線行。任取若干步至丙。又於丙任作直線至丁。得若干步。於丁安儀器。以邊對甲。闕箭指丙。作丁角。順此直線至戊。復安儀器。邊對乙。衡指丙。作戊角。令與丁角等。則丙丁比丁戊。若丙甲與甲乙

省算法。于乙甲直線上取丙。又從丙作丙戊直線。截丁丙。如乙丙。于丁用象限闕乙。作丁角。再于戊闕甲。作戊角。令



與丁角等則丁戊即甲乙

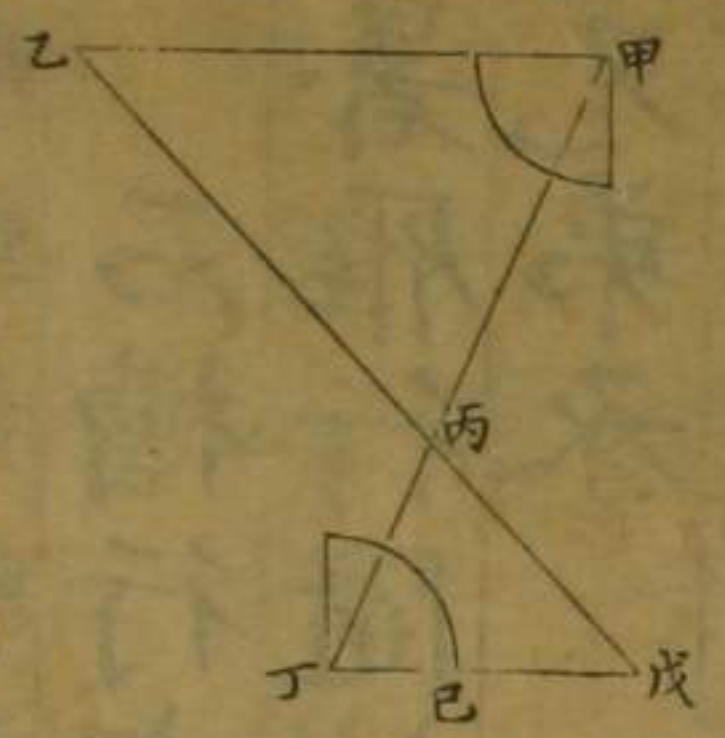


論曰。凡外角能兼內餘二角<sub>丁乙</sub>之度。丁角既為外角之半。則乙角亦外角之半矣。角等者。所對之邊亦等。故甲丁等甲乙。

又法。甲置儀器。指乙指丁作角。以減半周。成外角。已戊為甲角之度。丙庚戊為外角之度。于丁置儀器。指甲指乙。使丁角如半外角之度。但量甲丁。即得

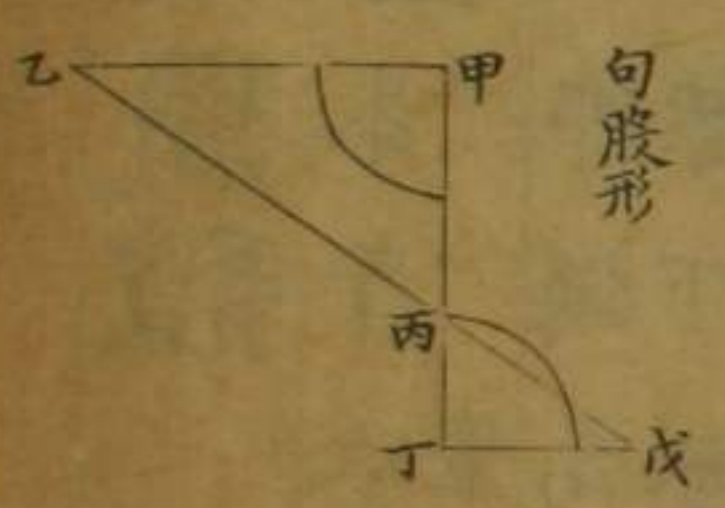
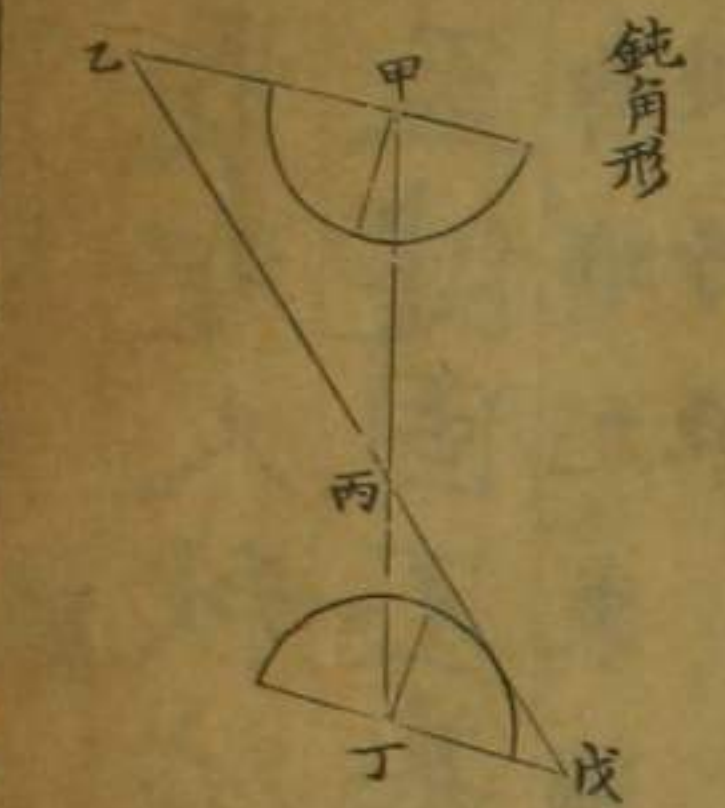
三角測遠第五術

平面測遠。借他形為比例法



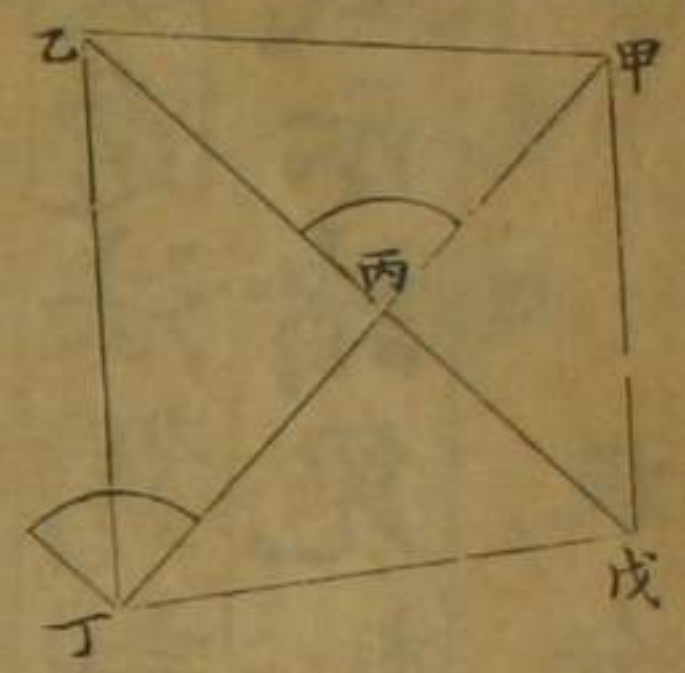
從甲測乙。任立一表於丙。從甲用儀器。以邊向乙。闕管指丙。得甲角。復於丁加儀器。以邊向戊。闕管指丙。使丁丙甲為一直線。而作丁角與甲角等。乃順儀器邊。取直線至戊。令戊

丙乙為一直線。則丁丙與丁戊。若丙甲與甲乙<sub>鈍角形。句股形。並同一理</sub>



論曰。丙戊丁與丙甲乙<sub>形相似。以兩形之丙角為交角。必相等。而丁角又等甲角。則戊角亦等乙角矣。故其比例等</sub>

三角測遠第六術 省筭



有甲乙兩所。欲測其距。如前立丙表。以器測得

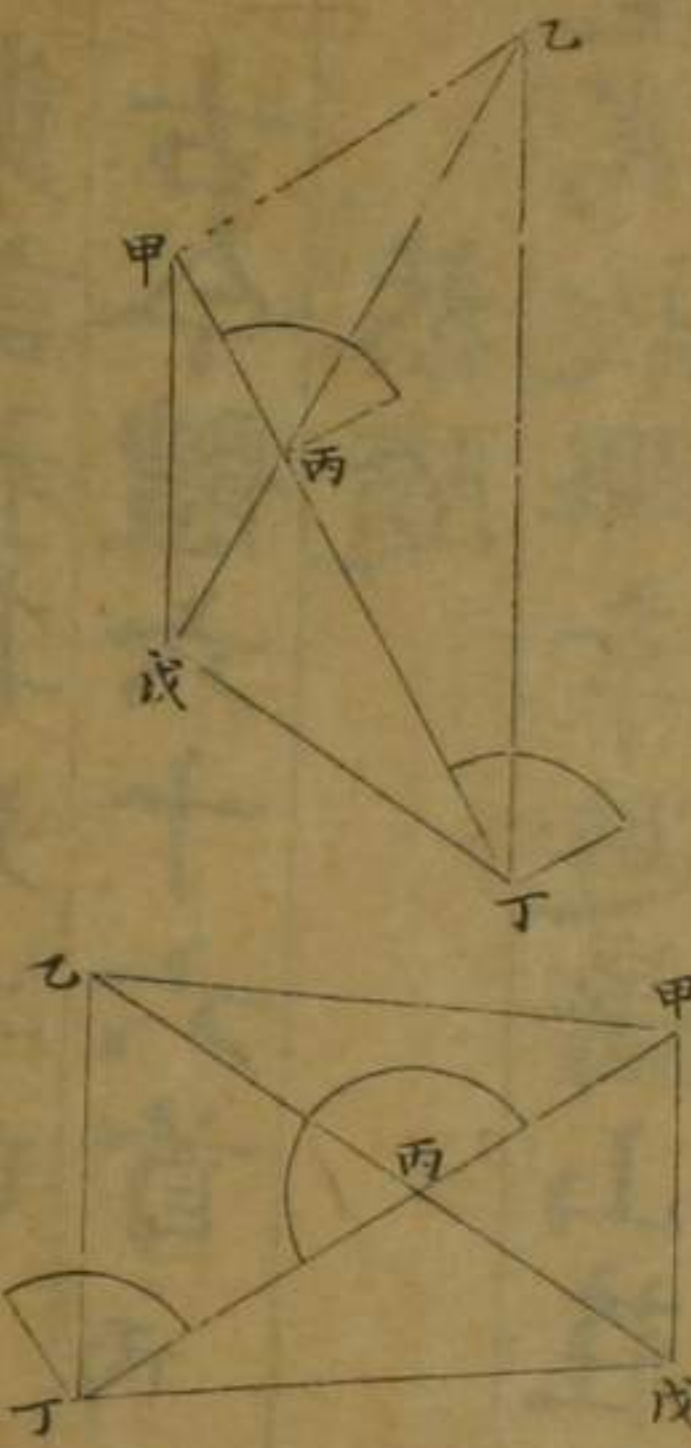
甲丙乙角之度。又順乙丙直線行至戊。令丙戊

之距。同甲丙而止。再從戊行至丁。從丁闌丙至

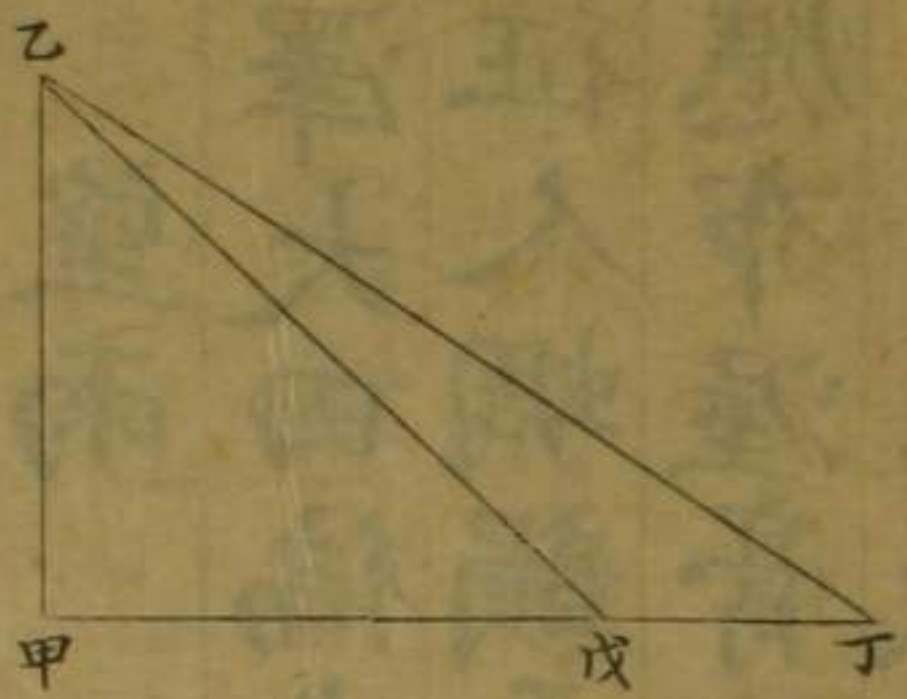
甲。成一直線。于此直線上。進退移測。使乙丁丙

角。為乙丙甲角之半。則但量丁戊。即同乙甲

論曰。甲丙與丙戊既相等。乙丁丙角。為乙丙甲外角之半。則丙乙丁角。亦外角之半。是乙丙與丁丙亦等也。而丙交角又等。是甲丙乙三角形。與戊丙丁形等角等邊也。故丁戊即乙甲



三角測遠第七術 重測



甲乙為兩所。欲測其距。而俱不能到。則兩測

之于戊于丁。量得戊丁之距。用器測得

戊角。五十分。丁角。三十分。兩角之餘切

線較。五五。為一率。半徑。一。為二率。戊

丁步十六。為三率。得四率。為乙甲之距。步三十

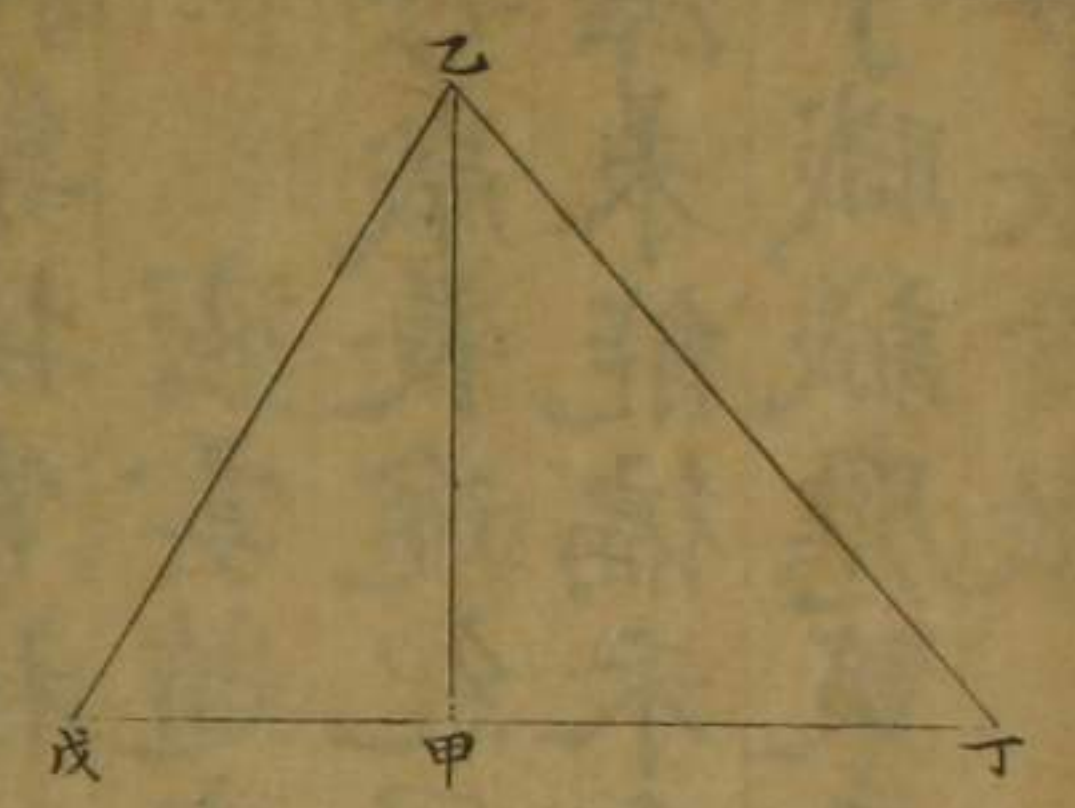
若求戊甲之距。以兩測之餘切較。五五。為一率。先測戊角之

餘切。八一八。為二率。丁戊步十六。為三率。得四率。戊甲步二十四

論曰。此即古人重表測遠法也。必丁戊甲直線。與乙甲線。橫直

相遇。使甲為正角。其筭始真。假如乙甲正南北距。則丁戊甲必

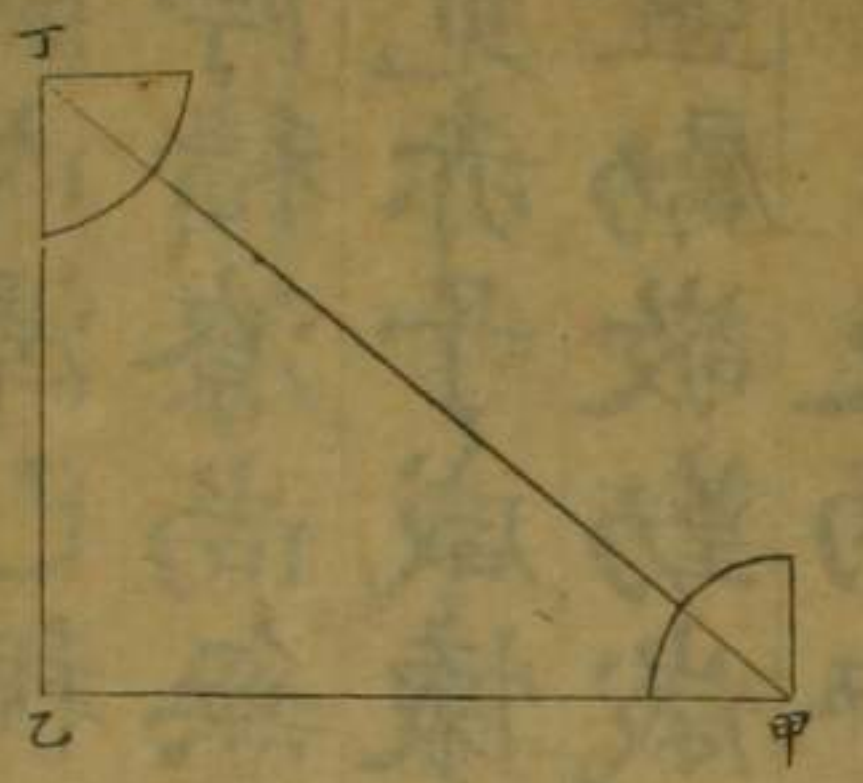
三角測遠第八術  
分兩處重測



乙岸在河東。欲測其距西岸之遠。如甲。則任於甲之左右。取丁戊兩所。與甲參相直而距河適均。測得丁角<sup>五十四度四分</sup>。戊角<sup>五十五度四分</sup>。用兩角度之餘切線并<sup>一五〇</sup>。為一率。半徑<sup>一〇〇</sup>。為二率。丁戊之距<sup>九十六步</sup>。為三率。求得<sup>四十六步</sup>。為兩岸闊。

論曰。此法但取丁戊直距。與河岸平行。則不必預求甲點。而自有乙甲之距。為丁戊之垂線。尤便於測河。視用切線較更簡捷而穩當矣。

三角測遠第九術  
用高測遠

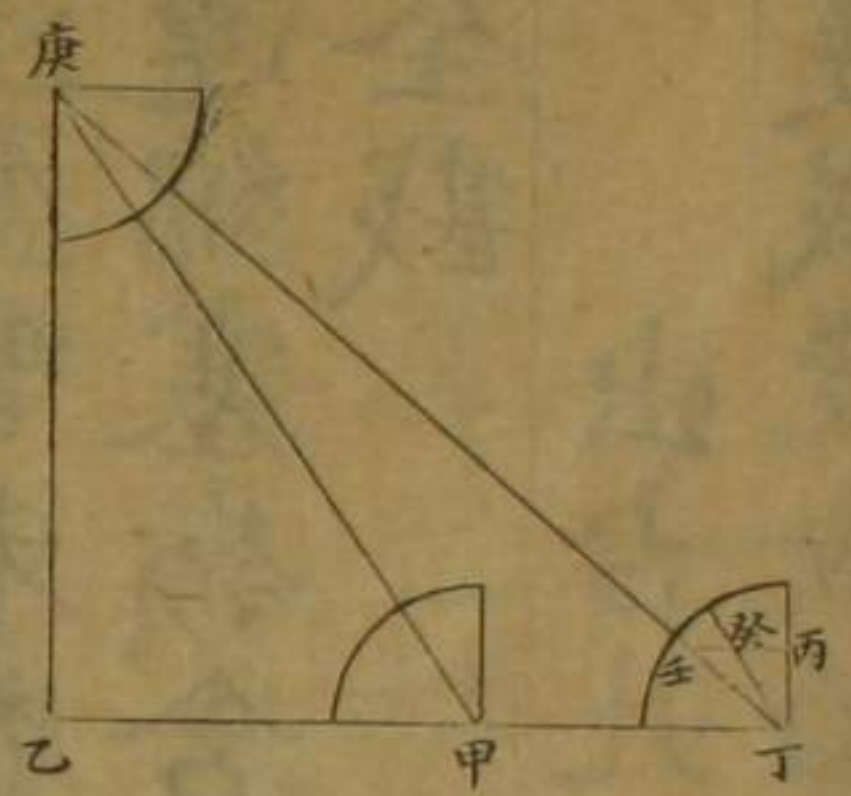


甲乙為兩所。不知其遠。而先知丁乙之高。於甲用儀器測丁乙之高幾何度分。即知甲乙法為半徑比甲角之餘切。若丁乙高與甲乙之遠。

若人在高處如丁。用高測遠。則為半徑比丁角之切線。若丁乙與甲乙。其理並同。但於丁加儀器。而用正切。

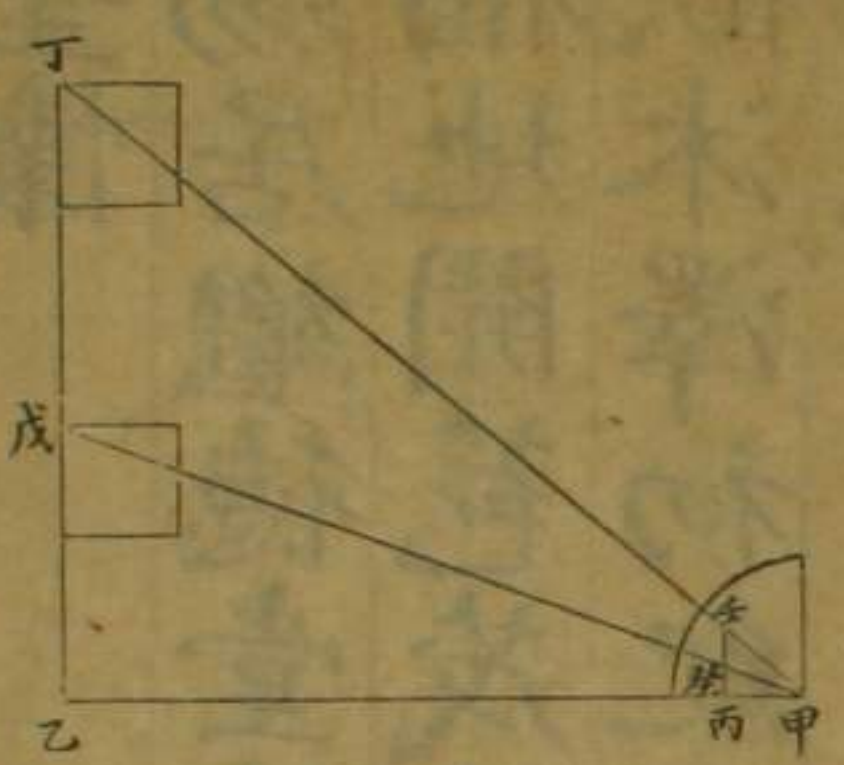
三角測遠第十術

用不知之高測遠



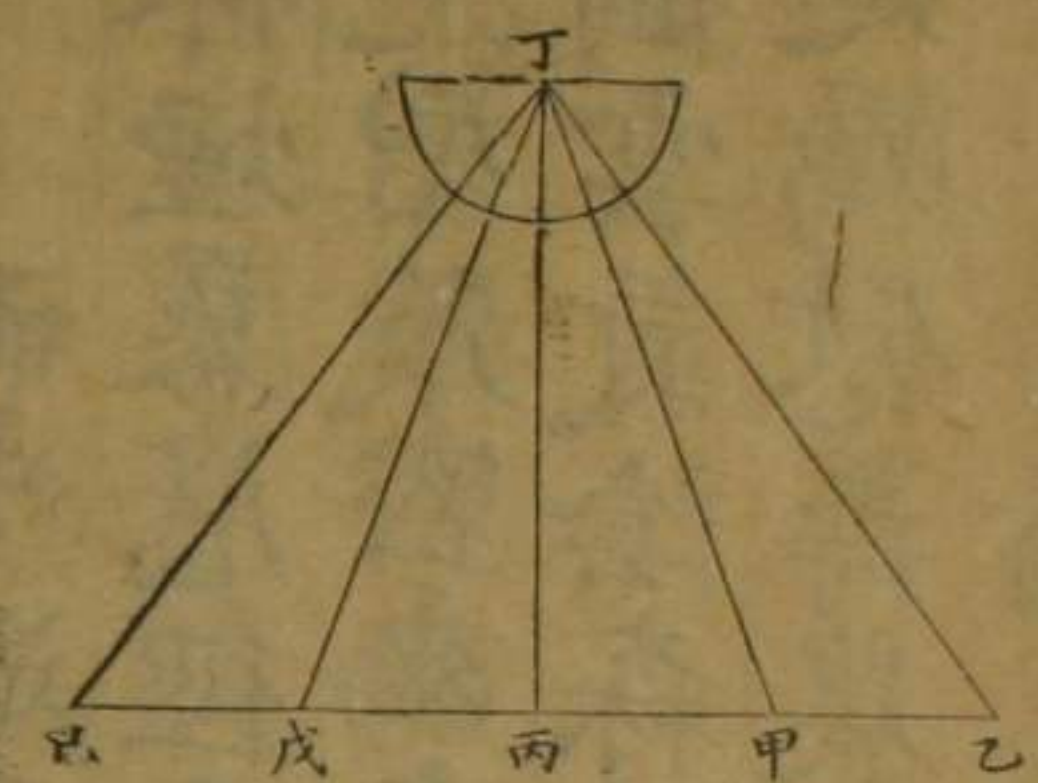
欲知丁乙之遠而不能至乙乙之上有庚又不知庚乙之高法用重測先於丁測之得丁角一三十八度又依丁乙直線進至甲測之得甲角一十三分五兩餘切較。五。一。為一率。丁角餘切。一。七。為二率。丁甲之距。步。二十。為三率。得四率丁乙步。四十七。或丁後有餘地退後測之亦同省筭作壬癸丙線以壬癸分當丁甲之距壬丙當丁乙之遠若人在高處如庚於庚測丁測甲以求丁乙其法亦同但於庚施儀器而用正切法為以兩庚角之切線較化丁庚乙之切線若丁甲與丁乙

三角測遠第十一術  
用高上之高測遠



甲乙為兩所而乙之根為物所掩如山麓有壘河林木蔽虧或鳥嶼盤糾荻葦深阻難得真距若用兩測甲外又無餘地但取其高處如戊為山顛山上有石臺臺上有塔如丁丁戊之高原有定距以此為用從甲測丁又測戊得兩角甲一丁乙求其切線法為以切線較比半徑若丁戊與乙甲省筭作壬癸丙小線以壬癸當丁戊則甲丙當甲乙矩度同若從高測遠則於丁於戊兩用儀器測甲用丁戊兩角之餘切較以當丁戊而半徑當甲乙其理亦同

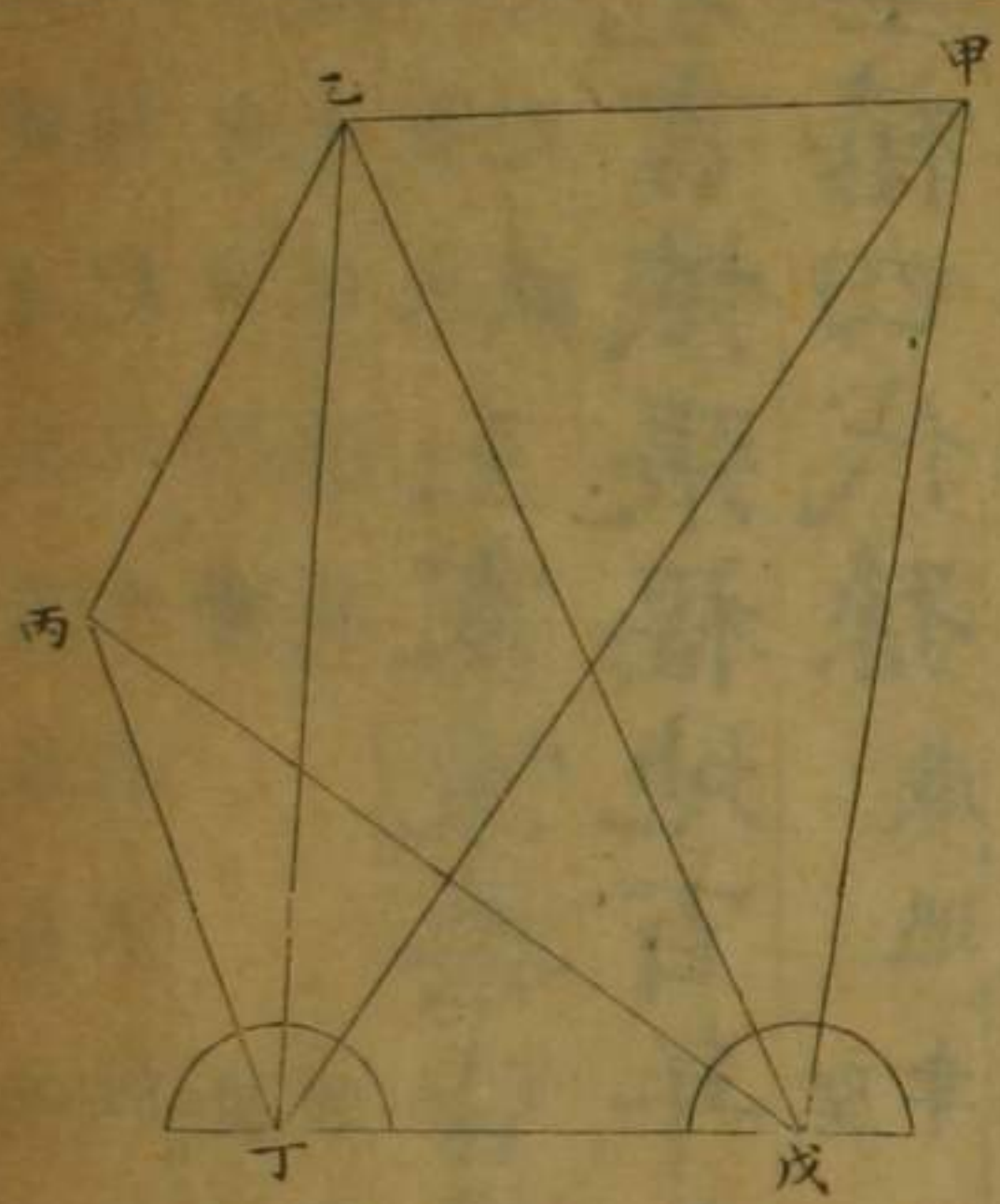
三角測遠第十二術  
從高測兩遠



甲乙兩遠。人從高處測之。于丁用儀器。測甲  
 測乙。得兩丁角。一甲丁丙。二乙丁丙。法為以半徑比兩  
 角之切線較。若丁丙高與乙甲也。  
 又法。既得兩角。則移儀器窺戊。作戊丁甲角。  
 如甲丁丙之倍度。又移窺己。作己丁乙角。如  
 乙丁丙之倍度。則但量己戊。即知乙甲

三角測遠第十三術  
連測三遠

丙乙為跨水長橋。甲乙為橋端斜岸。今於丁測橋之長。并甲乙  
 岸闊及其距丁之遠近

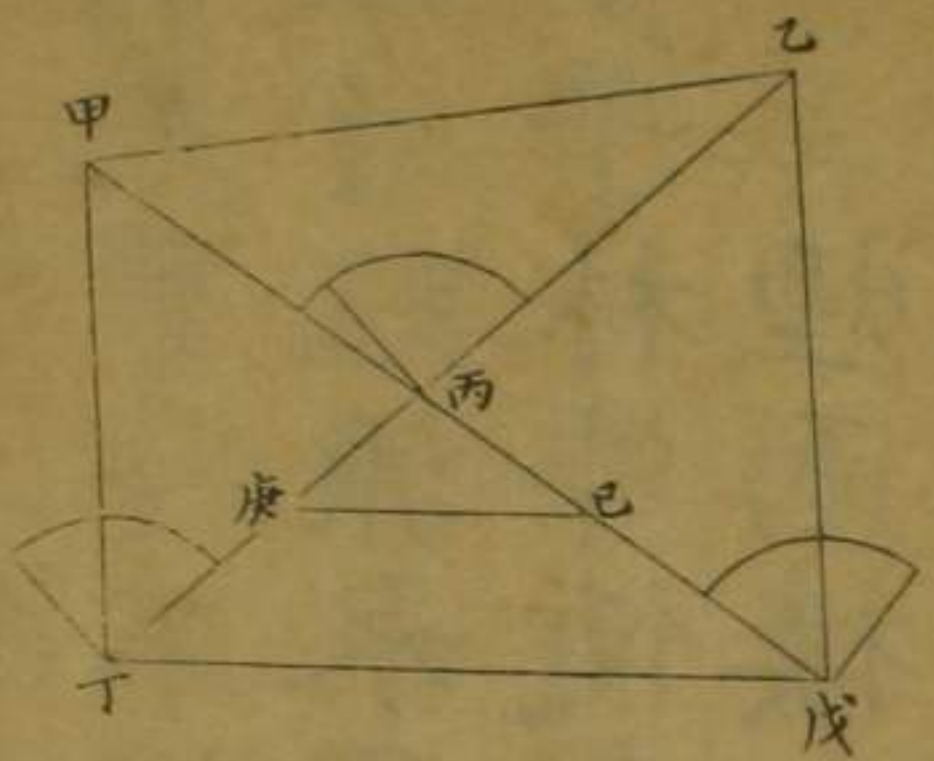


法於丁安儀器。以邊指戊。衡指甲  
 指乙。指丙。作丁角五。一甲丁戊。二  
 乙丁戊。三乙  
 丙。皆丁角。而有大小  
 次順儀器邊。直行至戊。得丁戊之  
 距。於戊復用儀器。以邊指丁。衡指  
 丙。指乙。指甲。作戊角三。一丁戊丙。  
 二乙戊丙。  
 三甲戊丁。皆戊  
 角。而有大小

一甲丁戊形。有丁角。戊角。有丁戊邊。可求甲丁邊。  
 一乙丁戊形。有丁角。戊角。有丁戊邊。可求乙丁邊。  
 一戊丁丙形。有戊角。丁角。有丁戊邊。可求丁丙邊。  
 以上並二角一邊。求餘邊。得甲乙丙三處距丁之遠近。  
 一乙丁丙形。有丙丁邊。乙丁邊。有丁角。可求乙丙邊。  
 一乙丁甲形。有甲丁邊。乙丁邊。有丁角。可求乙甲邊。  
 以上並二邊一角。求餘邊。得岸闊與橋長。

三角測斜坡第一術

斜坡上平面測兩所之距



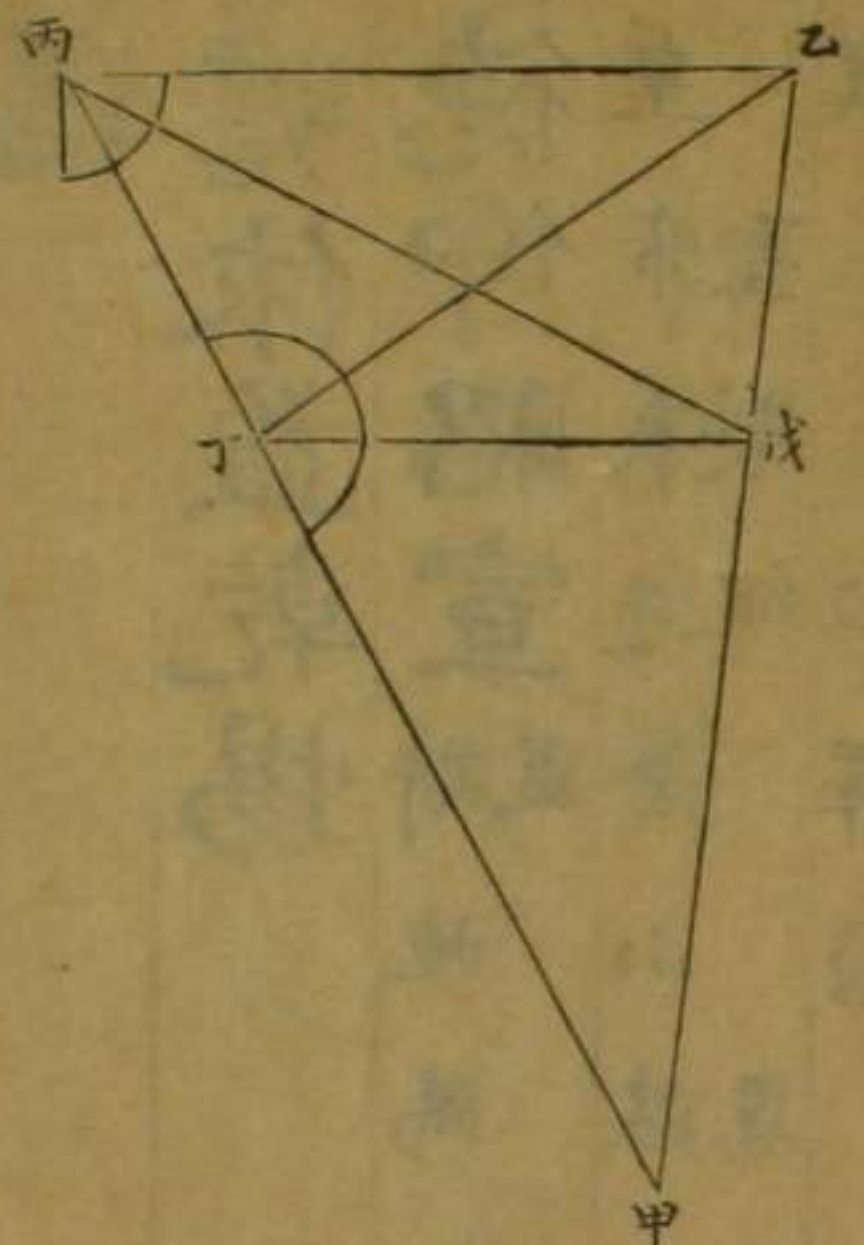
斜坡上有甲乙兩所。欲量其相距之數。任立  
 丙表。測得乙丙甲角度。乃順甲丙直線進退  
 闕乙。至戊。得乙戊丙角。為乙丙甲角之半。又  
 橫過至丁。從丁闕丙至乙成一直線。順此直  
 線進退闕甲。至丁得甲丁丙角。亦為丙角之  
 半。則丁戊即乙甲

又法。不必立表。但任指一點為丙。而於甲丙直線上。任取己點。  
 乙丙直線上任取庚點。作庚丙己三角形。有己角庚角。即知丙  
 角。末乃如上作丁戊兩角為丙角之半。即所求

論曰。此因乙甲在斜面高處而不能到。故借用丁丙戊形測之。以丁丙戊乙丙甲兩形相等故也。何則。丙交角既等。而乙丙甲外角。原兼有丙乙戊乙戊丙兩角之度。戊角既分其半。乙角亦半。則兩角等。而乙丙戊丙兩邊亦等矣。準此論之。則甲丁丙角為丙外角之半者。丁甲丙角亦必為丙外角之半。而甲丙丁丙亦等矣。兩形之角既等。各兩邊又等。則三邊俱等。而戊丁即乙甲

若甲乙兩所在下。而丁戊兩測在上。亦同

三角測斜坡第二術  
斜坡測對山之斜高

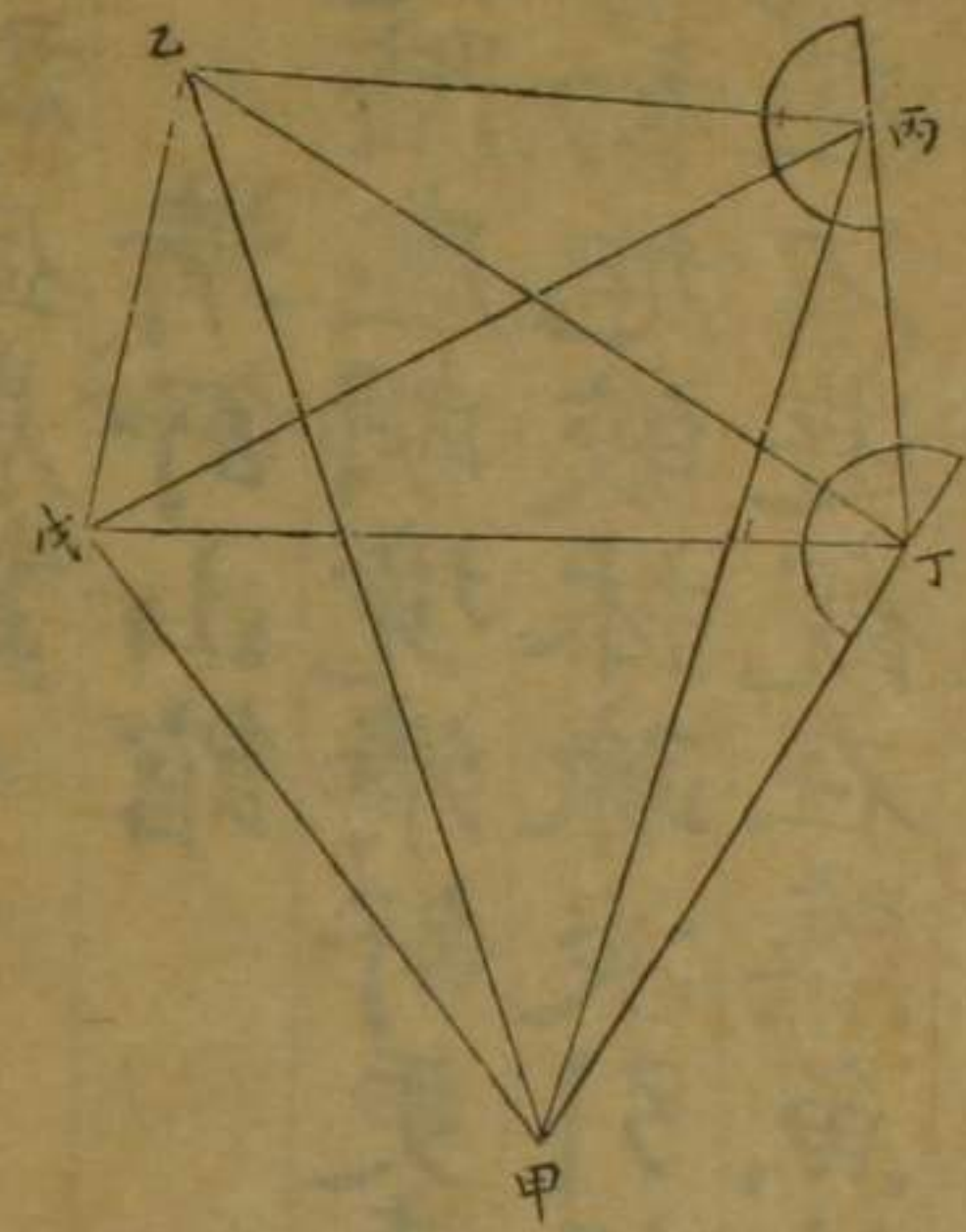


對山之斜高如甲戊乙。於對山之斜坡測之。如丙丁。先量得丙丁之距。於丙安儀器。得丙角二。  
 丙丁於丁安儀器。得丁角四。  
 丙丁戊。三戊丁。成各三角形。  
 丙四乙丁甲。成各三角形。  
 先用乙丙丁形。有丙角。丁角。及丁丙邊。測乙丁邊。次用戊丙丁形。有丙角。及丁丙邊。測丁戊邊。三用乙丁戊形。有乙丁戊角。及乙丁邊。測乙甲邊。乙甲內減乙戊邊。四用乙丁甲形。有乙丁角。及乙丁邊。測乙甲邊。乙甲內減乙戊邊。得戊甲邊。乙戊甲為垂線之高。法同。

三角測斜坡第三術

測對坡之斜高及其巖洞

從丙從丁測對面之斜坡戊甲及乙戊

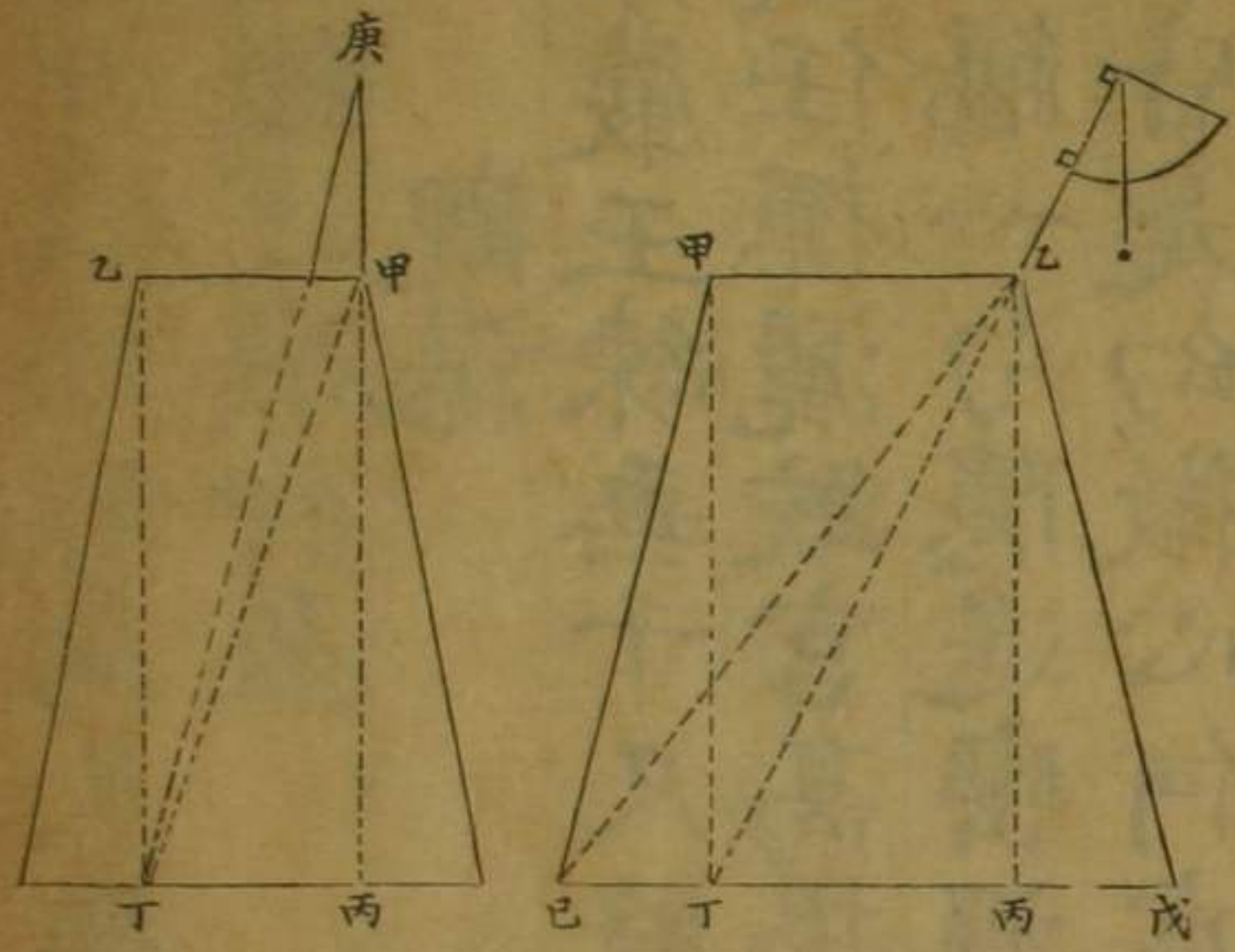


丙戊形。有丙戊邊。丙  
甲邊。丙角。丙  
或戊為高處基址。乙為房檐。亦同

- 一 乙丙丁形。有丙丁兩測之。可求
- 乙丁邊。二 戊丙丁形。有丙丁兩測之。可求
- 可求丁戊丙戊二邊。三 乙丁戊
- 形。有乙丁兩測之。可求乙戊邊。為所
- 測對山上斜入之巖。四 丙丁甲
- 形。有丙丁兩測之。可求丙甲邊。五 甲

三角測深第一術

測井之深及闊

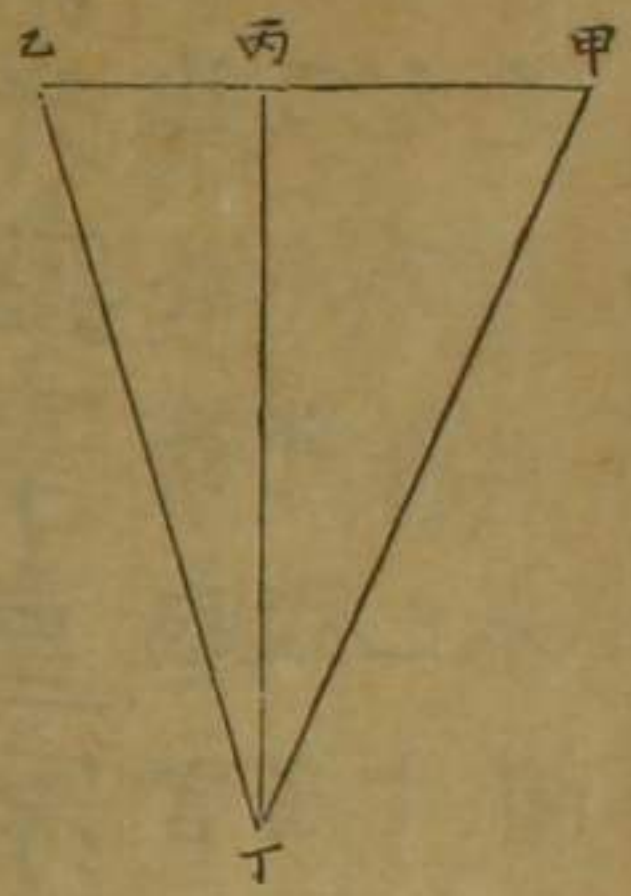


甲乙為井口之闊。於甲作垂線至丁。  
或用磚石投之。以識其處。從乙測之。得乙角。成甲  
乙丁句股形。即以甲乙井口為句。得  
甲丁股。為井之深。既得乙丙深。甲  
丁即可用乙己戊形。得己戊。為底闊。  
法以半徑當井深。乙以兩乙角。乙一戊  
乙丙之切線。并當井底之闊。戊己  
若不知井口。則立表于井口。如庚甲。  
求庚甲二角。成庚甲丁形。測之。



三角測深第二術

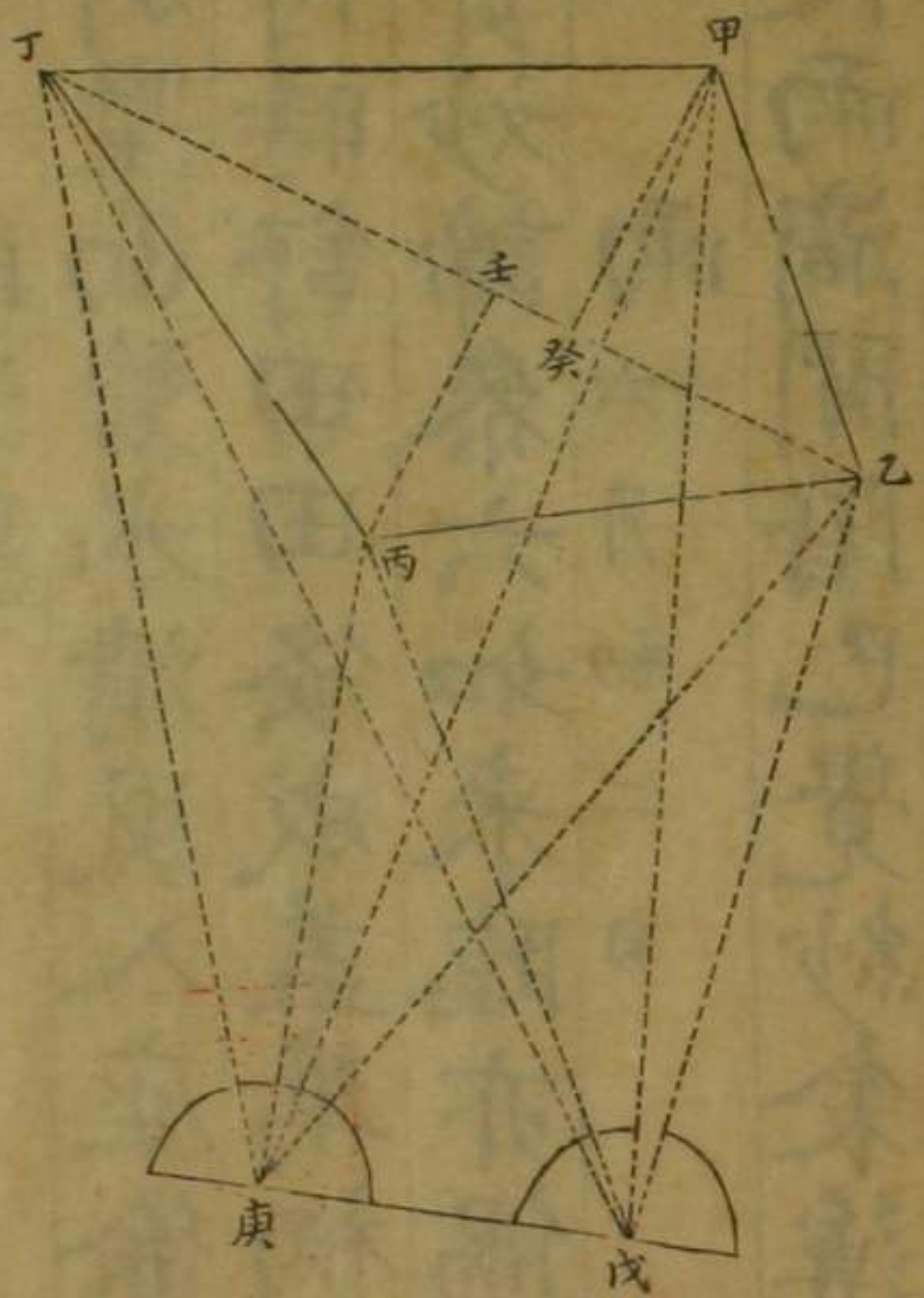
登兩山測谷深



先於二山取甲乙之平。而得其距數為橫線。即可用三角形求丙丁垂線。為谷之深。與測高同理。亦可用以測高也法為甲乙兩角之餘切線。并此半徑。若甲乙與丙丁

論曰深與高同理。測深之法。即測高之法也。存此數則以發其例。有不盡者。于測高諸術詳之。可也。

附隔水量田法



甲乙丙丁田。在水中不可得量。于岸上戊庚兩處用儀器測之。得諸三角形。算得其邊。一甲乙。二乙丙。三丙丁。四丁甲。次求乙丁對角線。分為兩三角形。一甲乙丁。二丙乙丁。末用和較法求得分形之兩垂線。甲一

或<sup>二</sup>并兩垂線而半之。以乘乙丁。即得田積

凡有平面形在峭壁懸崖之上。及屋上承塵可以仰觀者。並可

以日法測之

一  
二  
三  
四  
五  
六  
七  
八  
九  
十

十一  
十二  
十三  
十四  
十五  
十六  
十七  
十八  
十九  
二十

