

1877-88

三角法舉要卷二

算例

三角形有三類

一曰句股形

即直角三邊形也。有正方角一。餘並銳角

一曰銳角形

三角並銳

一曰鈍角形

三角內有鈍角一。餘並銳角

以上三類。總謂之三角形。其算之各有術



平天數
 懸四寸
 結餘使心
 備取
 合五寸
 實數
 平天數

句股形第一術 有一角一邊求餘角餘邊

內分二支

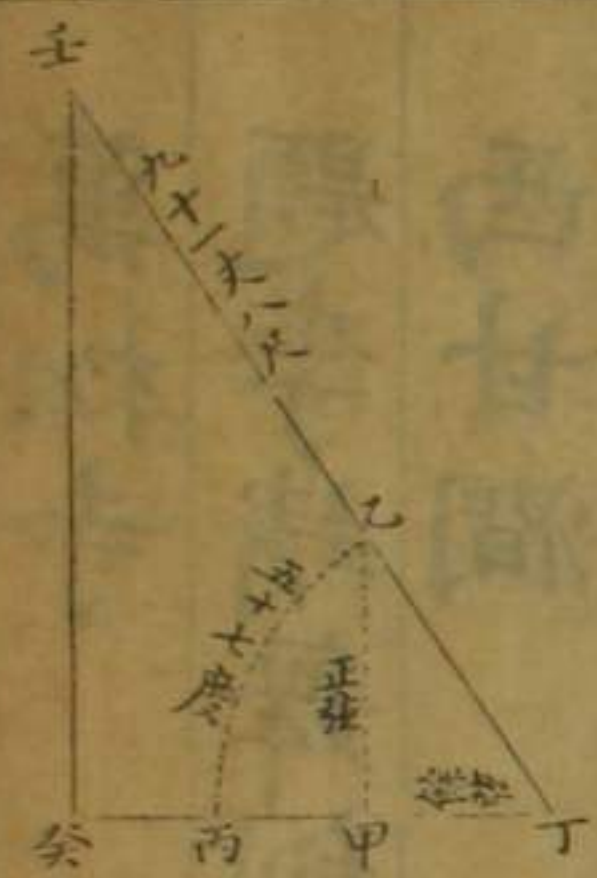
一先有之邊為弦

一先有之邊為句 或先有股亦同

假如壬癸丁句股形有丁角五十七度。壬丁弦九十一丈八尺。

求餘角餘邊

一求癸丁邊



術曰。以半徑全數。比丁角之餘弦。若壬丁弦與癸丁句。丁半徑即丁乙。比甲丁。若壬丁比丁癸。

一率原設半徑 一〇〇〇〇〇 為法

二率原設丁角五十七度餘弦 〇五四四六四 相乘為實

三率原設壬丁邊 九十一丈八尺 法除實得所求

四率原設癸丁邊 五十丈 法除實得所求

一求壬癸邊 術曰以半徑比丁角之正弦若壬丁弦與壬癸股

一率原設半徑 一〇〇〇〇〇 為法

二率原設丁角五十七度正弦 〇八三八六七 相乘為實

三率原設壬丁邊 九十一丈八尺 法除實得所求

四率原設壬癸邊 七十七丈 法除實得所求

以丁角五十七度與象限九十度相減得餘三十三度為壬角

計開

先有之三件

癸正方形角九十度 丁角五十七度 壬丁弦九十一丈八尺

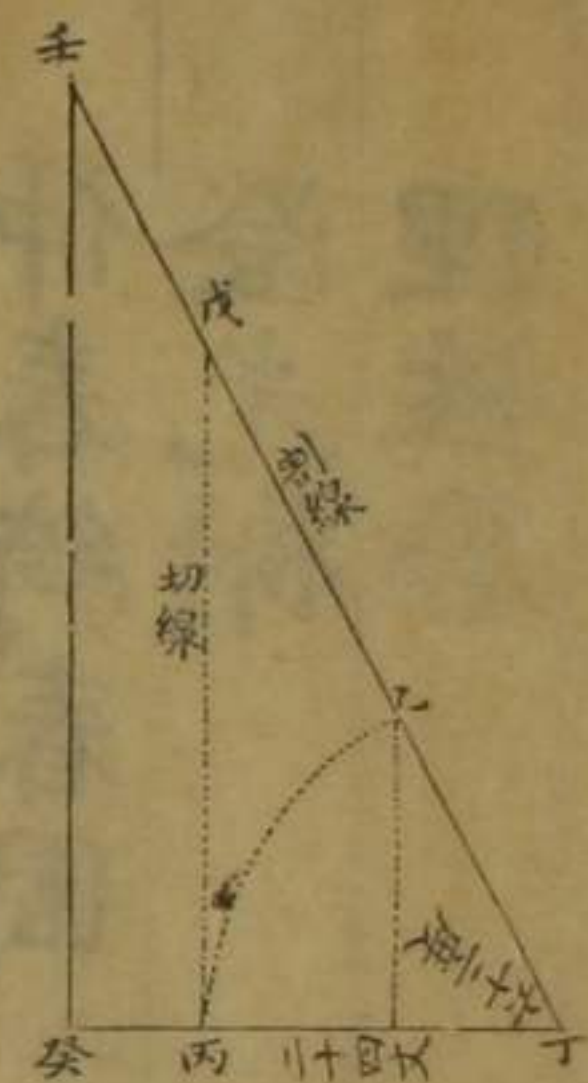
今求得三件

癸丁句五十七丈 壬癸股七丈 壬角三十三度

右例先得弦以求句股也是為句股形第一術之第一支

三角法舉要 卷二
 假如壬癸丁句股形有丁角六十二度。癸丁句二十四丈。求餘角餘邊

一求壬角
 以丁角六十二度。與象限相減。得餘二十八度。為壬角



戊丙丁句股形。以戊丙切線為股。丙丁半徑為句。戊丁割線為弦。是丁角。原有之線。今壬癸丁句股形。既同丁角。則其比例等

一求壬丁邊
 術為以半徑比丁角之割線。若癸丁句。與壬丁弦

一原設半徑 一〇〇〇〇 為法
 二原設丁角六十二度割線 二一三〇〇 五 相乘為實
 三今有癸丁邊 二十四丈
 四所求壬丁邊 五十一丈一尺 法除實得所求
 一求壬癸邊

術為以半徑比丁角之切線。若癸丁句。與壬癸股

一原設半徑 一〇〇〇〇 為法
 二原設丁角六十二度切線 一八八〇七 三 相乘為實
 三今有癸丁邊 二十四丈
 四所求壬癸邊 四十五丈一尺 法除實得所求
 計開

先有之三件

癸正方角

丁角 六十二度

癸丁句 四十二丈

今求得三件

壬角 二十八度

壬丁弦 丈五十一尺

壬癸股 丈四十五尺

右例。先得句。以求弦及股也。或先得股。以求弦及句。亦同。是為句股形第一術之第二支。

句股形第二術 有邊求角

亦分二支

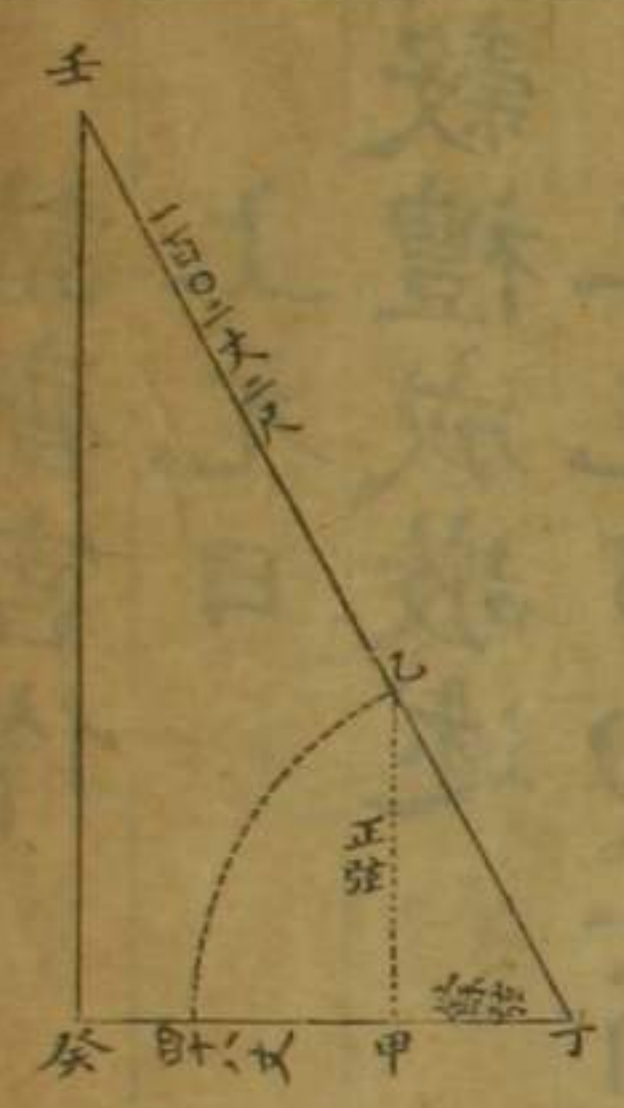
一先有二邊

一先不知正方角而有三邊 新增

假如壬癸丁句股形。有壬丁弦一百。二丈二尺。癸丁句四十丈。求二角一邊。

一求丁角

術為以壬丁弦。比癸丁句。若半徑乙丁。與丁角之餘弦甲丁。



一 壬丁邊 一百〇二丈二尺 今有之弦為法

二 癸丁邊 〇四十八丈 今有之句 相乘為實

三 半徑 一〇〇〇〇〇 原設之弦

四 丁角餘弦 〇四六九六六 法除實得所求原設句

依術求得丁角六十二度 以所得餘弦檢表即得

一 求壬角

以丁角六十二度 與象限相減得餘二十八度為壬角

一 求壬癸邊

術為以半徑比丁角之正弦若壬丁弦與壬癸股

一 半徑 一〇〇〇〇〇

二 丁角 六十度 正弦 〇八八二九五

三 壬丁邊 一百〇二丈二尺

四 壬癸邊 〇九十丈〇二尺三寸

計開

先有之三件

壬丁弦 丈一百〇二 癸丁句 丈四十 癸正方角

今求得三件

丁角 六十度 壬角 八十度 壬癸股 九丈三寸

右例以邊求角而先知方角故只用二邊也是為句

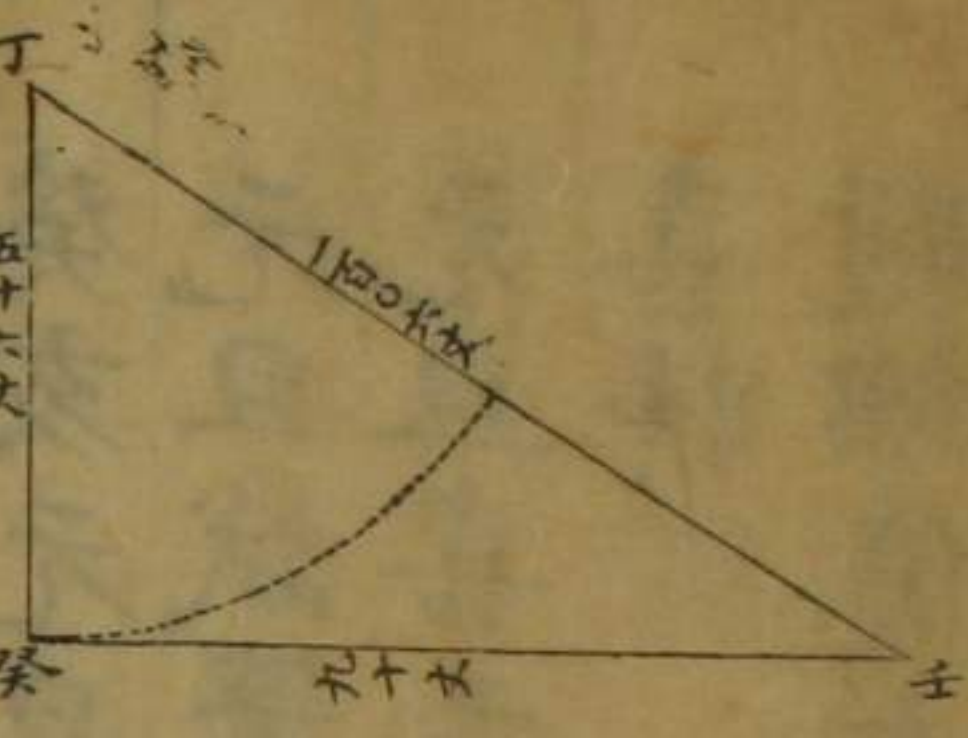
股形第二術之第一支 此先有二邊為弦與句故用

則用切線其比

例之理一也

假如壬癸丁三角形有壬丁邊一百。六丈。壬癸邊九十丈。癸丁邊五十六丈。求角

一求癸角



一求丁角

依術求得癸角為正方角。定為句股形

術以壬丁大邊與丁癸邊相加得一百六十二丈為總。又相減得五十丈為較。以較乘總得八千一百丈為實。以壬癸邊九十丈為法除之。仍得九十丈。與壬癸邊數等。即知癸角為正方角

術為以丁癸邊比壬癸邊。若半徑與丁角之切線

一 丁癸句 五十六丈

二 壬癸股 九十丈

三 半徑 一〇〇〇〇

四 丁角切線 一六〇七一四

依術求得丁角五十八度。六分。以所得切線檢表即得

一求壬角

以丁角五十八度。六分。與象限相減得餘三十一度五十四分。為壬角

計開

先有三邊

三角法
卷二
壬丁邊 一百六丈
壬癸邊 九十丈
癸丁邊 五十六丈

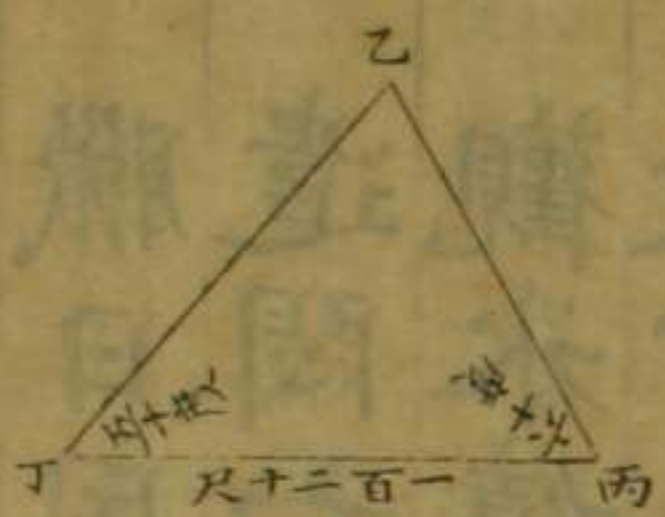
求得三角

癸正方角 五十八度六分
丁角 三十一度五十四分
壬角 五十九度四分

右例亦以邊求角。而先不知其為句股形。故兼用三邊。是為句股形第二術之第二支。

銳角形第一術 有兩角一邊。求餘角餘邊。
假如乙丙丁 銳角形。有丙角 六十度。丁角 五十度。丙丁邊 一百二十尺。

先求乙角



術以丙角 六十度。丁角 五十度。相併得 一百一十度。以減半周 一百八十度。餘 七十度。為乙角。

次求乙丁邊

術為以乙角正弦。比丙丁邊。若丙角正弦。與乙丁邊。

一	乙角	七十度	正弦	九三九六九
二	丙丁邊	即乙角對邊		一百二十尺
三	丙角	六十度	正弦	八六六〇三
四	乙丁邊	即丙角對邊		一百一十尺〇六寸

次求乙丙邊

術為以乙角正弦比丙丁邊。若丁角正弦與乙丙邊

一	乙角	七十度	正弦	九三九六九
二	丙丁邊	即乙角對邊		一百二十尺
三	丁角	五十度	正弦	七六六〇四
四	乙丙邊	即丁角對邊		九十七尺八寸

計開

先有之三件

丙角	六十度	丁角	五十度	丙丁邊	一百一十尺
----	-----	----	-----	-----	-------

今求得三件

乙角	七十度	乙丁邊	一百一十尺〇六寸	乙丙邊	九十七尺八寸
----	-----	-----	----------	-----	--------

右例。先有之邊在兩角之間也。若先有之邊與一角相對亦同。蓋三角形有兩角。即有第三角。故無兩法

銳角形第二術 有一角兩邊求餘角餘邊

此分二支

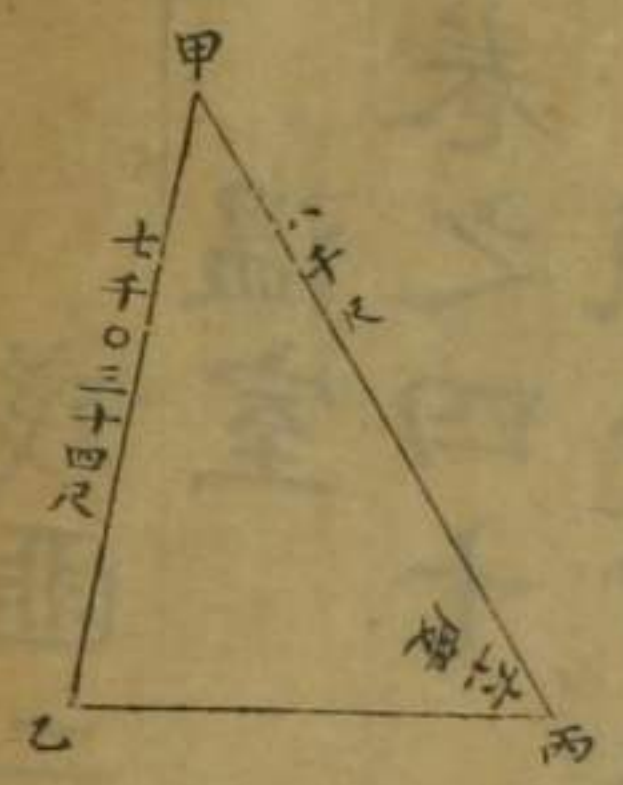
一先有之角與一邊相對

一先有之角不與邊相對

假如甲乙丙銳角形有丙角六十度甲丙邊八千尺甲乙邊七千〇三十四尺

先求乙角

術為以甲乙邊比甲丙邊若丙角正弦與乙角正弦



一	甲乙對邊	七千〇三十四尺
二	甲丙對邊	八千尺
三	丙角六十度	正弦 八六六〇三
四	乙角	正弦 九八四九六

檢正弦表得乙角八十度〇三分

次求甲角

以丙角乙角相併得一百四十度〇三分以減半周餘三十九度五十七分為甲角

次求乙丙邊

術為以乙角之正弦比甲角之正弦若甲丙邊之與乙丙邊

一 乙角 八十分度。 正弦 九八四九六
 二 甲角 三十九度。 正弦 六四二一二
 三 甲丙對邊 乙角對邊 八千尺
 四 乙丙對邊 甲角對邊 五千二百一十五尺

計開

先有之三件

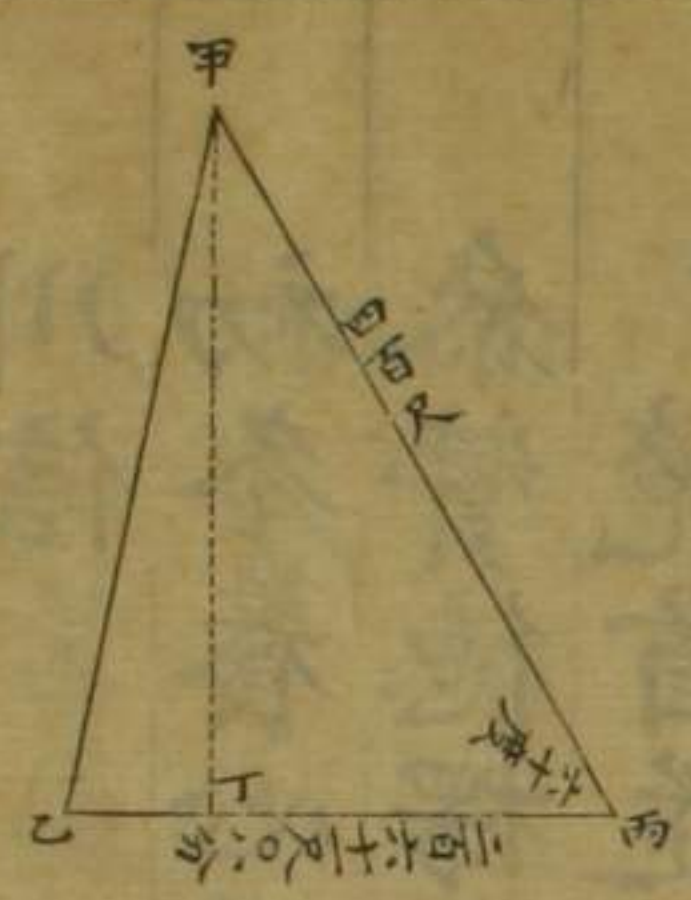
丙角 六十度 甲丙邊 八千尺 乙甲邊 七千四尺

今求得三件

乙角 八十分度 甲角 三十九度 乙丙邊 一千五百尺

右例有兩邊一角。而角與一邊相對。是為銳角形第一術之第一支

假如甲乙丙銳角形。有甲丙邊 四百尺。乙丙邊 二百六十一尺。八分。丙角 六十度。角在兩邊之中。不與邊對。求甲乙邊。先求中長線。分為兩句股形。術為以半徑比丙角正弦。若甲丙邊與甲丁中長線。



一 半徑 一〇〇〇〇〇
 二 丙角 六十度 正弦 〇八六六〇三
 三 甲丙邊 四百尺
 四 甲丁中長線 三百四十六尺四寸一分

次求丙丁邊 即所分甲丁丙形之
術為以半徑比丙角餘弦。若甲丙邊與丙丁邊

一 半徑 一〇〇〇〇〇

二 丙角六十餘弦 〇五〇〇〇〇

三 甲丙邊 四百尺

四 丙丁邊 二百尺

次求乙丁邊 即所分甲丁乙形之
術為以甲丁中長線比乙丁分邊。若半徑與甲分角切線

以丙丁與丙乙相減餘六十一尺。八分為乙丁

次求丁甲乙分角 即分形甲丁乙

術為以甲丁中長線比乙丁分邊。若半徑與甲分角切線

一 甲丁中長線 三百四十六尺四寸一分

二 乙丁分邊 〇六十一尺〇八分
 三 半徑 一〇〇〇〇〇
 四 甲分角切線 〇一七六三三
 檢切線表得一十度為甲分角

末求甲乙邊

術為以半徑比甲分角割線。若甲丁中長線與甲乙邊

一 半徑 一〇〇〇〇〇

二 甲分角十度割線 一〇一五四三

三 甲丁中長線 三百四十六尺四寸一分

四 甲乙邊 三百五十一尺七寸五分

求甲全角

三角去舉要

以丙角六十度之餘角三十度。即分形甲丁與求到甲分角。十度相併得四十度為甲全角。

求乙角

以甲分角一十度減象限得八十度為乙角。或併丙甲二角減半周亦同。

計開

先有之三件

甲丙邊 尺四百
乙丙邊 尺二百六十一
丙角 度六十

今求得三件

甲乙邊 尺三百五十一
甲角 度四十
乙角 度八十

右例有兩邊一角。而角在兩邊之中。不與邊對。故用分形以取句股。是為銳角形第二術之第二支。

又術新增 用切線分外角

假如甲乙丙 銳角形。有甲丙邊 四百尺。乙丙邊 二百六十一尺。丙角 六十度。此即前例。但徑求甲角。



術以甲乙丙兩邊相併為總。相減為較。又以丙角六十度減半周。得外角一百二十度。半之。得半外角六十度。檢其切線。依三率法求得半較角。以減半外角。得甲角。

- 一 兩邊總 六百六十一尺。八分
- 二 兩邊較 一百三十八尺九寸二分
- 三 半外角切線 一七三二。五
- 四 半較角切線 〇三六三九七

檢切線表得二十度為半較角。轉與半外角六十度相減。得甲角四十度。

次求乙角

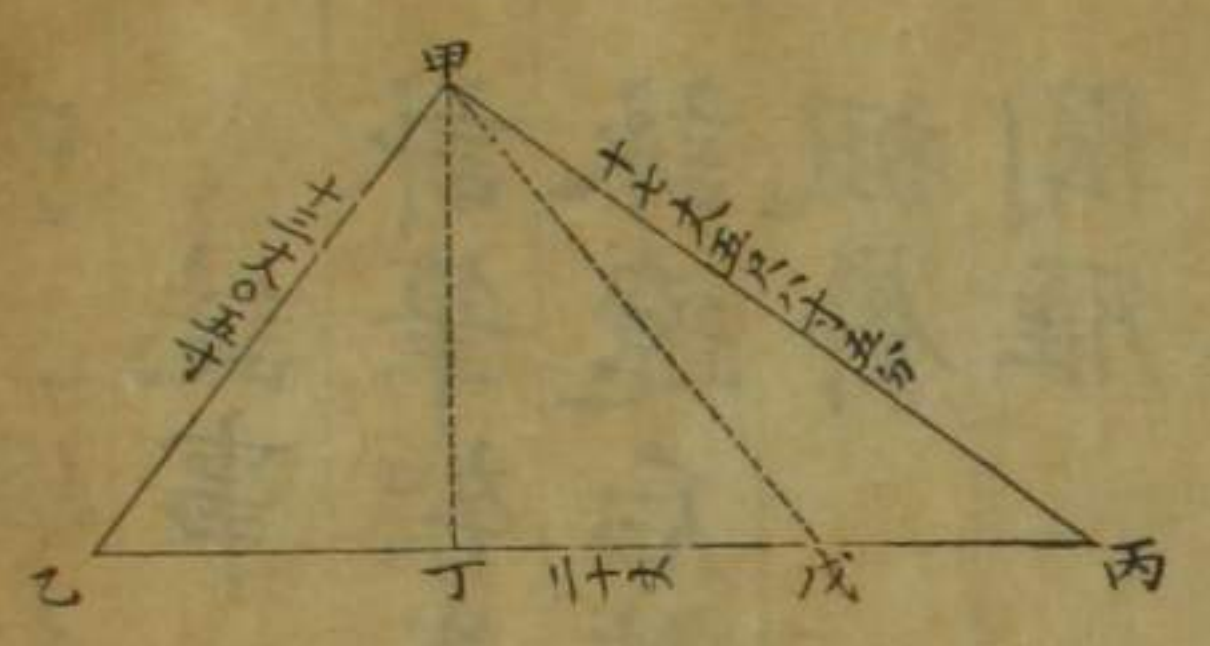
併甲丙二角共一百度。以減半周得餘八十度為乙角。

次求甲乙邊

一	甲角	四十度	正弦	六四二七九
二	丙角	六十度	正弦	八六六〇三
三	乙丙邊			二百六十一尺〇八分
四	甲乙邊			三百五十一尺七寸五分

銳角形第三術 有三邊求角

假如甲乙丙銳角形。有乙丙邊二十丈。甲丙邊一十七丈五尺八寸五分。乙甲邊一十三丈。五寸。



術曰。任以乙丙大邊為底。從甲角作甲丁虛垂線至底。分為兩句股形。

一甲丁丙形。以甲丙邊為弦。丁丙為句。一甲丁乙形。以甲乙邊為弦。丁乙為句。兩弦相併為總。相減為較。兩句相併即乙原為句總。求兩句相減之數為句較。

術為以句總比弦總。若弦較與句較也。

一 兩句之總 丙即乙 二十丈

二 兩弦之總 三十丈。六尺三寸五分

三 兩弦之較 四丈五尺三寸五分

四 兩句之較 戊即丙 六丈九尺四寸六分

求分形之兩句

以句較 六丈九尺 減句總 二十丈 餘乙戊 一十三丈。半之得

丁乙 即戊 六丈五尺二寸七分。為甲丁乙分形之句

又以戊丁 六丈五尺 加句較 六丈九尺 得丁丙 一十三丈

四尺七寸三分。為甲丁丙分形之句

求丙角

術為以甲丙弦比丁丙句。若半徑與丙角之餘弦

一 甲丙邊 一十七丈五尺八寸五分

二 丁丙分邊 一十三丈四尺七寸三分

三 半徑 一〇〇〇〇〇

四 丙角餘弦 〇七六六一六

檢餘弦表得丙角四十度

求甲角

術先求分形大半之甲角

以丙角 四十度 減象限餘五十度。為丁甲丙分形之甲角

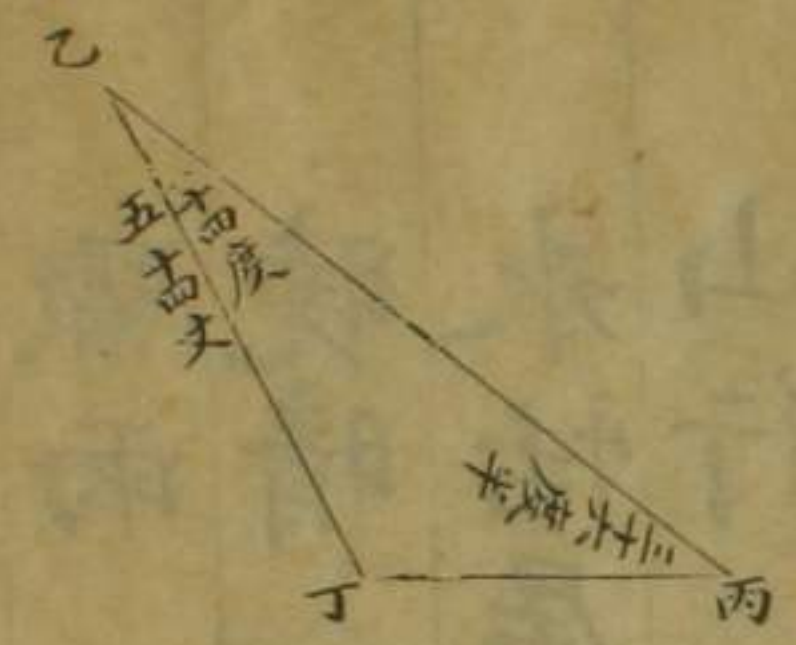
次求分形小半之甲角

術為以甲乙弦比丁乙句。若半徑與分形甲角之正弦

一 甲乙邊 一十三丈〇五寸
 二 丁乙分邊 〇六丈五尺二寸七分
 三 半徑 一〇〇〇〇〇〇
 四 甲分角正弦 〇五〇〇一五
 檢正弦表得三十度為丁甲乙分形之甲角
 併分形兩甲角。先得五十度後得三十度得共八十度為甲全角
 求乙角
 併丙甲二角。共一百二十度。以減半周。得餘六十度。為乙角
 計開
 先有三邊
 甲丙邊 一十七丈五尺八寸五分
 乙丙邊 二十丈
 乙甲邊 一十三丈

求得三角
 丙角 四十度
 甲角 八十度
 乙角 六十度

鈍角形第一術 有兩角一邊求餘角餘邊
 假如乙丙丁鈍角形有丙角三十六度半。乙角二十四度。丁乙
 邊五十四丈



先求丁角

術以丙乙二角併之。共六十度半。以減半周。得餘一百一十九度半。為丁鈍角

次求乙丙邊

術為以丙角正弦比丁角正弦。若乙丁邊與乙丙邊

一	丙角	三十六度	正弦	五九四八二
二	丁角	百十九度	正弦	八七〇三六
三	乙丁邊			五十四丈
四	乙丙邊			七十九丈〇一寸

右所用丁角正弦。即六十度半正弦。以鈍角度減半周用之。凡鈍角並同。

求丁丙邊

術為以丙角正弦。比乙角正弦。若乙丁邊與丁丙邊

一	丙角	三十六度	正弦	五九四八二
二	乙角	二十四度	正弦	四〇六七四
三	乙丁邊			五十四丈

四 丁丙邊

三十六丈九尺三寸

計開

先有之三件

丙角	三十六度半
乙角	二十四度
丁乙邊	四十五丈

今求得三件

丁鈍角	一百一十九度半
乙丙邊	七十九丈
丁丙邊	三十六丈九尺三寸

鈍角形第二術 有一角兩邊求餘角餘邊亦分二支

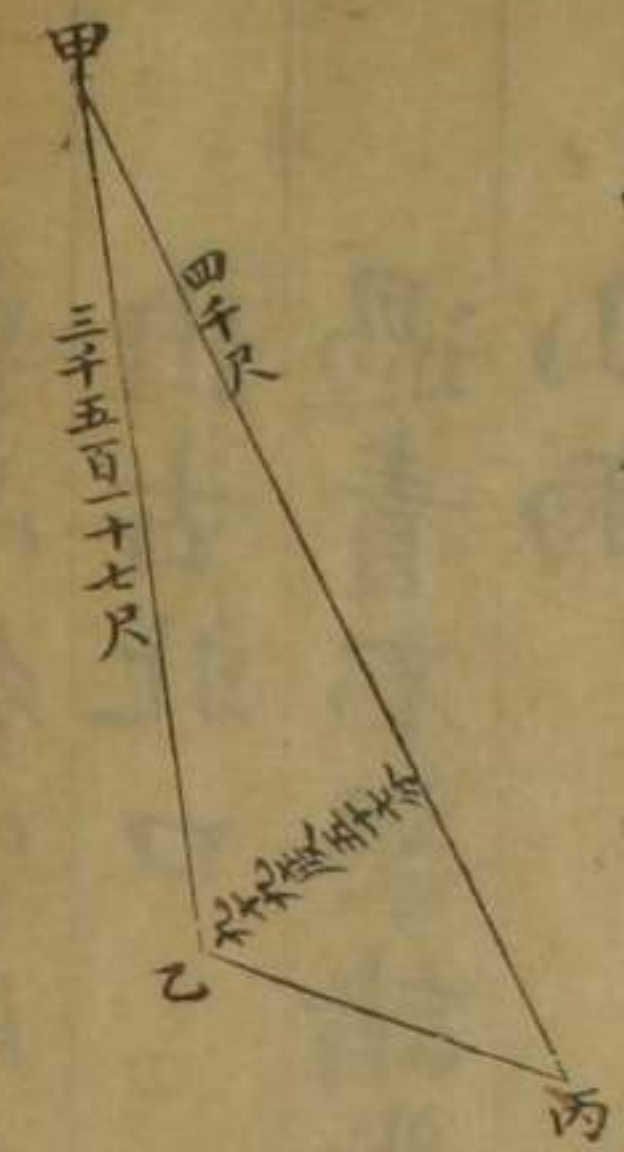
一先有對角之邊

一先有二邊皆角旁之邊而不對角

假如甲乙丙鈍角形有乙角九十九度五十七分甲丙對邊四
千尺甲乙邊三千五百一十七尺

求丙角

術為以甲丙對邊比甲乙邊若乙角正弦與丙角正弦



一	甲丙邊	四千尺
二	甲乙邊	三千五百一十七尺
三	乙角	九十九度五十七分 正弦 九八四九六 <small>即八十度三分正弦</small>
四	丙角	正弦 八六六。三

檢表得丙角六十度

求甲角

併乙丙二角共一百五十九度五十七分以減半周得餘二十度○三分為甲角

求乙丙邊

術為以乙角之正弦比甲角之正弦若甲丙對邊與乙丙邊

一	乙角	九十九度五十七分	正弦	九八四六九
二	甲角	二十九度三分	正弦	三四二八四
三	甲丙邊			四千尺
四	乙丙邊			一千三百九十二尺

計開

先有之三件

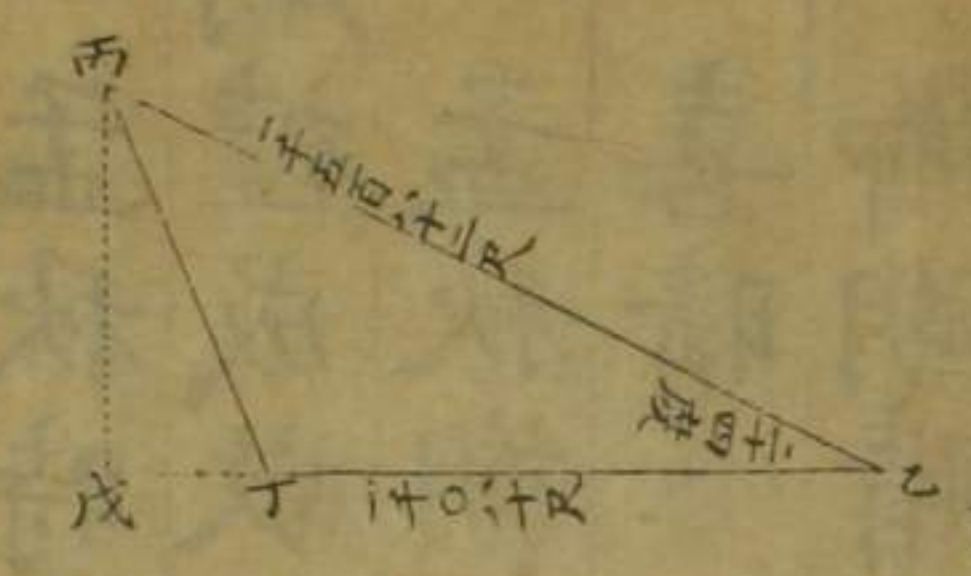
乙鈍角 九十九度五十七分
甲丙邊 四千尺
甲乙邊 三千七百七十五尺

今求得三件

丙角 六十度
甲角 二十九度三分
乙丙邊 一千三百九十二尺

右例有兩邊一角。而先有對角之邊。是為鈍角形第一術之第一支

假如乙丁兩鈍角形。有乙丁邊一千。八十尺。乙丙邊一千五百八十二尺。乙角二十四度。角在兩邊之中。不與邊對



術先求形外之虛垂線。補成正方角。從不知之兩角。作虛垂線於形外。如丙戊。亦引乙丁線於形外。如丁戊。兩虛線遇於戊。成正方角。術為以半徑比乙角正弦。若乙丙邊與丙戊

- 一 半徑 一〇〇〇〇〇
- 二 乙角 二十四度 正弦 〇四〇六七四
- 三 乙丙邊 一千五百八十二尺
- 四 丙戊邊 即虛垂線 〇六百四十三尺

又以半徑比乙角之餘弦。若乙丙邊與乙戊

半徑 一〇〇〇〇〇

乙角^{二十度}餘弦 〇九一三五五

乙丙邊 一千五百八十二尺

乙戊邊^{即乙丁引長線} 一千四百四十五尺

以原邊乙丁^{八十尺}與引長乙戊邊相減得丁戊^{三百六十五尺}

為形外所作虛句股形之句^{則先得丙戊垂線為股}而原邊丁丙為之弦

求丁丙邊

依句股求弦術。以丙戊股自乘。四十一萬三千四百四十九尺。丁戊句自乘。十一

萬三千二百五十二尺。併之得數。五十四萬六千四百四十九尺。為實。平方開之得弦七

百三十九尺。為丁丙邊

求丙角

術為以丁丙邊比丁乙邊。若乙角正弦與丙角正弦

丁丙邊 〇七百三十九尺

丁乙邊 一千〇八十尺

乙角^{二十度}正弦 四〇六七四

丙角 正弦 五九四四二

檢表得丙角三十六度二十九分

求丁角

併乙丙二角共六十度二十九分。以減半周得餘一百一十九

度三十一分。為丁鈍角

計開

先有之三件

乙丁邊 一千八十尺。 乙丙邊 一千五百二十尺。 乙角 二十四度

今求得三件

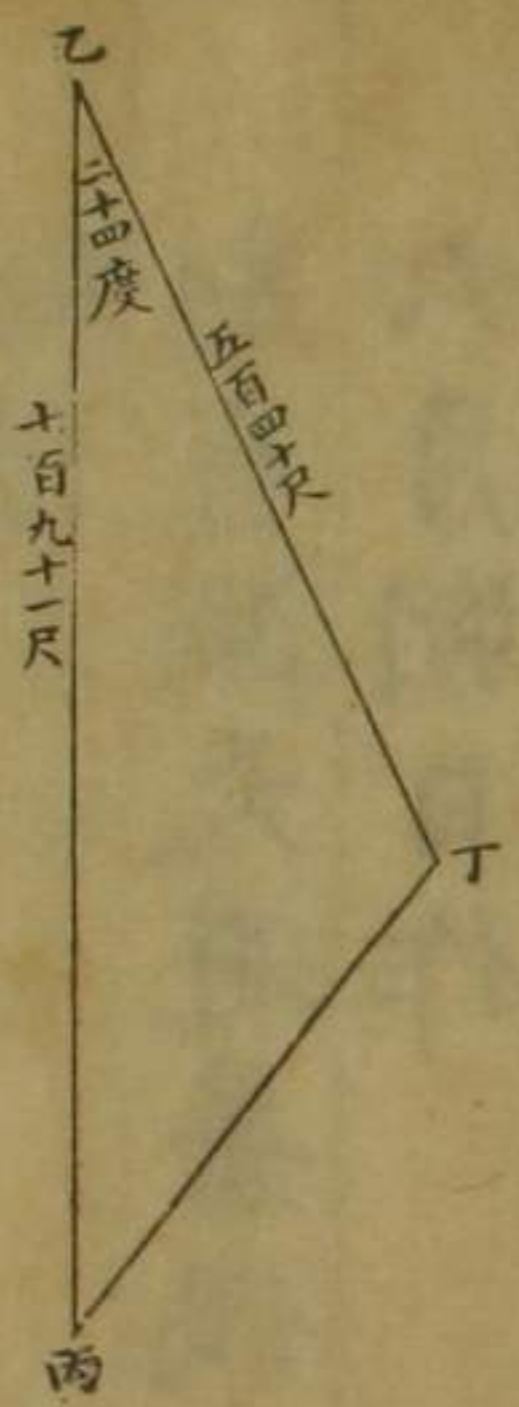
丁丙邊 七百三十九尺。 丙角 三十九度。 丁鈍角 一百一十九度三十一分

右例。有兩邊一角。而兩邊並在角之兩旁。不與角對。是為鈍角形第二術之第二支。

又術新增 用切線分外角

假如乙丙丁鈍角形。有丁乙邊 五百四十尺。丙乙邊 七百九十一尺。乙角 二十四度。角在兩邊之中。不與邊對

求丙角

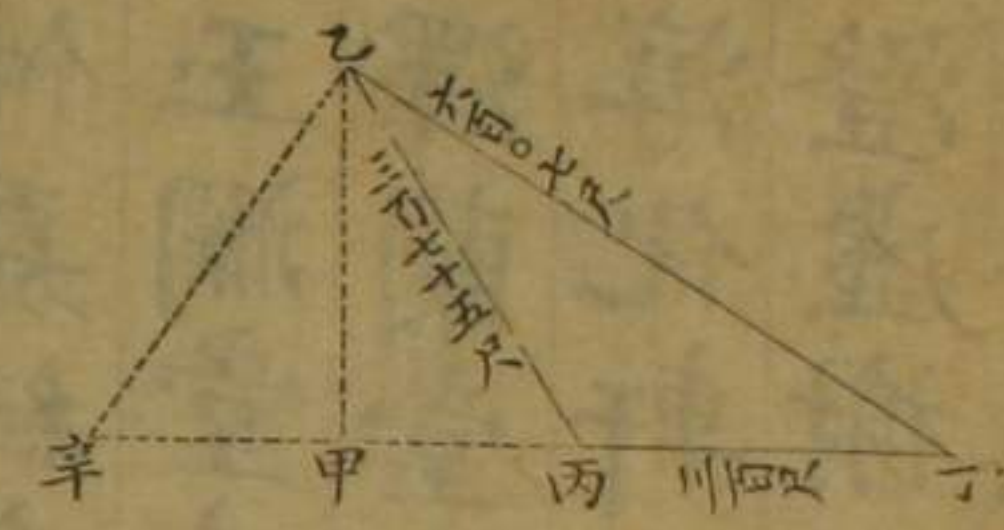


以丁乙兩邊相併為總。相減為較。又以乙角二十四度減半周。得外角 一百五十六度。半之。得半外角 七十八度。檢其切線。得四七〇四六三。術為以邊總比邊較。差半外角切線。與半較角切線

一 兩邊之總 一千三百三十一尺
 二 兩邊之較 〇二百五十一尺
 三 半外角切線 四七〇四六三
 四 半較角切線 〇八八七一九
 檢表得半較角 四十一度三十五分。以轉減半外角 七十
 八度。得餘三十六度二十五分。為丙角
 求丁角
 併乙丙二角。共六十度二十五分。以減半周。得一百一十九度
 三十五分。為丁鈍角
 求丁丙邊
 術為以丙角正弦。比乙角正弦。若乙丁邊。與丁丙邊

一 丙角 三十六度 正弦 五九三六五
 二 乙角 二十四度 正弦 四〇六七四
 三 乙丁邊 五百四十尺
 四 丁丙邊 三百六十九尺九寸八分
 計開
 先有之三件
 丁乙邊 五百四十尺
 丙乙邊 七百九十一尺
 乙角 二十四度
 今求得三件
 丙角 三十六度 八分
 丁鈍角 一百一十九度 三十五分
 丁丙邊 三百六十九尺九寸八分

鈍角形第三術 有三邊求角 新式
 假如乙丙丁 鈍角形 有乙丙邊 三百七十五尺。乙丁邊 六百尺。丁丙邊 三百尺。



術自乙角作虛垂線至甲。又引丁丙線橫出遇於甲。而成正角。則成乙甲丁句股形。
 又引橫線至辛。使甲辛如丙甲。成乙甲辛句股形。則丁辛為兩句之總。而所設丁丙邊為兩句之較。
 又乙丁邊為大形。乙甲之弦。乙丙邊為小形。乙甲辛之弦。兩弦相併為總。相減為較。

術為以句較比弦較。若弦總與句總

- 一 句較 即丙丁 三百尺
- 二 弦較 即乙丙之內減 二百三十二尺
- 三 弦總 即乙丙之總相併 九百八十二尺
- 四 句總 七百五十九尺四寸

以句較三百尺減所得句總七百五十九尺四寸。餘數九百四十五寸。半之。得數九百二十七寸。為小形之句甲丙。
 以甲丙之句加丁丙較三百尺。得數九百二十七寸。為大形之句甲丁。

求丁角 用乙形甲
 術為以乙丁弦比丁甲句。若半徑與丁角之餘弦

一	乙丁弦	六百〇七尺
二	甲丁句	五百二十九尺七寸
三	半徑	一〇〇〇〇〇
四	丁角餘弦	〇八七二六五

檢表得丁角二十九度一十四分

求丙角用乙甲兩小形

術為以甲丙句比乙丙弦若半徑與丙角之割線

一	甲丙句	二百二十九尺七寸
二	乙丙弦	三百七十五尺
三	半徑	一〇〇〇〇〇
四	丙角割線	一六三二五六

檢表得丙角五十二度一十四分。為本形之丙外角。以減

半周得丙鈍角一百二十七度四十六分

求乙角

併丁丙二角所得度分共一百五十七度。以減半周得餘二

三度為乙角

計開

先有三邊

乙丙邊三百七十五尺
乙丁邊六百〇七尺
丁丙邊三百〇七尺

求得三角

丁角二十九度
丙鈍角一百二十七度
乙角二十三度

右例。鈍角形三邊求角。作垂線于形外。徑求鈍角。乃

新式也若以大邊為底從鈍角分中長線同銳角第
三術

