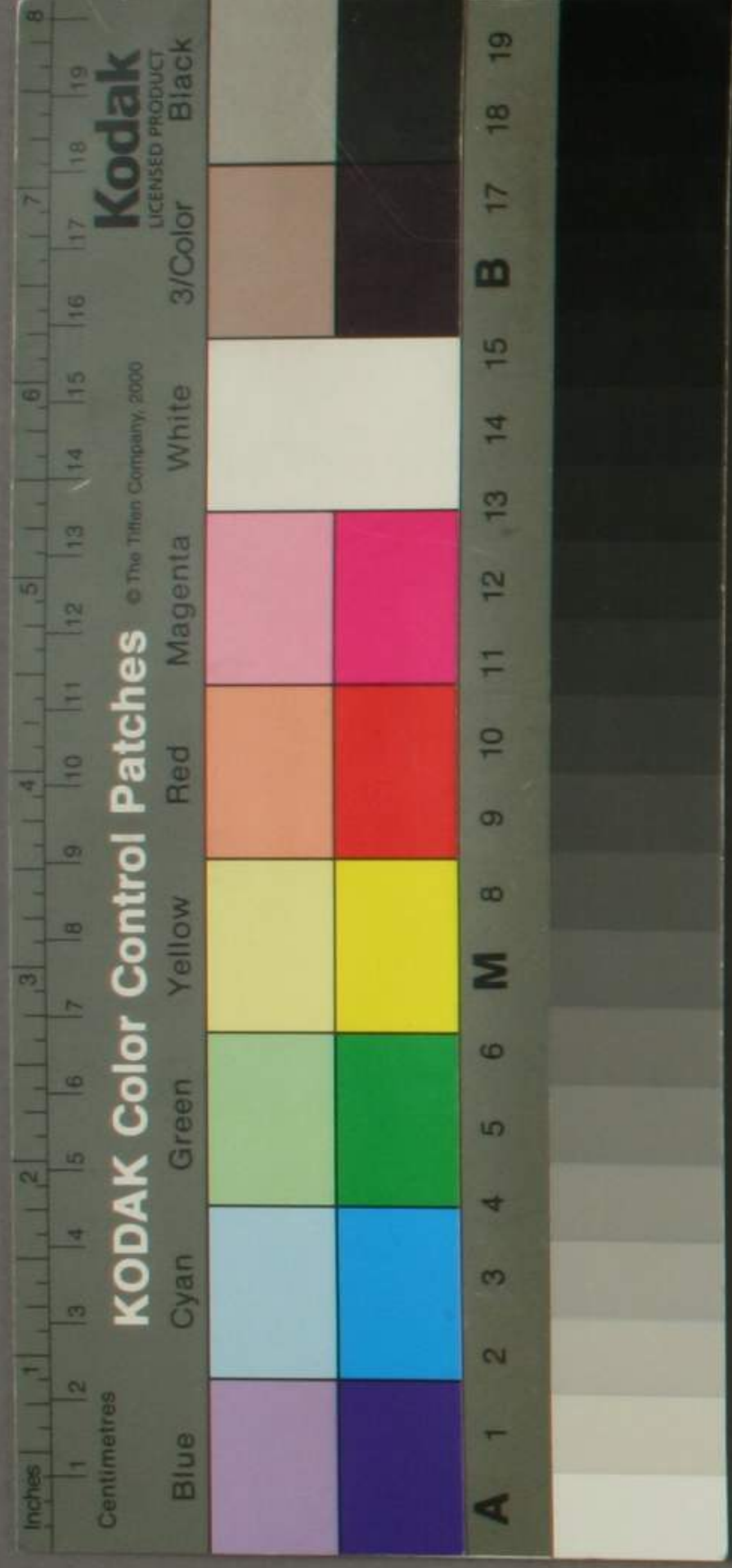






第七卷算學目錄

上章測算水學

壓櫃

計其力

推其理

水面自平之故

平而不平

計其所差

水之下壓

水之旁壓

水之壓力按深遞加

由重心計壓力

多寡相抵

水權之理

以水權物

以高低分輕重

沈浮之理

以水量物



水流疾徐

測算江河

水自孔流

水之倒躍

水面下退以之計時

水自旁躍

物行水中愈速愈阻

第二章測算氣學

吸氣筒

天氣下壓

風雨表細差格

天氣漸高漸薄

天氣高有界限

天氣愈高愈稠

恒雪線

天氣中含水氣

計吸水管之力

計提水管之力



計壓水管之力

計蒸氣之力

其力按熱遞加

其力按稠遞加

第三章測算光學

光按遠近等差

離物稍遠明似無差

天氣阻光令明漸殺

平鏡返光之理

光平來平返

光之聚散返照亦然

凹鏡返光之理

鏡面如球聚光半徑之中

鏡面若拋物線返光皆平

平鏡成影之理

影形方差度

平鏡影形大小比例

凹鏡聚熱之理

釋折光之理

驗折光之法

光透平鏡出入相平

凸鏡影形大小比例

凸鏡光差度

雙線鏡式

橢圓鏡式

月牙鏡式

光生色之故

物隨厚薄變色之理

驗薄物變色之法

第四章測算力學

論吸力

吸力通例

物離地漸高漸輕之例

空球之內無所吸移 物入地漸深漸輕之例

論動靜

物行平速之例

物行漸速之例

平速而行以四邊形度之

漸速而行以三邊形度之

墜地加速之例

上擲減速之例

平速加速相比

計物之下擲

計物之上擲

以自墜爲則

論力之分合

二力合一

路經對角

三力合一

數力相合

物循曲線之故

計擲物之路

以一力分數力

一力分二其角相交 一力分二任成何角

一力分二恒得定數 施力方向與功效相涉

物受數力而定之例 數力自數面總合為三

論重心 分兩似盡聚重心

察二物之重心 察數物之重心

測三邊形之重心 測多邊形之重心

二物動而重心靜 一物動而重心隨

論物之相觸 無躍力而相觸

無躍力而逆觸 有躍力而相觸

觸後疾徐互易 論助力器具

計算槓桿之力 計算輪軸之力

計算滑車之力 計算斜面之力

計算螺絲之力 計算尖劈之力

六具之通理

第七卷算學協助格物

小引

此卷既以算學協助格物固非專論算學也蓋自有他書專論之矣孫子算經九章算術梅氏叢書皆有可探究不如英國偉烈續增利氏幾何原本並偉烈氏所作數學啟蒙代數學代微積等部爲詳備而易明至於本卷第四章論計算力學欲稍爲加詳則有艾約色所著之重學在焉然恐各種算學讀者未曾諳熟相應略附數條以分別書中所有名目云

一整數若帶_{有奇零}或以子母分數或以小數計之假

如五零四分之一，即寫^四五^二或^五二^五皆同，蓋以橫線分子，母用小點別整小之數。

一各數之加減乘除者，用上、下、×、÷以代字。此數較彼數小，則用<較彼數大，則用>相等，則用二，即如

^六十^四二^三
^六十^四二^三
^六十^四二^三

以數字合一字，則於左右用○謂之開弧，如

(六上四)×四二四〇

餘照此式

一所謂代數，即以字代數。用春夏秋冬及天干地支是也。義與數學相同，而其用為更廣。蓋以數而沾沾計

算，不免挂一漏萬。若使以代數，則一字兼包多數，故

格物而無代數，難臻精細。即如

^甲一^丙二^丁三^巳四^庚五^辛六

若甲為六

丙為四，則丁為十，已為二，庚為二十四，辛為一個半

皆與上式同。隨意換他數，亦無不可。

一至以某數自乘，如^甲×^甲即寫^甲二^甲謂之成方。如^甲×^甲×^甲即寫^甲三^甲

謂之三乘。毋論若干次，皆準此。若以^甲而求^甲謂之

開方。^甲即為方根。以^厂為號，或寫^甲字，亦可。他皆準

此。

一至於各數相比，則以：當比字，以：當如字。如^甲比^乙由

此比例更可推及多式。如^甲比^乙如^丙又本字左

端加·代次字如

力：速
：：
力：速

是且可以比例變成等數

芸皿

甲丑二丙子
甲二丑丙子

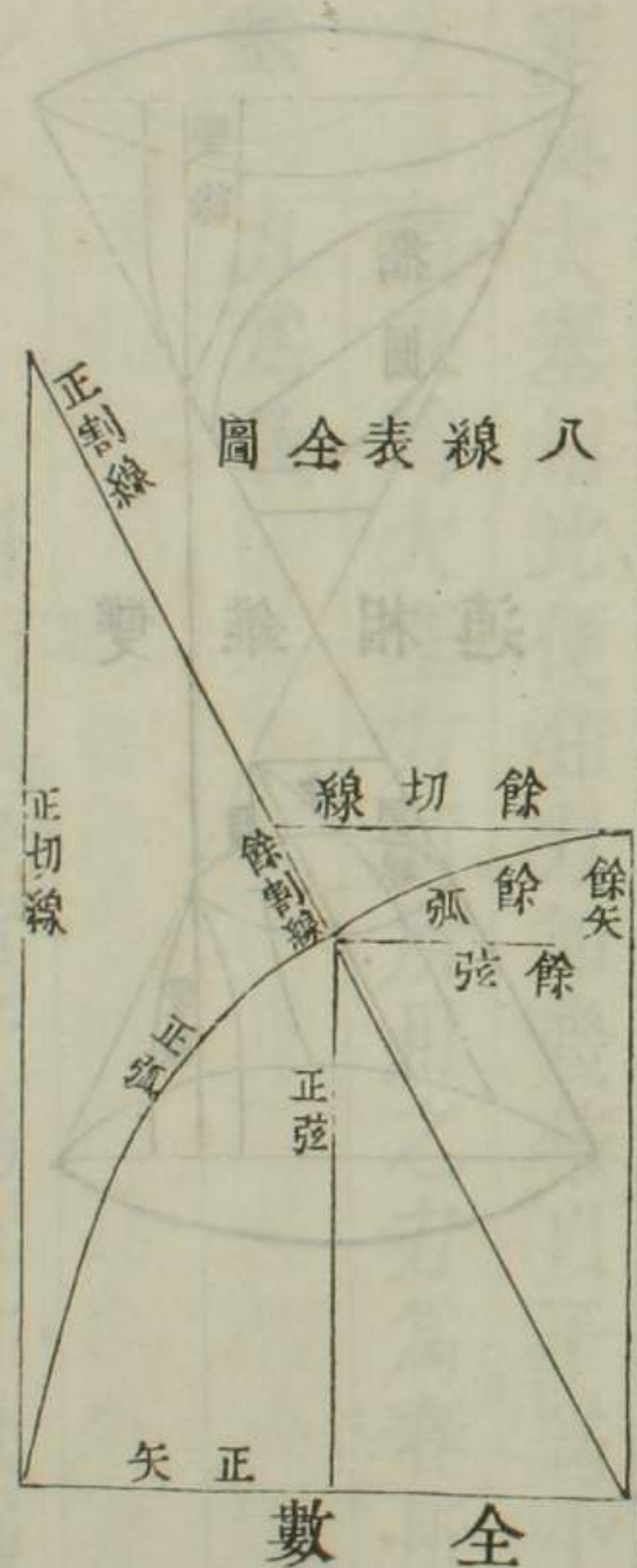
故既知其三卽可得其四也若所比二數同

增同減而其比例仍無所異則以 $\propto$ 字號之如

甲 乙 丙

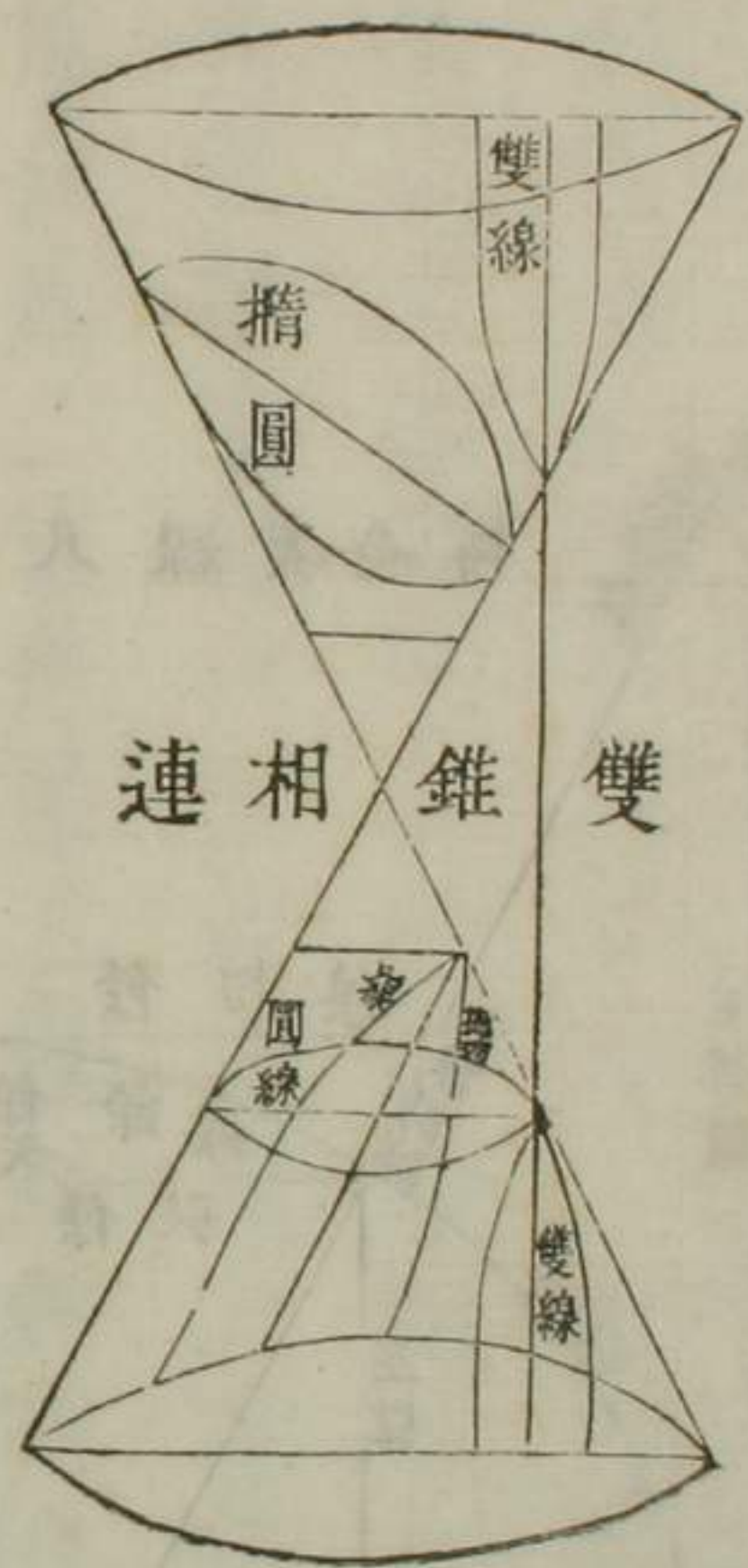
一至於幾何則比線之長短角之分度積之大小審之多寡角有三種謂銳謂直謂鈍卽 $\angle$ $\perp$ $\searrow$ 是也二線相交對角總等如 $\times$ 左右皆銳上下皆鈍者是且毗連二角合成二直角蓋上邊銳鈍相合與 $\searrow$ 二直角等明矣其上下左右四角相合卽爲四直角蓋 $\times$ $\times$ 其角共合無殊若畫圓線復以二橫線交穿其中卽分四段與各角相稱故以弧度其角某角之間其圓

線卽謂之弧以直線連弧之兩端謂之弦一週爲三百六十度有八線名爲割圓八線句股中常用之線也圖列左方以備觀覽



一圓錐四線亦當熟悉卽圓線橢圓拋物線雙線是也

邊平割之成拋物線雙錐以一面通割之即成雙線也圖列左方以備觀覽



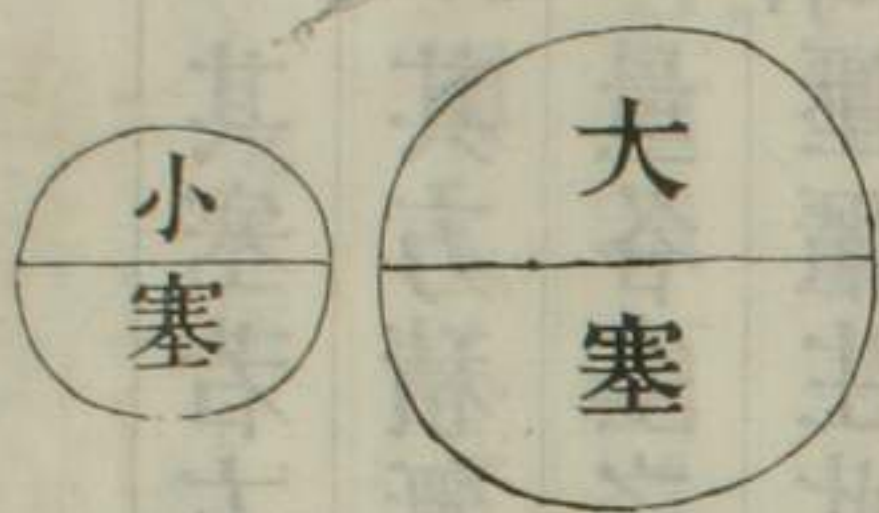
第七卷算學協助格物

上章測算水學

壓櫃 計其方

問、壓櫃之力、何法計算、

答、以小塞與大塞相比、便知力加幾倍、以子為小塞方積、丑為大塞方積、所用之力為春、所得之力為秋、



則

春秋子丑

秋二子丑

若子為五寸、丑為百寸、

春為十觔

各物入門

卷七

算學上章

測算水學

一

雅其理

則

五
二
百
秋

所得之力二百觔也

其塞若方形以其二邊相乘即得其方積若係圓形其方積無容計算蓋圓面相比即如其半徑成方故量各塞之半徑而自乘之即可代其方積法較便也問壓櫃生此大力其理何解

答即力學所論大小二力變通之理蓋動物之力即以輕重疾徐相乘而得如小塞下行十寸大塞上行一寸其力惟均顧其力愈省大塞愈慢所謂以時兌力也若寅為小塞之速卯為大塞之速

則

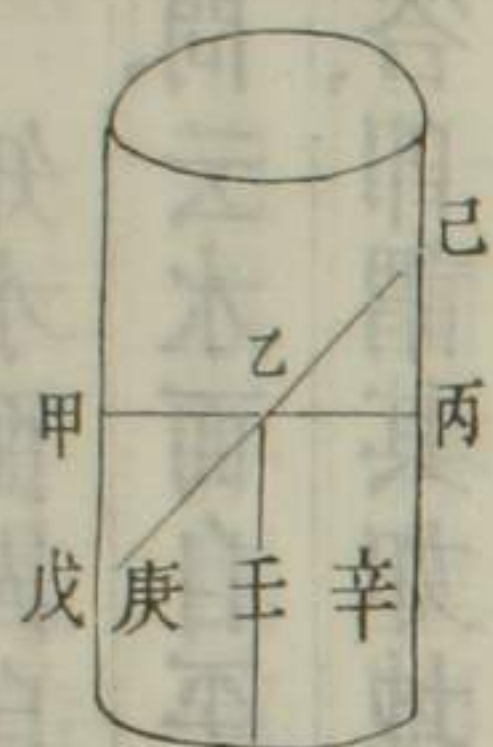
丑卯
二
子寅
卯

以子為十丑為百則卯為寅十分之一也

水面自平之故

故小塞須下十尺大塞方起一尺問水面必平何以辨之

答若甲丙為水面其重心在壬以戊己之板斜壓左邊則水必高起於右邊其重心即至辛忽去其壓板其



水即高於左而低於右重心即移至庚水忽左忽右上下如起波然其重心反覆易位水漸次就平重心仍定於壬是

平而不平

知水面固自平也

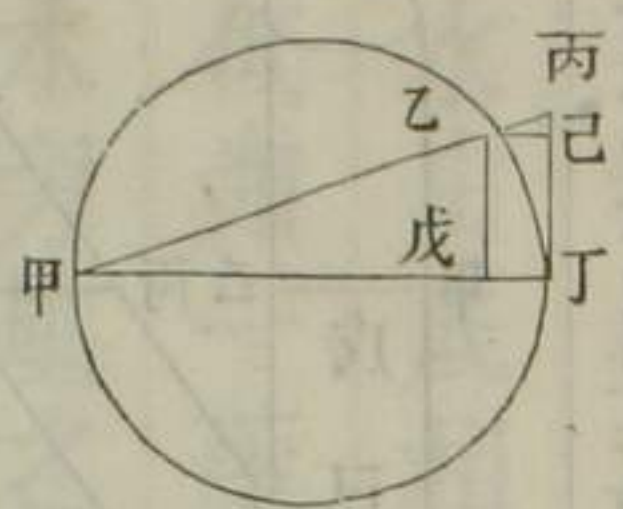
問云水面自平何謂也

答即謂其如地球之平也目觀似平以度測之則凸如球面地球四分之一既被水所蓋則水面亦球面也所謂水面自平謂其各處距地心遠近相等也

許其所差

五問海面與平線所差何法計算

答每里所差約計二寸蓋每洋里計八寸也以春為二處相距若干洋里秋為高低所差尺寸則其計算之恒式乃為 $\frac{三}{二}$ 畫圓圈為球面甲丁為球徑丙丁為平線則高低所差乙己也戊丁與乙己等乙丁若相



距不遠則弧弦無分而戊乙丁之三邊形與甲乙丁相同

為尺地徑復為洋里

五二八〇

七九一二

則

$\frac{(五二八〇)}{(五二八〇)}$

$\frac{七九一二}{(五二八〇)}$

故

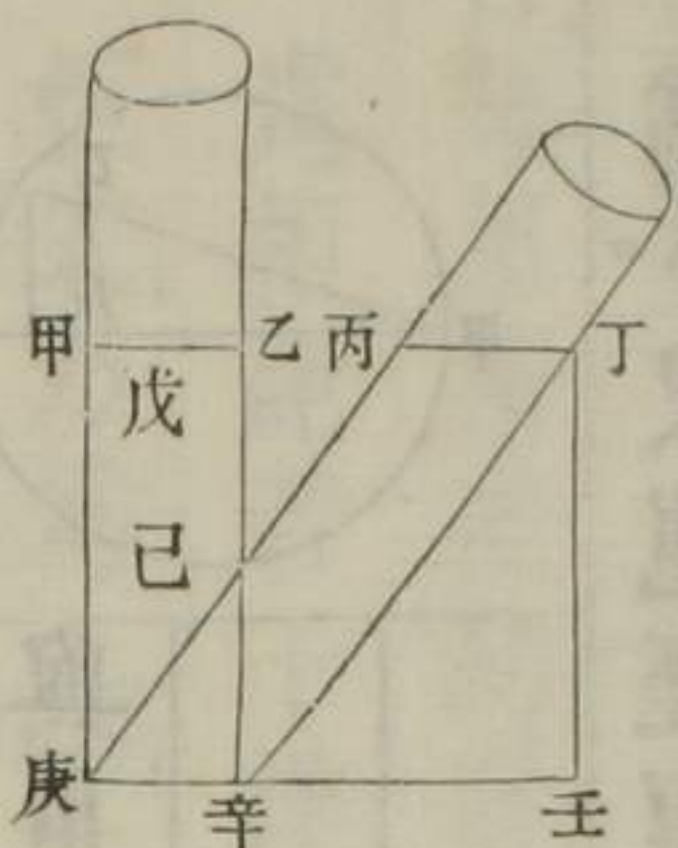
秋

比如春為

一個洋里則與平線所差乃八寸即中華六寸始知以水平開河通水每里須低二寸水面始平須再低一二寸水始可流

問、水下壓之力、何法計算、

答、總按其深淺尺寸也、設若戊己為桶水直立、水面在甲乙、若均分數層、則第二層所壓、比第一層加倍、第四層下壓、比第二層加倍、故其器若直立、其水下壓之力、即與其淺深相稱也、其器若斜立、其理亦同、即如以戊己之器斜至丙辛、則須再添水、始能使水面與前同高、水既加添、其下壓之力、亦應準之加添、惟其水偏倚丁辛之斜旁、而其下壓之勢較輕、其桶愈斜、水之偏倚愈甚、而其下壓之力、究無異



也、皆與其水深淺相稱耳、故二桶一正一斜、下面之水、由底相通、其斜桶得水雖多、二器之水面仍舊高低如一、蓋其下壓之勢均也、

問、水旁壓之力、何法計算、

答、與上文計算下壓之力無異也、蓋水既為渾浩流通、則其壓力不僅向下、六面皆同、水深五尺、其桶底喫力、即有五尺之水、底旁喫力亦如之、蓋其深淺等也、其旁不拘直斜、喫力無殊、側桶之旁、丙辛雖長、其喫力不過如丁壬之直線耳、

問、水之壓力、按深遞加何如、

答、按乘法層次也、蓋此處較彼處深若干倍、其以上之水、即加重若干倍也、今將其數核算、標之於左、

水深 尺 寸

二尺 四 八 十六 三十二 六十四 一百二十八

每 尺 所 受 壓 力

一五二 三〇四 六〇八 一四〇六 二八一二 五六二四 一一二四八

按此、如器高三三丈、盛水至滿、其器之底、每方尺喫力、幾乎萬觔、是知水深、作隄塘而禦之難也、物之入水、亦如是喫力、故小魚不能下至極深、惟鯨鯢大魚、被漁人又攪、每引線縱而直下、至三四里數、其力概

可想也、

由重心計
壓勞

問、水之壓力自何處算起、

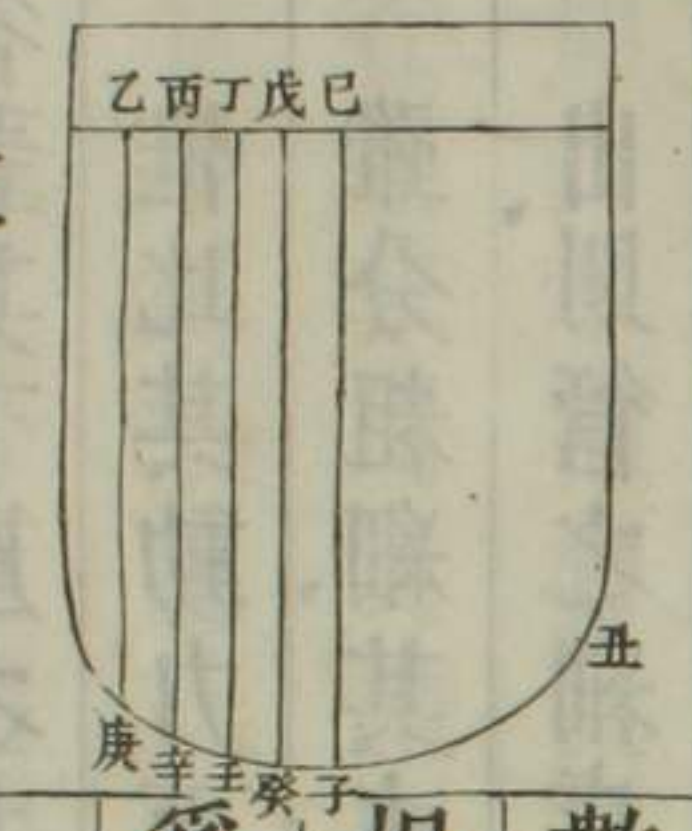
答、自重心也、比如甲丑為器、盛水至甲巳、則庚辛壬癸

子、各處所喫之力、即

數共合也、然此即與其方積重心深淺

相乘均等、如其方積為春、其重心深淺

為秋、則計其喫力者、恒式如左、



二春一秋

故方器盛滿、其旁喫力、準其底一半也、

多寡相抵

四旁並底所喫之力，卽其水之筋兩三倍也。

問^十曲管兩頭粗細不等，而水面仍不分高低，其理何解？
 答蓋其下壓之力，惟按深淺而已。按其壓力，固可辨之，惟比其動力而辨之更明。設甲乙丙爲管盛水，兩頭雖分粗細，其水殊無高低。水自甲口而入，自丙口而出，則管之細處，力以狹逼，水出更急。蓋流之疾徐與其管之粗細相反，甲爲此口之方積，丙爲彼口之方積，其水在甲之速爲子，在丙之速爲丑，則_{丑子二甲丙}而也。動力既均，若無水由外添入，兩頭必平而不流也。按此理，則丙頭水雖甚少，甲頭水雖較多，仍可相抵。

水權之理



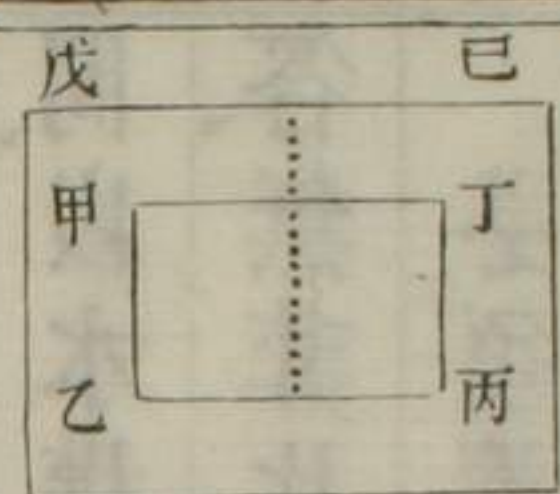
亦可設法使之托起極重之物，蓋與頂起粗頭之水無異也。壓櫃之生力，卽出於此。而人以獨手執壓櫃之柄，可增力於無窮。水之通力，有如是也。

以水權物

問以水權物，其理何如？
 答無非比其體質輕重也。蓋物體輕重不一，果欲較之，必須準度，故以水爲則。卽如以寸金之分兩爲實，寸水之分兩爲法，以此約彼，卽知金較水重十九倍有餘。其比水輕重，卽謂之水權。至其恒式，則問物浸水中而權之，其理何如？

_{水權} _{一寸物}

答、所失分兩與若干水無殊也、蓋有甲乙丙丁之物在水、其上之水爲甲戊己丁、卽其水下壓之力也、然其上托之力、卽乙戊己丙之水、以此減彼、則僅賸甲丙之水、卽其上托之餘力也、夫所失分兩、旣與若干水相等、在水外權之、復在水中權之、以此約彼、卽可得其水權、蓋比寸物寸水、不過比同體之分兩也、其物較水輕、則必加重物同浸而權之、無難計也、



問、流動之物、以水權之、其法何如、

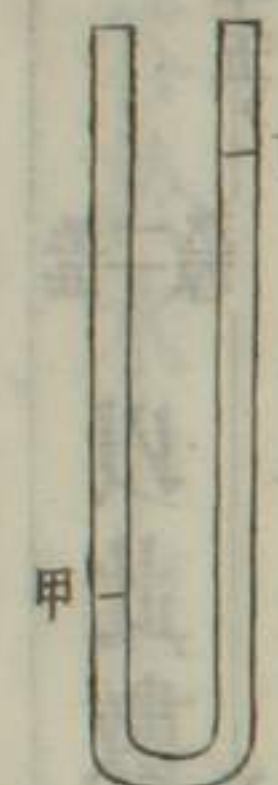
答、其法有二、比如油、以重物先沈其中而權之、復沈水

以高低分輕重

中而權之、以前數爲實、後數爲法、約之便得、此其一法也、按上文應以油、水尺寸均勻、而比其輕重、第須先量其尺寸、而後權其觔兩、不若以重物浸而權之、理同而法簡也、蓋其油中所失觔兩、比水中所失觔兩、正如油之輕重比水也、

問、其二何如、

答、二物並盛於曲管中間隔住、令其不相攙和、則其輕重、卽與高低轉比也、設如甲丙丁爲曲管、盛水於甲、盛酒於丁、其水較酒重、水面卽比酒較低、以水之尺寸爲春、水之



分兩爲子以酒之尺寸爲秋酒之分兩爲丑則子丑故

十五 以此數約彼即得其水權也

問物之浮於水其理何也

答所壓開之水與其物輕重相等其物若干分入水中

以春代之若干分浮水上以夏代之二者皆

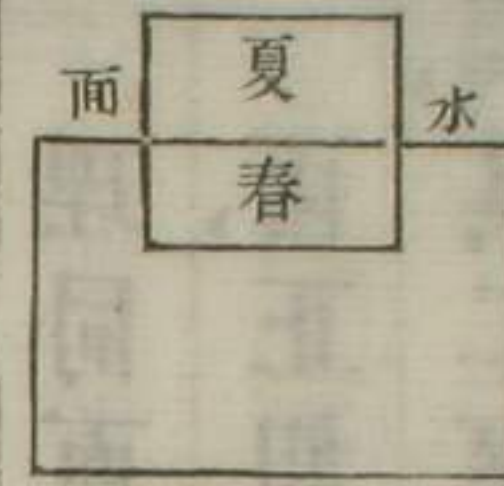
被水上托其下沈上托二力相抵若移開其

物則其原處立即被水填滿此水尺寸固與

春同其被水所托復與其物同故重與春夏等以秋

代之則寸水之重爲子寸物之重爲丑是物之重

通計爲其壓開之水即則故是知其物與



所壓開之水即如其同體之分兩轉比也

問物之下沈上浮其力何法計算

答以其物之輕重與所壓開水之輕重相比二數所差

即其下沈或上浮之力也若其物之分兩爲子其水

之分兩爲丑其物較水輕則其上浮之力即爲子丑物

較水重則其下沈之力即子丑彼或船沈海底設法令

之上浮即按此式計算出之也

問以水計算物之大小何如

答於水中權之即所壓開之水是也如金石等物其形

不正欲量其登方尺寸甚爲不易不如浸之於水權

水流疾徐

之其所失分兩，卽其同體之水也。一尺一寸之水，輕重既知，其統計尺寸，不難悉爲權算。又如冰山浮水，量其入水幾何，卽可計其登方尺寸，亦可知其輕重。查甜水一尺，重計七十六觔，若海水，則約計七十八觔。

問、管水滿流，疾徐何如？

答、其疾徐，卽如其粗細轉比也。設若甲丙二管相接，水

自甲入，旣曰滿流，非加快，卽不能自丙而出。丙較甲

細若干，則丙中之水，較甲中之水流速若干，以

甲丙皆爲橫節方積，其水過甲之速爲子，過丙

之速爲丑，則

甲丙注子

甲 丙

測算江河

問、江河之水，疾徐多寡，何法測算？

答、必總其疾徐寬狹深淺而算之也。若水流管中，其倚

於管邊者，有所阻礙，其流覺慢，故不如管心之流速

也。江河復如斯，河涯河底，水流不如河心之急，故此

三處，必須查核其疾徐，而絕長補短，卽如察知河心

之水，每刻流四里，河底流三里，河涯流二里，則統計

其流爲三里也。若每分時，其速統計爲十丈，其深統

計爲一丈，其寬爲五十丈，以三數相乘，卽知其每分

流水五百丈，登方也。

水自孔流

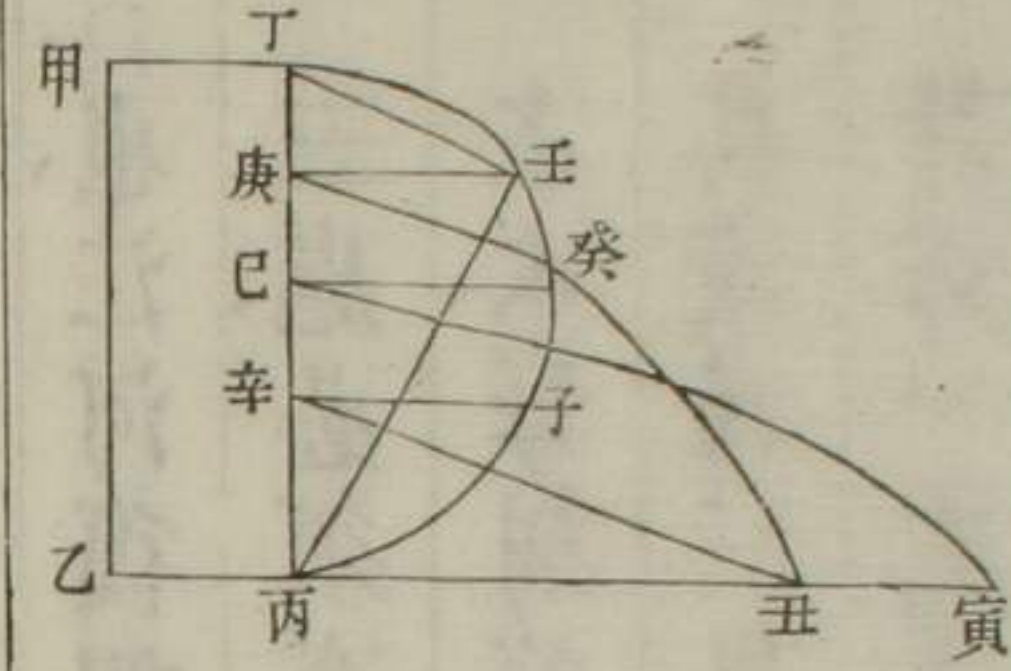
問、水自器旁小孔流出，疾徐何如？

各物入門

卷七 算學上章

測算水學

答其疾徐即按其孔上之水深淺方根也設若甲丙為高桶盛水恒滿旁有庚己二孔則庚孔上有甲庚之水己孔之上、有甲己之水正如細管與粗管相接自甲庚之粗管注入之水與自庚孔所出之水相等而其動力亦等甲己粗管中動力與甲寅細管中之動力復等以春為甲庚水之分兩秋為甲己水之分兩申為庚孔之疾徐酉為己孔之疾徐則庚孔所流之水為春申己孔所流之水為秋酉以二數相比



則然各孔所流多寡必按其疾徐

申酉 春秋

式申春秋即可換申酉則故即知各孔之疾徐

正如其深淺之方根其出水之多寡亦復如是設其

孔一於水下十六尺一於水下六十四尺則此出水

較彼加倍蓋如八四二數之方根也

問其水旁出而上躍高低何如

答以管插桶旁向上彎曲若無風氣阻礙則水應上躍

至與其面平高相埒蓋有物自丁下墜至庚至己

水之倒躍

其所行尺寸、卽按其疾徐之成方、見下文力學是知各孔

流水之疾徐、卽與物之下墜若干尺寸等、然能以其

下墜之力上擲之、必升至故處、其力始盡、故水自彎

管倒湧、應至水面平高、其理同也、按此理、水自高處

灌於輪上、不如蓄之使深、自低處放出之力大、蓋自

低處而出、其速不啻下墜、復少風氣阻礙故也、

問、桶水旁流、水面漸漸下退、疾徐何如、

答、卽按其孔之深淺方根、蓋水面下行疾徐、隨其外流

之疾徐故也、夫水面下行、猶物上擲、其速卽按所行

尺寸方根、其物上行漸慢、水面下行亦漸慢、其物每

水面下退
以之記時

秒上行之尺寸、卽如七五三一之陽數、水面下行亦

如此數、其桶若高式、上下如一、鑽孔只容其水十二

點、鐘流盡、按陽數層次、畫成其度、漸下漸近、卽可以

之記時、蓋式水畫之、按單數倒用而計之、初無二致、

水表之理卽此、

問、隨流隨添、使桶水恒滿、自孔外流者、多寡何如、

答、乃加倍也、假令不復以水自外添入、則桶水漸虛、孔

流漸慢、如物之上擲而漸慢也、然桶若恒滿、所入與

所出相等、則壓力無差、孔流均速、正如物之上行而

均速也、查物之上行均速、比物之上擲而漸慢者、所

行尺寸加倍故桶水外添使之常滿自孔噴流亦必加倍之多也見力學

問其水旁躍遠近何如

答以水深為圓徑自孔橫畫直線割圓其水躍出即應加倍於此線之尺寸也蓋水自庚流較物墜至庚其急加倍則其物至庚時其水流之尺寸必加倍即二丁庚水落至地也與物自庚落地時等其物墜至庚時為春自庚墜至丙時為秋

則然已見春時水流二丁庚則

春秋丁庚庚丙

以此代春秋時所流必丙丑也蓋其旁躍落地必至此處即以丙丑代秋未知其幾何則由其比例而計之

蓋

丁庚庚丙二庚丙丑

丙丑二丁庚丁庚庚丙

二二丁庚庚丙庚王

蓋上下之三角形同類以勾股

相比

丁庚庚王庚王庚丙

則

庚王二丁庚庚丙

是知水之旁躍即庚王橫線之加倍

也二孔若離桶底桶面相均則旁躍亦均孔適居中則旁躍最遠蓋庚王即為圓之半徑也

問^{三五}自孔旁躍水循何等之線而下也

答既被壓力旁催復被地之吸力下引即循曲線而下

若更考其曲線為何等便知其為拋物線蓋擲物空

中所行之線與此無異也拋物線見下文測算力學

問^{三六}平面之物橫行水中被水阻礙何如

答其被水阻礙即按疾徐之成方也蓋其物行掣水俱

動而水所得之動力必為其物所失以春為水之分

兩以子為其動之疾徐以秋為動力則秋二春子然其物

之行愈速即所排擠壓開之水愈多也則春四子故秋四子是

知水之阻礙即按其物之疾徐成方其物不甚疾此

物行水中
愈速愈阻

理即可驗也若行之極速則阻礙遞加更大按此則

舟之行水定有限制欲行之異常加速實為費力蓋

以火輪機合馬力二十匹令舟每點鐘行十二里合

馬力一百八十匹其舟始克行三十六里是速加三

倍其力必加九倍故也

卷七算學上章凡二十六問

第二章 測算氣學

問吸氣筒所吸每下遞減何如

答、卽按乘法層次遞減也。設其筒所容爲罩所容十分

擊
一
三
三
四
五

之一則第一下必出氣一分第二下必

出所計統	每擊所餘	每擊所出	數
十二	十二	十二	一
百	百	百	二
十九	八	九	
千	千	千	三
七	二九	八	
萬	萬	萬	四
三四三九	六五六一	七二九	
十萬	十萬	十萬	五
四〇九五一	五九〇四九	六五六一	

出所餘賸之氣一分、第三四下皆如是、故列成圖式、餘可類推、觀第二第三行、數雖遞減、永無窮盡、卽知罩內之氣、總留少許、必不能盡出之也、

問、天氣下壓分兩、何法計算

天氣下壓

各勿入月

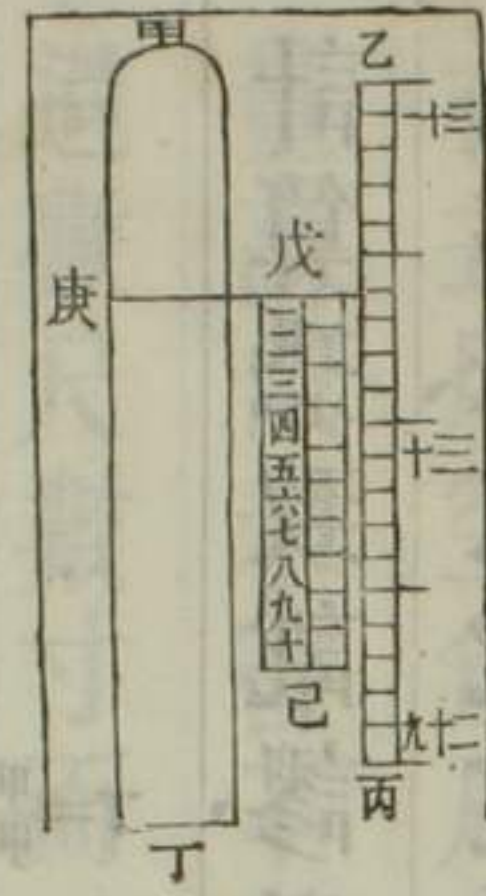
卷七 算學二章

測算氣學

答、以水或水銀稱之皆可、水則二丈九尺、與天氣均重、其水於桶底、每方寸下壓若干、即按上章計算、便知每方寸被天氣所壓若干、然以水稱之、不如水銀之便也、水銀較水重十三倍半、水被天氣壓托、高起二丈九尺、水銀高起二尺一寸四分、以十三有半乘之、細核之為十三零百分之五十七則幾與前數無差、其水銀底積方寸、上下如一、則重計廿二觔有奇、可見天氣下壓之力、每方寸亦廿二觔有奇、

問、風雨表細差、何法計算、

答、設若甲丁為表管之上節、乙丙為度數格、每寸分十、



戊己為細差格、每格較前小十分之一、水銀高至庚

戊、即為三十寸三分有奇、欲知其

奇若干、便將細差格上移至戊、下

排至二格平處、即第八格、便知所

奇乃百分之八、則三〇三八為正數也、表內水銀高低天下

無甚差別、其常不過寸之三四分、是天氣之輕重、天

下相同至其忽變、則有差至三四寸者、即為預報風

雨、不可不細察也、風雨表度數皆按洋尺

問、以風雨表測量高低、何如、

答、攜之上升、則水銀漸退、若不甚高、每升八十七尺、華

尺七水銀下退寸之一分此其大概也然天氣愈高
丈四水銀所退隨高漸少欲細為覈算其法頗煩不
如空盒風雨表為便也以此表測量高低其式如左
於此處其分度為甲於彼處其分度為丙二處高低
所差為丁

則

甲丙五二四〇〇
丁一甲丁丙

按此數為洋尺惟天愈高愈冷苟不

計算恐致訛謬以此處熱氣分度為子彼處熱氣分
度為丑改訛之數為寅則九百
子丑寅即為二處高低所差之
正數也凡二處所差高低不過三千尺皆可按此式

測算天氣
輕重

計算若高過三千尺則應層層相繼而算之可也按
右式用空盒風雨表雖為更準然以水銀表按之測
量高低未嘗不可蓋雖稍有訛謬數千尺中所差不
過數尺數寸而已

五
問天氣較水銀輕重若何

答升高八十七尺水銀既下退一分則一分之水銀足
抵八十七尺之氣也是一寸之水銀足抵萬〇四四〇寸氣水
則較水銀輕十三倍半有奇以此數約彼

即此水較天氣重七百六十九倍也

統計其分
兩

問、天氣包裹地球一層、統計分兩若何、
答、天氣下壓、既如二尺一寸之水銀、則其分兩統計、正
如二尺一寸深之水銀海、包裹地球、海形若球皮、欲
計其分兩、其式如左、水銀之高為丙、地球半徑為甲、
其圓比徑為卯、其全體為春、

則

三 甲
四 卯

水銀全體為夏、則

三 甲
四 卯

以此減彼、即餘賸

春

夏

球皮乃

則

然丙較甲甚小、其第二三元即

三 甲
四 卯

三 甲
四 卯

可不計、則

若配以數、卯為

三 甲為二六萬尺、丙為

三 甲
四 卯

二尺一寸、

各物入明

卷七

算學二章

測算氣學

七

則

即為

萬尺乃水銀之立方尺寸每尺約

夏二四×(三·一)(二一旁)(六·一)

一 二 一 四 九 二 二 二 四 〇 〇

計千觔以此乘前數可得天氣全體之分兩

問天氣稠稀上下若能均勻其高若干

答即以天氣與水銀輕重轉比而計之也如以寸水銀

較寸天氣重一萬零四百四十倍天氣即比水銀高

若干倍則為二萬一千九百二十四尺乃十二里有

天氣漸高
漸薄

奇不及大山之高大海之深也與水比之總計體質亦不如水之多也而天氣一層雖究不如此之薄與地之厚比之不過如極薄之翼也

問天氣漸高漸稀遞減層次若何

答若升高之路按加法遞加則天氣之稠必按乘法遞

減設若天氣分為無數層次其稠下層為甲次層為

乙三層為丙在地面其壓力為子下層之上壓力為

丑次層之上壓力為寅則下層之重即_{子丑}次層之重

即_{丑寅}其輕重復如稠稀蓋按馬氏之例天氣愈壓愈

縮其尺寸與壓力反比

則然天氣之稠稀亦按其被壓之分兩

甲：丙：子：丑：寅：卯

則

甲：丙：子：丑：寅：卯

子：丑：寅：卯：辰：巳：午：未：申：酉：戌：亥

子：丑：寅：卯：辰：巳：午：未：申：酉：戌：亥

子：丑：寅：卯：辰：巳：午：未：申：酉：戌：亥

故

子：丑：寅：卯：辰：巳：午：未：申：酉：戌：亥

按倍遞減也層層皆必

如此即如升高至二十里其天氣之稠不過四分之一升至四十里其稠只十六分之一餘可類推其式如左
升高里數按恒數遞加

二十 四十 六十 八十 百里 百二 百四 百六 百八 二百

天氣之稠按倍遞減

四 二 一 二 四 六 八 一〇 一二 一四 一六 一八 二〇 二二 二四 二六 二八 三〇 三二 三四 三六 三八 四〇 四二 四四 四六 四八 五〇 五二 五四 五六 五八 六〇 六二 六四 六六 六八 七〇 七二 七四 七六 七八 八〇 八二 八四 八六 八八 九〇 九二 九四 九六 九八 一〇〇

天氣高有界限

問天氣之高有界限否

答按上文遞減層次無盡則天氣雖愈高愈薄亦該無

盡然至極薄之處其相驅之力少被地之吸力與空

中之冷相抵故不復漫散判然有界限也是知星宿

之間空然無物故運行無阻出沒無差也

問若能掘井通至地心其內天氣之稠若何

各物入門 算學二章 測算氣學 七

天氣愈低愈稠

答必按倍遞加蓋與升高相反也下至百里其稠如水百五十里則重如黃金

問前有法國人駕飛車攜風雨表上升見其水銀漸退僅賸十二寸其上下天氣多寡若何

答按洋尺表內水銀在地面應高三十寸僅賸十二寸則其上賸天氣五分之二也

蓋也

十二

問計高至結冰按南北度數所差若何

答離地上升愈高愈冷故無論南北最高山頂常年積

恒雪線



雪惟赤道之下熱氣最盛離赤道或南或北熱氣漸次差少故他處不必如赤道下之高始可常年積雪也若細為查核則恒雪線自赤道以南以北漸低而下直近二極即不離平地圖中甲丙丁為地面其上之碎線即恒雪線也計其高低標之於左

南北度數

°度	十	二十	三十	四十	五十	六十	七十	八十
----	---	----	----	----	----	----	----	----

恒雪線高低

十二丈	一丈	七丈	六丈	八丈	四丈	四丈	七丈	二丈	六丈	二丈	十丈	九丈
-----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

天氣中含水氣

問、天氣中含水氣多寡何如、

答、愈熱愈多也、理應如此、蓋水愈熱愈化為氣、且天氣愈熱愈稀、故其間容水氣愈多也、是以凡有熱風遇冷風、天氣即縮、水氣即凝而雨下也、在三十二度、天氣若干、水氣只為_五一、至九十三度、則為_二一、是天氣愈熱、水氣按倍遞加甚速、冬令雖加熱十度、水氣所加無幾、惟至夏日忽加熱十度、則水氣所加極多、故夏日忽作炎蒸、每致暴雨

計吸水管之力

問、吸水管用力若何、以下水管數段、似應屬之水學、茲歸氣學、以其力由天氣也、
答、雖賴天氣下壓、所用之力、仍與提水無異、即與其水



之勛兩等也、蓋水上升二丈九尺、無非氣之下壓、有若干勛兩、上移其塞、即上提天氣若干勛兩也、夫上提管內之氣、管外之氣、於是下壓、令水隨塞而上、故所用之力、即與上提若干水無異也、此理所必然者、復可以測算證之、以甲丙尺寸為子、水所以升至丙、惟管中之氣漲入戌巳、其漲力即_九子、乃其活塞被氣上托之力也、活塞被天氣下壓之力為_二九、蓋天氣足以壓托二丈九尺之水、輕重與之均勻、以此數減彼、

即

二九丁(二九子子)

其餘賸壓力本與水之上升尺寸無差故吸管

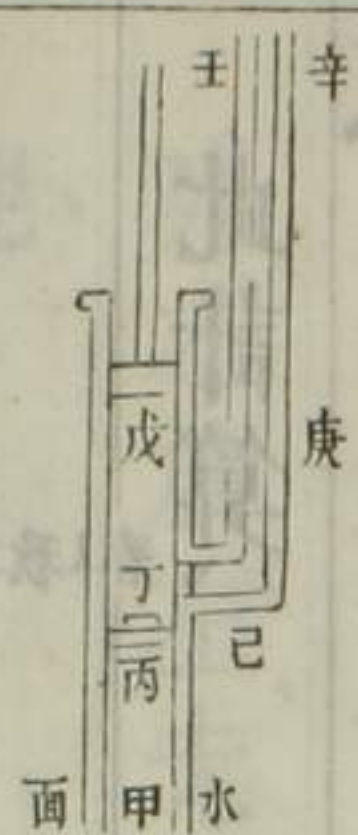
中之氣與上提若干水其力無差是知吸水管並不
省力惟用力之法較便也

問提水管用力若何

答既曰提水則塞上之水與活塞等件一並若干重須
用若干力也圖中吸水管之上節即提水管也若水
深則二者兼用為便

十五
問壓水管用力若何

答較提水管少省蓋提水必須活塞鐵條等件一並上



提而壓水管則活塞等件自然下壓為
用有分兩若干即助力若干也壓水管
下節常與吸水管相連茲無庸再計以

其上節之活塞等件分兩為寅活塞之半徑為辰週
圍比徑倍數為卯尺水之重為己正管中水高尺寸
為子須用力為春其水於旁管之高為丑下壓之
力為秋計其上提之力

則

欲計其下壓之力

春二辰二卯二子二己寅

計壓水管
之力

計提水管
之力

天氣以外無所被壓雖加以烈火其水不增熱惟化氣而散也若煮水壓之不令氣散水與氣皆可增熱斯其加熱加稠至於四百十九度氣比水漲不過三十七倍至五百度其漲不過水之加倍則水若干尺寸化氣不過尺寸加倍而已其氣如此之稠如此之熱漲力甚險幾乎與火藥相等蓋若忽然放出必漲至六百五十倍若煮水能壓之勿令稍漲至熱極則寸水化而為氣其力足抵一里半高之水銀每方寸受力幾乎三萬觔也其力遞加層次標之於左

按蒸氣熱至法倫表若干度數能抵天氣之壓力

若干倍數

熱表度數	天氣倍數	熱表度數	天氣倍數
一百二十	一	三百八十七	十四
二百五十	二	三百九十三	十五
二百七十五	三	四百十八	二十
二百九十三	四	四百三十九	二十五
三百〇七	五	四百五十七	三十
三百二十	六	四百七十三	三十五
三百三十一	七	四百八十六	四十
三百四十一	八	四百九十九	四十五
三百五十八	十	五百一十	五十
三百七十四	十二		

卷七算學第二章凡十七問

第七卷算學協助格物

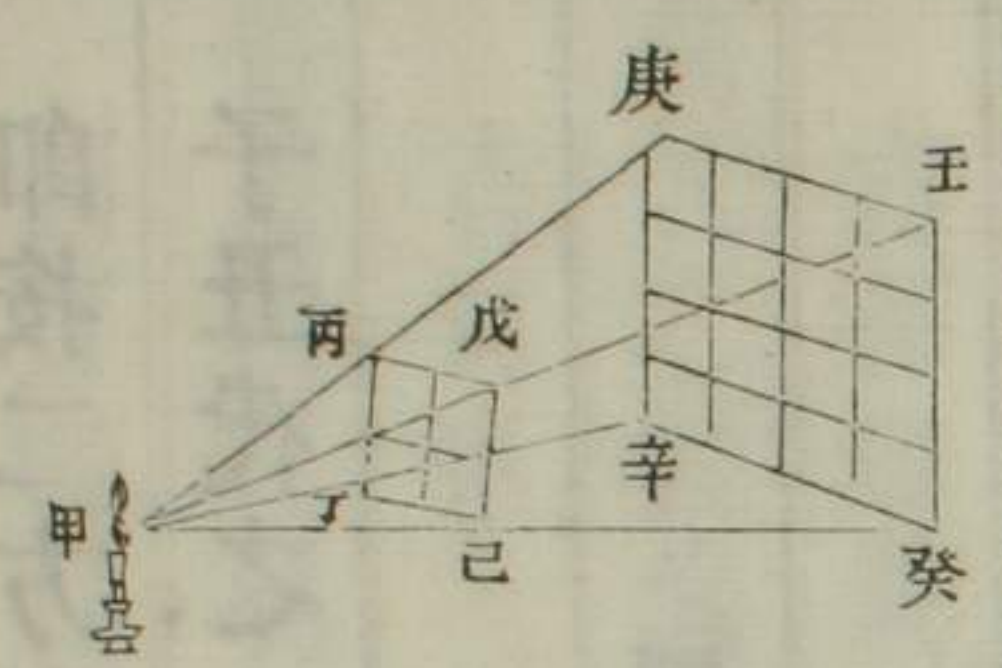
第三章測算光學

按第三卷火學論熱論光茲祇照算光學因熱氣發散直射返餘無庸計算

光按遠近等差

問光之濃澹按遠近等差若何

答按其遠近成方反比也蓋光性直射四週散開布置均勻若知其遠近計其多寡即無所難如設燭於甲



以方板小塊置於丁即遮大板之在辛者蓋其光按甲癸甲辛之線直射故也若移開小板其光盡照大板不過散而較澹耳復以小板移近燭光隔之則其光全歸小板而較濃是若則濃若則澹

卽按二方之反比明矣其光於己癸二處之濃澹以子丑代之

則然甲戌己甲壬癸之三邊形既爲相

子丑壬癸戊己

類則故卽二處之濃澹如其遠近之成方反比

甲癸甲己壬癸戊己
子丑甲癸甲己

離物稍遠
明似無差

是也是以其方板離光少許其光卽隨減若干離至加倍其光不過四分之一離遠四倍只賸十六分之一至離八倍則僅賸六十四分之一若移近加倍反爲加濃四倍移近千倍加濃百萬倍故距太陽三百萬里其光比地上十萬倍也復移近之其明其熱更當何如哉

問光之濃澹既隨遠近大有差別及目視物似無甚差者何也

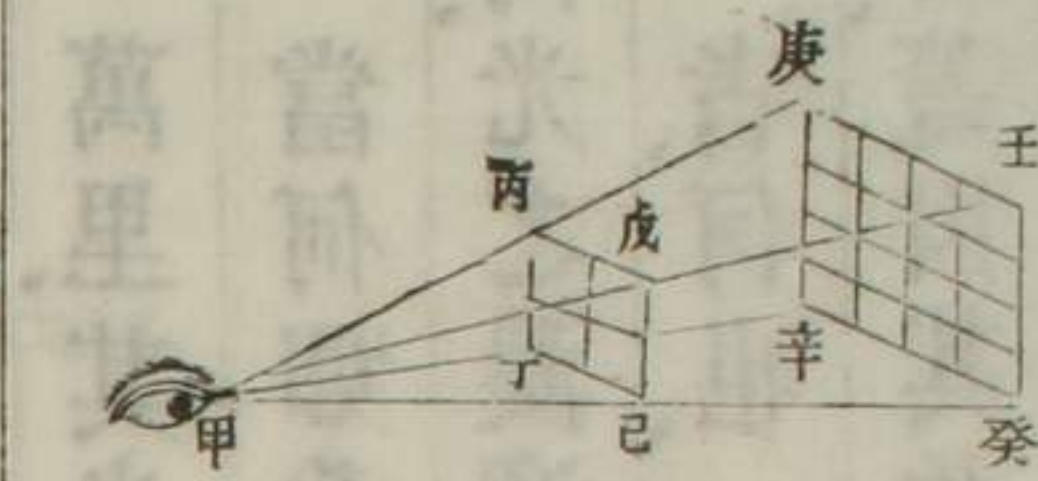
答蓋因其物愈遠愈覺收小亦按成方反比之例也依圖言之目在甲注視壬辛方板則光由板上返照入

天氣阻光
令明漸殺

問、天氣若能稠稀均勻、其阻光令明漸殺、等差何如、

反比也、二者事反而理同、

覩物、與藉光視他物、確有分別、蓋其覩雖略遠、明則不差、藉光讀書、稍遠即難朗徹、皆由其濃澹按成方



視物漸遠、漸覺模糊、其等差詳於下文測算夫目之無氣阻蔽、則實有此理、然天氣略能阻光、倍、物影亦收百倍、而其明無差也、若空然其明固無差、若移近十倍、其光即減少百倍、障之必嚴、光雖四散、而僅賸四分之一、

答、其漸殺等差、按乘法遞減也、比如天氣一層若干厚、稠稀均勻、以平面分爲無數薄層、光透上層、所減阻爲寅一

所出爲

寅二

其透第二層、復失其寅一、即

其透

第二層而出者、即

其透第三層而出者、爲

餘可類推、則各層之光、按乘法遞減、其式如左、

一層 二層 三層 四層

寅_丁一

寅_丁二

寅_丁三

寅_丁四

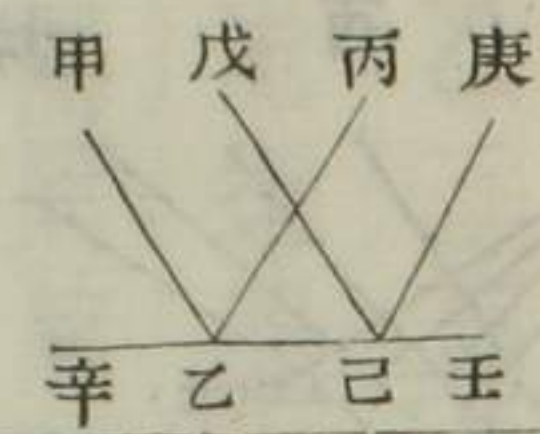
率皆如此

以入每層之光為實、以寅_丁為恒法、乘之即入次層之光、所謂按乘法遞減、光透體質稠稀均勻之物、皆按此理也、

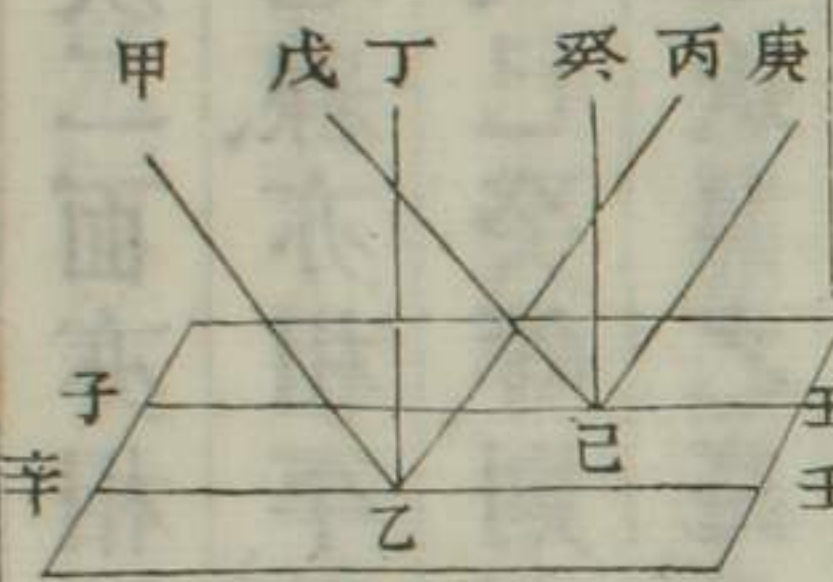
平鏡返光之理

光平來平返

問、光之照於平鏡面、其返照何如、
答、其來光若平、其返光亦平、其來光或散或聚、其返光之散聚亦皆然、
問、於平光何以辨之、

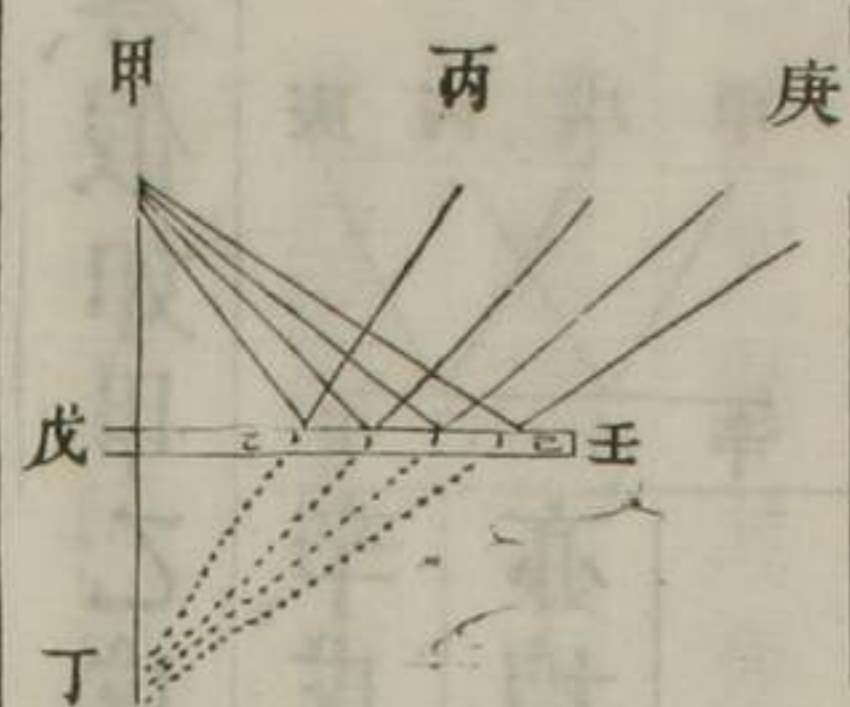


答、假如甲乙戊己為二線平光、其返照亦必平、蓋甲乙辛戊己辛二角既均、則丙乙壬庚己壬二角亦均、二角既均、二線必平、



問、二線平光、若不同一平面、其返照平否、
答、仍然平也、設甲乙戊己不同一平面、與乙己各垂直線、則甲乙丁之面、與丙乙己庚之面相切於丙乙、甲乙戊己本係平線、丁乙癸己亦平、則甲乙丁、戊己癸、二角等、此四線兩兩相平、則甲乙丙、戊己

光之聚散
返照亦然



庚二面亦相平、二面被丙乙己庚之面所切、其所切之線亦相平、癸己庚、丁乙丙、二角卽等、癸己庚既與戊己癸等、則丁乙丙與甲乙丁亦必等、乙丙卽爲甲乙返照之路、與己庚相平也、

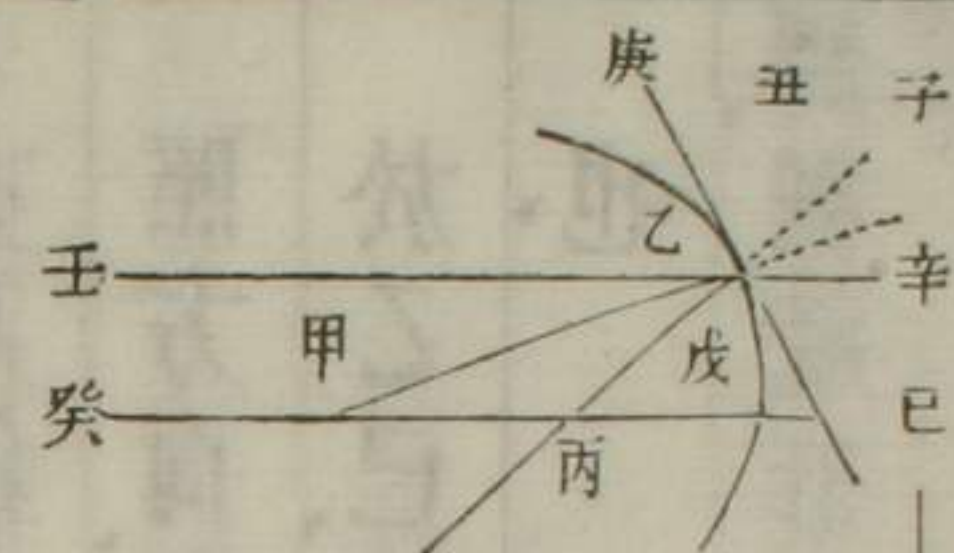
問、其光照於平鏡、或散或聚、其返照何如、

答、其返光之散聚、卽與來光相同也、設有光二線、自甲照於乙己、返照於丙庚、則甲乙甲己相離度數若干、乙丙己庚相離度數亦若干也、自甲垂線至丁引乙丙使與甲丁相接、則甲乙戊與丙乙壬等、丙乙壬與

戊乙丁亦等、故甲乙戊、戊乙丁、三角相同、其角爲戊乙二形共之、則甲戊戊丁二股亦等、故乙丙己庚之光返照方向、正如自丁而發、相離度數與自甲而發無異、故其來光之眞源、距鏡若干、卽其返光之虛源亦入鏡若干也、至於二線之光相聚而照、欲究其返照方向、卽與此論相反也、卽如二光自丙庚而發、照於乙己、其返照必歸至甲、相斜度數與歸至丁無異也、

凹鏡返光
之理
鏡面如球
聚光半徑

問、凹鏡形若球面、平光照之、返照何如、
答、其光距鏡軸不遠、則所聚光心於鏡面鏡心居中、蓋

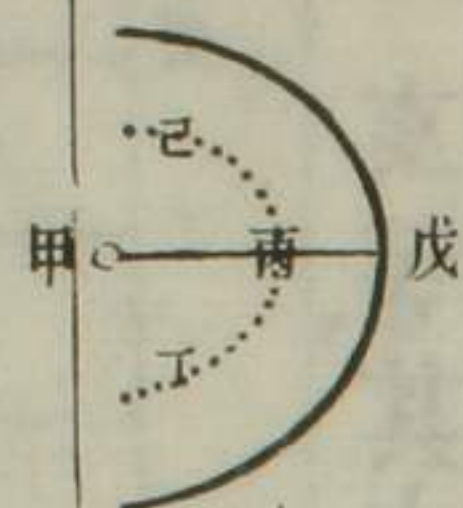


以甲爲鏡心，癸爲光線，經甲而照於戊，其必返照至癸。若更有平光自壬照於乙，其必返照於丙。蓋甲乙丙，甲乙壬二角相等故也。於乙畫庚己之切線，二光既平，則甲乙壬乙甲戊二角必等，而乙甲戊與甲乙丙亦等。夫三邊形二角既等，其相對二邊必等。是知甲丙與乙丙等。然甲乙己，甲乙庚皆直角，除甲乙丙，甲乙壬，則丙乙己壬乙庚等。壬乙庚丙己庚復等，故丙乙己亦等。而丙乙丙己之二邊均長，若二光相離甚近，則弧切無差，丙己卽無異於丙戊，既與丙乙等。

與甲丙亦等，故其光心卽在居中也。

問：若平光照鏡，距軸稍遠，其返照何歸也？

答：其光必聚於與鏡同中之球面也。蓋其光之照於鏡軸，相近者既歸半徑之中，則凡有平光照於他處者，亦歸半徑之中。光心各點合成球面，是也。如圖中光照於戊，相近既歸至丙，其平



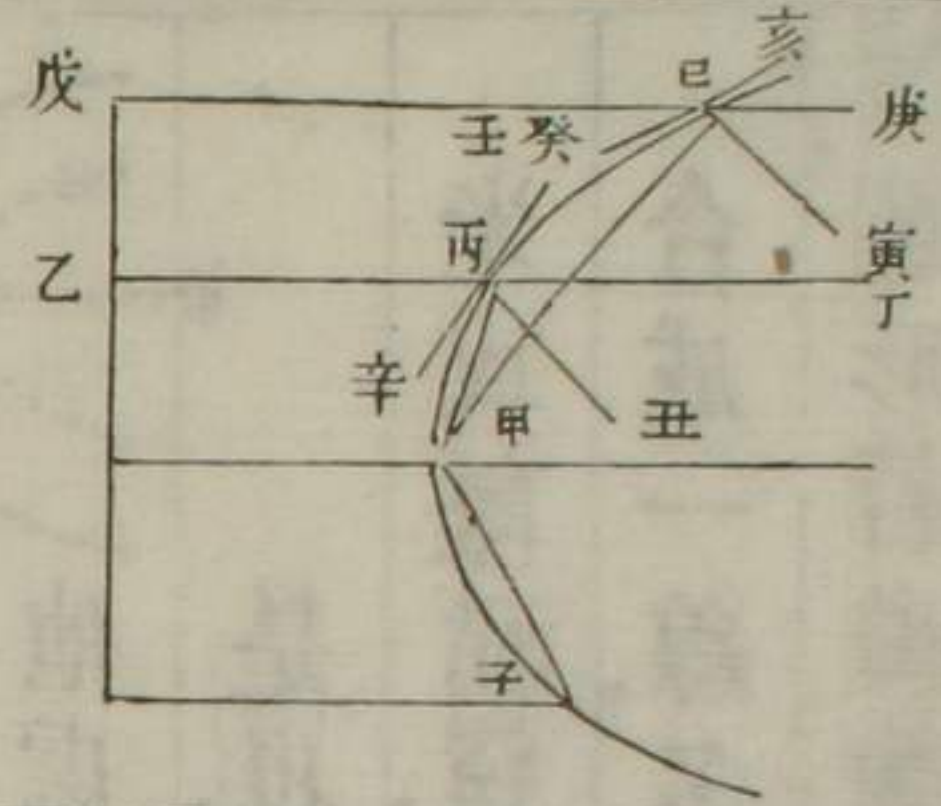
光或離稍遠，卽返照成光心於丁丙己之各點，多點合成一線，多線合成球面。

問：鏡形若拋物線，其平光返照何如？

答：皆歸中心也。其鏡若球形，平光與鏡軸相近者，必統

鏡面若拋
物線返光
皆平

歸一處，即半徑之居中，若離軸稍遠，則不盡一處，惟



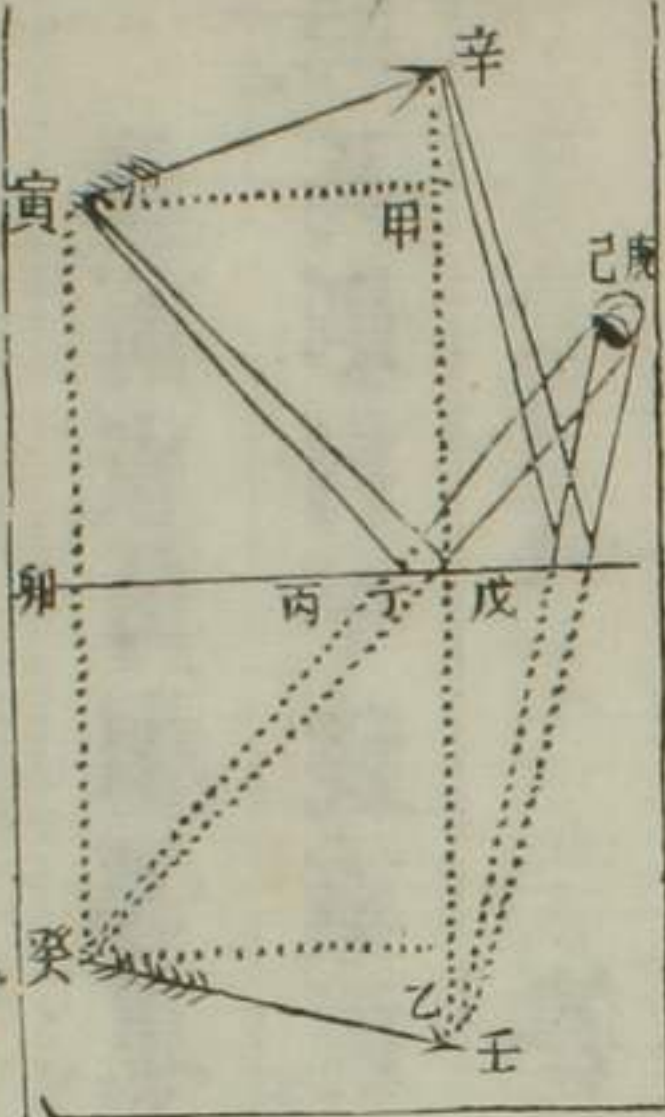
鏡形若類拋物線，平光照之，無論離軸遠近，皆歸一處。以子丙已為鏡面，庚己丁丙為二線平光，則二線光必返照於甲。蓋按拋物線之理，凡線與軸相平者，與切線交成角必等，則丁丙壬與庚己

亥等，其來光之角等，反照之角亦等。丑丙甲與寅己甲等，則丁丙庚己二光必返照於甲，餘可類推。即知平光莫不歸於甲，或設燈光於甲，其返照必平行不散，故能射遠。海涯建造光塔，每用拋物線鏡，職是故

也。

平鏡成影之理

問物於平鏡成影，其影見若何。



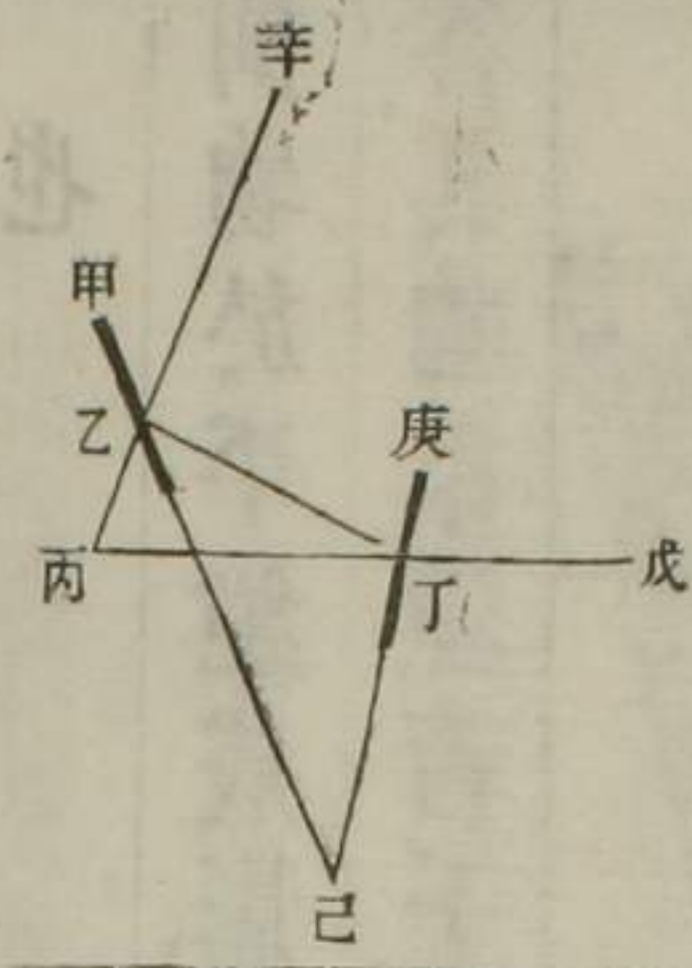
答：其物距鏡若干，其影即入鏡若干，其影與物均大，且其物與鏡成角若何，其影成角亦相等。如圖中寅辛為物，寅端即見於癸。按上文第六問，癸卯與寅卯

等，辛端見於壬，而壬戌辛戌等，寅辛二端之間各點皆然，莫不見於壬癸之間。則其物距鏡若干，其影必入鏡若干明矣。壬戌既與辛戌等，而壬戌癸辛戌庚又等，則各邊各角皆等，影與形均大，至其與鏡成角

若何畫寅甲癸乙二線與鏡面相平則辛甲乙壬等
 壬癸乙甲寅辛之三角形必相肖故壬癸乙甲寅辛
 二角等其物若直立其影即顛倒相對其鏡若與地
 相斜四十五度而其物與地相平則影必直影形與
 鏡面成角相等也

影形方差度

問其影自平鏡重返相差度數若何



答二鏡成角若干度其來光返光二
 線成角加倍也如物在辛二次返照
 即影現於戊戊丙辛是影形所差方
 向即謂方差度而加倍於甲己庚蓋

丙乙己與甲乙辛等甲乙辛與丁乙己亦等因直照
 返照二角均勻也丙乙丁即丙乙己加倍也戊丁庚
 丙丁己等丙丁己復因直照返照二角均勻即與乙
 丁庚等乙丁戊即加倍於乙丁庚其等數之式如左

丙乙丁二二丁乙己

乙丁戊二二乙丁庚

戊丙辛上丙乙丁上乙丁丙二乙丁戊上乙丁丙

因三角共合二直角故也

去乙丁丙則

戊丙辛⁺丙乙丁[—]乙丁戊

戊丙辛[—]乙丁戊⁺丙乙丁

[—]二乙丁庚⁺二丁乙巳[—]二乙丁

故

戊丙辛[—]二甲己庚

則影形相差度

數加倍於二鏡也

問按此理鏡依軸轉影動何如

答其鏡旋移若干度數影必旋移加倍蓋一鏡折轉其軸卽與其故位成角與二鏡無異故鏡與物對立影亦直立鏡旋移四十五度直立即成平卧平卧反成

直立與上第十二問之理同

問按此理造有何器

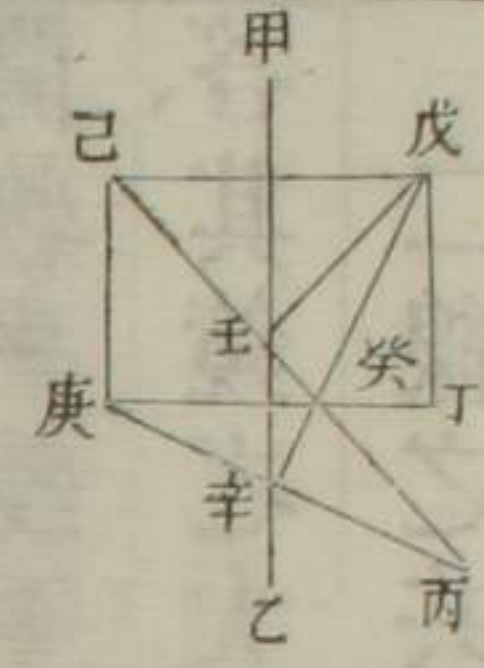
答此乃紀限儀測天之器也以平鏡二面一靜置一動轉相斜成角此接星光而彼接返光其重返成影所差度數加倍卽如鏡轉二十度方見星於地平便知星高四十度也故重返星光四十五度之器卽可測量九十度也

平鏡影形大小比例

十五

問物與鏡平其影形大小與鏡相比何如

答其鏡之大小比其形如返照一線之長比直照返照二線之共數也設甲乙爲鏡其物在戊丁影在己庚



則壬辛上下之鏡無涉祇以壬辛與戊丁相比以己壬庚辛二線引至丙

則

庚己戊丁均壬己復與壬戊均故

壬戊

壬辛：庚己：丙壬：丙己

壬辛：戊丁：丙壬：丙壬：壬戊

為直照之光丙壬為返照之光丙己為直照返照二線共合其理即驗也丙壬若為丙己之半壬辛即為戊丁之半故平鏡與人身高一半即能現全身使本人自見之至他人亦見之移遠即不全見若移近其

凹鏡聚熱之理

鏡雖更小亦能全見蓋目近影大以小鏡現大物即按此比例也

問以凹鏡聚熱何如

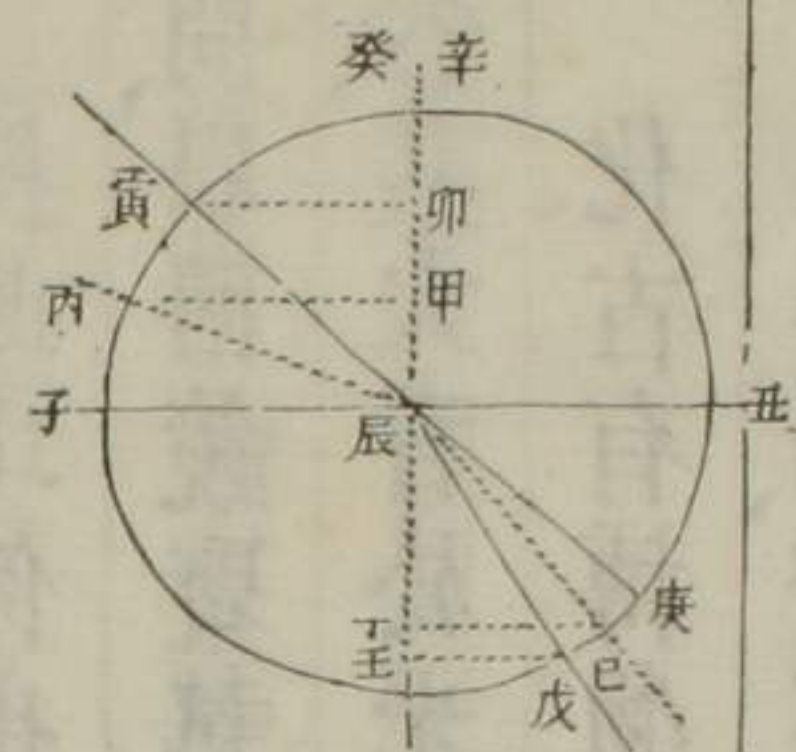
答其大者於光心聚熱極甚雖金類之最堅者皆可鎔化古有博物士阿璣密底者以凹鏡返光燒燬羅馬國兵船按其必非現時所謂凹鏡者蓋鏡面如拋物線如球皮者其光心離鏡不過數尺想其所謂凹鏡者乃平鏡數十面相合使光聚一處仍可遠射法國步方氏曾試之以方平鏡一百五十餘面砌成瓦式使之中凹嚴絲合縫以之焚燒物件雖離物二百五

十尺之遠仍可聚火燒之

問、光之透物而被折、其理何如、

答、二物體質若有稠稀分別、其光自此入彼、必被折回、改移方向、其內外二角正弦、恒有定比、即如寅辰丙

辰二光線、於辰透水、其一即折至戊、其二即折至己、比例如左、



甲丙：巳丁：寅卯：壬戌

即內外二角之正弦、恒有定比也、

無論自何度而入皆然、欲驗之、則以器如球形、盛水

半滿、其上開鑽小孔、只容一線之光入水、即可量其
 內外二角之正弦而比之也、自天氣入水二角之正
 弦、即如^三入玻璃、即如^二入硫磺、即如^一蓋各有折
 光之力不同也、以內角之正弦為一、論水則外角之
 正弦即^三論玻璃則為^五、此謂折光之力也、至光之
 直照、左右皆成直角、則其外角正弦為無、故不論其
 透何物、皆不被折、惟有斜入則被折也、其各物折光
 之力、即標於左、

鉛丹

紅礬

金鋼鑽

光藥

硫磺

水晶

二·九七

二·五六

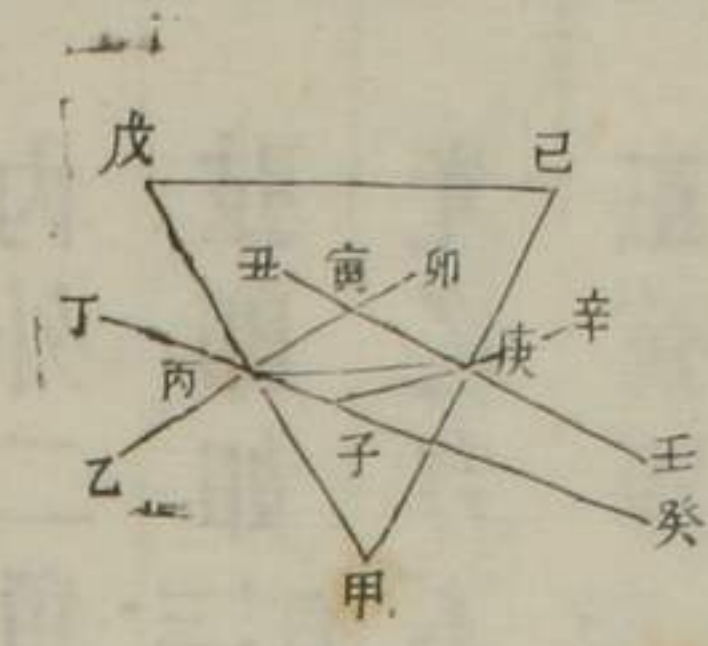
二·四三

二·二二

二·一五

一·五四

法驗折光之



所說內外二角相比、

光之角、有光於丙入、被折至庚、出而復折至辛、以丁丙辛庚二線引至子、則庚子癸即為其方差度、其折光度以春代之、二角若小、相比即如其正弦以上文

水 一·三三
冰 一·三〇

琥珀 一·五四
玻璃 一·五三
橄欖油 一·四七
明礬 一·四五
礬硝各酸 一·四一
酒精 一·三七

問、以三棱之物試驗折光之理、何如、

答、以其物作成三棱形、一面與地平、一棱向下即謂折

則

卯丙子：卯丙庚：：春：一

蓋

卯丙子 二 丁丙乙、

故也、

則

卯丙子：卯丙庚：卯丙庚：：春：一：一

庚丙子：卯丙庚：：春：一：一

至光出比例相同、

故

丙庚子：丑庚丙：：春：一：一

二式合之、則

然

庚子癸 二 庚丙子 丙庚子

卯寅庚 二 卯丙庚 丑庚丙

則

庚子癸：卯寅庚：：春：一：一

寅丙甲庚之四邊形其內之四角既合為四直角而其左右二角既皆直角

則

丙寅庚^二丙甲庚^二 二直角
丙寅庚^二卯寅庚^二 二直角
丙甲庚^二卯寅庚^二

以此易彼則

庚子癸：丙甲庚：春丁一：一

春丁一 丙甲庚^二庚子癸

其鏡若玻

璿

春二 二
庚子癸 二 丙甲庚

則方差度即為折光角之半也欲得某

物折光之度即量其方差角以折光角約之而加一

蓋

春二 丙甲庚^二庚子癸

問有物二面相平者光透之而被折何如

答其出路與其入路必相平也蓋光之入也雖被折改

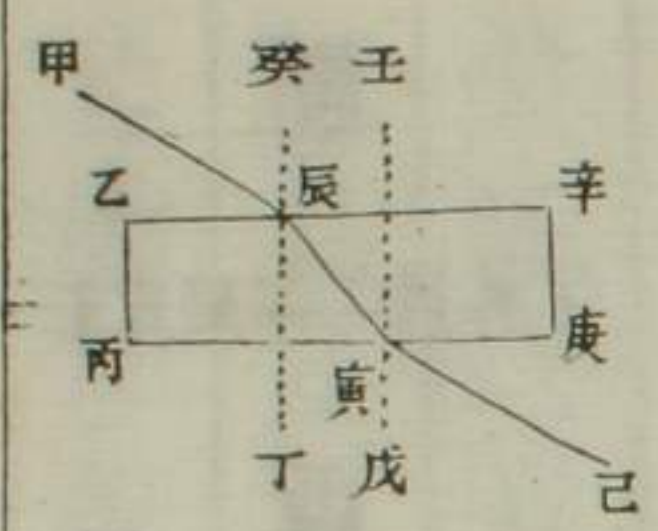
道至其出也而被折則復回原向與其出

路仍然相平設若丙辛為玻璃一塊二面

相平一線之光於辰而入自寅而出則寅

已必與甲辰相平蓋於辰寅二點各垂直

線



光透平鏡
出入相平

凸鏡影形
大小比例

則
兩邊折光度既等則
然
故
光

之入路與出路既與二平面相交成角均等則二線必相平明矣

問以凸鏡視物其大小何法計算

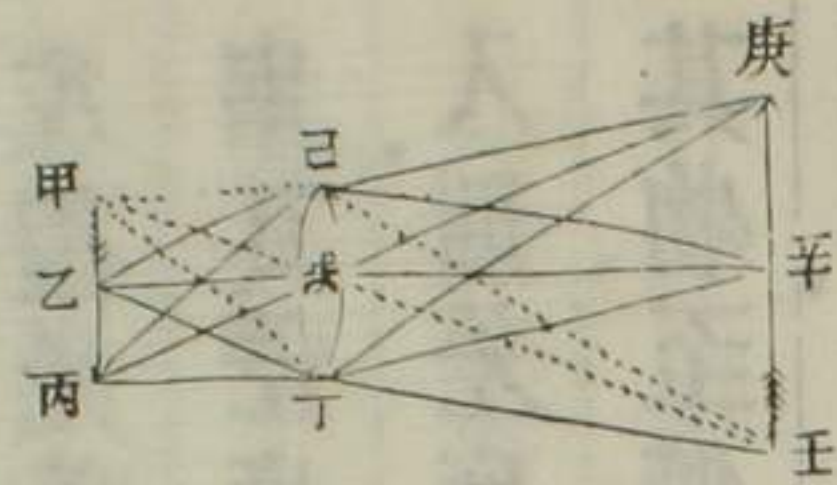
答其物之大比影之大正如物之距鏡比其影之距鏡也蓋庚戌辛甲戌乙二形相類

丁辰寅 辰寅壬

丁辰寅 甲辰癸 辰寅壬 壬戌寅己

丁辰寅 辰寅壬

甲辰癸 戊寅己



即有

庚辛：甲乙::辛戌：乙戌

故

庚壬：甲丙::辛戌：乙戌

其物之徑與其影之徑

凸鏡光差

比例既如此至其方積則影形相肖即相比如其離鏡遠近成方故其物離鏡愈近其影愈見方大也此無關鏡之大小惟二鏡之面若不均凸其折光不同其影形遠近大小之比例亦自不同矣

問凸鏡不盡聚光於一處何也

各物入門

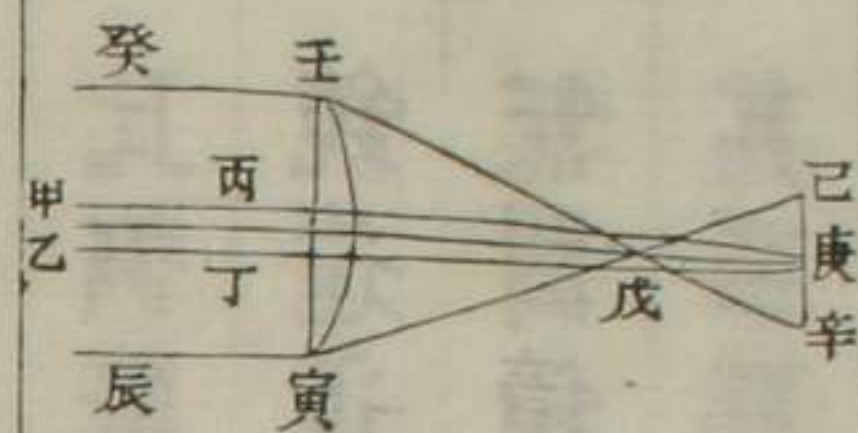
卷七

算學三章

測算光學

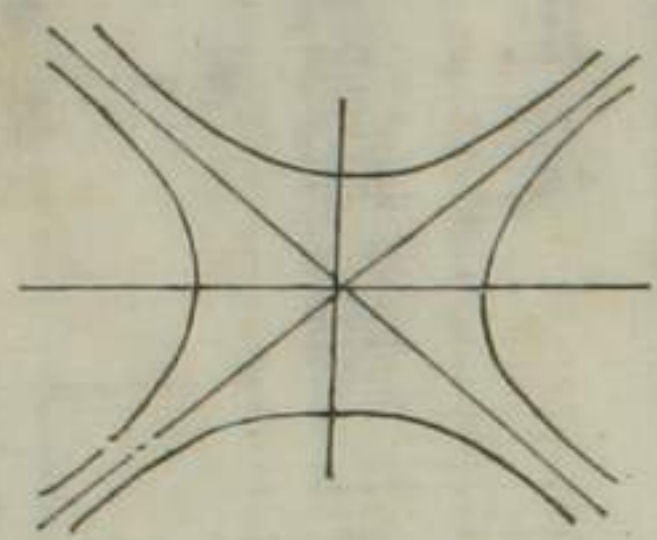
三

答因其光透之而被折分度不等設若壬寅爲凸鏡光自甲乙透之既離中不遠則交凸面幾成直角而聚於庚其光自癸辰與凸面相交愈斜被折愈多卽聚於戊相較而散至己辛凸鏡成影當中卽明外邊稍覺模糊職是故也庚戌謂光差度其鏡若一面平一面凸光自平面而入則其差度卽爲其鏡之厚薄四倍半若光自凸面而入則差度只有一倍有奇故用此等鏡者凸面應向其物至雙面凸鏡其差度則倍半有餘按此則鏡質極薄而遮其外邊使光從中透影乃真切不致模糊



其鏡面如球皮當中折光則少四週折光儘多故此等鏡單用不能無光差惟算學家已究得他式可無其弊蓋鏡面如橢圓或如雙線之式則其光盡聚一處可不散矣雙線圖附橢圓詳於下文

雙線鏡式



雙線圖式上下左右相對成雙而四線之內任舉一皆名雙線也

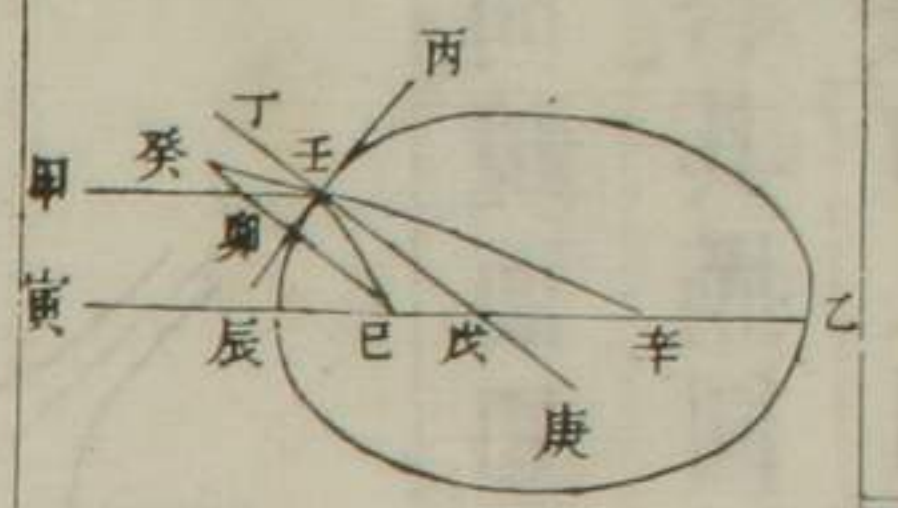
橢圓鏡式

問鏡面如橢圓式者應如何方便光線盡歸一處

答其橢圓二心之相距比其長徑如內角正弦比外角

正弦則光盡歸一處也

此即 設光自甲照壬與長徑相平自



王畫線通二心復畫丙卯切線再畫丁庚癸巳與丙卯正交

則 蓋按橢圓之理勿論其切線於何處

此二角恒等

卯壬巳 丙壬辛

即知壬卯癸壬卯巳皆為直角則壬卯左右之

丙壬辛 卯壬癸

三邊形均等

而

夫

蓋由橢圓之理也故

以此易彼

壬巳 壬癸

壬辛 壬巳 辰乙

辛癸 辰乙

則

丁庚癸巳既相平辛壬戌辛癸巳二形相類

辛巳 辛癸 丙正 外正 內角 外角 弦

則

執辛壬：辛巳：辛癸

然

執辛壬：正弦：正弦

蓋二邊相比，如其對角正弦，故

也、

且既

正弦：正弦

而

甲壬丁：寅戌壬

故

正弦：正弦：正弦

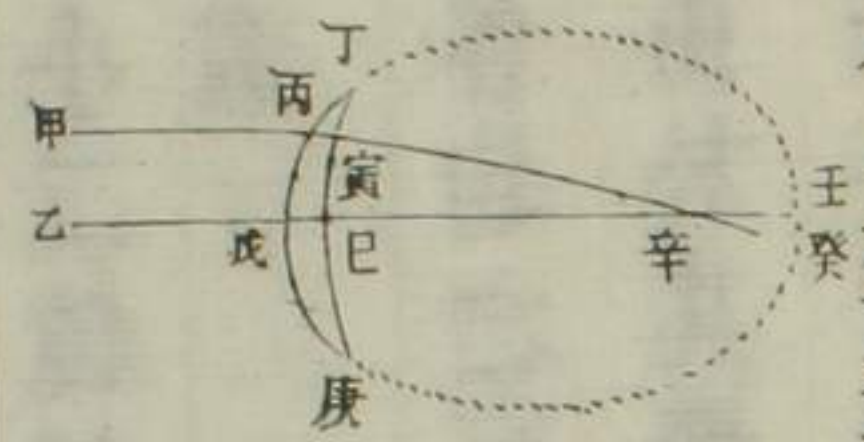
然光自甲照於壬，甲壬

丁，即其未折之角，辛壬戌，即其既折之角，其光即該自壬折至辛，勿論照於何處，皆該如此，是知其光盡歸一處也。

月牙鏡式

法防之、

問：上節辨鏡之外面折光，其被裏面復折，恐致差誤，何



答：令其裏面如球皮，外面如橢圓，其聚光即無差也。蓋橢圓鏡之折光，前已辨明，茲則以其裏面如球，不折光，復推論之。設若丁庚係此等之鏡，隨其外面畫成橢圓，復以辛為中，隨其裏面畫成圓線。按上節甲丙之光，被外面折向鏡心，光自丙而入，便被折，自寅而出，即不被折。因丁己庚係圓線之弧，其中在辛，故凡線自外向辛者，皆與其切線正交，是以丙寅之光不被折，而仍

故光生色之

歸至辛誠能按此式造鏡則其光必盡聚一處而影現真切祇以此式之鏡難以磨成故窺遠顯微等鏡仍式球面惟另須設法以防其散光差度卽如以大小二鏡配合得當則其差度相消矣鏡之內外曲線不同卽謂月牙

問各物之有各色者由於何故

答由於其體質能分析光之各種令若者存而若者返所存者卽變化而不再爲光所反者入目其物始見返一色之光者有之並返數色之光者有之不但見紅黃綠之各色一物而兼數色者亦有之至其返光

物隨厚薄變色之理

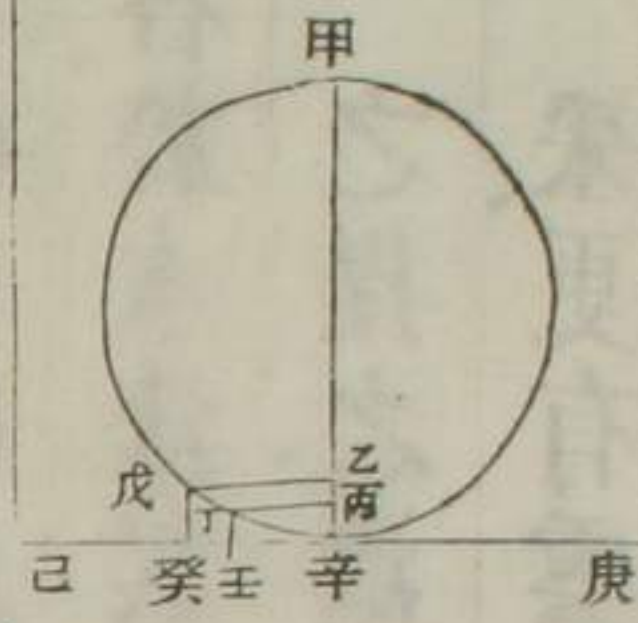
之故或由於其微質粗細排列不同蓋化學常見無色之物攙和而生色且其有色者隨冷熱而變其色甚至一物隨厚薄變色者亦然始知色外而體內色變而體常也

問物之隨厚薄變色者何以見之

答於水沫起泡常見五采小兒嬉戲常以水和松香吹之提之漂作水毬不但輕而上浮而其外面眩發五采更有雲母千層石等物自然分爲極薄之片呈現各色此皆物之菲薄成色者也至於水毬其厚薄漸移其色隨時變遷不定也

問以玻璃鏡驗之何如

答牛董曾以二鏡驗之用此之凸面壓於彼之平面其



相接之處遂見其光層層圍繞現出各色壓之愈緊色圈現出愈多其居中相依之處微黑外見各色近則明遠則澹

漸至於白牛氏謂其所以現色者惟因二鏡之間有氣一層中邊離有近遠氣即漸分厚薄其所以層層圈成各色蓋因凸面如球皮也牛董量其各圈之徑知其成方相比如一二三五七各數遞加且二鏡之間層氣之厚亦如是遞加蓋以凸鏡之面畫成圓式則

甲辛為其直徑以辛癸辛壬為色圈之半徑丙辛乙辛為各層之厚率

則

然乙辛丙辛二元比甲辛甚小即

戊乙二甲乙乙辛

丁丙二甲丙丙辛

戊乙二丁丙二甲乙乙辛甲丙丙辛

戊乙二丁丙二乙辛甲丙丙辛

可以甲乙甲丙換甲辛則

此二率共一元即可

去之而其比例如左、

戊乙：丁丙::乙辛：丙辛

按此即可計算各層之厚

薄、按牛董計算天氣其厚若不及寸中之_{百三}即不
返光而無色、天氣厚過_{百三}並返各色而為白、其厚
於二數之間者、擇色而返之、即見色有不同、水與玻
璃等物、莫不歸此理、而其數各有不同、故見極薄之
物、即可由其色辨其厚薄也、夫返光之色如此、至透
光即其相成之色也、即如凸鏡所倚之處、對面視之

則白色圈則外邊反見黑、其色圈以透光而見者各
層之厚薄、即按二四六之陰數、返光而見者、其厚即
按一三五之陽數也、

卷七算學第三章凡二十六問

本外二門

卷一

匹四

第七卷算學

第四章 測算力學

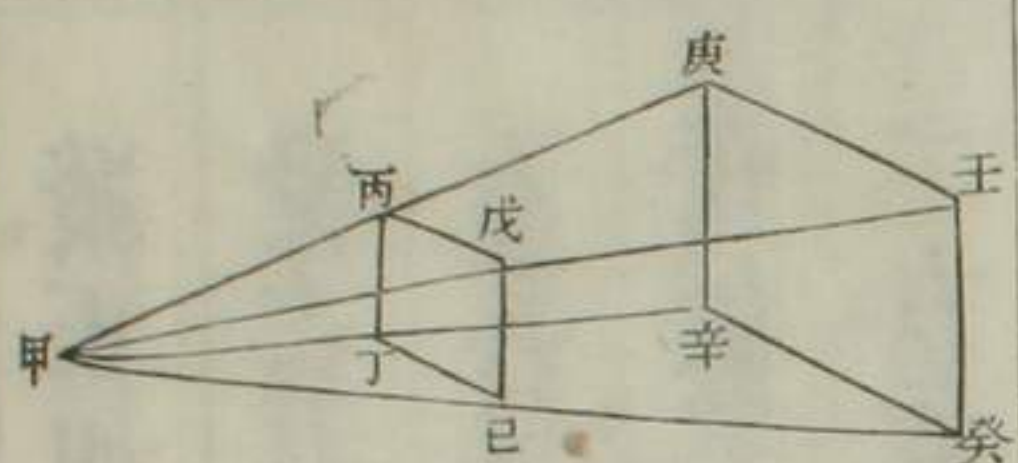
論吸力

吸力通例

問、地球之吸力、按遠近等差若何、

答、二處之吸力相比、卽如二處距地心之成方反比也。

蓋地既球形、其吸外物、正如一球之體盡在地中、故測算吸力、必自地心而起、夫吸力既本地心、而散布六面、其離開地心愈遠、力則愈少也、其漸遠漸殺、必按遠近成方反比之例、設地心在甲、其力四週散布、如光之普照然、於己癸二處、以二面相平而接之、則其力自甲而



發正如甲戌壬甲己癸之各線而丙己癸庚二方所受之力相等以光比之有光自甲發則丙己之方小而其光濃癸庚之方大而其光澹二方所受之光終覺無差蓋丙己足以遮癸庚也吸力亦然丙己所受之力散布於癸庚而二方所受之力無殊然舉各方一寸其吸力正與二方之大小相反若其遠者所受之力為春其近者所受之力為秋

則然甲戌己甲壬癸二形相類則
戊己壬癸甲己甲癸
戊己壬癸甲己甲癸
春秋甲己甲癸
故是知

二處之吸力相比即如二處距地心之成方反比也設有物離地如月之高其重較地上應

則故三千六百觔之物祇重一觔

春秋(一)(六)二
春二秋×三六〇〇

問升高若干物較輕若干何法計算

答亦按其離地心遠近成方反比之例也其離地心較地面數倍則易算若不足一倍則有奇零而計之稍煩設地心在甲地面在己物於己分兩為秋於癸分兩為春

物離地漸高漸輕之例

空球之內
無所吸移

丈之高其物減重不過四千分之一

問設地爲空球置物空中其被吸若何

答毋論其居正中或居偏旁其被吸之力必爲均勻故

定而不移也設戊丙庚己爲空球置物於甲以平面

於甲分球爲兩段則各段爲無數圓錐於甲顛倒相

合而成正如丙甲丁巳甲庚頂於甲底於球面其底

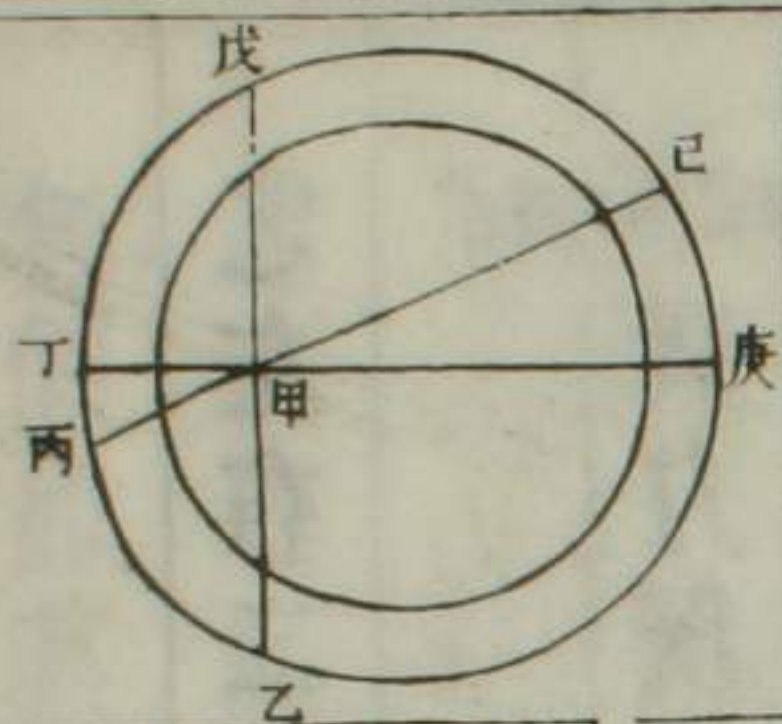
既甚小可視之爲平面其方積卽如其徑

方丙丁巳庚既爲甚小

則可以

甲丙——甲丁
甲庚——甲巳

甲



各物入月

卷七

算學四章

測算力學

七

則以地之半徑爲子其物所升之路爲丑則

春秋：甲子（甲巳上巳癸）

若丑較子極小丑方必更小不計可也則

假如丑爲洋里之半則

秋：春：二子：二丑：二丑

秋：春：二四〇〇：一

二四〇〇二

是知升至三百

秋：春：子：二子：子
：子：二丑：子

秋：春：子：二丑：子：二丑：子
：子：二丑：二丑：子

之左右二角既均，則丙甲丁、己甲庚，二形相類，故

吸力既如其質，二底之質若為春夏，則以甲丙

為子，甲己為丑，則

復如遠近成方反比

則上文則故不論

甲丙：甲己：丙丁：庚己

春夏：丑：子

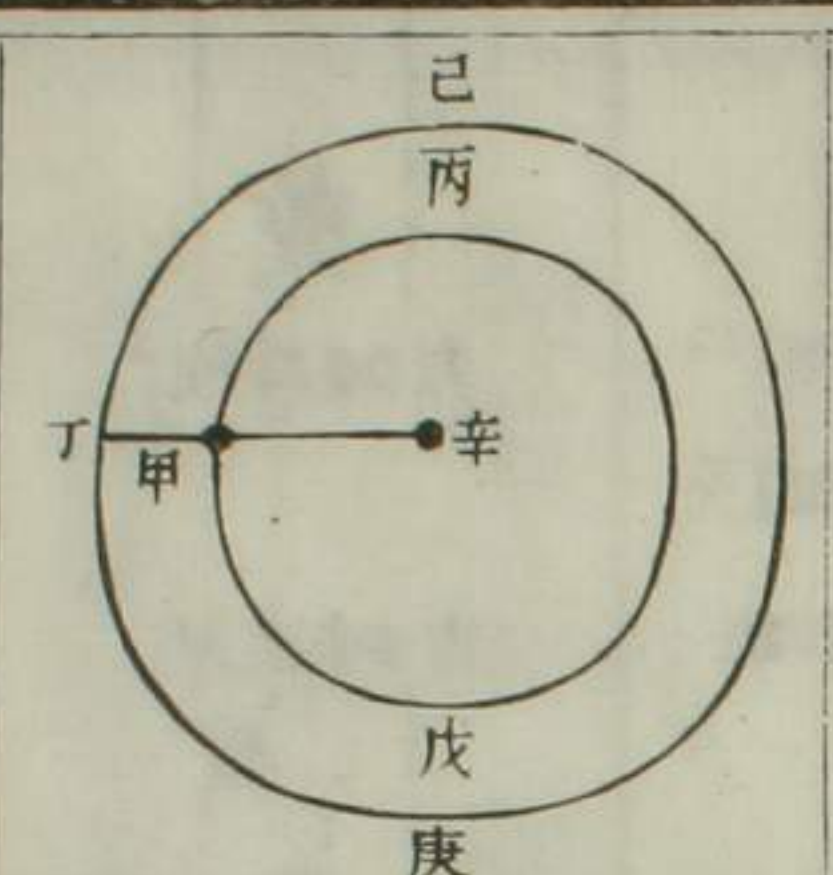
春：丑

春夏：辰：卯

寅卯：春：夏

甲丙：甲己：丙丁：庚己

物入地漸
深漸輕之
例



丑之大小即無異，二錐如此，其餘盡然，是知物置空中離球面無論遠近被吸之力無異，故定而不移也。

問：物於地內其被吸若何？

答：其被吸之力，如其距地心之遠近正比，設其物居地

心，則六面被吸均勻，而其物定也。若居

偏旁，則其以外之地吸力相消，故其所

受之力，惟自內而發，漸近地心，則受力

漸少，故物從外面墜地，雖愈近愈重，若

能入地向地心，愈近則愈輕也。至於地心，則分兩全

無，假如其物在甲，按上節所論，已丁庚一層，正如空

球之皮吸力對消而其物惟受丙甲戊一球之力正
比則按質之多寡反比則按遠近成方

故 $力 \propto \frac{(\text{半徑})^2}{(\text{半徑})^3}$
 $力 \propto \frac{(\text{半徑})^2}{\text{質}}$
然一球之質即按其半徑之立方則 $質 \propto (\text{半徑})^3$

故 $力 \propto \frac{(\text{半徑})^2}{(\text{半徑})^3}$
 $力 \propto \frac{1}{\text{半徑}}$
是其吸力正按其離中遠近若能鑽孔通

地心置物其中移下一半則較輕一倍其升高反加
分兩亦復如此

論動靜

物行平速之例

五
問設物平速而動其路若干
答其路必按時速相乘蓋其速即其一秒內所行秒數
愈多其路亦愈多故以二者相乘而得之即如每秒
物行四丈則十秒必行四十丈其恒式

即為 $路 = 時 \times 速$
則 $時 = \frac{路}{速}$
若此物 $路 = 時 \times 速$
則他物之時速

與路亦然故 $路 = 時 \times 速$
加點以別之

則 $路 : 時 :: 時 : 速$
故 $路 \propto 時 \times 速$
 $時 \propto \frac{路}{速}$
路

若有定限則時 $\times$ 速 $\equiv$ 即時速反比也凡平速而行者

其速其時其路莫不準此而計也

問物之動力何法計算

答由質速相乘而得也蓋其微質二點均大而其力或有異惟因其行有遲速之分其眾點共合亦然

故力 $\equiv$ 質 $\times$ 速設彼物質速與此不同者則

力 $\equiv$ 質 $\times$ 速故力 $\times$ 質 $\equiv$ 速 $\times$ 質

速 $\times$ 質 $\equiv$ 力若質有定數則力 $\times$ 速 $\equiv$ 若有定速則力 $\times$ 質 $\equiv$ 若質與速反比其力可計凡動物之力速與質互相連涉莫不準此

物行漸速之例

而計也

問物之動若施力不已其理若何

答若無阻礙其必漸加速也蓋用力使物動者有二陡力與恒力是也力之陡施於物雖一霎之間亦必令之平速而行若恒施於物則如以陡力時時相繼其行自然加速也欲計其加速若何則以其時分爲秒忽其力之恒施於每秒每忽而施之無異也設有二物均重者受力同時

則力 $\times$ 速 $\equiv$ 力 $\times$ 速若其力同而其時不等

則故是知
速：速：時：時
速：速：力×時：力×時
速×力×時
 即如一車以二十五筋之力推至

十秒一車以十八筋之力推至七秒及至末秒二車之速即如二百五十與一百二十六相比此則幾乎加倍於彼也

問物之以平速而動者以面積度之何如
 答其所過之路即可以四邊形度之也

蓋

路二時×速

然圖中

平速而行以四邊度之



四邊形其方積

一甲壬×壬癸

以壬癸為速率而甲

壬為時率其等數即與上同如其物自甲至壬須有

四秒第一秒

則

二秒

其三其四皆然合之則四秒之

路二甲乙×甲丙

路一丙丁×丙戊

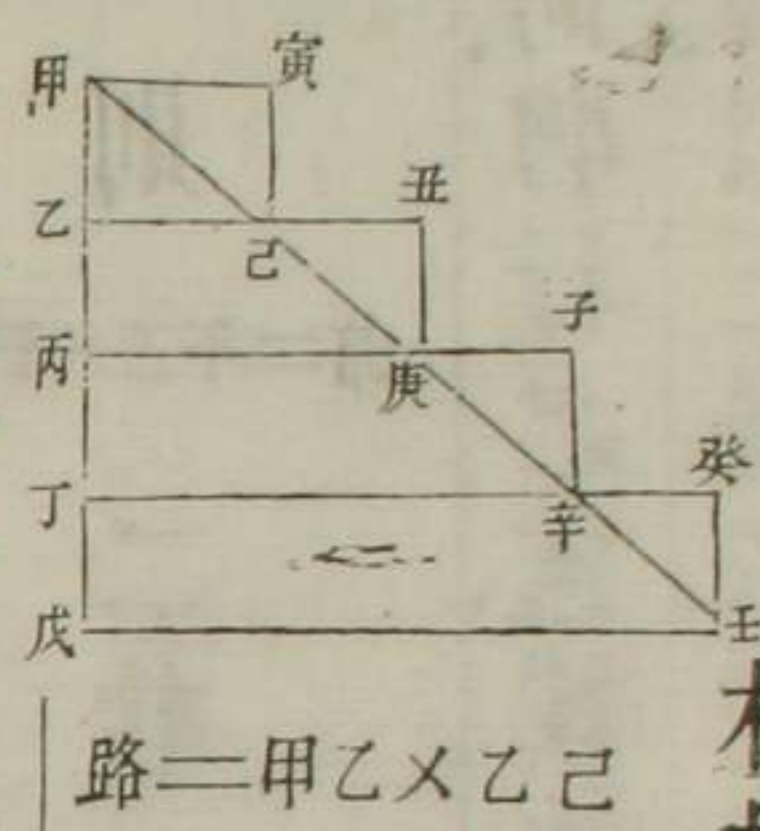
路一壬癸×甲壬

問物行之速按次遞加以面積度之何如

答以三邊形度之也設有物自甲行至戊時有四秒每

漸速而行以三邊度之

秒加速均等第一秒時為甲乙速為乙己



各秒之路相比即如乙寅丙丑丁子

戊癸各形之積蓋每秒加速如己丑子癸各線之加長
 四秒之路統計為四形共合即甲戌壬癸寅之形也
 然此為五個三邊形合成若以每秒分忽而其速每
 忽遞加則甲壬以外之四形極小若其速遞加無間
 甲壬以外各形收小殆盡惟積甲戌壬之三邊形而
 己

其積

二壬戌×三戊

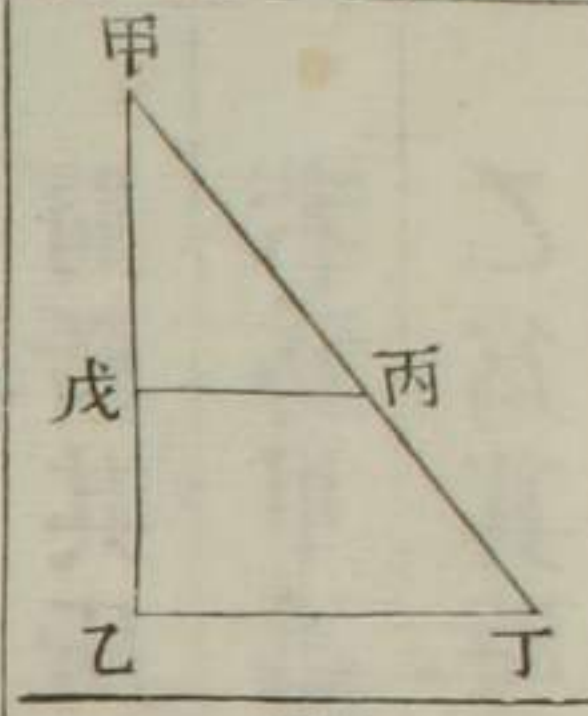
是知物之速若漸加其路即可以三邊形

度之若以末速而行等時其路必加倍於前

墜地加速之例

問物之墜地其速按次遞加其理何如

答其路即按時成方或按末速成方或按末速與其時
 相乘設若物自甲墜以甲戌比其時地之吸力既無
 間斷其所過之路即如甲戌丙之三邊形所墜之時
 若為甲乙所過之路即甲乙丁之三邊形若甲戌甲
 乙為其時戊丙乙丁即為其末速若比其面積



各線亦應如此

則

甲戊丙：甲乙丁：甲戊：甲乙

又

：戊丙：乙丁

如

甲戊×戊丙：甲乙×乙丁

故

路：路：時：時：速：速

由此比例則

速×時

較比

蓋

戊丙：乙丁：甲戊：甲乙

既然

路×時

若其時按加法遞加如一二三四各時

末速即按乘法遞加而為一四九十六其路亦如此其按次所過之路即一三五七

蓋

四丁一三

九丁四二五

六丁九二七

上漸減速之例

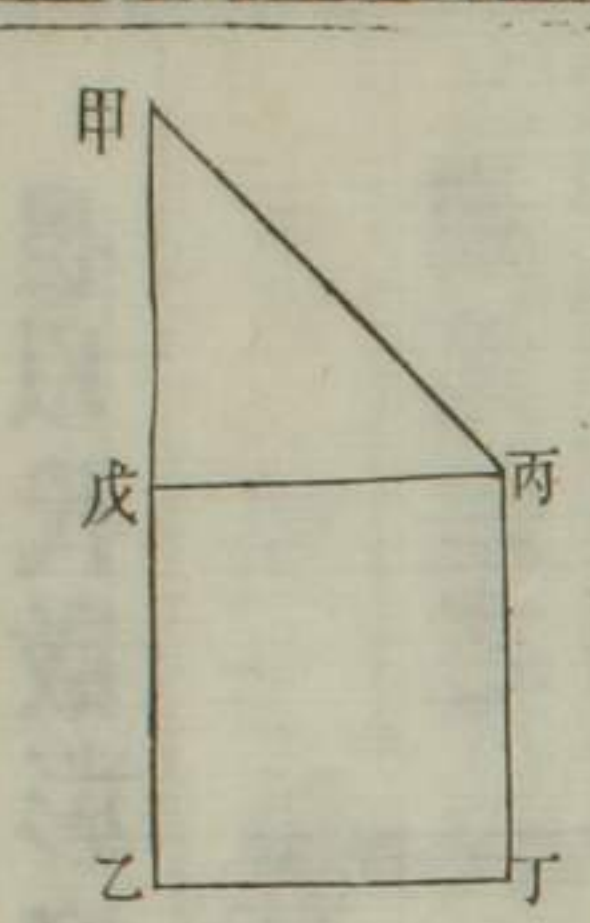
平速加速相比

問物之上行其速遞減何如

答即與物之下墜相反也故其路其時其速皆與上節之數相反

問物之下墜若干時若以末速平行若干時其後路與前路相比何如

答必加倍也以甲戊比其下墜之時以戊乙比其平行之時以戊丙為其下墜末速則其漸速之路可以甲



戊丙之三邊形度之其平速之路可以戊乙丁丙之四邊形度之然二形均底等高則此之面積即加倍於彼

也以代數彰之

則漸速之

平速之

亦加倍也

路一甲戊×戊丙

路一戊乙×戊丙

計物之下
擲

問物之下擲何法度之

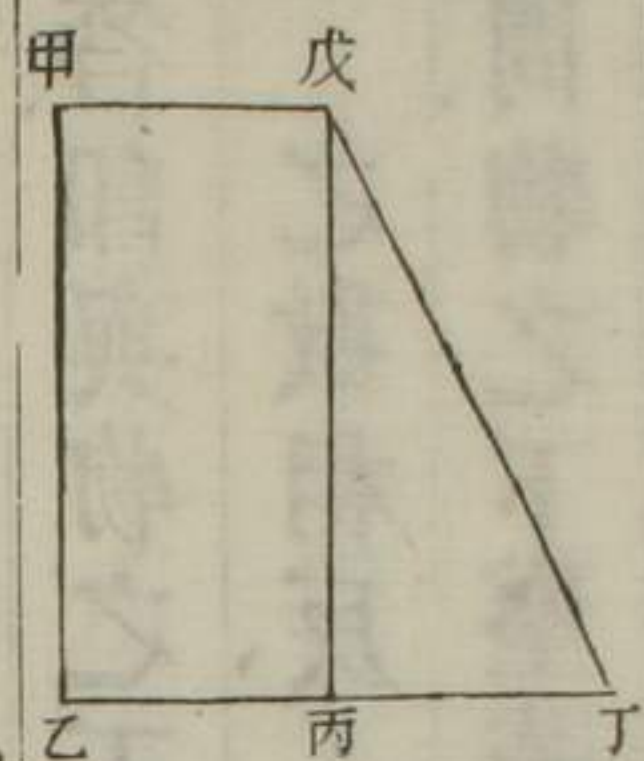
答物以某速某時下擲欲計其所行之路即將其平速

應行之路復加其自墜之路也若其時

為甲乙初速為乙丙則其平速所行之路即

應以甲乙丙戊之四邊形度之然其被

地吸而漸速所加如丙丁其因漸速而加之路乃戊丙



丁之三邊形也其共路即可以二形共合度之

其為平速之

其漸速之

共

路一甲乙×乙丙

路一戊丙×二丙丁

路一甲乙×乙丙+戊丙×二丙丁

計物之上
擲

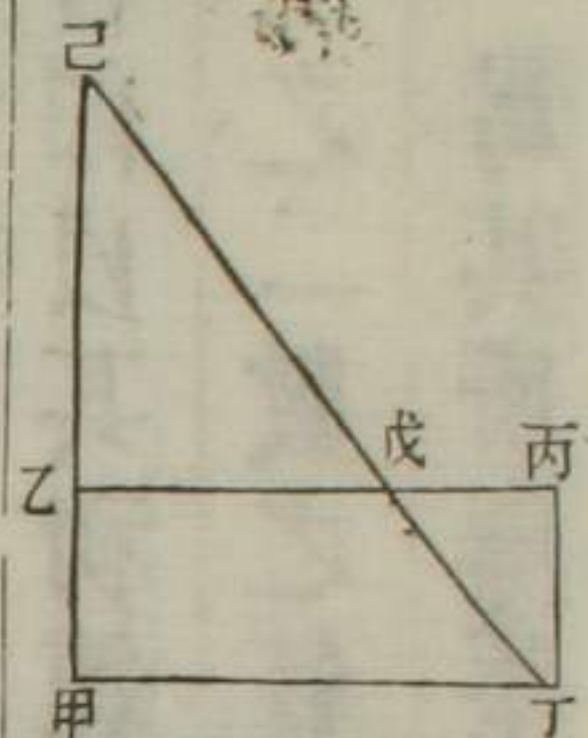
問物以某速上擲何法度之

答即以其初速所應行之路復以其所應自墜之路減

之二數之較即其上行之路也若其初速為甲丁而甲己

為其所應墜之時始得此速則丙之時其以初速能

則以自墜為



過之

路二 甲丁 × 丙丁

其丙丁之時、所有自墜之

路二 丙丁 × 二 丙戊

除此、即賸甲乙戊丁之四邊形、若以初速而行甲己之時、路自應加倍於自墜、

十五、問欲計物之上擲下墜、以何為則、

答、即以其初杪所墜之路、乃丈四稍差、其初杪所落若為寅、其末速即為二寅、

則

路：寅 :: 時：(-)

路二 寅 × 時

路：寅 :: 速：(二寅)

路二 四寅

速二 四寅 × 路

速二 二寅 × 路

一：時 :: 二寅速

速二 二寅 × 時
時二 二寅速

按此比例、墜物之路速時皆可計也、其時有

定數、則其末杪所行之路、按上文第十問可查、若時無定數、欲計其臨末數杪之路、則以卯為杪數、除之

即為

時丁卯

卯杪之

欲計其共路、若下擲之、其

路二 寅 × (時丁卯)

路二 寅 × 時丁寅 × (時丁卯)

所共之

若上擲之、其所共之

路二 時 × 速 寅 × 時

路二 時 × 速 寅 × 時

論力之分
合二力合二

路經對角

木牛力門

問、二力並用於一物、其物行何如、

答、二力之多寡與方向、若以四邊形之相連二邊比之、

其物所行之路、必為對角線也、設其物於甲、彼一力

足令之北行至丁、此一力足令之東行至乙、按五卷

所論、皆有功效、其物必北行與甲丁等、必

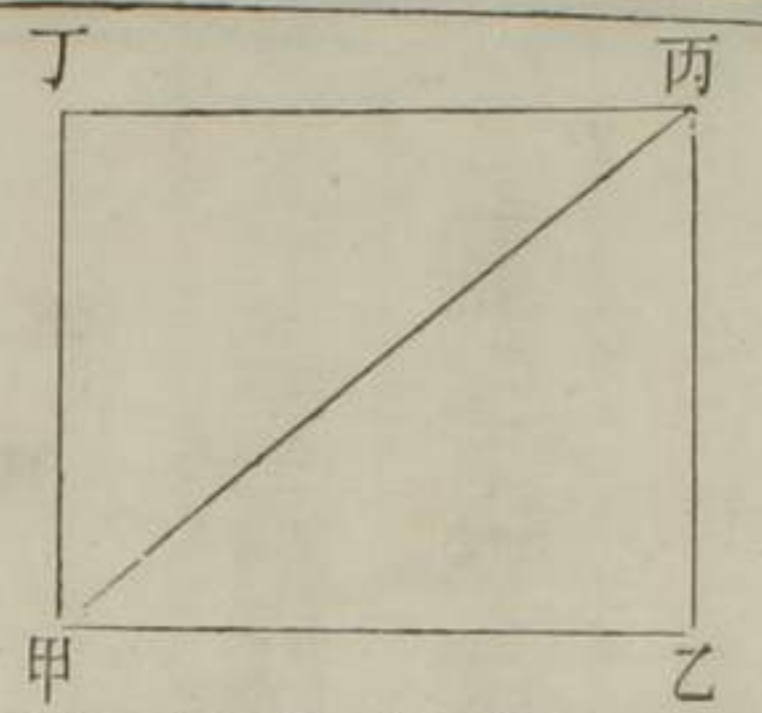
東行與甲乙等、即循對角線而行至丙也、

此乃二力合一、蓋一力如甲丙者順施其

功效、與此二力之交用者無異也、

問、其物之至丙已明、其路必經甲、丙之線何以言之、

答、即以其四邊形、分為同類之小形無數、其物必經各



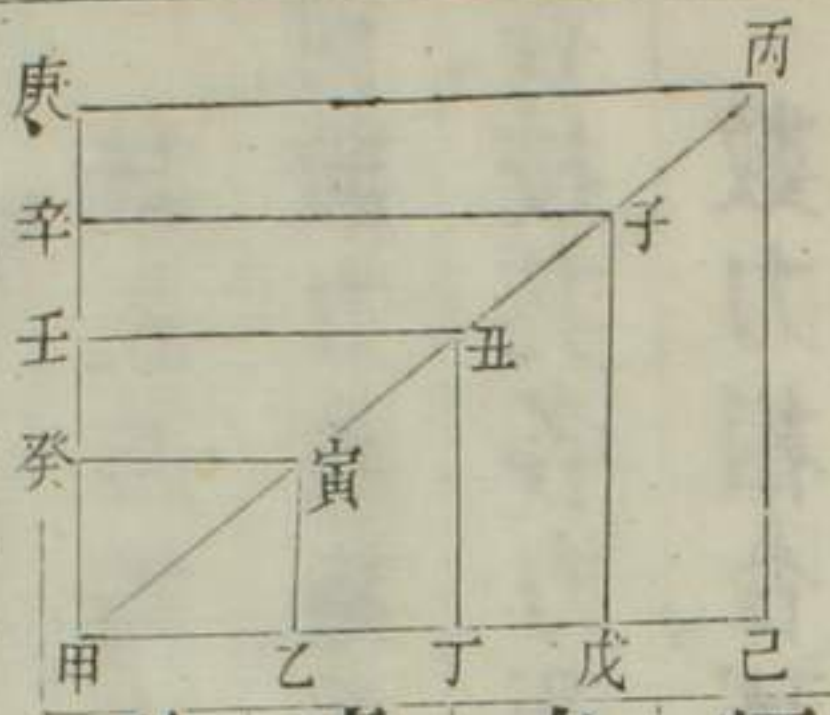
形之對角、即循甲丙之線而行、是也、蓋各形既為相

類、如甲乙其物必經癸寅寅乙二線相交

之處、其與各形皆然、既皆同類、其相交之

處、即在甲丙之線、故其物循對角線而行

也、



問、二力施於一物、各力單用、足令之行過三邊形之一

邊、若併用、其物將行何如、

答、必遵其第三邊而行也、蓋前圖甲己之力、單用、足令

其行至己、甲庚之力、足令之行至庚、上文已見、二力

併用、其物即行至丙、是其驗也、

問、三力並施、其相合若何

答、如有物在甲、甲戊甲己甲乙之三力並施、其物必循

甲丙而行、蓋甲戊甲己二力合成甲丁

甲丁甲乙復合成甲丙、然丙丁與甲乙

等、戊丁復與甲己等、甲戊丁丙之四邊

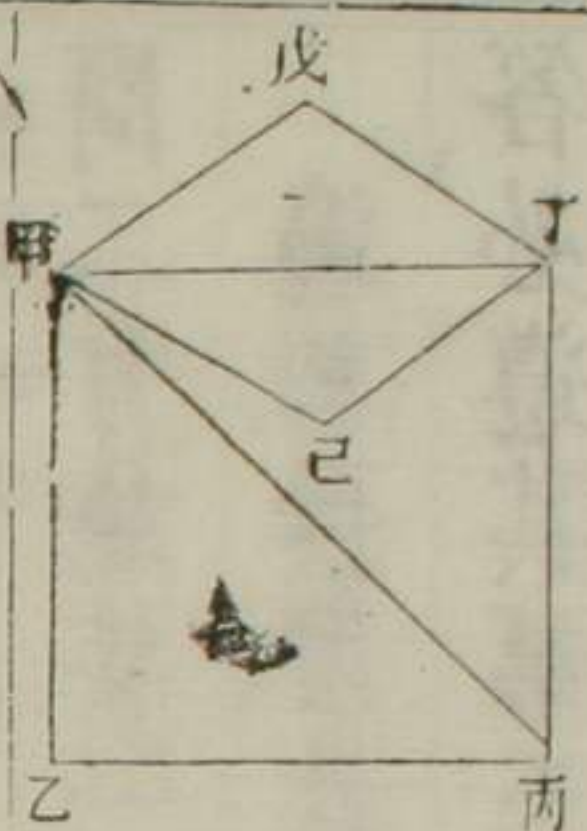
其三乃為三力所餘之一邊、即三力合成者也

問、數力並施、其相合之理若何

答、按其各力若、以多邊比之、邊數較力數多一數、則其

數力相合、可即其一邊而比之也、蓋以上文之理推

而廣之、甲戊戊丁、二力合成甲丁、甲丁丁丙、合成甲



丙、甲丙、丙乙、合成甲乙、此四力合一、而

以五邊形度之也、總之其力數不論多

少、可以多邊形比之、蓋其多邊形、可分

為三邊形也、不論自何角而起、以一邊比一力之多

寡方向、則其餘賸之邊、必比其總力之多寡方向、各

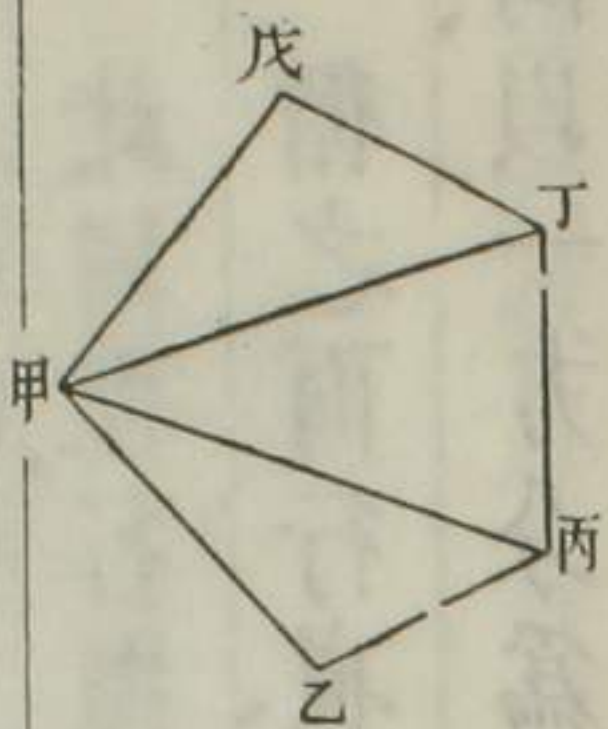
邊長短、比物行之疾徐亦然

問、物被二力所動、惟一力漸增、物將行之若何

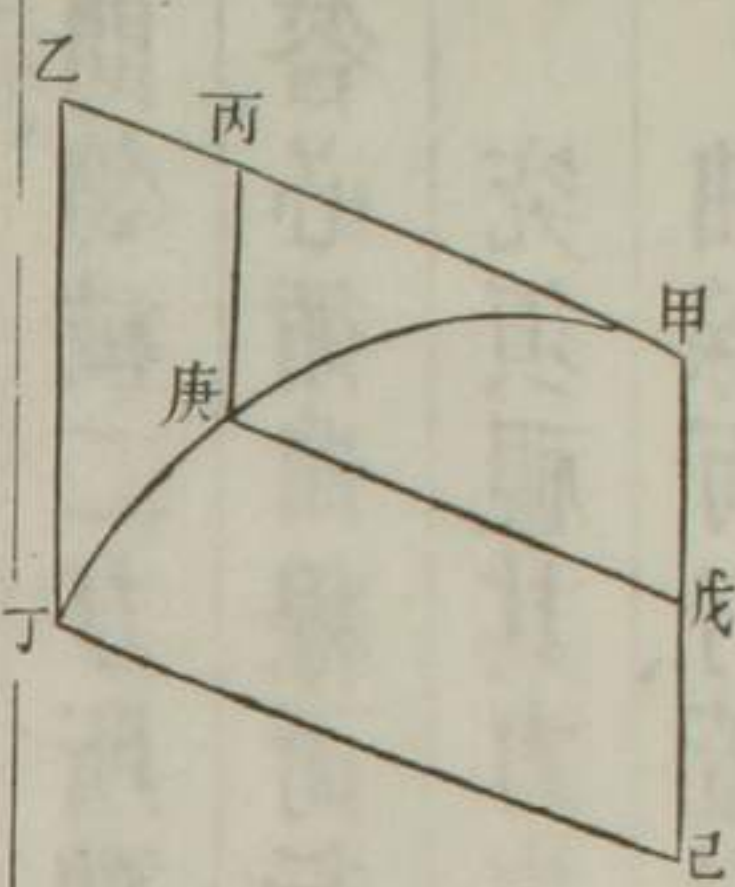
答、必循曲線而行也、然曲線其類不一、故其線為若何

究須視其力之加增若何而定、即如物擲空中、必循

曲線而行、蓋以甲乙比其擲之力、甲己為地之吸



計擲物之路



力其物必循甲庚丁之曲線也蓋經過丙庚戊庚各線交接之處故耳如上文物受二力而循對角線之論同也其向乙而擲本應平速而行

則

甲乙：甲丙：時：時
甲乙：甲丙：時：時

既物之墜

路

乙丁：丙庚：時：時

故

乙丁：丙庚：時：時

則

丙庚：甲丙

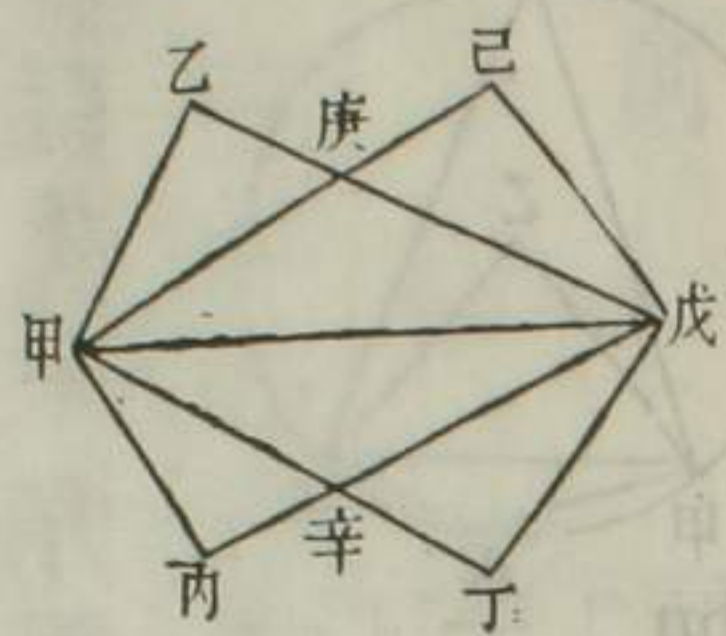
圓錐所割有線與

此同理名拋物線蓋物擲空中若無風氣阻礙莫不循之而行也

問以一力分爲數力其理若何

以二力分數力

答與數力合一相反也假如甲戊爲一力就之而畫成



三邊形勿論若干則此一力可分爲二如各邊之成對者各力又可復分析至於無窮故一力任分若干任何方向皆可也

問以一力分二使方向有定度大小有定比其法何如

答其法不一而理俱同卽於下文表明數種

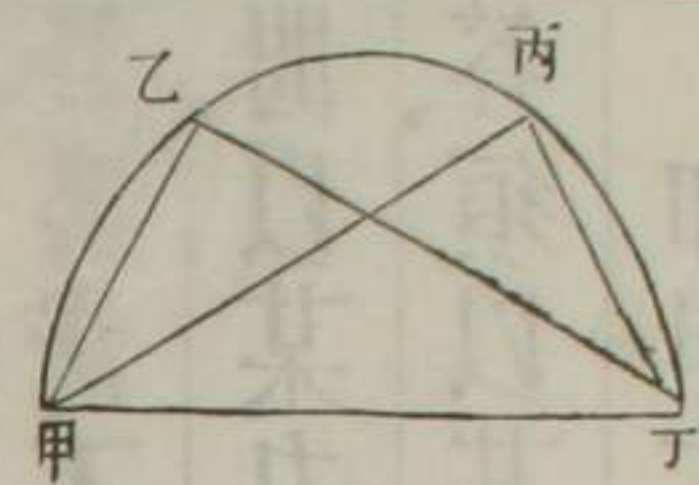
問以某力分二直角相交者其法何如

答須以某力爲徑而畫圓線以度其所求之二力也假

如甲丁爲某力以之爲徑而畫甲乙丙丁之圓線以

一力分二
直角相交

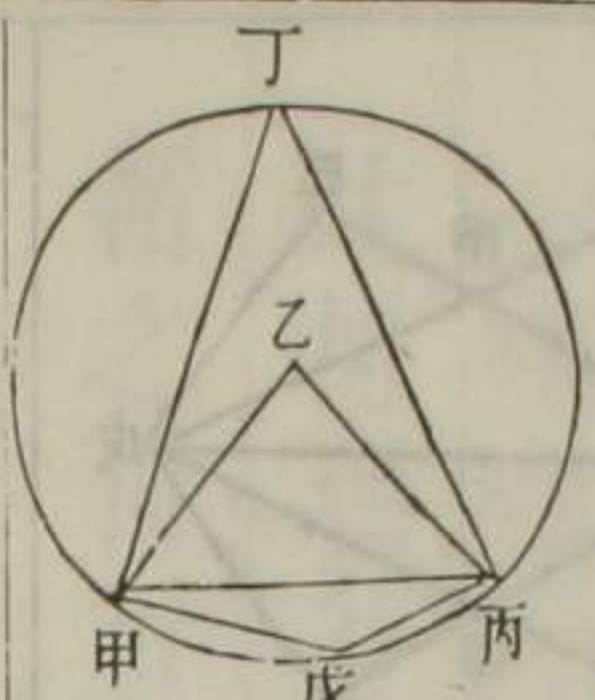
一力分二
任成何角



線之一點如丙如乙者與甲丁二端連之即
 可得其二力蓋其所成之角既為半圓之半
 所度即為直角是半圓之內各對之線無不
 合式也

問以一力分二使成某角其法何如

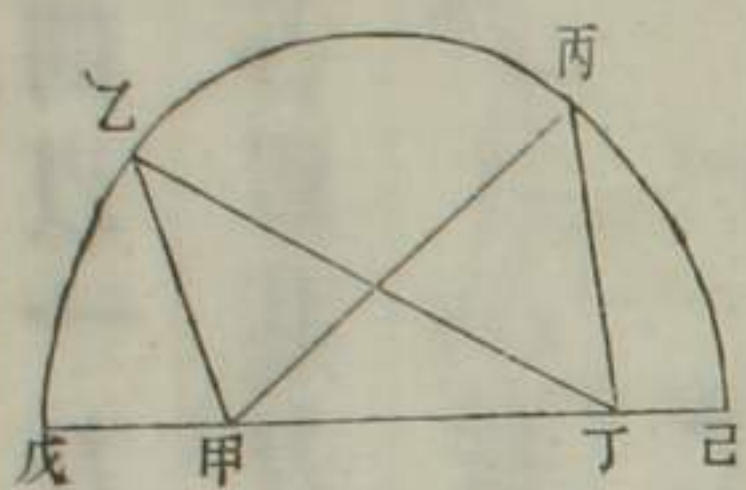
答以其一力為弦畫圓線可容某角之負此線之點與



二端連之是也假如甲丙為某力須分為
 二依一百三十五度相交者其負角即為
 四十五度則以甲丙為弦而畫圓線可容

甲丁丙之角復以圓線之中心與兩端相連

一力分二
恒得定數



圓勿論何點與二心相連其二線即為所求
 之二力也假如甲丁為某力戊己為某數則
 以戊己為長徑畫橢圓勿論甲乙或甲丙各
 對之線皆為所求之二力皆能合成戊己故也

問以一力分二使二者恒合定數其法何如

答以某力為二心所距某數為長徑畫成橢圓則以橢

則

甲丙 = 甲乙 + 丙乙

二甲乙 = 甲丙

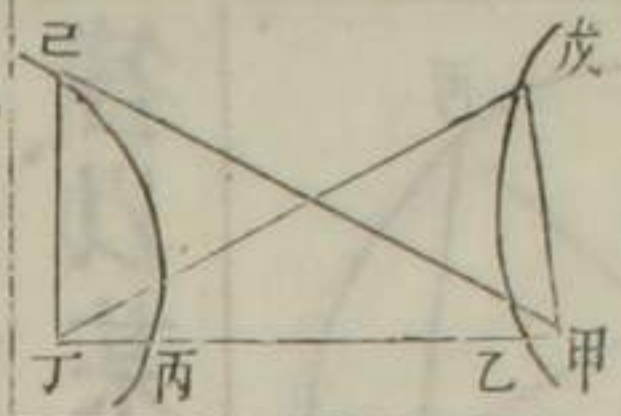
故

甲乙 = 甲丙

此即其圓之半徑按此畫圓則

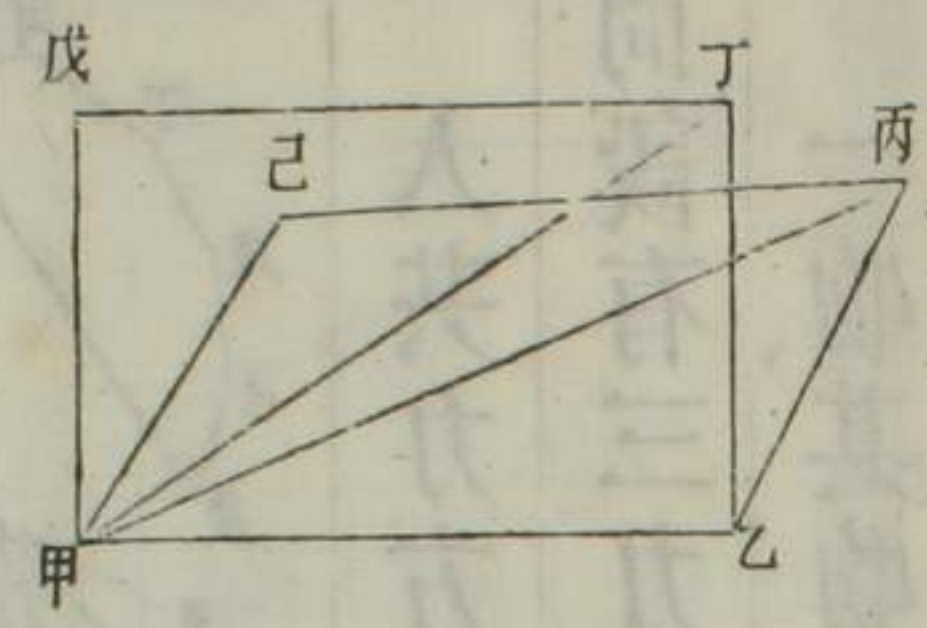
必為所求之二力蓋其正角一百三十五度也

涉與施力方向
功效相



按此畫成雙線則勿論何點與二線相連各對之線皆為所求之二力也蓋甲己與丁己之較恒為甲乙此雙線之理也

問以一力分二使二力所差恒為定數其法何如
 答以某力為雙線之軸連二心者某數為雙線之相距
 問數力並施其方向與其功效相涉否
 答若同向順施則其功效即如數力共合若同向而逆施則其功效即如其數力之較也若銳角相交則仍有相助若直角相交則無阻無助若鈍角相交則相抵而有阻設有甲乙之力復有甲丙二力相等若甲乙



並施其功效比甲戊甲乙更大蓋甲丙之對角線比甲丁之對角線稍長故也其角愈小其線愈長及至其角既盡則
 甲丙二力甲乙甲己
 甲丙二力甲乙甲己
 其

角若大至一百八十度

則

餘皆在二數之間甲己

或加或減皆視其角為銳為鈍之別

問有甲丙丁戊己五人以滑車起物各牽一繩其方向

甲與丙差二十度、丙與丁差十九度、丁與戊差二十一度半、戊與己差二十五度、其共力何如、

答按次以各繩方向相繼畫線其線之長短與各力相

稱兩端連之、即其共力也、假如圖中甲

丙丁戊己為五繩、即與各繩相平、畫甲

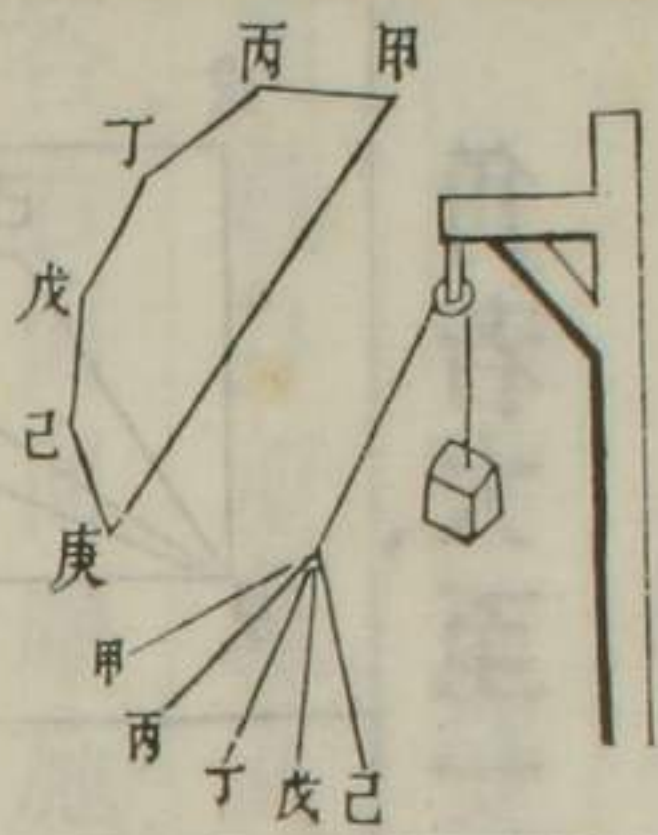
丙丁等線合之、即成甲庚、乃其共力也、庚

甲丙之角、四十六度三十三分十秒、五

人共力方向、即在丁戊二繩之間、所費之力_{一百三十三}

問設有三力其大小次序如三邊形之各邊者、並施於

一物、其物將行何如、



物受數力而定之例

答其物將定而不移也、蓋甲乙甲丁、既足令其物至丙

丙甲之力、適足相抵、故三力如_{甲丁丙}者、並

施於一物、其物必定而不移也、然丙甲之力、

若向丙而施、即助而不抵、其物動加倍也、風

箏之定於空中、蓋緣三力相抵、即地之吸力、

風之吹力、繩之牽力也、以此理擴而充之、則數力若

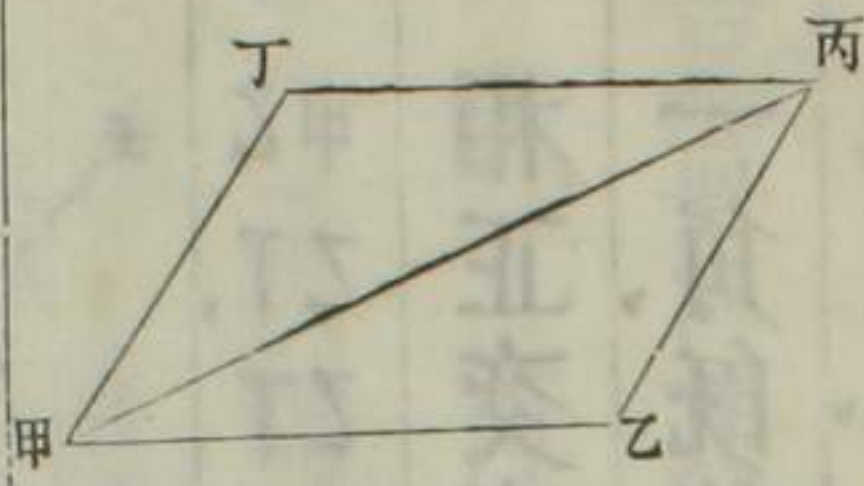
大小與次序、如多邊形之各邊者、並施於一物、其物

亦定而不移也、蓋其多邊形、能分為三邊形、而其數

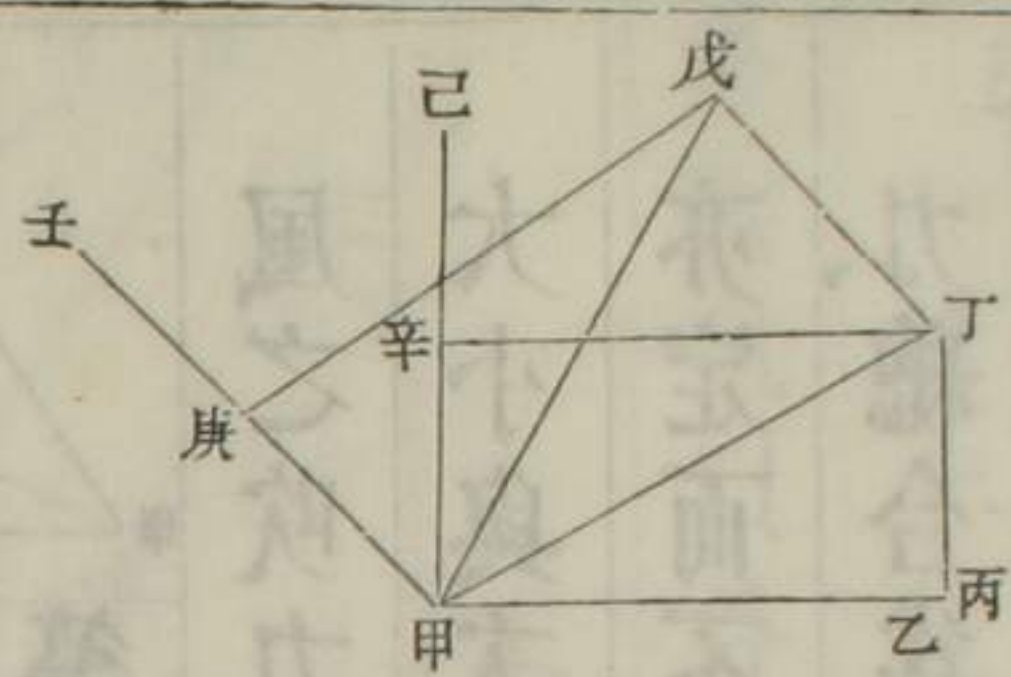
力、總合為三也、

問_三數力若不同面、而並施於一物、其分合何如、

數力自數面總合為



答其力數與方向勿論若干皆能合為三力互相正交者也。設若甲戊為某力，畫甲己甲丙二線，直角相交，復畫庚甲與丙甲己之面正交，其必與二線正交，自戊垂戊丁之直線，而成甲丁戊庚之四邊形，並甲乙丁辛之四邊形。甲戊之力，即可分為甲庚甲丁，復能分為甲乙丁，既與甲辛等，是甲戊一力，分為甲乙甲辛庚三力，互相正交者也。夫某點各面，總分八個直角，某力於其一角，既能分為三向，其力數無論於何角，皆能如此分合也。

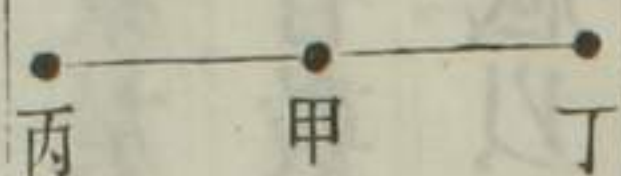


論重心

分兩似盡聚重心

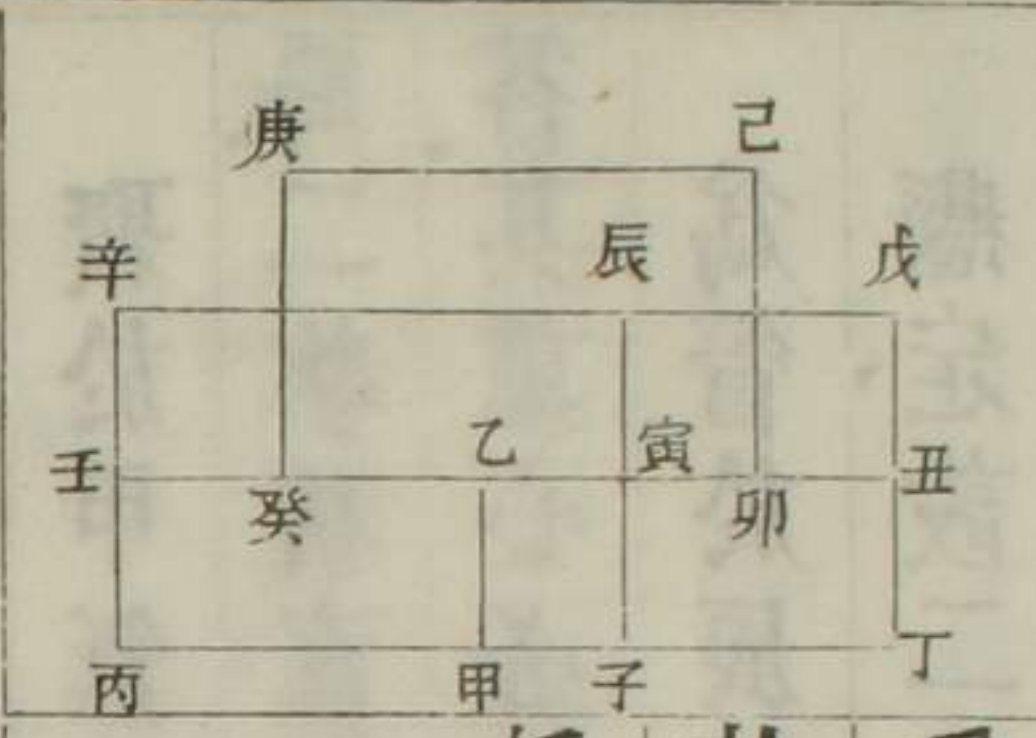
察二物之重心

問物之倚於重心者，正如其分兩盡聚於重心，何也？
 答蓋因其形體無論大小，其倚於重心，仍能平定。假如丙丁為二枚鐵丸，其重均等，被無重直竿橫貫相連，則竿之中必為其重心也。蓋二丸倚之而定，則甲所受之力，即丙與丁相合之分兩，與盡聚於甲無殊也。



問二物被直竿相連，其重心安在？
 答其重心必距二物，如其分兩反比也。假如丙丁戊辛為管，於辰子分為兩段，卯癸為各段之重心，繫繩索懸定，設二段復合為一，則與各重心喫力無涉，既合

察數物之重心



爲一其重心卽在乙居中之處以二繩繫於二重心而懸之或以一竿於大重心而托之殊無少異也

然

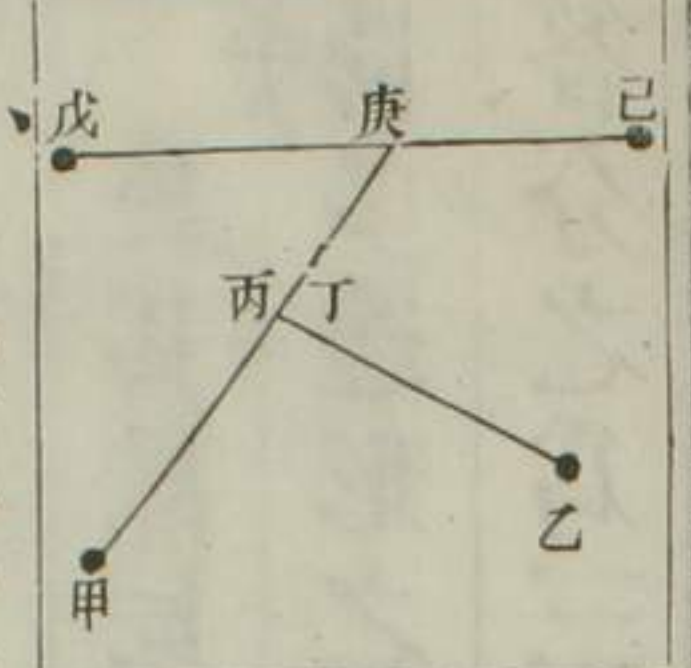
乙癸：乙卯：寅丑：寅壬

小段 大段

正若分兩盡

聚於卯癸二處故重心距二物如其分兩反比也問有數物貫以無重直竿其重心何法察得答祇以數物兩兩比之而得各對之重心復以各重心兩兩相比而歸一也卽如戊己二物按分兩反比而計其重心在庚復以之與甲相連亦按反比之例計

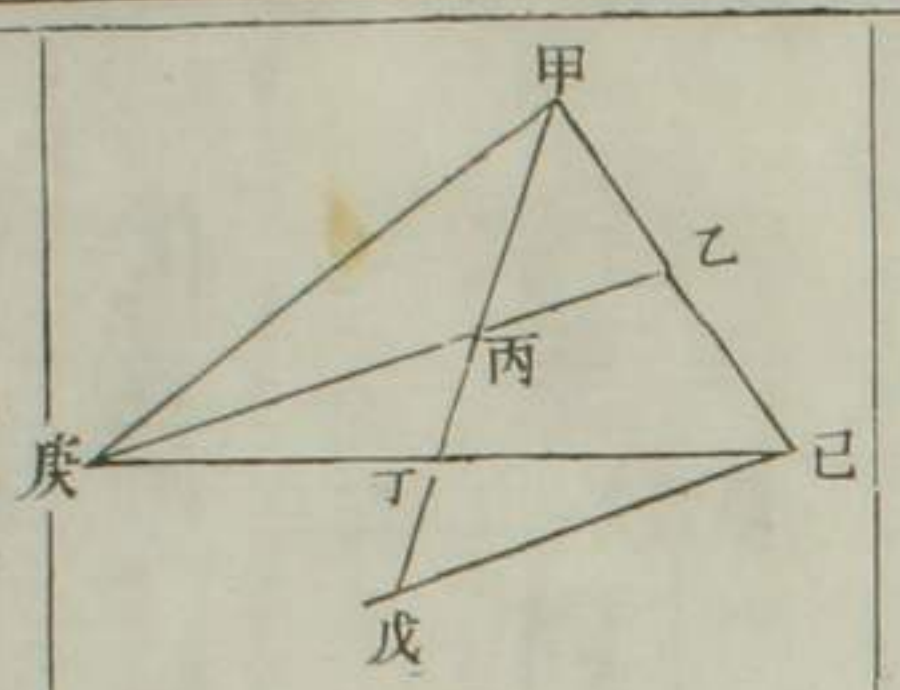
測三邊形之重心



之則甲庚之重心卽在丙更以丙乙相連按反比而計其重心卽在丁故丁爲諸物公共之重心也

問三邊形之重心何在

答引線自頂至底分底爲兩半其重心卽在此線離頂較離底加倍也蓋丁爲庚己之中卽此



線之重心也勿論若干線與此相平者皆爲甲丁均分甲庚己之三邊形卽被之均分而其重心在此線明矣若乙爲甲己之中三邊形之重心必在甲庚之線所以丙爲

重心、蓋二線相交之處也、既得其重心、欲得其高低、便畫戊己與庚乙相平、而引甲丁至戊、

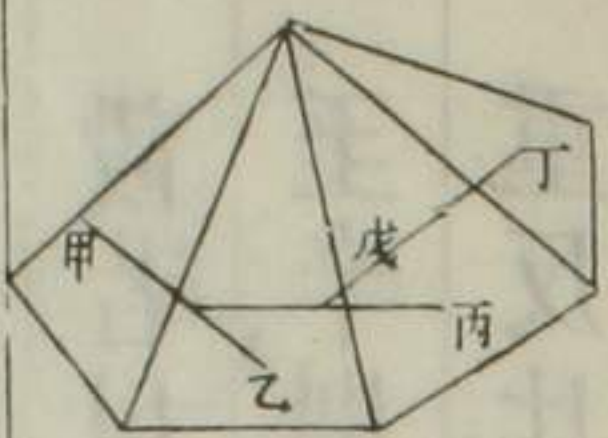
既然則 $\begin{matrix} \text{甲乙} & \text{乙己} \\ \text{甲丙} & \text{丙戊} \end{matrix}$ 庚丁丙戊丁己二形復相等、蓋其一

邊二角皆等也故 $\begin{matrix} \text{丙丁} & \text{丁戊} \\ \text{甲丙} & \text{丙丁} \end{matrix}$ 而即重心之離頂加倍

於其離底也、

測多邊形之重心

問多邊形之重心、何法可得、
答、分之為三邊形、既按上節、察得各形之重心、復按第



戊也、

三問、察其公共之重心也、即如甲乙丙丁為各三邊形之重心、以直線兩兩相連、而按反比之例、度其重心之所在、則總歸於

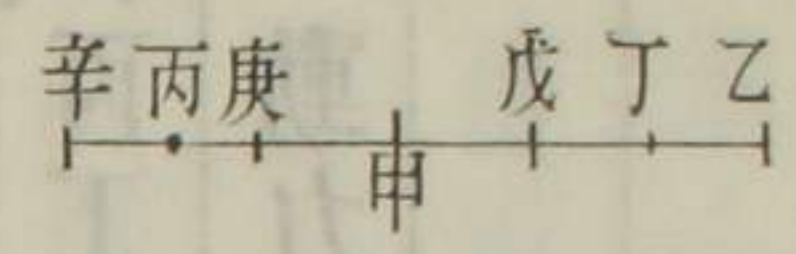
二物動而重心靜

問、二物若循直線毋論離毗、而其速按輕重反比、其重心必不動何也、

答、丙丁二物重心在甲、向甲而行、其速與輕重反比、則動力均勻、此行至庚、彼行至戊、

則 $\begin{matrix} \text{丙庚} & \text{丁戊} \\ \text{丙甲} & \text{丁甲} \end{matrix}$ 如 $\begin{matrix} \text{丙甲} & \text{丁甲} \end{matrix}$ 若相離而

行亦如此故重心定而不移也



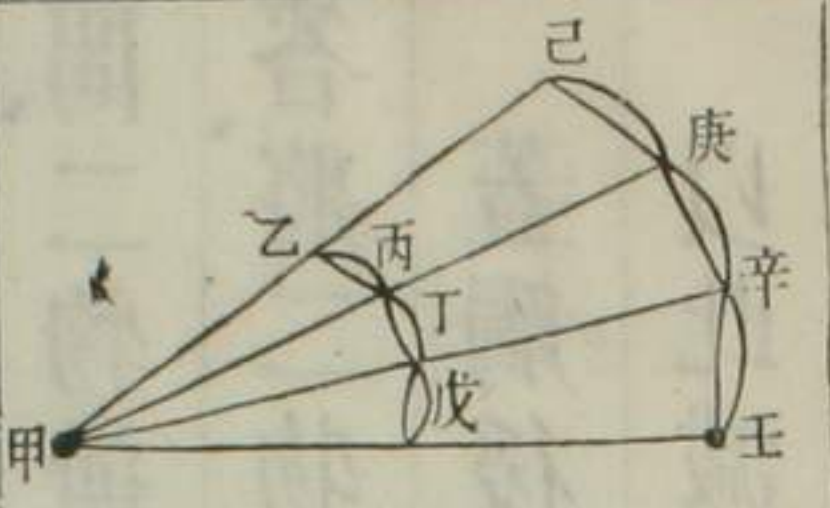
一物動而重心隨

何如

問、設有二物、一靜一動、其動者圍繞而行、其重心遷移

答、動物循何線而行、其重心亦必循同類之線而行也

設若甲壬二物其重心在戊、甲居定所而不移、壬行至辛、則其重心必行至丁、蓋其重心離二物既按輕重反比、



則其物若行至庚己亦復如此戊丁丙之

線、即與壬辛庚之線同類、

論物之相觸無躍力而順觸

問、二物同向相觸、觸後其動何如

答、其物若無躍力、必相附而行、欲知其速、則以二物之動力合之、復以二物之質約之是也、設有丙丁二物其速為子丑、其動力相合、

即為丁丑

既觸之後其動力

無躍力而
逆觸

問、二物逆行相觸、觸後其速何如、
答、將二物之動力所差、復以二物之質約之、即可得也、
蓋觸後、其動力、即二物未曾相觸其本動力之較也、
以此減彼、

爲
 $(丙 \perp 丁) \times 速$
故
 $速 = \frac{丙 \perp 丁}{丙 \perp 丁 \perp 丑}$
若丁本靜、
 $速 = \frac{丙 \perp 丁}{丙 \perp 子}$
若二物皆動、則丙

所減之速、即
 $速 = \frac{丙 \perp 丁}{子 \perp 丙 \perp 丁 \perp 丑}$
丁所得之速即爲
 $速 = \frac{丙 \perp 丁}{(子 \perp 丑) \times 丁}$

則
 $丙 \perp 子 \perp 丁 \perp 丑$
 $= (丙 \perp 丁) \times 速$
故
 $速 = \frac{丙 \perp 丁}{丙 \perp 子 \perp 丁 \perp 丑}$
丙所失之速即爲
 $子 \perp \frac{丙 \perp 丁}{丙 \perp 子 \perp 丁 \perp 丑}$
 $= \frac{丙 \perp 丁}{(子 \perp 丑) \times 丁}$
丁所

得之速、即爲
 $\frac{丙 \perp 丁}{(子 \perp 丑) \times 丙}$
若二物質速皆等、則由上式
速 = 無

二物皆靜也、

且
 $丙 \perp 子 = 丁 \perp 丑$
而
 $丙 : 丁 :: 丑 : 子$
故二物逆觸、其速若與輕重反比、其動

有躍力而相觸

力必相消而二物皆靜也

問若二物皆有躍力而相觸其得速失速何如

答其所得所失皆與無躍力之物加倍也蓋物之有躍

力者既觸而縮力有若干其漲力亦與之等其無躍

力者按上文丙

其有躍力者則丙

觸後其

失速 $\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丁}$

失速 $\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丁}$

丁之

二物若無躍力而逆觸

速 $\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丁}$

速 $\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丁}$

速 $\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丁}$

觸後疾徐互易

問有躍力之物相等觸後其速互易何也

答既日相等

則

按上節之式觸後丙之

無無 $\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丁}$

速 $\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丁}$

是二物之速互易也若以其逆

速 $\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丁}$

丁之

速 $\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丁}$

速 $\frac{丙上丁}{(子丁丑) \times 丁}$

觸之式推之

則丙之

$$\text{速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{\text{丁} \times \text{丑}} = \text{丁丑}$$

丁之

$$\text{速} = \frac{\text{丙} \times \text{丁}}{\text{丙} \times \text{子}} = \text{子}$$

丙之速既為丁丑 卽

所謂負也、而其物乃回行、丁之速既為子、則二物不
 但易速、且易向也、然此物若本靜、則彼物靜、而此卽
 動也、

論助力器

問、槓桿之力何法計之、

答、其力與重物卽如兩臂長短反比也、設二物懸於庚
 辛二端、而倚定於甲、則甲爲其重心明矣、按上文物
 離重心、如輕重反比、卽可平定

計算槓桿之力



是

$$\text{甲庚} : \text{甲辛} :: \text{丁} : \text{丙}$$

$$:: \text{重} : \text{力}$$

$$\text{丁} \times \text{甲辛} = \text{丙} \times \text{甲庚}$$

乃兩臂所任之力也、若數物倚

一桿而定、卽將各物距倚所、與其分兩相乘、
 其在左者左合之、其在右者右合之、二數必等也、無
 論其倚所何在、皆歸此例、故槓桿之三種、其實皆同、
 至於數槓相連、其理亦同、不過此槓之力所、爲彼槓
 之重物、故合而計之也、

問、力與槓桿、若非正交、何法計算、

答、按其方向畫線、自倚所復畫二線、與之正交者、若二

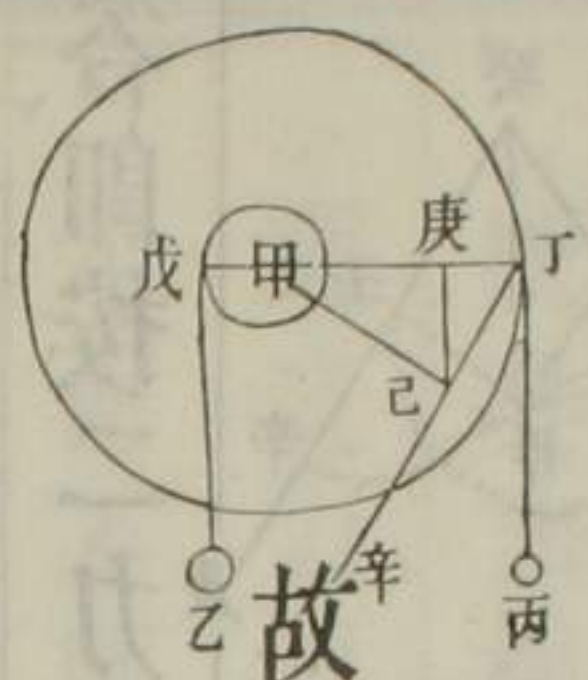
故所受之力按倚所距方向相交之處也

問輪軸之力何法計算

答其力與物如輪輻軸輻反比即可平定蓋軸心於甲

用力於丁懸重於戊戊甲丁儼為槓桿甲戊甲丁即

為二臂



力：重：甲戊：甲丁

力×甲丁 = 重×甲戊

是力與重如輪軸二輻反比即可

平定也

問若用力方向與輪輻斜者何法計算

答二力相比即如其方向距軸心反比也蓋上文第

問力與槓桿斜用亦此比例即如丁辛為繩牽之則

力較重物如甲戊比甲己即如軸輻與用力方向之距中

相比也

問滑車之力何法計算

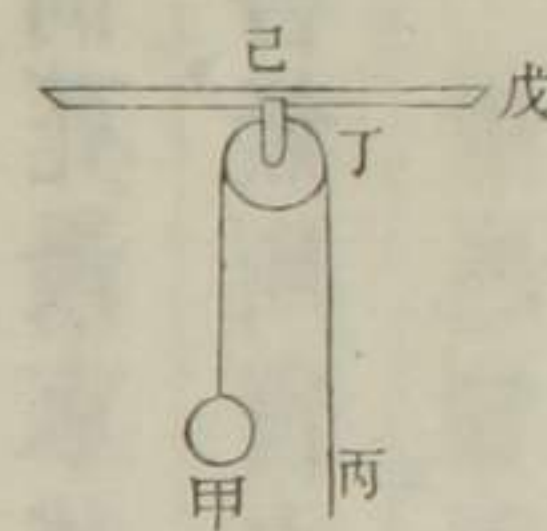
答滑車既不同式即不同例所同者惟其繩索繞樞紐

以通力也

問死滑車其力何如

答無所省力也惟其施力方向較便而已設滑車於丁

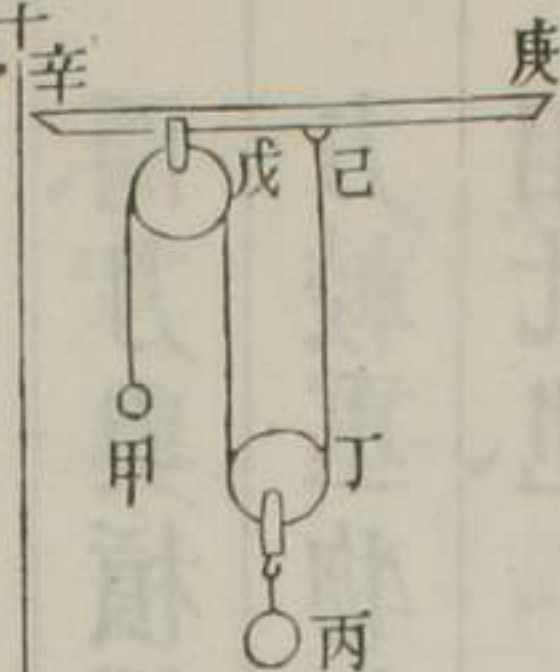
以起物則憑丙甲一索兩端均緊喫力無殊故力無



所省也。力與重皆既倚索，則無論滑車何式，隨繩索而揆其鬆緊，其力即無難計算也。

問、活滑車省力何如、

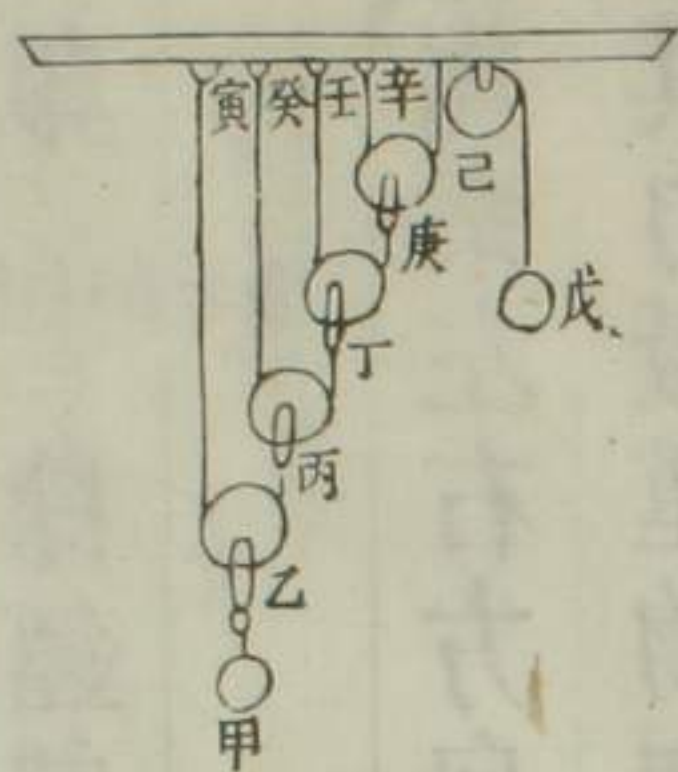
答、其滑車倚於數索，重物之分兩，亦分倚數索也。假如丁為滑車，丙為重物，用力於甲，則丙隨丁而上，分倚



左右二繩，故省力有一半也。數具相連，若同貫一繩，則滑車以上，繩索分若干條，是其力為增加若干倍也。即

問、若滑車數具相連，各懸一索以繩貫之，其力何法計

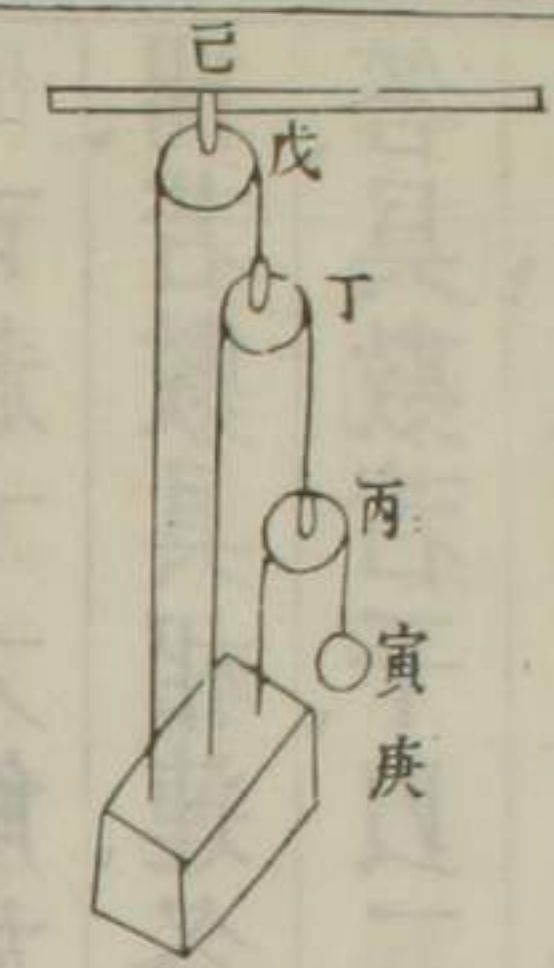
算、



可起十六觔於甲，總之若卯為具數，

重二力x(-)卯

問、若數具相連，各有另繩下繫於重物，其力何法計算、
答、具數若干，以二自乘若干次，以其數減一而乘其力也。假如丙丁各繞一繩繫於重物，懸鍾於寅，則丙勝



力爲二寅、丁勝力爲四寅、勿論若干、皆以此例遞加、

則

重一寅 二寅 四寅

總之索數爲

卯、

除錘卽得其力之所增、

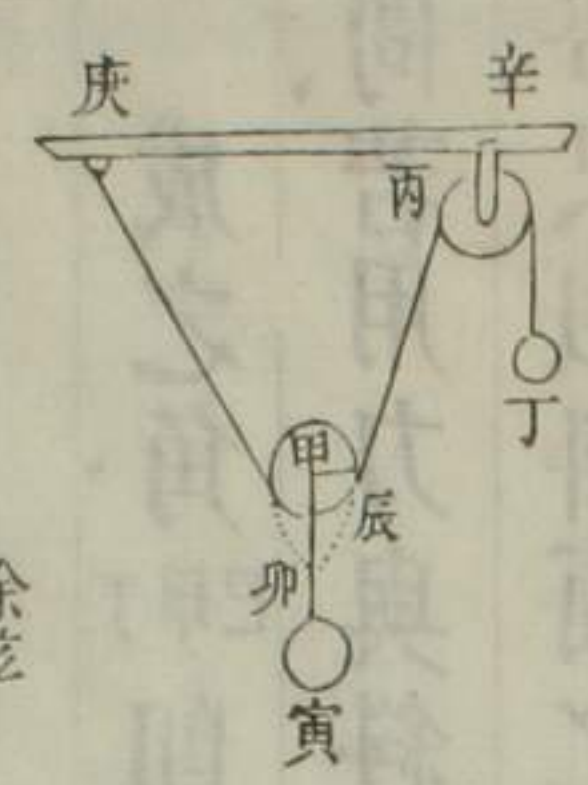
重一寅 $\times (-卯 - 丁)$

問、繩索左右方向均斜、其力何法計算、

答、其力較重物如半徑、比加倍斜角之餘弦也、卽如以

索自丙繞辰而繫於庚、以丙辰庚辰二線引至卯、以

卯辰度其力、卽分爲卯辰二力、卯辰旣與地相平爲無用、



惟賸卯可以起物、庚辰之索、分力亦然、實效惟有卯、故二索共效二卯也、以卯辰爲半徑、則卯辰卽爲甲卯辰之餘弦、

故

力：重

：：：

半徑：二 $\times$ 甲卯辰 餘弦

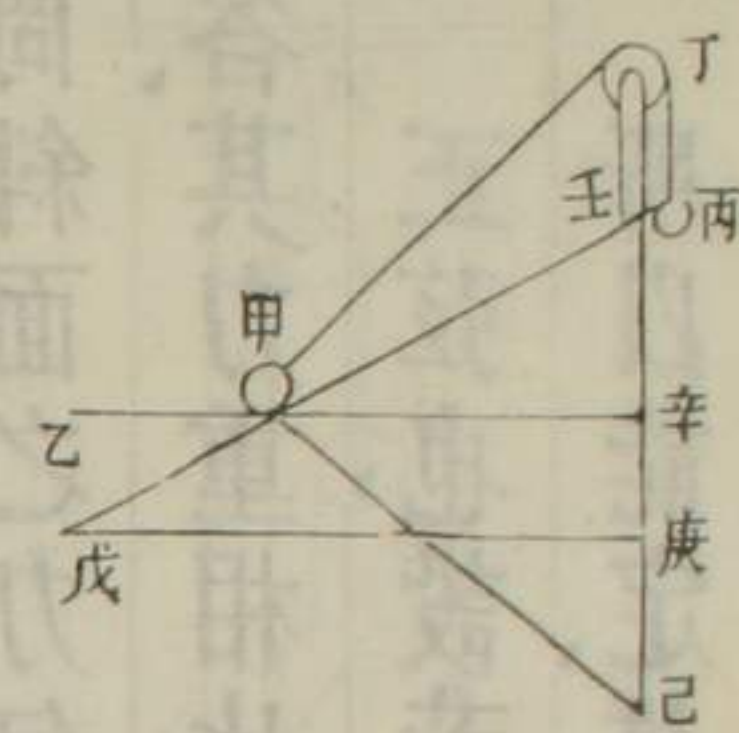
問、斜面之力、何法計算、

答、其力重相比、如面與地力與倚處垂線所成二角之

正弦也、設若戊壬爲斜面、甲丙二物以繩相連而定、

所以能定、惟因三力相抵、卽二物之重力、與斜面之

計算斜面之力



抵力是也、其物既定而不移、三力必成
為三角形、各力如各邊相比、

故各邊

力：重：甲丁：丁已

既如對角之正弦、

則

加重：甲丁：正：已丁：正
力：斜：勢：甲：甲：已

如

甲丁：正：甲丁：已：正

然

甲已丁：庚戊丁

即面與地所

成之角、已甲丁即力與倚處垂線所成之角也、

問、若用力與斜面相平、其力何法計算、

答、只以斜面之長高相比而得之、蓋三力悉如丙戊庚、

之三邊、

故

力：重：丙庚：戊丙
力：斜：勢：丙庚：庚戊

力與重、正如其面之長高相比也、所

用之力、與斜面之抵力、復如面之高、底之長相比也、

若力面相平、其力最省、若力與底平、其面之喫力最

多也、

問、螺絲之力、何法計算、

答、即將其螺紋疏密、與螺絲週遭尺寸相乘、是也、蓋螺

絲儼與斜面同理、螺紋遶軸斜旋而上、自一週圍繞

多匝、正如斜面數具相繼也、以紙剪成斜面式樣、纏

計算螺絲
之方

則
螺週
紋距
重
力
復加之以柄、用力於庚、

則

力：力：甲庚：甲丁
：：：：螺

故鑿此其恒式也

力 $\times$ 柄路 = 重 $\times$ 絞距
力 = 柄路 $\times$ 絞距

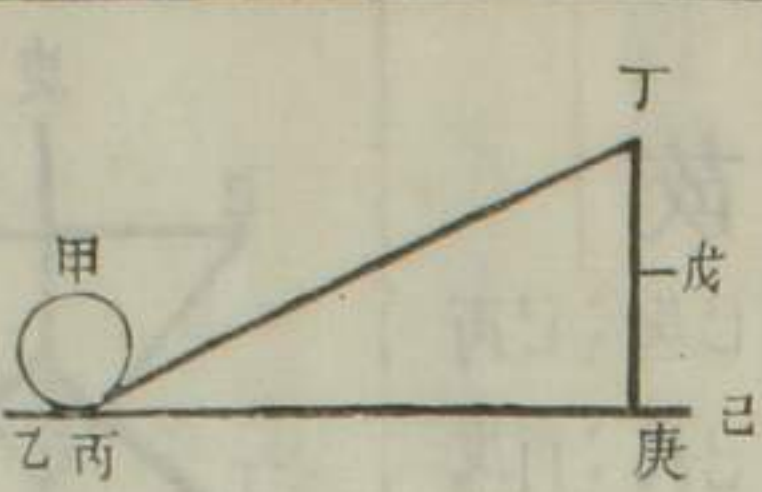
此四率內若知其

三、其第四卽可計得、無論以之上起下壓、所得之力、比所用之力、正如柄端所過之路、比螺紋之相距、故紋愈密、柄愈長、力卽愈大也。

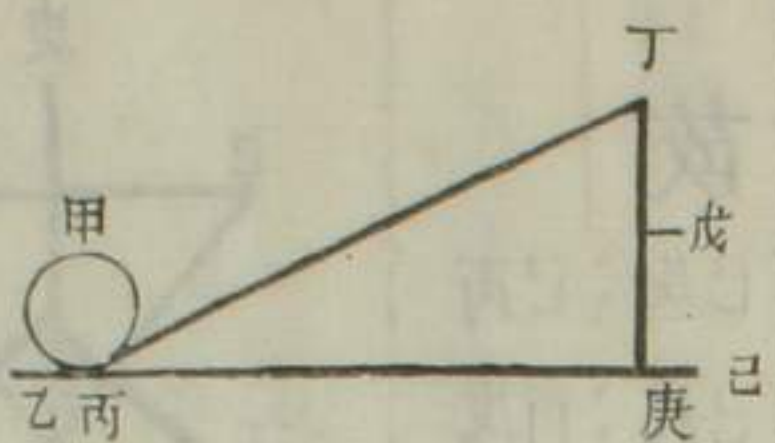
計算尖劈之力

問尖劈之力何法計算

答若二面均長其力比重如其厚比長也。假如有重石



於甲以劈下入而起之儼如以其石隨斜面而上故力重相比與斜面無異也。然斜面之力與底相平比重卽如面之高比底之長也。至雙面劈若二面均長卽爲單面二具合成



如
故

庚丁：庚丙

則劈愈薄愈長其力卽愈大也

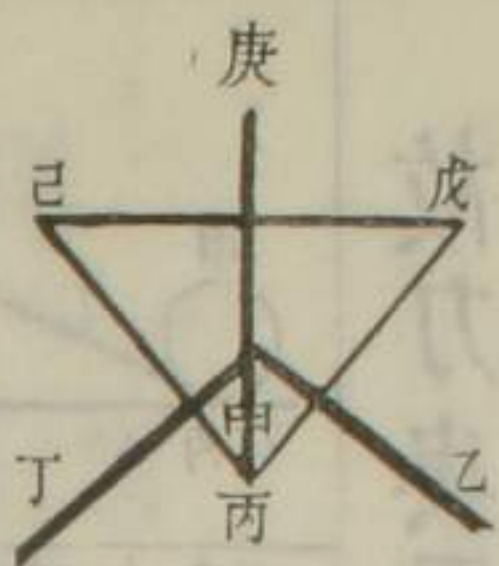
問若二面不均長其力何法計算

答若力與阻皆歸一處則力比阻如其首之厚比二面

之共長也假如用力為庚甲抵力為甲丁

甲乙三力相消則其三力相比如三邊形

之各邊也



故

力阻：己戊：己丙

故

力阻：己戊：己丙

即如其首之厚比二面之共長也若二

力阻：己戊：己丙

面均長則力比阻如其厚之半比其一面之長明矣

問若力與阻不歸於一處所得之力何法計算

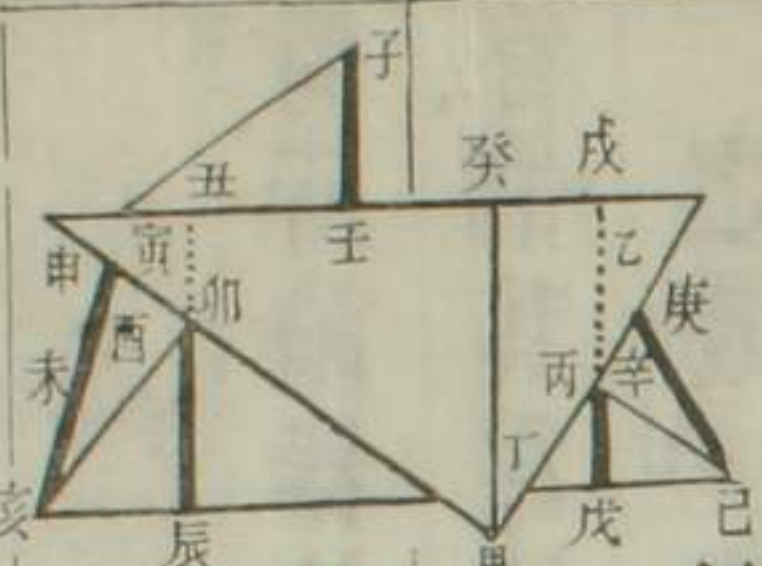
答以三力各分為二其於劈首順施者與其於劈面逆

施者等劈即能定其順者逆者必正向劈首其逆者

多寡必如其距用力方向反比也假如子為

力亥為阻分為亥卯申與面平即無所阻亥卯

復分為亥辰卯一橫一縱也彼面亦然若子與



其方向距用力方向之反比也否則劈將偏而不定

也

若而子壬一辰卯一戊丙其劈即能定其力須復增以進之也

問所論器具六種何資而助力

答惟其為通力非能生力也其所以能通力者惟因物

之動力×質又力×速蓋設復有物力二速×質如二物力等

則而速×質故二物之速如其質之反比其力即等

也最小之力可移至大之物惟其大物必行較慢此

理六種皆同即如槓桿若能增力數倍此頭較彼頭所過之路亦必數倍輪軸增力若干輪邊較軸邊加速若干滑車增力數倍繩索須牽拽數尺重物始行一尺斜面亦復如此蓋墜一錘以牽重物其物於斜面升高一尺其錘必下行數尺至螺絲重物起移一層其柄必運轉一週劈須尖薄始有大力然愈尖愈薄起物必愈慢也此皆所謂以時兌力然力本有限若緩為籌算繼之以妙機洞元測微鉤深致遠即可增於無窮也

第七卷算學四章凡五十九問

六具之通

